

NOTAS ECONÓMICAS 16

JOSÉ PEDRO PONTES SOURCES OF REGIONAL CONVERGENCE: THEORY AND EUROPEAN EVIDENCE

VASCO J. GABRIEL TESTES DE ALTERAÇÃO DE ESTRUTURA EM MODELOS MULTIVARIADOS

M. PORTUGAL FERREIRA / MÁRCIO LOPES / J. ESPERANÇA MODELOS DE CRESCIMENTO E GOVERNAÇÃO DAS TRANSAÇÕES NO SECTOR DAS EMBALAGENS

MANUEL CASTELO BRANCO A CONTABILIDADE FINANCEIRA E O CONFLITO SOCIAL

NUNO VALÉRIO A ACESSÃO DE PORTUGAL AO GATT

DOUTORAMENTO HONORIS CAUSA DO PROF. DOUTOR JACINTO NUNES



Testes de alteração de estrutura em modelos multivariados: uma visita guiada pela literatura

Vasco J. Gabriel Escola de Economia e Gestão, Universidade do Minho

resumo

résumé / abstract

A possibilidade de ocorrência de mudanças estruturais tem vindo a receber uma atenção crescente, dado poderem conduzir a inferências erradas e a maus desempenhos em termos de previsão e de simulação em modelos econométricos. Este estudo aborda alguns testes de alteração de estrutura no contexto dos modelos de regressão linear. Para além de oferecer uma perspectiva da evolução dos procedimentos, destaca testes recentemente surgidos na literatura e o seu uso na análise de modelos de cointegração. Como ilustração, alguns destes testes são aplicados a um modelo simples de paridade de poderes de compra, procurando mostrar a sua utilidade em estudos empíricos.

La possibilité que ne se produisent des changements structurels a fait l'objet d'une attention croissante : en effet, ces changements pourraient nous conduire à de fausses inférences et à de mauvais calculs en termes de prévision et de simulation dans des modèles économétriques. Cette étude aborde certains tests de modification dans le contexte des modèles de régression linéaire. Outre le fait que cette même étude offre une perspective de l'évolution des procédés, elle met en valeur des tests ayant fait récemment leur apparition dans la littérature et l'usage qui en a été fait dans l'analyse des modèles de cointégration. A titre d'illustration, certains de ces tests sont appliqués à un modèle simple de parité des pouvoirs d'achat, visant à montrer leur utilité lors d'études empiriques.

The possibility of structural change in regression models has been a major concern in econometrics, since it may induce misleading inferences, poor forecasting and simulation performances. This paper addresses some tests for structural change in the context of linear regression models. Besides offering a perspective on the procedures' evolution, it stresses tests which have recently appeared in the literature and, in particular, their use in the analysis of cointegration models. As an illustration, some of these tests are applied to a simple model of purchasing power parity hypothesis, trying to show their usefulness in empirical work.



1. Introdução*

Na sua busca por modelos simples e interpretáveis, que decravam o funcionamento da economia nos seus traços essenciais, os economistas têm vindo a reconhecer a importância que as alterações de estrutura podem ter para as suas análises, como atesta o crescimento assinalável da investigação teórica e empírica sobre o assunto. Tendo em conta que a instabilidade no sistema económico pode repercutir-se nos parâmetros dos modelos que o pretendem descrever, a utilização destes no que respeita à inferência, à avaliação de políticas económicas e à previsão pode conduzir a conclusões erróneas.

O objectivo deste estudo cinge-se apenas à análise de alguns dos aspectos deste vasto tema, procurando efectuar uma digressão sintética pela literatura respeitante à construção de procedimentos estatísticos formais que permitem a detecção de alterações de estrutura, enfatizando modelos que utilizam séries temporais. Em particular, podem-se distinguir duas situações: uma, em que as variáveis são estacionárias e outra, na qual as variáveis envolvidas são não estacionárias. Porém, a consideração de modelos com regressores não estacionários apenas implica, em grande medida, uma readaptação dos procedimentos "estacionários".

Assim, discute-se o longo percurso desde o trabalho precursor de Gregory Chow, passando pelos testes do tipo CUSUM, até aos desenvolvimentos mais recentes. Note-se que apenas serão focados métodos relativos a modelos multivariados, deixando por isso de lado a literatura respeitante à problemática raízes unitárias vs. quebras estruturais. Apesar do carácter expositivo deste estudo¹, não se quis deixar de ilustrar empiricamente a utilização destes procedimentos, focando a análise de cointegração num modelo simples de paridade de poderes de compra.

O artigo contém mais quatro secções. Na secção seguinte apresentam-se de forma sumária os principais procedimentos do tipo recursivo, enquanto que na secção 3 são expostos alguns testes com propriedades assintóticas óptimas. Na secção 4 analisa-se o exemplo empírico acima referido. A última secção sintetiza a discussão anterior e levanta algumas questões para investigações futuras.

2. Testes baseados em Estimação Recursiva

O teste de alteração de estrutura mais conhecido é, provavelmente, o teste de Chow (1960). Este procedimento é de simples aplicação, assentando, contudo, na hipótese de que a data da eventual quebra é conhecida, o que em situações concretas e sem dispor de informação a priori é difícil de sustentar. Assim, este teste tem a sua potência reduzida quando o ponto de quebra é desconhecido ou tem de ser estimado. Para além disso, o teste não é robusto a outras formas de má especificação, tais como heterocedasticidade ou autocorrelação, isto é, a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula de estabilidade é elevada quando a verdadeira causa é autocorrelação nos erros ou variâncias diferentes.

Tendo em conta estes aspectos, é natural que a atenção se virasse para outro tipo de procedimentos. Um grupo de testes, que podem ser denominados de "recursivos", são discutidos nesta secção, cuja ideia principal é a de examinar o comportamento dos coeficientes (ou dos resíduos) estimados recursivamente, procurando extrair evidências de alterações de estrutura. Estes testes devem, contudo, ser entendidos mais como técnicas informais de análise de dados do que como testes formais com hipóteses claramente definidas. Pretende-se alguma potência de teste contra uma série de alternativas que possam sugerir erros de especificação, sendo menos importante a potência contra alternativas específicas.

* O autor agradece os comentários de Artur Silva Lopes, Luis Catela Nunes, João Dias e dois referencas anónimos. Os erros que subsistem são, porém, da exclusiva responsabilidade do autor. Todos os resultados mencionados, mas não apresentados, bem como as séries e os procedimentos utilizados, poderão ser disponibilizados a quem manifestar interesse.

¹ Um outro survey sobre esta temática, surgido quando este artigo estava já em preparação, pode ser encontrado em Maddala e Kim (1998), nomeadamente o capítulo 13, embora com um enfoque mais generalista.



2.1 Testes do tipo CUSUM

Considere-se o modelo

$$y_t = x_t' \beta_t + u_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

em que os u_t 's são erros de média nula e variância σ_t^2 (cujas propriedades serão discutidas mais adiante), y_t é t -ésima observação da variável dependente, x_t' é um vector de k regressores e com o correspondente vector de coeficientes β_t . Repare-se no índice t de β_t e σ_t^2 , indicando que os coeficientes e as variâncias dos erros podem alterar-se com o tempo.

Uma possibilidade para testar a estabilidade do modelo é observar o seu desempenho preditivo, usando estimativas recursivas dos parâmetros e, a partir delas, obter resíduos recursivos "standardizados", que não são mais do que os erros de previsão *ex-post* a um passo, normalizados de forma a terem igual variância. Brown *et al.* (1975) consideram a hipótese nula $H_0: \beta_t = \beta, \sigma_t^2 = \sigma^2$, ou seja, estabilidade dos coeficientes e homocedasticidade. É habitual centrar-se a atenção na primeira parte de H_0 , mas deve-se sublinhar que a igualdade de variâncias também está a ser testada explicitamente. O modelo (1) torna-se, sob a hipótese nula, o modelo de regressão linear habitual. Assim, com as primeiras k observações é possível estimar β pelo método dos mínimos quadrados (OLS), cujas estimativas vão sendo atualizadas conforme se acrescenta a observação seguinte. O estimador OLS recursivo para β é

$$\hat{\beta}_r = (X_r' X_r)^{-1} X_r' y_r, \quad r = k, k+1, \dots, T \quad (2)$$

representando X_r e y_r as matrizes com as primeiras r observações dos regressores e da variável dependente. A partir daqui, é fácil calcular o erro de previsão para y_r utilizando a estimativa de β baseada nas $r-1$ observações prévias, dado por $e_r = y_r - x_r' \hat{\beta}_{r-1}$ com média nula e variância $\sigma_r^2 = \sigma^2 d_r^2 = \sigma^2 [1 + x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r]$. Dividindo e_r por d_r , obtém-se um conjunto de erros de previsão "standardizados" $w_r = e_r / d_r = (y_r - x_r' \hat{\beta}_{r-1}) / [1 + x_r' (X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r]^{1/2}$, com variância σ^2 , sendo estes os "resíduos recursivos" OLS. Supondo que $u_t \sim n.i.d(0, \sigma^2)$, os w_r têm, sob H_0 , as mesmas propriedades estatísticas dos erros (não sucedendo o mesmo com os resíduos OLS, como adiante se verá), o que se revela útil para a construção de testes estatísticos e para uma mais fácil visualização do seu padrão em termos gráficos.

Ao ocorrer uma alteração nos parâmetros, num dado momento m , é de esperar que os erros de previsão sejam maiores durante algum tempo ou que se observem alguns erros de previsão elevados (pois baseiam-se em estimativas obtidas considerando as primeiras $m-1$ observações), até que as novas estimativas se ajustem à alteração dos coeficientes. Se esta quebra não for única, é natural que haja tendência sistemática para previsões demasiado "erradas" (por excesso ou por defeito).

2.1.1 Teste CUSUM

Estes factos sugeriram a Brown *et al.* (1975) a construção do teste CUSUM, que analisa a soma acumulada dos resíduos recursivos, dada por

$$W_r = \frac{\sum_{k+1}^r w_t}{\hat{\sigma}}, \quad r = k+1, \dots, T \quad (3)$$

em que $\hat{\sigma}$ é obtido a partir de desvio-padrão estimado a partir de $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{k+1}^T (w_t - \bar{w})^2}{T - k - 1}$, $\bar{w} = \frac{\sum_{k+1}^T w_t}{T - k}$, com $\bar{w} = \sum_{k+1}^T w_t / T - k$.



Sob H_0 , W_r tem média nula e variância aproximada de $t-k$, pois os seus elementos são independentes e têm variância unitária. O teste consiste em avaliar a significância dos desvios de W_r em relação à linha definida por $E(W_r) = 0$. Para tal, é necessário construir bandas de “significância” ou linhas críticas acima e abaixo da recta $W_r = 0$, de modo que a probabilidade de W_r ultrapassar essas bandas seja igual a α , o nível de significância pretendido. As bandas de significância são construídas através das rectas que passam pelos pontos $(k, \pm a\sqrt{T-k})$ e $(T, \pm 3a\sqrt{T-k})$, em que a é o parâmetro que controla o nível de significância².

Assim, a hipótese nula de estabilidade dos coeficientes é rejeitada quando W_r ultrapassa os limites críticos definidos pelas rectas $W_r^* = \pm a\sqrt{T-k} \pm 2a \frac{r-k}{\sqrt{T-k}}$, ou quando a estatística

$M = \max_{k+1 \leq r \leq T} \left| \frac{W_r}{\sqrt{T-k}} \right| / \left(1 + 2 \frac{r-k}{T-k} \right)$ é superior ao valor crítico dado por a . É também corrente escrever

$$M = \sup_{0 \leq \lambda \leq 1} \left| W^{(T)}(\lambda) / (1 + 2\lambda) \right|, \text{ com } W^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \sum_{k+1}^{k+\lambda(T-k)} w_r, 0 \leq \lambda \leq 1 \text{ pois desta forma o percurso de } W_r$$

é aproximado ao percurso de elementos estocásticos de funções reais e contínuas à direita definidas em $[0, 1]$ ³. Dado que $w_r \sim N(0, \sigma^2)$ e sendo $W^{(T)}(\lambda)$ um processo de somas parciais de w_r , a aplicação do Teorema do Limite Central para Funcionais (TLCF) é imediata. Assim,

$$W^{(T)}(\lambda) \Rightarrow W(\lambda), \quad (4)$$

ou seja, a distribuição limite de $W^{(T)}(\lambda)$ é dada por um movimento Browniano⁴, significando “ \Rightarrow ” convergência fraca. A hipótese de erros normais pode ser relaxada, bastando assumir que os erros seguem uma sequência de diferenças de martingalas, sendo também possível aplicar este teste a modelos dinâmicos, como mostram Krämer *et al.* (1988).

Um outro procedimento sugerido por Brown *et al.* (1975) é o teste CUSUMSQ, baseado em somas acumuladas dos quadrados dos resíduos recursivos. Dufour (1982) chamou a atenção para o facto de se dever olhar para este teste essencialmente como um teste de heterocedasticidade (indicando instabilidade nas suas variâncias), mas que em termos de resíduos recursivos pode também significar instabilidade nos coeficientes do modelo. Para mais pormenores sobre outros testes baseados nos resíduos recursivos, veja-se Brown *et al.* (1975) e Dufour (1982).

Krämer *et al.* (1988) demonstraram ainda que a potência local do teste CUSUM é igual à sua dimensão (isto é, tem potência local trivial) se a mudança de estrutura for ortogonal em relação ao vector c de dimensão $(k \times 1)$, definido por $\lim_{T \rightarrow \infty} \sum x_r / T \rightarrow c$. Deste modo, o teste não detecta quebras quando os regressores são estacionários e de média nula, pois são sempre ortogonais em relação a qualquer quebra. Outro aspecto que convém salientar prende-se com o facto dos pontos de quebra dos coeficientes raramente coincidirem com os pontos em que os limites críticos são ultrapassados, o mesmo acontecendo para os testes apresentados em seguida, pelo que são necessários outros procedimentos para determinar o ponto de quebra.

2 Devido às simplificações assumidas e dada a natureza discreta do processo CUSUM, a dimensão real do teste é sempre menor que a nominal (embora a diferença seja assintoticamente desprezível).

3 Em vez de trabalhar com o ponto de quebra m , é geralmente mais útil trabalhar com o parâmetro $\lambda \in [0, 1]$, habitualmente referido como o ponto de quebra, e que representa a fracção da amostra que corresponde ao ponto m , tal que $[T\lambda] = m$, em que $[\cdot]$ é o operador que fornece o maior número inteiro menor ou igual a $T\lambda$. Aproxima-se assim o percurso discreto da amostra a um percurso contínuo indexado por λ , facilitando a obtenção de distribuições assintóticas.

4 Intuitivamente, pode-se entender um movimento Browniano como um passeio aleatório contínuo, cujo percurso amostral se encontra definido no conjunto $C[0, 1]$ das funções contínuas não diferenciáveis (veja-se Hamilton, 1994 ou McCabe e Tremayne, 1993, para uma introdução).



2.1.2 Teste CUSUM com Resíduos OLS

Ao contrário dos resíduos recursivos, em caso de quebras de estrutura, a instabilidade é disseminada por todos os resíduos OLS, sendo nula a sua soma acumulada (quando o modelo contém termo independente). Para além disso, estes exibem sempre alguma autocorrelação e heterocedasticidade, mesmo sob H_0 , pois $e = y - X\hat{\beta} = y - X(X'X)^{-1}X'y = My$, onde $M = I - X(X'X)^{-1}X'$ e, por conseguinte, $V(e) = \sigma^2 M$. Apesar disso, os resíduos OLS aproximam melhor que w_t os erros sob H_0 (quando $T \rightarrow \infty$) pelo que quaisquer instabilidades no modelo que perturbem os erros deverão ser detectadas. Assim, Ploberger e Krämer (1992) generalizam a aplicação do teste CUSUM aos resíduos OLS, considerando o modelo (1) com erros *i.i.d.* (repare-se que a hipótese de normalidade não é necessária), admitindo também modelos dinâmicos.

A soma acumulada de e_t não terá qualquer tendência para se afastar da sua média quando ocorre uma alteração de estrutura (como acontecia com os w_t), retornando sempre à origem, o que aparentemente dificultaria a sua utilização num teste do tipo CUSUM. Os autores propõem, por isso, linhas críticas paralelas ao eixo horizontal (em vez das bandas de significância com inclinação positiva e negativa), rejeitando-se a hipótese nula de estabilidade dos coeficientes sempre que o máximo da soma acumulada dos resíduos OLS é excessivamente grande em termos absolutos. Tomando

$$B^{(T)}(\lambda) = \frac{\sum_{t=1}^{[T\lambda]} e_t^{(T)}}{\hat{\sigma} \sqrt{T}}, \quad 0 \leq \lambda \leq 1, \quad (5)$$

como soma acumulada dos resíduos OLS, cujo percurso amostral está agora definido por elementos aleatórios no espaço $D[0,1]$ de funções reais contínuas à direita e com limites à esquerda, a estatística de teste vem

$$U^{(T)} = \sup_{0 < \lambda < 1} |B^{(T)}(\lambda)|. \quad (6)$$

Utilizando o TLMF, prova-se que $B^{(T)}(\lambda) \Rightarrow B(\lambda)$ (em que $B(\lambda)$ é uma "ponte Browniana"⁵), pelo que recorrendo ao Teorema das Projecções Contínuas tem-se $\sup_{0 < \lambda < 1} |B^{(T)}(\lambda)| \Rightarrow \sup |B(\lambda)|$.

Em relação ao seu homólogo com resíduos recursivos, o teste com resíduos OLS apresenta algumas semelhanças: é um teste conservador (com dimensão real inferior à nominal, só igual assintoticamente) e com potência local trivial quando a quebra de estrutura é ortogonal ao vector c . Ainda em relação ao teste CUSUM, Krämer *et al.* (1988) concluem que a sua potência é tanto menor quanto mais próxima do fim da amostra está a quebra nos parâmetros, ao passo que a versão com resíduos OLS apresenta melhor desempenho na detecção de quebras perto do fim da amostra, até porque a potência do teste é "simétrica"⁶. Apesar de não se destacar uma versão uniformemente superior, as simulações dos autores evidenciam que o teste CUSUM habitual só é mais potente quando a quebra acontece próximo do início da amostra. Ploberger e Krämer (1996) desenvolveram ainda uma modificação deste teste, que contempla os casos de modelos dinâmicos e de regressores com tendências polinomiais ou $I(d)$, desde que independentes dos erros.

5 Definido por $B(t) = W(t) - tW(1)$, $t \in [0,1]$, também conhecido como "tied-down Brownian motion" pelo facto de ter um percurso menos volátil que $W(t)$, dado que $B(0) = 0$ e $B(1)$ torna igualmente a 0 (mais uma vez, ver Hamilton, 1994 ou McCabe e Tremayne, 1993).

6 Uma quebra em $t^* = \lambda^*T$ tem a mesma probabilidade de ser detectada que uma quebra de igual dimensão em $t^* = (1-\lambda^*)T$.



2.1.3 Teste CUSUM com Resíduos FM-OLS

Inder e Hao (1996) alargaram a utilização do teste CUSUM OLS de Ploberger e Krämer (1992) aos resíduos obtidos a partir da estimação Fully Modified-OLS (FM-OLS)⁷ de uma regressão de cointegração, o que, tal como no caso estacionário, pode constituir um elemento útil de diagnóstico de estabilidade do modelo. Considerando o modelo (1) e supondo que os regressores, para além da parte estocástica, podem conter tendências determinísticas, é possível construir a estatística

$$M^{(T)}(\lambda) = (\hat{\omega}^2 T)^{-1/2} \sum_1^{[T\lambda]} u_t^{+(T)}, \quad (7)$$

em que $\hat{u}_t^{+(T)}$ representa os resíduos obtidos pelo método FM-OLS para toda a amostra e $\hat{\omega}^2$ é a estimativa da variância condicional de longo prazo dos erros.

A hipótese nula de estabilidade dos parâmetros é rejeitada para valores elevados de $\sup_{0 < \lambda < 1} |M^{(T)}(\lambda)|$. Como é claro, a estatística de teste baseia-se nas somas parciais dos resíduos FM-OLS, devidamente "standardizadas", e onde é utilizada a estimativa da variância de longo prazo em vez da estimativa habitual da variância dos erros. Inder e Hao (1996) deduziram a distribuição desta estatística, e constataam (com algumas condições restritivas) que, ao contrário da versão estacionária com resíduos OLS, a potência local deste teste é não-trivial para qualquer tipo de alteração de estrutura (mesmo ortogonal).

2.2 Teste de Flutuação

Outros procedimentos têm vindo a surgir na tentativa de contornar as fragilidades dos testes de Brown *et al.* (1975). Um desses casos é a proposta de Ploberger *et al.* (1989) que, com regressores estacionários, se baseia directamente nas estimativas recursivas, dadas por (2). Se estas forem demasiado instáveis em relação a $\hat{\beta}^{(T)}$ (o sobrescrito T sublinha o facto de ser uma estimativa com base em toda a amostra), isto é, se as quantidades $\max_{i=1, \dots, k} |\beta_i^{(r)} - \beta_i^{(T)}|$ exibirem flutuação excessiva, rejeita-se a hipótese de permanência de estrutura. A estatística do teste de flutuação é dada pela expressão

$$R^{(T)} = \max_{r=k, \dots, T} \frac{f}{\hat{\sigma} T} |(X^{(T)})' X^{(T)})^{1/2} (\beta_i^{(r)} - \beta_i^{(T)}|, \quad (8)$$

sendo $\hat{\sigma}$ o estimador OLS habitual para o desvio-padrão obtido com toda a amostra. Chega-se à sua distribuição assintótica recorrendo a movimentos Brownianos, notando que

$R^{(T)} = \sup_{0 < \lambda < 1} |B^{(T)}(\lambda)|$, com $B^{(T)}(\lambda) = (X'X)^{1/2} [\hat{\beta}_i(\lambda) - \hat{\beta}_i^{(T)}]$. $\tau(\lambda)/\hat{\sigma} T$, em que $\tau(\lambda)$ é o maior número inteiro maior ou igual a $k + \lambda(T - k)$. Dado que $B^{(T)}(\lambda)$ é um processo k -dimensional e contínuo em cada $\lambda \in [0, 1]$, prova-se que $B^{(T)}(\lambda)$ converge para $B(\lambda)$, uma ponte Browniana.

Tal como no teste anterior, o teste de flutuação mantém a sua potência independentemente do tipo de alteração de estrutura e exibe um desempenho superior na detecção de quebras próximas do fim da amostra, como provam, analiticamente e via Monte Carlo, Ploberger *et al.* (1989). Veja-se ainda Chu e White (1992), que ensaiaram uma extensão deste tipo de procedimento ao caso de regressores não estacionários, embora centrando-se numa análise univariada.

3. Testes Óptimos com Ponto de Quebra Desconhecido

Paralelamente aos testes anteriores, a literatura sobre testes de alterações de estrutura, possivelmente com pontos de quebra desconhecidos, tem-se desenvolvido bastante. Uma solução, inicialmente proposta por Quandt (1960), é a de basear a inferência no cálculo de estatísticas de teste de estabilidade para todos os possíveis pontos de quebra e analisar o maior

7 Veja-se Hansen (1992), por exemplo, para mais detalhes sobre o método FM-OLS.



valor resultante, em termos absolutos. Assim, estimar-se-ia o ponto de quebra m por máxima verosimilhança, efectuando depois um teste do tipo LR. Contudo, o parâmetro m surge apenas sob a hipótese alternativa (e não sob H_0 onde é redundante), sendo por isso um parâmetro perturbador que inviabiliza a aplicação dos resultados habituais de convergência assintótica.

Estudos recentes permitiram ultrapassar algumas das dificuldades inerentes a esta situação, discutindo-se em seguida alguns dos procedimentos entretanto surgidos, ainda que de um modo simplificado e, necessariamente, incompleto. De qualquer modo, e tal como na secção anterior, serão consideradas as versões estacionárias e não estacionárias de cada teste. Hansen (1992) desenvolveu a teoria assintótica para testes de alteração de estrutura do tipo LM⁸ em modelos com regressores não estacionários, fazendo uso do método de estimação FM-OLS e utilizando alguns dos procedimentos estudados em contexto estacionário.

3.1 Testes “sup”

Considerando de novo o modelo (1), testes para a hipótese nula $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_T$ contra $H_1 : \beta_t = \beta_1 (t \leq m), \beta_t = \beta_2 (t > m)$ podem ser construídos utilizando a ideia de Quandt (1960), partindo de uma sequência de testes do tipo Chow para todos os possíveis pontos de quebra na amostra. Uma escolha natural é tomar o maior valor obtido nessa sequência,

$$Q = \sup_{\lambda \in J} F_T(\lambda), \quad (9)$$

em que $F_T(\lambda)$ representa a estatística de Chow e $J = (\lambda_0, \lambda_1) \subset (0, 1)$ é um sub-conjunto de possíveis pontos de quebra. Os parâmetros λ_0 e λ_1 , que definem fracções da amostra, funcionam como parâmetros de “truncagem” sobre a amostra a considerar, de forma a permitir a dedução da distribuição assintótica.

Andrews (1993) mostrou que o teste de Chow pode assumir qualquer das formas habituais, LR, LM e Wald, desenvolvendo este teste num contexto de modelos não-lineares e com regressores estacionários. Mostrou ainda que a estatística Q converge em distribuição para o supremo de uma funcional de uma ponte Browniana k -dimensional $B_k(\lambda)$, isto é,

$$Q \Rightarrow \sup V(\lambda) = \sup \frac{B_k^\mu(\lambda)' B_k^\mu(\lambda)}{\lambda(1-\lambda)}, \quad (10)$$

tendo obtido também valores críticos assintóticos por simulação de Monte Carlo. Por outro lado, refere ainda que, quando for possível (isto é, quando há conhecimento a priori sobre a localização aproximada do ponto de quebra), deve-se escolher um sub-conjunto $J \subset (0, 1)$ o mais restrito possível, de modo a obter ganhos de potência em relação a alternativas específicas. Caso isso não aconteça, Andrews (1993) aconselha, algo arbitrariamente, a utilização do intervalo (0.15, 0.85) para J , o que permite alguma segurança em relação a uma série de alternativas.

3.2 Testes contra a Alternativa de Martingala

Se o investigador se aperceber de que poderão existir múltiplos pontos de quebra, uma possível extensão consiste em considerar que os parâmetros do modelo evoluem estocasticamente com o tempo. Deste modo, outra hipótese alternativa de interesse é a de um modelo que trata os parâmetros como uma martingala, ou seja, $\beta_t = \beta_{t-1} + \varepsilon_t$ em que $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \gamma^2 G$ com ε_t 's estacionários e não-correlacionados. Assim, a hipótese nula pode-se escrever como uma restrição de nulidade sobre as variâncias de ε_t , $H_0 : \gamma^2 = 0$, pois dessa forma β_t deixa de ser um processo estocástico, permanecendo constante ao longo do período considerado, sendo a alternativa $H_1 : \gamma^2 > 0$.

8 Deve-se salientar que a utilização de estatísticas LM não é indispensável (apesar de ser preferível, pois só requer a estimação do modelo sob a hipótese nula), podendo-se empregar também os princípios de Wald e LR na construção dos testes.



Andrews e Ploberger (1994) derivaram testes assintoticamente óptimos (ou seja, testes localmente e uniformemente mais potentes em termos assintóticos), com base na maximização da “potência média ponderada”. Os testes são construídos como uma média ponderada dos testes clássicos, podendo assumir duas formas distintas, consoante a potência é dirigida para alternativas mais próximas ou distantes dos parâmetros sob a hipótese nula. Para alterações de estrutura de pequena dimensão (ou seja, próximas de β), a estatística de teste a utilizar é uma “média” da sequência de estatísticas $F_T(\lambda)$ de Chow, vindo

$$\text{mean} - F_T = \frac{1}{1 + \lambda_2 - \lambda_1} \sum_{\lambda=\lambda_0}^{\lambda_1} F_T(\lambda) \quad (11)$$

No caso de quebras de estrutura de grande dimensão (mais afastadas de β), a estatística de teste é agora uma “média exponencial”

$$\text{Exp} F_T = \log \left[\frac{1}{1 + \lambda_1 - \lambda_0} \sum_{\lambda=\lambda_0}^{\lambda_1} \exp \left(\frac{1}{2} F_T(\lambda) \right) \right] \quad (12)$$

As distribuições destas estatísticas são algo complicadas de obter, mas resumem-se a funcionais do processo $V(\lambda)$ utilizado em (10), isto é, $\text{Exp} - F_T \Rightarrow \text{Exp} - V(\lambda)$ e $\text{mean} - F_T \Rightarrow \text{mean} - V(\lambda)$.

Andrews e Ploberger (1994) enfatizam a proximidade dos três testes, notando que, através de uma reparametrização de $\text{Exp} - F_T(\lambda)$, se chega às estatísticas do tipo $\text{sup} - F_T(\lambda)$, embora estas não gozem das propriedades óptimas dos testes anteriores.

Nyblom (1989), por outro lado, derivou um teste localmente mais potente do tipo LM, cuja estatística de teste é

$$L = T^{-2} \sum_1^T S_i' \hat{V}^{-1} S_i \quad (13)$$

em que $S_i = \sum x_i e_i$ contém os elementos das condições de primeira ordem da minimização dos quadrados dos resíduos (ou *scores*) e $\hat{V} = \hat{\sigma}^2 (T^{-1} \sum x_i x_i')^{-1}$. A sua distribuição, sob condições genéricas⁹ para u_i e x_i , é $L \Rightarrow \int_0^1 B_k(\lambda) B_k(\lambda) d\lambda$, ou seja, converge fracamente para uma funcional de uma ponte Browniana k -dimensional.

Se os coeficientes seguirem uma martingala, isso introduz um elemento estocástico adicional que deverá ser detectado pela soma acumulada dos produtos entre regressores e resíduos. De facto, S_T tem média nula sob H_0 , pelo que a soma acumulada de $e_s x_s$ deverá desenvolver um percurso em torno de 0. No entanto, se houver quebras de estrutura, S_T terá valores não nulos em determinadas partes da amostra que, sendo elevados, serão detectados por L e conduzirão à rejeição da hipótese de estabilidade.

Como foi referido, Hansen (1992) desenvolveu a teoria assintótica para os testes $\text{sup} - F$, $\text{mean} - F$ e L , mostrando que estas estatística, tal como as suas versões estacionárias, tende em distribuição para funcionais de uma ponte Browniana, mas com matrizes estocásticas. Hao (1996), por seu lado, derivou a distribuição do teste $\text{Exp} - F$ com regressores não estacionários, também no contexto da estimação FM-OLS. Note-se que as estatísticas deverão, neste caso, ser construídas com os resíduos da estimação FM-OLS.

⁹ Não é necessário que u_i seja *i.i.d.*, bastando ser uma martingala, e os componentes de x_i devem ser estacionários, embora podendo incluir variáveis desfasadas.



Considerando a construção de cada teste, a escolha de diferentes matrizes ponderadoras implica maior potência contra certas direcções da alternativa. Assim, a estatística L terá maior potência contra quebras perto do meio da amostra, enquanto que a estatística *mean-F* pondera de forma igual as observações centrais e extremas, detectando mais facilmente quebras afastadas do meio da amostra. Por outro lado, os testes *sup-F* e *mean-F* diferem apenas na escolha da norma, dado que o primeiro escolhe o maior valor observado de F_T , enquanto que o segundo efectua a média de todos os valores de F_T do conjunto J . Apesar de se basearem nos mesmos elementos, cada teste tem maior potência contra uma alternativa específica, como seja uma alteração discreta para o teste *sup-F* ou um passeio aleatório para o teste *mean-F*. Para além disso, têm em comum o facto de necessitarem de truncagem, pois baseiam-se na convergência da matriz $\hat{V}_T^{-1}(\lambda)$, que não está assegurada quando $\lambda \rightarrow 0$ ou $\lambda \rightarrow 1$. A escolha do intervalo $J = (0,15,0,85)$, para além de arbitrária, conduz à perda de potência quando a alteração de estrutura se dá fora de J . Este facto pode favorecer, à partida, a utilização da estatística L , que não carece de truncagem.

Através de simulações de Monte Carlo, Andrews *et al.* (1996) realizaram uma série de análises comparativas entre os testes *Exp-F*, *mean-F*, L , *sup-F* e CUSUM, em termos de potência e eventuais distorções na sua dimensão. Concluíram que o comportamento dos testes *Exp*, *sup* e *mean* é bastante razoável, quer em termos de dimensão real, quer em termos de potência contra diversas alternativas, o que confirma as suas propriedades óptimas deduzidas analiticamente. De qualquer forma, os autores manifestam alguma preferência pelos testes do tipo *Exp*, devido ao seu melhor desempenho global. Como seria de esperar, o teste CUSUM de Brown *et al.* (1975) evidenciou as desvantagens atrás mencionadas.

3.3 Testes de Estabilidade como Testes de Cointegração

É também possível modificar estes testes de forma a testar alterações de estrutura parciais, isto é, num sub-conjunto dos regressores, o que pode ser particularmente útil no sentido de isolar as variáveis que conduzem à rejeição da hipótese nula. Esta característica permite que estes procedimentos sejam utilizados como testes de cointegração, o que denota a sua versatilidade. De facto, se a alternativa a testar for a de o termo independente seguir um passeio aleatório, então os testes de alteração de estrutura (parcial) funcionam como testes de cointegração, com a hipótese de cointegração surgindo na nula. Relembre-se que a maioria dos testes (Engle-Granger, Phillips-Ouliaris, Johansen, etc.) toma a hipótese nula como sendo de não cointegração.

Reescrevendo o modelo (1) de modo a ter $y_t = \beta_0 + \beta_1'x_t + u_t$, se y_t e x_t não forem cointegrados, então o erro u_t é $I(1)$. Decompondo u_t tal que $u_t = w_t + v_t$, sendo w_t um passeio aleatório e v_t estacionário (decomposição de Beveridge-Nelson), então o modelo fica $y_t = \beta_{0t} + \beta_1'x_t + v_t$, com $\beta_{0t} = \beta_0 + w_t$, ou seja, o termo independente absorve o passeio aleatório w_t no caso de não haver cointegração. Este é um caso especial de entre os anteriores, pois supõe-se que apenas o termo independente segue uma martingala, o que inviabiliza a relação de cointegração entre y_t e x_t .

Tendo isso em conta, Hansen (1992) propôs que se usasse a estatística L para testar a nula de cointegração contra a alternativa de não cointegração. Contudo, a estatística L é construída com o intuito de testar a estabilidade de todo o vector de cointegração, pelo que existem vantagens em considerar uma versão que teste apenas alteração de estrutura parcial no termo independente. Hao (1996) fez esse desenvolvimento, chegando a uma estatística que não é mais do que a estatística KPSS (de Kwiatkowski *et al.*, 1992) para testar raízes unitárias, estendida ao teste da nula de cointegração por Shin (1994). Para além disso, Hao (1996) derivou a versão de cointegração para os outros testes acima discutidos, denominados agora de L^0 , *sup-F*⁰, *mean-F*⁰ e *Exp-F*⁰ (onde o subscrito 0 se refere ao facto de se tratar de testes de alteração de estrutura no termo independente).

No entanto, e como Hansen (1992) sublinhou, é necessária alguma cautela quando se interpreta uma rejeição por parte de qualquer um destes testes, pois isso não implica a aceitação da alternativa particular para as quais foram construídos. Por exemplo, se o teste *sup-F* rejeitar H_0 , tal não significa automaticamente que existem dois regimes de cointegração, como supõe a alternativa, ao mesmo tempo que uma rejeição do teste L não implica que não exista cointegração. Qualquer um destes testes tem potência contra as alternativas aqui consideradas, pelo que a



única conclusão plausível a retirar é a de que a especificação de um modelo de cointegração tradicional (supondo estabilidade dos coeficientes) não é suportada pelos dados. O mesmo se pode afirmar em relação aos novos testes apresentados nesta secção.

Nesse sentido, Hao (1996) desenvolveu um teste robusto que visa exactamente ultrapassar a possibilidade de rejeição da hipótese nula de cointegração devido a uma quebra discreta no termo independente. A transformação, que pode ser implementada em qualquer dos testes, consiste em incluir uma *dummy* simples na regressão, de modo a captar a possível quebra na constante. Dado que o ponto de quebra é desconhecido, a estatística de teste é tomada como o valor mínimo de L^0 calculada para todos os possíveis pontos de quebra. O modelo vem agora

$$y_t = \mu_u + \mu_2 D_t + \beta' x_t + u_t, \quad (14)$$

com D_t igual a 1 se $t \leq [T\lambda]$ e igual a 0 se $t > [T\lambda]$.

Novamente, não existe cointegração quando o erro u_t é $I(1)$. Assim, a estatística a considerar é

$$L^* = \inf_{\lambda \in J} L^0, \quad (15)$$

aplicada ao modelo (14), ou seja, toma o menor valor obtido pela estatística L^0 aplicada a todos os possíveis pontos de quebra admissíveis. A sua distribuição depende do número de regressores, cujos valores críticos foram tabelados por Hao (1996). Repare-se que a estatística não está definida para todos os pontos de quebra, pelo que necessita da habitual truncagem.

Este autor efectuou ainda um estudo de simulação de Monte Carlo com o intuito de comparar os diversos testes. O teste *Exp-F*⁰ revelou-se superior em termos de potência, confirmando as suas propriedades óptimas. Quanto ao teste *Inf L*⁰, só em amostras de dimensão moderada é que a sua potência é razoável, apresentando problemas quando se introduz autocorrelação e endogeneidade.

Existem, portanto, razões para crer que, mesmos em pequenas amostras, a implementação destes procedimentos pode ajudar o investigador a saber se existe cointegração, por um lado e, em segundo lugar, a analisar a estabilidade dos coeficientes de um modelo com variáveis cointegradas. Uma outra perspectiva, que deve ser encarada como complementar à anterior, é a do problema prévio de testar a cointegração entre variáveis, admitindo explicitamente a possibilidade de alterações de estrutura. Um conjunto de procedimentos desenvolvidos por Gregory e Hansen (1996) serão abordados a seguir, permitindo assim um tratamento mais coerente e abrangente da questão das quebras de estrutura em modelos lineares com variáveis não estacionárias.

3.4 Testes de Cointegração com Alteração de Estrutura

Na sequência do debate sobre quebras de estrutura, seria de esperar um alargamento da discussão em torno das relações de cointegração. Nesse sentido, os resultados univariados de Perron (1989) e Zivot e Andrews (1992), *inter alia*, dedicados ao problema das raízes unitárias, podem ser estendidos ao caso multivariado. Gregory e Hansen (1996) generalizaram os testes usuais de cointegração, ao considerarem alternativas em que o vector de cointegração sofre uma alteração numa data desconhecida, permitindo assim uma noção de cointegração mais lata que a usual. Propuseram versões alternativas dos testes AEG de Engle e Granger (1987), Z_a e Z_r (Phillips-Ouliaris), que supõem invariância da relação de longo prazo, e estudam as respectivas distribuições, modificando-as de acordo com a alternativa aqui considerada.

Campos *et al.* (1996), por exemplo, mostraram, através de simulações de Monte Carlo, que a capacidade de rejeição do teste AEG decresce bastante quando há uma quebra na relação de cointegração. Deste modo, os testes usuais (tal como os correspondentes testes de raízes unitárias) só muito dificilmente conduzem a um resultado que indicie cointegração, pois a existência de possíveis quebras é difícil de distinguir de uma situação de erros não estacionários.



Gregory e Hansen (1996) analisaram quatro modelos de cointegração que acomodam, sob a hipótese alternativa, a possibilidade de alteração no vector de cointegração. Consideram, nomeadamente, mudança de nível (N) do tipo

$$y_t = \mu_1 + \mu_2 D_t + \beta' x_t + u_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (16)$$

em que x_t é um vector $I(1)$ de dimensão k , u_t é $I(0)$, μ_1 é o termo independente antes da alteração, μ_2 é a alteração no termo independente depois da quebra e D_t é uma variável dummy tal como foi definida para o modelo (14). Um outro modelo inclui uma tendência temporal (NT), vindo

$$y_t = \mu_1 + \mu_2 D_t + \alpha t + \beta' x_t, \quad (17)$$

enquanto que uma formulação mais genérica permite uma "alteração de regime" (R)

$$y_t = \mu_1 + \mu_2 D_t + \alpha t + \beta_1' x_t + \beta_2' x_t D_t + u_t, \quad (18)$$

Para completar esta classe de modelos, basta acrescentar a possibilidade de alteração de regime num modelo com tendência temporal segmentada (RT), isto é,

$$y_t = \mu_1 + \mu_2 D_t + \alpha_1 t + \alpha_2 t D_t + \beta_1' x_t + \beta_2' x_t D_t + u_t. \quad (19)$$

Como é sabido, os testes de cointegração mais populares baseiam-se nos resíduos OLS e_t , investigando se os erros da regressão são $I(1)$ sob a hipótese nula (ou seja, não existe cointegração). No presente caso, dado que se supõe desconhecido o ponto de quebra, a solução adoptada envolve: 1) o cálculo das estatísticas para todos os possíveis pontos de quebra, 2) tomar o menor valor obtido e 3) compará-lo com os valores críticos apropriados, tal como para a estatística (15). Como em testes anteriores, utiliza-se o conjunto de valores $\lambda \in J = (0.15, 0.85)$ como conjunto admissível para o cálculo das estatísticas. As estatísticas de interesse são assim os menores valores registados por cada uma das estatísticas (AEG, Z_a e Z_t) para todos os valores possíveis de λ ao longo de J , pois são os que potencialmente apresentarão maior evidência contra a hipótese nula. Deste modo, é importante reter os valores de $Z_a^*(\lambda) = \inf Z_a(\lambda)$, $Z_t^*(\lambda) = \inf Z_t(\lambda)$ e $AEG^*(\lambda) = \inf AEG(\lambda)$.

As distribuições destas estatísticas baseiam-se em funcionais de movimentos Brownianos, o que permite chegar a expressões simples na sua caracterização, embora a obtenção de valores críticos recorra a métodos de simulação, dependendo do número de regressores (k). Se comparados com os valores críticos de usuais, estes, como seria de esperar, são maiores em valor absoluto (mais negativos), reflectindo a inclusão das variáveis dummy D_t .

Os autores realizaram ainda um estudo das propriedades dos testes, concluindo que estes apresentam algumas distorções no nível de significância em pequenas amostras. Quando existe cointegração com uma quebra no termo independente, Gregory e Hansen (1996) confirmam os resultados no que concerne à baixa potência do teste AEG usual, mostrando que os novos testes têm potência razoável (para amostras com mais de 100 observações) na detecção de quebras no vector de cointegração, sobretudo para alterações de nível como no modelo (16). Por outro lado, quando a alteração se dá em β , a potência depende da localização da quebra, sendo maior para quebras tardias, ao contrário da alteração no termo independente, onde a potência dos testes é relativamente insensível à posição da quebra na amostra. Note-se que os testes não são, em geral, informativos relativamente ao ponto de quebra, como ilustra a simulação conduzida pelos autores. Comparando os três testes, os autores concluem que o teste Z_a^* aparenta ser o melhor em termos de potência e dimensão real.



Deve ser sublinhado, porém, o facto destes testes terem potência contra outro tipo de alternativas, nomeadamente alternativas de cointegração sem quebras. Assim, a rejeição da hipótese nula não implica necessariamente que o vector de cointegração se tenha alterado, pois uma relação de cointegração invariante pode ser a causa da rejeição. Alguma evidência pode ser retirada da utilização conjunta dos testes usuais e dos aqui apresentados. Se os testes usuais não rejeitarem a nula de não cointegração, mas se os novos testes o fizerem, isso poderá significar que pode existir cointegração com alteração de estrutura. Se ambos rejeitarem, a evidência de cointegração é bastante forte, mas fica por saber qual a extensão de eventuais quebras de estrutura pois, como se disse, os novos testes também são sensíveis à hipótese de cointegração convencional. Nestas circunstâncias, Gregory e Hansen (1996) advogam a utilização complementar destes testes com os que foram tratados na secção anterior, podendo ajudar a tornar clara a existência ou não de alterações de estrutura no modelo a estimar.

4. Exemplo Empírico

O objectivo central desta secção é o de ilustrar de forma simples a aplicação de alguns dos procedimentos discutidos neste estudo, pondo em prática aspectos metodológicos que decorrem da sua complementaridade. Toma-se como exemplo a hipótese das paridades de poderes de compra (PPC) em Portugal, para os casos do Reino Unido e dos Estados Unidos. Analisa-se primeiramente o comportamento univariado das séries, recorrendo a testes de raízes unitárias, apresentando-se em seguida testes de cointegração, uns com hipótese nula de não cointegração, outros com cointegração como H_0 . Procede-se depois à análise da existência de possíveis quebras de estrutura.

4.1 Hipótese da Paridade de Poderes de Compra

Esta hipótese assenta na ideia relativamente intuitiva de que a taxa de câmbio entre duas moedas deverá reflectir, no longo prazo, a relação entre os níveis de preços dos respectivos países. Sendo assim, e numa perspectiva simplista, um determinado bem comprado em Portugal poderá ser adquirido aproximadamente pelo mesmo valor quando expresso noutra moeda, à taxa de câmbio corrente. Em termos formais, esta teoria equivale a ter $S_{nt} = P_{it} / P_{ft}$, em que S_{nt} é a taxa de câmbio nominal e P_{it} e P_{ft} representam os níveis de preços interno e externo no momento t , respectivamente.

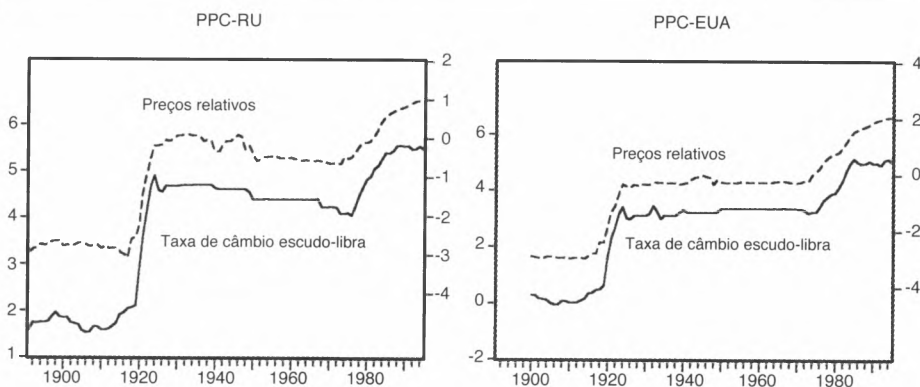
É usual utilizar uma versão linear logaritimizada com um termo aleatório que representa os desvios de curto prazo em relação à PPC devido a perturbações no funcionamento do sistema económico (choques monetários ou reais), vindo

$$s_t = \alpha + \beta p_t + u_t, \quad (20)$$

em que s_t é o logaritmo de S_{nt} e p_t é o logaritmo de P_{it}/P_{ft} . Neste contexto, a PPC verifica-se quando, sendo s_t e p_t integrados de ordem 1, existe cointegração, ou seja, quando u_t é estacionário, prevendo-se que o coeficiente de cointegração seja unitário ($\beta = 1$, isto é, hipótese de homogeneidade)¹⁰.

Apesar da simplicidade na definição do problema, os resultados empíricos são controversos, já que muitos deles rejeitam a teoria. Razões para este fracasso (para além da possível não validade da teoria) são habitualmente associados à má especificação dos modelos empregues, aos problemas com os procedimentos estatísticos utilizados ou à possibilidade de alterações estruturais. Considerando a versão "absoluta" da teoria, o coeficiente α deveria ser nulo, mas na prática isso pode não suceder (tal como a hipótese de homogeneidade) devido a estes factores. Para uma exposição mais detalhada sobre esta problemática, consulte-se Rogoff (1996). Esta análise, sem grandes pretensões, tenta abordar o último destes problemas, pois a existência de quebras de estrutura pode invalidar, como se viu anteriormente, as conclusões obtidas com os procedimentos tradicionais.

10 Note-se que também se impõe a restrição de simetria dos preços, usual noutros estudos.


Figura 1 – Paridade de Poder de Compra, RU e EUA


Pretende-se assim estudar o modelo (20) para o caso português face às economias do Reino Unido (PPC-RU) e dos Estados Unidos da América (PPC-EUA). Optou-se por estudar a relação com base em dados anuais, que cobrem cerca de um século (de 1891 a 1995 para a PPC-RU e de 1900 a 1995 para a PPC-EUA), ou seja, um "longo prazo" razoável, abrangendo duas guerras mundiais, diversos choques económicos e tecnológicos, alterações de estrutura que acabaram por influenciar o comportamento das taxas de câmbio.

Os dados foram retirados de Siegel (1992), Neves (1994), Mata e Valério (1994) e de relatórios do Banco de Portugal (1991-1995). Na Figura 1 encontram-se os gráficos das séries, sendo facilmente verificável a existência de quebras nas séries, embora seja semelhante o percurso conjunto das séries de taxas de câmbio e preços relativos para cada caso. Em seguida, procederemos a uma análise estatística mais formal do problema.

4.2 Análise Estatística Preliminar

Os testes de raízes unitárias utilizados foram os testes de Dickey-Fuller "aumentados" (ADF), Z_{α} de Phillips-Perron (PP) e de Kwiatkowski et al. (1992) (KPSS). Como se torna claro a partir do Quadro 4.1, os resultados dos testes¹¹ parecem consensuais, permitindo trabalhar com a hipótese

Quadro 4.1 – Testes de Raízes Unitárias

Variáveis	Comp.Det.	ADF(k)	PP(l)	KPSS
Taxa de Câmbio (T.C.) esc./libra	CT	-2.0.30(5)	-4.991(4)	0.176*
D T.C. escudo/libra	C	-3.305**(4)	-33.797** (5)	0.109
Txa de Câmbio escudo/dólar	CT	-2.428(3)	-5.854(3)	0.286**
D T.C. escudo/dólar	C	-5.128**(0)	-42.563** (3)	0.100
Preços relativos (P.r.) Portugal/RU	CT	-2.116(4)	-5.230(4)	0.193*
D P.r. Portugal/Reino Unido	C	-3.753**(3)	-58.858** (4)	0.099
Preços relativos Portugal/EUA	CT	-3.054(3)	-4.659(4)	0.318**
D P.r. Portugal/EUA	C	-3.187*(3)	-55.255** (3)	0.127

Notas: * estatística significativa a 5%; ** estatística significativa a 1%; C constante presente na equação de teste; CT constante e tendência presentes na equação de teste; k,l parâmetros de truncagem nos testes ADF e Phillips-Perron, respectivamente.

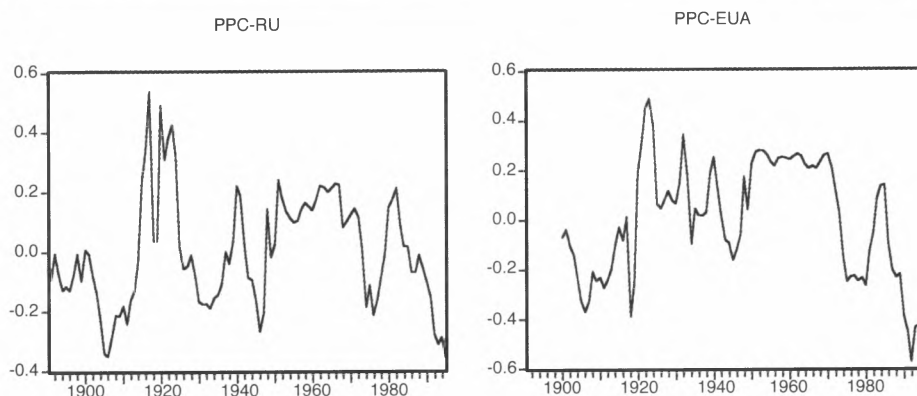
11 A selecção dos parâmetros de truncagem k e l foi efectuada com base no último desfazamento significativo



de que quer as taxas de câmbio nominais, quer os preços relativos se comportam como variáveis não estacionárias, integradas de ordem 1. Aplicados às séries diferenciadas, os testes confirmaram esta conclusão. Desta forma, faz sentido verificar a possibilidade de cointegração no modelo (20) para cada país. Obviamente, seria interessante testar também a possibilidade de existência de quebras nas séries individuais, mas tais procedimentos saem do âmbito deste survey e, portanto, da ilustração empírica aqui considerada.

Observando os testes “clássicos” de cointegração (sobre os resíduos da regressão estática estimada por OLS), apresentados no Quadro 4.2, já seria de esperar que a rejeição da hipótese de não cointegração dificilmente ocorresse, tendo em conta as suas propriedades perante possíveis alterações estruturais, tal como foi discutido anteriormente. De facto, a observação da Figura 2 (representando as estimativas dos erros de equilíbrio obtidas pelo método OLS) permite compreender a razão da não rejeição da hipótese de não cointegração, dado o comportamento aparentemente não-estacionário dos resíduos, provavelmente induzido pela existência de quebras estruturais.

Figura 2 – Resíduos da relação de PPC



Fazendo agora uso dos novos testes com hipótese nula de cointegração propostos na secção 3.3, os testes apresentados na segunda parte do Quadro 4.2 indicam que não é de rejeitar a hipótese de cointegração. Relembre-se que o teste $\text{Inf } L^0$ é robusto a eventuais quebras de estrutura, pelo menos no termo independente da regressão.

Quadro 4.2 – Testes de Cointegração					
H_0 : Não Cointegração			H_0 : Cointegração		
Testes	PPC-RU	PPC-EUA	Testes	PPC-RU	PPC-EUA
AEG(k)	-2.982(3)	-2.347(1)	Shin (L^0)	0.202	0.111
PO(l)	-18.565(3)	-9.932(4)	Inf L^0	0.052	0.012

Nota: Os valores críticos assintóticos a 10% e 5% são 0.231 e 0.314 para o teste de Shin, 0.062 e 0.076 para o teste Inf L, respectivamente.

num procedimento sequencial descendente (“downward t-testing”) e a partir da análise da função de autocorrelação e da função de autocorrelação parcial, seleccionando-se o último desfazamento com autocorrelação significativa.



Por outro lado, aplicando os testes de cointegração de Gregory-Hansen nas suas diferentes formulações, a evidência de cointegração é bastante forte para a PPC-RU, em especial na versão (N) do Quadro 4.3 (alteração no termo independente). Quanto à PPC-EUA, a evidência de cointegração é menos forte, embora se possa aceitar a sua existência em relação a (N) (o teste *Inf AEG* rejeita a nula de cointegração a 5% e o teste *Inf Z_t*, está muito próximo do valor crítico a 10%).

Quadro 4.3 – Testes de Cointegração de Gregory-Hansen

Teste	N		NT		R		RT	
	RU	EUA	RU	EUA	RU	EUA	RU	EUA
<i>Inf Z_t</i>	-5.11**	-4.43	-5.08*	-4.46	-4.95*	-4.42	-4.79	-4.63
<i>Inf Z_a</i>	-44.31*	-35.53	-44.18	-35.53	-39.87	-35.28	-39.85	-36.56
<i>Inf AEG</i>	-5.31**	-5.32**	-5.34*	-5.22*	-5.13*	-5.32*	-5.94	-5.04

Em resumo, e tendo em conta estes resultados, parece aceitável assumir a existência de cointegração, ou seja, a validade da PPC para a relação do escudo com a libra e o dólar americano. No entanto, os testes de Gregory-Hansen alertam para possibilidade das relações estudadas terem sido sujeitas a mudanças de estrutura, o que conduz à aplicação de testes de alteração de estrutura, como foi discutido na secção 3.

4.3 Vector de Cointegração e Alteração de Estrutura

No Quadro 4.4 apresentam-se os resultados da estimação OLS e FM-OLS (dado que parte dos testes foram derivados com base neste método), observando-se que as estimativas dos diferentes métodos são muito próximas entre si e estão razoavelmente de acordo com o resultado teórico de homogeneidade na relação (20)¹², pelo que a correcção feita pelo método FM-OLS é pouco significativa¹³.

Quadro 4.4 – Estimativas do Vector de Cointegração

Coeficientes (d.p. estimados)	PPC-RU		PPC-EUA	
	OLS	FM-OLS	OLS	FM-OLS
α	4.775 (0.023)	4.805 (0.045)	3.378 (0.026)	3.378 (0.133)
β	1.053 (0.016)	1.095 (0.029)	1.052 (0.017)	1.051 (0.089)

No que diz respeito aos resultados dos testes de instabilidade, apresentados no Quadro 4.5, existem alguns sinais de que as relações não são estáveis, o que não surpreende. De facto, e apesar dos testes *L*, *CUSUM* FM-OLS (e *mean-LM* para o caso dos EUA) não rejeitarem a estabilidade, os restantes testes indicam claramente problemas de instabilidade nos modelos, sobretudo para o modelo do RU. Em particular, as datas de quebra sugeridas pelo teste *sup*¹⁴

12 Um teste formal da hipótese $\beta = 1$ (os desvios-padrão estimados por FM-OLS serão assintoticamente normais) é rejeitado para o caso PPC-RU, mas não o é para o caso PPC-EUA.

13 A estimação da matriz de covariâncias foi efectuada através de um *kernel* espectral quadrático, previamente "branqueado" e com escolha automática (a partir dos dados) do parâmetro de amplitude da "janela" do *kernel* (veja-se Andrews e Monahan, 1992).

14 Usando diferentes conjuntos de truncagem, os resultados sofrem algumas modificações, quer em termos de data de quebra estimada, quer em termos da rejeição de H_0 . No entanto, optou-se por apresentar apenas os resultados com o conjunto de truncagem (0.15,0.85) normalmente utilizado na literatura.

são de 1897 para o caso do RU e de 1954 para o caso dos EUA. Observando os gráficos das séries e dos resíduos da regressão estática, pode-se inclusivamente suspeitar da existência de quebras múltiplas, embora essa questão não seja aqui tratada.



Quadro 4.5 – Testes de Instabilidade

	<i>Sup-LM</i>	<i>mean-LM</i>	<i>Exp-LM</i>	<i>L</i>	<i>CUSUM-FM</i>	\hat{m}
PPC-RU	20.4.622 (<0.01)	27.885 (<0.01)	98.660 (<0.01)	0.391 (0.08)	0.692	1897
PPC-EUA	18.912 (<0.01)	3.654 (0.116)	5.355 (<0.01)	0.386 (0.08)	0.403	1954

Nota: p-values assintóticos entre parêntesis; os valores críticos do teste CUSUM FM-OLS a 10% e 5% são 1.048 e 1.168, respectivamente; \hat{m} – data de quebra estimada.

O que se pode concluir com base nestes resultados é que a hipótese de cointegração convencional, “à Engle-Granger” (e em particular a assumida estabilidade de longo prazo da relação), é rejeitada pelos dados. Perante este facto, uma das soluções seria a de verificar se uma generalização da cointegração tradicional é aplicável neste caso, já que não é de excluir a hipótese de diversas quebras. No entanto, estas extensões estão fora do âmbito desta apresentação sucinta, que incide sobre testes de alterações de estrutura.

5. Notas Conclusivas

Apesar da simplicidade e do carácter ilustrativo desta abordagem, procurou-se mostrar que os procedimentos aqui discutidos podem ser úteis na reavaliação de alguns resultados obtidos recorrendo a técnicas convencionais, que assumem a invariância dos parâmetros do modelo. Embora não permitam conclusões definitivas, os resultados destes testes fornecem informação que de outra forma estaria dissimulada nos dados. Em particular, procurou-se ilustrar como o problema das alterações de estrutura e o emprego dos respectivos testes podem ser integrados na metodologia da análise de cointegração de séries económicas.

No que concerne ao exemplo aqui apresentado, o que se pode concluir é que a abordagem tradicional muito provavelmente não será suficiente para captar a complexidade dos problemas que se colocam na análise de relações de longo e de curto prazos. Isso pode significar que a relação não está bem especificada, sendo provavelmente necessário considerar a possibilidade de ter existido a omissão de algumas variáveis relevantes ou mesmo outro tipo de cointegração mais geral (por exemplo com dois ou mais “regimes” no vector de cointegração, ou até uma situação em que os elementos do vector de cointegração evoluem estocasticamente).

Assim, para uma perspectiva mais completa da questão, seria necessário posicionar estes procedimentos no contexto de uma estratégia de modelização mais genérica. Em especial, seria interessante estudar qual a melhor maneira de articular o uso destes testes com o passo seguinte, o da obtenção de modelos robustos a quebras de estrutura (isto é, bem especificados) ou o da construção de modelos que considerem explicitamente alterações estruturais. Existem já algumas ideias propostas na literatura, que deverão, no entanto, evoluir mais no futuro. Em trabalhos posteriores, dar-se-á conta da aplicação destes métodos ao caso empírico aqui tratado.

**Referências Bibliográficas**

- Andrews, Donald W. K. (1993) Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point, *Econometrica*, 61, 821-856.
- Andrews, Donald W. K.; Monahan, J. Christopher (1992) An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimator, *Econometrica* 60, 953-966.
- Andrews, Donald W. K.; Ploberger, Werner (1994) Optimal Tests when a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative, *Econometrica*, 62, 1383-1414.
- Andrews, Donald W. K. at al. (1996) Optimal Changepoint Tests for Normal Linear Regression, *Journal of Econometrics*, 70, 9-38.
- Brown, R. L. at al. (1975) Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time with Comments, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 37, 149-192.
- Campos, Julia at al. (1996) Cointegration Tests in the Presence of Structural Breaks, *Journal of Econometrics*, 70, 187-220.
- Chow, Gregory. C. (1960) Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions, *Econometrica*, 28, 591-605.
- Chu, Chia-Shang J.; White, Halbert (1992) A Direct Test for Changing Trend, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 289-299.
- Dufour, Jean-Marie (1982) Recursive Stability Analysis of Linear Regression Relationships, *Journal of Econometrics*, 19, 31-76.
- Engle, Richard F.; Granger, Clive W. J. (1987) Cointegration and Error Correction Representation, Estimation and Testing, *Econometrica*, 55, 251-276.
- Gregory, Allan W.; Hansen, Bruce E. (1996) Residual-based Tests for Cointegration in Models with Regime Shifts, *Journal of Econometrics*, 70, 99-126.
- Hamilton, James D. (1994) *Time Series Analysis*, Princeton, Princeton University Press.
- Hansen, Bruce E. (1992) Tests for Parameter Instability in Regressions with I(1) Processes, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 321-335.
- Hao, Kang (1996) Testing for Structural Change in Cointegrated Regression Models: Some Comparisons and Generalizations, *Econometric Reviews*, 15, 401-429.
- Inder, Brett; Hao, Kang (1996) Diagnostic Test for Structural Change in Cointegrated Regression Models, *Economics Letters*, 50, 179-187.
- Krämer, Walter at al. (1988) Testing for Structural Change in Dynamic Models, *Econometrica*, 56, 1355-1369.
- Kwiatkowski, Dennis at al. (1992) Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root, *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.
- Maddala, G. S.; Kim, In-Moo (1998) *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Mata, Eugénia; Valério, Nuno (1994) *História Económica de Portugal – Uma Perspectiva Global*, Lisboa, Editorial Presença.
- McCabe, Brendan; Tremayne, Andrew (1993) *Elements of Modern Asymptotic Theory with Statistical Applications*, Manchester, Manchester University Press.
- Neves, João César das (1994) *The Portuguese Economy: a Picture in Figures*, Lisboa, Universidade Católica Editora.
- Nyblom, Jukka (1989) Testing for the Constancy of Parameters Over Time, *Journal of the American Statistical Association*, 84, 223-230.

- Perron, Pierre (1989) The Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit Root Hypotheses, *Econometrica*, 57, 1361-1401.
- Ploberger, Werner et al (1989) A New Test for Structural Stability in the Linear Regression Model, *Journal of Econometrics*, 40, 307-318.
- Ploberger, Werner; Krämer, Walter (1992) The CUSUM Test with OLS Residuals, *Econometrica*, 60, 271-285.
- Ploberger, Werner; Krämer, Walter (1996) A trend-resistant Test for Structural Change based on OLS Residuals, *Journal of Econometrics*, 70, 175-185.
- Quandt, Richard E. (1960) Tests of the Hypothesis that a Linear Regression System Obeys Two Separate Regimes, *Journal of the American Statistical Association*, 55, 324-330.
- Rogoff, Kenneth (1996) The purchasing power parity puzzle, *Journal of Economic Literature*, 34, 647-668.
- Shin, Yongcheol (1994) A residual-based Test of the Null of Cointegration against the Alternative of No Cointegration, *Econometric Theory*, 10, 91-115.
- Siegel, J. J. (1992) The Real Rate of Interest from 1800-1990: the Study of the US and the UK, *Journal of Monetary Economics*, 53, 165-188.
- Zivot, Eric; Andrews, Donald W. K. (1992) Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit Root Hypotheses, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 251-270.

