Casa R
Gab.
Est.
Tab. 58
N.º 5

R
58
5

1.ª

(A)

PETRI NONII
SALACIENSIS DE ARTE ATQVE RATIONE NAVIGANDI *LIBRI DVO.*

EIVSDEM in theoricas Planetarum Georgij Purbachij annotationes, & in Problema mechanicum Aristotelis de motu nauigij ex remis annotatio vna.

EIVSDEM de erratis Orontij Finœi Liber vnus.

EIVSDEM de Crepusculis Lib. I. Cum libello Allacen de causis Crepusculorum.

BIBLIOTHECA DA UNIVERSIDADE COIMBRA 30770

CONIMBRICÆ,
In ædibus Antonij à Marijs, Vniuersitatis Typographi. Anno 1573.
Cum facultate Inquisitoris.

SEBASTIANO
PRIMO INVICTISSIMO REGI AC
DOMINO NOSTRO, *ANTONIUS MARIS*
TYPOGRAPHVS CONIMBRICENSIS, PERPETVAM OPTAT FOELICITATEM?

CVM in libros, de ratione nauigandi, præſtãtiſsimi viri Petri Nonij, incidiſſem, planè admiratus ſum, quantum licentiæ habeat noſtra audacia in clariſsimorum autorum opera. Erat ſanè liber adeo depraua-tus, vt certum naufragium facturus eſſet, qui ea ratione nauigaret. Deerant non pauca, alia fuerunt temere ſubſtituta, omnia ita ĩmutata, vt autor ipſe partũ non agnoſceret, imo iuſto dolore, cõmotus librum mendis vndiq; ſcatentẽ, infamaret, ac exponeret. Quo circa ne cõtĩgat, viros (quos rarò natura gignit, ad opera reipublicæ ſalutaria facienda) deterreri ab ſtudio edẽdi ea, quæ multis vigilijs & diuino prope cõſilio cõſecuti ſunt, timentes librariorũ inſcitia facilè corrũpi poſſe, & adulterari. In animũ induxi meũ, meis ſumptibus, prẽlo cõmittere idẽ opus, ab omnibus erroribus, vitijs, ac infamia vindicatũ & in priſtinũ decorẽ reſtitutũ; & quo maior acceſsio fieret, addendũ putaui eiuſdẽ autoris libros, de Erratis Orontij Finæi, & de crepuſculis iam olim apud nos editos, & ob eorũdem vtilitatẽ ac doctrinam nũc maxime deſyderatos. Qua in re nec diligentię, nec ſumptibus, in deliniandis figuris Geometricis, peperci, ſperãs fore, vt labor hic meus, bonis omnib⁹, non ſit ingratus. Cũ verò opus abſolutum videre & magno patrono opus eſſe, intelligerem: non multum dubitaui, quin celſitudini tuæ conſectarẽ: ſi enim aduerſariorũ potentia eſſet formidanda, quem te fortiorem vlla vnquam vidit ætas? ſi periti artis eiuſdem, de qua in libris agitur, audacia timenda eſt, quis te his artibus inſtructior? ſi deniq; merces aliqua huius laboris iure expectari debet, quis te magnificentior? Acceſsit autoris dignitas & excellentia inter omnes huius ætatis mathematicos. Cuius rei quando & admirabilis demonſtrandi facilitas & plena eruditionis opera, fidem non facerent, efficax argumentum eſſet, quòd patrui tui, huius regni principes (quibus nihil non magnũ placuit) eo præceptore vſi ſunt, & tu tandẽ, Rex inclyte, eiuſdẽ doctrinã probes, ac mathematica præcepta libenter audias. Quare nec defenſionẽ recuſare, nec laborẽ hunc meũ fruſtra ſuſceptũ arbitrari debes. Deus Optimus Maximus maieſtatem tuam diù in columem ſeruet. Conimbricæ Pridię idus Auguſti. anno à CHRISTO domino nato 1573.

PETRVS NONIVS SALACIENSIS AD LECTOREM.

DAVCVla quædam afferemus candide Lector de nauigandi ratione, quo facilius ea quæ in hoc Cõmentario continẽtur, percipere possis. Intelligamus igitur in sphæra cœlesti quatuor circulos maximos per punctum supra verticem venientes. Vnus eorum meridianus sit, alius verò verticalis, qui eum secat ad rectos angulos, & per puncta intersectionũ æquinoctialis & horizontis transit. His enim duobus circulis horizontis circumferentia in quadrantes diuiditur. Reliqui duo ij sunt, qui per medium secant ipsos quadrantes. Communes autem sectiones eorundem circulorum & plani horizontis, rectæ quædam lineæ sunt in centro coincidentes. Nautica verò arcus vbicunq; fuerit deportata cum sit horizonti æquidistãs, huiusmodi rectas lineas virtute magnetis repræsentat: & proinde eas horizontis partes ad quas ipsę tendunt. Hispani porrò eas lineas cõmuni nomine rumbos appellant. Cę terùm medianam proprio nomine rumbum dicunt Septentrionis & Austri, eam verò quę hác secat ad rectos angulos super ipso centro rumbum Lestis & Oëstis: Subsolanum enim dicũt Lestem, Fauonium verò Oëstem. Reliquarum verò duarum quę quadrantem Orientalem Borealemque, atq; oppositum bifariam secat, rumbus est Nordestis & Sudoëstis. Nordestem enim dicunt punctum medium inter Septentrionem & ortum Solis æquinoctialem, Sudoëstem verò punctum ei oppositum: sed quæ denique Occidẽtalem quadrantem Borealẽq;, atq; ei oppositum in duas ęquales partes diuidit, rumbus Noroëstis & Suëstis appellatur. Pręterea attendẽdum nobis est, quòd nautæ cũ è portu soluunt, ita cursum instituunt, vt continuis profectionibus acus nauticę adminiculo ad easdem horizõtis partes nauis prorá perpetuo intendant: quando autem oportet, ad aliam positionẽ diuertũt. A Leste enim in Oëstem nauigare dicuntur, qui dum prora nauis intenta est in Oestem, spatiũ aliquod conficiunt: & de alijs quoq; nauigationibus idem habendum est iudicium. Regulares autem definimus, non irregulares. Nam si nauis prora defixa sit

in Nordestem: ipsa tamen nauis propter aquarum decursus, aut ventorum impulsum, vel ob aliud quidpiam, per meridianum transuecta fuerit, neq; nauigasse dicetur ad Nordestem, neq; ad Septentrionē. Eas porrò curuas lineas, quas naues ad eum modum currendo in superficie maris describunt, rūbos etiam appellāt. Vt si (exempli gratia) sub meridiano ad alterum polorum nauigatum fuerit, descripta linea rūbus dicetur Septentrionis & Austri: sin autem ad punctum medium inter Septentrionem & ortum æquinoctialem, rūbus appellabitur Nordestis & Sudoēstis: & similiter in cæteris. Quarū quidem linearū aliæ circulares sunt, aliæ ex circularibus compositæ. Nam si ad alterū polorum sub vno itur meridiano, vel ab ortu æquinoctiali ad Occasum sub ipso circulo æquinoctiali: maximorum igitur circulorum circumferentias ita describi in terræ marisq; subiecto globo, negabit nemo: sed si aliter, descriptas lineas ex exiguis quibusdam segmentis maximorum quorundam circulorum cōpositas esse necesse est. Nauis enim eo modo super æquora constituta est, vt per dorsum carinamue, centro mūdi suo pondere innitatur. Quare si per ipsum dorsum à prora in puppim secundum nauis longitudinem planū venire intellexeris, huius itaq; plani & marini globi communis sectio maximus erit circulus in horizontem incidens, quemadmodū ex primo libro Geometriæ Theodosij manifestè liquet: & proinde nauis locus arculus quidam erit ipsius maximi circuli: nihil enim refert si in tanto circuitu latitudo aliqua reperiatur. Iam igitur si nauim vel vēto, vel remis è loco pellas, quo prora spectat, situm variari necesse est: propterea quòd muta to loco impares fiāt anguli positionū, triangulorum scientia id indicante. At qui supposuimus similem seruari situ inter nauigandum: igitur priusquam in ipsa positione inclinationeue notabilis differētia fiat, diuertit nauis à priori circulo in alium maximū: quapropter descripta linea non erit vna circularis, sed ex circularibus composita. Quoniā verò nautis per difficile erat, similes harū lineas in globis ducere, opus etiā impeditum: planā igitur quandā orbis descriptionem Mathematici excogitauerunt, nauigandi arti quam exercent non solū conuenientem, sed facillimā quoq;. In ea enim quęcunq; rectæ lineę pro rumbis positę eiusdem nominis: quoniā æquidistantes sunt, cū omni linea meridiana rumbo ue Septētriōis & Austri æquos angulos efficiūt. Idcirco similis notabitur situs velut in globo, quanquam à legitima planisphærij ratione haud parum deficere videatur, quemadmodū partim in hoc Cōmentario, partim in alijs quos fortasse è breui edemus, explicabitur à nobis

bis. Igitur quotiescunq; inter nauigandum in altũ prouecti quo in loco sint cognoscere cupiunt, id statim ex inuẽta altitudine poli, & qualitate itineris, idest ex cognito rumbo, quem sequuti sunt deprehendunt, vel ex sola itineris qualitate, & quantitate. Rumbũ enim acus nautica demonstrat: longitudinem verò confecti spatij quibusdam coniecturis expendunt. Interdũ etiam ignorata itineris qualitate, exipsius duntaxat quantitate deprehensa in primis altitudine poli, quo in loco sint cognoscunt. Enim verò in triangulo rectangulo præter angulum rectum quinq; sunt, tria videlicet latera cum duobus angulis acutis: ex ijs autem si duo quæuis cognita fuerint, reliqua tria innotescent: latitudinẽ portò radicalis loci vnde soluerunt, cognitam semper supponimus. Et quia huiusmodi triangula in ipso planisphærio, quo vtuntur, vel explicata reperiuntur, vel facilè describi possũt ductione æquidistantium: nil proptea opus habent Geometricæ artis peritia, sed solo circino singula:, & quęcunq; ex his volunt, experiuntur. Iam verò si sub vno meridiano nauigatio fit, aut sub vno parallelo, facillimum est eis situm loci, in quo sunt inuenire. Nam si sub vno eunt meridiano, distantiam à circulo æquinoctiali in primis inuentam in eodem supputãt meridiano versus mundi polum. At si sub vno parallelo versantur, confectum spatium æstimatione metiuntur: idipsum deinde in eodem supputant parallelo ab eo loco vndè soluerunt, & ad eam mundi plagã aut Orientalem, aut Occidentalem versus quam nauigarunt: ad finem enim eiusmodi distantiæ se receptos esse affirmant. Cæterùm quia omnes æquidistantes æquales faciunt, consequés est vtidem spatium tot gradus comprehendat in maiore circulo, quot in minore, quod est absurdum. Sed de his aliàs.

PRAECIPVAE SENTEN
ciæ prioris libri.

CIRCVLVS meridianꝰ via est Septẽtrionis & Austri, æquinoctialis verò via Lestis & Oëstis. Reliquæ autẽ viæ quas Hispani rumbos appellant, circuli non sunt, sed exiguis maximorum circulorum segmentis constant in Præfatione.

Quamuis circulus ille verticalis, quem recta linea Lestis & Oestis in plano horizontis repræsentat, per puncta ortus & occasus æquinoctialis veniat: non est tamen ob id ipsum suspicandum, vt qui sub ipso circulo globũ terræ marisq; circuiuerit, nauigasse dicatur ad Lestem, aut Oestem.

Quamuis nauis proram in ortum aut occasum æquinoctialem perpetuò dirigamus: fieri tamen non poterit, vt ad ipsa æquinoctialia pũcta vnquam perueniamus, sed potius eo modo nauigando, circulus quidam describatur æquinoctiali æquidistans.

Quando porrò ea arte nauigamus, per ambitus maximorum circulorum transuehimur, simul & currimus sub æquinoctialis parallelo: diuerticulis tamen quibusdam quæ sensum omnem effigiunt.

Præter æquinoctialem circulum, nullus alius ex æquidistantibus Lestis & Oestis via verè dici potest.

Quanta sit loci latitudo ostenditur, vbi Verticale sydus oritur ad Nordestem, occidit verò ad Noroestem.

Qui sub maximo circulo iter fecerit præter meridianum & æquinoctialem, necesse est vt sæpissimè viarum inclinationes commutet, propter variam atque inconstantem angulorum situs inæqualitatem à nouis meridianis sub ortam. Aliter enim fieri non poterit, vt directo itinere progrediatur.

Nautæ igitur cum ad eandem mundi partem perpetuò tendunt, simili seruato situ, directas vias percurrere non possunt.

Cur orbis loca perperàm posita sint in nautarum planisphærio?

PRÆCIPVAE SENTENTIAE
posterioris libri.

RECtilineum illud planisphærium, quo nostri nautæ vtuntur, tametsi veram orbis imaginem præbere non possit: arti tamen nauigãdi quam ipsi exercẽt, valde conueniens est.

VNum atque eundem Ptolemæum fuisse arbitror, qui vtrumque opus Astronomicum nẽpe & Geographicum composuit.

Eadem ipsa arte, qua nostri nautæ vtuntur, ad inueniendum quanta sit differentia inter meridianos duorum locorum, olim Ptolemæus vsus fuit.

Modus ille examinatur quo Ptolemæus vsus fuit, vt longitudinis differentiam inueniret inter Coruram & Palurã in pelago Indico.

Quoniam Ptolemæus locorum distantias in quauis inclinatione contrahit ad rectitudinem capiendam, consultius & cautius id facit, quàm nostri nautæ. Hi enim spatium, quod nauigando multis ambagibus conficiunt, in rectum producunt.

Adaucta ea linea quæ rectum subtendit angulum,

lum, necesse dst vt in eadem quoque ratione locorum latitudines atque longitudines vltra metam sint extensæ.

Cur nautæ interuallum ab Hispania in Indiã vltra proprios fines producunt?

Modus inueniendi locorum longitudines ex eclipsibus omnium certissimus.

Quonammodo locorum lõgitudines ex eclipsibus cognitæ in nautarũ planisphærio sint collocandæ.

Quánam arte ea loca collocanda sint in nautarum planisphærio, quæ sub vno parallelo nauigantibus offeruntur.

Meridianus norma quædam est aliarum positionum.

Non quæuis positio, inclinatioúe loci ad locũ, quæ in nautarum planisphærio explicata reperitur, pro vera accipienda est, sed ea dũtaxat sub qua ab vno ad alterum nauigatũ fuerit aliquando.

Nautæ sepissimè decipiuntur eas locorum positiones sequuti, quas marina charta ostendit, & quomodo causas ignorent.

Errant marinarum chartarum artifices, quod locorum longitudines ex ipsis chartis depromptas non alia arte in globo, quam stellas fixas collocant.

Littora maris Mediterranei in ipsa marina charta non veras habent altitudines poli: & vnde tantus error prouenerit.

Cur tantus appareat in marina charta Isthmus ille qui inter Mediterraneum & Arabicum sinum?

Descriptionis rectilinei planisphærij Ptolemæi emendatio, alterius etiam planisphærij facilior demonstratio.

Si supponamus in terrestri circuitu secundum maximum circulum Leucas Hispanicas esse 6000. Leuca vna vni Schoeno æqualis erit.

Sub eadem maximi circuli ad meridianum inclinatione non erit per omnem tractum atque in vniuersum eadem longitudinis differentia, neque eadem habebitur viatoria distantia inter duo data loca. Nam si primus locus ad secundum, & tertius ad quartum eãdem habuerint positionem: distantiæ tamen à manifesto polo inæquales fuerint, viatoriæ distantiæ & longitudinis differentiæ inter ipsa loca inæquales erunt, & reliqua huiusmodi.

Longitudinis differentia duorum locorum interdum in marina charta contrahitur: interdum verò producitur.

Longitudinis differentia duorum locorum, quomodo ex marina charta verè concludi possit.

Tabula inclinationis maximi circuli ad meridianum septem differentes positiones continens.

Quoniam nauis via præter meridianum & æquinoctialem angulosa est: idcirco incertum pro certo statuere interdum oportet & reliqua.

Non potest fieri reditus declinationis Solis ad eadem minuta: etiam adhibita æquatione.

Quomodo cognosci potest, quonam die Sol declinatione caret.

Ioannes Lucidus perperam Alphonsum reprehendit.

Ioannes de Monteregio à tẽporis spatio, quòd in tabulis Alphonsi inter Nabonasarum & Christum reperitur vnam detraxit diem, eandemq; ei spatio quod inter Christum & Autumnale æquinoctium à Ptolemæo obseruatum adiecit.

Fidem adhibendam non esse libello de Inerrãtium stellarum significationibus à Nicolao Leonico è Græco translato.

Pridie quàm Christus Redemptor orbis conciperetur fuit Vernum æquinoctium Romæ, celebrabatur tamen 25. die Martij iuxta Cæsaris institutum.

Obseruationes stellarum fixarum à Ioãne Vernero, Copernico, & Cardano eodem ferè tẽpore factæ, dissident inter se.

Alberti Pighij Campensis in Geometria error aperitur.

Alberti Pighij Sophisma quoddam circa declinationem ecliptícæ fixæ dissoluitur.

Marcum Beneuentanum, quoniam tantam putauit esse ecliptícæ fixæ declinationem, quantam Ptolemæus mobilis ecliptícæ declinationem inuenit, caput autem Arietis ecliptícæ nonæ anno 1519. in Grad. 28. minuto. 8. Piscium posuit, secum pugnare ostenditur.

Ioannis de Monteregio sententiam de æquinoctijs cur recipere nolimus.

Caput Arietis à quo in tabulis Alphonsi calculus motus astrorum initium sumit, sectionē Vernam esse.

Obseruatio à nobis facta Conimbricæ labente anno à Christo nato 1555. in æquinoctio Autumnali.

Deductio declinationis partium eclipticæ in vnum planum tradita à Vitruuio, & à nobis demonstrata.

Fabrica atque vsus cuiusdam circularis instrumenti, quo in plano horizontis iacente, Solis altitudines capiuntur.

Fabrica atque vsus Astronomici radij, & Ioannis Schoneri lapsus notatur.

Hieronymi Cardani error aperitur: qui putauit ex cognita proportione vmbræ ad gnomonem, cuiuscunque syderis, & quacunque hora altitudinem à centro terræ inueniri posse.

Hieronymus Cardanꝰ perperam Vitellionem reprehendit, in quo insigniter deceptus est: cum inquirit ad quantam altitudinem à terra vapores ascendere possint.

Arcus occultationis Solis in circulo altitudinis arcui distantiæ ipsius à puncto exortiuo æqualis esse non potest, nisi in ijs locis quæ sub æquinoctiali posita sunt: & quando Sol sub ipso circulo æquinoctiali decurrit.

Expositio cuiusdam loci obscuri septimo capite primi libri Geographiæ Ptol.

Declinationem polaris stellæ tempore Hipparchi repertam non conuenire cum calculo Ptolemæi de Motu fixorum syderum

Augustini Ricij argumentatio soluitur, qui putauit errasse Ptolemæum gradu vno, minutis sex in locis Solis & Lunæ & stellarum fixarum.

Hieronymus Cardanus inconsideratè in libello de Temporum restitutione asserit, inter duas obseruationes Ptolemæi Autumnalis æquinoctij octo præcisè solares annos intercessisse.

Canones, quibus nautæ ad inueniendum altitudinem poli vtuntur, per altitudinem polaris stellæ extra meridianum existentis, generales esse non possunt ad omnia climata.

Ad inueniendum altitudinem poli per meridianas Solis altitudines & stellarum fixarum recens canon noster.

Petri Appiani modus examinatur, quo in Cosmographia vsus est ad inueniendum altitudinem poli per horam cognitam.

Iacobi Ziegleri modus ad inueniendum altitudinem poli per distantiam Solis horizontalem à meridiano examinatur.

In omni loco posito inter æquinoctialem & circulum Caneri, quando Sol vicinior est polo mundi Arctico, quàm verticale punctum, gnomonum vmbræ citra miraculum retrocedunt.

Ex cognita poli eleuatione duorum locorum, & situ quem eorum distantia seruat ad alterum meridianum, non potest in vniuersum cognosci, quanta sit ipsa distantia, neque meridianorum differentia: quanquam hæc Ptolemæus iactet se inuenisse per organum Meteoroscopium, & Ioannes de Monteregio idem polliceatur problemate 46. tabulæ primi mobilis.

Cur per ea quæ vel Appianus cognita sumit, vel Zieglerus altitudo poli cognosci non possit.

Propositionem decimamtertiam primi libri Menelai de Triangulis sphæricis veram nō esse in vniuersum: quemadmodum ea proposita est.

Posteriorem partem octauæ propositionis capitis 14. primi libri Reuolutionum Nicolai Copernici, in quo de triangulis sphæricis agit, veram non esse.

Et quod vndecima propositione docet, error est.

Et similiter lapsus est ipse Copernicus propositione sexta de rectilineis triangulis.

Neque minus lapsus est in duodecima.

De varia Solis habitudine ad verticale punctū in differentibus locis terræ, ante meridiem, & post.

Ioannis Stofleri error ostenditur, qui putauit eo die quo Sol per Zenith eorum hominum trāsit, qui inter tropicos positi sunt, vmbram matutinam eosdem habere rectam in occasum Solis eiusdem paralleli proiectam: pomeridianam verò rectam in ortum ad horizontis punctum extendi, super quo Sol oriebatur.

Quomo-

Quomodo inueniatur altitudo poli per radios Solis, quando meridiani situs datur cognitus.

Quomodo inueniatur altitudo poli per radios Solis, etiam si meridiani situs ignoretur.

Quomodo inueniatur altitudo poli per radios Solis, situ meridiani & solis declinatione ignoratis.

Rursus quomodo Solis declinatione & meridiani situ ignoratis, altitudo poli inueniatur, idq; in plano vnius circuli.

Fabrica horologij horizontalis quo vtræq; Solis distantiæ à meridiano cognoscuntur, ea videlicet quæ per æquinoctialē, & illa quæ per horizontem.

Vmbram rectam, gnomonem & vmbram versam in continua proportione proportionales esse.

Romæ latitudo ex ratione vmbræ ad gnomonem, quam Vitruuius scribit, elicita, non conuenit cum ea quam per Astrolabiū Ioā nes de Monteregio inuenit.

De radijs solaribus quinam eorum sint æquidistantes, & quinam concurrant, & quinam æquidistantes appareant.

Eratosthenis obseruatio quam in Alexandria fecit ad inueniendum, quantus esset totus terreni globi circuitus examinatur.

Gnomonum vmbras æquidistantes non esse, sed apparere, & quorsum concurrant, ostenditur.

Data latitudine duorum locorum cum differē tia lōgitudinis, eorum intercapedo quomodo inueniatur multiplex modus.

Quomodo in superficie globi eæ lineæ duci deb eant, quas nostri nautæ rumbos appellant, similes ijs quas cum nauigamus, in superficie maris nauis suo cursu describit.

De habitudine ipsarum linearū tum inter se, tum ad mundi polos.

Vnius atq; eiusdem rumbi segmenta quam habitudinem inter se habeant.

De vsu illius globi, in quo eiusmodi descriptio facta fuerit.

In plobema mechanicum Aristotelis de Motu nauigij ex remis Annotatio vna.

PRAECIPVA EX IIS QVAE IN THEORICAS PLANETARVM Georgij Purbachij annotauimus.

SI arcus Zodiaci quem Sol apparenti motu in dato tẽpore percurrit, per æqualia sectus fuerit à linea mediæ longitudinis, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.

Quantouis temporis spatio dato, arcum zodiaci reperire quem Sol in tanto tempore apparenti motu percurrat, paresq; faciat in eodẽ tempore æqualem motum & apparentem.

Ioannis Baptistæ antiqui expositoris error aperitur, de loco maximæ æquationis centri Lunæ.

Punctum illud eccentrici Geometricè inuenitur, in quo maxima fit æquatio centri in ipsa Luna, & quantum ab auge distet ipsum punctum.

Quanta sit maxima centri æquatio numeris ostenditur: & quanta etiam sit distantia epicycli à centro mundi in eo situ.

Ioannis Baptistæ sententia de minutis proportionalibus refellitur.

Quando in vno atque eodem situ epicycli inæqualibus argumentis pares respondent æquationes, plus distat à fine argumenti maximæ æquationis illius situs finis argumenti minoris, quàm finis maioris.

In solo Marte axis orbis deferentis epicyclum axem zodiaci secat, non in Ioue, neque in Saturno. Contrarium docet Purbachius.

Maximæ æquationis centri in tribus planetis superioribus demõstratio, in qua error aperitur Erasmi Reinnoldi, & alterius etiam Erasmi, & antiqui expositoris.

Aequationes argumẽtorum in ipsis tribus planetis superioribus ad situm mediocris remotionis centri epicycli à terra supputatas esse: non autẽ ad medias longitudines à Georgio Purbachio definitas.

Inter situm augis & oppositi augis semel tantum centrum epicycli Veneris atque Sol in eodem loco zodiaci verè sunt secundum lõgitudinem, quando videlicet distantia centri epicycli à centro æquantis æqualis fuerit semidiametro deferentis.

Celerius moueri centrum epicycli Mercurij circa augem æquantis, videlicet super centro deferentis: tardius autem circa oppositum augis, demonstratur.

Aequationes argumentorum quæ in tabulis Mercurij scribuntur, sunt quæ contingunt dum centrum epicycli à centro mundi distat interuallo æquali semidiametro deferentis: sed huiusmodi distantia mediocris distantia centri epicycli à centro mundi dici non potest, nisi valde impropriè loquaris vt Georgius Purbachius.

Quanto arcus motus argumẽti vicinior fuerit opposito augis verè epicycli, tanto æquationem ipsius motus argumenti maiorem fieri.

Maior quantitas epicycli causa non est, vt stationum puncta viciniora sint opposito augis veræ, si cætera ponantur paria.

Fieri quidẽ potest, vt in minore epicyclo stationum puncta minus distent à perigæo ipsius epicycli, in maiore verò longius distẽt.

Tarditas motus argumenti, id est tardior motus planetæ in epicyclo verè causa est, vt pũcta stationum magis inuicem appropinquent.

Gebri & Ioannis de Monteregio argumentatio aduersus Ptolemæum soluitur, qua contẽdũt fieri posse vt in eisdem planetis ad inæquales à centro mundi remotiones æquales sint stationum arcus.

Discrimen quod notauit Erasmus Reinnoldus inter Mercurium & tres planetas superiores, atque Venerem, de proportionibus quæ relinquũtur, vt causas assignaret diuersitatis stationum atque retrogradationum ipsorum planetarum, sufficiens non est.

In motu verò Solis fit transitus à minori in maius, sed non per æqualia.

Arcus eclipticæ semicirculi ascendentis in climatibus Borealibus rectè descendere, ostenditur.

Quod Ioannes Baptista ait, Pisces & Arietem maximas habere descensiones in sphæra obliqua, allucinatio est.

Sunt quædam loca Borealia, in quibus rectius descendit Sagittarius quàm Aries.

Nisi tardior descensus maiorem postulauerit Solis occultationem, quanquâ longius intra noctem terminetur: causa non erit, vt Luna post coitum citius appareat. Contingit enim æquales zodiaci arcus inæquales habere descensus. Cæterùm maiori descensui minorem occultationem respondere.

Nonagesimum gradum ecliptice ab ascendente in circulo maximo semper esse per zenith & ecliptice polos veniente, demonstratur.

Tantam esse distantiam inter nonagesimum gradum ecliptice ab ascendente & meridianum, secundū diuisiones horizontis, quanta est amplitudo ortus ascendentis, demonstratur.

Lucida enarratio Theoricæ latitudinis triū planetarum superiorum.

AEquationes motus accessus & recessus octauæ sphæræ inæqualibus crementis crescunt.

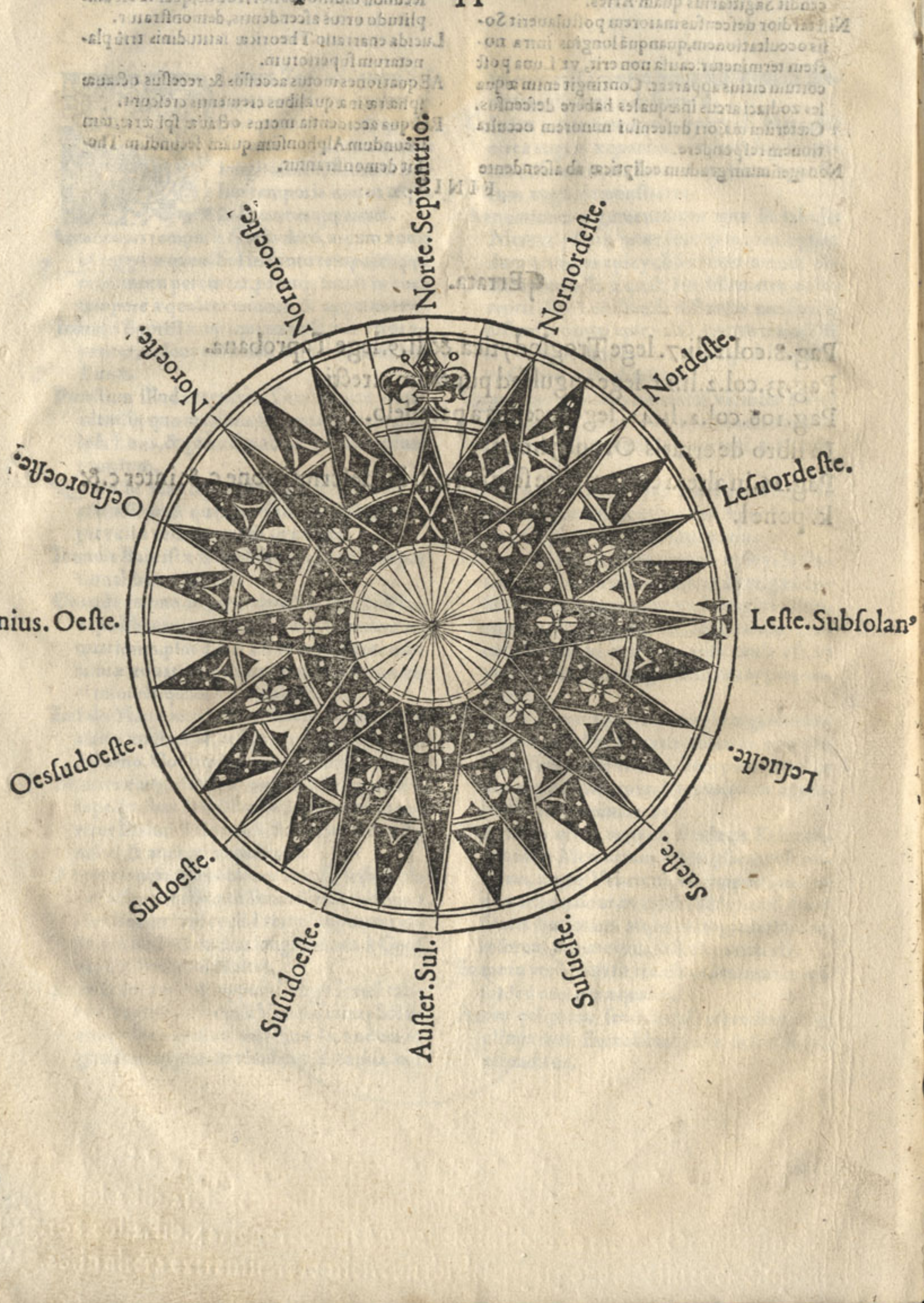
Reliqua accidentia motus octauæ sphæræ, tam secundum Alphonsum quàm secundum Thebit demonstrantur.

FINIS.

¶Errata.

Pag.8.col.2.li.7. lege Troglodytica.& li.9.lege Taprobana.
Pag.33.col.2.li.21. lege anguli ad punctum e.recti.
Pag.106.col.2. li.42. lege recessus à parallelo.
In libro de erratis Orontij finæi.
Pag.26.in altera extremitate semicirculi ibi descripti pone c.& inter c.& k. pone l.

Figura nautici instrumenti, quod Hispani acum appellant.



ARGVMENTVM PRIORIS LIBRI.

PRæclarus vir Martinus Alphonſus à Soſa anno ſalutis 1530. iuſſu regis noſtri inuictiſsimi cum claſſe quadam verſus occaſum ſolis hyemalem nauigauit, ad ırgẽteum fluuium. Rediẽs autem in Luſitaniã tertio ſuæ nauigationis anno, retulit mihi quàm accuratè, quamqùe diligenter locorũ ſitus perueſtigarat, cæterũm nõnulla reperiſſe, quæ illi fuerant admirationi. Primũm ſe in diebus æquinoctij ſolem obſeruaſſe in exortu, atq; in occaſu, inſpexiſſeq; ad Leſtem exoriri, occidere verò ad Oeſtẽ. Interrogauit igitur atq; efflagitauit à me, cur quandiũ inter nauigandum curſum tenemus ad Leſtem, ſub vno atq; eodem verſamur parallelo, ad æquinoctialem verò circulum peruenire nũ quam poſſumus, in quem ita nauigando prorã nauis perpetuò intendimus? Aiebat præterea ſe peruenitſe ad latitudinem auſtralem graduum 35. cum ſol principium Capricorni teneret, eũq; orientem vidiſſe ipſa die brumæ ad Sueſtem cum quarta Leſtis, occidentem uerò ad Sudoëſtem cum quarta Oëſtis, cuius quidem rei cauſam ignorare fatebatur. Nam talis deberet eſſe exortus in regionibus Auſtralibus, cum per auſtralia ſigna ſol incedit, qualis in borealibus cũ per borealia, at ſub latitudine boreali graduum 35. cum eſt in initio Cancri oritur ad Nordeſtẽ cum quarta Leſtis. in latitudine igitur auſtrali eorundem graduum 35. cum eſt in initio Capricorni, ſimiliter exoriri deberet ad Nordeſtem cum quarta Leſtis. Hæc igitur cur ita fierent, ſciſcitabatur à nobis, cauſas tunc illi tradidimus coràm vt potuimus, ſcriptis deinde mandauimus annis ab hinc triginta, commentario vno edito de ea re Luſitano ſermone, quem denique hoc tempore, vt non ſolum à Luſitanis, ſed etiam ab alijs hominibus legi, atq; intelligi poſsit, in Latinum vertere voluimus.

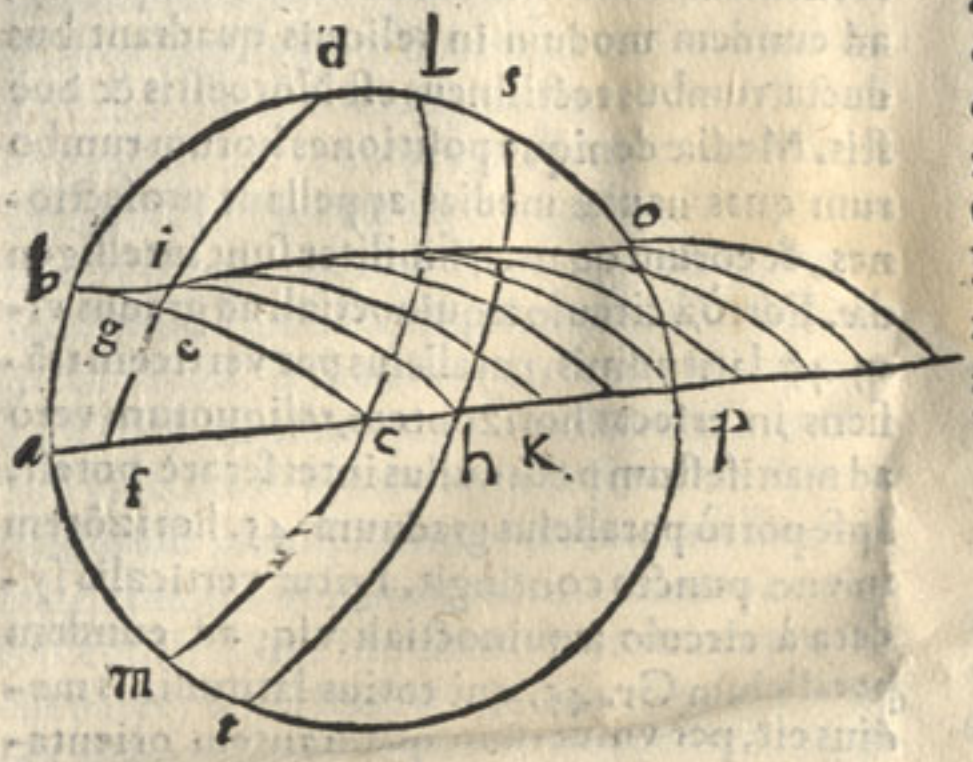
¶ DE DVOBVS PROBLEmatis circa nauigandi artem Petri Nonij Salacienſis, Liber vnus.

DE PRINCIPIO igitur ita rem ſe habere in vniuerſum, quemadmodum quibuſdam in locis Martinus Alphonſus ſe deprehendiſſe ait, accipiamus oportet. Vbicunque nempe ſimus exoriri ſolem ad Leſtem, occidere autem ad Oeſtem, cũ æquinoctialia punctæ ingreditur. Ducta enim per horizontis cẽtrum recta linea meridiana, velut docuit Vitruuius, ſi ſuper ea ab ipſo centro in eodem plano rectam lineam ad rectos angulos excitaueris, ipſe circulus horizontis his duabus rectis lineis in quadrantes diuiſus erit. Quarum prior quæ meridiana eſt, rumbus eſt Septentrionis & Auſtri, poſterior verò rumbus Leſtis atq; Oëſtis Hiſpanicè dici ſolet. Hoc autem repræſentat nauticum illud inſtrumentum, quod vulgò acum appellant, & quæuis eius imago in nautarum planiſphærio depicta. Quoniamverò ex circulis parallelis ſolus æquinoctialis eſt, qui vnà cum meridiano horizontem in quadrantes ſecare poſsit, quod accidere neceſſe eſt ijs circulis qui à Leſte in Oeſtẽ producuntur, nullus idcirco præter æquatorem parallelus Leſtis & Oëſtis rumbus eſſe poteſt. Sed circulum quendam maximum cœleſtis ſphæræ intelligemus, meridianum in verticali puncto ad rectos angulos ſecantem, & per horizontis atque æquinoctialis interſectiones venientem, quæ ortus & occaſus æquinoctiales dicuntur. Erit profectò recta illa linea Leſtis & Oëſtis communis ſectio plani huius verticalis circuli atq; plani horizontis: quod ex vndecimo libro elementorum Euclidis faciſe poteſt oſtendi. Si quis igitur eandem Leſtis & Oeſtis lineã ſequutus fuerit, quandiu rectà proceſſerit, tandiu in ipſo verticali circulo erit ortus atq; occaſus æquinoctialis: vertex etiam ſub eiuſdem circuli circumferentia verſabitur. Quòd ſi de vero illo horizonte ageremus, qui ex maximis circulis ſphæræ eſt, vnam tantum rectam lineã Leſtis atq; Oëſtis affirmaremus eſſe, eamq; recto horizonti communem, in qua certè communis ſectio fit omnium horizontum cum verticalibus. Cæterũm eſt alius horizon qui à nobis vſurpatur, per ſuperficiem terræ tranſiens, non per centrum, vero illi centraliqùe horizõti parallelus, ab eoqùe parum diſtans, quippe

qui cœli ferè dimidium nobis ostendat. In huiusmodi itaq; horizonte habet vnusquisq; locus propriam sibi peculiaremq; Lestis & Oëstis lineam, in ortum atq; occasum Solis æquinoctialem vtrinq; productam.

Sed quamuis prædictus circulus maximus verticalisq; quem Lestis & Oestis linea repræsentat, in ortum tẽdat æquinoctialem, adeò vt qui sub eo terræ marisq; globum circuiuerit, ipsum punctum exortiuum vertice suo pertingat: non est tamen ob idipsum suspicandum, vt qui ad eum modum illuc transuectus fuerit, nauigasse dicatur ad Lestem. Nam cũ longiusculum spatium confecerit, nauis proram aliò tendere videbit, non in Lestem. Quapropter gubernator clauum tenens, tametsi causam ignoret, cum sub vno parallelo in plagam orientalem contendit, rectæ nauigationi prospiciẽs statim à principio eum præcauet errorẽ. Enim verò si nauigando nauis proram intenderemus in Lestem, tum verò gubernaculum ita cõstringeremus, illigaremusq;, vt nihil vacillare posset, mari autem trãquillo placidoq; vteremur, ventus insuper secundus ad nostrum flaret arbitrium, qui quò prora tendit eo aspiraret, si ad eum, inquam, modum cursum teneremus, & aliquanto iam spatio confecto in acum nauticã respiceremus, nauis proram aliorsum inclinatã esse comperiremus, alioq; tendere, non in Lestem. Causa est quòd in eo loco de quo proficiscimur, meridianus cum verticali rectos efficit angulos. Cæterùm vt ab eo discedimus, sub ipso verticali perducti, in nouum protinus horizontem, nouumq; incidimus meridianum. Nouus itaq; meridianus cum verticali prioris loci pares angulos non efficit, velut antea, sed poti⁹ impares. Quorum alter exterior est in sphærico quodam triangulo ex ipsis meridianis & eodem verticali constituto positionis angulus situsue à Geographis appellatus: alter verò interior est ei oppositus qui ad verticem prioris loci, quò nam tenderemus indicabat. Quoties autem circulus maximus sub quo ducimur, alius est quàm æquinoctialis, ipse exterior angulus interiori opposito est inæqualis: interdum maior, interdum minor, iuxta variam cognominationem aut borealẽ, aut australem partium orbis, ad quas, & per quas sub ipsis maximis circulis ducimur. Ita enim res se habet in his trianguli s, quanquam in rectilineis exterior interiori opposito semper sit maior. Sed redeamus ad institutum. Si itaque ad eum modum nãuigatum fuisset, errore deprehenso, opus esset emendatione, rursusq; ad prioris latitudinis parallelum reuocato cursu regredi oporteret. Cæterùm non ita nauigare consueuit qui in Lestem intendit, sed oculis in acum nauticam defixis, ita temonem mouet, regitque semper, ita denique cursum instituit, vt nauis prora eò tendat, quò Lestis linea. Sic igitur errorem præcauet, vitatq;, vt in latitudine nullus sit lapsus, aut inperceptibilis. Nauis itaq; prora in ortum æquinoctialem semper est intenta, qui à verticali puncto partibus distat nonaginta, sed ad ipsum æquinoctialis punctum peruenire nunquam potest. Quinimo sub vno atque eodem versatur parallelo, quod dignum videtur admiratione. Porrò cum ad eum modum omnia loca perlustremus, quæ sub eodem posita sunt parallelo, ipsos propterea parallelos receptum est à Leste in Oestem produci, sed non verè. Nullus enim præter æquinoctialem, rumbus aliquis esse potest eorum qui in acu nautica vel iam sunt expressi, vel in ea intelligi possunt. Sed est nihilominus à quouis loco ad quemuis locum æqualis altitudinis poli propria quædam ac certissima via, qua iter faciendum erit, sine ijs dispendijs, quæ necessario faciunt, qui per circulum parallelum ducuntur. Est insuper alia commoditas in huiusmodi profectione, nempe quod possimus omni die certissimo calculo confectum spatium peruestigare, & quo in loco simus planè cognoscere. Quod nullo modo consequi possunt qui à Leste in Oestem nauigando, perplexè admodum, anxieque sub parallelo versantur. Et proinde longitudinis locorum cognitio, quæ quidem inuentu difficillima est, quod ad nauigationem attinet, magna ex parte superuacanea erit.

Ad demonstrationem verò supradictorum circulus d a p, meridianus intelligatur eius loci qui verticem habet ad b, horizon sit l c m. Aequinoctialis a c p, verticalis quadrans b c, angulus igitur qui ad b, rectus est, cui in horizonte respondet quadrans c m., velut etiam in ipsa nautica acu quæ horizontem repræsentat, recta linea Lestis & Oëstis atque meridiana vnum quadrantem suscipiunt. Quapropter si solueremus è loco b, ad Lestem nauigaturi, nauis proram vnà cum Lestis linea dirigeremus ad c, exortum Solis æquinoctialem. Tum verò si vel ven-



to, vel remis impellentibus, per ipsum verticalem transueheremur ad e, iam in ipso loco e, in aliam mundi partem nauis proram inclinatã, non in Lestem, acus nautica indicaret. Nouus siquidem notaretur meridianus d e f, qui cum circulo b e c, angulum situs efficeret f e c, recto minorem: aliaq; haberetur latitudo priore minor, cum sit arcus e f, minor ipso a b, quemadmodum alibi demonstratum est. At quoniam cursus ad Lestem institutus est, fieri non poterit vt ita nauigando excurramus in e, sed labimur in g. in quo loco latitudo minor est priore insensibiliter: recessus etiam proræ nauis à recta linea Lestis & Oëstis est imperceptibilis, statim enim à principio nauim flectentes in Lestem errorem nota dignum præcauemus. Ab ipso autem g, cursum dirigimus ad i, intentaq; semper propra in Lestem per quadrantem currimus g i h, in horizonte s h t, in quo punctũ h, est ortus æquinoctialis, ad quod linea Lestis & Oëstis vergit. Variatis enim horizonte atque meridiano pũctum exortiuum variari necesse est. At in ipso g i h, parum progressi, confestim transuolamus in alium verticalem per K, ductum, & ab eo rursus in alium incidimus. Totiesq; per varios verticales nouos subimus horizontes, nouosq; meridianos, nihil vnquam quod sensui pateat, à Leste recedentes, donec appellimus ad o, cuius loci latitudo æqualis est priori. Per ambitus igitur maximorum circulorum transuehimur, simul & currimus sub parallelo, diuerticulis quibusdã quæ sensum omnem effugiunt. Quod autem videamur sub parallelo examussim versatos esse, causam esse puto, quòd hi circuli verticales per quos ducimur, meridianos secant ad rectos angulos ad ea puncta, in quibus parallelum contingunt. In vicinis igitur punctis recessus ab eo admodum est exiguus: rectus enim ferè incidit verticalis in propinquos meridianos circa idem punctum contactus. Quare non protinus si currimus per verticalem, à parallelo discedimus sensibili differentia. Ita fit vt cum initium signi Cancri ab Aequatore declinet gradibus viginti tribus cum semisse, quintus tamen aut sextus gradus eiusdem signi, ijsq; compares ad Geminorum finem, declinationem habeant sex tantum aut septem primis minutis ipsa maxima declinatione minorem: atq; id puto per magni momenti esse ad hunc nodum explicandum. Est adhuc alia ratio, quòd circulus tangit circulum in puncto tantum, quãdo citra latitudinem intelliguntur. Sed circuli illi per quos ducimur latitudine non carẽt: quapropter ipsorum contactus in quodam diuisibili erit, non in puncto. Et proinde cum per maximos traducimur circulos, quodam modo minorem transcurrimus. Sic igitur puto priorem interrogationem dissoluisse. Tantum verò ad ampliorem explicationem id in memoriã reuocemus oportet, quod inter omnes constare puto, nempe neminem esse adeò insciũm, adeoq; literarum expertem qui non norit, æquinoctij tempore cum videlicet Sol æquinoctialem circulum percurrit, sexta hora antemeridiana oriri, sextaq; occidere pomeridiana. Atqui in horizontalibus horologijs linea horæ sextæ quæ Lestis & Oëstis est meridianam secat ad rectos angulos. Idcirco velut principio statueramus, dubium non est quin Sol oriatur ad Lestem, occidat verò ad Oëstem, cum æquinoctialem circulum percurrit. Vt posteriorem verò diluamus ambiguitatem, illud idem quod superius explicare cœpimus, quali nempe via ducantur qui parallelum transcurrunt, expediamus oportet. Aduertendum igitur censeo, quod quanquam parallelus omnis rectos angulos efficiat cum omni meridiano, quod etiam accidere necesse est ijs rumbis qui à Leste in Oëstem producuntur, nullus tamen parallelus præter Aequatorem rumbus Lestis & Oëstis dicetur esse. Non deerunt fortasse qui suspicentur huiusce rei causam esse angulorum inæqualitatem. Cum enim Solstitiorum colurus, qui officio & ipse fungitur meridiani, à polis veniat æquinoctialis, à polis etiam zodiaci, rectos

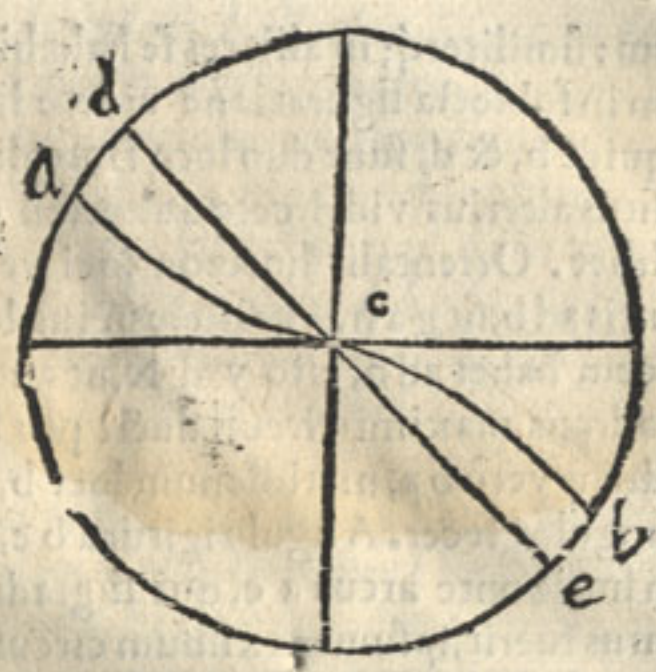
angulos efficit cum circulo Cancri,&vnà cum ecliptico ad vnum idemq; punctum. Nil igitur mirum si Sophistica quadam ratione inducti rectum angulum putauerint recti anguli partem esse, & proinde minorem. At non est ita. Nam omnes recti anguli æquales inuicem sunt, siue fiant ex concursu maximorum circulorum cum maximis, siue cum minoribus, quemadmodum alibi demonstratum est à nobis. Pro certo autem credendum est nullum parallelum præter Aequatorem rumbum esse Lestis & Oëstis,neq; quēquam alium,eorum omnium quos acus nautica vel iam ostēdit, vel adhuc in ea intelligi possunt. Causam porrò & rationem tunc attinges,cum inspexeris rumbos omnes rectilineos itinerum demonstratores p centrum horizontis duci, communesq; sectiones esse maximorum quorundam circulorum, &plani horizontis,cuius quidem acus nautica (velut superius diximus)figura est. Cum igitur paralleli omnes (excepto Aequatore) circuli minores existant, ipsum idcirco horizontem si qui secant, per inæqualia secabunt, & præter commune cētrum horizontis & ipsius acus, & proinde nullo modo fieri poterit vt alicuius rumbi officio fungantur, quemadmodū in subiecta apparet figuratione. In qua quidē circulus a b c d, tam horizontem quàm acum nauticam repræsentat: recta verò a c, communis sectio est meridiani &horizontis,rumbusq; rectilineus est Septentrionis & Austri, recta

autem b d,communis sectio horizontis & eius verticalis qui ad meridianum rect⁹ est,& proinde rectilineus rumbus dicetur esse Lestis atq; Oëstis,recta verò f g communis sectio est horizontis & eius verticalis, quiquadrantes ad, & b c,per medium secat, rumbusq; appellatur rectilineus Nordestis & Sudoëstis, reliqua h y, ad eundem modum in reliquis quadrantibus ducta rumbus rectilineus est Noroëstis & Suëstis. Mediæ denique positiones horum rumborum quas nautæ medias appellant profectiones,& eorum quartæ, similiter sunt intelligendæ. Porrò à circulo æquinoctiali ad gradus vsq; 45. latitudinis, parallelus per verticem trāsiens intersecat horizontem,reliquorum verò ad manifestum polū nullus intersecare potest. Ipse porrò parallelus graduum 45. horizōtem in vno puncto contingit. Igitur verticalia sydera à circulo æquinoctiali vsq; ad eundem parallelum Gr. 45. qui totius latitudinis medius est, per vniuersum quadrantem orientalem a d,ortum habent. Secat autem parallelus horizontem super recta linea f h,id est,verticale sydus oritur ad f, occidit verò ad h, in eo loco in quo quadratum sinus recti altitudinis poli dimidium est quadrati sinus recti altitudinis Aequatoris. Quapropter numerorum proportionalium adminiculo ipsa loci latitudo innotescet. Geometricæ autem sic. Recta linea h f,producatur vsque ad m, vt fiat K m, æqualis circuli a b c d,semidiametro: præterea à centro e, ad m, recta ducatur e m,quæ circūferentiam secet in l. Erit igitur arcus d l, latitudo loci in quo id accidit: sydus nempe verticale orietur ad Nordestē, occidet verò ad Noroestem, vbi distantia verticis ab æquinoctiali æqualis fuerit ipsi arcui d l.

Fatemur equidem quæuis duo loca orbis certam quādam ad se inuicem habitudinem situs habere,quæ euntibus ab vno ad alterum obseruanda erit, quod etiam commune est ijs quæ sub vno posita sunt parallelo. Cęterùm eiusmodi via circulo aliquo ex minoribus diffinienda non erit, sed potius maximo quodam, qui per duo concepta loca vel ea arte ducendus erit qua vsus est Theodosius, vel alia quapiam faciliore. Arcus autem ipsius maximi circuli inter eadem loca comprehensus,minor est eo paralleli arcu, qui eisdem duobus locis interiacet, quemadmodum euidenti ac necessaria ratione ex Geometricis principijs cōcludi potest. Hęc igitur accedit commoditas, quòd per eum proficiscentibus breuior via ac compendiaria sit. At oportere sciat qui eam ingressus fuerit,non semel tantum, sed sæpissime rumbos commutet: idq; propter variam atq; inconstantem angulorum situs inæqualitatem à nouis meri-

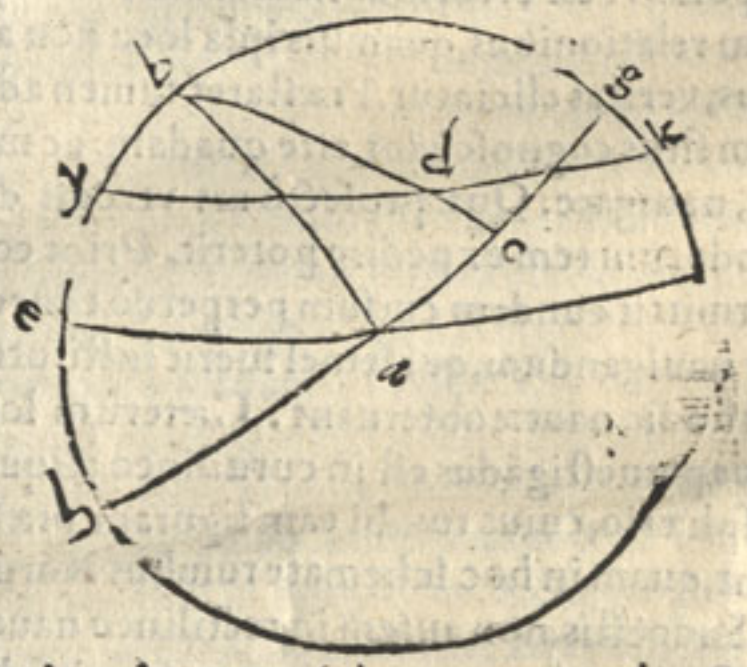
dia

dianis ſubortam. Cuius quidem rei ſubtilis admodum eſt inueſtigatio, atq; in eo conſiſtit, vt ſcilicet intelligamus quantum creſcant, aut decreſcant huiuſmodi anguli per eum tractum. Quicunq; autem ita progreſſus fuerit, rectà ducetur. Neq; fieri poterit vt quiſquam directo itinere progrediatur, ſi vnum atq; eundem rũbum præter meridianum & æquinoctialẽ, perpetuò ſequutus fuerit. Quin oportebit toties eum commutare, quoties directus curſus poſtulare videbitur. Quæ cum ita ſint, cur igitur nautarum planiſphærium tortuoſas illas fractasq; rumborum lineas rectas oſtentat? easq; ſub æquali ſitu? Hæc enim (velut ex ſupradictis patet) ſimul ſtare nõ poſſunt. Nautæ enim tali arte nauim detorquent, atq; deflectunt, vt perpetuò eam cogant vnà cum ipſa acu, eoſdem angulos efficere cũ recta linea Septentrionis & Auſtri. Neq; aduertunt rectas quaſcunq; lineas eius planiſpherij, quo vtuntur ſectiones communes eſſe maximorum circulorum horizontum. At cum ad eandem mundi partem perpetuo tendant, ſimili ſeruato ſitu, fieri nullo modo poteſt vt directas vias percurrãt. Sed ipſi nihilomin⁹ eiſdem rectislineis adhibito calculo, locorũ ſitus perinde quæritant, ac ſi directum curſum tenuiſſent. Ita fit vt orbis loca perperam poſita ſint in ipſo planiſphærio. Quin aſſeuerare audeo nullum eorum iuſta longitudine conſtitutum eſſe, errorem verò non eſſe exiguum, ſed notabilem. Ea tamen ſemper excipio, quæ nauigantibus à Septentrione in Auſtrum, aut è contrario ab Auſtro in Septentrionem obuia fuere. Quod autem attinet ad decurſi ſpatij longitudinem, propter itinerum obliquitates, atq; anfractus, longius quàm putent progrediuntur, præſertim vbi locorum intercapedo magna eſt, & rumbus ille curuilineus angulоſior fuerit, quẽadmodũ in ſubiecto ſchemate intueri licet. Quoties verò ignorata altitudine poli, ex explorata itinerũ dimenſione locorum ſitus perquirunt, longitudinem propterea vltra metam extendunt, quoniam id quod natura flexuoſum eſt, atq; obliquum, in rectum proijciunt. Sed ſi ex deprehẽſa altitudine poli quam rarò exquiſitã habent, quo in loco ſint expendant, lõgitudinem plus iuſto interdum producunt, interdum contrahunt. Rumbus Nordeſtis & Sudoëſtis quem putant ſequutos fuiſſe, eſt in hac figura linea d c e, cæterum deſcribunt a c b, quæ neq; recta eſt, neque vnà circularis. Quiſquis itaq; hæc



inſpexerit, expenderitq;, facilè concipiet fieri poſſe, vt ex erroribus nautarum, falſisq; eorum relationibus, quamuis ipſa loca non adeamus, veritas eliciatur. Præſtaret tamen ad locorum ſitus cognoſcẽdos, arte quadam, ac methodo, nauigare. Quæ profectò ars vtrouis duorũ modorum rem expedire poterit. Prior eorum permittit eundem curſum perpetuò teneri inter nauigandum, qui ſemel fuerit inſtitutus, velut hodie nautæ obſeruant. Cæterùm locorũ ſitus perueſtigãdus eſt in curuilineo aliquo planiſphærio, cuius rumbi eam figuram præſeferant, quam in hoc ſchemate rumbus Nordeſtis & Sudoëſtis, non autem in rectilineo nautarũ. Poſterior admonet maximum ſequi ſphæræ circulum, ea curſuum varietate, quam mutatio exigit meridianorum. Et proinde locorum ſitus inquirendus erit in ipſis maximis circulis, aut in rectilineo aliquo planiſphærio, quod eoſdem maximos circulos aliter repræſentet, quàm vulgatũ illud idem nautarum. In quo tametſi rectilinei rumbi ſectiones communes ponantur eſſe maximorũ circulorũ verticalium & plani horizontis, non poterunt tamen huic negotio inſeruire, propterea quòd ob eorũ æqui diſtãtiã pares angulos perpetuò cũ meridianis efficiũt. Quanquam verò globus, vt decet, deliniatus ſit quouis planiſphærio vtriq; modo accõmodatior, priorẽ nihilominus exequi poſſemus, ipſo nautarũ rectilineo aliquatenus immutato. Sed vnde digreſſi ſum⁹ reuertamur. Quotieſcũq; igitur quos nã ſit⁹ duo data loca ĩter ſe inuicẽ habeãt, cognoſcere operæ prętiũ fuerit, maxim⁹ circul⁹ p ambo ducẽd⁹ erit. Arc⁹ enĩ horizõtis prioris loci ipſo maximo circulo & æquinoctiali cõprehẽſus, quó nã poſterior vergat ĩdicabit. Vt ſi, exẽpli gratia, ipſe arc⁹ horizõtis grad⁹ habuerit 45. oriẽtalis atq; Borealis quadrãtis, diſtabit poſterior loc⁹ à priori ad nor

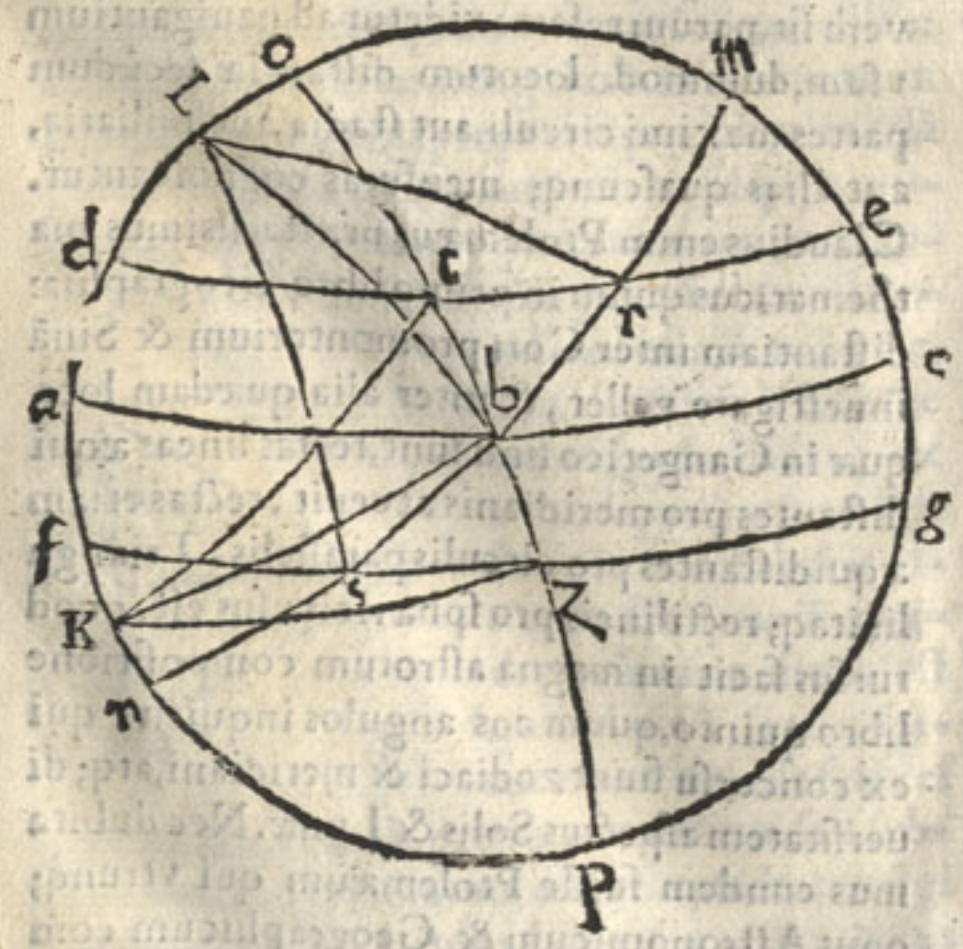
deſtem: ſimiliterq́; in alijs res ſe habebit. Hoc autem in ſubiecta figuratione videre licet: in qua quidē b, & d, ſunt duo loca Borealia quorum ſitus alterius videlicet ad alterum cognoſcere libet. Orientalis horizon loci verticem habentis ad b, ſit g a h. Parallelus eius loci qui verticem habet ad d, eſto y d K, ſit autem b d c, quadrans maximi circuli ducti per b, & d. Quadrans verò b a, meridianum loci b, ad rectos angulos ſecet. Angulo igitur a b c, reſpondet in horizonte arcus a c, qui ſi graduū 45. inuentus fuerit, ipſum maximum circulum ductum per b, & d, à Sudoëſte in Nordeſtem venire pronuntiabimus. Hinc manifeſtum eſt



quòd trium locorum ſub vno atq; eodem parallelo poſitorum, primus ad medium alium ſitum habet quàm ad poſtremum: adeò vt eorum vnuſquiſq; ad quemuis alium diuerſam habeat habitudinem poſitionis. Quòd enim quando à Leſte in Oeſtem nauigamus, ea omnia perluſtremus, eſt de hoc alia ratio à nobis iam explicata. Quæcunq; igitur loca poſita ſunt in b c, vergunt ad Nordeſtem, & quæcūq; in alio quadrante qui eſt ante b, conſtituta ſunt, vergunt ad Sudoëſtem, omnia namq; cōferuntur cū b. Cæterùm ſi recurrendo ſitum loci b, velis referre ad d, ſcito ipſum b, ad Sudoëſtem non vergere, ſed multo aliam inclinationem habere inter Nordeſtem & Septentrionem, ſiquidem poſuimus Borealiorem eſſe b quàm d. At ſi poſueris æquales habere altitudines poli, quoniam d, collatus ad b, vergit ad Nordeſtem, b, igitur relatus ad d, verget ad Noroëſtem. Sed ſi ponamus d Borealiorē, & diſtare nihilominus à loco b, verſus Nordeſtem, poterit profectò hoc accidere duobus locis pares habentibus altitudines poli, quæ inæqualiter tamen diſtabunt ab ipſo b. Quapropter ſi idem locus b, referatur ad propinquiorē, inclinatus reperietur ad pūctum quoddam horizontis inter Oeſtem & Sudoëſtem, ſed ſi ad diſtantiorem comparationem feceris, ad ſimile punctum vergere affirmabis in Borealī occidentaliq́; quadrante horizontis inter Oëſtem & Noroëſtem, æquali nempe interuallo diſtabunt illa duo puncta ab Oëſte. Docet hæc triā gulorum ſphæralium ſciētia, quæ vel in globo, vel in tabulis Aſtrolabij experiri licebit. Ex his intelliges varios haberi in diuerſis locis terræ orientis Solis reſpectus. Nam cum eſt in initio Cancri conſtitutus, ijs qui Sienem inhabitant, ijsq́; omnibus qui ſub ipſo circulo Cancri poſiti ſunt, oritur ad Leſnordeſtē tribus gradibus cum ſemiſſe additis verſus Nordeſtē, cū ſit latitudo ortus graduum 26. At eodem tempore duodecima nēpe die menſis Iunij, ijs qui habitāt ſub æquinoctiali ad Leſnordeſtem oritur, vno tantū addito gradu: habet enim latitudo ortus gradus 23. cū dimidio. Incolētib⁹ porrò plagam noſtram Borealē, ſub altitudine poli graduū 35. oritur ad Leſnordeſtem cum dimidio ferè vnius quartæ Nordeſtē verſus, quia latitudo ortus gradus habet 29. In horizōte tamen Olyſsipponēſi vbi polus Boreus eleuatur gradibus ferè 39. oritur ad Nordeſtem addita quarta vna & gradibus duobus cum ſemiſſe verſus Leſtē: habet enim latitudo ortus gradus 31. Latitudinem ortus Solis Aſtronomi dicunt arcum horizontis inter æquinoctialem & ipſum Solem exorientem. Ex his autē intelliges quibus in locis occidat horizontis ipſo eodem die Cancri, ſimiliter vbi oriatur & occidat, quādo eſt in tropico hyberno. Hæc verò ex eo patēt, quoniā ſinus rectus complementi altitudinis poli ad ſinum totum, & ſinus declinationis Solis ad ſinum latitudinis ortus eandem habēt rationē. Propterea ſi ſit tibi ac⁹ nautica quæ exactè ſitum meridiani oſtendat, vel quouis alio modo eum exploratum habeas, ex obſeruato Solis exortu, altitudinem poli ſupra horizontem certiſsimo calculo deprehendes. Quodquidem nos quouis diei tempore inuenire ſolem⁹, ignorata hora, ſitu etiam meridiani ignorato. Nautæ verò & nauium magiſtri adeò ſunt inertes, vt cum multis modis poſſent ipſam poli ſublimitatem inuenire, tempore duntaxat meridiano eandem perquirunt. Et quoniam ſæpe numero accidit, radios Solis impediri eo tempore, ſola tunc æſtimatione, quæ non raro eos fallit, quo in loco ſint expendunt. Quendam enim vidimus, qui in Indiam pluſquam decies nauigauerat, poſtea tamē cū ſciētiæ præ

ſidio

fidio destitutus esset, non paucos dies Solis declinationem tum detraxit, quando erat adijcienda, tum adiecit, quando erat detrahenda. Sed vt finem imponamus huic tractationi, vel ex ipsa Ptolemæi demonstratione, vel ex propriſsimis principijs scientiæ triangulorum constare arbitramur, Sole æqualiter recedente à circulo æquinoctiali, siue ad Boream, siue ad Austrum, æquales haberi arcus latitudinis ortus. Atqui in omnibus horizontibus ijdem rumbi ad easdem partes pertinent, in duobus præterea locis quorum vnus borealis est, alter australis æqualis altitudinis poli, æquales facit Sol latitudinis ortus, & ad eandem horizontis partem. Igitur cum in principio Cancri fuerit constitutus, ijsdem duobus locis æquali orietur inclinatione. Oritur autem cum est in tropico Capricorni ad Suëstē, quarta vna & dimidio ferè quartæ addita versus Lestem, ijs qui borealem altitudinem habēt graduum 35. Quapropter & ijs etiam qui æqualem altitudinem australis poli habent, orietur eodem tempore similiter ad Suëstem, quarta vna & dimidio ferè quartæ addita versus Lestem: æquales enim relinquuntur arcus quadrantis orientalis australisq; in vtroq; horizonte. Quicūq; enim animaduertit acus nauticæ Lestem vbiq; locorum in ortum æquinoctialem tendere, sanè quoniam Sol ab æquinoctio autumnali vsq; ad vernum declinat ab Æquatore versus Austrum, protinus intelliget in toto terrarum orbe per idem tempus ad eos rumbos oriri, qui ad quadrantem pertinent Orientalem Australemq;, quemadmodum in subiecta figura apparet, in qua circulus a p c o, meridianum representat duorum locorum sub l, & k, positorum, quæ quidem loca pares habent latitudines ad differentes mūdi partes l, ad Boream K, ad Austrum. Sit a b c æquinoctialis, circulus Cancri sit d e, Capricorni verò f g. Horizon loci l, sit m b n, loci autem K, sit o b p. Quoties igitur Sol Cācrum fuerit ingressus exorietur ad r, in horizonte Borealis loci, at in horizonte loci australis exorietur ad t. Et quoniam duo arcus b r, & b t, quadrantum orientalium borealiumq; b m, & b o, æquales sunt: Sol igitur ijs qui sunt ad l, & ijs qui sunt ad K, similes faciet exortus. Sūt autem b l, & b K, eorum verticalium circulorum quadrantes qui Lestem ostendunt, quadrantes verò l r, & K t, eorū verticalium sunt, qui Solis exortus in ipsa die Cancri ostendunt: ipsis igitur circumferentijs b r, & b t, æquales anguli respondent b l r, & b K t, ad vertices l, & K. Quoties autem Capricornum Sol ingressus fuerit, ijs qui sunt ad l, exorietur ad s, ijs verò qui ad K, exorietur ad z. Et quoniam circūferentiæ b s, & b z, æquales sunt, vtrobiq; igitur similes faciet exortus in ipsis quadrantibus Orientalibus atq; Australibus. At verò quoniā hæ omnes rumborum circumferentię æquales inuicem sunt, liquet igitur tanto solem exoriri supra Lestem cum est in Cancro, quanto infra Lestem cum est in Capricorno. Vt si quadrans l r, eat ad Nordestem eorum qui sunt ad l, quadrans igitur l s, tendet ad Suestem. Sic igitur vtramq; soluimus ambiguitatem. illud tamen supereſt explicandum, nempe Martinū Alphonsum (vt superius diximus) in loco quodam Australi gradibus 35. ab æquinoctiali distante Solis ortum obseruasse cum initiū Capricorni teneret, eumq; orientem vidisse ad Suëstem, quarta vnā addita versus Lestem: noster tamen calculus vltra quartam vnam dimidium ferè adiecit vnius quartæ, nec mirum: Quo enim Sol ipsa oriretur die, non potuit exactiſsimè & sine vllo errore sola acu nautica deprehendi, sed operæ pretium erat quidpiam aliud superaddere eidem instrumento, quemadmodum alio in loco admonuimus, & ea de causa medietas ferè vnius quartæ omissa fuit. Enimuerò ex data poli sublimitate, atque ex gradu Solis cognito, nullius instrumenti adminiculo, quin & ipso etiā sole non viso, euidenti ac necessaria ratione



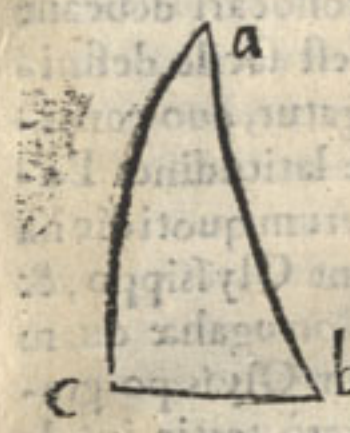
ne concludimus gradus 29. circumferentiæ horizontis eodem ipso die contineri inter punctum exortiuum & Lestis punctum. Atqui Sueſtes cum quarta Lestis gradus comprehendit 33. Sc. 45. differentia igitur quę gradus continet 4. cum minutis 45. dimidium ferè est vni⁹ quartæ, est enim aliquanto minor. Et proinde sol cū est in initio Capricorni cōstitut⁹, ijs qui altitudinem poli habent graduum 35. ad Suëstē oritur cum quarta vna & dimidio ferè quartæ versus Lestem. Quoniam verò in nauticis instrumentis consuetis vltra dimidij quadrantis quartam nihil præterea adnotatur, non potuit idcirco sola acu nautica hoc exactè deprehendi. Geometrica porrò demonstratio euidenter ostendit, Solem in tropico hyberno ijs duntaxat exoriri ad Sueſtem cum quarta Lestis, qui altitudinem poli habēt graduum 44. in nostra verò hac habitatione ad Suêstem cū quarta Lestis, duobus gradibus & minutis 45. additis versus Lestem, quoniam latitudo ortus graduum est 31. Quæcunque igitur super his rebus à nobis scripta sunt, citra omnem ambiguitatem recipi debent, quum demonstratione mathematica nihil sit certius, nihil euidentius, cui quidem nemo unquam refragari poterit.

¶ PETRI NONII SALAcienſis de regulis & instrumentis, ad varias rerum tam maritimarū, quàm & cœlestium apparentias deprehendendas, ex Mathematicis disciplinis. Liber. II.

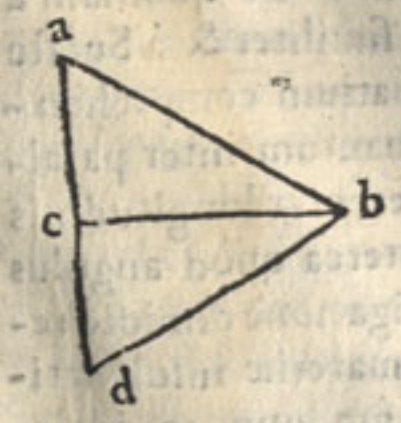
¶ *De cartamarina nautarumúe planisphario. Cap. I.*

LVsitanorum nauigationes hoc sæculo factas admirabiles esse nemini incompertū est. Lusitani enim Oceanū transnatare ausi sunt: nouas repererunt insulas antiquitati prorsus incognitas, noua littora, noua maria, nouos atq; nunquam visos populos. Nō eos perterruit ingēs calor exustæ zonæ, neq; immodicum frigus gelidę, quin continuis profectionibus tandiu nauigarent, donec vltra æquinoctialem ingens illud Aphricæ promontorium, quod bonæ spei caput appellant, præteruecti, iterumq; in Borealem plagam se recipientes, Aethiopicum mare quod in Troglodytica est, Arabicum, Persicum, transgressi in Indiam tandem appulerint. Inde verò vltra Gangem, vltra Taprobanam, in regionē Sinarum, atq; in insulas ad orientem Solem maximè spectantes peruenerunt. Hæc uerò ab eis nec temerè quæsita, nec casu reperta fuerūt. Gestabant enim Astronomica instrumenta ad astrorum obseruationes, tabulasq; motus Solis & Lunæ, à Mathematicis numeris atq; certa ratione designatas: illud præterea vnum diuinumq; organum priscis hominibus incognitum, quod acum nauticam appellant. Cuius quidem circumferentia quæ Horizontem repræsentat, in partes æquales 32 diuisa mūdi cardines ostendit. Huius instrumenti beneficio terras relinquere ausi sunt, & in altum prouehi à littoribus procul, adeò vt acciderit aliquādo Lusitanorum naues post menses sex in Indiam appellere, nullā interim visa insula, nulloq; viso continente. Prisci verò nautæ cum eo organo carerent, mirandum non est quòd tantum propè oras nauigarent. Ipsū verò rectilineum orbis planisphærium quo hodie vtuntur, quā quam ob parallelorum quam facit æqualitatē, veram orbis imaginem præbere non possit, arti tamen nauigandi quam ipsi exercent, valde conueniens est. Nam quòd insula vna, aut terræ tractus quiuis, longior appareat in eo, quàm verè sit, parum referre videtur ad nauigantium vsum, dummodo locorum distantiæ secūdum partes maximi circuli, aut stadia, aut miliaria, aut alias quascunq; mensuras cognoscantur. Claudius enim Ptolemæus præstantissimus mathematicus quum in primo libro Geographiæ distantiam inter Cori promontorium & Sinā inuestigare vellet, & inter alia quædam loca quæ in Gangetico sinu sunt, rectas lineas æquidistantes pro meridianis accepit, rectas etiam æquidistantes pro circulis parallelis. Triangulis itaq; rectilineis pro sphæricis vsus est, quod rursus facit in magna astrorum compositione libro quinto, quum eos angulos inquirit, qui ex concursu fiunt zodiaci & meridiani, atq; diuersitatem aspectus Solis & Lunæ. Nec dubitamus eundem fuisse Ptolemæum qui vtrunq; opus Astronomicum & Geographicum composuit,

posuit, cum in secundo libro magnæ compositionis Geographiam à se editam commemoret, rursus verò in octauo Geographiæ ipsum opus Astronomicum, in vtroque autem opere sub eadem ferè ponitur quantitate maxima Solis ab æquinoctiali circulo declinatio. At vt constare possit quo nam modo & quibus in locis, rectis lineis pro circularibus sit vtendum, vnũ sequemur exemplum primi libri. Nauigationẽ à Corura in Paluras vsq; (ex traditione Marini ait) ad ortum hyemalẽ esse stadiorum 9450. à quibus propter cursus inæqualitatem tertiam partem adimit, stadia nempe 3150. & relinquẽtur 6300. pro directa distantia. Horũ verò sextum aufert, & relinquẽtur idcirco stadia 5250. idest gradus 10. Sc. 30. pro distantia meridianorum eorundem locorum. Esto enim Corura a, Palura b, meridianus per a, sit a c, parallelus per b, sit b c, distantia inter a, & b, cum nauigationis inæqualitate stadiorum sit 9450. detracto autem vno tertio, erit arcus a b, stadiorũ 6300.



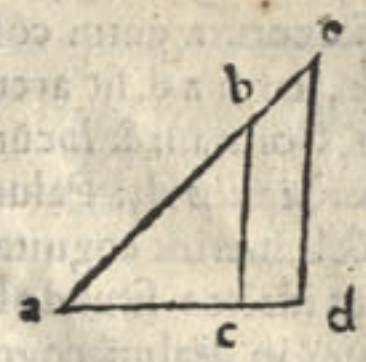
directum nempe interuallum inter a, & b, arcus verò a c, differentia latitudinis erit eorundem locorum, at b c, longitudinis differentia in circulo parallelo æquinoctiali, angulus igitur qui ad c, rectus erit, sed qui sub b a c, acutus situm demonstrat loci b, respectu a. Et quoniam supponit Paluras distare a Corura ad exortum hybernum, vnde Eurus spirat: diuiso igitur australi orientaliq; quadrante in tres æquales partes pro antiqua vẽtorum distinctione, ipse positionis angulus b a c, duas earum comprehendet. Quapropter si pro sphęrico triãgulo rectilineum sumamus a b c, reliquus acutus angulus c b a, tertia pars erit vnius recti, ipsa verò a b, recta linea trianguli a b d æquilateri latus erit, & recta a c, eius dimidiũ, b c, cathetus. Quadratũ itaq; ex a b, ad quadratũ ex b c, sesquitertiã habebit rationẽ. Et quoniã quadratorũ ratio dupla est quàm laterũ, ratio igitur a b, ad b c, erit ferè sesquiquinta, vt si a b, partium æqualium sex subijciatur, eius quadratum erit 36. quadratum igitur ex b c, erit 27. cuius latus aliquanto maius



erit quàm quinq;, crassiore itaq; computo eã Ptolemæ⁹ supponit quinq;, vt ratio a b, ad b c, sit sesquiquinta. Quapropter ex ipsa a b, cognita, vno detracto sexto, nota relinquetur b c, stadiorũ videlicet 5250. Et quia parallelus loci b, parum aut insensibiliter differt à maximo circulo, cum sit æquinoctiali vicissimus, computatis igitur quingentis stadijs pro quolibet ipsius paralleli gradu, differentia longitudinis inter b, & c, decem comprehendet gradus cum vnius gradus dimidio. Vides igitur hunc modum nihil differre ab eo quo nautæ nostri temporis vtuntur. Qui multo tamen exactius supposita quantitate anguli positionis, distantiã meridianorum ex tabula quadam numerorum eliciũt, quã ad singulas positiones supputatam habent. Quoniam enim Ptolemæus rationẽ a b, ad b c, sicut sex ad quinq; posuit, ducenta idcirco, & amplius stadia ea supputatione sunt omissa, quĩbus equidem respondent plus quàm duæ quintæ partes vnius gradus. Hoc autem facilè experieris in hunc modum. Quoniam enim a c, dimidium est a b, stadia igitur continet 3150. cuius quadratũ si auferas à quadrato lateris a b, relinquentur 29767500. quadratum nempe lateris b c: ipsum igitur latus b c, stadia ferè comprehendet 5456. quibus gradus vndecim ferè respondent. Illud præterea est aduertendum, itineris distantiam inter Coruram & Paluram æstimatione cognosci potuisse, cæterùm ignoratis eorundem locorum latitudinibus, angulus positionis vnius ad alterum cognosci non potuit, nisi fortasse notato situ atq; distãtijs ad quempiam alium locum. Ex corura enim cõspici Paluras est incredibile, sed si a d, sit arcus meridiani cognitus inter a, Coruram & locum alium qui sit d, distantia verò ipsius d, à Palura b, & ea quoq; quæ inter a, & b, fuerint cognitæ,

angulus idcirco situs d a b, à Corura in Palurã cognitus erit. Modus tamen parum exactus est præsertim in tãto interuallo, & maritima profectione. Iam verò si subijcias tãdiù nauigatum fuisse versus exortum brumalem, eadẽ pertinaciter seruata inclinatiõe, donec ad Paluras peruẽtũ fuerit, qui profectò mod⁹ à recẽtioribus nautis acus nauticę adminiculo obseruari solet, manifestò apparet ex ijs quæ dixim⁹ in supiori libro, cõfectũ iter directũ nõ esse: & pide directã

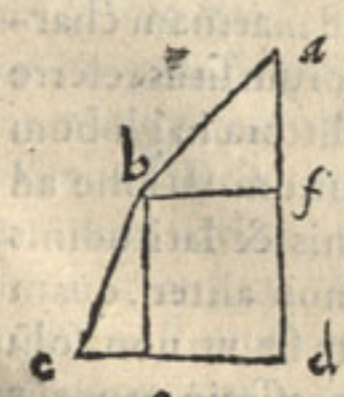
distantiam eorundem locorum aliam habere positionem ad Coruræ meridianum. Quòd si latitudines à circulo æquinoctiali cognitas supponat Ptolemæus, minimo certè negotio meridianorum differentiam cognoscere potuisset, idq; neglecto positionis angulo, sed sublato tantum quadrato differentiæ latitudinis ex quadrato directæ distantiæ inter Coruram & Paluras: remanentis enim latus quadratum pro ipsorum meridianorum differentia accipiendum esset, quandoquidem rectis lineis pro circularibus vti voluit. Sed si exactius idipsum inuenire libeat, in sphærico triangulo ex distantia locorum cognita, & complementis latitudinum etiam cognitis, eum angulum statim cognoscere poteris, qui ad polum mundi differentiam meridianorum subtendit. Vtcunque tamen positionis angulus cognitus fuerit, ex supradictis patet, eadem arte olim Ptolemæum vsum fuisse ad locorum longitudines inueniendas, qua nautæ hodie vtuntur. Quòd autem in quauis inclinatione locorum distantias contrahat ad rectitudinem capiendam, cõsultius & cautius id facit, quàm nostri nautæ. Hi enim spatium quod nauigando multis ambagibus conficiunt, in rectum producunt. Quare necesse est vt adaucta ea linea quæ rectum subtendit angulum, in eadem quoq; ratione locorum latitudines atq; longitudines vltra metam sint extensæ, quod in subiecta apparet figura. In ea enim ficut a e, distantia ad a b distantiam, sic a d, longitudinis differentia ad



a c, longitudinis differentiam, & eandem quoq; rationem habent d e, & b c, latitudinis differẽtiæ. Quoniam verò in magnis ac diuturnis nauigationibus non rarò hoc committunt: nihil igitur mirum si ab Hispania in Indiã interuallum vltra modum extendant. Idem enim sine discrimine faciunt in quauis locorum inclinatione, quod quãdo sub vno meridiano, aut sub vno nauigant parallelo. Præterea quod Ptolemæus tantum facit in locis propinquis æquinoctiali, & in distantia mediocri, ipsi vniuersũ per totum orbem, & in quam maximis distantijs audacter pro sphæricis triangulis rectilineis vtuntur. Sed nihilominus littorales orbis descriptiones eorundem nauigationibus confectæ multò certiores sunt, quàm quæ traditæ sunt à Ptolemæo: qui partim coniecturis, partim verò falsis quorundam hominum relationibus longitudinem atq; latitudinem habitati orbis dimẽsus est. Eclipses enim Lunares neq; frequenter fiunt, neq; cum fierent, erant vbiq; Mathematici qui obseruarent, præsertim apud barbaras nationes. Est enim modus inueniendi longitudines locorum ex Eclipsibus omnium certissimus, sed qui à nautis negligitur, tametsi eorum tabulas habere possint in multos annos exaratas. Quod si contingat quempiam ab eis obseruari, cum locum in quo facta est obsetuatio eadem prorsus arte in marina charta collocant, qua in globo, per gradus nempe longitudinis & latitudinis, in quo equidem errant. In primis enim differentia longitudinis in parallelo dati loci sumpta in partes maximi circuli, vel in mẽsuras nostras consuetas conuertenda est, & per eas deinde in eadem marina charta ipse locus collocandus. Ea porrò loca quæ extra circulum æquinoctialem sub vno parallelo nauigantib⁹ offeruntur, quo nam modo collocari debeant in ipsa marina charta, non est facile definire. Quod vt planius intelligatur, duo concipiamus loca quæ æquales fere latitudines Boreales habent, & ab vno in alterum quotidie nauigant Lusitani, ea autem sunt Olyssippo, & ea insula ex occidentalibus Portugaliæ quam tertiam appellant. Habet enim Olyssipo gradus fere 39. latitudinis, ipsa verò tertia insula gradus fere 40. Distantiam porrò eorundem locorum explicat marina charta nostrarum leucarum 262. circiter, æqualem videlicet quindecim gradibus meridiani, tantam enim nostri nautæ sæpissimè inuenisse aiunt, non solum æstimatione confecti itineris, cum à Leste in Oestem nauigant ad eandem insulam, sed alio multò certiore calculo. Nauigatio enim ab Olyssippone, in insulam quam Materiæ appellant, est ad Sudoestem: ab hac autem in tertiam insulam est ad Noroëstem. Et quoniam à Noroëste in Sudoestem, similiter & à Sueste in Nordestem, tantum spatium comprehenditur inter meridianos quantum inter parallelos, idest tanta est differentia longitudinis quanta latitudinis, propterea quòd angulus positionis in vtraque nauigatione dimidio recti sit æqualis, ipsa verò materiæ insula latitudinem Borealem habet graduum 32, idcirco suppositra structura rectilinei planisphærij quo nautæ nostri temporis vtuntur, inter Olyssipponem & tertiam insulam spatium

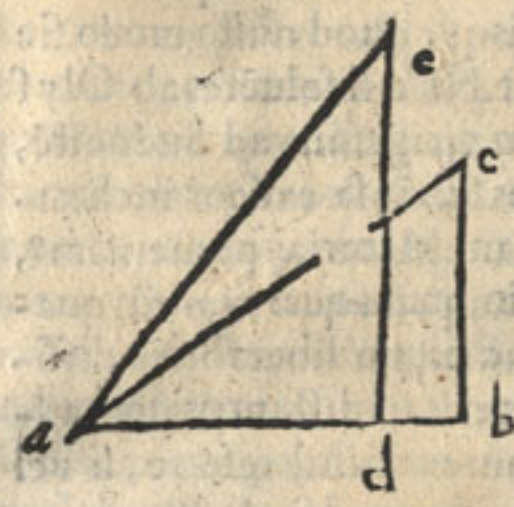
quin

quindecim graduum maximi circuli com-
prehendi neceſſe eſt, ſed ipſius paralleli graduũ
39. aut 40. latitudinis plures erunt gradus in eo
dem ſpatio. Hac profectò arte vſus eſt Ptole-
mæus libro primo Geographiæ pro inuenien-
dis locorum diſtantijs, Cæterûm illud ambigui
tatis relinqui videtur. Enim verò ſi inter Olyſ-
ſipponem & inſulam tertiam ipſe arcus paral-
leli quadraginta graduũ latitudinis quindecim
gradibus maximi circuli eſt æqualis, cũ in om-
ni parallelogrammo latera oppoſita ſint æqua-
lia: erunt igitur in ipſa marina charta quinde-
cim gradus æquinoctialis comprehenſi in ipſo
æquinoctiali inter eorundem locorũ meridia-
nos, quod quidem ex Theodoſio libro 2. impoſ
ſibile eſſe liquet. Hanc tamen diſſolues ambi-
guitatẽ, ſi intellexeris fieri non poſſe vt vtræq;
rectæ lineæ æquinoctialis parallelos ad re-
ctos angulos ſecantes pro meridianis ponantur
in ipſo æquinoctiali, aut in eis parallelis qui à
prioribus plurimum diſtant, niſi ratio ſeruetur
meridiani ad parallelum medium, quemadmo
dum Ptolemæus faciendum admonet in tabu-
lis prouinciarum, ne ſenſibilis error committa
tur. Præterea neminem perturbari velim, quod
nauigationem ab Olyſſippone in inſulã Ma
teriæ ad Sudoëſtem fieri dixi, ipſamq; inſulam
ab Olyſſippone diſtare ad medium quadrantis
Auſtralis Occidẽtalisq;, quod nullo modo fie
ri poſſe planè conſtat. Nam ſi ſoluẽtes ab Olyſ
ſippone nauis proram dirigamus ad Sudoëſtẽ,
tam diuq; nauigemus ſub ipſa eadem inclina-
tione, donec ad inſulam Materiæ perueniam⁹,
alia inuẽta erit poſitio, quàm quæ dimidij qua-
drantis. Cæterûm hac etiam liberaberis diffi-
cultate, ſi animaduerteris in diſtantijs non ad-
modum magnis parum aut nihil referre, ſi vel
dixeris diſtare locum à loco ad Sudoëſtem, aut
quandiu nauigamus ab vno in aliũ ſemper pro
ram dirigi ad Sudoëſtem. Ex prædictis idcirco
elicies, qua nam arte ea loca collocanda ſint in
nautarum planiſphærio, quæ ſub vno nauigan
tibus parallelo ſunt oblata. Conſtare etiam ar-
bitror ex ijs quæ à nobis dicta ſunt hoc in loco,
& in priori libro, quòd non ſolum cõtingat hal
lucinari circa ſitum multorum locorũ quos ma
rina charta ſub vno oſtẽdit meridiano, ſed etiã
in alijs diſtantiarum poſitionibus inclinationi
busue. Eſt enim meridianus norma quædam a-
liarum poſitionum: vbi igitur in ſitu meridia-
ni erratum fuerit, in inclinationibus etiam re-
liquorum rumborum lapſum fieri neceſſe eſt,
& proinde nõn omnis poſitio inclinatioũe
loci ad locum, quæ in marina charta explica-
ta reperitur, pro vera accipienda eſt, ſed ea tan
tum ſub qua ab vno in alium nauigatum fue-
rit aliquando. Exempli gratia, ab Olyſſippo-
ne a, directa via nauigantibus verſus polum
Auſtrinum offeratur locus d, ſub æquinoctia-
li circulo poſitus, ad Sudoëſtem verò nauigan
tibus ſub latitudine graduum 32. inſula mate-
riæ b: recta igitur a d, in marina charta latitu-
do eſt loci a, perpendicularis b e, latitudo lo-
ci b, perpendicularis verò b f, diſtantia inter
meridianos ipſorum locorum a, & b, in ipſius
loci b, parallelo: notetur autem locus c, vltra
e in recta linea c d, æqui-



noctialem repræſentan-
te, qui & in globo, & in
marina charta, vno atq;
eodem numero graduum
diſtet à loco d. Quatuor
igitur loca a, b, c, d, rectè
poſita ſunt in charta. Cæ-
terum b, ipſo c, occiden-
talior eſt, conſtat hoc ex
ſupradictis. Quapropter
perpendicularis b e, verum ſitum non habet
meridiani, nec angulus e b c, poſitionem loci
c, reſpectu b, demonſtrare poterit in ipſa mari
na charta. Cæterûm ſi eadem loca a, b, c, & d,
eadem arte in globo collocarentur, ductis me-
ridianis per a, & b, maximis etiam circulis du-
ctis per a b, & per b c, haud dubiè veras inter
ſe ſeruarent poſitiones. In eo enim ſi quædam
loca per latitudines & longitudinis differẽtias
collocaueris, quædam verò per latitudines &
angulos poſitionum, omnia tandem inter ſe de
bitam habebunt poſitionis cõuenientiã, quod
in marina charta multò aliter euenire ſolet. Id
etiam in ea nauigatione quæ à noſtris in Indiã
fit, intueri licebit. Enim verò promontorium il
lud Aphricæ trium cuſpidum latitudinis Bo-
realis quatuor graduum cum dimidio, & inſu-
las Triſtani à Cugna quæ gradus 36. Auſtralis
latitudinis habent, ſub vno atq; eodem meridia
no marina charta demonſtrat: interuallum præ
terea inter eaſdem inſulas & promontorium
bonæ ſpei quadringentas ferè leucas contine-
re, quæ tamen ſimul ſtare non poſſunt. Nam
ſi littora omnia à promontorio trium cuſpidũ
vſq; ad promontorium bonæ ſpei rectè deſcrip
ta ſunt, & ipſum idem prumõtorium trium cuſ
pidum cum eiſdem inſulis ſub eodem iacet me

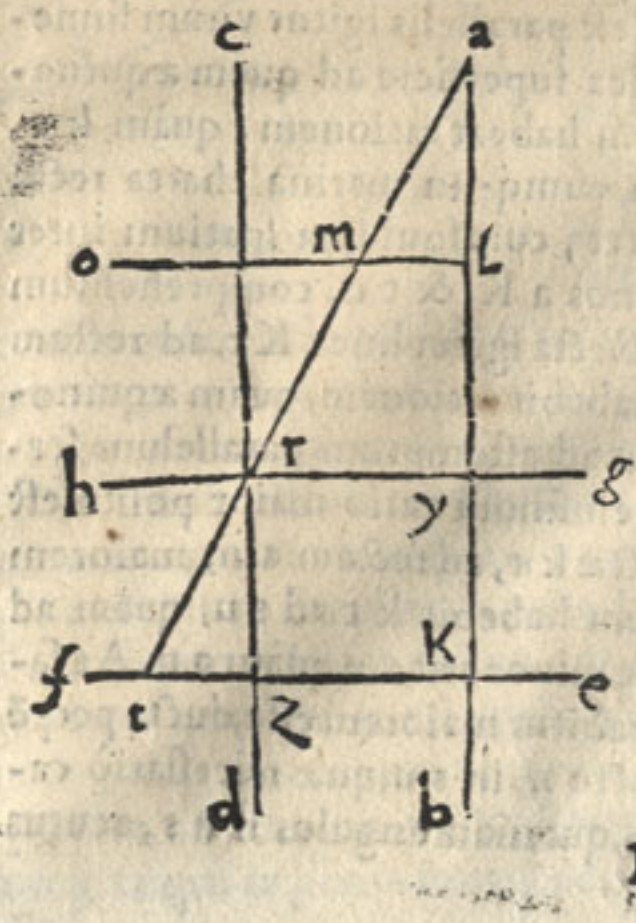
ridiano,necesse est igitur prædictam distantiã multò minorem esse,seruata graduum & paral lelorum proportione. Sed si minor non est, fieri non potest vt eundem habeant meridianum cum ipso trium cuspidum promontorio, quini mo erunt occidentaliores. Hinc fit, vt sæpissimè decipiantur nautæ cum ex vno loco alium petunt,eam positionem sequuti quamostendit marina charta. Quem cum minime ea nauigatione reperiant,erroris causam putant esse, vel aquarum celerem in aliam partem defluxum, vel polorum magnetis à veris polis mundi declinationem, quanquam ob id solum fortasis errarunt,quòd quales positiones ea loca interse haberent,cognitas nondum haberent. At non solum in eo decipiuntur, quòd marinam chartam existiment omnium locorum situs referre posse,sed quòd quotiescunq; littora in globum transcribere volunt,habita tantum ratione ad numeros graduum longitudinis & latitudinis in ea repertos,id efficiunt,ac non aliter, quàm cum stellas fixas collocant. Ita fit vt non solũ ij committãtur errores,qui necessariò prodeũt ex charta,quia plana est,sed alij etiam quos euitare poterant, si quas distantias verè cognitas habent,in primis in gradus conuertérent,deinde verò ipsas locorum longitudines & latitudines sequerentur. In littorum porrò descriptione maris mediterranei,quoniam aduertimus locorum latitudines multò maiores, quàm verè sint, positas esse,opus est emendatione. Alexandria enim in qua Ptolemæus tam multas fecit astrorum obseruationes latitudinem Borealem habẽs graduũ 30. cum mi. 58. ponitur in marina charta sub latitudine graduum 36. Rhodi latitudo gradus tantum habet 36. Sed ponitur in eadem charta graduum 42. Romæ latitudo gradus ferè 42. comprehendit, in eadem tamen reperitur graduum 46. Venetiæ in medio quadrantis positæ,& in quibus æquinoctij tempore par est vmbra gnomoni, nempe graduũ 45. latitudinis,quinquaginta videntur habere, & in reliquis ferè locis omnibus latitudines similiter auctæ sunt. Cuius erroris causam cum aliquando quæsiuissem, id mihi succurrit, quòd propter angustiam maris mediterranei, & quia frequẽtes in eo fiũt nauigationes, locorum inuicẽ positiones & intercapedines exactè sunt exploratæ,atq; compertæ,adeò vt nauigantib? non sit opus Astrolabijs,aut latitudinis cognitione. Quoniam enim omni die vel aliquam insulam, vel continentem oculis cernunt nauigãtes, quo in loco sint facilè possunt ãgnoscere. Superioribus etiam sæculis Hispanicum mare, Gallicum & Germanicum,idcirco sine instrumentis Astronomicis nauigabatur,quia oras tãtum lustrabant,deinde verò quoniam recentioribus Lusitanorum nauigationibus maximæ orbis partes sunt peragratæ,quod quidem sine auxilio Mathematicarum artium effici non potuit: cœperunt itaq; nautæ locorum latitudines obseruare,& in chartis annotare. Cum igitur vellent mediterraneum cum Oceano componere,vt vnà cohærerẽt,altiorem fortè situm sortitum est quàm debuerat. Vel si iam rectè cõnexa cõtinuataq́; sunt,fuit fortasse erroris causa quòd distantiæ inter maritima loca mediterranei Italicis miliaribus fuerunt annotatæ, sed littorum Oceani vel gradib? vel Hispanicis leucis: marinarum verò chartarum artifices milia ria in gradus aut in leucas perperàm conuerterunt. Vel quod deniq; magis probo, vel littorum mediterranei positiones,vel distãtias, nautæ non satis notarunt,& proinde non solum latitudines,sed etiam longitudines à veris declinasse necesse est. Esto enim in marina charta recta a, b, rumbus Lestis & Oëstis, sit a c, quiuis alius rumbus aliam ostendens positionem,eam nempe qua itur à loco a, in c, recta verò b c, rectos efficiat angulos cum a b, in puncto b. Erit igitur ipsa recta a c duorũ locorum a, & c, intercapedo, b c,differentia latitudinis,a b,verò lõgitudinis. Intelligamus deinde vnã aliã positionẽ quæ angulo denotetur b a e, sub æquali tamen intercapedine quæ sit a e, differentia latitudinis inter loca a, & e, erit d e, priore maior at longitudinis differentia erit a d, priore minor. Descriptis enim circulis circa triangula rectangula a d e,& a b c,rectæ lineæ a c,& a e, inuicem æquales descriptorum circulorum diametri fient. Quapropter ipsos circulos æquales esse necesse est. Angulus autem d a e,maior ponitur quàm b a c, maior igitur erit arcus anguli d a e,arcu anguli b a c,& proinde recta subtensa d e, maior quàm b c. Eodem argumento quoniam angulus a e d,qui relinquitur ex duobus rectis minor est quam a c b, minor igitur erit a d, quàm a b. Hæc autem ad impossibile



faci

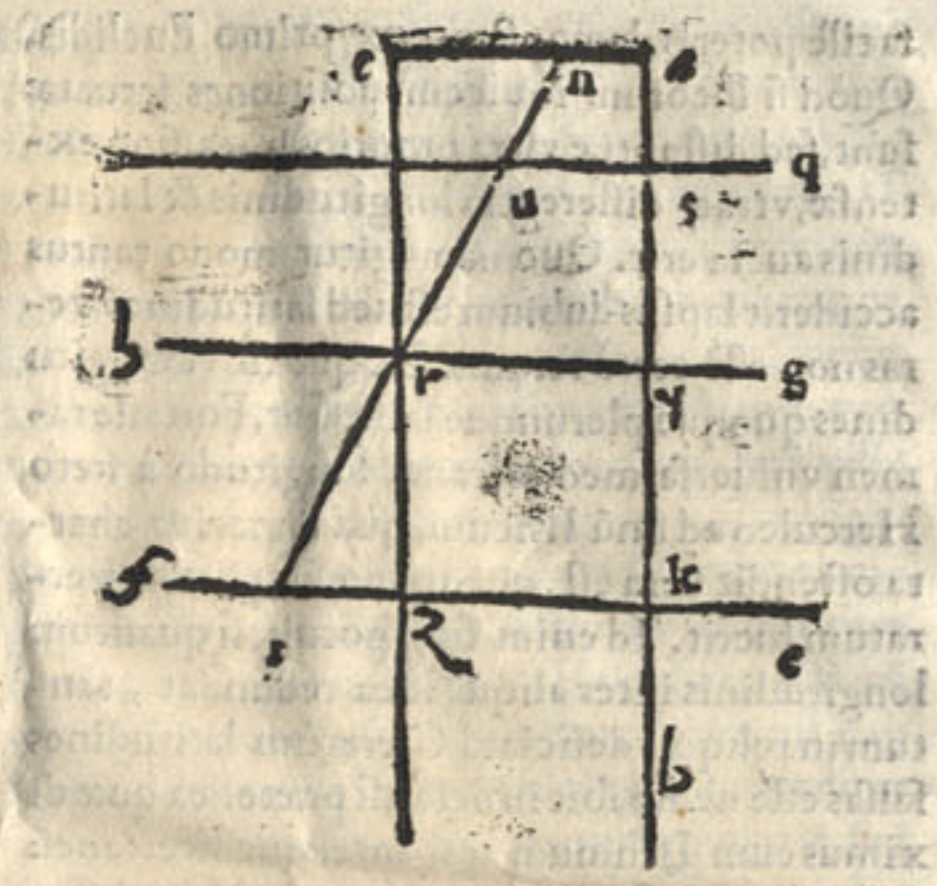
facilè poteris demonstrare ex primo Euclidis. Quòd si locorum inuicem positiones seruatæ sunt, sed distantiæ vltra proprios fines sint extensæ, vtraq; differentia longitudinis & latitudinis aucta erit. Quo nam igitur modo tantus acciderit lapsus dubium est, sed latitudines veras non esse certò scimus. Ex quo fit vt longitudines quoque plerunque falsæ sint. Fortasse tamen vniuersa mediterranei longitudo à freto Herculeo ad sinũ Issicum, quam marina charta ostendit vera est, quanquam in partibus erratum fuerit. Id enim fieri potuit, si quantum longitudinis inter aliqua loca redundat, tantum in reliquis deficiat. Cæterùm latitudines falsas esse nemo ibit inficias, si præter ea quæ diximus eum Isthmum qui inter mediterraneũ & Arabicum sinum est, inspexerit. Nam differentia latitudinis inter Pelusium & interiorẽ partem Arabici sinus vbi olim Heroum ciuitas, paulò maior est vno gradu, quæ tamẽ in marina charta nõ minor est quinq; gradibus. Differentia longitudinis quæ propemodum nulla est, idcirco multò maior apparet, quoniam littoralis descriptio mediterranei secundum partes maximi circuli in eadem charta facta est, quæ tamẽ si ad partes gradusue sui paralleli traduceretur in vtrouis Ptolemæi planisphærio, iã Pelusium & recessus intimus Arabici sinus sub vno fere meridiano comprehendi viderentur. Hoc autem in globo quàm aptissimè fieri possit, non quemadmodum nostri artifices facere consueuerunt, qui eundem numerum graduũ in plana descriptione marinæ chartæ repertum ad globi parallelos transferunt, nulla obseruata inæqualium circulorum ratione. Pelusium idcirco multò ante suos fines relinquitur, & mediterranei ac Arabici sinus intercapedo in ipso Isthmo per quàm magna, nisi interim velint mare rubrũ vltra proprias metas producere ad id vitium occultandum. Aduertimus præterea (quemadmodũ superius admonuimus) multa esse loca quæ cum longitudine differant, in marina tamen charta eundem videtur habere meridianum. Sint enim in ipsa marina charta rectæ lineæ a b, & c d, æquidistantes pro meridianis positæ, rectæ verò e f, & g h, in eas perpẽdiculares parallelos repræsentent, videlicet e f, æquinoctialem, sed g h, vnum alium ex æquidistantibus, recta verò a K, meridiani quadrantem. Duo autem loca y, & K, compertum fuerit sub vno atq; eodem meridiano esse, à quibus duo alia loca r, & z, æqualibus distent in-

teruallis y r, & K z. Videbuntur igitur r, & z, eodem comprehendi meridiano: posita enim sunt in recta linea c d, at non est ita. Imo verò si est y, ipso r, orientalior erit etiam locus z, eodem r, orientalior. Quoniam enim æqualia spatia subijciuntur K z, & y r, sed maiorẽ parallelum repræsentat e f, quàm g h, pauciores igitur gradus sui circuli continebit K z, quàm y r. Atqui circuli meridiani æqualem numerum graduum auferunt ex omnibus parallelis: distabit igitur z, à meridiano loci r, orientem versus, nisi parallelorum differentia adeò sit exigua vt alter alteri æqualis existimetur. Sed si eum locum paralleli e f, cognoscere cupis qui communem cum r, meridianum habet, ipsorum parallelorum ratio elicienda erit in primis vel ex tabula numerorum ad id confecta, vel ex instrumento inferius posito, deinde verò spatium y r, multiplicabimus in numerum qui debetur parallelo e f: productũ tandẽ diuidemus per numerum paralleli g h, & proueniet ex partitiõe distãtia loci K, ab eo loco quĩ eundem habet meridianum, quem locus r. Ea igitur computetur, aut circini officio in parallelo e f, adnotetur, sitq; exẽpli gratia K t, loca igitur r, & t, sub eodem erunt meridiano. Vt si g h, parallelum per Rhodum repræsentet latitudinis nẽpe graduum 36. e f, verò æquinoctialẽ



circulũ, eorũ ratio elicietur ex tabula, vel ex instrumẽto ferè sicut 5. ad 4. spatiũ y r, 80. contineat stadia, quæ quidem multiplicabimus in 5. productumverò diuidemus per 4. & veniẽt

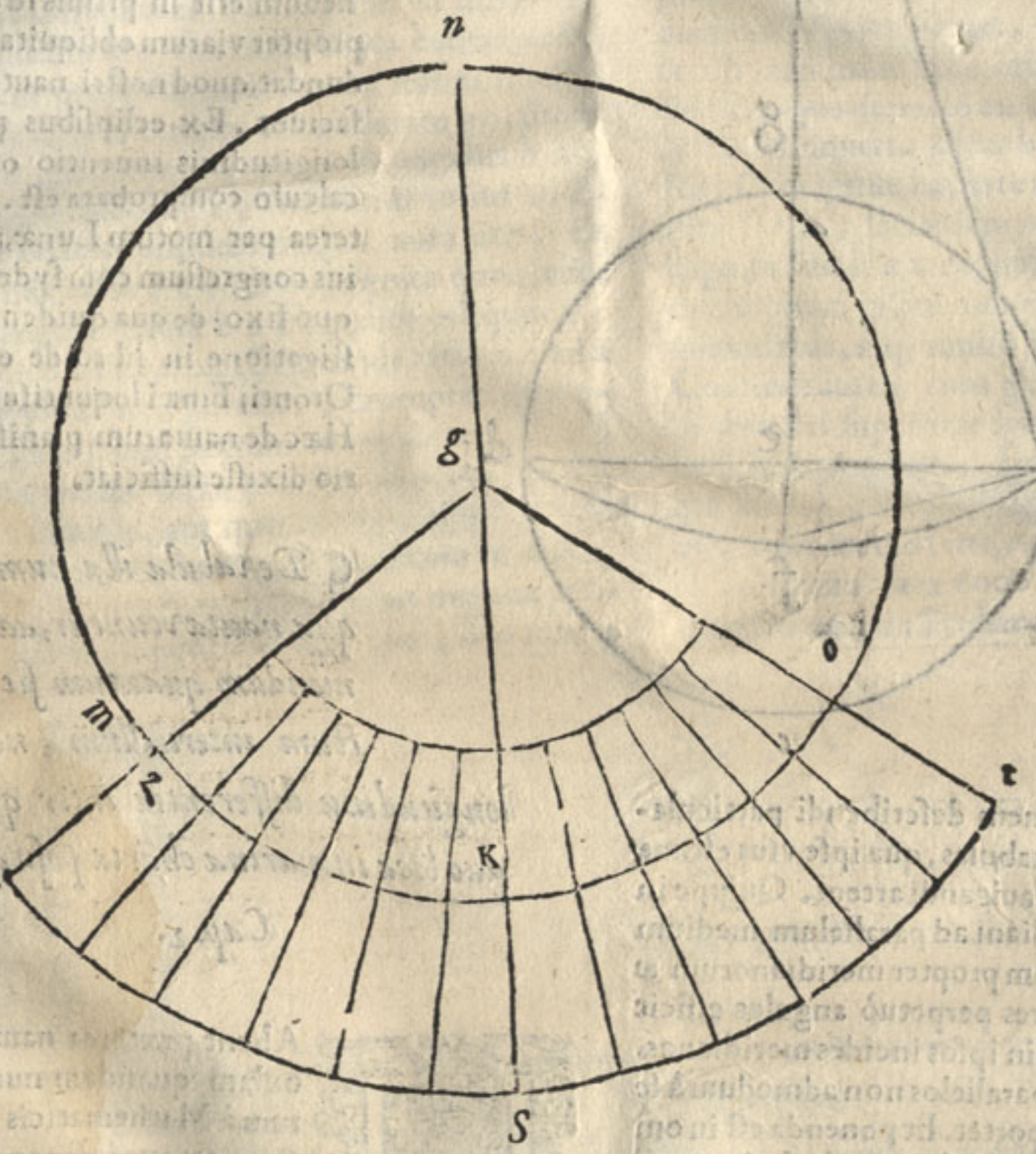
ex partitione ſtadia 100. Accepta igitur ex e f, recta K t, 100. ſtadiorum, duo igitur loca r, & t, ſub eodem dicemus eſſe meridiano. Cæterùm quanquam ita ſit, non eſt ob id ipſum ſuſpicandum, rectam lineam ductam per r, & e, meridianum repræſentare. Nam ſi recta linea t r, meridianum repræſentat, cum duo anguli ad K & t, ſint minores duobus rectis, producta igitur eadem t r, in rectum, concurret cũ a b. Non quidem ante a, nam fieri non poteſt vt aliquod punctum præter polum in duobus exiſtat meridianis, eſt enim a, polus. Neq; cõcurrere poteſt in ipſo a, polari puncto. Nam ſi concurrit, ducatur igitur linea recta l o, parallelum repræſentans latitudinis 60. graduum, cuius ſectio cum a t, ſit in puncto m. Erit idcircò propter ſimilitudinem triangulorum a k t, & a l m, ſicut a k, ad a l, ſic k t, ad l m. Atqui recta a K, ad rectam a l, triplam habet rationem: tripla eſt igitur recta K t, rectæ l m. At verò circumferentia æquinoctialis duobus meridianis comprehenſa dupla eſt eius circumferentiæ quæ in parallelo graduum 60. latitudinis eiſdem comprehenditur meridianis, ratio enim diametrorum eorundem circulorum dupla eſt. Quapropter recta K t, ad rectam l m, dupla eſt. Quapropter recta K t, ad rectam l m, duplam habet rationem: oſtenſum eſt autẽ quòd & triplam, impoſsibile igitur. Et proinde ſi recta a t, meridianum repræſentat, non concurret cum a K, in ipſo a, polari puncto. Sed ſi denique dicatur concurrere cum eadem a b, producta in rectum ſupra a, ſecabit igitur polarem lineam a c, ſecet itaque in n, quemadmodum in ſubiecta figura. Et quoniam circulorum circumferentiæ & diametri eandem habent rationem, rectarum verò linearum ratio in infinitũ augeri poteſt, ex parallelis igitur vnum ſumemus in ſphærica ſuperficie ad quem æquinoctialis maiorem habeat rationem, quàm k t, ad rectam a n, eumq; in marina charta recta p q repræſentet, cuiuſquidem ſpatium inter duos meridianos a K, & t n, comprehenſum ſit recta s u. Recta igitur linea K t, ad rectam s u, eandem habebit rationem, quam æquinoctialis circulus ad aſſumptum parallelum ſeruat. Atqui eiuſmodi ratio maior poſita eſt quàm quæ rectæ k t, ad rectam a n, maiorem igitur rationem habebit k t ad s u, quàm ad a n, & proinde minor erit s u quàm a n. At facilè demonſtrabitur maiorem eſſe, ducta perpẽdiculari à puncto n, in s u, quæ neceſſariò cadet inter u & s, quoniam angulus n u s, acutus



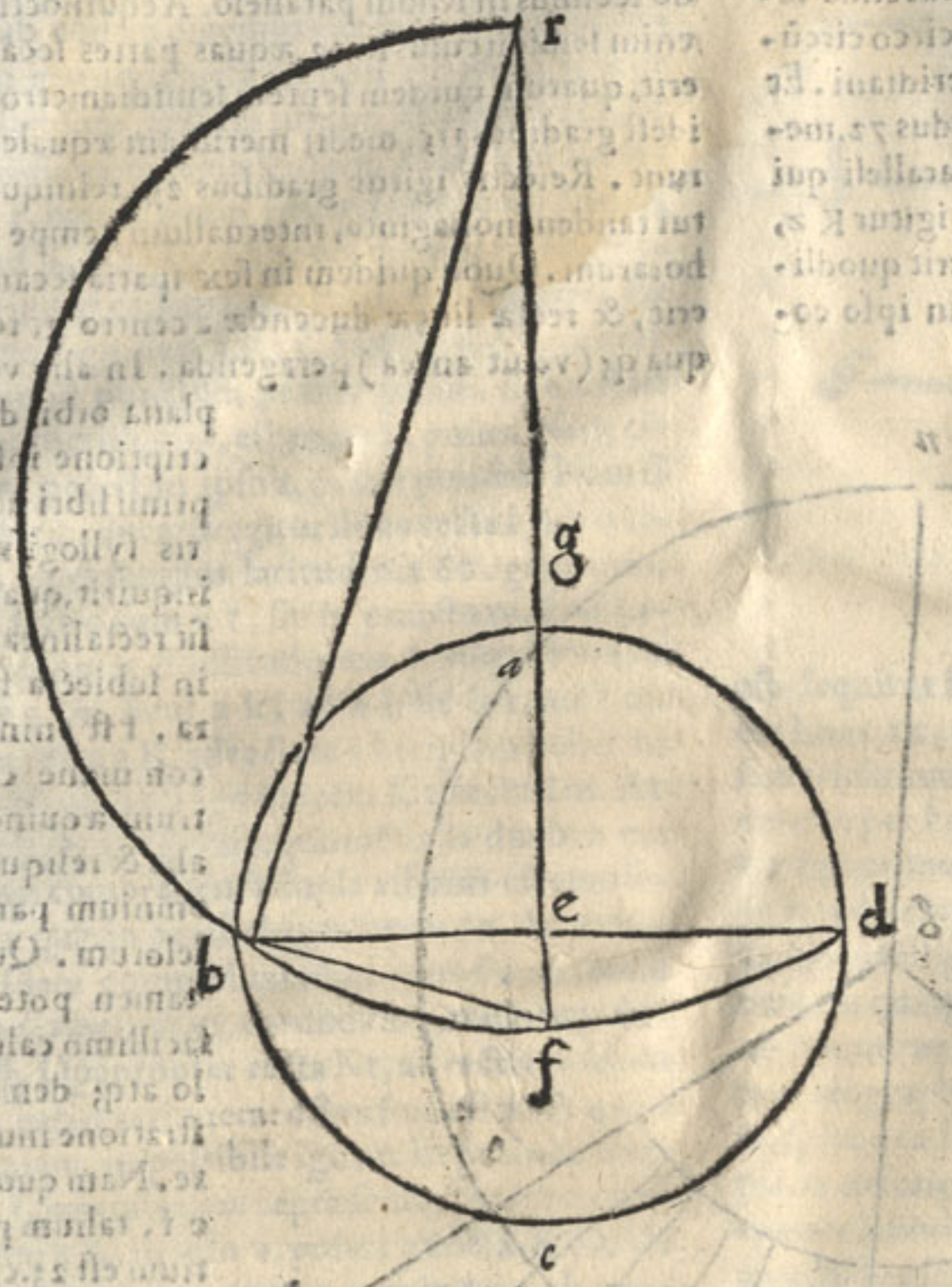
eſt: ſequitur igitur impoſsibile, & proinde recta linea t r, concurrere non poterit cum a k, ſi meridianum repræſentat. At neceſſe eſt cõcurrere per Euclidis poſtulatum: non repræſentat igitur meridianum ipſa t r, in marina charta, quod demonſtrandum ſuſcœpimus. Atque ex his intelliges planam illam orbis deſcriptionem, in qua quidem rectæ lineæ pro meridianis ponuntur, traditam à Ptolemæo in libro primo Geographiæ, parum conuenire cum ea quę in ſphærica ſuperficie facta eſt. In ipſa enim plana deſcriptione æquinoctialis ad parallelũ qui per Rhodum ſcribitur, rationem propemodum habet ſeſquialteram, nempe ſicut 115. ad 79. Quæ tamen ſeſquiquarta deberet eſſe, & id circo ipſæ rectæ lineæ ijs dumtaxat locis meridiani erunt, quæ in æquinoctiali & parallelo qui per Thylem tranſit, poſita ſunt: non ijs quæ in Rhodi parallelo. Aſſumit autem 4. gradus meridiani medij quos pro quinq; conſtituit in ipſo Rhodi parallelo, vt in eo ſaltem longitudo orbis habitati eam ſeruet rationem ad vniuerſam latitudinem, quam in ſphærica ſuperficie habet. Cæterùm conſtat hoc fieri nõ poſſe ea arte qua ipſe vſus eſt rectilineo cũ curuilineo minimè congruente. Quapropter multo melius id ad hunc modum efficies. Eſto k m n, ſemicirculus ipſius parallelꝰ, qui per Rhodum tranſit, quem in 22. æquas partes ſecabimus, earumque ſumemus K m, ſeptẽ partium. Aequalis igitur erit ipſa circumferentia K m ſemidiametro g k, per ea quæ demonſtrauit Archimedes de circuli dimenſione. Et erunt idcirco in eadem K m, gradus 79. medij meridiani, quos Ptolemæus ponit continere rectam

g K.

g K. Ab ijs igitur ſeptem reijciantur, quos cõprehendat circumferentia m z, vndecima fere pars ipſius k m, & relinquetur idcirco circũferentia K z, graduum 72. medij meridiani. Et quoniam in ſphærica ſuperficie gradus 72. meridiani gradibus nonaginta illius paralleli qui per Rhodum trãſit pares ſunt, ipſam igitur K z, in ſex ſpatia æqualia ſecabimus, & erit quodlibet eorum vnius horæ interuallum in ipſo eodem Rhodi parallelo.



Rectas itaq; ducemus lineas à puncto g, per ſingulas diuiſionum notas horariorum interuallorum vſq; ad æquinoctialem, & horarium interuallum (ſi libuerit) in tres æquales partes ſecabimus. Idemq; faciemus in circumferentia K o. quam æqualem conſtituemus ipſi K z, & reliqua deinde, quemadmodum admonet ipſe Ptol. Quòd ſi ipſum planiſphærium tali arte deſcribere libeat, vt extremi paralleli æquinoctialis nempe, atq; is qui per Thylem tranſit, eum ſeruent rationem inter ſe, & ad meridianos, quam in ſphærica ſuperficie habent; illud idem faciendum erit in æquinoctiali, quod modò fecimus in Rhodi parallelo. Aequinoctialis enim ſemicirculus in 22. æquas partes ſecãdus erit, quarum quidem ſeptem ſemidiametro g s, ideſt gradibus 115. medij meridiani æquales erunt. Reiectis igitur gradibus 25. relinquentur tandem nonaginta, interuallum nempe ſex horarum. Quod quidem in ſex ſpatia ſecandũ erit, & rectæ lineæ ducendæ à centro g, reliqua q; (velut antea) peragenda. In alia verò plana orbis deſcriptione ipſius primi libri multis ſyllogiſmis inquirit, quanta ſit rectalinea f g, in ſubiecta figura. Eſt enim g, commune centrum æquinoctialis & reliquorũ omnium parallelorum. Quod tamen poterat facillimo calculo atq; demonſtratione inuenire. Nam quoniã e f, talium partium eſt 23. cum quinque ſextis qualium eſt b e, 90. & eſt g centrum circuli b f d, ſemicirculus igitur perficiatur f b r, & connectatur b r. Quapropter angulus f b r, ſupra diametrum in circumferentia exiſtens rectus erit, & idcirco ſicut e f ad e b, ſic ipſa e b ad e r, per 9. propoſitionem ſexti libri elementorum Euclidis. Multiplicabimus igitur e b, nonaginta nempe partes in ſe ipſas, productum verò quod eſt 8100. diuidemus per e f, partes habẽtẽ 23. cũ quinq; ſextis, & venient ex partitione partes quas habet e r, quibus addemus 23. cum quinq; ſextis quæ ſunt in e f & conflabitur f r, cuius quidem dimidium eſt f g. Vt cunq; tamen in plano orbem deſignauerit Ptolemæus,

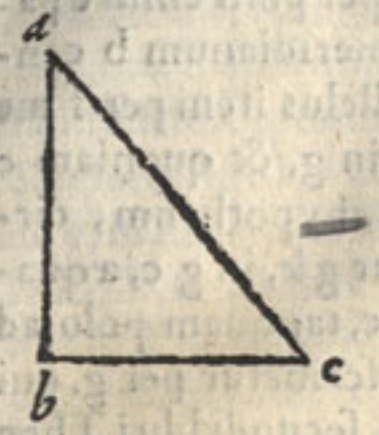


lemæus, eam rationem describendi particulares prouintiarum tabulas, qua ipse vsus est, magis probamus ad nauigandi artem. Quippe in quibus ratio meridiani ad parallelum medium seruetur. In eis enim propter meridianorum æquidistantiam pares perpetuò angulos efficit quæuis recta linea in ipsos incidēs meridianos. Extremos autem parallelos non admodum à se inuicem distare oportet. Et ponenda est in omni tabula vniuersa orbis longitudo, latitudo verò veluti per climata. Quamuis enim prouincia tota non in tabula vna integra reperiatur, sed diuisa, non admodum refert ad id institutum. Hoc tamen admonemus, pauca aut nulla propemodum loca transferri debere ex consueta marina charta ad has tabulas, ob incertitudinem longitudinis locorum in ea positorū, multò autem minus ex tabulis Ptolemæi. Sed ijs tantum vtiles erunt huiusmodi tabulæ, quibus in animo fuerit orbem denuò peragrare, atq; veros locorum situs examinare. Omnium tamen certissimus modus erit si tortuosæ illæatq; fractæ rumborum lineæ in globi superficie ducantur, quas in priori libro diffiniuim⁹. Tū verò ex deprehensa in vtroq; distantiæ termino altitudine poli, & qualitate itineris, differentia longitudinis, & locorū intercapedo cognita erit. Sed si ex confecti itineris longitudine hoc velis experiri, detrahēdum erit in primis id quod propter viarum obliquitates redundat, quod nostri nautæ nō faciunt. Ex eclipsibus porrò longitudinis inuentio omniū calculo comprobata est. Præterea per motum Lunæ, aut eius congressum cum sydere aliquo fixo: de qua quidem inuestigatione in libro de erratis Orontij Finæi loquuti sumus. Hæc de nautarum planisphærio dixisse sufficiat.

¶ *De tabula illa numerorū qua nautæ vtuntur, ad inueniendum quantum sit directum interuallum, necnon longitudinis differentia inter quauis duo loca in marina charta posita.*

Cap. 2.

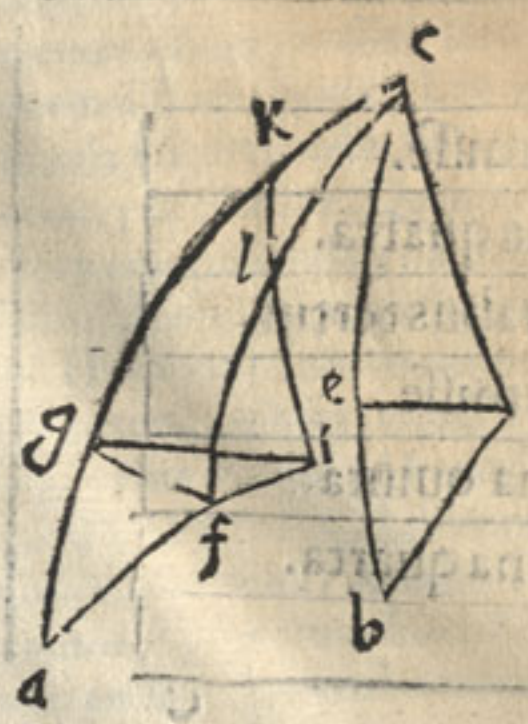
HAbent præterea nautæ tabulam quandam numerorum à Mathematicis confectam, ex qua ipsi cognoscere possunt quantum sit directum interuallum, quod in vnaquaq; itineris inclinatione vnicuiq; gradui differentiæ latitudinis respondet, & quanta etiam sit meridianorum differentia sub eadem inclinatione. Ex qua rursus tabula si directum itineris interuallum inter duo loca, & latitudinis differentia cognita subijciātur, distantiam inter meridianos & ipsam etiam inclinationem eliciunt. In triangulo enim rectilineo rectangulo q; a b c, sit a b, meridiani pars latitudinis differentia duorum locorum



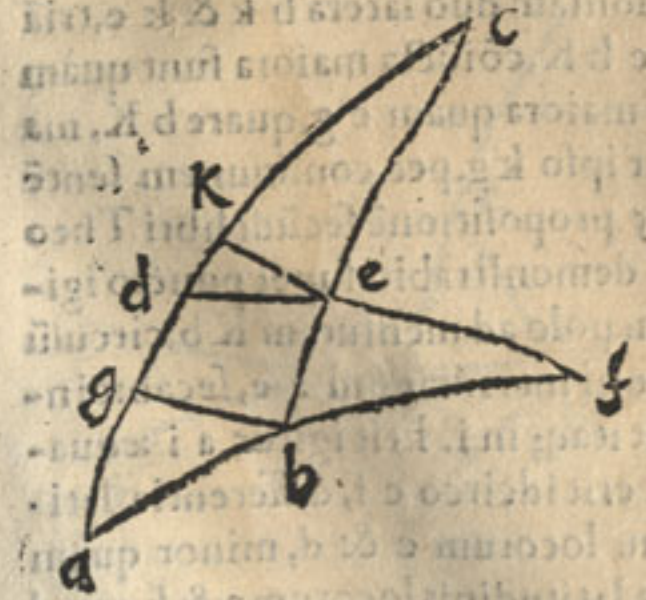
corum a & c, sitq; b c, differentia longitudinis eorundem locorum in parallelo loci c, recta verò a c, directum interuallum inter ipsa eadem loca. Dico quòd si præter angulum rectum vnus ex duobus acutis angulis cognitus fuerit, vel duorum laterum ratio cognita supponatur, reliqua omnia innotescent. Nam quoniam sinus recti angulorum atq; subtensa latera eodem ordine sunt proportionalia, quod statim intelliges descripto circulo ad mensuram a c, super altero ipsius termino, si igitur angulus b a c, cognitus subijciatur, ratio sinus totius ad sinum rectum eiusdem anguli nota erit. Et proinde ratio a c ad b c, cognita quoq; erit. Ex angulo autem b a c cognito reliquus a c b, illico innotescet. Et proinde ratio a c ad a b, ignorari non poterit. Quapropter ex proportione trium laterum trianguli cognita, si vnum eorum vel in partibus maximi circuli, vel in stadijs, aut quauis alia consueta mensura cognitum fuerit, reliqua latera in eadem mensura patefient. Sed si nullus angulus præter rectum supponatur cognitus, duo tamen latera cognita fuerint, reliquum latus per 47. propositionem primi libri Euclidis statim innotescet. Ex lateribus autem cognitis vterque acutus angulus per regulam numerorum proportionalium & tabulam sinuum rectorum cognoscetur. Quod si duorum laterum quæ cognita supponuntur alterum fuerit recto angulo subtensum, tertium latus cognoscere poteris absque radicis quadratæ extractione, dummodo tabula vtaris sinuum rectorum. Nam si ratio a c ad a b, cognita est, intelligatur a c, sinus totus, & per regulam numerorum proportionalium recta a b, in partibus semidiametri cognita veniet. Quare arcus cui ipsa a b, tanquam sinus rectus debetur cognitus erit, quo detracto ex quadrante arcus ille notus relinquetur cuius b c, sinus rectus existit. Cum igitur hac arte ratio a c ad b c, cognita fuerit, secundum eam mensuram qua cognita fuerit a c cognoscetur & b c. Nos ad eum modum ipsam numerorum tabulam examinauimus, atq; multò exactiorem fecimus. Continet autem vnus gradus circuli maximi in terrestri superficie leucas 17. cum semisse vt Lusitani aiunt. Inter quos tamen sunt qui arbitrantur sedecim tantum comprehendere cum duabus tertijs vnius leucæ, vt sint in toto circuitu leucæ 6000. Et quoniam secundum sententiam Ptolemæi & Marini vni gradui

Inclinatio ad meridianũ per quartas.	Directũ interuallũ.	Differentia longitudinis.
	Leucæ.	Leucæ.
1	17 cum quinque octauis.	3 cum semisse.
2	19 cum tribus octauis.	7 cum vna quarta.
3	21	11 cum duabus tertijs.
4	24 cum dodrante.	17 cum semisse.
5	31 cum semisse.	26 cum vna quinta.
6	45 cum dodrante.	42 cum vna quarta.
7	89 cum dodrante.	88

dui maximi circuli quingenta respondent stadia, triginta verò stadia vnũ conficiunt Schœnum, erunt igitur in vno gradu Schœni 16. cũ duabus tertijs. Quapropter leuca vna vni Schœno æqualis erit. Quòd si ipsi Ptolemæo licuit, quemadmodum scribit in primo libro Geographiæ, ex cognita positione vnius loci ad aliũ, & distantia viatoria inter eadem loca, differentiam longitudinis metiri in rectilineo triangulo, non video cur similiter non liceat eisdem fundamentis differentiam latitudinis, & reliqua per omnem tractum atq; in vniuersum inuenire. Quæ tamen si feceris, cum ijs pugnabũt quæ à nobis statim demonstranda erunt. Quoniam enim omnis nauigatio secundum maximorum circulorum circumferentias fit in exiguis quibusdam segmẽtis, quemadmodum fuit à nobis in Præfatione primi libri explicatum: in mundo igitur multò aliter fiet ijs qui secundum maximos circulos iter fecerint. Nam si eadem seruata fuerit latitudinis differentia, & eadem quoq; maximi circuli ad meridianum inclinatio minor idcirco reperta erit viatoria distantia, & minor similiter longitudinis differentia inter loca quæ à manifesto polo sunt remotiora, dum ad ipsum accedimus polũ, quàm inter loca eidem polo propinquiora. Sint enim in mundo duo loca a & f, à manifesto polo c remotiora, quàm duo alia b & d. cæterùm latitudinis differentiæ pares ponantur. Item maximi circuli scripti per a & f, & per b & d, pares faciant inclinationes ad meridianos a c & b c, sub acutis angulis c a f & c b d, is autem qui venit ab a, sub circumferentia maximi circuli a f, parallelum loci f, attingat in ipso f, similiter qui venit à b, sub maximi circuli b d, circumferentia parallelum loci d attingat in ipso d. Ato itaq; interuallũ viatorium b d, inter loca b & d, polo c manifesto propinquiora maius esse a f, & differẽtiam quoq; longitudinis inter eadem loca b & d, maiorem esse differentia longitudinis duorum a & f. Super polo enim c parallelus describatur per d, meridianum b c intersecans in e puncto, parallelus item per f meridianum a c, intersecans in g, & quoniam e g, maior est quàm e c, per hypothesim, circumferentia igitur sumatur g k, in g c, æqualis ipsi c e, aut c d & super k, tanquam polo ad mensuram k g, circulus describatur per g, qui per sextam propositionem secundi libri Theodosij parallelum f g, continget in ipso g, & ex eodem sumatur circumferentia g i, æqualis circumferentiæ d e: sunt enim circuli æquales qui per d & per g, describuntur super polis c et k. Quapropter si maximus circulus ductus fuerit per K & i, maximus etiam fuerit descriptus per c & d, duo anguli a k i & b c d, inter se æquales erunt. Ducemus igitur maximum circulum per a & i, qui non erit alius quàm is qui venit per a & f. Nam si cadit intra triangulum a c f angulum dispescens c a f, angulum idcirco facier cum a K in puncto a, æqualem angulo c b d, per similem propositionem quartæ primi libri Euclidis à Menelao demonstratam libro primo de triangulis sphæricis, & proinde angulo f a K æqualem, per communem sententiam, partem toti æqualem, quod est impossibile. Simile haberetur incommodũ si extra idẽ triangulum caderet. Et propterea circulus maximus qui per a & i, describitur, per f venit. Sic igitur interuallum a f, minus erit interuallo a i. At ipsum a i ipsi b d, est æquale: maius igitur est viatorium interuallum b d, inter loca b & d, manifesto polo propinquiora, quàm viatorium interuallum a f, inter loca a & f, quæ quidem à manifesto polo remotiora sunt, pares q; habent latitudinis differẽtias, quòd à nobis erat demonstrandum. Porrò quòd & maior sit longitudinis differentia, ostẽdemus scripto per c & f, maximo circulo qui K i, in puncto l intersecet. Quoniam enim duo loca d & f, manifestum habent polum c: circumferentiæ igitur c d & c f, minores sunt quadrantibus, quapropter c l & K l, minores quadrantibus erunt, & idcirco in triangulo K l c, exterior angulus a K l, maior est interiore K c l. At æquales inuicem sunt a l & b c d, in duobus æquiangulis triangulis a K i & b c d: maior igitur erit angulus b c d ipso K c l. Atqui his proportionales sunt duo arcus æquinoctialis circuli, quorum vnus est differentia longitudinis duorum locorum b & d, alter verò duorum a & f: maior igitur erit

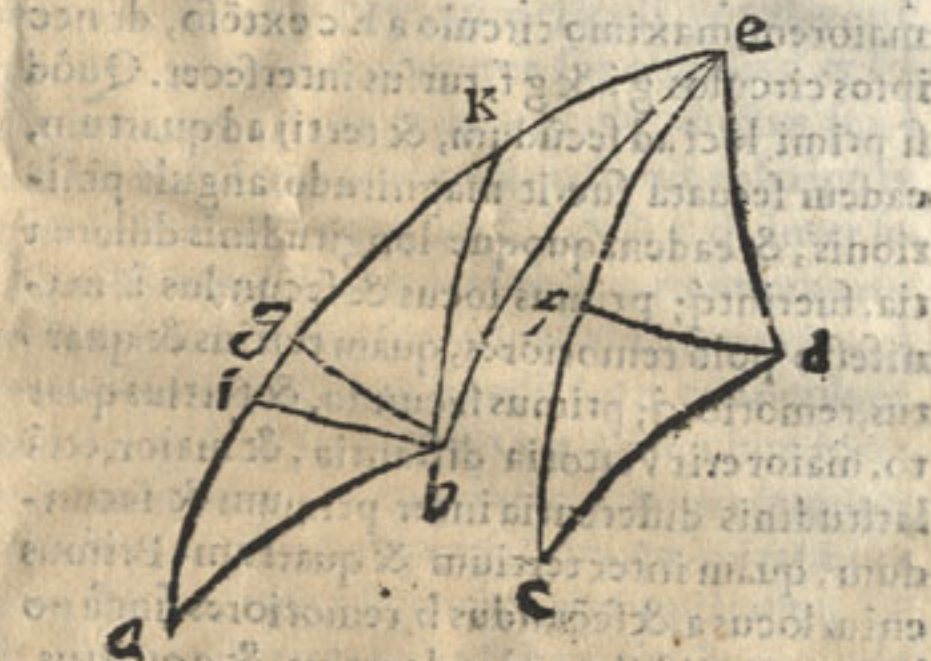


erit differentia longitudinis duorum locorum b & d, quàm duorum a & f, quod item demonstrandum suscepimus. Et ex hac demonstratione apparet nihil referre siue duo loca a & b, polum c, manifestum habeant, siue occultum, dùmodo idem polus c loco d, sit manifestus: loco verò f, minime sit occultus. Sed vel illi plane sit conspicuus, vel in horizonte positus. Sūpsimus autem circulum g i, secare non posse eum circulum qui per a & f venit, inter a & f, ne sequatur impossibile, partem videlicet suo toto maiorem, maximo circulo a K c extēso, donec ipsos circulos g i & g f, rursus intersecet. Quòd si primi loci ad secūdum, & tertij ad quartum, eadem seruata fuerit magnitudo anguli positionis, & eadem quoque longitudinis differentia, fuerintq; primus locus & secundus à manifesto polo remotiores, quàm tertius & quartus, remotiorq; primus secundo, & tertius quarto, maior erit viatoria distantia, & maior etiā latitudinis differentia inter primum & secundum, quàm inter tertium & quartum. Primus enim locus a, & secundus b, remotiores sint à polo c, eis manifesto, quàm d tertius, & e quartus. & positionis angulus c a b, æqualis ponatur positionis angulo c d e. Differentia porrò longitudinis eadem, siquidem a & d, in eodem sunt meridiano a c, similiter b & e, in eodem meridiano b c, Latitudo autem loci b, excedat latitudinem loci a, differentia a g, latitudo verò loci e, excedat latitudinem loci d, differentia d K. Dico quod a b, interuallum viatoriū inter a & b, maius erit d e, interuallo viatorio inter d & e, & differentiam latitudinis a g, maiorem esse differentia d K. Ducantur enim maximi circuli a b & d e, ad partes b & e, sitq; eorum concursus in f, & quoniam duo acuti anguli c a b & c d e, æquales positi sunt, duo igitur arcus d f & a f, congesti vni semicirculo æquales erunt: at in triāgulo d f a latus a f, quia obtuso angulo subtenditur a d f latere d f, maius est. latus igitur d f, minus erit quadrante, & d e, distantia viatoria inter d & e, multò minor quadrante. Quoniā verò in triangulo c e d, sicut sinus rectus anguli c d e, ad sinū rectū anguli d c e, sic sinus rectus lateris e c, ad sinum rectū lateris d e, similiter & in triangulo a b c, sicut sinus rectus anguli b a c, ad sinum rectum anguli a c b, sic sinus rectus lateris b c, ad sinū rectū lateris a b, eandem portò rationē habent sinus recti angulorū c d e & b a c, inuicē æqualiū ad sinum rectum anguli d c e, eandē igitur rationē habebunt sinus rectī lateris c e, ad sinū rectum lateris d e. & sinus rectus lateris b c, ad sinum rectū lateris a b. Quare per permutatam sicut sinus rectus c e, ad sinum rectū b c: sic sinus rectus d e, ad sinum rectū a b. Atqui minor est sinus rectus e c, sinu recto b c, quia arcus b c, positus est quadrante minor. Igitur minor est sinus rectī d e, sinu recto a b. Ostēsum fuit autem arcum d e, quadrante minorem esse, igitur minor est ipse arcī d e arcu a b, quod erat primo demonstrandum. Portò quòd a g, latitudinis differētia locorū a & b, maior sit d K, differētia duorū d & e, demonstrabis per præcedentē facillima demōstratione ad impossibile. Nā si sunt æquales, maior igitur erit differentia longitudinis duorū locorū d & e, quàm duorū a & b, & maior itē d e ipsa a b. At eandem posuimus lōgitudinis differentiā, & maiorē ostendimus a b ipsa d e, igitur impossibile. Sed si maiorē asseras d K, igitur multò maius videbis incōmodū sequi, si punctū sumpseris ante K, quod tantū distet à d quātum g, distat ab a, circulūq; æquidistantem duxeris quod d e, intersecet inter d & e. Ostensoria tamen demonstratione id ipsum ad hunc modum demōstrare libet. Quoniam enim in triangulo sphærico a c b: maius est latus a c latere b c, maior igitur erit angulus a b c angulo b a c, angulus autem c b f, vnà cum ipso angulo a b c, duobus rectis est æqualis: igitur idem angulus c b f, vnà cum angulo b a c, duobī rectis minor erit. At maior est ipse angulus c b f, ipso angulo c a b, quia duo latera a c & b c, congesta semicirculo minora sunt, locus enim a, per Hypothesim polum c, manifestum habet, igitur sinus rectus anguli c b f, maior erit sinu recto anguli c a b. Quapropter sinus rectus anguli a f d, maiorē habet rationem ad sinum rectum anguli d a f, quàm ad sinum rectū anguli f b e. Atqui sicut sinus rectus anguli a f d ad sinum rectum anguli d a f, sic sinus rectus lateris a d, ad sinum lateris d f, in triāgulo sphærico a d f, rursus sicut sinus rectus eiusdem anguli a f d, ad sinum rectum anguli f b e, sic sinus rectus



lateris b e, ad sinum lateris e f, in triangulo b e f. Igitur & maiorem rationem habebit sinus lateris a d ad sinum lateris d f, quàm sinus lateris b e, ad sinum lateris e f. Quapropter sinus rectus arcus a d ad sinum rectum arcus b e, maiorē habebit rationem quàm sinus rectus arcus d f ad sinum rectum arcus e f, per vigesimam septimā propositionem quinti libri Euclidis additā à Campano. Est autem arcus d f (quemadmodum superius fuit demonstratum) quadrāte minor. Igitur maior erit sinus rectus ipsius d f, sinu recto arcus e f, & proinde multò maior sinus rectus arcus a d, sinu recto arcus b e, & maior igitur arcus a d arcu b e. At æquales sunt arcus b e & g K, inter duos parallelos comprehensi. Maior igitur a d ipso g K. Quapropter detracto communi d g maior relinquetur a g, quàm d K, sic igitur patet maiorem esse latitudinis differentiam inter a primum locum & b secundum, quàm inter d, tertium & e, quartum, quod postremò erat demonstrandum.

Sed si deniq; primus locus ad secundum, & tertius ad quartum, eandem habuerint positionem, & interualla viatoria æqualia quoq;, siue manifestus sit, siue occultus in ipsis locis polus ille mundi ad quem accedimus, fueritq; primus locus ab ipso polo remotior quàm tertius, maior erit differentia latitudinis inter primum & secundum, quàm inter tertium & quartum. Quòd si secundi loci & quarti ab ipso eodem polo distantiæ coniunctæ semicirculo æquales fuerint, tanta erit longitudinis differentia inter primum & secundum, quanta inter tertiū & quartum. Hoc autem fiet si euntibus nobis versus partes poli Borealis, tanta fuerit secundi loci Australis latitudo, quanta quarti Borealis. Cæterùm si ipsæ distantiæ coniunctæ semicirculo maiores fuerint, maior erit differētia longitudinis inter primum & secundum, quàm inter tertium & quartum, at si semicirculo minores, minor erit. Habeat enim locus primus a ad secundum b, eam positionem quā acutus angulus e a b, ostendit, æqualemq; positionem habeat tertius locus c cum d quarto, & distantiæ viatoriæ a b & c d, sint æquales. Polusq; ille mundi ad quem eundo accedimus sit e. Ponaturq; locum a, distantiorem esse ab ipso e polo, quàm c, dico differentiam latitudinis inter a & b, maiorem esse differentia latitudinis inter c & d, siue polus e, ad quem accedimus, sit in ipsis locis manifestus, siue occultus, siue quibusdam eorum manifestus, quibusdam vero occultus. Parallelus enim loci d veniat per f, in quo loco intersecet meridianum loci c, & parallelus loci b, veniat per g in quo loco intersecet meridianum loci a, & quoniam maior positus est arcus a e arcu c e: resecabimus igitur ex ipso a e arcum a K, æqualem ipsi c e, & per puncta b & K, maximum circulum describemus b K. Quare cum anguli positionum b a K. & d c e, æquales positi sint, & a b, c d, distantiæ viatoriæ inuicem æquales, igitur æquales erunt d e & b k, sphæricorum triangulorum a b k, & c d e bases, anguli etiam d e c, & a K b, æquales inuicem erunt. Ipse verò arcus b k. idcirco maior erit K g, quoniam duo latera b k & k e, triāguli sphærici e b K, cōiūcta maiora sunt quàm b e, & proinde maiora quàm e g, quare b K, maior relinquetur ipso k g, per communem sentētiam, vel per 25 propositionē secūdi libri Theodosij: id ipsum demonstrabis: super puncto igitur K, tanquam polo ad mensuram K b, circulū describemus, qui meridianum a e, secabit inter a & g, secet itaq; in i. Erit igitur a i æqualis arcui c f, & erit idcirco c f, differentia latitudinis duorum locorum c & d, minor quàm a g, differentia latitudinis locorum a & b, quod imprimis erat demonstrandum. Posterior pars in eadem figura ita demonstrabitur. Arcus b k æqualis est ipsi d e, distantiæ quarti loci à polo e. At b e, arcus meridiani est quo secundus locus distat ab eodem polo. In sphærico igitur triangulo e b K. si duo latera b e & b k, congesta semicirculo sunt æqualia, æqualis erit exterior angulus a K b interiori b e K. Et propterea differentia longitudis locorum c & d, æqualis dif-



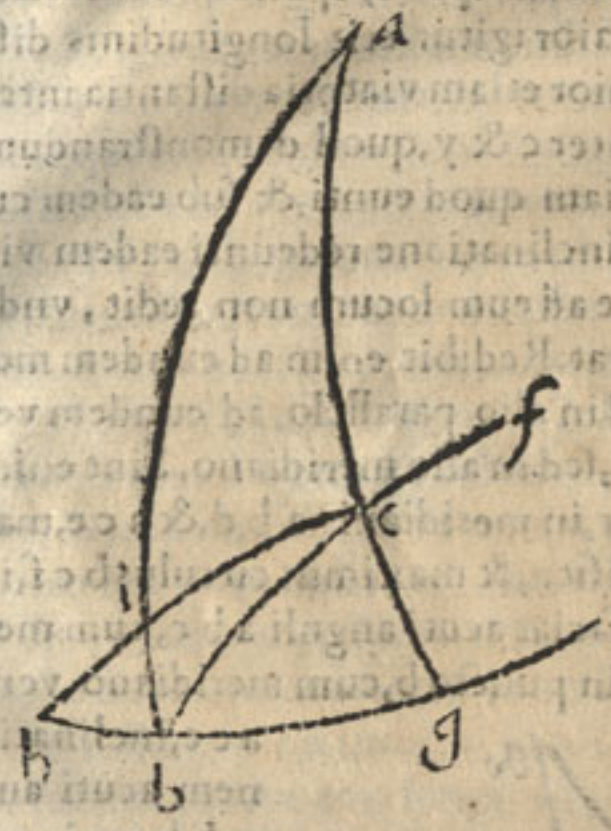
differentiæ longitudinis locorum a & b. Si verò fuerint semicirculo maiora, minor erit ipse angulus a K b angulo b c K. Et proinde differẽtia longitudinis inter primum & secũdum maior differencia longitudinis inter tertiũ & quartũ. Sed si semicirculo minora fuerint maior erit angulus a k b angulo b c K, & idcirco minor erit differentia longitudinis inter primum & secundum differentia longitudinis inter secundum & quartum.

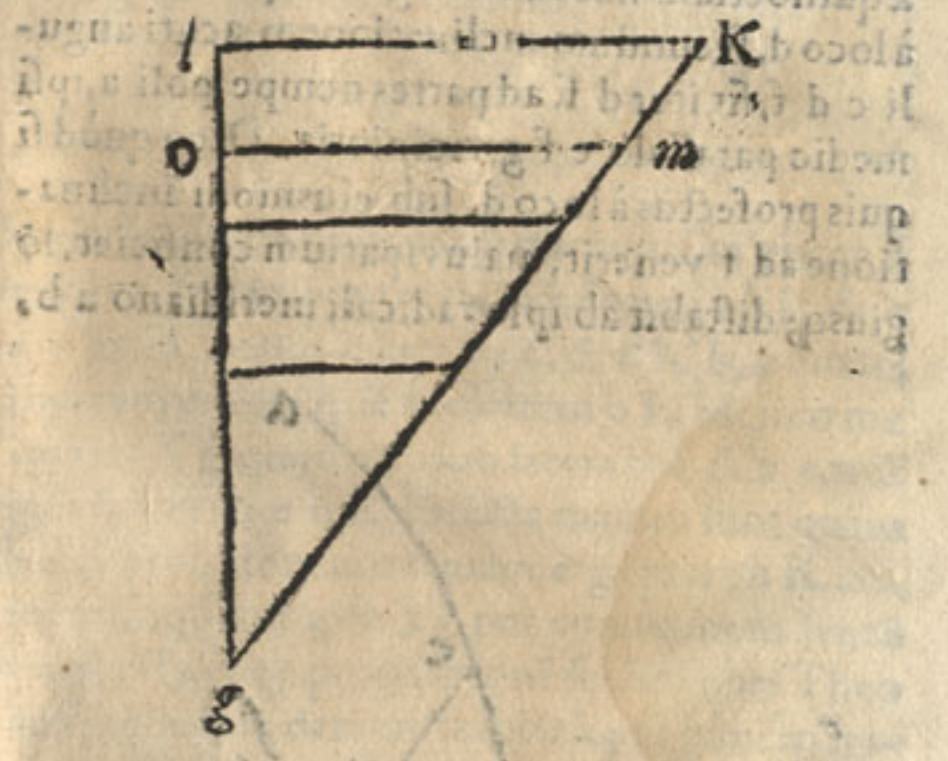
Adde quòd si à duobus locis sub vno meridiano positis duo profecti fuerint, sub æquali similiue circuli maximi ad ipsum meridianũ inclinatione, Borealior ad plagam Australem, Australior verò ad Borealem, tam diuq; pergãt donec parallelum attingant medium, præter circulum æquinoctialem, is qui ad partes poli iuerit ipli medio parallelo vicinioris, maius spatium conficiet, lõgiusq; distabit à radicali meridiano, quàm qui ad alterũ polum. Sint enim poli mundi a & b, semimeridianus a b in quo duo loca c & d, parallelum medium, qui nõ est æquinoctialis habeant e f g. Ad quem quidem à loco d, secundum inclinationem acuti anguli c d f, sit iter d f, ad partes nempe poli a, ipsi medio parallelo e f g, vicinioris. Dico quòd si quis profectus à loco d, sub eiusmodi inclinatione ad f venerit, maius spatium conficiet, lõgiusq; distabit ab ipso radicali meridiano a b,

quàm qui profectus à loco c, sub tanta inclinatione ad eundem venerit parallelum. Nam a pũcto g, circulum maximum h g k, excitabimus ad rectos ãgulos ipsi meridiano a g b, cuius intersectio cum d f sit in K. Parallelum igitur e f g, continget in ipso g puncto per quartam secundi libri Theodosij. Per duo autem puncta c & K, circulũ maximũ describem⁹ ipsũ parallelũ intersecãtẽ in y. Quare cũ duo latera c g & g k, duob⁹ laterib⁹ d g, & g K, sint æqualia, & anguli ad pũctũ g æquales, sunt enim recti, bases igitur c k & d K, sphæricorũ triãgulorũ c g K & d g K, æquales inuicem erunt, & anguli g c K & g d K, inter se æquales. Quapropter ipsi maximi circuli c K & d K, inclinationes facient æquales cum ipso radicali meridiano ad eadem loca c & d. Et quoniam c y minor est quàm c K igitur multò minor erit quàm d f. At qui profectus est à loco c, ad locum y, veniens, meridiano propinquiorem ipso f, spatium confecisse constat c y: maior igitur erit longitudinis differentia, & maior etiam viatoria distantia inter d & f, quàm inter c & y, quod demonstrandum erat. Adde etiam quod eunti, & sub eadem circuli maximi inclinatione redeunti eadem via non est. Quare ad eum locum non redit, vnde profectus fuerat. Redibit enim ad eundem meridianum, sed in alio parallelo, ad eundem verò parallelum, sed in alio meridiano. Sint enim duo loca b & c, in meridianis a b d, & a c e, manifestus polus sit a, & maximus circulus b c f, inclinationem faciat acuti anguli a b c, cum meridiano a b d, in puncto b, cum meridiano verò a c e, inclinationem acuti anguli b c e, in pũcto c. At quoniam duo latera a b & a c, cõiuncta minora sunt semicirculo, maior igitur erit angulus a c f, angulo a b c. Quapropter contrapositus angul⁹ b c e, maior etiam erit ipso angulo a b c.

Faciemus igitur ad punctum c angulum d c e, maximo circulo descripto per d & c, qui quidem angulus sit æqualis ipsi a b c, & idcirco qui profectus à

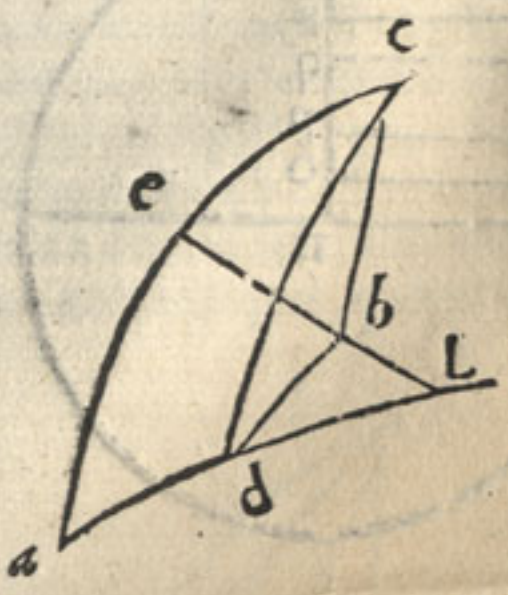
loco b ſecundum maximi circuli circumferen tiam ad c, venerit, inde rediens ſub tanta maxi mi circuli inclinatione, non ibit ad b ſed ad d, & in alio quidem parallelo. Sit autem in pũcto k, ipſius circuli c d interſectio cum b g, paralle lo loci b. Quare patet quòd ſub ipſa eadem circuli maximi c d inclinatione ad K veniet, in eo dẽ parallelo loci b, ſed in alio meridiano, quod erat demõſtrandum. Idem accidere neceſſe eſt ſi polus a eiſdem locis b & c, occultus fuerit, vt in ſequenti figura. Quoniam enim angulus a c f minor eſt angulo a b c, circulus igitur maximꝰ c i h, deſcribatur, qui angulũ g c h, æqualem faciat angulo a b c, ſitq; ipſius interſectio cũ meridiano a b in puncto i, & cum parallelo b g in h. Demonſtrabis igitur quòd qui a loco b venit in c, cum redierit ſub tãta iclinatione, non ibit ad b, ſed ad i in alio parallelo, ad h verò in alio meridiano. Inæqualitatem verò inter vi atorias diſtãtias in eiſdẽ figuris facile erit intelligere. Quæ cum ita ſint, mirum non eſt ſi nautæ inter navigandum ſæpiſsime hallucinentur, & quia cauſas ignorãt, magnis ſubinde verſentur erroribus. Eſto enim navigationis a ad b, ſub inclinatione acuti anguli c a d, decurſum ſpatium fracta linea a d e b. Cum qua meridiani c a, c d, c e, & c b, à polo manifeſto c venientes, æquales conſtituant angulos in punctis a d e b. In intermedijs autem aliquanto maiores, ſed perexigua differentia, & quæ ſenſum effugiat gubernatoris. Per a & b, maximi circuli ſegmentẽ ſcribatur a f b. Quod quidem conſtat breuius eſſe fracta linea a d e b. Nam ducto per a & e, ſegmento a e, maximi circuli, maiora erunt a d & d e, ſimul ſumpta ipſo a e, ſegmẽto. Rurſus a e & e b, coniũcta lõgiora quàm a f b. Igitur multò maiora a d, d e & e b, ſegmento a f b ipſe verò profectionis peragrationisúe angulus c a d maior erit poſitionis angulo c a b. Ponemus igitur in marina charta rectam g K, prõ fracta curuaq; linea a d e b, tãtamq; habere inclinationẽ ad meridianum g l quantam in mundo habet a d, in meridianũ a c. Et pro ſegmento a f b, reſecetur ex ipſa g K recta g m, ſecũdum ꝓportionem. Erit igitur K m, id quod propter obliquitates redundat, detracta a f b ex a d e b. A puncto porrò m recta m o, excitetur ad rectos angulos ſuper g l. In triangulo igitur rectangulo rectilineoq; g m o, iuxta Ptolemæi inſtitutum recta m o, differentiam longitudinis duorum locorum a & b, nobis indicabit, recta verò g o, latitudinis differentiam. At iuxta nautarum regulas, ducta ipſi m o æquidiſtante l K erit eadẽ l k, differentia longitudinis: ſed recta g l, latitudinis. Quanquam verò diuiſa recta g k, in ſpatia proportionalia ipſis a d, d e & e b, ductis præterea in vtraq; figura meridianis & parallelis, æquales apparebunt inter ſe differentiæ longitudinis & latitudinis in exiguis ſphæricis triangulis, & rectilineis, nondum tamen licebit à partibus totam diſtantiam colligere longitudinis, & latitudinis. Quod enim in ſingulis propter paruitatem negligitur, collectum in multis notabile fit. Eſto præterea in mũdo nauigationis a ad b, inclinationis angulus c a d ſiue c d b, quibus maiores ſint inſenſibili tamen differentia, ij qui ad intermedia puncta efficiuntur, inter a

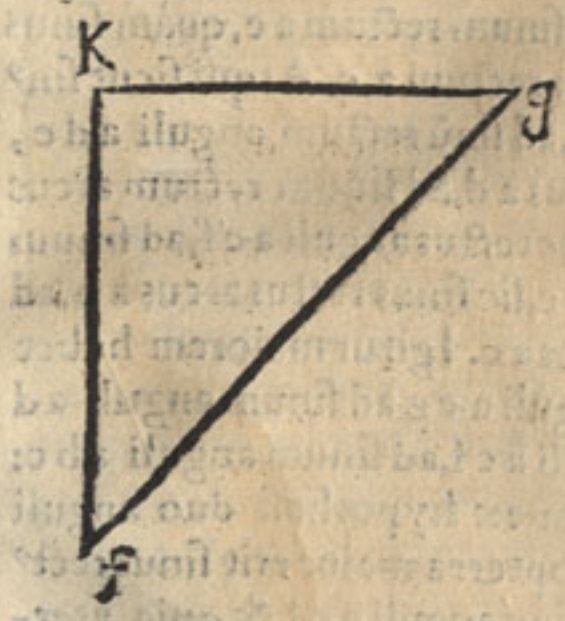


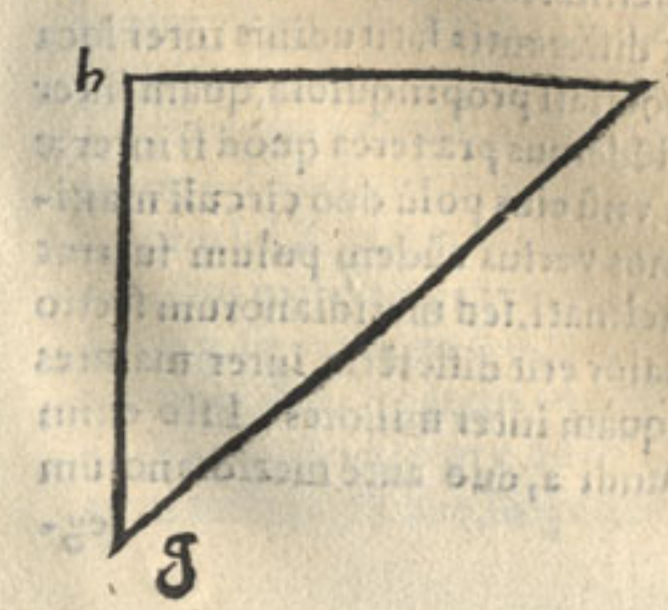


&

& d,& inter d & b. Manifestus polus sit c, parallelus loci b sit e b, differentia latitudinis a e cognita subijciatur,& inclinationis angulus cognitus. In charta porrò marina pro a & b, sint f & g: & pro e sit K,& pro angulo c a d sit k f g. Dico differentiam longitudinis locorum a & b, in ipsa marina charta vltra metas productã esse. Circulus enim maximus qui per a & d, venit, parallelum b e, secet in l, erit igitur punctum l vltra b, propterea quòd maior est angulus exterior c d l, interiore c a d siue c d b. Triangulum itaq; rectilineum f g K, pro sphærico triangulo a l e, positum erit secundum proportionem. Differentia igitur longitudinis k g, ad e l, erit accipienda, At minor est e b ipsa e l, & idcirco longitudinis differentia locorum a & b, vltra debitos numeros extẽsa est in marina charta. Sint rursus in mũdo duorum locorum a & b, differentia latitudinis comperta a e, occultus polus c, inclinationis angulus profectionisúe c a d æqualis angulo c d b, maximus circulus per a & d, scriptus parallelum b e, secet in f. Erit igitur punctum f ante b, propterea quòd minor est angulus c d f, ipso angulo c a d, quare minor est e f, quàm e b. In triangulo verò rectilineo g h K, marinæ chartæ recta g h pro a e, posita sit. Acuti verò anguli c a d, inclinatio angulo h g K, æqualis subijciatur. Recta igitur h K pro e f, sphærici trianguli e a f, posita est. Maior est autẽ e b, quàm e f: in marina igitur charta differentia longitudinis cõtracta est. Quonam igitur modo veræ locorum lõgitudines ex ipsa marina charta eliciendæ sint operæ pretium erit ostendere.



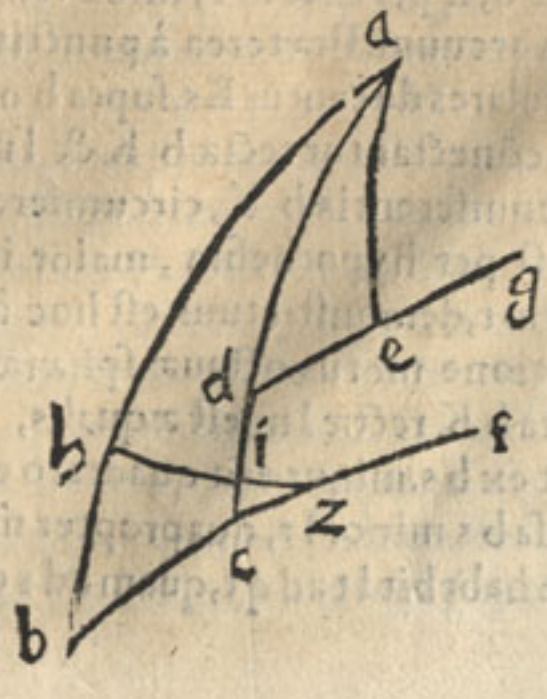




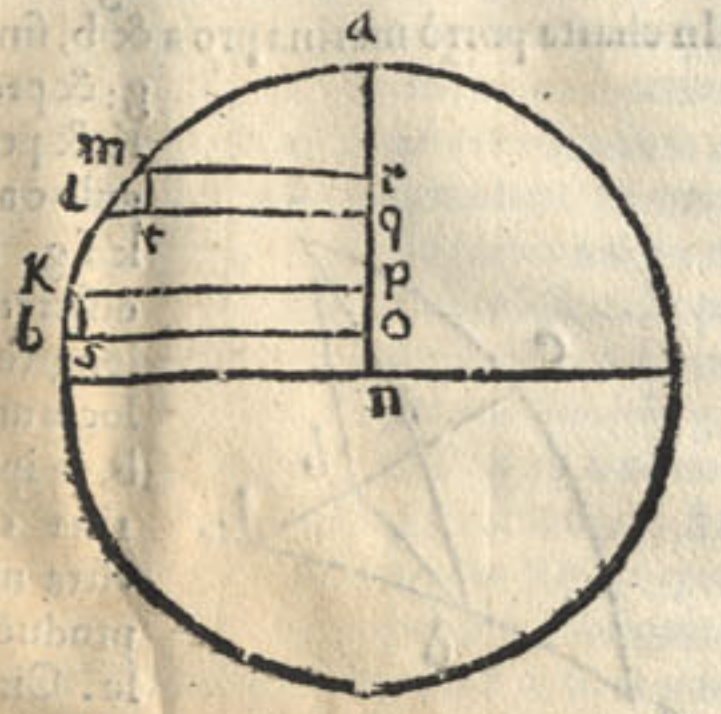
¶ *De inuenienda differentia longitudinis duorum locorum ex marina charta.*

Cap. 3.

QVanquam orbis loca in marina charta perperam posita sint, veræ tamen ipsorum longitudines & interualla ex ea concludi poterunt, si modo cognitum fuerit qua ratione reperta fuerunt, & in ipsa marina charta collocata. Aliter enim prorsus impossibile. Igitur vt id à nobis efficiatur, ostendemus in primis inter æquinoctialẽ & alterum mundi polum, maximorum circulorum ad meridianos inclinationes, minus augeri versus eundem polum, in locis ipsi æquinoctiali circulo propinquioribus, quam in remotioribus. Sit enim a, polus mundi, circuli autẽ maximi b c f & d e g, æquales faciãt inclinationes ad meridianos a b & a c, pũcta autẽ b & c, ppinquiora



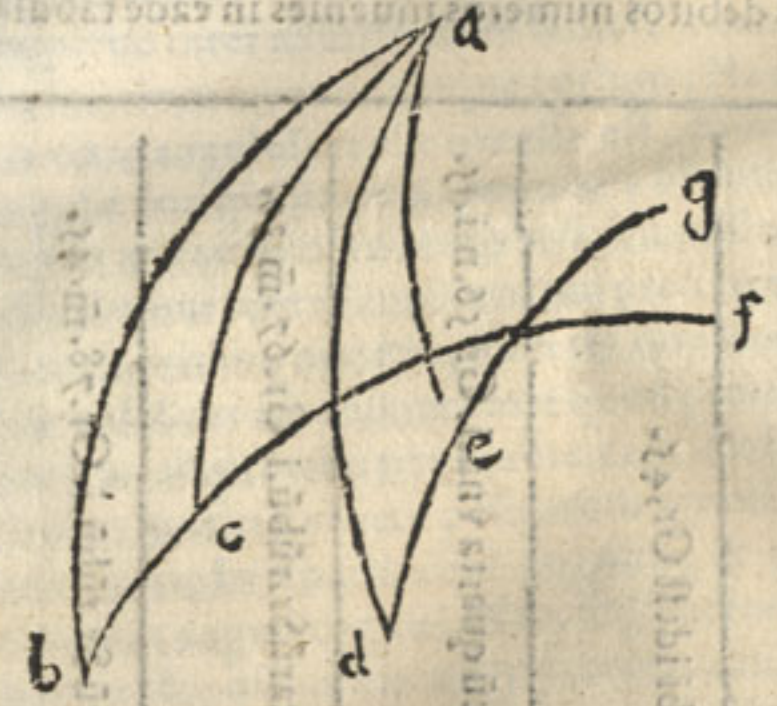
ra ſint æquinoctiali circulo quàm d & e, ſed tã tum a b excedat a c, quantum a d excedit a e: inclinationis porrò angulus a c f, quem maximus circulus b c f, cum meridiano a c efficit, maior eſt inclinationis angulo a b c, quem idem circulus b c f, cum meridiano efficit a b, propterea quòd a b & a c, coniuncta ſemicirculo minora ſunt. Pari quoq; argumento inclinationis angulus a e g, quem circulus maximus d e g, cum meridiano efficit a e, maior eſt inclinatiõis angulo a d e, quem idem maximus circulus cum meridiano facit a d. Dico igitur acutum angulum a c f, minus excedere a b c quàm acutus a e g, angulum ſuperet a d e. Quoniam enim circũferentia d e, maior eſt circumferentia b c, per ea quæ ſuperius demonſtrauimus in capite precedenti: circumferentiam igitur b z, æqualem ſumemus ipſi d e, & ex a b, ſecabimus b h, æqualẽ circumferentiæ a d, & per puncta z & h, circulum maximum deſcribemus, qui a c ſecet in i. Quapropter in duobus triangulis b h z & d a e, angulus a e d, æqualis erit angulo b z h, & idcirco duo exteriores anguli h z f & a e g, æquales relinquentur. At verò ipſe angulus h z f maior eſt angulo a c f: quia duo latera c i & g i, trianguli c i g, coniuncta ſemicirculo minora ſunt. Maior igitur eſt angulus a e g, quàm a c f, ſunt autẽ ex hypotheſi inter ſe æquales duo anguli a b c & a d g. Igitur minus excedit angulus a c f angulum a b c, quàm angulus a e g, excedat angulum a d g. Et proinde inter æquinoctialem, & mundi polum maximorum circulorũ ad meridianos inclinationes minus augentur in locis ipſi æquinoctiali propinquioribus, quàm in remotioribus, quod in primis erat à nobis oſtẽdẽdum. Idem aliter demonſtrabis ad hunc videlicet modum per proportiones ſinuum. In meridiano enim in quo a b, ſumantur a K, a l, & a m, æquales ipſis a c, a d, & a e, centrum ſphæræ ſit n, & in ſemidiametrum a n, ducantur ad rectos angulos b o, k p, l q, & m r, ſinus videlicet recti ipſorum arcuum. Præterea à punctis K & m, perpendiculares ducantur K s, ſupra b o, & m t, ſupra l q, & cõnectantur rectæ b K & l m. Et quoniam circumferentia b K, circumferentiæ l m, æqualis eſt per hypotheſim, maior igitur erit K s quàm m t, demonſtratum eſt hoc à nobis in annotatione motus octauæ ſphæræ. At quoniam recta b K rectæ l m, eſt æqualis, quadratum igitut ex b s, minus erit quadrato ex l t, & proinde ipſa b s minor l t, quapropter maiorem rationem habebit l t ad q t, quàm ad s o. At maiorem rationem habet eadem l t ad s o, quàm b s ad s o, igitur maiorem rationem habet l t ad



t q, quàm b s ad s o. Per coniunctam igitur maiorem rationem habebit l q, ad t q, quàm b o ad s o. Aequalis eſt autem t q rectæ m r & s o, rectæ K p: maiorem igitur rationem habet ſinus rectus arcus a l, ad ſinum rectũ arcus a m, quàm ſinus rectus a b, ad ſinum rectum a k. Et proinde in ſuperiori figura maiorem habet rationem ſinus rectus a d ad ſinum rectum a e, quàm ſinus rectus a b ad ſinum rectum a c. Atqui ſicut ſinus rectus anguli a e g, ad ſinũ rectum anguli a d e, ſic ſinus rectus arcus a d, ad ſinum rectum arcus a e. Item ſicut ſinus rectus anguli a c f, ad ſinum rectum anguli a b c, ſic ſinus rectus arcus a b, ad ſinum rectum arcus a c. Igitur maiorem habet rationem ſinus anguli a e g ad ſinum anguli a d e, quàm ſinus anguli a c f, ad ſinum anguli a b c: æquales ſunt autem ex hypotheſi duo anguli a d e & a b c. Et propterea maior erit ſinus rectus arcus anguli a e g ſinu anguli a c f, & quia vterq; eorum ſumitur acutus, maior ideirco erit angulus a e g angulo a c f, quare minus excedet angulus a c f angulũ a b c, quã a e g excedat a d e, quod erat rurſus demonſtrandũ. Et ex hac concludes quod ſi æquales maximorũ circulorũ ad meridianos inclinationes æqualiter fuerint auctæ, maior erit differentia latitudinis inter loca circulo æquinoctiali propinquiora, quàm inter remotiora. Oſtẽdemus præterea quòd ſi inter æquinoctialẽ & vnũ eius polũ duo circuli maximi in meridianos verſus eũdem polum fuerint inæqualiter inclinati, ſed meridianorum ſectiones æquales, maior erit differẽtia inter maiores inclinationes, quàm inter minores. Eſto enim alter polorũ mundi a, duo autẽ meridianorum

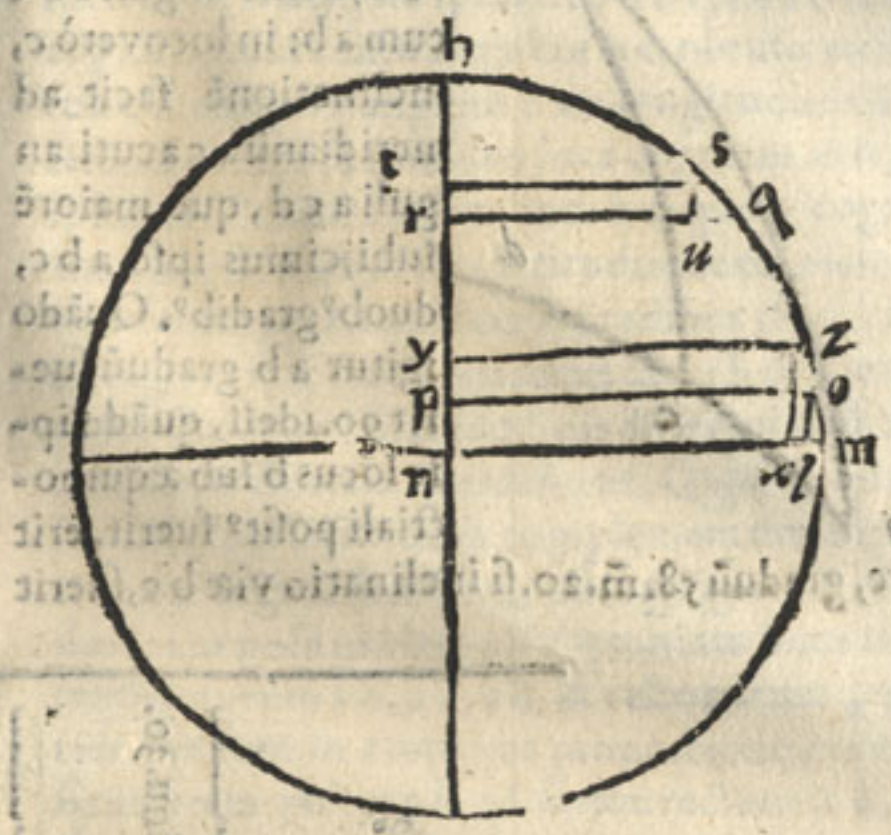
ſeg-

segmenta a b, & a d, æqualia, sed neutrum quadrante maius, duo autem a c & a e, his minora, sed inter se æqualia. Circulus porrò maximus b c f, sit inclinat⁹ in a b & a c, circul⁹ præterea maximus d e g, inclinatus in a d & a e, sed maior inclinationis angulus a b c, inclinationis angulo a d e. Aio acutũ angulũ a e g, inclinationis circuli d e g in a e, min⁹ excedere acutũ angulũ a d g, inclinationis ipsi⁹ d e g in a d, quàm acutus a c f excedat acutũ a b c. Quòd enim angulus a e g angulo a d e, maior sit, similiter angulus a c f maior a b c, ex eo liquet, quoniã per Hypothesim



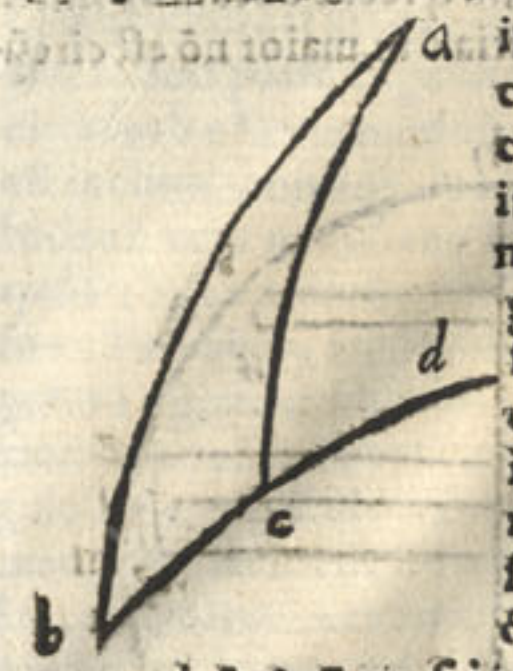
nullum ex datis meridianorũ segmentis maius est quadrante. At quòd a c f, angulus maior sit angulo a e g, ex eo concluditur, quoniam in triãgulo a b c, sicut sin⁹ lateris a b, ad sinũ lateris a c, sic sinus anguli a c f, ad sinũ anguli a b c. Præterea in triangulo a d e, sicut sinus lateris a d, ad sinũ lateris a e, sic sinus anguli a e g, ad sinũ anguli a d e. Aequalia sunt autẽ a b & a c, ipsis a d & a e, alterũ alteri: igitur sicut sinus anguli a c f, ad sinũ anguli a b c, sic sinus anguli a e g, ad sinũ anguli a d e. Et ideo per permutatã sicut sinus anguli a c f, ad sinum anguli a e g, sic sinus anguli a b c, ad sinum anguli a d e. Atqui maior est sinus anguli a b c sinu anguli a d e, igitur maior erit sinus anguli a c f sinu anguli a e g. Et quia vterq; eorum est acutus, maior igitur erit angulus a c f angulo a e g, sed quod idem angulus a c f, maiori differentia excedat angulum a b c, quàm a e g ipsum a d e, ostendemus in alia figura. In circulo enim h i K sit h m, arcus anguli a c f, sinus verò rectus m n, sitq; h o arcus anguli a b c, sinus rectus o p. sit præterea h q, arcus anguli a e g sinus rectus q r, sitq; h s arcus anguli a d e, sinus rectus s t, & à puncto o in m n, ad rectos angulos excitetur recta o l, & ab s, in q r, ad rectos angulos s u

& à b o, in m & a b s, in q rectæ ducantur lineæ. Iã igitur si circũferẽtia o m, maior nõ est circũ-



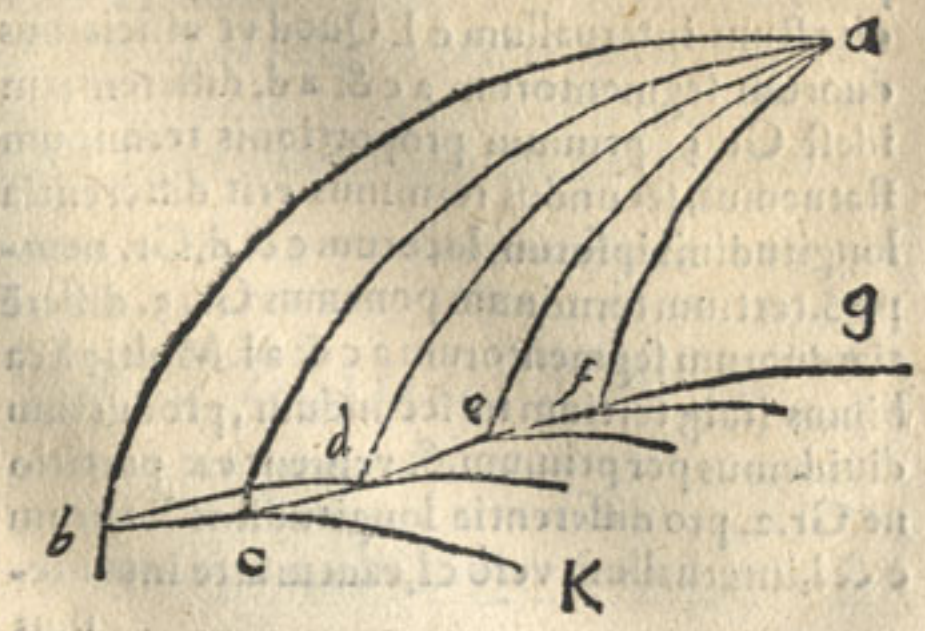
ferentia q s, aut igitur ei æqualis erit, aut minor. Si æqualis, æquales igitur erunt duæ rectæ o m & s q, sed o l, maior est quam s u, quare minor relinquetur m l quàm q u. Maior est autem l n quàm u r, maiorẽ igitur habebit rationẽ q u ad u r, quàm m l ad l n, & idcirco maiorem habebit rationẽ tota q r ad u r, quàm tota m n ad l n, & proinde maiorẽ rationẽ habebit sinus rectus anguli a e g, ad sinum anguli a d e, quàm sin⁹ anguli a c f, ad sinũ ãguli a b c, quod est impossibile: eandẽ enim rationem esse demonstrauimus. Et propterea circũferentia o m, æqualis non est circumferentiæ q s, atqui minor ea nõ est. Nã si sit minor, sumatur igitur m z. circũferentia æqualis eidẽ q s, & sit z y, sinus rectus segmenti k z. & ducatur à pũcto z in m, recta linea m z, & ab eodẽ z recta z x, ad rectos angulos super m n. Quare ostẽdes eadẽ arte maiorem rationẽ habere q r ad u r, quàm m n ad x n. At m n ad x n, maiorẽ rationem habet quàm ad l n, quia maior est l n quàm x n. Idcirco multò maiorem rationẽ habebit q r ad u r, quàm m n ad l n. Quapropter sinus anguli a e g, ad sinũ anguli a d e, maiorẽ habebit rationem, quàm sinus anguli a c f, ad sinũ anguli a b c, quod rursus est impossibile, contrarium enim fuit antea ostẽsum. Et propterea maior est differentia m o, qua angulus a c f, excedit angulum a b c, quàm differentia q s qua angulus a e g, excedit angulum a d e, & proinde maior est maiorum differentia quàm minorũ, quod demonstrandum suscepimus. Hæc autem intueri licet in sequenti figura & numerorum tabula à nobis exarata. In qua quidem a b & a c, sunt meridianorum segmenta locorum b

& c, polus manifestus a, circul⁹ maximus b c d, inclinationē facit in loco b, acuti anguli a b c cum a b: in locoverò c, inclinationē facit ad meridianū a c acuti anguli a c d, quē maiorē subijcimus ipso a b c, duob⁹ gradib⁹. Quādo igitur a b graduū fuerit 90. idest, quādo ipse locus b sub æquinoctiali posit⁹ fuerit, erit a c, graduū 58. m̄. 20. si inclinatio viæ b c, fuerit primæ quartæ, quæ à Septētriōe recedit ad Nordestē, vel Noroëstē, aut ab Austro ad Sudoëstē vel Suestē gradib⁹ 11. m̄. 15. circūferentiæ Horizōtis. Sed si viæ inclinatio duarū quartarū fuerit, qualis est Nornordestis & Susudoëstis, aut Nornoroëstis, & Susuëstis, erit ipse arc⁹ a c, Gr. 67. m̄ 20. at si triū quartarū fuerit, erit a c, Gr. 71. m̄. 59. In cęteris autē inclinationibus, quēad modū in ipsa tabula apparet. In qua quidē si a b graduum subijcias 80. erit a c, in prima quarta Gr. 56. m̄. 57. In secunda verò Gr. 65. m̄. 16. In tertia Gr. 68. m̄. 51. Ad reliquias item inclinationes & ipsius loci b, à manifesto polo distantias debitos numeros inuenies in eadē tabula.



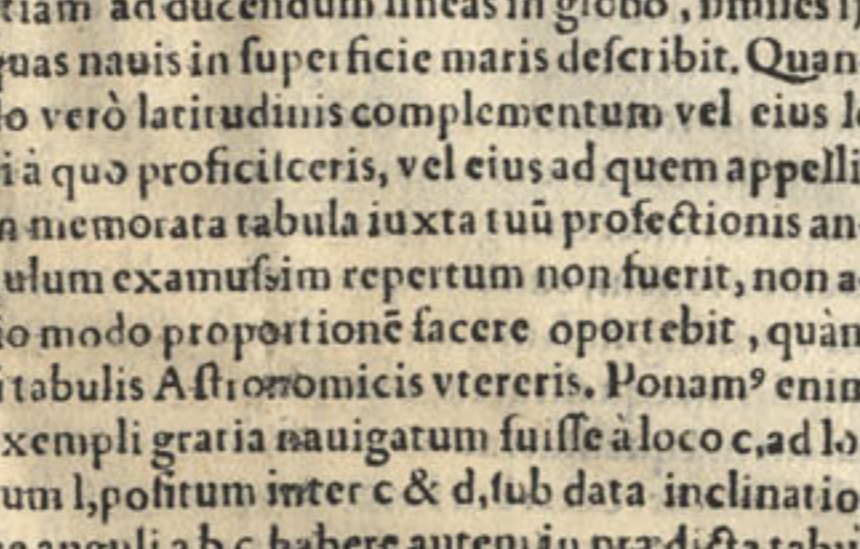
Si est a b,	Quando inclinatio viæ b c, est vnius quartæ ideſt Gr. 11. m̄. 15.		Quando inclinatio viæ b c, est duarum quartarum ideſt Gr. 22. minu. 30.		Quando inclinatio viæ b c, est trium quartarum ideſt Gr. 33. minu. 45.		Quando iuclinatio viæ b c, est vnius umbi ideſt Gr. 45.		Quādo inclinatio viæ b c, est vnius rūbi cū quarta vnā. i. Gr. 56. mi. 15.		Quādo inclinatio viæ b c, est duarū quartarū Sr. rūbū. i. Gr. 67. m̄ 30.		Quādo inclinatio viæ b c, est triū quartarū Sr. rūbū. i. Gr. 78. m̄. 45.	
Gr.	Gr.	m̄.	Gr.	m̄.	Gr.	m̄.	Gr.	m̄.	Gr.	m̄	Gr.	m̄.	Gr.	m̄.
90	58	20	67	20	71	59	75	12	77	54	80	31	83	34
80	56	57	65	16	68	51	74	59	74	21	76	15	78	8
70	53	7	60	8	63	20	65	18	66	45	67	57	69	2
60 erit a c,	47	29	53	3	55	16	56	51	57	52	58	40	59	23
50	40	42	44	59	46	45	47	47	48	31	49	5	49	34
40	33	10	36	2	37	41	38	25	38	56	39	21	39	42
30	25	11	27	29	28	23	28	55	29	16	29	33	29	47

Horizontis circumferentiam, pariter & nautici instrumenti diuisam supponimus in partes æquales 32. in rumbos videlicet 8. semirumbos 8. quos medias inclinationes siue profectiones appellant, & rumborum quartas sedecim. Quoniam verò (vt credi par est) qui clauum regit, auctam aut diminutam duobus circiter gradibus inclinationē ob paruitatem non sentit. Idcirco tādiu versari nauem sub vno atq; eodem maximo circulo subijciemus, quoad prior inclinatio duobus gradibus aucta fuerit, quando ad partes manifesti poli nauigatur. Inde verò alium subire maximum circulum, qui paruum illum inclinationis lapsum emendet, si eandem perpetuò inter nauigandum seruare intendim⁹ inclinationem, eundemque cursum. Nam nauis viam angulosam esse necesse est, & in ipsis angulis inæqualitatem inueniri. Huiusmodi autem inæqualitatem variam & inconstantem esse fatemur. cæterūm incertum pro certo statuere interdum oportet, dum res non constat, hoc videlicet emolumento: vt quod prorsus ignoratur, aliqua ex parte innotescat. At locorū situs in marina charta positorum ignoti sunt, quanquam latitudines sint cognitæ, & profectionum anguli cogniti. Nam lōgitudines sunt ignotæ, & positionum anguli inter quæuis duo loca etiam ignoti, quamuis viarum inclinationes fuerint cognitæ. Hæc tamen nostra tabula plurimum nos iuuabit ad inueniendum veras locorum longitu dines, & positionum angulos. Nam si exempli gratia in terræ marisq; globo fracta linea b c d e f g, inclinationem habuerit vnius quartæ ad meridianorum segmenta in ipsis punctis b c d e t g, locus verò b, sub æquinoctiali subijciatur. Erit igitur à loco b in c, profectionis angulus graduum 11. m̄. 15. minor quidē angulo a c k, (vt suppositum) duobus gradib⁹. Quapropter si secundi loci latitudinis complementum repertum fuerit Gr. 58. m̄. 20. certū habebimus ipsum secundum locum ibi esse vbi c. Quare profectionis angulus a b c idem erit & positionis, directum verò interuallum erit b c. & idcirco in triangulo sphærico a b c, ex a b & a c cognitis, cum acuto angulo a b c, obtuso existē te a c b, reliquus angulus b a c, longitudinis differentiæ inter eadem duo loca cognitus erit, & ipsum directum interuallum b c, quoq; cognitum. Sed si secundi loci latitudinis complementum maius repertum fuerit gradibus 58. m. 20. erit igitur ipse secundus locus inter b & c, quare consimili arte longitudinis differentia, & interuallum itineris innotescent. Quòd si ipsum secundi loci latitudinis complementum minus reperiatur gradibus 58. m̄. 20. erit igitur secundus locus positus vltra c. Et quoniam sinus recti segmentorum a b, a c, a d, & reliquorum proportionales sunt in continua proportione, nempe sicut sinus rectus a b ad sinum rectum a c, sic sinus rectus a c, ad sinum rectum a d, & ita deinceps, propter angulorum ad bases triāgulorum æqualitatem, Multiplicabimus igitur sinum rectum segmenti a c, graduum 58. m̄. 20. in seipsum, productum verò diuidemus per sinum segmenti a b, partium videlicet 100000. & veniet in quotiente sinus rectus segmēti a d, quare per tabulam sinuum ipsum segmentum a d illico innotescet. Quod si æquale repertum fuerit complemento latitudinis secundi loci, erit igitur secundus locus vbi d. Iam igitur in sphærico triāgulo a c d, ex duobus lateribus a c & a d, cognitis cum angulo a c d, obtuso existente ad c, reliquus angulus c a d, differentiæ longitudinis duorum locorum c & d, innotescet. Cognitus autē erat simili syllogismo angulus b a c: totus igitur angulus b a d, differentiæ longitudinis duorum locorum b & d, patefiet, simul & circumferentia c d, quapropter obliquū itineris interuallū b c d, cognitum erit. Quod si directū interuallū cognoscere libeat, ducto p b et d, maximo circulo: in sphærico igitur triāgulo a b d, ex duob⁹ lateri b⁹ & āgulo b a d, cogniris, cognoscetur basis b d, simul & positionis angulus a b d, qui ali⁹ est à profectionis angulo. At si ipsum a d, segmētū minus repertum fuerit complemento latitudinis secundi loci, erit igitur ipse secūdus locus inter c & d, quapropter differentiam lōgitudinis eiusdem & loci c, quemadmodum docuimus quando erat positus inter b & c, notam faciemus. Cui quidem adiungemus differentiam lōgitudinis duorum b & c: tota igitur longitudinis differentia primi loci & secundi cognita



erit, obliquum etiam interuallum & directum prædicto modo innotescent. Neque dissimiliter operabimur, quando secundi loci latitudinis complementum segmẽtum ad superauerit. Ex his igitur intelliges quonammodo sit inuestiganda differentia longitudinis duorum locorum quãdo a b, complementum latitudinis primi loci gradus habuerit 80. aut 70. & ita deinceps, alius etiã fuerit profectionis angulus, quàm is quem hoc exemplo vnius tantum quartæ supposuimus. Tabula verò quam exarauimus multò cõmodior esset, si in quinos gradus, aut ternos, aut binos extẽsa esset, vel si ea arte cõstrueretur, vt suppositio segmento a b, graduum 90. scriberentur in eadem tabula reliqua segmenta a c, a d, a e, a f, a g, & ita deinceps, quæ in continua proportione sunt proportionalia. Hoc autem iuxta quamlibet fractæ lineæ inclinationem angulique profectionis magnitudinem. Eiusmodi verò tabula non maiori negotio confici posset, quàm quæ à nobis exarata est. Nam in vnaquaq; inclinatione anguloue profectionis communis multiplicator erit sinus rectus ipsius inclinationis, communis autem diuisor sinus rectus erit illius anguli qui datæ inclinationis angulum duobus gradibus superauerit, si ita subijcere libeat, aut qui vno tantum, si exactius rẽ tractare velis. Exempli gratia in inclinatione Nordestis & Sudoestis, aut Noroestis & Sucstis cõmunis multiplicator erit sinus graduum 45. communis porrò diuisor sinus rectus graduum 47. aut 46. si mauis. Incipiendo igitur ab æquinoctiali, erit sinus totus primus numerus multiplicandus per communem multiplicatorem, productum porrò diuidetur per communem diuisorem, & veniet in quotiente sinus rectus segmenti a c. Eum verò multiplicabimus per communem multiplicatorem & productum diuidemus per communem diuisorẽ, & veniet in quotiente sinus rectus segmenti a d. Hunc deinde sinum rectum multiplicabimus per communẽ multiplicatorem, productum verò diuidemus per communem diuisorem, & veniet in quotiẽte sinus rectus segmenti a e, & ita in cæteris operandum erit. Cognitis igitur hac arte sinibus rectis singulorum segmentorum, segmenta ipsa quæ quidem latitudinum complemẽta sunt ex tabula sinuum rectorum cognita erunt. Cæterum quoniam huiusmodi segmenta innumera sunt, minima enim proportionalium assignari non potest: sat igitur erit huiusmodi tabulam vsq; ad latitudinem graduum 60, extendere.

Quod si in vnaquaq; inclinatione iuxtã numerum graduum & minutorum complementi latitudinis, numerum graduum & minutorum anguli b a c, idest differentiam longitudinis inter b & c, apposueris, directi etiã interualli b c magnitudinem, & similiter iuxta reliqua segmenta meridianorum, differentias longitudinis, & interualla inter angulos fractæ lineæ b c d e f g, erit hoc nobis magno vsui, non solum ad veras longitudines ex marina charta eliciendum, sed etiam ad ducendum lineas in globo, similes ijs quas nauis in superficie maris describit. Quando verò latitudinis complementum vel eius loci à quo proficiscaris, vel eius ad quem appellis in memorata tabula iuxta tuũ profectionis angulum examussim repertum non fuerit, non alio modo proportionẽ facere oportebit, quàm si tabulis Astronomicis vtereris. Ponam⁹ enim exempli gratia nauigatum fuisse à loco c, ad locum l, positum inter c & d, sub data inclinatione anguli a b c, habere autem in prædicta tabula segmentum a c, Gr. 72. a d verò Gr. 63. angulum c a d, longitudinis differentiæ inter c & d, Gr. 6. interuallum autem c d, Gr 10. porrò complementum latitudinis loci l, quod quidem est



a l, obseruatione repertum fuerit Gr. 69. Operæ prætium igitur erit longitudinis differentiã per ipsam tabulam inuenire inter c & l, necnõ directum interuallum c l. Quod vt efficiamus duorum segmentorum a c & a d, differentiam idest Gr. 9. primum proportionis terminum statuemus, secundus terminus erit differentia longitudinis ipsorum locorum c & d, Gr. nempe 6. tertium terminum ponemus Gr. 3. differẽtiæ duorum segmentorum a c & a l. Multiplicabimus itaq; tertium in secundum, productum diuidemus per primum, & venient ex partitione Gr. 2. pro differentia longitudinis locorum c & l, interuallum verò c l, eadem arte inueniemus

mus Gr.3.m.20.Primus enim terminus atq; tertius ijdem erunt, qui in priore operatione, sed pro secundo ponentur Gr.10.quos continet in teruallum c d. At si exacta ratione vti velis,scie tiam triangulorum sphæricorum consulas quēadmodum ad ipsius tabulæ compositionem facere consueuisti.

Propositis itaq; duobus locis in charta marina positis,inter quos longitudinis differentiam inuenire oporteat,poterit id ex nautarum relationibus deprehendi,per doctrinam à nobis traditam. Nam vel ab vno in alterum nauigatum fuit aliquando: vel nemo vnquam ab vno in alterum nauigauit,sed potius ab vno alio loco in ipsa duo loca. Quod si ab vno loco in alterum nauigatum fuit,& vel à Septētrione in Austrū, vel è contrario ab Austro in Septētrionem, certum est eadem duo loca longitudine non differre,sed si alia fuit ea nauigatio,quàm quæ sub vno meridiano fit,aut sub vno parallelo,non erit difficile,per ea quæ docuimus ex angulo profectionis & eorundem locorum latitudinibus differentiam longitudinis inuenire. Veruntamē si ab vno datorum locorum in alterū nemo vnquam nauigauit, sed potius à quodam vno tertio loco ad ipsa data loca, vel ab ijsdem al illū. Inuestigabimus igitur eadem arte longitudinis differentias inter ipsum tertium locum & duo proposita loca. Ex eis enim differentia longitudinis duorum datorum locorum in marina charta positorum patefiet. Vt autem faciliori negotio complurium locorum longitudinis differentias cognoscere possis, sumendus erit pro radicali loco cum quo reliqui sint conferendi vnus ex maritimis aut potius ex insularibus à continente valde remotis,à quo in complures orbis prouincias solitum sit nauigari. Et subijcimus in huiusmodi operationibus angulos profectionis cognitos esse. Nam vel viatorium illud instrumentum, quod Hispani acum nauticam appellant, mundi cardines rectè ostendit.& proinde reliquas plagas, vel si nutat, vt experientia docuit, quanta sit à polis mundi in omni loco nutatio in primis esto comperta.

¶ DE SOLIS DECLINATIONE. Cap. 4.

IN tabula declinationis Solis qua vtuntur ad latitudinem inueniendam maxima declinatio transcendere nō debet gradus 23.m. 30.quare opus est emēdatione. Præterea errant:quoniam inquirunt in eadem tabula declinationem Solis per diem mensis,gradu Zodiaci in quo est ignorato: constat autem quòd vera esse non potest ipsa eorum tabula in plures annos. Non enim fieri potest reditus declinationis ad eadem minuta, etiam adhibita æquatione. Consultius igitur facerent si verum locum Solis in primis inuenirent per tabulam ad quatuor annos supputatam,quibus finitis vtendum erit æquatione. Deinde verò per locum Solis cognitum declinatio elicienda erit ex tabula declinationum. In ea autem inuestigatione differentiam meridianorum negligendam censemus, nisi spatiū sex horarum superauerit, aut in ijs diebus eam inquirant in quibus insigni differentia augetur aut minuitur,idest circa æquinoctialia puncta. Cæterùm quouis modo Solis declinationē supputare velint, est in alia re multò maior ambiguitas. Subijcitur enim in ijs tabulis quib⁹ nautæ vtuntur,vndecima die Martij in anno communi nostra ætate, Solem declinatione carere, quod non valde cōstare video inter doctos Mathematicos. Nam qui octauam sphæram ponūt motu trepidationis moueri, cum tabula motus Solis sit constructa ad Eclipticam primi mobilis cuius initium est immobilis sectio, necessariò concedent(velut Georgius Purbachius infert)Solem in initio Arietis & Libræ constitutum,ab æquinoctiali primi mobilis sæpissimè declinare,& proinde in initio Cancri non maximam habere declinationem, quod tamen negare debent qui eum trepidationis motum recipere nolunt.Huiusmodi autem difficultas facilè dissolui posset, si apud Solstitium æstiuū minimam Solis distantiā à vertice obseruaremus: præterea in eodem loco maximam remotionē circa Hybernum,vt nota relinquatur inter tropicos exacta distātia.Cuius dimidium quæ maxima est declinatio si auferatur à maxima Solis altitudine, nota relinquetur altitudo æquinoctialis supra horizontem eius loci in quo facta fuerit huiusmodi obseruatio, qua cognita facilè quidem poteris intelligere quo nam die Sol declinatione careat. Enimuerò si circa æqui-

no-

noctiorum tempora meridianam Solis altitudinem obseruaueris, idq; tamdiu feceris, donec ea æqualis inueniatur altitudini æquinoctialis supra horizontem, dubium non erit, quin Sol in ipsa die declinatione careat: inuento igitur verò loco ipsius ad eandem diē, ipse gradus ecliptice primi mobilis in quo Sol nostra ætate declinatione caret, cognitus erit. At facilioris doctrinæ gratia vernalem sectionem ecliptice octauæ sphæræ principium Arietis appellabimus, à quo veri loci Solis supputatio pro ipsius declinatione inuenienda nostra hac tempestate initium sumat. His igitur suppositis locorum latitudines ex altitudine meridiana & Solis declinatione vere concludi poterunt. Quas quidē obseruationes non minus deberent facere qui prædictum motum trepidationis ponūt, quàm qui eum in natura esse negant. Vtriq; enim tabulis & calculo Alphonsi regis vtuntur ad verum locum Solis & Lunæ, & planetarum quolibet die inueniendum. Qui certè computus adeò exactus esse non potuit, quin aliquid notadignum sit deperditum trecentis his annis qui ad nostra vsq; tempora fluxerunt. Hæc parum animaduertit vir quidam circa emendationem temporum diligentissimus, qui cum ex tabulis Alphōsinis ingressum Solis in Arietem nostro tempore collegisset decima die Martij, æquinoctium verò vernale à Iulio Cæsare notatum 25. die eiusdem mensis, falsam idcirco conclusit anni quantitatem suppositam ab Alphonso, quoniam quindecim qui intercidūt dies inter duo verna æquinoctia, compleri non possent nisi in annis 2000. Probat autem sententiam Albategnij de eadem re, quoniam ipsos 15. dies imp'eat. At non aduertit Campanum anno natiu tatis Christi millesimo ducentesimo simili prorsus argumento in magno computo improbasse ipsam Albategnij opinionem de æquinoctiorum anticipatione, quoniam sequeretur ex ea diem Solstitij hyemalis diē natiuitatis Christi præcessisse duobus diebus. Præterea non videt ingressum Solis in Arietem referri ad sectionem immobilem in ecliptica primi mobilis, æquinoctium verò vernum ad mobilem sectionem ecliptice octauæ sphæræ. Quare cum eosdem terminos non accipiat in ea computatione, nihil ex ea concludi potest. Sed si iam velit nullam esse apud Alphonsum sectionem mobilem, in o verò tunc æquinoctium vernum accidere cū per tabulas reperitur in initio Arietis, quanquam si habenda esset ratio motus trepidationis aliter sentiendum esset: veræ sunt igitur tabulæ Alphonsi ad ostendendum æquinoctia, & proinde anni quantitas vera est quam eædē tabulæ subijciunt. Et (quod certissimū putat) fuisse Iulij Cæsaris ætate annis videlicet 45. ante Christum vernum æquinoctium 25. die Martij, bissextili anno, maioris est ambiguitatis. Nā si Ptolemæo credimus exactissima illa obseruatio autumnalis æquinoctij quam decimo septimo anno Adriani fecit, fuit post initium annorum Nabunasari annis Aegyptijs 879. diebus 66. & horis duabus, fluxerunt autē ab ipso principio regni Nabu. vsque ad initium annorum Christi (vt scribit Alphonsus) anni Romani 746. & dies 310. Fuit igitur prædictum æquinoctium autumnale anno 132. à Christo nato. Interceslerūt enim anni Romani 131. dies 268. & horę 2. & erat annus ille bissextilis. Quapropter facta per mensium dies computatione consequens est, accidisse ipsum autumnale æquinoctium 24. die Septembris. Cæterùm si calculū sequaris Georgij Purbachij & Ioannis de monte regio tertio libro Epito. sequenti die fuisse reperies, idest 25. eiusdem mensis. Hi enim à temporis spatio quod in tabulis Alphonsi inter Nabunasarū & Christum fluxisse reperitur, vnam diem detraxerunt, & eandem ei qui inter Christum & prædictum autumnale æquinoctiū addiderunt, quod quidem congruit cum ijs quæ Georgius Valla ex Ptolem. tradit de ortu & occasu signorum. Nam 25. die Septembris confectum scribit autumnale æquinoctium, vernum verò 22. Martij. Ioannes Stoflerus in Calendario idem affirmat. Reperimus tamen in libello quodam de inerrantium stellarum significationibus à Nicolao Leonico è Græco translato, quem Ptolemæi dicit esse, vernum æquinoctiū 26. Martij in anno communi. Cui idcirco fides adhibenda non est in ea re, quoniam autumnale confici ait 21. die Septembris, quæ cohærere non possunt, & obseruatis repugnant. Ostensum fuit enim à Ptolemæo inter vernum æquinoctiū & autumnale dies esse 187. Quare si vernale fuit 26. die Martij, oportebat igitur autumnale fieri 29. Septembris, nō 21. Patet igitur ex supradictis quòd anno 132. à Christi natiuitate æquinoctiū vernum fuit, vel 21. vel 22. Martij. Anno igitur conceptionis qui fuit quoq; bissextilis oportuit esse vel 22. vel 23. Et idcirco etiam si (vt ait ipse Ioannes Lucidus) anno domini 1545. vernum æquinoctium acciderit decima die Martij, non potuit tamen æquinoctio

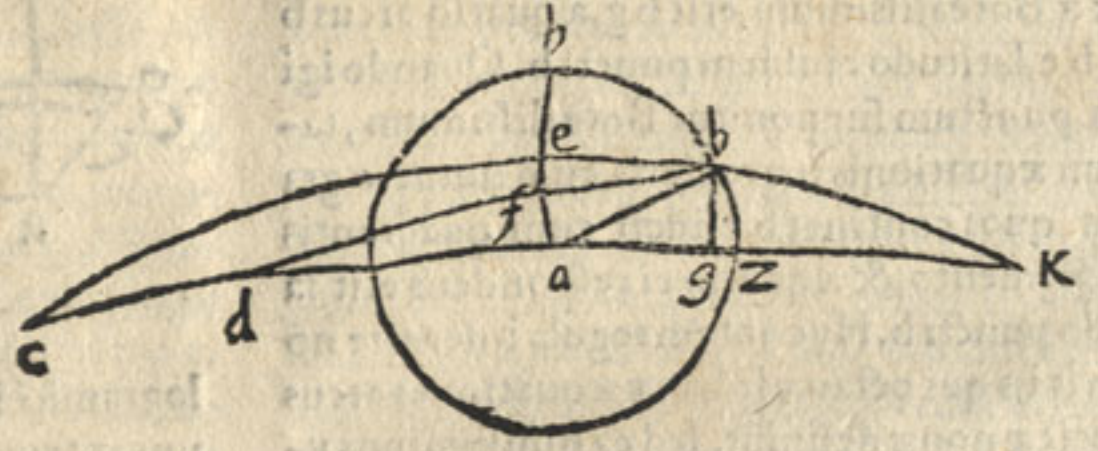
ctiorum anticipatio à 45. anno ante Christi natalem dies 15. comprehendere. Campanus autem quoniam Thebitij sententiam amplexus est de quantitate anni, & stellarum fixarum motu, affirmat in magno computo vernum accidisse æquinoctium pridie quàm in vtero virginis Christus redemptor orbis cõciperetur: celebrabatur tamẽ Romæ ipso conceptionis die, idest 25. Martij, iuxta Cæsaris institutum. Nam quoniam Hipparchus & alij Astronomi anni quantitatem diffinierant dierum 365. cum quadrante. Cæsar igitur neglectis quadrantibus trium annorum vnum diem adiunxit quarto, quem bissextilem nominauit, & proinde quatuor illis annis Solem cursum suum examussim confeciſſe existimauit. Et quoniam obseruatũ fuerat aliquando à vetustioribus Astronomis vernum æquinoctium quodam mensis Martij die, qui iuxta instituti Calendarij formam 8. Cal. Aprilis erat bissextilis anni, firmam propterea atq; inuariatam sedẽ putauit habere. Nõ quòd Cæsari præsenti obseruatione ingressus Solis in vernalem sectionem innotuisset. Quod autem dicit Alphonsum Regem Albategnij opus non legisse, quia nondum in Latinum trãslatum esset, falsum est. Nã Arabicis libris omnino vsus fuit, quibus eo tempore tota Hispania plenissima erat, & adiutus mauris quibusdam Toletanis tabulas cœlestium motuũ constituxit. Quin in opere illo magno Hispanicè ab eo conscripto quod in Complutensi extat Bibliotheca ipsas tabulas quæ circumferuntur posuit, tabulas etiam Ptolemæi & Albategnij, vt liceret cuiuis quibuslibet tabulis vti. Sed hæc notiora sunt, quàm vt à nobis inculcari sit necesse. Similiter ferè labi video complures nostri tẽporis Astronomos, qui cum Alphonsinam sequantur positionem de motu stellati orbis, ex maxima tamen Solis hac ætate declinatione, & latitudine stellæ, atq; eius vero loco per tabulas inuẽto declinationem ipsius eliciunt, & vicissim ex cognita declinatione verum locum inquirũt. Quippe vt intelligant quantum fixa sydera progressa fuerint vel à tẽporibus Ptolemæi, vel Alphõsi, vel aliorum ad hæc tempora. Non aduertunt autem retulisse Ptolemæum initium motus stellarum fixarum ad sectionem ecliptice mobilẽ, quam immobilem tamen putabat. Quapropter siue in tabulis Alphonsi ipsorum computus sectionem mobilem in qua vernũ æquinoctiũ accidit, initiũ supputationis faciat, siue immobilem, ijdem termini non seruantur. Cæterùm cõstat eosdem authores stellarum fixarũ motus à sectione vernali computare, longitudinis angulo sphærici trianguli constituto ad polum ecliptice octauæ sphæræ, quemadmodum tabulæ directionum Ioannis de Monteregio sub ijciunt. Si enim canẽ maiorem posueris in septimo gradu m. 18. signi Cancri, latitudinẽ q; Australẽ habere Gr. 39. m. 10. suppositа igitur maxima Solis declinatione nostra ætate Gr. 23. m. 30. quæ eadem est Ecliptice octauæ sphæræ eiusdem stellæ declinationem gradus quindecim habere concludes cum minu. 49. quemadmodum noster calculus indicauit in libro Crepusculorum, quantam etiam reperio in vulgata Ephemeride Ioannis Stoflerini. Et proinde motum stellarum fixarum non referunt ad initium Arietis primi mobilis, sed ad sectionẽ æquinoctialis & ecliptice octauæ sphæræ. Inuenit quidem eadem illa arte Albategnius astrorum fixorum motus, sed prædictum trepidationis motum, si is in cœlo est ignorauit. Ioannes Vernerus Norimbergẽsis duplicem posuit motus octauæ sphæræ trepidationem, vt quæ obseruationibus inuenerat, cum ijs quæ reperta fuerant ab Alphonso, Albategnio, & Ptolemæo, atq; alijs vetustioribus Astronomis congruerẽt. Nouissimè autem Nicolaus Copernicus Torinæus aliam rationem commẽtus est vt idem efficeret, sed quæ reperta fuerãt ab Alphonso nõ commemorat. Vtri eorum adhærendum sit plane nescimus. Nam eodem fermè tempore fixa sydera obseruarunt, & eandem posuerunt maximam Solis declinationem, graduum nempe 23. minu. 28. se. 30. Cæterũm vel propter fallaciam instrumentorum, vel quia latitudines locorum in quibus suas fecerunt obseruationes, non satis fuerunt exploratæ, dissident ipsi inter se. Spicã enim virginis inuenit Vernerus in Gr. 16. mi. 54. Libræ, at Copernicus eadem vsus methodo in Gr. 17. minu. 14. eiusdem signi, & candẽ rursus stellam post viginti duos annos Hieronymus Cardanus in Italia ait inuenisse vndecim abeo factis obseruationibus in Gr. 16. minu. 8. Nos verò interim quamuis assidue astrorum faciamus obseruationes, quoniã talia organa nõdum habemus quibus confidenter vti possimꝰ, nil pro certo affirmantes cum Albategnio sentimus. Scripta Marci Beneucẽtani ad manus nostras non peruenerunt, sed librum de æquinoctijs & Solstitijs & Apologiam legimus Alberti Pighij, qui nõ toties vincit, quoties vincere putat. Et quoniam persuaserunt sibi nonnulli eũ

cui

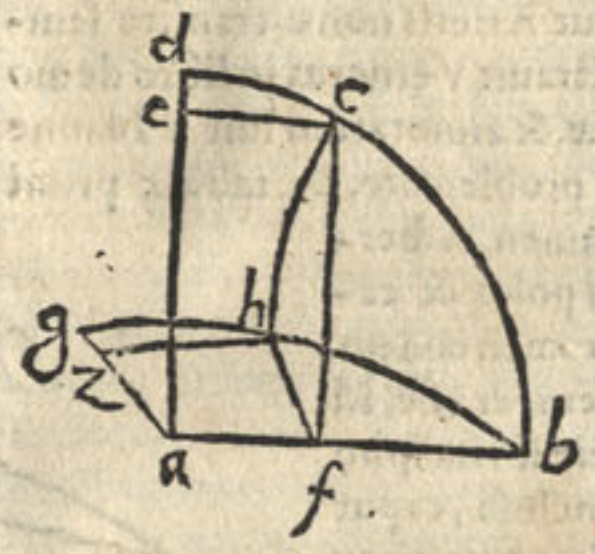
euidenter demonſtraſſe ex Alphonſina poſitione, vernale æquinoctium tēpeſtate noſtra quinq; dies præcedere introitum Solis in caput Arietis Alphonſinarum tabularum, id ipſum modò operæ pretiū erit examinare. Conatur imprimis oſtēdere ſtellarum fixarum motum per tabulas Alphonſi inuentum non conuenire cū obſeruationibus Ptolemæi, quod Nicolaus Cuſanus primus annotauit: quoniam ſi motū octauæ ſphæræ inter Ptolemæum & Alphonſum abſtuleris (inquit) à loco ſtellæ cordis Leonis obſeruato ab Alphonſo, relinquētur Gr. 4. m̄. 20. eiuſdem ſigni, quam tamen ſtellam Ptolemæus in Gr. 2. m̄. 30. inuenit. At quoniam cōputum Alphonſi cenſet exordiri ab initio Arietis primi mobilis in ecliptica fixa, Ptolemæ⁹ verò ſupputationes inchoauit à mobili ſectione ecliptice octauæ ſphæræ, hoc igitur ſolum cōſequi video, fuiſſe tempore Ptolemæi eandem ſtellā in Gr. 4. m̄. 20. Leonis ecliptice fixæ, & proinde ſectionem vernam tunc fuiſſe in primo gradu, minu. 50. Arietis. Quapropter multum diſtabāt à coniunctione capita Arietum nonæ ſphæræ, & primi mobilis tēpore natiuitatis Chriſti, ſectio verò verna nec eſt noſtra ætate, nec fuit multis antea ſæculis in ſigno Piſcium. Et rurſus quædam alia ſequūtur in quibus fortaſſe eſt abſurdum, ſed non id quod infert de motu motui minimè congruente. Quod deinde ait tabularum Alphonſi compoſitores capiti Arietis nonæ aliquem locum determinaſſe, & coniuncta fuiſſe capitā Arietis nonæ ſphæræ & primi mobilis, anno dominicæ incarnationis, idq; liquere ex Purbachio, & ex ijs omnibus qui Alphonſum ſubſequuti ſunt, hoc colligere non poſſum ex ipſo Purbachio. Quin manifeſtum eſſe puto quouis loco caput nonæ intelligamus eſſe, ſtellarum fixarum motus nihilominus computari poſſe, & propterea nullam eius rei mentionem in tabulis factā fuiſſe. Declinationē verò ecliptice fixæ quæquidem ignota eſt, cognitam ſibi ſumit Gr. 23. minu. 51. at minorem eam inferius conſtituit. Quare cum ex his atq; alijs non minus dubijs hypotheſibus de interſectione duarum eclipticarum, in quo à Purbachio recedit, vernalem ſectionem concluſerit ex Alphonſina poſitione eo tempore fuiſſe in initio 26. Gr. Piſcium, non fuit igitur ab eodem id quod contendebat demōſtratum. In ijs autem quæ ratione cōdo colligit, in Geometricis apparet non ſatis exercitatus. Putat enim in ſphæricis triangulis non eandem ſeruari rationem inter ſinus rectos angulorum & oppoſitorum laterum, niſi eadem oppoſita latera ſimul ſumpta ſemicirculo minora fuerint. Adhæc cum ſibi propoſuiſſet demonſtratione inuenire quātus fuit arcus Aequatoris inter duas ſectiones eclipticarum, anno à partu virgineo 16. videlicet capite Arietis octauæ in ſummitate parui circuli conſtituto, angulos duarum eclipticarum cum æquinoctiali æquales inuicem ſuppoſuit in ea ſupputatione, graduum videlicet 23. minu. 51. prædictūq; arcum elicuit graduum 21. minu. 10. ferè. At nō videt ſequi ex eo duo latera concepti trianguli quæ angulum continēt eidem arcui oppoſitum ſimul iuncta vni ſemicirculo æqualia eſſe, quæ tamē ſemicirculo minora eſſe cōcluſerat, quod non ſemel tantum facit. Nam inquirit deinde declinationem capitis Arietis ecliptice octauæ ad annum 263. à Chriſti natiuitate, ſuppoſita declinatione fixæ Gr. 23. minu. 51. Rurſus verò ex inuenta declinatione per tabulam declinationum Ptolemæi, quæ eandem ſupponit ecliptice obliquitatem, arcum ecliptice ipſius octauæ inueſtigat inter idem punctum & mobilem ſectionem. Sic igitur æquales facit duos angulos eclipticarum cum æquinoctiali, & proinde duo latera trianguli coniuncta vni ſemicirculo æqualia erunt, quæ minora antea demonſtrauerat. In eodem errore fuit Orontius Finæus, qui quum canone 16. ſecundi libri de calculo motuum cœleſtium, diſtantiam inuenire propoſuiſſet vernalis ſectionis ecliptice mobilis à ſectione ecliptice fixæ; ex vero loco & latitudine capitis Arietis cognitis ipſius ecliptice mobilis, declinationem eiuſdem capitis inquirit, per 2. Problema tabulæ directionum Ioānis de Monteregio. Deinde verò ex inuenta declinatione reſpondentem arcum eiuſdem ecliptice mobilis inuenire iubet, per ingreſſum arcalem in tabulam declinationis Solis. At quoniā ipſæ tabulæ declinationum ad vnius tantum ecliptice obliquitatem conſtructæ ſunt, graduū videlicet 23. minu. 30. æquales igitur videtur ſupponere eclipticarum obliquitates, angulum nē pe d b c, obliquitatis ecliptice fixæ, æqualem eſſe putat angulo f a c, obliquitatis ecliptice mobilis, exteriorem interiori in deſcripta ab eo figura. Ex quo infertur duos eclipticarum arcus qui ab ipſis ſectionibus a & b ſunt, vſque ad concurſum occidentalem, vni ſemicirculo æquales eſſe, quod eſt impoſsibile. Partes enim ſunt duorum quadrantum, qui ad eum maximum circulum terminantur, qui per eclipticarum polos

venit.

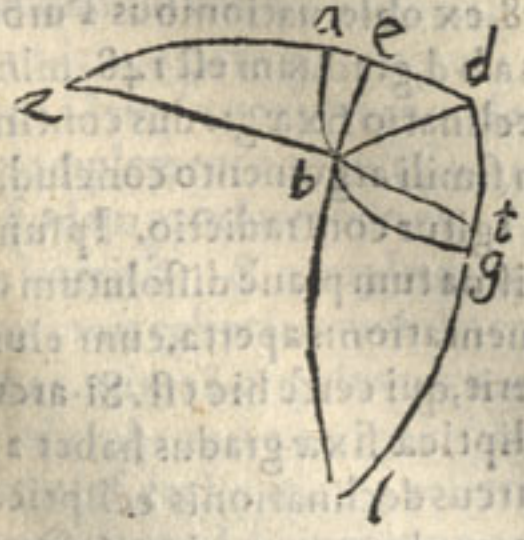
venit. Negat autẽ Albertus latitudinem regiõnis aliter cognosci posse quàm per locum solis, aut eius declinationem, & propterea ex altitudine Solis meridiana ignorato loco Solis tempus vernalis æquinoctij cognosci nõ posse, quẽ admodum Marcus Beneuentan⁹ asserebat. Sed certè nullus modus aptior esse potest ad æquinoctia cognoscenda. Nam ex maxima & minima altitudine Solis quæ in regione inuenitur, distantia cognoscitur inter duos tropicos, cuius dimidiũ si auferatur à maxima, vel addatur minimæ, altitudinem cognosces Aequatoris supra horizontẽ, quæ complementum existit latitudinis regionis. Quapropter cum Sol tantam habuerit meridianã altitudinem supra horizõtem, inæquinoctiali circulo esse concludes. Ita in tertio libro Epito. Ioannes de Monte regio æquinoctia obseruare iubet. Demonstratio porrò quam idem Albertus attulit ex Marco Beneuentano, ad ostendendum æquationes motus octauæ sphæræ in ipsis Alphonsi tabulis scriptas, arcus esse ecliptícæ octauæ, certissima est, si modò theoricam eiusdem motus velut tradita est à Purbachio intelligamus, maximum nempe circulum per polos duarum ecliptícarum venientem per caput Arietis nonæ transire semper. Idem demõstrauit Vernerus in libro de motu octauæ sphæræ, & annotatum fuit à Ioanne de Monte regio problemate. 62. tabulæ primi mobilis. putat tamen Albertus ecliptícarum polos & caput Arietis octauæ in eodem circulo magno semper esse, idq; statim apparere si vna sphæra intra aliam inclusa, caput Arietis octauæ in paruo circulo circunducatur: & ita infringi existimat Marci demonstrationem. Cæterùm ipso eodem instrumento omnia accidentia ostendi poterunt, quæ iuxta Purbachij expositionem hũc accessus & recessus motum consequuntur, & alia rursus quæ cum neutra conueniant positione. Si enim octauam sphæram ita moueri intelexeris vt semper ei⁹ ecliptica paruũ circulũ cõtingat, in ipso initio Arietis quod circa eundẽ paruum circulum circumuoluitur, atq; non solum cum idem Arietis initium in pũcto Borealissimo, aut Australissimo fuerit collocatum, aliam intueberis figuram motus, quæ cum neutra positione conueniat. Sed si interea dum caput Arietis octauæ in paruo circulo circũducitur, ecliptícã octauæ ecliptícã nonæ intersecare cogas, in initijs Cancri & Capricorni eiusdẽ octauæ, transibit vtiq; vnus atq; idem maxim⁹ circulus per caput Arietis octauæ & ecliptícarum polos, & ea habebitur figura motus, quæ tradita est ab Alberto. At si facta fuerit intersectio in initijs Cancri & Capricorni nonæ, erũt semper ecliptícarũ poli in maximo circulo per initiũ Arietis nonæ veniente, quemadmodum traditum est à Purbachio. Cuius theorica motus accessus & recessus stellati orbis ipsis tabulis magis conueniens videtur. Esto enim in subiecto schemate a, caput Arietis ecliptícæ nonæ b, caput Arietis octauæ, quod in primo quadrante parui circuli positum intelligatur, h, punctũ Borealissimum in eodem. Sitq; in ecliptica nonæ c, initium Capricorni, K verò Cancri. Veniat autem maximus circulus per b & c, arcum a h, intersecans in e. Erit igitur ex Theodosij demõstrationibus libro 1. de sphæris arcus b c, quadrãte maior, & anguli ad punctũ e, recti. Quapropter ex theorica Purbachij ecliptica octauæ positionem habebit b e c. Descendat autem à puncto b arc⁹ maximi circuli b g, ad rectos angulos super ecliptícã nonæ, sitq; d g, quadrãs. & per ipsa pũcta b & d, maximus veniat circul⁹ arcũ a h intersecãs in f. Quadrãs igitur erit arcus b d, & angulus d b g rectus erit, & proinde secundum Alberti imaginationem ecliptica octauæ positionem habebit b f d. Cum enim caput Arietis fuerit in b, erit caput Capricorni in d. Aequatio igitur quæ in tabulis arcui b h respõdet, vel est b e, vel est b f, veldeniq; est a g: manifestũ est autẽ Abacũ Alphonsinũ cõuenire cũ qnátitate arcus b e, cæteri duo maiores sunt, Angul⁹ enim b f e, acutus est, & idcirco maior erit b f ipso b e, angulus etiá g b K acut⁹ est: & propterea minor erit g K ipso b K, quibus detractis à quadrãtib⁹ a K & e K, minor relíquetur b e quã a g. Et ,pinde positio ecliptícæ b e c ex Purbachij traditione, magis cõuenit cũ tabulis Alphõsi, quàm positio ecliptícæ b f d, quã Albertus commẽtus est.



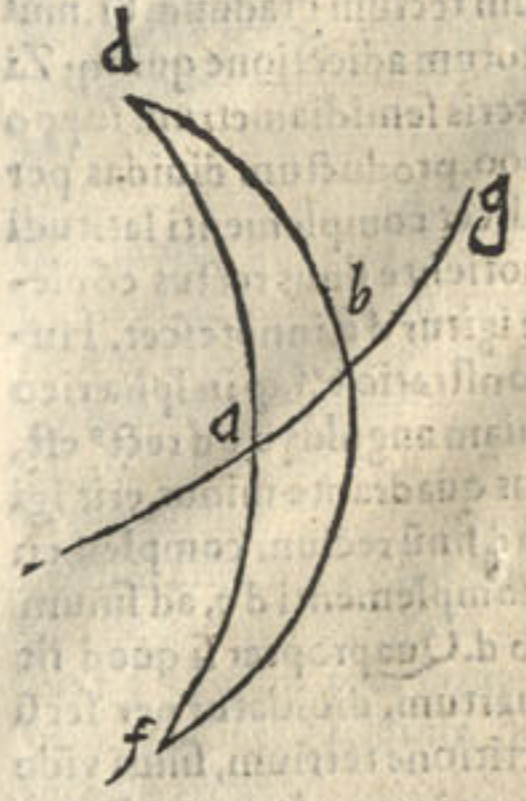
In eo tamen Purbachius ab Alphonſo receſsit, quoniam arcum a g, æquationem poſuit, quæ in tabulis ſcripta eſt, cum ſit potius b e, neque id putamus eum ignoraſſe. Sed fortaſſe, animad uertit veram æquationem motus octauæ ſphæræ arcū eſſe eclipticæ nonæ, quippe in qua medius motus augium & ſtellarum fixarum computatur, differentiam verò illius ab arcu eclipticæ octauæ perexiguam eſſe, tabularum porò compoſitores æquationes idcirco ſupputaſſe in ipſa ecliptica octauæ, quia minori opera id facere potuerunt. Eſt enim ſicut ſinus totus ad ſinū rectum anguli b a e, medium motum ſubtendētis: ſic ſinus rectus arcus a b, ad ſinum rectum arcus b e. Quapropter ſinum rectum arcus a b, nouem videlicet graduum perducemus in ſinum rectum arcus anguli medij motus acceſſus & receſſus, à producto verò reijciemus quinq; vltimas Ziphras, ſi tabula vtamur ſemidiametrum ſupponente partium æqualium 100000. & veniet in quotiente ſinus rectus arcus b e. Per tabulam igitur ſinuum rectorum arcus ipſe b e, cognitus erit. Hac profectò arte prædicta æquationum tabula cōpoſita fuit, ex qua elicere poteris quātus ſit arcus b g, latitudinis capitis Arietis octauæ. Enimuerò ſi intelligas punctum h, Borealiſsimum eſſe, & z Oriētale: erit igitur arcus b e, æquatio h b ſed b g, latitudo puncti b. Contra verò ſi conceperis h, punctum Orientale, & z Borealiſsimum, erit b g, æquatio arcus b z & b e, latitudo eiuſdem puncti b. Quando igitur h, punctum ſupponitur Borealiſsimum, tabulam æquationis ingrediaris cum numero graduum quos continet b z, ideſt cum quadrantis complemento, & æquatio ei reſpondens erit latitudo puncti b. Hęc autem regula inſeruire nō poterit ijs qui octauæ ſphæræ æquationes arcus eclipticæ nonæ definiūt, ſed ea nihilominus vſus eſt Albertus Pighius. Cuius lapſum ſtatim intelliges, ſi punctum b, caput Arietis octauæ in medio quadrantis poſueris, inter h & z. Aequales igitur erunt h b & b z: eſt autem arcus a g, in tabulis (vt ipſe putat) æquatio arcꝰ h b. Si igitur tabulam æquationum ingrediaris cum numero graduum quos continet b z, æquationem offendes a g. & proinde arcus b g, latitudo puncti b æqualis erit a g ſecundum Albertum. At inæquales eſſe ex eo concludes, quoniam in omni ſphærico triangulo ex arcubus maximorum circulorum conſtituto tres eius anguli duobus rectis ſunt maiores. Angulus verò g, trianguli a g b, ectus eſt, & g a b, recti dimidium: reliquus igitur a b g, maior erit dimidio vnius recti, & idcirco a g, maior ipſo b g, non ſunt igitur æquales. Ipſam verò quam attulit Marci demonſtrationem non ſatis intellexiſſe, ex eo apparet, quòd ſinum rectum illius arcus eclipticæ nonæ qui æquatio eſt ſecundum Purbachium in tabulis Alphonſi, æqualem putat eſſe ſinui recto argumenti motus octauæ ſphæræ. At idē ſinus argumenti ſinus rectus eſt illius arcus quē Beneuentanus æquationem cenſet eſſe in eiſdem tabulis: æquales igitur erunt inter ſe ipſi ſinus æquationum Beneuentani & Purbachij. Et quoniam vterq; arcus minor eſt quadrante, æquales igitur erunt ipſi arcus, qui tamen inæquales oſtenſi ſunt ſupradicta illa Beneuentani demonſtratione. Albertus autem deceptus fuit ob Geometriæ imperitiam. In quadrante enim parui circuli a b c d, cuius centrum a, polus g, ſit (inquit) d, punctum latitudinis Septentrionalis, a f b, ſemidiameter ſinus rectus arcus b h g, nouem graduum eclipticæ fixæ. Capite igitur Arietis octauæ poſito in c erit c d, argumentum motus octauæ ſphæræ, cuius ſinus c e, perpendicularis eſt ad ſemidiametrum a e d. Aequidiſtans igitur c e ſemidiametro a f b. Præterea c f ſinus arcus b c, perpendicularis eſt ad ſemidiametrū a f b. Quapropter quadrilaterum a e c f, parallelogramū eſt, atq; rectāgulū, & a f æqualis c e, ſinus autem c f, ſinus etiam rectus eſt arcus c h, circuli magni per polos eclipticę fixę & caput Arieris octauę trāſeūtis, quę eſt latitudo capitis Arietis octauę ab ecliptica fixa. Hactenꝰ vera ſumit Albertꝰ, & rectè ſyllogiſat, ſed quę ſequūtur inſpiciamꝰ. Quapropter à pūcto (inquit) h, eclipticæ fixæ per quē trāſit arcus circuli prędicti, ad punctū f deſcēdens recta h f, perpendicularis eſt tam ad c f quàm ad a f, lineas rectas. Ita enim exiſtimat. Et quoniā recta a g, veniēs à polo g in centrum a, perpendicularis eſt etiā ad a f, æquidiſtantes igitur concludit eſſe a g & f h. Recta autem a f, æquidiſtans eſt h z, ſinui recto arcus g h. Quapropter cōſequens eſt parallelogramum eſſe a z h f: æqualem itaq; concludit



dit h z ipſi a f,& proinde æquales eſſe inter ſe ſinus h z & c e,per communem ſententiam. Cæterûm in eo fallitur Albertus,quoniã putat h f, perpendicularem eſſe ad a f,aut æquidiſtantem rectæ a g. Ipſa enim recta linea h f, in cõmuni exiſtit ſectione plani maximi circuli c h,& plani ecliptícæ g h b.ea igitur in rectũ producta p ſphæræ centrum tranſibit. Eodem modo quia recta linea a g,in cõmuni eſt ſectione plani ecliptícæ,& maximi circuli venientis per d & g, vel quia centrum parui circuli cũ eiuſdem polo connectit,in rectum idcirco producta tranſibit per ipſum ſphætæ centrum. Concurrũt igitur f h & a g,in eodem centro,& propterea non ſunt æquidiſtãtes,neq; angulus a f h, rectus eſt, ſed potius obtuſus æqualis quidẽ vni recto qui ad a,vnà cum vno acuto qui ad centrum ſphæræ ob concurſum duarum a g & f h,arcum ſubtendit g h. Sinus itaq; h z, maior oſtenditur quàm a f,& idcirco maior quàm c e, & propterea æquatio in ecliptica nonæ maior quàm in ecliptica octauæ,quemadmodum à Beneuento fuerat demonſtratum. Intellexit autem Albertus ſinum æquationis ab Alphonſo deſignatæ ſinum eſſe illius argumenti cui eſt reſpondens,ſed ſinum æquationis à Purbachio definitæ ſinui argumenti æqualem eſſe putauit. Sed ſiue ad eclipticam nonæ, ſiue ad eclipticam octauæ æquationes ſupputes, exiguiſsimam reperies differentiam,& quæ fortaſſe vnum integrum minutum nunquam ſuperet. Cauſa eſt quòd ſicut ſinus rectus arcus d e, æquationis nẽpe conceptæ infixa ecliptica ad ſinum arcus b t, æquationis in ecliptica octauæ (vtamur enim ſchemate quod ex Marco attulit Albertus) ita ſinus totus ad ſinum arcus b l,complemẽti videlicet latitudinis capitis Arietis octauæ. At hæc ratio minor eſt ſemper ea quã ſinus totus habet ad ſinum graduum 81. quæ tamen per exigua eſt,maior eſt enim b l quàm l g. Cæterùm ſi libeat ad eclipticam fixam ſupputare, ex argumẽto b g,cognoſces arcum a b, qui relinquitur ex quadrãte, cũ quo



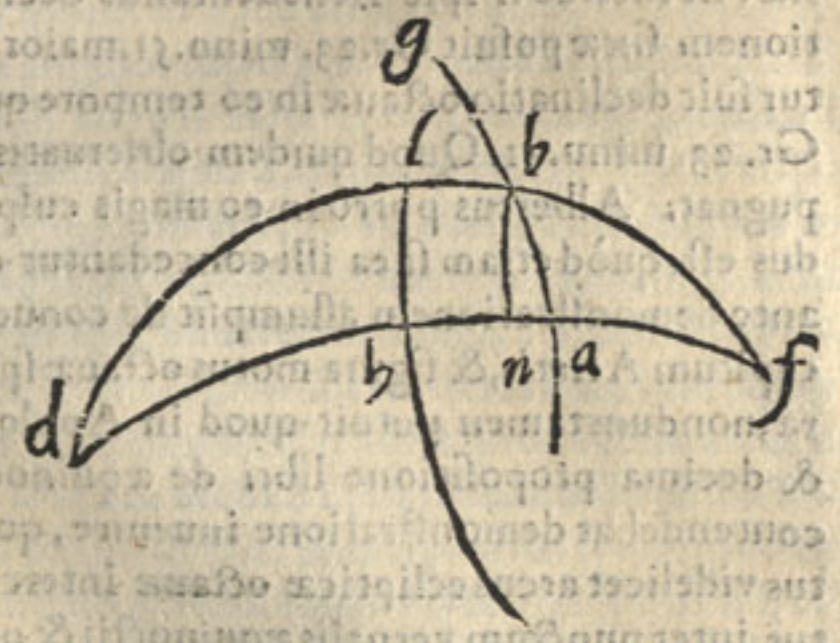
ſi ingrediaris tabulam æquationis Alphonſi, cognoſces arcum b e,latitudinis capitis Arietis octauæ. Deinde ſinum rectum graduum 81. multiplicabis in ſinum totum adiectione quinq; Ziphrarum,ſi tabula veteris ſemidiametrum ſupponente partium 100000. productum diuidas per ſinum arcus b l,videlicet complementi latitudinis b,& veniet in quotiente ſinus rectus cõplementi arcus d e. ipſe igitur d e,innoteſcet. Huius operationis demonſtratio eſt,q̃ in ſphærico triangulo b d e,quoniam angulus b e d rect⁹ eſt, & vnum quodq; latus quadrante minus,erit igitur ſicut ſinus totus ad ſinũ rectum complementi arcus b e: ſic ſinus complementi d e, ad ſinum complementi arcus b d. Quapropter ſi quod fit ex ductu primi in quartum, diuidatur per ſecũdum,prodibit ex partitione tertium, ſinus videlicet rectus complementi arcus d e, arcus igitur per tabulam ſinuum rectorum cognitus erit, & d e,qui relinquitur ex quadrante notus etiam erit. Declinationem verò ecliptícæ fixæ conſtituit idem Albertus graduum 22. min. 45. hoc videlicet argumento. Suppoſita eiuſdẽ fixæ declinatione graduũ 23. m̃. 51. multis ac varijs argumentationibus mobilis ecliptícæ declinationem colligit ad annum 1519. graduũ 24. minu. 36. Tum verò ad hunc modum ratiocinatur. Qualium partium ponitur declinatio fixæ 23. minu. 51. talium oſtenditur declinatio mobilis prædicto anno 24. minu. 36. ergo qualium partium fuit declinatio mobilis 23. minu. 28. taliũ eſt declinatio fixæ 22. mi. 45. per decimam ſextam ſexti Euclidis,adiutorio tabulę ſinus recti. Fuit autem eodem tempore declinatio mobilis Gr. 23. minu. 28. Declinatio igitur fixæ gradus continet 22. minu. 45. At in priori ſyllogiſmo duo ſumit quæ ab eo non ſunt demonſtrata, cõiuncta nempe fuiſſe capita Arietum octauæ & nonæ ſphæræ tempore natiuitatis Chriſti, & aliam eſſe figuram motus octauæ ſphæræ ſecundum Alphonſum,quàm quæ tradita eſt à Purbachio. Præterea in ipſo eodem ſyllogiſmo ipſam mobilis ecliptícæ declinationem, quæ ignota propoſita eſt, cognitam ſibi ſumit graduum 23. minu. 30. tantam enim habet tabula declinationum Ioannis de Monteregio, & proinde errat. Poſterior verò ſyllogiſmus Sophiſticus eſt. Illa enim decimaſexta ſexti Euclidis arcubus angulorum trianguli accommodari non poteſt. Nam ſi ad annum 1519. talem concipias ſphæræ conſtitutionem,qualem ab eo deſcripta figuratio repræſentat,vt ſit



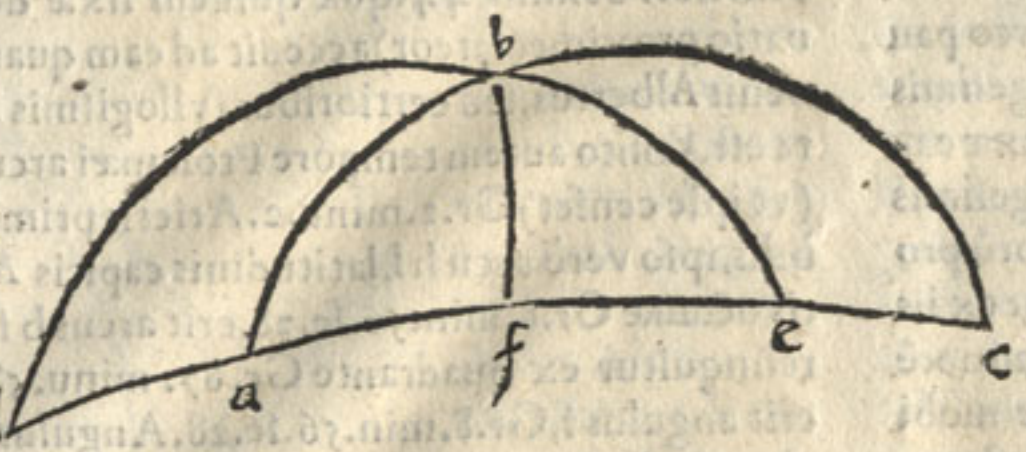
fb d, semicliptica fixa: fa d mobilis, arcus æquinoctialis a b g, ĩterſecet mobilem in a, fixam in b. Angulus igitur d, per tabulas Alphonſi cognit⁹ erit, latus etiam b d, per ea quæ idem Albertus ſupponit, patefiet. Iam igitur ſi angulus d b g, declinationis ecliptícæ fixæ cognit⁹ ſubijciatur, reliqua latera trianguli a b d, cum reliquis angulis innoteſcent, & omnino datum erit ipſum triangulum. Quapropter ſi ſeruato angulo d, cum latere b d, angulum declinationis fixæ minorem poſueris ip ſo d b g, minorem quoq; fieri angulum declinationis mobilis neceſſe eſt. Aequinoctialis verò

aliã habebit poſitionem c b k, & aliud habebitur triangulum c b d. Quod ſi ꝓportionales ſunt quatuor angulorum arcus, ſicut arcus anguli d b g, declinationis fixæ, ad arcũ anguli d a b, declinatiõis mobilis, in priori habitudine, ſic in poſteriori arcus anguli d b K, fixæ ad arcum anguli d c b mobilis, tribus horum cognitis quart⁹ arcus innoteſcet, per ipſam decimam ſextam ſexti. Cæterùm prædictos arcus ꝓportionales eſſe, ex eadem decima ſexta oſtẽdi non poteſt. Perperam igitur ratiocinatur Albertus in differentibus angulis duorum triangulorum, qualiũ partium ponitur declinatio fixæ 23. minu. 51. taliũ declinatio mobilis inuẽta eſt anno 1519. 24. m. 36. Ergo qualium fuit declinatio mobilis 23. m. 28. talium eſt declinatio fixæ 22. minu. 45. per decimam ſextam ſexti. Tabula autem ſinus recti nulli vſui eſſe poteſt ad id inferendum, quin impoſsibile eſt eorundem angulorum ſinus rectos proportionales eſſe. Eſt enim ſicut ſinus rectus anguli d b g, declinationis fixæ ad ſinũ anguli d a b, declinationis mobilis in priori habitudine: ſic ſinus a d ad ſinum b d, rurſus in poſteriori ſicut ſinus anguli d b K, declinationis fixę ad ſinum anguli d c b, declinationis mobilis, ſic ſinus c d ad ſinum b d. Maiorem autem rationẽ habet ſinus a d ad ſinum b d, quàm ſinus c d ad eundem b d, quia cum vterq; ipſorum arcuum a d & c d, ſit maior quadrante, maior erit ſinus a d, quàm ſinus c d, & propterea maiorem rationem habebit ſinus anguli d b g, ad ſinum anguli d a b, quàm ſinus anguli d b K, ad ſinum anguli d c b, non ſunt igitur proportionales. Iam verò ſi nulla facta mutatione in ipſo triangulo a b d, velit Albertus ad hũc modum ratiocinari, angulo d b g. gradus habente 23. minu. 51. erit angulus d a b Gr. 24. minu. 36. Igitur ſi nulla mutatione facta in lateribus & angulis, idem angulus d a b, concipiatur Gr. 23. m. 28. ipſe primus angulus d b g, intelligetur Gr. 22. minu. 45. præter manifeſtum impoſsibile, quod eiuſmodi argumentatio includit, aliud ſequitur abſurdum, nempe ipſos quatuor angulorum proportionales arcus, ſinus rectos proportionales habere, in ea quidem ratione quæ inter ſinus a d & b d. Oppoſitum tamen eadem tabula ſinuum recto rum oſtendit. Præterea cur nõ licebit ſimiliter argumẽtari de duobus angulis interioribus eiuſdem trianguli? Qualium videlicet partium ponitur angulus a b d, 156. min. 9. is enim relinquitur detracto ex duob⁹ rectis angulo declinationis fixæ, talium inuentus eſt anno 1519 angulus d a b, declinationis ecliptícæ mobilis 24 m. 36. Ergo qualium fuit declinatio mobilis 23. m. 28 talium eſt ipſe angulus a b d, 148. minu. 57. per ipſam decimam ſextam ſexti Euclidis. Sed angulus declinationis ecliptícæ mobilis erat Gr. 23. min. 28. ex obſeruationibus Purbachij. Ergo angulus a b d, graduum eſt 148. minu 57. Et proinde declinatio fixæ gradus continet 31. minu. 3. quam ſimili argumento concludit Gr. 22. minu. 45. Igitur contradictio. Ipſum verò Alberti Sophiſma tum planè diſſolutum erit, & fallacia argumentationis aperta, cum eius ſenſus apertus fuerit, qui certè hic eſt. Si arcus declinationis ecliptícæ fixæ gradus habet 23. mi. 51. fuit igitur arcus declinationis ecliptícæ mobilis anno 1519. graduum 24. min. 36. Quapropter

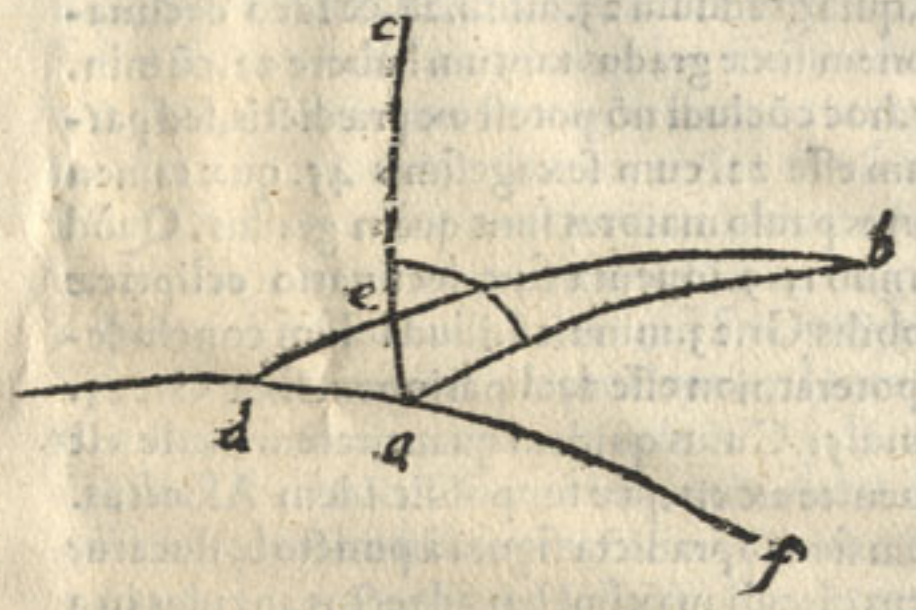
ter diuiso hoc arcu declinationis ecliptice mō bilis in partes altquanto maiores, & idcirco pau ciores. vt sint videlicet 23. cum 28. sexagesimis vnius partis, erūt in arcu declinationis fixæ earundem partium viginti duæ cum sexagesimis 45. per commune documentum numerorū proportionaliū. Hoc quidem rectè infertur ex ijs quæ posita sunt. Sed quod ait vlterius, minorē repertam fuisse declinationem ecliptice mobilis, quia graduum 23. minu. 28. & ideo declinationem fixæ gradus tantum habere 22. cū min. 45. hoc cōcludi nō potest ex prædictis, sed partium esse 22. cum sexagesimis 45. quæ tamen partes paulo maiores sunt quàm gradus. Quòd si anno 1519. inuenta fuit declinatio ecliptice mobilis Gr. 23. minu. 28. illud solum concludere poterat, non esse declinationem fixæ Gr. 23. minu. 51. Cuius quidem quantitatem facilè est inuenire ex eis quæ supposuit idem Albertus. Nam si in supradicta figura à puncto b, ducatur arcus circuli maximi b n, ad rectos angulos in a d. In triangulo igitur rectangulo b n f, latus b f, cognitum erit. Ex quadrante enim l f, sub tracto arcu b l, graduum 19. minu. 56. quemadmodum per tabulas Alphonsi supputauit Albertus ad annum 1519. notus relinquetur b f. Angulus



etiam f, cognitus est, quia arcus h l latitudo capitis Arietis ipsas semiclipticas per æqualia diuidit secundum eundem Albertū, estque 1. Gr. 59. minu. latus igitur b n, vnico syllogismo innotescet. Deinde verò ex complemento ipsius b n, & complemento anguli f, angulus f b n, patefiet. Eodem prorsus modo ex eodem complemento lateris b n, & complemento anguli n a b declinationis ecliptice mobilis cognitæ, Gr. videlicet 23. min. 28. angulus n b a, cognitus erit, quem subtrahemus ex angulo f b n cognito, & angulus a b f, declinationis ecliptice fixæ notus relinquetur ad memoratum annum, graduū videlicet 22. min. 44. quæ quidem fixæ declinatio proxime (fateor) accedit ad eam quam inuenit Albertus, sed certioribus syllogismis inuēta est. Posito autem tempore Ptolemæi arcu b l, (vt ipse censet) Gr. 2. minu. 2. Arietis primi mobilis, ipso verò arcu h l, latitudinis capitis Arietis octauæ Gr. 8. min. 56. se. 28. erit arcus b f, qui relinquitur ex quadrante Gr. 87. minu. 58. & erit angulus f, Gr. 8. min. 56. se. 28. Angulus porrò n a b, declinationis octauæ erat eodem tempore Gr. 23. minu. 51. se. 20. Angulus igitur a b f declinationis ecliptice fixæ similibus syllogismis reperietur Gr. 21. minu. 51. se. 40. qui antea à nobis inuentus fuit eadem methodo Gr. 22. min. 44. ab Alberto autem Gr. 22. minu. 45. Et quoniam non est maior fides adhibenda obseruationibus Purbachij, quàm Ptolemæi, in inuestigatione maximæ Solis declinationis: palàm igitur est temerè Albertum in narratione Alphonsinæ positionis de motu octauæ sphæræ, declinationem ecliptice fixæ posuisse graduū 22. minu. 45. Non enim minus sequitur ad eas quas accepit hypotheses de conuentu capitis Arietis nonæ & decimæ sphæræ anno dominicæ incarnationis, ipsam declinationē fixæ graduum esse 21. min. 51. se. 40. quam graduum 22. min. 44. aut 45. Beneuentanus verò qui (vt Albertus ait) declinationem ecliptice fixæ tantā esse putat, quantam inuenit Ptolemæus mobilis ecliptice declinationem, caput autem Arietis nonæ posuit anno 1519. in 28. Gr. 8. min. Piscium: secum ipse apertè pugnat: quemadmodū mox ostendemus. Esto enim a b c, semicliptica Borealis primi mobilis æquinoctialem intersecans in puncto a. Arietis initio, & in c initio Libræ. Semicliptica item Borealis octauæ sphæræ, tēpore Ptolemæi ideſt annis 140. post Christum redemptorem natum, positionem habuerit d b e: sectio igitur vernalis fuit d, autumnalis verò e. Angulus d b a, gradus habuit 8. min. circiter 56. tanta enim fuit eodem tempore latitudo capitis Arietis octauæ, qua insensibiliter maior erat arcus ipsius anguli d b a, semicliptica inter b, & oppositum punctum per medium secans. Angulus igitur a b e, relinquitur Gr. 171. minu. 4. Et quoniam secundum Marcum Beneuenta. æquales erant inter se duo anguli b d e, & b a e, angulus autem b e a ipsi b d e est æqualis: æquales igitur erunt inter se per communem sententiam duo anguli b a e, b e a. Arcus porrò circuli maximi b f, ad rectos inci

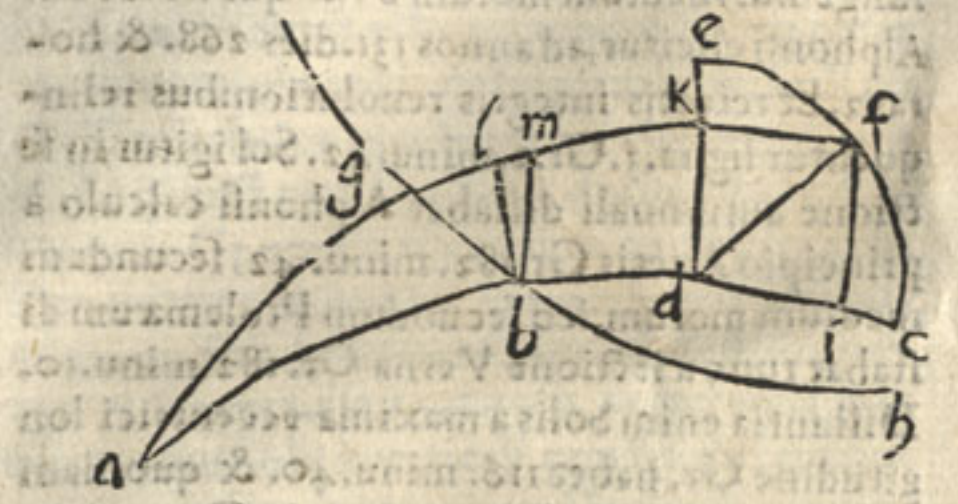


incidat angulos in æquinoctialem super punctο f: duo igitur anguli a b f, e b f, æquales inuicem erunt. Quapropter angulus a b f, graduum erit 85. minu. 32. Angulus verò b a f, ex supradicta hypothesi Beneuentani, Gr. habet 23. min. 51. se. 20. quantam inuenit Ptolemæus maximã Solis declinationem: eius igitur complementũ gradus habebit 66. minu. 8. se. 40. Et quoniam sicut sinus totus ad sinum complementi lateris b f: sic sinus anguli a b f, ad sinum complementi anguli b a f: per documentum igitur numerorum proportionalium & tabulam sinus recti cõplementum arcus b f, graduum inuenitur 66. minu. 32. se. 30. Igitur arcus ipse b f, Gr. 23. minu. 27. se. 30. Ex cognito autem latere b f, & ei opposito angulo b a f, sinu toto interueniente, sinus lateris a b, per ipsum commune documẽtum numerorum proportionalium innotescet, partium videlicet 98430. vbi semidiameter subijcitur 100000. Minus est autem quadrante ipsum a b quia a f quadrante minus est, similiter & b f, quadrante minus. Per tabulam igitur sinus recti ipse arcus a b, graduum inuenitur 79. minu. 50. Est autem initium Cancri ecliptice nonæ in puncto b, communi eius intersectione atq; d b ecliptice octauæ: caput igitur Arietis eiusdem nonæ erat tempore Ptolemæi ante a, initium Arietis primi mobilis gradibus 10. minu. 10. id-est in Gr. 19. minu. 50. Piscium. Et quia motus nonæ ab anno 140. ad annum 1519. est Gr. 10. minu. ferè 8. fuit igitur ipso anno 1519. caput Arietis nonæ in Gr. 29. minu. ferè 58. eiusdem signi, duobus tantum minu. ante caput Arietis primi mobilis. Et proinde non in Gr. 28. minu. 8. Piscium, quod Albertus ait, Marcum Beneuentanum asseruisse. Sed nec sine absurdo dicere poterat, caput Arietis nonæ prædicto anno 1519. duobus minutis fuisse ante caput Arietis primi mobilis. Nam consequens est, vt deinde post paucos annos ipsa duo capita Arietis coniuncta fuerint. Quapropter ea tunc fuit sphærarum constitutio, vt posito a, Arietis initio ipsarum eclipticarum nonæ atq; primi mobilis & a b quadrante, circuloq; maximo a c, per polos ecliptice octauæ, & primi mobilis veniente, ipsam igitur octauæ ecliptican positionem oportuit habere d e b. Vt sit punctum d, in quo æquinoctialem secat



d a f, punctum verò e vbi intersecat a c. Quadrans igitur est e b, & idcirco duo latera a b & d b, trianguli a b d, semicirculo maiora sunt. Et propterea angulus b d a, declinationis ecliptice octauæ maior quàm b a f, declinationis fixæ. Et idcirco si ipse Beneuentanus declinationem fixæ posuit Gr. 23. minu. 51. maior igitur fuit declinatio octauæ in eo tempore quàm Gr. 23. minu. 51. Quod quidem obseruatis repugnat. Albertus porrò in eo magis culpandus est, quòd etiam si ea illi concedantur quæ ante demonstrationem assumpsit de conuentu capitum Arietis, & figura motus octauæ sphæræ; nondum tamen potuit quod in Apologia, & decima propositione libri de æquinoctijs contendebat demonstratione inuenire, quantus videlicet arcus ecliptice octauæ intercipitur inter punctum vernalis æquinoctij & punctum ipsius ecliptice octauæ, quod est cum capite Arietis primi mobilis in eadem longitudine. Et propterea in exemplo saltem idipsum modo, & quædam alia, firmissima atq; clarissima demonstratione ostendemus. Ecliptica primi mobilis a b c, ecliptican octauæ a g f, secet in a caput Arietis nonæ esto d, quadrans parui circuli e c, caput Arietis octauæ f, eiusq; latitudo f i, anno 1465. à Christi natiuitate, quando Sol per tabulas inueniebatur in initio Arietis. Arcus verò e d, arcum a f, in pũcto K intersecet, & æquinoctialis g b h, ecliptican octauæ secet in g, ecliptican autem primi

mi mobilis in b. Quapropter si figuram motus trepidationis teneamus quam Albertus tradidit, a f & a i quadrantes erunt. Et quoniam tempore natiuitatis Christi b & d, puncta coniuncta fuerunt, vt Albertus ipse putat, arcus igitur b d, numeratione cognitus erit. Arcus etiam e f, motus accessus & recessus cognitus, igitur arcũ d i, quem æquationem appellat, cognitum reddemus, vel loco illius æquationem ex tabulis



sumentes debitam ipsi e f, vel in triangulo sphærico d f i ex d f, & angulo f d i, notum facientes eundem arcum d i. Et propterea arcus b i, quem augem communem dicunt esse, cognitus erit. Quem quidem auferemus ex quadrãte a i, & notus relinquetur arcus a b. Deducemus autem à puncto b, maximi circuli arcum b l, ad rectos angulos super g K. Et quoniam arcus f i, laritudo capitis Arietis octauæ magnitudinem definiens anguli a, cognitus est: ipse igitur angulus a, cognitus erit. At in triangulo sphærico rectangulo q; a b l, sicut sinus totus ad sinum rectũ anguli a, sic sinus rectus lateris a b, ad sinum rectum lateris b l, horum verò rria nota sunt, quartum igitur innotescet, idest sinus rectus arcus b l: ipse igitur arcus b l, per tabulam sinuũ rectorum cognitus erit. Simili prorsus syllogismo in triangulo g b l, ex sinu toto & sinu ipsius b l, cũ sinu anguli b g l, qui quidem in eo tempore graduum erat 23. minu. 28. sinus lateris b g, innotescet, & per tabulam prædictam sinuum rectorũ ipse arcus b g patefiet, distantia videlicet inter Vernam sectionem & initium Arietis primi mobilis in Aequatore sumpta. Deide verò quoniam sicut sinus totus ad sinum complemẽti arcus b l, sic sinus anguli a b l, ad sinum complemẽti anguli a, quorum quidem primum, secundum atq; quartum cognita sunt: tertium igitur innotescet, idest sinus rectus anguli a b l, simili syllogismo in triangulo b l g, sinus rectus innotescet anguli g b l. Quare per eãdem tabulam sinuum duo anguli a b l & g b l, patefient. Subtrahemus itaq; minorem à maiori, & cognitus relinquetur angulus a b g, declinationis ecliptícæ fixæ. Ab ipso deniq; puncto b, maximi circuli arcũ b m, ad rectos angulos excitabimus super a b eclipticam a f, in puncto m intersecantem. Cadet autem ipsum m inter l & K, propterea quòd arcus a l, quadrante minor est: & proinde angulus a b l acutus. Quem quidem auferemus ex recto a b m, & cognit⁹ relinquetur angulus l b m. In triangulo itaq; rectangulo b l m, quoniam sicut sinus totus ad sinum cõplemẽti lateris b l; sic sinus anguli l b m, ad sinum complementi anguli b m l, cognita sunt autem primum, secundum atq; tertium, quartum igitur innotescet. Quare per tabulam sinus recti arcus complemẽti ipsius anguli b m l cognitus erit, qui si subtrahatur ex gradibus nonaginta, arcus eiusdem anguli b m l notus relinquetur. Ex angulo autem recto a b m, angulum auferem⁹ a b g, qui iam innotuit, & cognitus relinquetur g b m. Et quoniam in triãgulo b g m, sicut sinus anguli g m b, ad sinum anguli m b g: sic sinus rectus lateris b g ad sinum lateris g m, & tria horum sunt cognita, quartum igitur innotescet. quare per tabulã sinuum arcus ipse g m, patefiet. Est autem punctum m in eadem lõgitudine cum b, propterea quòd b m per polos transit ecliptícæ primi mobilis per 17. propositionem primi libri Theodosij. Et idcirco prædicto anno 1465. quando Sol erat in initio Arietis primi mobilis, arcus g m, solaris itineris ecliptícæue octauæ, qui erat inter vernam sectionem & ipsum initium Arietis primi mobilis cognitus erit, quod demonstrandum suscepimus. Quem quidem arcum si rectè calculaueris graduum inuenies 5. minu. 14. se. 20. arcum b g, æquinoctialis Gr. 5. minu. 40. se. 52. angulum a b g, declinationis fixæ Gr. 22. minu. 36. ferè. Quòd si figuram motus trepidationis teneas qualem Purbachius finxit, a d & a K quadrantes erunt: arcus autem d k paulo maior quàm f i, quem tamen cognoscere poteris in triangulo rectãgulo d f K ex d f & k f cognitis. Et idcirco angulus a paulo maior erit. Arcus autem b d motus nonæ cognitus erit numeratione, quem auferemus ex quadrante, & cognitus relinquetur a b. Deinde verò vt antea syllogisabis, & tantam ferè inuenies distantiã puncti m à sectione verna. Vtrouis autem modo, imparem reperies prædicto anno declinationẽ fixæ ei quæ similibus syllogismis reperitur ad annũ 140. à Christi natiuitate. Neq; vllus alius locus dabitur capiti Arietis nonæ in ecliptica

pri-

primi mobilis sine absurdo. Et propterea non esse ei assignatum locũ in tabulis arbitramur, nec radices motus augium & stellarum fixarũ ad æras positas esse. Cum præsertim eis ignoratis, ipsarum fixarum loca ex eisdem tabulis haberi possint. Cæterũm constat ex ijs quæ modò demonstrauimus, quod si octaua sphæra aliquo trepidationis motu agitatur, is tamen esse non potest qui adscribitur Alphonso.

Recitat Ioannes Schonerus fragmentum cuiusdam epistolæ Ioannis de Mõteregio, in qua inuenisse ait ex fundamentis Alphonsi, quod anno millesimo quadringentesimo sexagesimo quinto, quando Sol per vulgatum calculum reperiebatur in capite Arietis, erat tũc arcus ecliptice inter eius verum locum & æquinoctialẽ comprehensus graduum ferè sex, atq; idcirco non penitus declinatione carebat. cum autem illud (inquit) spectet ad iudicia annua, quomodo vitabit errorem Astrologus, si caput anni, radicem prædictionis suæ prorsus ignorauerit? & reliqua. Magna profectò est apud nos summi illius viri authoritas, sed quoniam id cõcludi nõ potest, nisi supposita coniũctione capitũ Arietis nonæ sphæræ, & primi nobilis, tempore natiuitatis Christi, quod ex Alphonso non constat, eam idcirco sententiam recipere nolumus. Cum præsertim idem autor in Calendario cum gradu Solis in tabula reperto, qui non est alius quàm qui ex tabulis Alphonsi elicitur, statim tabulam quantitatis dierum ingredi iubeat, sine vlla resartione. Præterea quod anno 1462. tertia die Ianuarij cum latitudinem vrbis Romæ ex Solis obseruatione inuestigasset, declinationem quæ vero eius loco ex tabulis Alphonsi elicito respõdet, altitudini meridianæ adiecit. Ex quibus planè intelligitur, initium supputationis motus astrorum in tabulis Alphonsi, apud eundem Ioannem de Monteregio, sectionem esse vernam ecliptice octauæ sphæræ, non caput Arietis ecliptice primi mobilis, tametsi cõtrarium ex prædicta epistola colligatur. Vtcũq; tamen ipse senserit, nos certissimum putamus, caput illud Arietis à quo in ipsis tabulis Alphonsi, initium supputationis motus astrorum sumitur, sectionem Vernã esse ipsius ecliptice octauæ sphæræ, quod hoc argumento deprehendes. Ptolemæus 17. anno Adriani obseruauit Solem in sectione Autumnali, 7. die mensis Athir Aegyptiorũ, horis. 2. post meridiem. Fluxerant autem anni Romani ab initio annorum Christi 131. dies 268. horæ. 2. Radix medij motus Solis ad ipsum initium annorum Christi secundum Alphonsum signa continet 4. Gr. 38. minu. 21. ad meridianum Toleti. Et quoniã Alexandria orientalior est, meridianorum verò differentia duarum ferè horarum est, cũ duobus tertijs vnius horæ, detrahemus idcirco mi. 6. se. 36. medij motus Solis in tanto tempore ab ipsa radice, & relinquentur signa 4. Gr. 38. mi. 14. se. 24. ad meridianum Alexandriæ. His adiungemus medium motum Solis qui ex tabulis Alphonsi elicitur, ad annos 131. dies 268. & horas 2. Et reiectis integris reuolutionibus relinquentur signa. 3. Gr. 2. minu. 42. Sol igitur in sectione autumnali distabat Alphonsi calculo à principio Arietis Gr. 182. minu. 42. secundum medium motum, sed secundum Ptolemæum distabat tunc à sectione Verna Gr. 182. minu. 10. Distantia enim Solis à maxima eccentrici longitudine Gr. habet 116. minu. 40. & quoniam maximam longitudinem posuit in Gr. 5. minu. 30. Geminorum: fuit igitur secundum medium motũ distantia Solis a Verna sectione Gr. 182. minu. 10. Et totidem etiam reperies si suppositâ eadem radice medium motum Solis per tabulas ipsius Ptolemæi numeraueris. Est igitur differẽtia, minuta tantum 32. quibus medius motus Solis Alphonsi medium motũ Solis Ptolemæi præcisè excedit in tanto tempore. Et idcirco sectio Verna apud Ptolemæum caput Arietis est, ad quod in tabulis Alphonsi astrorum motus referuntur. Idem rursus ostendere poteris alio exẽplo. A principio annorum Nabonasaris ad initium annorum Christi fluxerunt secundum Alphonsum anni Romani 746. & dies 310. In tanto autem tempore Sol (reiectis integris reuolutionibus) mouetur gradibus 307. min. 30. se. 18. per tabulas Ptolemæi. Radix Christi secundũ Alphonsum signa continet 4. Gr. 38. minu. 21. Quibus addemus integrum circulum, & à tota summa auferemus Gr. 307. minu. 30. se. 18. & relinquentur Gr. 330. min. 50. se. 42. Sol igitur in primo anno Nabona. die primo mensis Thoth secundum Aegyptios, in meridie distabat à capite Arietis tabularum Alph. ipsis Gr. 330. min. 50. se. 42. Tunc igitur retinebat min. 50. se. 42. primi Gr. Piscium secundum medium motum ad meridianum Toleti, sed ad meridianum Alexandriæ minu. 44. se. 6. Et quoniã Ptolemæus libro tertio cap. 8. eum posuit in min. 45. primi gradus Piscium constat igitur caput Arietis in tabulis Alphonsi, sectionem Vernam esse ecliptice octauæ, siue initium signorum apud Ptolemæum

lemæum. Ex his intelliges, non rectè Georgiũ Purbachium in Epitome vnum diem detraxisse à tempore inter Nabonasarem, & Christum, & eundem addidisse tempori inter Christum & Ptolemæi considerationem. Nos enim sequuti Alphonsum, ostendimus omnia inuicem cõgruere. Et quod etiam multis inuenimus obseruationibus, testari fas erit. Cum enim Astrolabium quoddam rectè fabrefactum nacti essemus, cuius diameter duorum palmorum erat, haud paucis annis æstiuo tempore, Solem obseruauimus, minimamq; distantiam à verticali pũcto Conimbricæ, graduum præcisè reperimus 17. Et quoniã maxima Solis declinatio nostro tempore Gr. continet 23. minu. 30. ferè, concluimus idcirco latitudinẽ Conimbricæ, Gr. 40. minu. 30. ferè. Postea verò anno à Christo nato 1555. labente, die 14. mensis Septembris minimã ipsius Solis à verticali puncto distantiam reperimus Gr. 40. minu. 40. Declinabat igitur in meridie illius diei minu. 10. ad Austrum, & quia circa puncta æquinoctialia declinat Sol in vna hora minu. vnum: fuit igitur in sectione Autumnali 14. die Septembris. 10. horis ante meridiem, quando videlicet per tabulas reperiebatur in ipso ferè initio signi Libræ. Quare non est aliud ipsum initium Libræ in tabulis, quàm sectio Autumnalis, & proinde nõ est aliud initiũ Arietis, quam sectio Verna, quod nõs quidem testari operæ prætium erat. Cum igitur Solis declinationem oportuerit inuenire, necesse non erit quinq; gradus addere vero loco ipsius ex Alphonsi tabulis elicito, vt Albertus Pighius, Schonerus, & quidam alij censent. Sed subiectam tabulam ingrediemur. In qua quidem laterales numeri descendentes eorum signorum sunt, quorum nomina in frõte tabulæ scripta sunt, laterales verò ascendentes eorum quæ in calce. Et in area eiusdem tabulæ sub eo signo in quo Sol existit quæsitam inueniemus declinationem. Sin autem vero motui Solis, minuta aliquot vltra gradus integros adhæserint, duplici igitur introitu, vt fieri solet in alijs tabulis Astronomicis, pro ratione eorundem minutorum ad 60. proportionalis pars quærenda erit, de differentia ipsius duplicis introitus. Et ea pars proportionalis adiungenda est numero graduum & min. primi introitus, si signum sub quo Sol defertur, in fronte tabulæ repertum fuerit, aut diminuenda, si in calce eiusdem tabulæ. Numerus enim hac arte inuentus, quæsita erit declinatio. Quòd si recenti aliqua obseruatione, ingressus Solis in Vernalem, aut Autumnalem sectionem exploratus fuerit, & anni quantitas exactissimè inuenta, poteris deinde ex verissimo loco Solis cognito, ipsius declinationẽ per hanc tabulam certissimo calculo inuenire.

¶ TABVLA DECLINATIONIS SOLIS

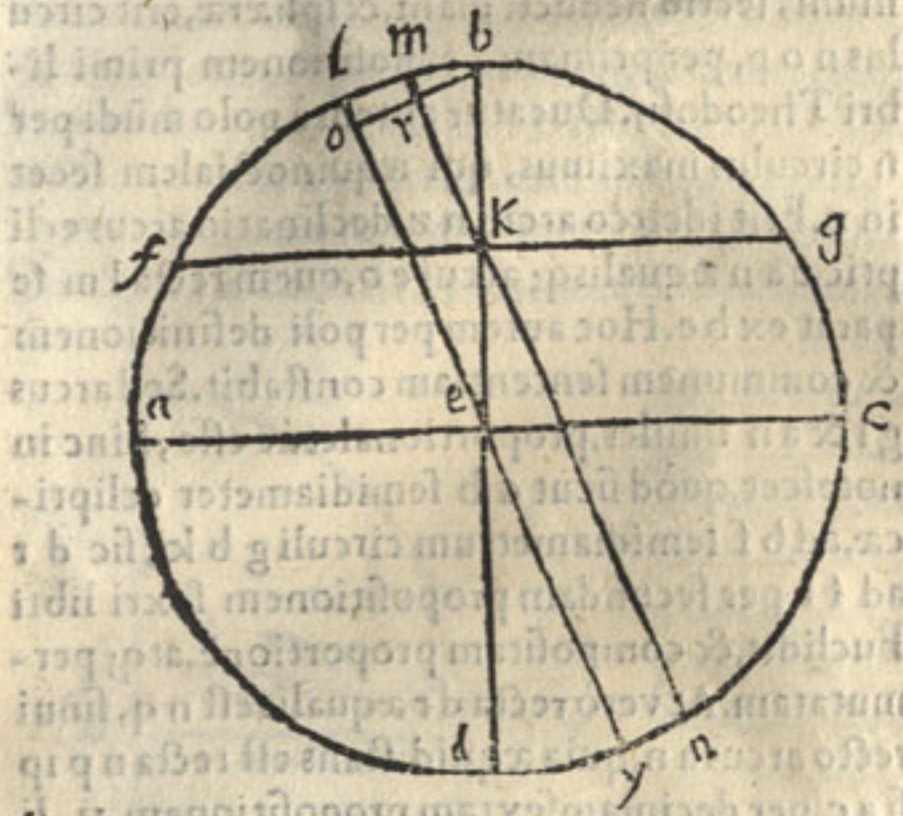
maximam subijciens declinationem Gr. 23. minu. 30.

	Aries		Taurus		Gemini		
	Libra.		Scorpius		Sagittarius		
gr.	Gr.	m.	Gr.	m.	Gr.	m.	
0			11	30	20	12	30
1		24	11	51	20	25	29
2		48	12	12	20	37	28
3	1	12	13	33	20	49	27
4	1	36	12	53	21	0	26
5	2	0	13	13	21	11	25
6	2	23	13	33	21	22	24
7	2	47	13	53	21	32	23
8	3	11	14	13	21	42	22
9	3	35	14	32	21	51	21
10	3	58	14	51	22	0	20
11	4	22	15	10	22	9	19
12	4	45	15	28	22	17	18
13	5	9	15	47	22	25	17
14	5	32	16	5	22	32	16
15	6	55	16	23	22	39	15
16	6	19	16	40	22	46	14
17	6	42	16	57	22	52	13
18	7	5	17	14	22	57	12
19	7	28	17	31	23	3	11
20	7	50	17	47	23	7	10
21	8	13	18	3	23	12	9
22	8	35	18	19	23	15	8
23	8	58	18	34	23	19	7
24	9	20	18	49	23	22	6
25	9	42	19	4	23	24	5
26	10	4	19	18	23	26	4
27	10	26	19	32	23	28	3
28	10	47	19	46	23	29	2
29	11	9	19	59	23	30	1
30	11	30	20	12	23	30	0
	Virgo		Leo		Cancer		
	Pisces		Aquarius		Capricor.		

De

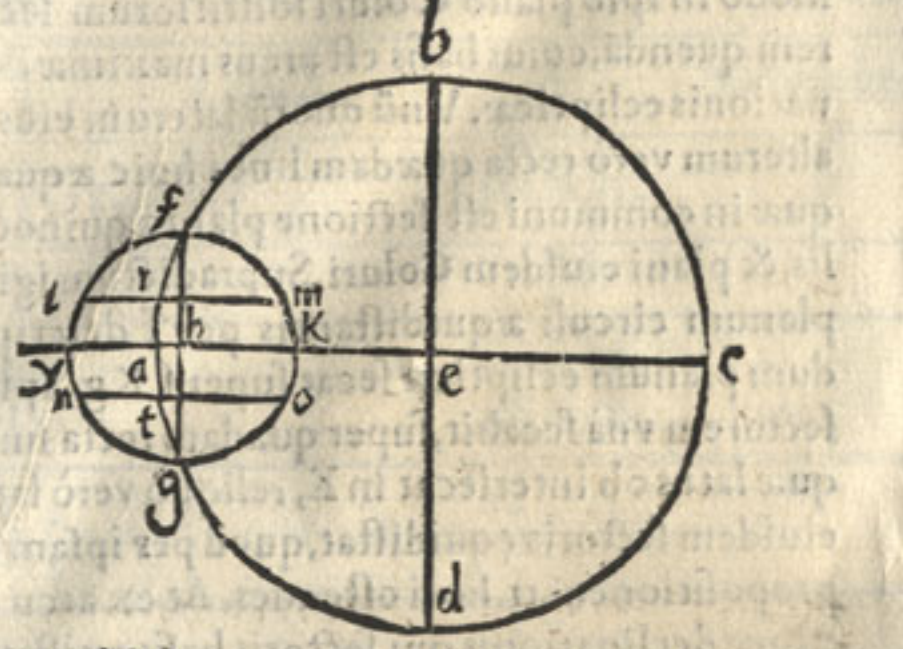
¶ *De declinatione partium eccliptica per instrumentum. Cap. 5.*

EX instrumentis quoq; non solum globosis, sed etiã ex planis, declinationes partiũ eclipticæ cognosci possunt. In plana enim superficie dorsi Astrolabij circulus a b c d, circa centrum e descriptus, sit is qui eclipticam repræsentat. Sit a punctum initiũ Arietis, b Cancri, c Libræ, d verò Capricorni. Punctum datum esto f, cuius oporteat declinationem inuenire. Sumatur igitur in quadrante b c arcus c g, æqualis ipsi a f, &

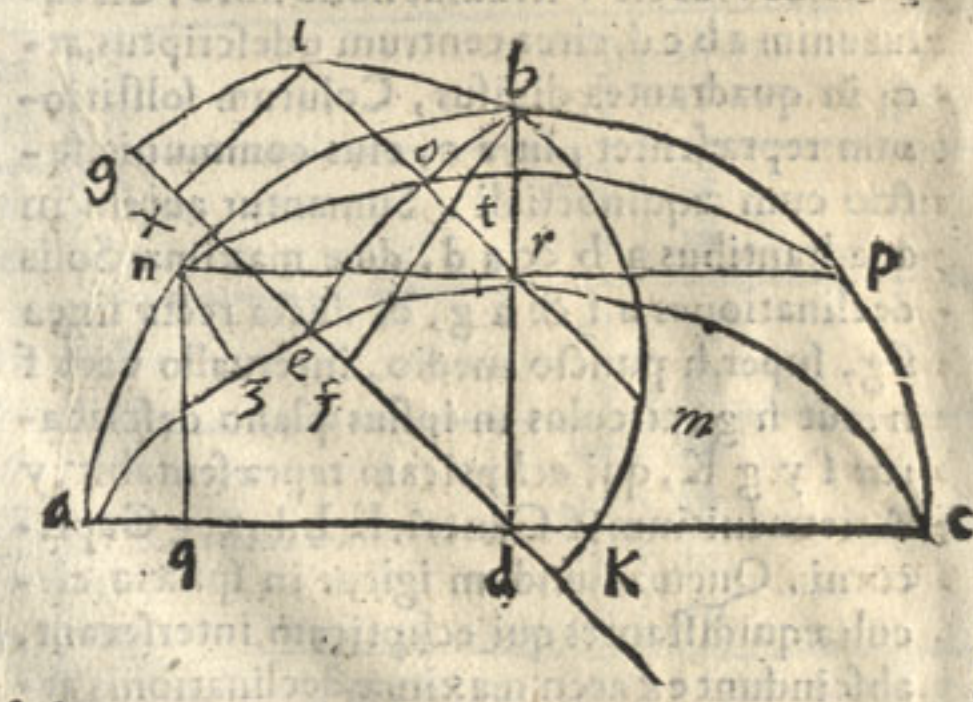


coaptata regula aliqua, aut filo aliquo extenso, ipsis punctis f & g, signabimus eius intersectionem, & semidiametri e b, quæ in hoc exemplo sit K. Sumemus deinde ex quadrante a b, arcũ b l, maximæ declinationis eclipticæ, & ipsius termino l, applicabimꝰ regulã Astrolabij, quæ supꝑ cẽtro e voluitur, sitq; eiꝰ positio l e y. Tũ verò regulã aliã, aut filũ rectissimè extensum tali arte applicabimus pũcto K, vt æquidistãs fiat ipsi l e y. tunc autẽ cognosces æquidistare, cũ æquales arcus hinc inde resecauerit: sit igitur eiusmodi sitꝰ m k n. Aio arcũ l m aut y n, declinationẽ esse pũcti f. Cũ igitur circulus ipse a b c d, in gradus sit diuisus, ex arcu a f cognito, declinatio l m, prædicto modo innotescit. Operatio facilis est, demonstratio verò difficilis non erit. Diameter enim a c, cõmunis sectio est plani æquinoctialis, & plani eclipticæ, diameter autem b d, cõmunis sectio plani Coluri solstitiorum & eclipticæ. Recta linea f g, cõmunis sectio plani eclipticæ & plani circuli æquidistantis æquinoctiali, qui quidem per f describitur. Hoc enim ostendit 16. vndecimi Euclidis. Intelligamus modò in ipso plano Coluri solstitiorum sectorem quendã, cuius basis est arcus maximæ declinationis eclipticæ. Vnũ duorũ laterum eius e b alterum verò recta quædam linea huic æqualis, quæ in communi est sectione plani æquinoctialis, & plani eiusdem Coluri. Supradictum igitur planum circuli æquidistantis per f descripti, dum planum eclipticæ secat super f K g, ipsum sectorem vnà secabit, super quadam recta linea, quæ latus e b intersecat in K, reliquo verò lateri eiusdem sectoris æquidistat, quod per ipsam 16. propositionem 11. libri ostendes. At ex arcu maximæ declinationis qui sectoris basis existit, arcum abscindet æqualem declinationi puncti f. quemadmodum ex poli definitione & communi sententia cõcludes. Quoniam verò eidem sectori similis & æqualis est sector b l e, in plano eclipticæ, à nobis imaginatione descriptus, cõmune habens latus e b, in quo punctũ idem permanet K: recta igitur K m, lateri e l parallela, arcũ similiter abscindet l m declinationi puncti f æqualem, quod erat demonstrandum. Quòd si à puncto b rectam b o, ad rectos angulos super e l excitaueris, per 2. igitur sexti Euclidis, & compositam rationem atq; permutatam concludes, sicut e b sinus totus ad b o, sinum rectũ maximæ declinationis se habet. ita e K sinus rectus arcus a f ad o r, sinum rectum declinationis puncti f, quod in libro Crepusculorum alio modo demõstrauimus. Possunt etiam declinationes partiũ eclipticæ in vnum planum deduci, ea quidem arte qua vsus est Vitruuius nono libro. Circulus enim a b c d, circa centrum e descriptus, atq; in quadrantes diuisus, Colurum solstitiorum repræsentet, sit a c, eius communis sectio cum æquinoctiali. Sumantur autem in quadrantibus a b & a d, duæ maximæ Solis declinationes a f & a g, & ducta recta linea f g, super h puncto medio, interuallo vero f h, aut h g, circulus in ipsius plano describatur f y g K, qui eclipticam repræsentabit, y Arietis initium, f Cancri, K Libræ, g Capricorni. Quemadmodum igitur in sphæra circuli æquidistantes qui eclipticam intersecant, abscindunt ex arcu maximæ declinationis arcus æquales declinationibus eorum pũctorum eclipticæ, per quæ ijdem æquidistantes scribun

tur,ita nimirum recta linea l m,diametro a c,æquidistans ex arcu a f, maximæ declinationis Borealis,arcum abscindit a r, æqualem declinationi puncti l in primo quadrante, aut puncti m in secundo. Recta similiter n o, eidem diame

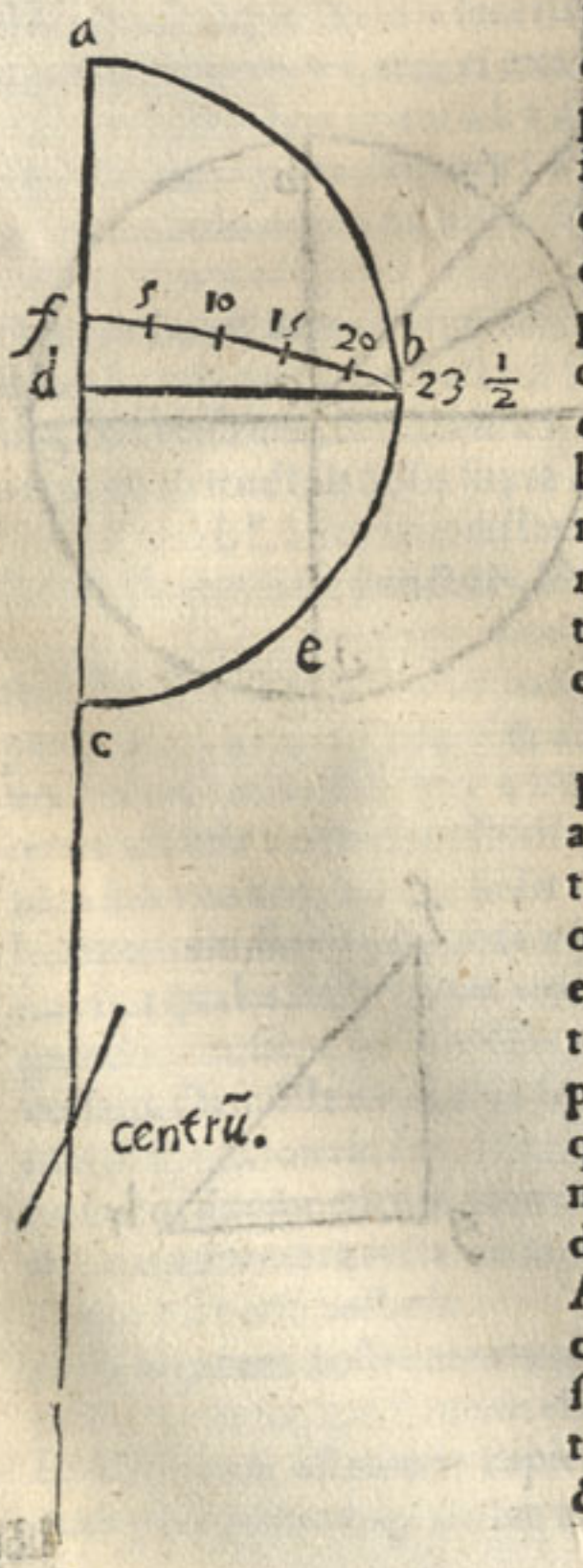


tro æquidistans,arcum resecat a t qui æqualis est declinationi puncti o in tertio quadrante, aut puncti n in quarto. Cum igitur libuerit declinationem puncti l inuenire,arcum K m sumemus æqualem arcui y l, & regulam applicabimus ipsis punctis l & m,vt sit æquidistans rectæ a c. Nam statim eius intersectio cum arcu Coluri quæsitam ostendet declinationem. Huius quidem instrumenti & operationis Geometrica demonstratio hæc est. Sit in subiecta figura vnus semicirculus eclipticæ,vel Boræus, vel Austrinus a b c,semicirculus æquinoctialis qui cum eo oritur,sit a e c. Diuidantur hi in quadrantes,notis b & e,estoq; b e arcus Coluri Solstitiorum inter æquinoctialem,& alterum tropicum,vna videlicet maxima Solis declinatio, & à centro mundi d ad ipsa b & e puncta, rectæ ducantur lineæ d b,& d e. Præterea à puncto b, ad semidiametrum d e perpendicularis ducatur



b f,& producta d e in rectum, super centro f. interuallo autē b f,in plano eiusdem Coluri Solsticiorum, semicirculus describatur g b k, cuiusquidem partes g b & b k, quadrantes esse necesse est. Sumatur igitur ex g b arcus quicunq; g l, & à pūcto l recta linea excitetur l m ipsi g k æquidistans,quæ quidem arcum b e maximæ declinationis secet in o puncto, rectam verò b f in t. Dico arcum eo æqualem esse declinationi puncti terminantis eum ecliptice arcum, ab altera sectione æquinoctialis inchoatum,cui proportionalis est arcus g l in quadrante g b. Veniat enim per rectam lineam l m, planum æquinoctiali æquidistans, cuius & plani ecliptice communis sectio sit recta n p. Erit itaq; harum duarum rectarum linearum communis sectio punctum vnum,quod quidem dicatur r,in vtro q; plano consistens ecliptice & Coluri. Sed cōmunis sectio deducti plani,& sphæræ,erit circulus n o p, per primam propositionem primi libri Theodosij. Ducatur autem à polo mūdi per n circulus maximus, qui æquinoctialem secet in z. Erit idcirco arcus n z,declinatio arcus ecliptice a n æqualisq́; arcui e o,quem recta l m separat ex b e. Hoc autem per poli definitionem & communem sententiam constabit. Sed arcus g l & a n similes,proportionalesue esse, hinc innotescet,quòd sicut d b semidiameter ecliptice,ad b f semidiametrum circuli g b k, sic d r ad f t per secundam propositionem sexti libri Euclidis,& compositam proportionē,atq; permutatam. At verò recta d r æqualis est n q, sinui recto arcus a n,quia æquidistans est recta n p ipsi a c,per decimamsextam propositionem 11. libri Euclidis. Recta autem f t æqualis est l x, sinui videlicet recto arcus g l. Igitur ecliptica & circulus g b k,arcubus a n & g l proportionales sunt. Sumim⁹ enim in præsenti, quod si in duobus circulis semidiametri, & duorum arcuū sinus recti proportionales fuerint, ipsi quoq; arcus suis circulis proportionales erunt. Hoc autem facilè demonstrabitur. Nam anguli super centris eorundem circulorū constituti, ipsosq́; arcus subtendentes,æquales sunt per 7. propositionem 6. libri Euclidis. Arcus igitur similes sunt, quod erat assumptum. In hac verò demōstratione,quēadmodum in superiori vides, sicut se habet sinus totus b d ad b f, sinum maximæ declinationis,sic d r sinus arcus a n ad f t, sinum declinationis e o,quæ quidē puncto n respondet. In triangulo itaq; sphærico rectangulo q́; a n z ex angulo a,& latere a n cognitis, latus n z prędicta arte innotescet, in vnius circuli plano. Ostenditur etiam sinus rectos angulorū,

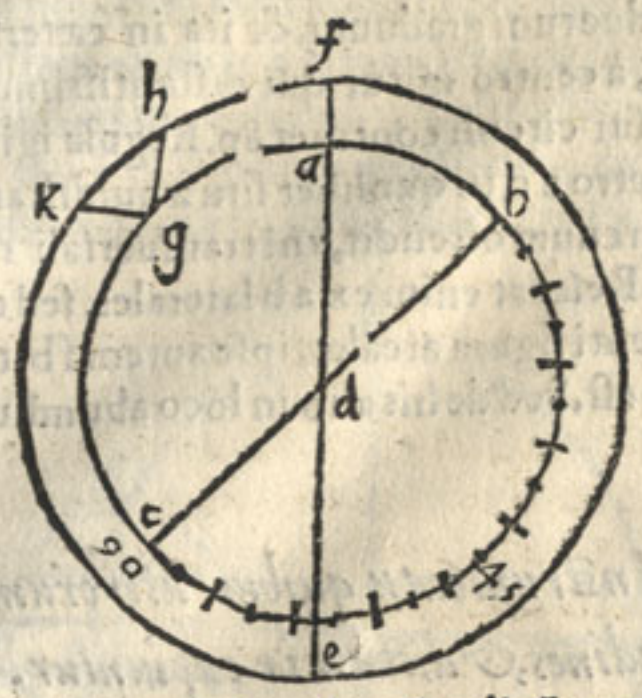
rum,& oppoſitorum laterum,proportionales eſſe.Eſt autem huiuſmodi inſtrumenti ea commoditas,quòd gradus declinationis multo maiores ſe offerunt,quã gradus eclipticæ. Si enim arcum maximæ declinationis graduum poſueris 23.minu.30.erit inter ipſos gradus ratio ferè dupla ſeſquialtera, adeo vt duo gradus Coluri, quinq; gradib.eclipticæ ferè ſint æquales, & id circo vnus eclipticæ gradus,vigintiquatuor minutis in arcu maximæ declinationis æqualis erit.Poteris autem idem inſtrumentum multò facilius conſtruere,ſi deſcribatur in primis ecliptica,deinde verò arcus declinationis maximæ. In ſemicirculo enim a b c,ponatur a initium Arietis,b Cancri,c Libræ,qui iterum ſemicirculus pro Auſtrali ſemicirculo inſeruire poterit, tum verò arcum ſumemus b e,duplum maximę declinationis,& per ipſa b & e puncta rectam lineam ducemus, cuius interſectio cum a c, in rectum producta centrum erit circuli deſcripti per b,Colurum repræſentantis Solſticiorum. Erit igitur arcus b f,vna maxima Solis declinatio. Hinc aliquando ſumpta nobis fuit occaſio deſcribendi circulare planiſphærium,idẽ omnino efficiẽs,quod tabula primi mobilis Ioannis de Monteregio. Sunt enim in area illius modi planiſphærij arcus deſcripti 89. Quorũ omnium vn⁹ eſtcommunis terminus in b puncto, reliqui verò termini ſunt in diametro a c. Arcus autem cẽtro viciniſſimus vni⁹ tãtũ eſt gradus, & qui hunc ſequitur duorum graduum, & ita in cæteris ſuo ordine, à centro igitur qui diſtantiſsimus eſt, gradus ſui circuli continet 89.Regula igitur ipſi diametro a c,in quolibet ſitu æquidiſtans, numeros arcuum oſtendit,vni tranſuerſali reſpõdentes. Reſecat enim ex a b laterales, ſed ex f b in præſenti figura areales, ipſe autem f b tranſuerſalis eſt.Sed de his alio in loco abundius.



¶ *De Inſtrumentis quibus aſtrorum altitudines,& diſtantiæ capiuntur.*

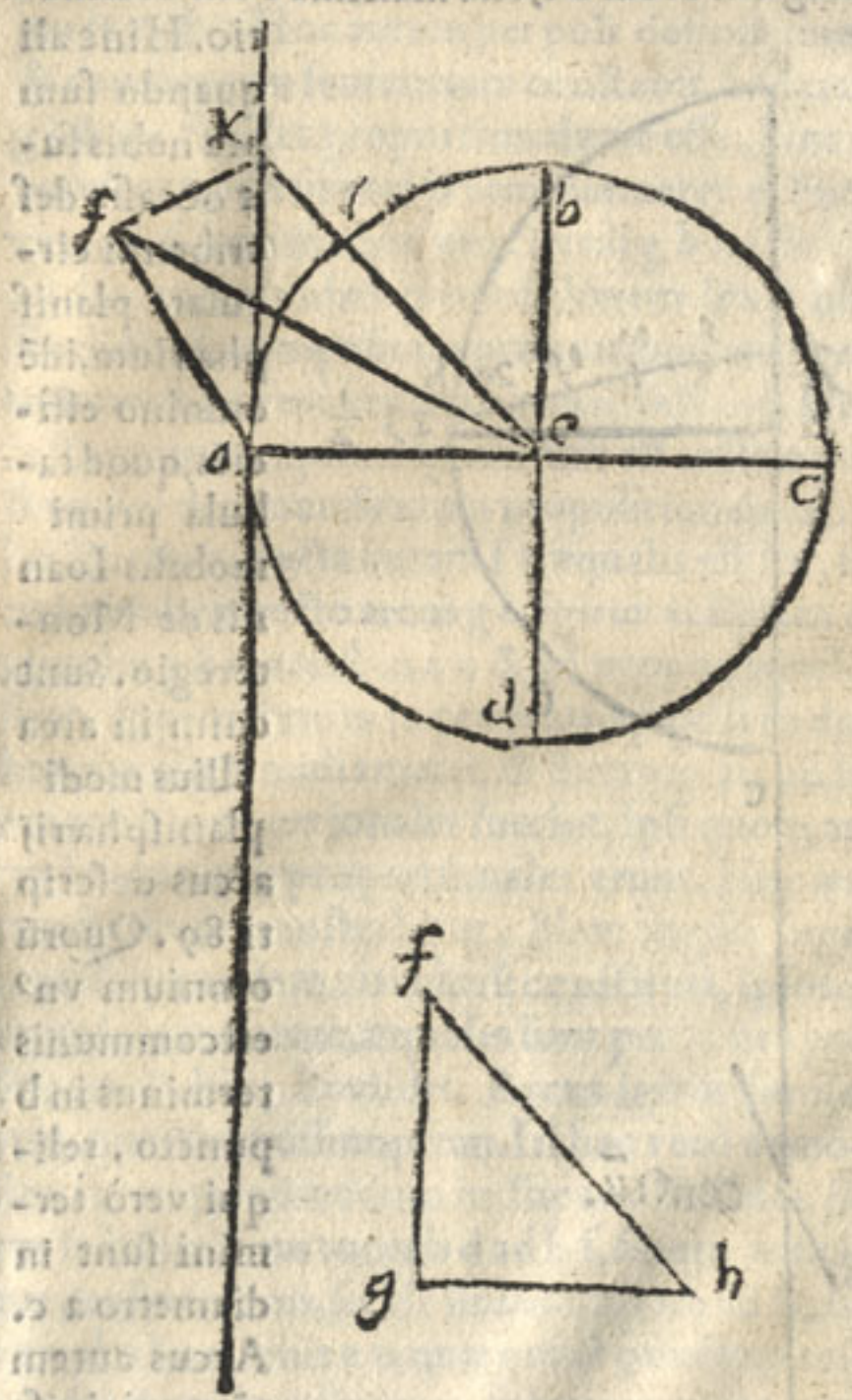
Cap.6.

VTuntur nautæ pendulis Aſtrolabijs,quia non poſſunt in mari quietum, ſtabilemúe habere horizontem. Priſci verò Aſtronomi omnia inſtrumẽta quibus aſtra obſeruabant, ſuper librata facie horizontis erigebant.Sic enim linea perpẽdiculi inſtrumenti in nullam partem inclinari poterat. In pendulis verò Aſtrolabijs,fortaſse altera pars regulæ quæ altiorem ſitum habet,& proinde grauior eſt,quemadmodum de libris demonſtratũ eſt à Iordano, qua parte inſtrumento adhæret, aliquantulum ipſum à rectitudine ſeparabit. Conſtrues igitur pendulum Aſtrolabium ſine dioptra regulaúe,adhunc modum, Fabricetur ex metallo circularis armilla mediocris magnitudinis,quadratis ſuperficiebus,inſtar circulorum materialis ſphæræ, latitudo & craſsitudo pares,vnius digiti. In caua eius ſuperficie ſecũdum mediam longitudinem circulus deſcribatur a b c, cuius centrum intelligatur d. Huic reſpondeat in curua exterioriq; ſuperficie circũferentia circuli f K l. Punctum verò f in ea ſumatur ſupra a, ſecundum rectitudinem diametri a e. Et armilla ſuſpenſoria è qua Aſtrolabiũ pendet,connectatur cum clauiculo ipſi f. Tum verò ex circumferentia a b c,arcum ſumes a g, vnius quadrantis dimidium, atque ei æqualem a b in altero ſemicirculo. Eſto autem punctum c, oppoſitum puncto b per diametrum, & ſemicirculus b e c, ſecetur in æquales nonaginta partes, quibus quidem debiti numeri aſcribantur, initio ſupputationis facto in b. Reſecetur deinde ex ipſius inſtrumenti craſsitudine



ne secundum mediam longitudinẽ, portio quæ dam in formam obtusi anguli h g K, & in punct o g angustissimum relinquatur foramẽ, quod radios Solis admittat. Quoniam verò propter ipsam portiunculam, quæ ab instrumento abla ta est, leuius idcirco relinquitur ex eadem parte, diameter igitur a e, à linea perpendiculi necessario discedet, & propterea tantundem metalli adimere oportebit ex altera parte. Cum igi tur absoluto instrumento altitudinem Solis supra horizontem cognoscere libuerit, suspenso ipso Astrolabio ex armilla, partem in qua est foramen, Soli radiáti obijcies, statim enim eius radius in semicircumferentia b e c, quæsitam al titudinem supra horizõtem ostendet. Sunt autem altitudinis gradus in hoc instrumento duplo maiores quàm qui fierent, si super centro regula uolueretur, vt in cõsuetis videmus Astro labijs. Aequalium enim angulorũ is qui ad cir cumferentiam circuli fit, duplum arcum conti net, quàm qui in centro.

Et non solum ex instrumentis erectis supra planum horizontis, sed etiam ex iacentibus, dũ modo ei æquidistent, altitudo Solis deprehendi potest. Circularis enim tabula a b c d, cuius cir cumferentia in Gr. 360. vt solet, sit diuisa, horizonti collocetur æquidistans, & fabricetur ex quauis dura materia rectangulum triangulum Isosceles q; f g h, cuius quidem duo latera f g & g h, quæ rectum continent angulum, semidiametro descripti circuli sint æqualia. Rectum autem ponatur ipsum triangulum eidem circu lari tabulæ, sicq; coaptetur, vt latus g h examus sim cõueniat cũ a e, circuli semidiametro, sitq; simul g cum a, punctum verò h, simul cum e: pũ ctum igitur f erit in sublimi. Præterea erigatur hastula quædam, recta ad idem planum, super quouis puncto diametri b d. Cum igitur libue rit altitudinem Solis supra horizontem inueni re, instrumentum ipsum circumuolues, donec hastulæ vmbra in rectam b d, sit extensa. Tunc enim vmbra lateris f h, siue f e in quadrãte a b, altitudinem quæsitam indicabit, à puncto b in a supputatam. Reliqua autem pars quadrantis vsque ad a, distantia erit inter Solem & vertica le punctum. Huius operationis demonstratio hæc est. Plana enim superficies circuli a b c d, quæ horizonti posita est æquidistans, in rectũ intelligatur extensa, ad eas partes ad quas vmbræ proijciuntur; & vmbra trianguli rectanguli a f e, ad ipsum planum recti, in eodemq; plano extensa, sit triangulum a K e, recta a f vmbrã proijciat a K, & rectæ e f, vmbra sit e K, quæ quadrantem a b secet in l. Igitur quoniam radij solares apud terram censentur æquidistare, recta linea a K & vmbra hastulæ extensa in longitudinem rectæ lineæ e b, æquidistantes erunt. Angulus autem a e b rectus est. Rectus igitur est angulus e a k, atqui rectus est e a f, rectus igitur erit angulus f a K, per 3. definitionem vndecimi



libri

libri Euclidis. In duobus igitur triangulis a K e, & a f K, quoniam a e, latus vnius, æquum est a f, lateri alterius, & a K latus commune est, duo verò anguli ipsis æquis lateribus cõtenti æquales, nempe recti, duo idcirco anguli a f k, & a e K, inter se æquales erunt, per quartam propositionem primi libri Euclidis. Est autem angulus a f k, cõtrapositus ei qui ad punctum f, arcum subtendit distantiæ inter Solem & verticale punctum, quapropter angulus a e k, similiter arcum a l in quadrante subtendet a b. Reliquus autem b l, arcui altitudinis Solis supra horizontem similis erit, quod erat demonstrandũ. Ex hac demonstratione habes, quòd si huiusmodi instrumentum quadratam formam habuerit, vt in eo possit duci recta a k, circulum ipsum contingens in a puncto, non erit opus stilo hastulaúe, cuius vmbra extendatur in rectam b d. Sed ipsum instrumentum eò vsque circumuoluemus, donec vmbra rectæ a f extendatur in rectã a K, sic enim vmbra rectæ e f arcum altitudinis Solis supra horizontem ostendet. Latera autẽ triãguli f g h, si duplo lõgiora feceris, vt sit latus g h æquale diametro a c, atq; ei examussim conueniat: semicirculum igitur a b c diuides in partes æquales nonaginta, & erunt idcirco gradus altitudinis Solis duplo maiores. Quòd si hoc idẽ instrumẽtum ad eum modum constructum, rectum posueris supra horizontis planum, & Soli ita obieceris, vt vmbra rectæ a f quæ non recta iam, sed versa erit, in rectam a K sit extensa, erit arcus a l altitudinis Solis supra horizontem, reliquus verò b l, erit arcus distantiæ inter ipsum Solem & verticale punctum. Hac enim ratione vmbra recta atq; versa permutantur, vt intellectis duabus Solis altitudinibus, quæ 90. gradus perficiant, tanta erit vnius & eiusdem gnomonis vmbra recta, sub vna earum altitudinum, quanta fuerit versa quæ alteri respondet. Cæterùm sub vna atq; eadem Solis altitudine supra horizontem, siue gnomones æquales ponantur, siue inæquales, sic se habet vmbra recta ad suũ gnomonem, sicut quiuis alius ad suam vmbram versam. Demõstratio huius facilis est per quartam prõpositionem sexti Euclidis. Per commune igitur documentum numerorum proportionalium, ex vmbra recta versam cognosces, & vicissim ex versa, rectam.

Vulgatum instrumentum quadrantis quo nautæ vtuntur, aptissimum est ad altitudines solis & aliorum astrorum capiendas, sed pro filo cum perpendiculo, ponatur regula cum pondere sibi adiũcto in altero extremo, tali artificio, vt ea facies quæ ad centrum instrumenti dirigitur, recta semper maneat supra planum horizontis. Subsultat enim filum, & detinetur interdum in eodem loco, etiam si obseruator ipsum quadrantem conuoluat. Atq; ea de causa incertæ reperiuntur altitudines, quæ quadrantibus capiuntur. Accidit tamen aliquando instrumẽtum rectè fabricatum esse, & astra diligẽter obseruata, sed deprehensas altitudines nondum exactas esse. Neq; id ob aliam causam, nisi quia propter instrumenti paruitatẽ, nõ possunt eius partes vlterius in minutias partiri, adeò vt vltra graduum integrum numerum, quantum altitudinis accrescat, æstimare nõ possis. Iuuabit igitur intra instrumenti ambitum in ipsius area, quadraginta quatuor circulos super eodem centro describere. Exterioris quadrans in 90. æquales partes secetur. Ei propinquior in 89. & qui hunc sequitur in 88. & ita deinceps suo ordine, quemadmodum in libro Crepusculorum docuimus. Ita enim existimo Claudiũ Ptolemæum fecisse. Nam si maximam Solis declinationem idcirco (ait) reperisse partium 23, minu. 51. sc. 20. quia ea proportio inuenta fuisset totius circuli ad arcum inter tropicos, quam 83. habẽt ad 11. Constat igitur aliquem quadrãtem intra ambitum instrumẽti descriptum, in ipsas 83. æquales partes distributum fuisse, quarũ arcus inter tropicos 44. continebat. Neq; enim tanta fuit illius instrumẽti quo Ptolemæus vtebatur magnitudo, vt in eo prima atq; secunda minuta notari possent.

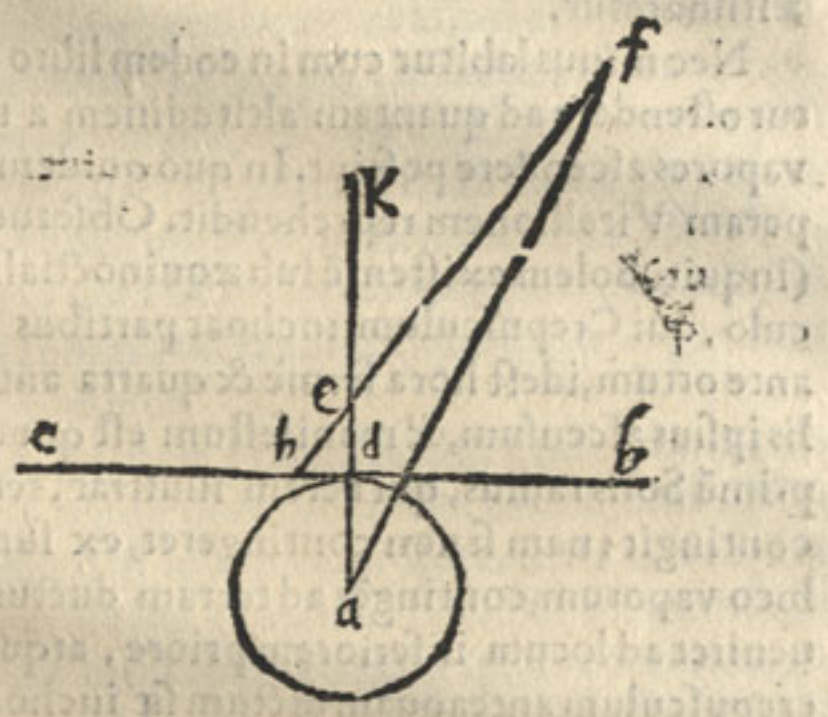
Astronomico radio vtuntur nautæ ad cognoscendum quanta sit altitudo stellæ polaris supra horizontem. Sed difficile admodum est certam altitudinem ita inuenire. Aptissimum tamen instrumentum est ipse radius ad inueniẽdam distantiam inter duo astra, quorum intercapedo quadrãte maximi circuli minor fuerit. Eius fabricam atq; vsum tradidit Ioannes de Monteregio in libro de Cometa. Diuidẽda est fustis longitudo in quotlibet æquas partes. Longitudo verò versatilis pinacidij ex eisdem partibus sumi debet, & construenda est tabula quędam numerorum, per quam ex data proportione inter duo latera trianguli rectanguli angulũ rectum continẽtia, magnitudo illius anguli cognoscatur, qui breuiori lateri opponitur. Qualis est ea tabula quam Georgius Purbachius Mathematicus præstantissimus pro vsu Geometrici quadrati composuit. Conspectis igitur duabus

bus ſtellis per pinacidij extremitates, numerus partium dimidiæ longitudinis pinacidij multiplicetur in 1200. tot enim partium ſupponitur prædicti quadrati latus. Productum diuidatur per numerum partium qui ſunt in fuſte, inter ſitum pinacidij & oculũ obſeruatoris, cum quotiente verò intrabimus ipſam tabulam Geometrici quadrati. Nam numerus in ea è regione repertus, erit arcus dimidiæ diſtantiæ inter obſeruatas ſtellas: quo duplato integra earum intercapedo patefiet. Exemplum. Anno Chriſti 1475. die. 17. Octobris, obſeruauit Bernardus Vualther Aſtronomico radio Martis & Saturni diſtantiam. Et qualium partium verſatilis pinacidij longitudo erat 210. talium longitudo fuſtis inter oculum & pinacidij ſitum reperta fuit 807. Diſtantiam igitur ipſorum planetarum in hunc modum inueniemus. Numerum 105. ideſt dimidium lõgitudinis pinacidij multiplicabimus in 1200. latus nẽpe quadrati Geometrici, & fient 12600. Hunc itaque numerum diuidemus per 807. & veniẽt ex partitione 156 $\frac{108}{807}$ vel multiplicabimus 210. longitudinem pinacidij in 1200. productũ verò diuidemus per 807. & quotiẽtis ſumemus dimidium, quod eſt 156. $\frac{108}{807}$. Cum hoc igitur tabulam ingrediemur Georgij Purbachij, & arcum ex ea eliciemus graduum 7. minu. 24. ſe. 47. Quem duplabimus, & colligemus tandem Gr. 14. minu. 49. ſe. 34. maximi circuli, pro diſtantia inter Martem & Saturnum prædicto tempore obſeruationis. Huius operationis demonſtratio facilis eſt. Eſto enim recta a b fuſtis longitudo, oculus obſeruatoris ſit in a, & pinacidium c d in ſitu e, arcum diſtantiæ Martis & Saturni examuſsim occupet. Sit autem reperta a e, talium partiũ 807. qualium c d eſt 210. & eius dimidium c e, 105. Qualium igitur partium fuerit eadem a e 1200. talium erit c e 156. $\frac{108}{807}$ per commune documentum numerorum proportionalium. Et idcirco per tabulam Georgij Purbachij arcus anguli c a e, reperietur Gr. 7. min. 24. ſe. 47. Duplus igitur arcus qui angulo reſpondet c a d, gradus habebit 14. min. 49. ſe. 34. Minor tamen repertus eſt à Ioanne Schonero in hoc eodem exemplo Quia cum 312. $\frac{216}{807}$ pinacidij longitudine eandem tabulam Georgij Purbachij ingreſſus fuit. Et propterea angulus ea arte ab eo inuentus nõ eſt c a d, qui arcum diſtantiæ Martis & Saturni ſubtendit, ſed alius minor. Recta enim c d in rectum producatur, & ſumatur ex ea c f, æqualis ipſi c e aut e d, & connectatur a f. Erit igitur e f talium partium 312. $\frac{216}{807}$ qualium a e 1200. Et

proinde angulus quẽ ex ſupradicta tabula Schonerus elicuit, eſt e a f, quem minorem oſtendemus eſſe ipſo c a d. Latus enim a f maius eſt ipſo a e, & idcirco ſi angulus e a f, bifariam ſectus fuerit, recta linea angulum diſpeſcens baſim e f ſecabit inter c & e, ne accidat impoſsibile contra tertiam propoſitionem 6. libri Euclidis. Et propterea per communem ſententiam multo minor erit angulus f a c, angulo c a e. Aequales ſunt autem inter ſe duo anguli c a e & d a e, totus igitur angulus e a f minor erit angulo c a d, diſtantiæ nempe Martis & Saturni, quod demonſtrandum erat.

Aduertẽdum eſt autem quòd Martis, Iouis, atque Saturni & ſtellarum fixarum à verticali puncto interualla, inſtrumẽtis deprehenſa, propter ingentes à terra diſtantias, ad ipſius terræ ſemidiametrum comparatas, æquales ferè angulos ſubtendunt in centro ipſius globi terreni, ijs qui in eiuſdem globi ſuperficie ad obſeruatoris oculum, inſenſibiliter enim differunt, in Luna tamen atq; in Sole aliter fit. Obſeruauit enim Ptolemæus inſtrumento regularum diſtantiam Lunæ à vertice, & ex vero loco eius, atq; latitudine, numeratione repertis, declinationem inuenit. Rurſus ex inuenta declinatione & diſtãtia eiuſdem Lunæ à meridie cognita, diebus æquatis, verum interuallum reperit inter ipſum Lunare corpus & verticale punctum. Quod quidem detraxit ab eo quod obſeruatione repertũ fuerat: ſic itaq; concluſit quanta eſſet aſpectus diuerſitas tempore dictæ obſeruationis. Deinde verò ex his diſtantiam centri corporis Lu-

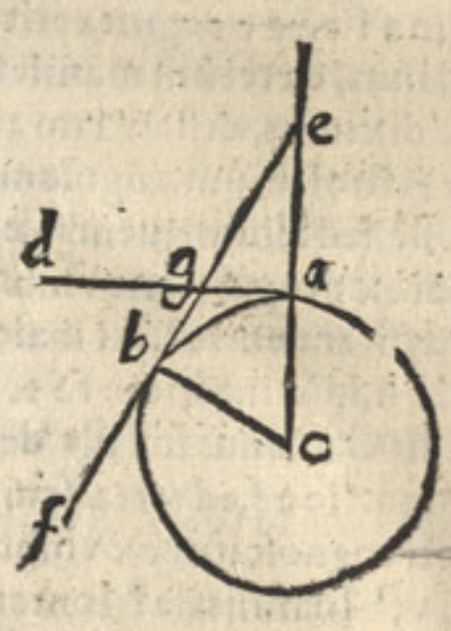
næ à centro terræ, in partibus quibus semidiameter terræ est vna, Geometrico syllogismo reperit, & ex eadem obseruatione, proportionẽ semidiametrorum eccentrici, & epicycli Lunæ atq; eccentricitatis ad semidiametrum terræ. Solis autem & Lunæ diametros visuales, quoniã nullis instrumẽtis satis exactè reperire poterat, ex duabus igitur Lunaribus eclipsibus admodũ ingeniosè inuestigauit. Quare difficile nõ fuit proportionem ostẽdere semidiametri terræ ad semidiametrum corporis Lunæ. Ex his igitur diametrum Solis, & centri eius à centro terræ distantiam in partibus quib⁹ semidiameter terræ est vna, deprehẽdit proportiones etiam triũ corporum Solis terræ & Lunæ ad se inuicem. Et propterea ad inueniendum deinceps in quolibet situ aspectus diuersitatem, necesse non fuit astra ipsa obseruare, sed ex data Solis aut Lunæ à centro terræ distantia, & elõgatione eius à polo horizontis, diuersitatem aspectus in circulo altitudinis Geometrico syllogismo inuestigare docuit, quarum maxima est in Luna Gr. vnus m. 43. tabulasq; constituxit diuersitatis aspectuũ. Quãquam interim posimus (quemadmodum ipse fecit) obseruatione simul & numeratione, ipsam Lunæ aspectus diuersitatem inuenire. Solis porrò diuersitas aspectus quoniã multò minor est, maxima enim secundum numeros Ptolemæi minuta duo tantum continet cũ secundis 51. nõ potuit idcirco sicut in Luna obseruatione inueniri. Itaq; quanta sit distantia Solis à terra, concludere non potuit ex aspectus diuersitate, hanc enim admodum difficile erat instrumentis inuenire, propter sui paruitatem, sed econtrariò ex distantia ipsius à centro terræ, quam supradicta arte cognouit, quamq; inuariatã posuit, aspectus diuersitatem inuenit. Ex his igitur palam est, astrorum altitudines instrumentis deprehensas, eorũ quæ supra Solem sunt, pro veris accipiendas esse. At in ipso Sole diuersitas aspectus, quantum attinet ad latitudines locorum, pro nihilo habẽda est. In Luna autem nullo pacto negligenda, nisi ea prope Zenith constituta fuerit. Ex quibus etiam appareret Hieronymũ Cardanum non satis aduertisse quæ in quarto libro de Subtilitate scripsit, de ijs quæ ex astrorum radijs cognosci possunt. Cuiuscunq; nempe sideris, & quacũq; hora, altitudinẽ à centro terræ, ex cognita proportione vmbræ ad gnomonem inueniri posse. Quasi verò omnia astra ita illustrare possint obiecta corpora opaca, vt ex aduersa parte manifestæ vmbræ proijciantur, quod quidem præterquàm Soli, atque Lunæ, nulli conceditur astro. Centrum terræ ponit a, eius semidiameter sit a d, planum horizonti æquidistans b c virga d e, perpendicularis sit super ipsum planum, astrum verò f radiũ mittat f e h, & vmbra d h, in ipso tempore notam habeat proportionem ad d e. Quapropter angulus d e h cognitus erit, & idcirco a e f, qui relinquitur ex duobus rectis, cognitus quoque



erit. Sumatur (inquit) per planisphærium ipsi⁹ f, sideris altitudo supra horizontem, cuius differentia à Gr. 90. arc⁹ erit anguli f a e vt ipse putat, & idcirco reliquus angulus a f e, ignorari nõ poterit. Iam igitur in triangulo a e f, ex angulis cognitis cum latere a e reliqua latera patefient: & proinde proportio a f ad a e cognita erit. Ita propemodum Cardanus, cæterùm manifestum esse puto ex ijs quæ diximus, distantiam astri à vertice sumptã per Astrolabium, angulum f a e subtendere non posse, sed alium quendã, æqualem angulo d e h, qui ex proportione vmbræ ad gnomonem quantus sit inuenitur. At maior est exterior angulus d e h, ipso interiore f a e. Et idcirco nihil concludit Cardanus sua illa demonstratione. Quin proportio a f, ad terræ semidiametrum, in Sole non cognoscitur ex vmbra, sed vel arte Ptolemæi, vel Ioannis de Monteregio in Epito. Itẽ neq; in Luna, propterea quòd terminus vmbræ illius, termino vmbræ Solis incertior est, sed vel regulis Ptolemæi, vel quouis alio instrumento ad id idoneo, angulus K e f inueniendus erit: interior autem e a f numeratione, ex distãtia Lunæ à meridie, & ipsius declinatione cognitis, quo quidẽ detracto ex ipso K e f angulus a f e, diuersitatis aspect⁹ not⁹ relinquetur:

quapropter proportio a f ad a e vel ad, terræ semidiametrum illico patefiet. Quòd si neq; ex vmbra Solis, neq; Lunæ, altitudo à terra inueniri potest, multò igitur minus reliquorum astrorum altitudines, quorum illustratio circa corpora opaca lumen ab vmbra vix distinguit. At etiam si superiorum planetarum, & fixorum siderum lumen, Solis lumen superaret, nondum tamen proportio altitudinis ad terræ semidiametrum, ex angulis cognosceretur, propterea quòd angulus ipse a f e, insensibilis quantitatis æstimaretur.

Nec minus labitur cum in eodem libro conatur ostendere ad quantam altitudinem à terra, vapores ascendere possint. In quo quidem perperam Vitellionem reprehendit. Obseruemus (inquit) Solem existentē sub æquinoctiali circulo, qui Crepusculum inchoat partibus xix. ante ortum, idest hora fermè & quarta ante Solis ipsius ascensum, & manifestum est quod tūc primū Solis radius, qui aërem illustrat, terram contingit: nam si non contingeret, ex summo loco vaporum, contingēs ad terram ductus perueniret ad locum inferiorem priore, atque sic crepusculum anteaquam dictum sit inchoaret. Hoc igitur posito, cōstituatur circulus terram referens cuius centrum c, contingens linea a d, summa pars vaporum e, locus radij solis f, & vbi secat a d, ibi g, ponatur. Quia igitur Solis distantia maxima est ad terræ cōparationem, angulus f g d, est ac si esset in centro c terræ, quare est xix. partiū, igitur & e g a vt in centro circuli, sed a & b recti sunt, igitur cū e communis sit duob⁹ trigonis c b e & a e g, ip si erunt similes, & ideo ratio laterum cognita, at b c est passuū M. vt dictū est quinquies mille: igitur a e est passuum M.CC LXXXVIII. & ad tantam altitudinem vapores ascendunt. En vides humani ingenij subtilitatem quousq; perueniat? Vitellionem haud ignoro deceptum esse, qui ascendere tantum ad LII. passuum millia tradiderit, cum quintuplo plus ac dimidio quàm dixerit ascendant, verū cum ambitum terræ contrahat, & passus ob id



etiam maiores faciat aliquantò, non tamen vsq; ad quartam partem debitæ altitudinis deducere eam potest. Quod si vt ad summū deducatur Crepusculum per duas horas ante diem fiat, erit angulus c in circunferētia qui æqualis est g, partium LX. & e. CXX. quare linea a e quæ est altitudo vaporum, erit passuū millia DCC LXXII. & hoc est maximum ad quod ascendere vapores possint è terra spatium.

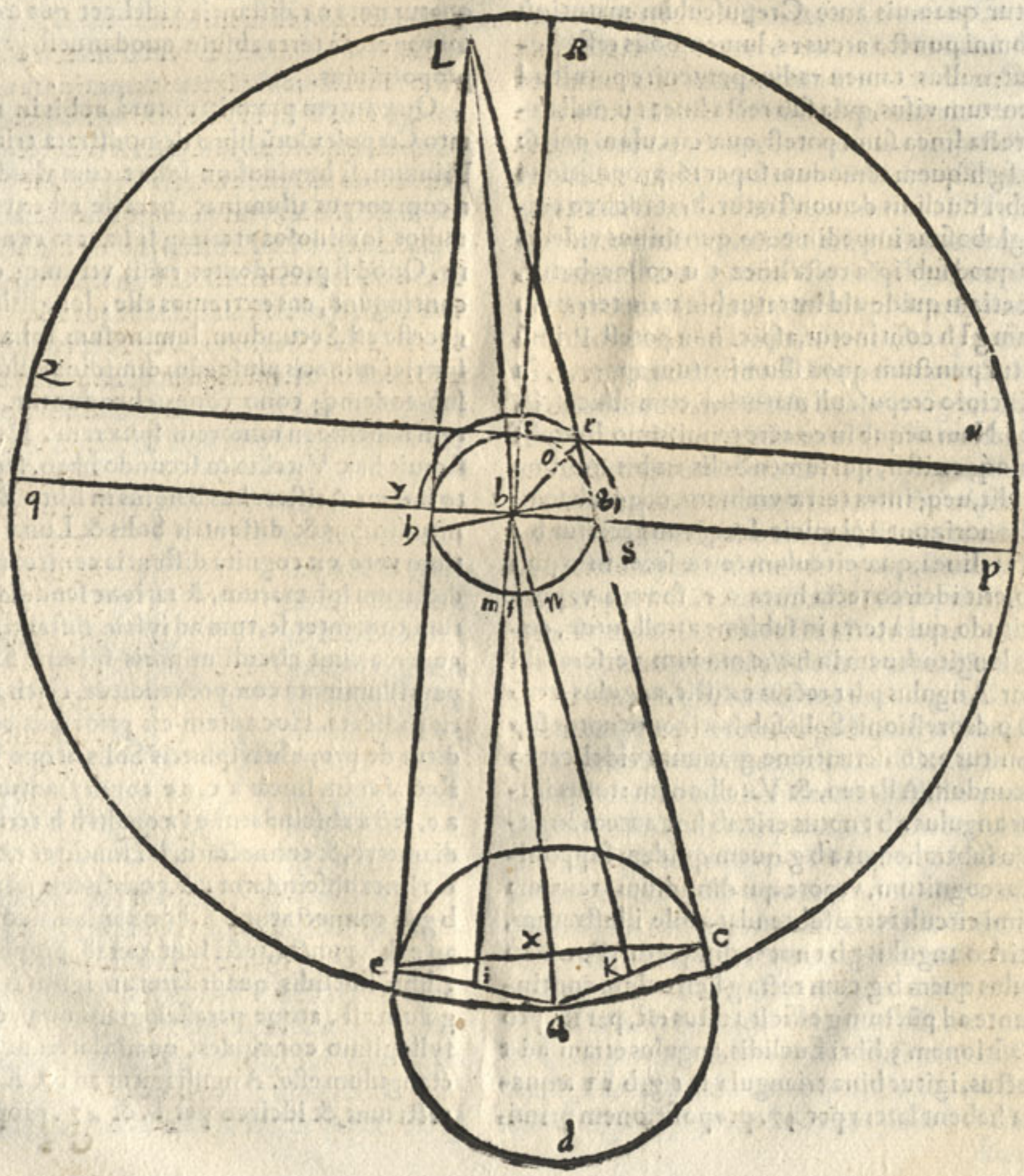
Hactenus Cardanus, quem statim ostendemus insigniter deceptum esse, non Vitellionē, qui pulchram illam demonstrationē de summorum vaporum altitudine ab Allacen mutuatus est. Cuius quidem libellum de Crepusculis vnà cum quodam alio de eadem re à nobis conscripto, annis ab hinc viginti impressioni dedimus. Causa erroris Cardani ea fuit, quòd putauit sūmos vapores Crepusculum efficientes esse ad e, at nō sunt ibi. Primus enim radius in initio Crepusculi matutini reflexum lumen nobis ostendens est f g e, ipsa verò reflexio in horizonte fit in g, igitur non in e. Nam quisvnquam vidit lucem Crepusculinam supra verticem esse? est enim a centrum sensibilis horizontis. Distantia itaq; summorū vaporū à terra multò minor est quàm a e. Sed vt hæc facilius intelligantur ipsā summorum vaporum altitudinis demonstrationem, quemadmodum à nobis in libro prædicto de Crepusculis tradita est recensebimus. Sphæra cuius centrum a esto in subiecta figura Solare corpus, sphæra cuius centrū b esto terræ globus. Intelligatur autem circulus quidam maximus a p R q super b centro mundi descriptus interuallo a b, per horizontis polum ductus, & solis cētrum, apud initium Crepusculi matutini, communis sectio plani huius concepti circuli cum sole, esto circulus c d e cū terra verò circulus f g h, ab arcu e c radij Solares procidāt c l, e l terram contingentes super punctis g h. Igitur sub arcu g f h, pars terreni globi radijs solaribus illustrata cōprehēditur, sed sub reliquo arcu g h, ea pars quæ vmbra obcæcata est. Esto præterea pūctū R horizōtis polus, & cōnectatur b R circulū f g h secās super pūcto t, in quo cētrū visus collocatur: recta deinde p q per cētrū mūdi veniēs esto cōmunis sectio horizōtis & descripti circuli a p R q, recta verò z t u, eiusdē circuli cōmunis sectio, & alterius cuiusdā circuli, in quo sensibilis horizon, concepto illi horizonti quod per centrum mundi transit, æquidistantis. Igitur duæ rectæ lineæ p q, z u æquidistantes sunt, per 16. propositionem vndecimi libri

Eucli-

Euclidis. Angulus verò R b p rectus est, quia R p quadrās: igitur angulus b t u rectus etiā, quod item per primum librum Theodosij concludi posset. Recta idcirco z u, circulum tangit in pūcto t, per correlarium 16. propositionis 3. libri Euclidis. Quoniam verò ab aëre puro, tenuiq; non fit luminis reflexio, concipiamus igitur animo sphæram vaporum à terra mariq; ascendentium, quia aërem vsq; eò spissant, condensantq;, vt Solis lumen reflexionem efficere possit. Nam quod vltra hanc sphæram versus cœlū est, quanquam nocturno tempore illuminetur à Sole, ob reflexionis defectum visibile nō est. Esto autem y r s, arcus circuli maximi huiusmodi sphæræ, super b centro descripti, in eodēq; plano existentis, in quo maximus terræ circulus f g h, eumq; secet recta z u super pūcto r. Igitur quamuis ante Crepusculum matutinū ab omni puncto arcus r s, lumen Solis reflecteretur: nullus tamen radius peruenire potuit ad t centrum visus, quia sub recta linea t u, nulla alia recta linea sumi potest, quæ circulum non secet f g h, quemadmodum super 16. propositione 3. libri Euclidis demonstratur. Erat idcirco terræ globositas impedimento, quo minus videretur quod sub ipsa recta linea t u collocabatur. At etiam quidquid intratur binatam terræ vmbram g l h continetur, aspici non potest. Primū igitur punctum quod illuminatum apparet, in principio crepusculi matutini, cum illucescit, est r. Nam neque in eo aëre tenuissimo liquidissimoq; existit, qui lumen Solis nobis minime reddit, neq; intra terræ vmbram, neq; sub sensibilis horizontis planicie. Itaq; connectatur b r recta linea, quæ circulum terræ secet in o puncto, erit idcirco recta linea o r, summa vaporū altitudo, qui à terra in sublime attolluntur, cuius longitudinem in hunc modum perscrutabimur. Angulus p b t rectus existit, angulus verò a b p depressionis Solis sub horizonte notus supponitur ex obseruatione, graduum videlicet 19 secundum Allacen, & Vitellionem: totus igitur angulus a b t notus erit, ab hoc autem angulum subtrahemus a b g, quem quidem supponimus cognitum, vtpote qui dimidium arcus maximi circuli terræ subtendat à sole illustratum, & ideo angulus g b t not⁹ relinquetur. Porrò angulus quem b g cum recta g l, circulum contingente ad pūctum g efficit, rectus est, per 18. propositionem 3. libri Euclidis. angulus etiam ad t rectus, igitur bina triangula b r g, b r t æqualia habent latera per 47. propositionem primi, & communem sententiam: æquiangula idcirco sunt ipsa triangula, per 8. propositionem primi, & angulus t b r dimidium est anguli t b g: at innotuit iam ipse angulus t b g, innotescet igitur t b r quare reliquus angulus t r b, trianguli b r t cognitus erit. Est autem sicut sinus rectus anguli t r b, ad sinum totum, ita recta b t ad rectam b r, & harum quatuor quantitatum duæ primæ notæ sunt, tertia verò recta nempe linea b t, quot stadia habeat cognoscitur, suppositio numero stadiorum totius orbis f g h ex Ptolemæo, aut Eratosthene, suppositā etiam proportione eiusdem circuli ad diametrum ex Archimede. Quare per commune documentū numerorum proportionalium, numerus stadiorum rectæ b r cognitus erit, ab eo autem auferemus numerum stadiorū semidiametri, & relinquetur nota o r, distantia videlicet qua æditissimi vapores à terra absunt, quod inuestigandum proposuimus.

Quæ autem præmittuntur à nobis in memorato Crepusculorū libro demonstrata, tria sunt. Primum, si luminosum sphæricum aliud sphæricum corpus illuminat, necesse est extremos radios luminosos vtramq; sphæram contingere. Quod si procidentes radij vtrumq; corpus contingunt, eos extremos esse, longissimosq; necesse est. Secundum, luminosum sphæricum spærici minoris plusquàm dimidium illuminat sub eodemq; cono comprehenduntur, verticem habente in minorem sphæram. Demonstrauit hæc Vitellio in secundo libro, sed multo melius Aristarchus Samius in libro de Magnitudinibus & distantijs Solis & Lunæ. Tertium verò, ex cognita distantia centrorum prædictarum sphærarum, & ratione semidiametrorum, tum inter se, tum ad ipsam distantiam, arcum maximi circuli minoris sphæræ sub quo pars illuminata comprehenditur, certis numeris indicare. Hoc autem ex prioribus concluditur de propositis sphæris Solis atque Lunæ. Rectæ enim lineæ a c, a e connectantur, & ex a e, recta abscindatur e i æqualis b h terræ semidiametro, & connectatur b i, similiter ex a c recta linea abscindatur c k, æqualis semidiametro b g & connectatur b K. Et quoniam duo anguli ad e & h puncta, recti sunt, per 18. propositionē 3. libri Euclidis, quadrilaterum igitur b e, rectāgulum est, atque parallelogrammum, & eodē syllogismo concludes, quadrilaterum b c rectangulum esse. Anguli igitur ad i & K puncta recti sunt, & idcirco per 8. & 47. propositionem

nem primi libri Euclidis, duo anguli a b i & a b k æquales erunt. Quadrātes sunt autem duo arcus h m & g n, propterea quòd anguli h b m & g b n recti sunt, arcus igitur n m differentia est, qua semicirculus terræ ab eo arcu sub quo illuminata pars cōprehēditur, superatur, arcus verò f m, aut f n, illius differentiæ dimidium, cuius quidem quantitatem facilè erit certis numeris indicare. Nam b h & e i, opposita latera parallelogrammi æqualia sunt ad inuicem, at proportio rectæ a b tum ad a e, tum ad b h nota supponitur, proportio igitur eiusdē a b ad a i cognita erit. In triangulo autē rectāgulo a i b, sicut recta a b ad rectā a i, sic sinus totus se habet ad sinum rectū anguli a b i: ipse igitur sinus rect⁹ arcus anguli a b i cognitus veniet, & per tabulā sinus recti eiusdē anguli arcus qui est m f innotescet, & proinde totus arcus m n patefiet. Vt si sphæra maior sit Sol, minor verò terra, quoniam secundum sententiam Albategnij, qualiū partium semidiameter terræ est vna, taliū est a e quinque & dimidium, & a b 1108. in medijs longitudinibus: earundem igitur partium erit a i, quatuor & dimidium. Multiplicabimus itaq; 4. cum semisse in 100000. sinum totum, productum verò diuidemus per 1108. & venient ex partitione partes sinus recti 406. quibus respondent in tabula 14. minu. ferè. Sol igitur in medijs longitudinibus terram illuminat sub arcu maximi circuli gradus continente 180. min. 28. ferè.



Porrò vt quanta sit ipsa summorum vapo-
rum à terra altitudo, facilius computari possit,
intueri oportet, quòd si Sol nō prius nos illumi-
nare inciperet, quàm æqualem arcum similem-
úe haberet occultationis sub horizonte differē
tiæ quadrantis maximi circuli terræ & dimidij
arcus illuminati, neutiquam Crepusculum ma
tutinum efficeret, lamberet enim eius suprem⁹
radius horizontem. Atqui matutinum crepus-
culum efficit: igitur priusquàm sub æquali arcu
occultetur ipsi differentiæ quadrantis & dimi-
dij arcus illuminati, nos illuminare incipit. Est
itaq; semper arcus occultationis Solis sub hori
zonte, apud initium Crepusculi matutini, aut
vespertini finem, maior differentia quadrantis
& dimidij arcus illuminati. Ipsa igitur differen
tia ab arcu occultationis subtracta, arcum relin
quet æqualem ei qui inter punctum in quo ra-
dius Solis globum terrenum tangit, & centrum
sensibilis horizontis interiacet, quemadmodū
in ipsa figura animaduertere licet. Nam duo an
guli n b g, p b t recti sunt, à quibus detracto cō-
muni angulo p b g: duo igitur anguli n b p, g b t
æquales relinquentur. porrò idem ipse angulus
n b p relinquitur, subtracto angulo a b n, diffe-
rentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati
ab angulo a b p occultationis Solis, in principio
crepusculi matutini, idem enim iudicium habe
tur de angulis, & de arcubus. Quoties igitur sum
mam vaporum altitudinem metiri libuerit, dif
ferentiam semidiametrorum Solis & terræ in si
num totum multiplicabimus, quinque Ziphras
adijciendo, productum verò diuidemus per di-
stantiam centrorum, & proueniet sinus rectus
differentiæ quadrantis & dimidij arcus illumi-
nati, eius arcum subtrahemus ab arcu depressio
nis Solis, & relinquetur arcus inter centrum sen
sibilis horizontis, & pūctum illud in quo radius
Solis terrenum orbem tāgit: deinde dimidij hu
ius arcus complementum sumemus, & per ip-
sius complementi sinum rectum, diuidemus eū
numerum, qui ex ductu sinus totius in numerū
stadiorum semidiametri terræ fit. Equidem
proueniet ex partitione, summorum vaporum
distantia à centro terræ, sublato igitur numero
stadiorum semidiametri, suprema ipsa altitudo
in quam vapores attolluntur, nota relinquetur:
Differētia enim quadrantis & dimidij arcus il
luminati minu. 14. inuenta est, eam igitur aufe
remus à gradibus 19. occultationis Solis, & relin
quentur Gr. 18. minu. 46. huius arcus dimidiū
est Gr. 9. min. 23. cuius quidem complementū
Gr. 80. m. 37. sinum rectū habet 98661. Multi-
plicentur autem in sinum totum stadia 40090
quæ (si sententiam Eratosthenis de ambitu ter
ræ cum Cardano recipiamus) semidiametrum cō
tinet, fientq; 4009000000. Diuidatur is nu me
rus per 98661. & venient ex partitione 40634.
stadia, ab his auferemus 40090. & relinquetur
summa vaporum altitudo stadiorum 544. siue
M. pass. 68. At secundum calculum Allacen tā
tum reperies M. pass. 52. propterea quòd an bi
tum terræ posuit M. pass. 24000. Quod quidē
cum nautarum obseruationibus maximè con-
uenit.

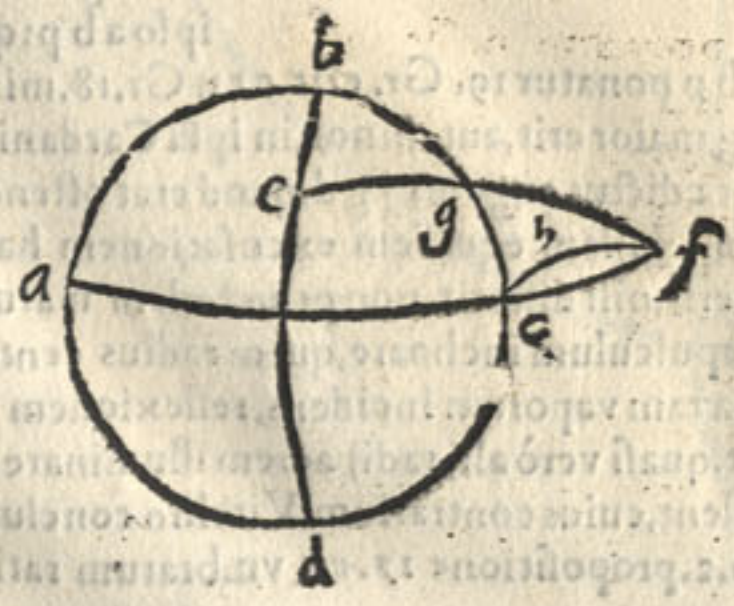
Existimat autem Cardanus angulum f g d,
partium esse 19. ac si esset in centro terræ, idq;
fieri propter maximam Solis distantiam ad ter
ræ comparationem. At ex ijs quæ à nobis osten
sa sunt, liquidò apparet partium esse 18. minu.
46. desunt enim minu. 14. differentiæ quadran
tis & dimidij arcus illuminati. Magnitudo au-
tem distantiæ Solis ad terræ comparationē ma
ximam diuersitatem facit, velut superius dixi-
mus ex sententia Ptolemæi minu. 2. se. 51. sed se
cundum Albategnium minu. 3. se. 13. angulus f
g d in figura hac Cardani, est in nostra figura c
r u, huic autem æqualis est angulus C S P. quia
lineæ z u & p q. æquidistantes sunt, angulus ve
rò K b p ipsi c s p est æqualis: æquidistātes sunt
enim b K, & c s, duo igitur anguli K b s & c r u,

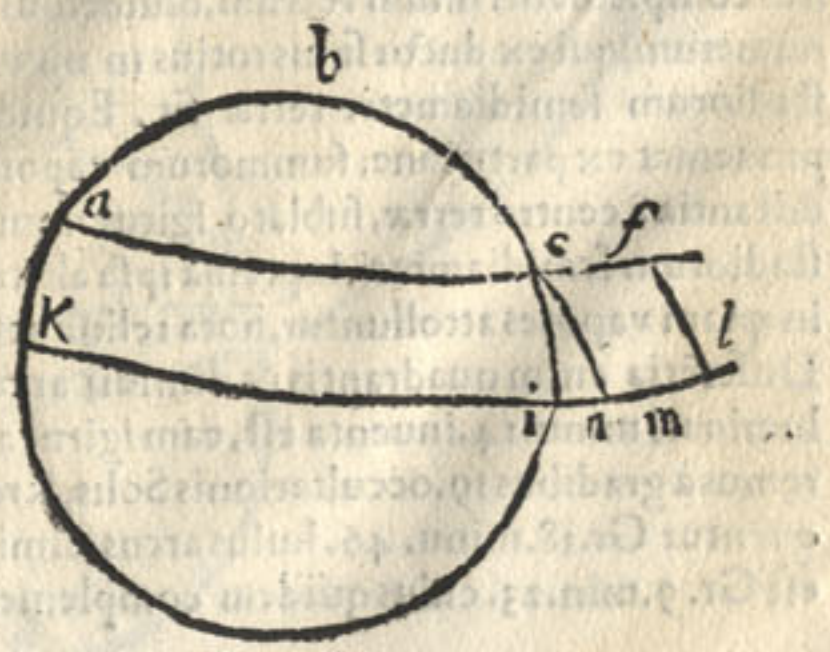
æquales sunt p
cōmunem sen-
tentiam. Angu
lus porrò a b p
occultationis so
lis ipso K b s, ma
ior est, eorum e-
nim differentia
est a b K, minu-
torum videlicet
14. igitur minor
est angulus c r u
ipso a b p: quare
si a b p ponatur 19. Gr. erit c r u Gr. 18. mi. 46.
neq; maior erit, aut minor, in ipsa Cardani figu
ra prædictus angulus f g d, quod erat ostenden-
dum. Nullam equidem excusationem habere
poterit, nisi dixerit, non prius Solem matutinū
Crepusculum inchoare, quàm radius centri in
sphæram vaporum incidens, reflexionem effi-
ciat, quasi verò alij radij aërem illuminare non
possent, cuius contrarium Vitellio concludit li
bro. 2. propositione 17. ex vmbrarum ratione,
atq;

atq; idem Cardanus in eodem 4. libro oſtendit, ex toto Sole vnde quaque radios prodire, argumento ſumpto ex deliquijs: pars enim (inquit) quæ centro Solis oppoſita eſt, occupatur à Luna, & tum aer & parietes illuminantur. Præterea ſi radius centri eſt qui reflexionem efficere poteſt, non alius: veſperi igitur centro Solis in horizonte conſtituto, initium erit Crepuſculi veſpertini, at non erit niſi cum primum Solare corpus ſub horizonte conditum fuerit, antea enim primario lumine, ideſt radijs directis nos illuſtrabat, & propterea in initio crepuſculi matutini cum illuceſcit, alij radij ſunt, qui luminis reflexionem efficiunt, non centrales.

Putat præterea Cardanus (quantum exijs quæ ſcribit intelligere poſſum) arcum occultationis Solis ſub horizonte in circulo altitudinis, æqualem eſſe arcui diſtantiæ ipſius à pũcto exortiuo: quando Sol ſub æquinoctiali decurrit. Solem enim Crepuſculum inchoare (ait) partibus 19. ante ortum, hora fermè & quarta ante Solis ipſius aſcẽſum, & ſi ad ſũmũ (inquit) deducatur Crepuſculum, vt per duas horas ante diem fiat, erit angulus occultationis ſolis partium 60. in circumferentia. Quare ſi in circumferentia partes habet 60. in centro igitur 30. & proinde arcus occultationis in circulo altitudinis æqualis erit arcui longitudinis Crepuſculi in æquinoctiali. Quod quidem ijs duntaxat accidere oſtẽdemus, qui ſub æquinoctiali degũt, eiſdemq; ipſa tantum æquinoctij die, vt potequibus circulus æquinoctialis eadem die altitudinis circulus fiat. Eſto enim in mundo circulus a b c horizon, b e d meridianus, æquinoctialis a c f punctum e, ſit verticale eorum qui extra æquinoctialem poſiti ſunt, conſtituatur ſol in f puncto æquinoctialis ſub horizonte, in initio crepuſculi matutini, circulus verticalis eſto e g f cuius quidem e g quadrans, ſed g f arcus occultationis Solis. Dico quòd maior eſt c f quàm g f. Angulus enim c g f trianguli c f g rectus eſt, & angulus g c f complementi altitudinis poli acutus: igitur maior eſt arcus c f ipſo g f. Sed eſto circulus a c f non æquinoctialis, ſed ei æquidiſtans. Dico rurſus quòd minor eſt arcus g f quàm arcus æquinoctialis proportionalis ipſi f c cum eodem aſcendens. Scribatur enim per duo puncta c & f maximus circulus, cuius ſegmentum inter ipſa c & f, puncta ſit c h f, & quoniam arcus f g minor eſt quadrante, gradus enim cõtinet 19. occultationis Solis ſub horizonte, in initio crepuſculi matutini, angulus igitur ei oppoſitus quem c g ad punctum c, efficit cum arcu c h f acutus eſt, & propterea in triãgulo rectangulo c f g, ex ſegmentis maximorum circulorum conſtituto, latus f g minus erit ipſo c h f. At maior eſt eodem c h f æquinoctialis arcus, qui cum arcu c f æquidiſtantis circuli ſimul aſcendit, ei proportionalis exiſtens. Igitur minor eſt arcꝰ f g, occultationis Solis in circulo altitudinis, quàm arcus æquinoctialis qui ab initio crepuſculi matutini vſq; ad ortum Solis aſcendit. Idem etiam accidere demonſtrare poteris eademq; arte, ijs qui ſub æquinoctiali degunt, cum Sol extra ipſum æquinoctialẽ fuerit conſtitutus.

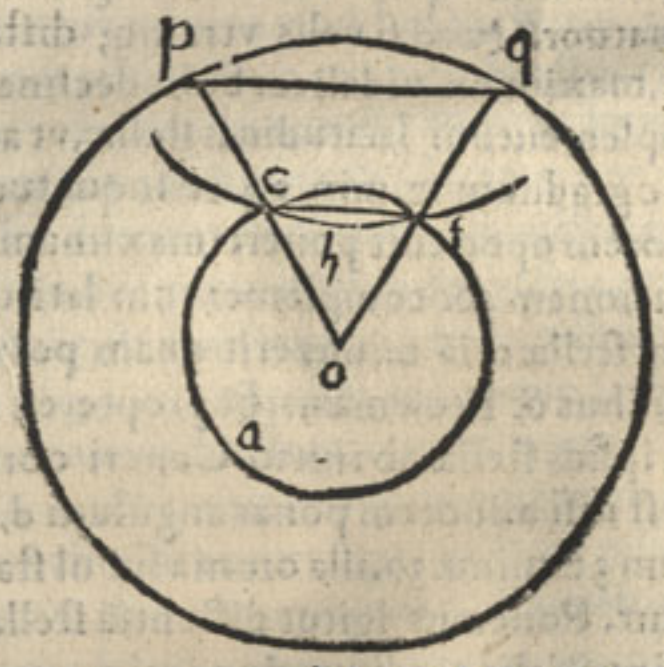
Duo autem quæ ſumpſimus ſtatim demonſtrabimus, primum, quòd arcus c f æquidiſtantis circuli cum arcu æquinoctialis ſibi proportionali qui ad horizontis ſectionem terminatur, ſimul aſcendat. Eſto enim æquinoctialis circuli K i l, arcus i m proportionalis ipſi c f, & veniant per c & f meridiani, quorum ſegmenta inter ipſa c f puncta & æquinoctialem, ſint c n & f l: proportionalis igitur erit arcus n l ipſi c f, per 14. propoſitionem ſecundi libri Theodoſij. At proportionalis eſt etiam arcus i m, eidem c f per hypotheſim, æquales igitur erunt inter ſe duo arcus i m & n l, & quia motus æquinoctialis omni tẽpore æqualis eſt, mota igitur ſphæra,





cum l fuerit vbi n, erit m vbi i: at cum l fuerit vbi n meridianus fl, positionem habebit c n, & erit f vbi c: igitur cum m fuerit vbi i erit f vbi c, & proinde æquinoctialis arcus terminum habens ad i, horizontis sectionem, ipsi c f proportionalis, cum eo simul ascendit, quod erat ostendendum.

Aliud præterea quod sumpsimus demonstrabimus, arcū videlicet æquinoctialis ipsi c f proportionalem arcu c h f maiorem esse. In plano enim circuli a c f, cuius centrum sit o circulus maximus scribatur per c & f, cuius arcus inter eadem puncta c & f, dicatur (vt antea) c h f: æquales sunt enim quanquam in diuersis planis



existant, propterea quòd eandem rectam lineā subtensam habent, & productis o c & o f, rectis lineis ad mensuram semidiametri maximi circuli, quæ quidem sit o p vel o q, ipso interuallo o p aut o q, super o cētro, circulus maximus describatur p q r. Quapropter descriptus circulus vicem geret æquinoctialis, cuius quidem arcus p q, similis erit proportionalisúe ipsi arcui c f minoris circuli, per vltimam difinitionem libri 3. Euclidis. Connectātur autem c f & p q rectæ lineæ, & erit idcirco p q maior ipsa c f, in similibus triangulis rectilineis o p q & o c f, arcus igitur p q maior erit arcu c h f, quod erat ostendēdum.

¶ *De distantia polaris stellæ à polo mundi arctico, & de eius vero loco. Modus etiā examinatur, quo nautæ vtuntur ad inueniendum altitudinem poli supra horizontem per stellas minoris vrsæ.*

Capit. 7.

EAM stellam quæ in extremitate caudæ minoris vrsæ posita est, idcirco polarem esse dicunt, quia est nostro tempore arctico polo vicinissima: tribus enim tantū gradibus cum minu. 30. ab eodem polo distare nostræ ætatis nautæ affirmāt. Sed si verus est stellarum fixarum motus, Ioānis Verneri calculo repertus per tabulas Alphonsi quatuor gradus continet ea distantia cū minu, fere 9. nostro tempore idest anno 1500. At si sentētiam Albategnij recipiamus, aliquātō minorem prædictam distātiam pones, quam si sequaris Alphonsum, futurum tamen aliquando, vt dimidia circiter parte vnius gradus recedat eadem stella ab ipso mundi polo, quando videlicet Geminorum signum in quo modo est absoluerit. Est enim eius latitudo graduum 66. minima videlicet reliquarum omnium eiusdē imaginis, distantia igitur à polo zodiaci Boreali graduum 24. maxima. Quapropter non immerito Marinus ex Hipparcho (Ptolemæo id referēre cap. 7. primi libri Geographiæ) ipsam stellam vltimam caudæ Australissimam esse dixit, cum præsertim ea ætate distantissima etiā esset à mūdi polo, gradibus nempe distabat duodecim cum duabus quintis, quamuis modò sit propinquissima. Quod non aduertentes quidā Ptolemæi interpretes Borealissimam verterūt, Græco etiam codice reclamante. In Verneri tamen tralatione, & Bilibaldi priore editione Australissimam reperies. Est præterea in eodem loco aliud insigne erratū omnium interpretum, quòd pro quingentis stadijs, quinq; millia & quingenta posuerunt. Hoc autem vt facilius intelligas, sensum authoris explicabo. Sub æquinoctiali (inquit) circulo habitantibus, omnia sidera oriuntur, & occidunt, inde verò progrediē tibus versus polum mundi arcticum, quædam sidera minoris vrsæ sine occasu relinquuntur supra horizontem, sed non tota imago, donec perueniētum fuerit ad loca Ocele Borealiora, quingentis stadijs. In eis enim iam tota minor vrsa, eaq; sola, primum supra horizontem apparebit sine ortu atque occasu, vltima verò caudæ horizontem tangere videbitur. Quoniam enim in Ocele polus Boræus eleuatur supra horizontē gradibus vndecim, cum duabus quintis, quingentis igitur stadijs idest gradu vno vltra Ocelem, eleuabitur idem polus gradibns duodecim cum duabus quintis. Et quia tantam inuenit

Hipp.

Hipp. distantiam extremæ caudæ vrsæ minoris ab ipso polo: circulum igitur integrum conficiet ipsa vltima caudæ supta horizõtem, quẽ tamen in vno puncto contingere necesse est. Erat autem eadem stella tempore Hipp. omnium aliarum eiusdem imaginis ab ipso mundi polo distantissima: tota igitur imago primum supra horizontem sine occasu relinquebatur in ipsis locis Ocele Borealioribus stadijs quingentis. Reliquis verò imaginibus illud nondum accidere poterat, quia distantiores sunt à polo ipsa minore vrsa. Ex his igitur palàm est quinq; millia stadia superaddita esse ab interpretibus Ptolemæi, neq; plura quàm quingenta in Græco codice reperiuntur.

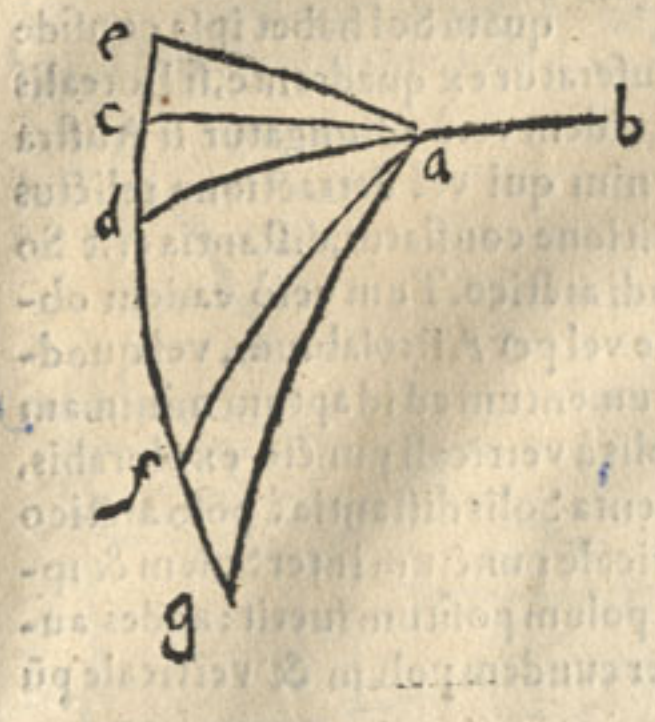
Aduertendum est tamen, quòd posita latitudine ipsius stellæ quæ vltima est caudæ minoris vrsæ Gr. 66. quantam Hipparchus & Ptolemæus inuenerũt, posita præterea distantia eiusdem ab initio Cancri Gr. 32. minu. 30. Hipparchi tempore, tantam enim reperies si à decimo minuto primi gradus Geminorum in quo eadẽ stella erat tempore Ptolemæi Gr. 2. minu. 40. retrò numeraueris, quibus fixa sidera progressa fuerant ab Hipparcho ad Ptolemæum, impossibile est his positis ipsius stellæ distantiam à polo mundi Hipparchi tempore fuisse graduum duodecim cum duabus quintis, idq; etiam si aliam putes fuisse maximam Solis declinationẽ, quàm ipsi posuerunt. In triangulo enim sphærico a b c, ex segmentis maximorum circulorũ constituto, sit a polus zodiaci Boræ⁹, b verò ea stella quę in extremo caudę est, arcus a b Gr. 24. angulus a, Gr. 32. minu. 30. arcus autem b c, rectus sit ad a c Colurum solstitiorum: erit igitur idem arcus b c, breuissima distantia stellæ b ab ipso Coluro. graduumq; inuentus erit duodecim cum minutis triginta septem. Quapropter ab alio quouis pũcto eiusdem Coluri, vel supra c vel infra idem c, maiori adhuc arcu distabit eadem stella, quàm Gr. 12. minu. 37. Iam verò si in triangulo d e f, sit d zodiaci polus, f verò polus mundi, arcus d f polorum distantia Gr. 23. minu. 51. quantam inuenit Hipparchus, quod testatur Ptolemæ⁹ seruato angulo d, graduum 32. min. 30. si sit d e, arcus maximi circuli venientis per polum zodiaci & stellam: arcus autẽ e f ad rectos angulos incidat super d e, erit arcus e f breuissima distãtia poli mũdi à circulo d e, graduumq; inuentus erit 12. min. 33. Et propterea si ipsam stellã posueris aut supra e, aut infra e maiori adhuc distãtia recedet à polo mundi Boreali, quàm Gr. 12. min. 33. In priori autem habitudine si ponas punctum c polum mundi Borealem, multo minor relinquetur polorum distantia gradibus 23. min. 51. In posteriori verò si ipsam stellã posueris in e, multo minorem reperies arcum d e, gradibus viginti quatuor. Quod si velis vtramq; distãtiam variare, maximam videlicet Solis declinationẽ & complementum latitudinis stellæ, vt arcus e f aut b c graduum 12. min. 24. relinquatur, multo minorem oportebit ponere maximam Solis declinationem, & complementum latitudinis eiusdem stellæ etiã minus erit quàm posuerint Hipparchus & Ptolemæus. Et propterea, nisi distantia ipsius stellæ ab initio Cancri corripiatur, idest nisi minorem ponas angulum d, quàm graduum 32. minu. 30. illa omnia simul stare nõ poterunt. Ponemus igitur distantiã stellæ à polo æquinoctialis graduum duodecim cum duabus quintis, maximam verò Solis declinationẽ Gr. 23. minu. 51. complemẽtum latitudinis stellæ graduum 24. nam tria hæc ita posita sunt ab Hipp. & per sextam propositionem nostri libri Crepusculorum reperietur angulus d, distantię extremæ caudæ vrsæ minoris à principio Cancri graduum 30. minu. 53. Erat igitur Hipparchi tempore eadem stella in Gr. 29. m̃. 7. signi Tauri. Additis autem Gr. 2. minu. 40. quibus stellæ fixæ progressæ fuerunt in annis 265. vsq; ad tempus Ptolemæi, locus igitur ipsius stellæ fuit tempore Ptolemæi, gradus vnus minu. 47. Geminorum. In septimo tamen libro magnæ compositionis astrorum posita est eadem stella in decimo minuto primi gradus eiusdem signi: differentia igitur gradus vnus cum minutis triginta septem. Quare si res ita se habeat memorata stella vlterius progressa est quàm Astronomorum calculus ostẽdat ipsa differentia vnius gradus minu. 37. omnium enim supputatio numeros Ptolem. supponit, & proinde polo arctico propinquior est nostra ætate, quam ipsi putant. Posset autem huiusmodi ambiguitas statim dissolui, si obseruaretur eadem stella quando

do maximam habet altitudinem, & quando minimam, aut si vel sola maxima, vel sola minima capiatur, eleuatione tamen poli supra horizontem prædognita, ex obseruationibus Solis meridiano tempore. Quanquam verò exiguus error in declinatione partiū ecliptice circa puncta tropica, magnam efficiat in longitudine varietatem, id tamen locum habere nō potest in stellis magnam habentibus latitudinem. Si enim prædictæ stellæ distantiam à principio Cancri graduum posueris 32. min. 30. Hipparchi tempore, quòd necessario facies si calculo Ptolemæi vsus fueris, haud minorem tamen reperies eius distantiam à polo mūdi Boreali gradibus tredecim cum duobus insuper minutis. Differentia igitur à gradibus 12. minu. 24. minutorum relinquitur triginta & octo, quæ vni gradui cum minutis 37. differentiæ longitudinis inter Gr. 30. min. 53. & Gr. 32. mi. 30. respondent. Ita denique declinationis differentia longitudinis differētiæ duas quintas ferè partes cō prehendit, & ab Hipparchi temporibus ad nostram vsq; ætatem eandem quoque ferè seruat proportionem declinationis differentia ad longitudinis differentiam, & in posterum perpetuò seruabit, donec attingat pūctum polo vicinissimum. Aliud tamen putat Augustinus Ricius, qui aduersus Ptolemæum contendit, ex declinationibus stellarum ab æquinoctiali certas longitudines deprehendi non posse: quia minima (inquit) declinationis particula magnā, notatuq; dignam in longitudine varietatem efficit, quod non est omnino verum. Minus autem probabile errasse Ptolemæū gradu vno minutis sex in locis solis & lunæ, & stellarum fixarum, quod conatus est ostēdere idē Augustinus leui admodum atq; fallaci argumēto, cuius summa hæc est. Ptolemæus (inquit) motum solis tardiorem esse credidit, quàm ipsa postea experientia patefecit. Anni enim quantitatem posuit 365. dies & quartam, minus 300. parte diei. Posteriores verò sicut Alphonsus, & alij, certius, eundē dierum numerum cum quarta minus 136. parte diei. Differentia igitur motuum inter calculū Ptolemæi & Alphōsi (si rectè numeraueris) erit in annis 265. gradus vnus, minuta sex. Quoniā verò nullus modus certior esse potest, quo stellarum fixarum motus cognoscantur, quam ex coniunctione Lunæ cum aliqua stellarum fixarum, vel ex distātia inter Lunam & stellam instrumentis comprehensa, nam ex loco Lunæ locus stellæ innotescet, ea enim arte Ptolemæus, deprehendit locum stellæ cordis Leonis in medio tertij gradus Leonis, vbi igitur erratum fuerit in loco Lunæ, illic etiā errabitur in loco obseruatæ stellæ. Quantus autem fuerit lapsus in loco Solis, tantus erit in loco Lunæ, eius enim locus non nisi ex distantia ipsius à Sole deprehēdi potuit. Ptolemęus igitur quoniam in 265. annis quib⁹ ipse Hipparcho fuit posterior in loco Solis Gr. 1. minu. 6. errauit, in motu stellarū fixarum tantundem erroris commisit. At huius argumentationis solutio est, quòd Ptolemæus diligentissime obseruauit ingressus Solis in æquinoctialia puncta, cuius obseruationes & radices motuum nisi veras supponerent recentiores, certam anni quantitatem statuere non possent. Instrumentorum igitur adminiculo exquisitissimè inuenit tempus quo Sol occupabat principium Libræ. Et quoniam eisdem fermè temporibus stellarum fixarum considerationes ab eo factæ fuerunt: quamuis igitur motum Solis paulò tardiorem crediderit, quàm iuniores posuerunt, non potuit idcirco in paucis illis annis & à radice parum distātibus, motum Solis supputando, errore sensibili labi. Hæc autem vt lucidius constent obseruationem factā à Ptolemæo circa stellam cordis Leonis referemus, quod & ipse Augustinus facit. Anno secūdo Antonini die nono mēsis Pharmoti Aegyptiorum in Alexandria Sole occidēte, horis quinque mi. 30. post meridiem, considerauit Solem & Lunam per instrumentum, & distātia Lunæ à Sole visa fuit Gr. 92. mi. 7. se. 30. Post mediam verò horam cum iam occubuisset, stellā quæ in corde Leonis est distare à Luna perspexit Gr. 57. mi. 10. ad successionem signorum, in circulo per medium signiferi ducto. Erat autē sol in Gr. 3. mi. 3. ferè signi Piscium. Quapropter videbatur Luna in Gr. 5. mi. 10. ferè Geminorū. Additis igitur 15. min. propter eius motū in dimidio horæ, & detractis quinque propter aspectus diuersitatem, relinquitur tandem ipsius Lunæ locus in Gr. 5. min. 20. Geminorum, quando Sol iam erat sub horizonte. Stella igitur cordis Leonis quia tunc distabat à Luna, Gr. 57. minu. 10. ad successionem signorum, gradus duos minu. 30. Leonis obtinebat. At Augustinus contendit Solem tunc fuisse in Gr. 4. min. 9. Piscium, Lunam vero iuxta prædictam à Sole distantiā in Gr. 6. minu. 26. Geminorum, & cor Leonis in Gr. 3. minu. 36. Leonis, vno enim gradu & sex minutis affirmat Solem eo tēpore vlterius fuisse progressum. Cæterùm nos apertissimè

ostẽdemus locum Solis repertum à Ptolemæo, istius obseruationis tempore, verè deprehẽsum esse, quod ex alijs & diligentissimis ab eo factis obseruationibus ita constabit. Inter alias æquinoctiorum obseruationes exquisitissimã fecisse (ait) in Autumno anno 17. Adriani. 7. die mẽsis Athir, secundum Aegyptios, post meridiem duabus proximè horis æqualibus, Colligit autẽ à prima die primi anni regni Nabonasaris vsq; ad expositum Autumnale æquinoctium annos Aegyptios 879. & dies 66. & æquales horas. 2. Et quoniam secundo Antonini anno fluxerãt anni Aegyptij 885. post initiũ regni Nabonasaris, quod in quinto libro ait: fuerunt igitur à regno Nabonasaris, vsque ad supradictum tẽpus considerationis stellæ cordis Leonis anni Aegyptij 885. dies 218. horæ 5. cum semisse. A quib⁹ si detraxeris ãnos 879. dies 66. horas 2. relinquẽtur anni 6. dies 152. horæ 3. cum semisse quibus posterior fuit obseruatio stellæ cordis Leonis obseruatione æquinoctij. Si igitur ad id tẽporis spatium, medium motum Solis supputaueris per tabulas Ptolemæi, reperies vltra integras reuolutiones solem perambulasse Gr. 148. min. 30. & quoniam tempore æquinoctij illius Autumnalis distabat sol ab auge secundum medium motum Gr. 116. minu. 40. erat enim aux in Gr. 5. minu. 30. Geminorum: & differentia veri motus & medij Gr. 2. min. 10. igitur secundo Antonini anno quando stella cordis Leonis obseruabatur, distabat sol ab auge secundum medium motum Gr. 265. minu. 10. quibus addendi sunt Gr. 2. min. 23. æquationis, siue differentiæ, & conflabitur arcus graduum 267. min. 33. veri motus initium sumens ab auge. Erat igitur sol in Gr. 3. minu. 3. signi Piscium, in quo etiam loco inuentus fuit à Ptolemæo ipso tempore obseruationis. Sed si per tabulas Alphonsi mediũ motum Solis supputaueris ad annos sex & dies 152. & horas 3. cum semisse, qui interceſſerũt inter illas duas obseruationes, reperies Gr. 148. minu. 31. se. 40. antea verò per tabulas Ptolemæi, reperti fuerunt Gr. 148. minu. 30. differentia igitur minu. 1. se. 40 Et idcirco sol secundũ calculũ Alphonsi, reperiri debuit in Gr. 3. min. 4. se. 40. Piscium, Luna similiter & stella cordis Leonis vlterius progressæ erant. 1. minu. 40. se. non gradu vno min. sex, vt Augustinus Ricius. Idem rursus alio modo ostendi potest. Secũdus annus Antonini fuit 462. à morte Alexandri, quod ex capite secundo liquet 3. libri magnæ compositionis Ptolemæi: quãdo igitur stellam cordis Leonis obseruabat, erant à morte Alexandri anni Aegyptij 461. dies 218. horæ 5. cum semisse: fuit autem obseruatio illa quam commemorauimus Autumnalis æquinoctij, post annos à morte Alexandri 455. dies 66. & horas 2. quemadmodum colligitur ex 8. cap. ipsius 3. libri. Idcirco si minor numerus à maiore subducatur, adhuc relinquẽtur anni sex, dies 152. & horæ 3. cum semisse, & propterea idem habebitur locus solis, sicut in priori exemplo. Hæc autem congruere reperies cum exactissima alia obseruatione, quam Ptolemæus fecit æquinoctij Autumnalis, nona die mensis Athir, post vnam proximè horam à Solis ortu. 3. Antonini anno 463. à morte Alexandri. Erant enim elapsi anni 462. dies 67. horæ 19. Differẽtia igitur inter supradictum tempus obseruationis factæ circa stellam cordis Leonis, & istud Autũnale æquinoctium, dies 214. & horæ 13. cum semisse, medius motus solis in eo tempore per tabulas Ptolemæi Gr. 211. minu. 29. quibus addemus Gr. 148. minu. 30. medium nempe motum inter primam obseruationem Autũnalis æquinoctij, & tempus quo stellæ cordis Leonis considerationem fecit; & conflabuntur Gra. 359. minu. 59. Ad completas igitur solis reuolutiones inter duo prædicta æquinoctia tantum deest vnum minutũ. Et proinde quadrant exactissimã obseruationes Ptolemæi, cum loco solis ab eo reperto. Sed si iam velis per tabulas Ptolemæi, verum locum Solis inuenire ad secundum annum Antonini, nonamq; diem mensis Phar, & horas 5. cum semisse post meridiem, supra radicem Nabonasaris, & ab initio annorũ eius computando secundum signorum successionem, vsque ad expositum tempus, in eũdem prorsus locum incides, nempe Gr. 3. min. 3. signi Piscium. Nam tametsi Ptolemæus, tardiorem posuerit Solis motum, quàm reperi⁹ est à iunioribus, & ob id vera esse non possit radix illa, quàm à 17. anno Adriani, Autumnaliq; æquinoctio, per partes circuli signorum retrocedendo, in mi. 45. primi gradus Piscium collocauit, ad initiũ regni Nabonasaris, sitq; insignis lapsus: certum est tamen, quod si eidẽ radici æqualem motum adiunxeris, ipsi temporum differẽtiæ respondentem, in eundem rursus locum zodiaci incides, quem ab auge distare reperit Gr. 116. min. 40. Hinc verò progrediẽdo, & per eadem tabulas æqualem motum computando ad secundum Antonini annũ, & ad ipsam diem atque horam obseruationis cordis Leonis, verum lo-

locum iterũ reperies Gr.3.min.3.signi Piscium. Sed quòd totam controuersiam dirimit, Ptolemæus non numeratione, sed instrumento & obseruatione locum Solis inuenit ad id tempus, & idcirco vltra Gr.3. adiecit min.3. propter aspectus diuersitatem, quæ non erat negligẽda apud horizontem. Potuit enim distãtiam Solis à meridiano per gradus horizõtis, ex vmbra gnomonis deprehendere, simul & distantiam à verticali puncto. Altitudinem verò poli in Alexãdria cognitam habebat, & idcirco in sphærico triãgulo ex duobus lateribus, & angulo eisdẽ comprehenso cognitis, tertium latus & reliqui anguli innotescunt. Sic igitur distantia Solis à meridiano per gradus æquinoctialis, & declinatio ad idẽ tẽpus ignorari nõ possunt. Ex declinatione verò locũ solis inuenire facile erat: sed solo armillarũ instrumento oĩa hæc cognoscere potuit, absq; numerorũ ductionibus & diuisionibus. Quoniam verò inter ipsas duas obseruationes Autumnalis æquinoctij (quemadmodum ex ijs quæ adduximus apertissimè liquet) intercesserunt anni septem Aegyptij, dies vna, & horæ 17. ad quod quidem tempus si iterum atque iterũ æqualẽ motũ Solis per tabulas Ptolemæi supputaueris, vnum tantum minutum ad exactas circulationes deesse reperies. Incõsiderate igitur Hieronymus Cardanus in libello de Tẽporum restitutione scripsit, octo præcisè solaribus annis non Aegyptijs, vnam ab alia distare. Cum enim priorem obseruationem factam collegisset ex octauo cap.3. libri annis Aegypti, sà morte Alexãdri 455. diebus 66. & horis 2. idest septima die mensis Athir hora secunda, quoniã posterior fuit anno 463. à morte Alexandri nona die eiusdem mensis, minorem igitur numerum annorum subtraxit à maiori, & quoniam relinquuntur octo, putauit idcirco octo Aegyptios annos intercessisse, ex quibus vnà cum duobus diebus differentiæ inter septimam & nonã diem mensis Athir, octo anni solares siue Romani restituerẽtur. Non aduertit autem quòd quãdo prior obseruatio facta fuit, elapsi erant à morte Alexandri 455. & annus agebatur 456. sed quando posterior, annus agebatur 463. & elapsi erant 462. sic igitur septem anni relinquuntur differẽtiæ. Sed neq; si octo anni interceſsissent, solares poterant esse, quia non posset fieri reditus in annis octo à secunda hora post meridiem, ad horam vnam post ortum solis. Quod cum ipse animaduerteret, supponam⁹ (inquit) obseruationes illas quantum ad horas exactas non fuisse, non enim fieri potuit, vt intra spatium octo annorum, secunda obseruatio primâ horis septem præcessisset. Sed mirum quòd Ptolemæus, vtramq; obseruationem exactissimam prædicet, tanto reperto lapsu in octo annis. Videat igitur Cardanus quomodo ea quæ infert concludi possint, & nos vnde digressi sumus reuertamur.

Animaduertendum est igitur quòd quemadmodum ex cognita altitudine poli supra horizontem, cuiusuis stellæ in meridiano existẽtis declinatio patefit, ita vicissim ex declinatione stellæ altitudo poli innotescit. Cæterùm nauræ quoniam paucas admodum stellas cognitas habent, per eam tantum quæ est in extremitate caudæ minoris vrsæ, & duas postremi lateris quadrilateri eiusdem imaginis, quæ in tota fermè plaga hac Boreali tota nocte cõspicuæ sunt, altitudinem poli arctici inquirunt. Et quia non qualibet nocte eædem stellæ ad meridianũ perueniunt, quosdam propterea canones habent, quos ab aliquo fortasse imperito Mathematico acceperunt, ex quibus eliciunt quantum polaris stellæ altitudo, in quolibet ipsius situ, maior sit, aut minor poli Borealis eleuatione. Sic igitur quauis nocte, non semel tantum, sed sæpius, ex explorata polaris stellæ altitudine, & cognita distantia eiusdem à situ meridiani poli eleuationem manifestam fieri putant: fallũtur tamẽ sæpissimè. Nam cum stella extra meridianum posita est, non vna atq; eadem differẽtia in omni horizonte depressior est, aut eleuatior. Esto enim meridiani segmentum d g quadrante minus, in quo d polus mundi arcticus, g verò verticale punctum vnius loci: ducatur autem à pũcto d arcus circuli maximi d b, ad rectos angulos in ipsum d g, & ponatur polaris stella in situ a inter d & b. præterea maximo circulo scripto



per a & g, super horizontis polo g. interuallo verò a g, circulus describebatur in sphæræ superficie, meridianum secans in c, erit igitur d g, complemen

mentum altitudinis poli, a g verò complemen tum altitudinis stellæ a: quare d c, differẽtia erit altitudinis poli d, & altitudinis ipsius stellæ po laris a: quam quidem differentiam ostendemus in omni horizõte necessariò variari. Esto enim f verticale punctum alterius loci inter g, & eun dem polum, & scripto maximo circulo per a & f super f polo horizõtis, interuallo a f circulus scribatur a e. Erit igitur arcus d e, differentia al titudinis poli & altitudinis stellæ polaris a. Ma ior est autem d e ipsa d c, quamuis igitur idem sit stellarum situs, eademq; seruetur habitudo ad situm meridiani, non seruabitur tamen eadẽ differentia altitudinis poli & stellæ polaris in omni climate, quod ostendere voluimus. Quòd autem punctum e longius distet à polo d quàm c, ex eo liquet, quòd duo arcus a f & f g, simul ac cepti maiores sunt ipso a g, & propterea e f & f g, maiores erunt quàm c g. Detracto igitur com muni f g, maior relinquetur e f quam c f, & id circo punctum e longius distabit à polo d quàm c, quod erat in demonstratione assumptũ. Certiorem igitur modum inferius trademus, quo possimus, quo libuerit tempore altitudinem po li inuenire.

¶ *De inuenienda altitudine poli per meridianas altitudines Solis & stellarum fixarum.* *Cap. 8.*

Anones quibus nautæ vti solent ad inueniendum meridiano tempore poli altitudi nem supra horizontem, clarius & certius in hunc modũ perstrinximus. Declinatio quam Sol habet ipsa considerationis die, auferatur ex quadrante, si Borealis reperta fuerit, eidem verò adiungatur si Australis, numerus enim qui vel detractione relictus fuerit, vel additione conflatus, distantia erit Solis à polo mundi arctico. Tum verò eadem obseruationis die vel per Astrolabium, vel quodvis aliud instrumentum ad id aptum minimam distantiam Solis a verticali puncto explorabis, quam ex inuenta Solis distantia à polo arctico auferes, si verticale punctum inter Solem & ipsum arcticum polum positum fuerit: addes autem, si Sol inter eundem polum & verticale pũctum constitutus reperiatur: nam numerus graduum & minutorum qui huiusmodi detractione, aut additione prodierit, distantia erit verticalis puncti à polo mũdi arctico, ex qua statim innotescet loci latitudo, cui æqualis est altitudo manifesti poli supra horizontẽ. Etenim si eiusmodi distantia quadranti æqualis reperta fuerit, erit verticale pũctum in æquinoctiali circulo. Si inæqualis, differẽtia eius à quadrante erit loci latitudo, Borealis quidem, si inuenta distãtia minor fuerit quadrãte, Australis verò si maior. Quò nam autẽ modo cognoscere possis, sit né Sol inter polum mundi arcticum & verticale punctum, an è contrario verticale pũctum inter Solem & eundem polum, difficile tibi non erit. Nam si conuersa facie ad Solem ipso obseruationis tempore, quando viciniſsimus est verticali puncto, videris eum cum mundo circumuolui à sinistra in dextram, certum habebis verticale punctum positum esse inter ipsum Solem & arcticum polum. Sed si à dextra in sinistram, Solem igitur inter verticale punctum & eundẽ polum arcticum constitutum esse non dubitabis. Nautæ verò idem cognoscunt ex vmbris, & nautico instrumento. Sed modus noster simplicior est, & facilior, ac nullius instrumenti egens. Id porrò relinquebatur dicẽdum, si Sol supra verticem repertus fuerit, qualis quantaq; fuerit ipsius Solis declinatio, talis atq; tãta erit loci latitudo. Aduertendum est præterea quòd in locis Borealisſimis, quæ inter polum mundi arcticum & circulum à zodiaci polo motu diurno descriptum, posita sunt, cum Sol est in signis Borealibus, dies aliquot neque oritur, neq; occidit, sed intra quatuor & viginti horas duas altitudines meridianas habet, alterã maximam, alteram minimam: poteris igitur nõ solum per maximam, quemadmodum dictum est, loci latitudinem inuenire, sed etiam per minimã, alio tamen modo. Distantiam enim Solis à polo auferes à maxima distantia inter punctum verticale & Solem, ideſt à complemento minimæ altitudinis, & relinquetur arcus distãtiæ inter ipsum verticale punctum & eundem mũdi polũ, & propterea loci latitudo ignorari nõ poterit. Similiter operandum est in locis Australisſimis inter circulum alium à zodiaci polo descriptũ & Australem polum positis. Distantiam namq; Solis ab ipso Australi mundi polo auferes à complemento minimæ altitudinis, & relinquetur distantia inter verticale punctum & eundẽ Australem polum. Vbicunq; autem acciderit,

per

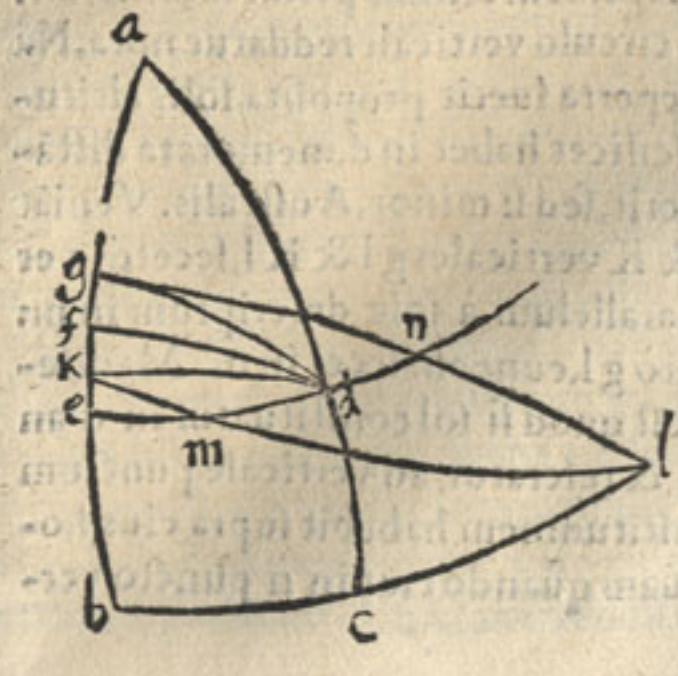
per aliquod temporis ſpatium altitudinem Solis ſupra horizontem nec augeri, neq; minui: ſcito polum mundi ſupra verticem eſſe. Horũ demonſtrationes facillimæ ſunt: ex communibus enim ſententijs quæcunq; hoc in loco tradidimus, ſtatim concludi poterunt. Diuerſitatem aſpectus Solis in circulo altitudinis in huiuſmodi obſeruationibus negligendam cenſemus. Et eadem prorſus arte, qua per altitudines Solis meridianas ſiue maximas, ſiue minimas, altitudo poli ſupra horizontem (quẽadmodum docuim⁹) inuenitur, poteris etiam nocturno tempore, per altitudines ſtellarum meridianas ipſam poli eleuationem deprehendere. Nam idem eſt omnino modus, & eadem operandi ratio.

¶ *De inuenienda loci latitudine per radiũ meridianum antiquus canon noſter. Cap. 9.*

OBſeruabimus ſolem quando maximam altitudinem ſupra horizontem habuerit, quod quidem faciemus meridiano tempore. Tum verò ſi umbræ corporum rectorum ſupra planum horizontis, ad eandem partem proiectę fuerint, ad quam ſol declinauerit ipſa conſideratio nis die: complementum igitur maximæ altitudinis declinationi adiungemus, & conflabitur numerus graduum & minutorum latitudinis loci, eiuſdẽ nominis aut Borealis, aut Auſtralis, cum declinatione ſolis. Sed ſi umbræ ad oppoſitam partem proijciantur, tunc conferenda erit declinatio ſolis cum complemẽto maximæ altitudinis ipſius. Quod ſi æqualia inuenta fuerint, vertex loci ſub æquinoctiali circulo erit. At ſi inæqualia, minus à maiori auferatur, & relinquetur loci latitudo, eiuſdem nominis cum declinatione, ſi ipſa declinatio maior reperta fuerit, oppoſitæ tamen denominationis, ſi minor. Quando ſol declinatione caret, complementum maximæ altitudinis eſt ipſa loci latitudo, ſiue diſtantia verticis ab æquinoctiali circulo, & ad eam partem, ad quam proijciuntur vmbræ. Vtrum verò vmbræ ad ſeptentriones proijciantur, an potius ad Auſtrum, ex acu nautica cognoſces. Et quando deniq; ſol ſupra verticem fuerit, ipſa ſolis declinatio, ſi quam tunc habuerit, erit loci latitudo.

¶ *Examinatur modus Petri Appiani, quo in Coſmographia vſus eſt, ad inueniendum altitudinem poli omni die, per horam cognitam. Cap. 10.*

DOctrina illa Petri Appiani ad inueniendum altitudinẽ poli per horę cognitionem, nullũ vſum habere poteſt. Quicunq; enim altitudinẽ poli ignorauerit, horã quoque neceſſario ignorabit. Iatet hoc intelligenti fabricas ſolarium horologiorũ, & Aſtrolabij vſum. Sed ſi iam per alia horologia aut mobilium rotarũ, aut fluentis arenæ, aut aquæ, tempus à meridie fluxum cognitum fuerit, conſequens eſt inſtãs meridiei ex radio ſolis exactè cognitum fuiſſe, & proinde latitudinem loci quæ quidem altitudini poli æqualis eſt, multò exactius per radium ſolis meridianum cognoſci potuiſſe, quẽadmodum in capite præcedẽti docuimus. Quin tametſi hora exactè cognita fuerit, gradus etiã ſolis cognitus, & altitudo eius ſupra horizontẽ deprehenſa, certiſsima tamen nos demõſtratione oſtendemus, nondum per tria hæc altitudinem poli in vniuerſum cognoſci poſſe. Eſto enim in mundo polus Boreus a, quadrans meridiani a b, quadrans circuli declinationis ſolis a c, declinatio ſolis arcus d c, ſol ipſe d, arcus b c, æquinoctialis circuli horas ante meridiem aut poſt meridiem oſtendat, ponaturqúe is quadrãte minor, vt angulus a ſit acutus. Ducatur autẽ à puncto d maximi circuli arcus d f, ad rectos angulos in meridianum a b. Erit igitur arcus a d maior arcu a f, eſto autem d e ſegmentũ parallelidiurni inter meridiem & ſolem, & ſumatur inter e & f, punctum quoduis K &



& supra f, sit punctum g: æquali distans intervallo à perpendiculari d f, vt sit arcus f g æqualis arcui f K, & scribātur per d & K, item per d & g maximi circuli. Manifestum itaq; est per similem propositionem 4. primi Ele. Euclidis arcus d K & d g, inter se æquales esse. Quapropter si sole ita constituto, verticale punctum vnius loci ponamus K, alterius verò loci nempe Borealioris ponamus g: æquales erunt Solis altitudines supra horizontem in vtroq; loco, & eadem erit hora, siue distantia à meridie, quam videlicet ostendit arcus b c, distantiæ solis à meridiano per æquinoctialem: maior tamen erit latitudo b g latitudine b K, & idcirco poli altitudines inæquales. Et proinde incertū erit vbi nam sit verticale punctum illius loci in quo facta fuerit huiusmodi obseruatio, sit ne in K vtrum in g. Quoniam verò interiores anguli ad g, & ad k æquales sunt ad inuicem, & vterque acutus: tendit idcirco altitudinis circulus g d, in quadrantem horizontis Australem, sed K d in Borealē, æquali tamē recessu à sectione duorum horizōtum & æquinoctialis, in diuersas partes. Quare si positio lineæ ortus & occasus æquinoctialis, in horizontis plano examussim cognita fuerit, poteris ex vmbra solis ipso obseruationis tempore distantiam ipsius horizontalem cognoscere, & idcirco vbi nam sis patefiet. Cæterùm hoc ex positis non constat. Ioannes de Monteregio Proble. 19. tabulæ primi mobilis illa tria tātum sumit ad inueniendum distantiam solis horizōtalem à circulo verticali, & vno quidem syllogismo arcum patefacit d f, alio verò angulum f g d aut f K d, quem detrahit à Gr. 90. vt relinquatur distantia solis horizontalis à verticali circulo, qui per Oriens & Occidēs æquinoctiale incedit. Cæterùm quoniam ex positis constare non potest, sit ne inuenta distantia Borealis, an Australis: vertice enim existente in K Borealis est, at in g Australis: iubet igitur vt per præcedens Proble. eiusdem tabulæ primi mobilis, altitudo solis in circulo verticali reddatur nota. Nā si ea maior reperta fuerit proposita solis altitudine, quam scilicet habet in d, memorata distātia Borealis erit, sed si minor, Australis. Veniāt enim per g & K verticales g l & K l, secetq́; verticalis k l parallelum à sole descriptum in m: verticalis verò g l, eundem secet in n. Manifestum igitur est quod si sol constituatur in d ante meridiem, & referatur ad verticale punctum g, maiorem altitudinem habebit supra eius horizontem, quam quando erat in n puncto verticalis circuli g l, & idcirco horizontalis distantia Australis reperietur. Sed si referatur ad K minorem altitudinem habebit supra horizontem, quàm cum peruenerit ad punctum m verticalis circuli k l, & distantia horizontalis Borealis erit. Et propterea si altitudo quam sol habet in verticali circulo cognita fuerit, vtrum inuēta ipsius solis distantia Borealis sit, an Australis ignorari non poterit. Cæterùm quoniā ad cognoscendum quanta sit solis altitudo in circulo verticali, altitudinem poli supra horizontē cognitam sibi sumit. Quatuor igitur supponit cognita, vt prædictam distantiam inueniat, altitudinem poli, solis declinationem, & altitudinē ipsius supra horizontem, atq; horam. Sat tamē fuerit tria tantum cognouisse, altitudinem videlicet poli, Solis declinationem, & aut horam, aut altitudinem solis supra horizōtem. Itaque concludimus neq; per illud instrumentum cuius vsum tradit in Cosmographia Appianus, neq; per quoduis aliud, ex trib⁹ illis quæ assumit, altitudinem poli supra horizontem in vniuersum inueniri posse.

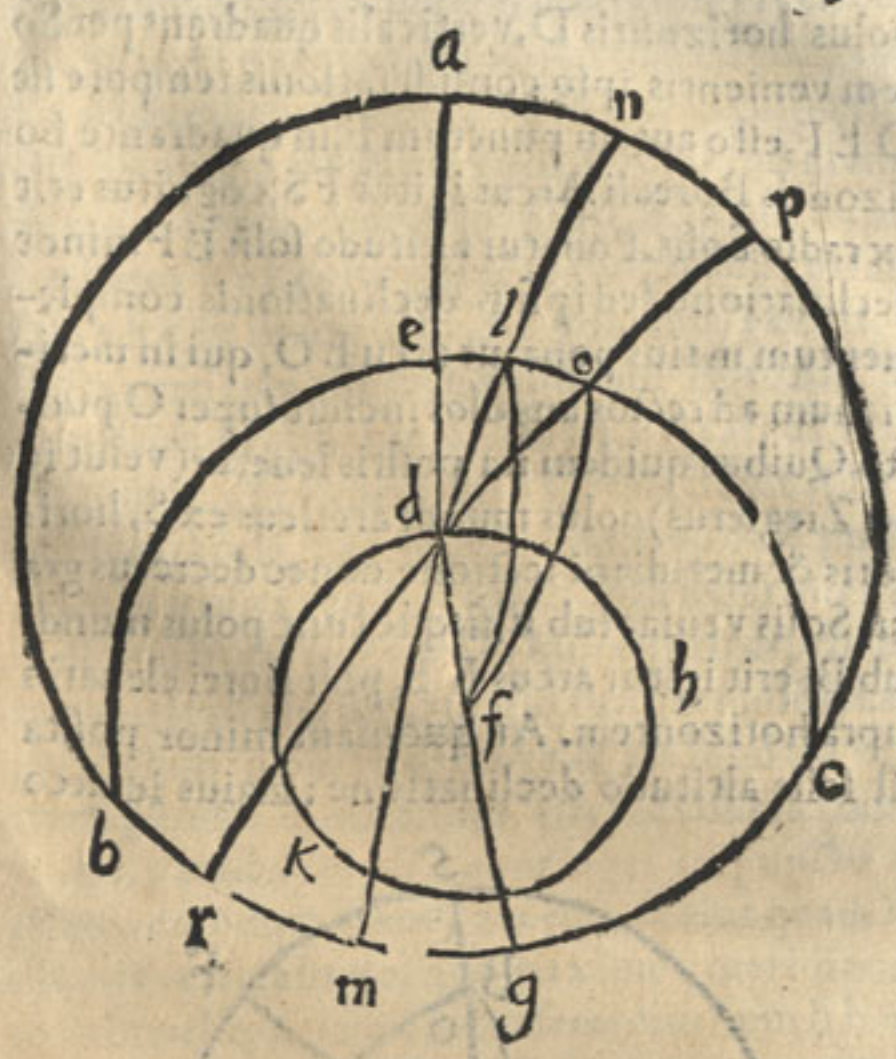
¶ *Iacobi Ziegleri modus ad inueniendum altitudinem poli per distantiam Solis horizontalem à meridiano examinatur.*

Cap. 11.

IAcobus Zieglerus in Commentario à se edito in secundum librum Naturalis historiæ Plinij, capite de Canonica operatione sphæræ à planetis per obseruationes de cœlo, docet canone primo, situm meridiani inuenire, per altitudinem poli cognitam ex prolixitate diei, ab horologiorum indicatione. Deinde verò sexto Canone ex situ meridiani cognito, per gradum solis, & eius altitudinem supra horizōtem, elevationem poli inquirit. Sed neq; hic modus Zieglerianus aliquē vsum habere poterit. Nam si non alio modo situm meridiani inuenire docet, quàm per eleuationem poli cognitam ex magnitudine diei, quomodo igitur qui ipsam poli altitudinē ignorauerit, situm meridiani cognoscet? Quod autem docet septimo Canone, quanam videlicet arte situ meridiani atq; poli altitudine ignoratis, possit vtrūq; inueniri, per altitudi-

nem

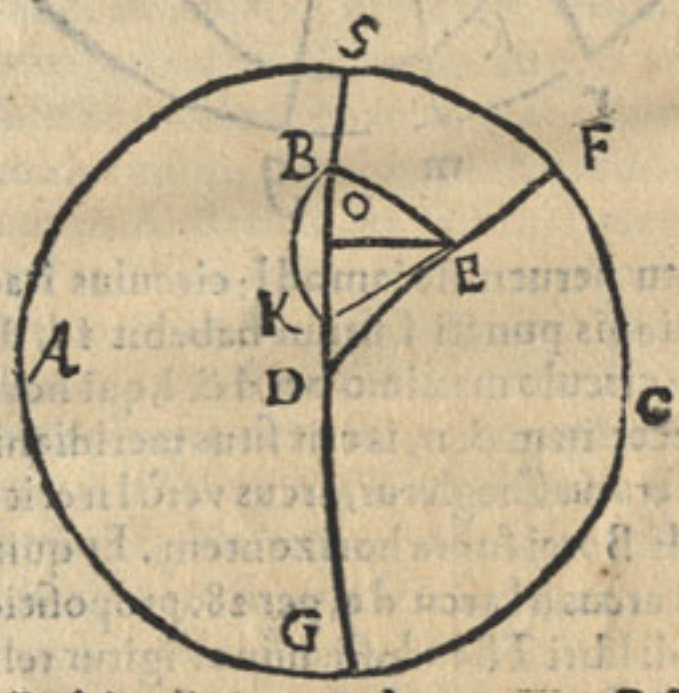
nem Solis duntaxat,& eius declinationē, magna est hallucinatio. Nā in infinitis propemodū locis terræ in vna eademq; die,idest sub eadem gradus Solis declinatione, æquales habentur altitudines solis supra ipsorum locorum horizontes,atq; etiam in vno atq; eodem temporis instanti,sed poli mundi altitudines aliæ,atq; aliæ erunt,multoq; inter se inæquales: distantiæ itē solis à meridianis eorundem locorum,tam quæ sumuntur in æquinoctiali, quàm quæ in horizonte,aliæ atq; aliæ. Quod Zieglerus non aduertens,totam(inquit)machinam conuertam⁹ in pede,ad quandam similitudinem medij cœli,polum quoque mundi leuemus ex horizonte, & inter hoc agendum obuertamus itidem sphæram inerraticam,motu in polis meridiani declinationum,cōtra solem concepturi radios per meatus dioptræ,& hos motus tentemus, donec sit radius conceptus,vbi fuerit,eo meridianus stabit in situ meridiani cœlestis, & polus mundi in altitudine, qualem postulat locus in quo obseruatio fit,Sed fallitur insigniter, nam inuentis eo modo (vt putat) altitudine poli, & situ meridiani: cum igitur neq; vnam, neq; alteram distantiam solis à meridiano cognitam sibi sumat,licebit idcirco nobis super gradu solis & ei opposito tanquam polis, sphæram ipsam inerraticam obuertere, radij autem solis ea facta motione nihil minus per meatus dioptræ concepti erunt,variabitur tamē prior situs meridiani,& prior altitudo poli. Sic igitur qualē situm,aut qualem altitudinem poli nobis eligamus,neutiquam cōstabit. Hoc autem in subiecto schemate facilius intelliges, in quo quidem circulus a b c sit horizontis armilla,grad⁹ solis in ipso globo sit f, meridiani verò situs ex Ziegleri arte inuentus sit a f g, in quo verticale punctum sit d,polus mundi Boreus e: arcus igitur a e poli altitudo, e f declinationis puncti f complementum, gradum enim solis ponimus in semicirculo ecliptice Boreali,& erit f g altitudo solis, quam quidem meridianam esse consequens est. At sphæram ipsam inerraticam obuertamus super f gradu solis, & ei opposito, tā quam super polis. Omnia igitur puncta eiusdē sphæræ præter f, & oppositum ecliptice punctum,mutabuntur. Polus igitur Boreus e circulum describet b e c, & quod verticale erat circulum d h k, Solis tamen altitudo f g eadem erit,quæ antea: quia immota est horizontis armilla a b c, & immotus quoque gradus solis f. Intelligamus igitur polum mundi e, huiusmodi



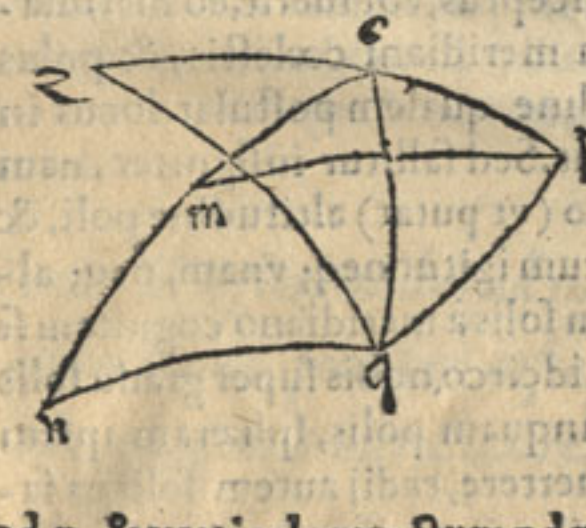
di motu peruenisse iam ad l: circulus itaq; declinationis puncti f situm habebit f l. Ducto autem circulo maximo per d & l,qui horizontem secet in m & n, is erit situs meridiani,si rectè operatur Zieglerus, arcus verò l n erit altitudo poli Borei supra horizontem. Et quia maior est arcus d l arcu d e, per 28. propositionem secundi libri Theodosij: minor igitur relinquetur l n ipso a e,per communem sententiam. Sic igitur non solum alium habebis meridiani situ, sed aliam poli eleuationem. Sed si deinde intelexeris eundem mundi polum arcticum peruenisse ad o,ducto maximo circulo per d & o,qui horizōtem secet in p & r, simili argumento cōcludes,situm circuli declinationis gradus Solis, esse f o,altitudinem solis atq; declinationem nihil mutari, situm tamen meridiani esse r d o p, altitudinem poli mundi supra horizontem arcum o p,minorem quidem quàm l n. Quare patet prædicta Ziegleri arte nihil certi inueniri posse. Et eodem prorsus modo ostēdemus,quod quamuis situs meridiani cognitus detur,quemadmodum ipse sumit sexto canone,nondum tamen in vniuersum altitudo poli inueniri poterit. Leuetur inquit B polus ex S horizontis,donec decretus gradus solis veniat sub decretā sectionem altitudinis & verticalis. Et deprehensa est B,poli altitudo secundum arcum B S. Cæterùm ostendemus nos decretam sectionem altitudinis & verticalis, inæqualibus poli eleuationibus communem esse. Esto enim horizontis armilla circul⁹ A S C,meridiani situs S D G

po-

polus horizontis D, verticalis quadrans per Sōlem venientis ipso considerationis tempore sit D E F, esto autem punctum F, in quadrante horizontis Boreali. Arcus igitur F S, cognitus erit ex radio Solis. Ponatur altitudo solis E F minor declinatione, sed ipsius declinationis complementum maius ponatur arcu E O, qui in meridianum ad rectos angulos incidit super O puncto. Quibus quidem ita positis leuetur (velut iubet Zieglerus) polus mundi arcticus ex S, horizōtis & meridiani sectione, donec decretus gradus Solis veniat sub E, sitque tunc polus mundi sub B: erit igitur arcus B S, poli Borei eleuatio supra horizontem. At quoniam minor posita est solis altitudo declinatione: maius idcirco



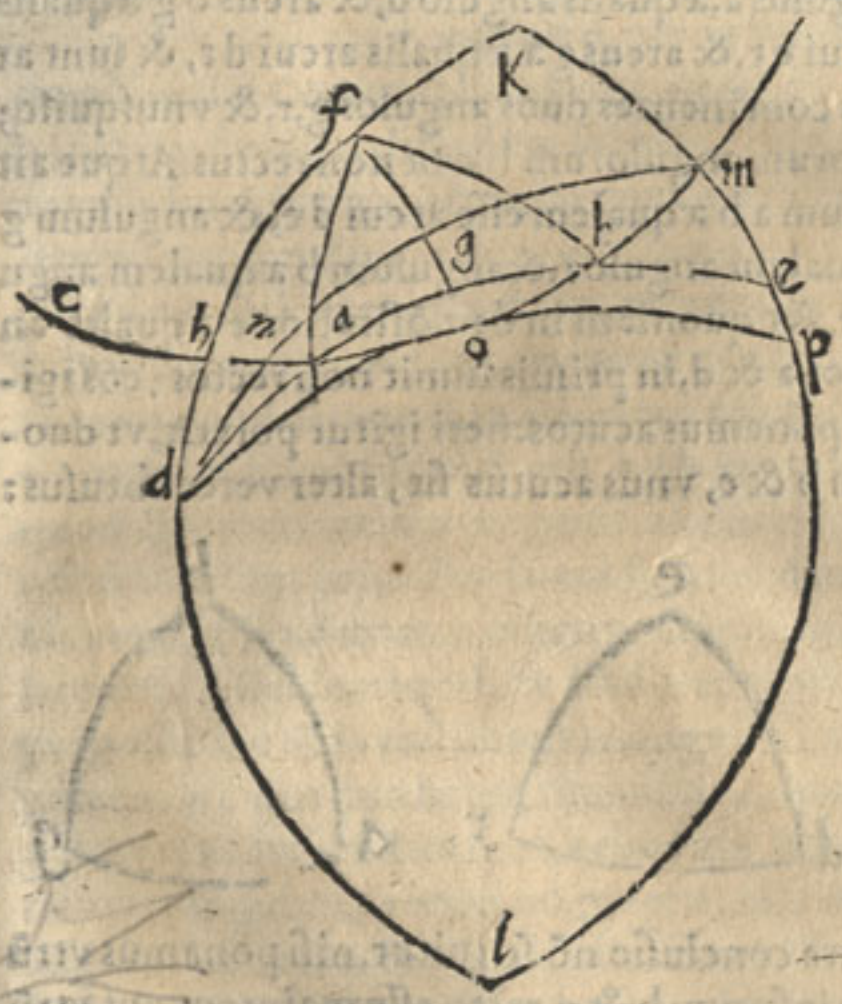
erit D E altitudinis complementum, B E declinationis complemēto. Maior etiam positus est ipse B E quàm E O, & propterea si manente meridiano, manente etiam horizonte, & verticali D E F, sphæra ipsa inerratica vertatur, motu facto super gradu solis & ei oppositō, tanquā super polis, polus B circulum describet, meridianum secantem inter O & D, secet igitur in k. Quapropter cum polus B, fuerit sub K, idem habebitur meridianus, idem verticalis D E F, eadem solis altitudo E F, & complementum declinationis K E idem etiam erit: nam B & K, æquis distāt interuallis ab ipso E. Cæterūm altitudo poli erit K S priore maior, & distantia solis à meridie in æquinoctiali maior etiam erit. Duo enim anguli supra basim B K, Isoscelis triāguli B E K æquales sunt, atq; acuti, angulus igitur O K E obtusus erit: quare duo anguli K B E & D K E, simul sumpti duobus rectis erūt æquales. Vt si exēpli gratia angulus K B E, quinque fuerit horarum, erit angulus D K E horarū septem, & idcirco si vltra ea quæ posita sunt, spatiū temporis ante meridiem, aut post meridiem minus sex horis esse constaret; certum igitur haberetur, altitudinem poli in eo loco in quo huiusmodi obseruatio fit, arcum esse B S: si verò maius sex horis, arcum esse K S, sed ex assumptis neutrum horum liquere potest, & propterea ipsius poli eleuatio incognita relinquetur. Hoc adhuc manifestius intelliges in hunc modum. Sit in globo arcus c n meridiani segmētum, pūctum c polus mundi Boreus, arcus c m, æqualis ponatur arcui K D superioris figuræ, & c n æqualis B D, & sit ad punctum c angulus m c p, quem maximus circulus c p, efficit cum c n, æqualis angulo D K E, & angulus n c q æqualis angulo D B E: arcus autem c p & c q æquales sint inter se, ipsisq; B E & K E æquales, & circuli maximi scripti intelligantur per m & p, & per n & q, quapropter vterq; ipsorum arcuum m p & n q, æqualis erit D E, & proinde æquales inuicem erūt ijdem ipsi arcus m p & n q, anguli autē c m p & c n q, æquales inuicem erunt, ipsiq; āgulo K D E çquales. Si itaq; solē posuerimus



ad p, & verticale punctum ad m, habebitur quidem sol ipse in quadrante Boreali, sub complemento altitudinis m p, & complemento declinationis c p, & à meridie distans tanto æquinoctialis arcu, quantus est angulus m c p. Cum autē motu primæ sphæræ peruenerit ad q, ijs qui verticale punctum habuerint ad n, sub eodem verticali circulo, & eodem altitudinis complemento videbitur, distātia verò à meridie ea erit quam angulus ostendit n c q. Quod si ad polum c cum meridiano c z, angulum feceris z c q, æqualem angulo m c p, arcumq; c z æqualem posueris c m, & circulum maximum scripseris per z & q, solem verò intellexeris iam peruenisse ad q: in ipso igitur instanti duobus locis terræ quæ sub z & n sunt, sub eodē verticali circulo, & eadem altitudine videbitur supra horizontem, quamuis ab ipsis meridianis inæqualiter distet per æquinoctialem. Petrus etiam Appianus pronuntiato 69. ex altitudine solis & Azimuth, eleuationem poli inuenire conatur, per 39. & 40. & 41. sed est petitio principij. Nam in 39. & 40 horam postulat, & in 41 ipsam poli eleuationem.

Præte-

Præterea annotatione dignũ censemus, proprium esse omni loco posito inter æquinoctialem & circulum Cancri, cum Sol vicinior fuerit polo mundi arctico, quàm verticale punctum, ipsum Solem habere in vno atq; eodem circulo ex verticalibus bis ante meridiem, & bis similiter post meridiem, ita vt ex quo horizõtis loco cũ exoritur, leuatur, ex eodem rursus ante meridiem radios mittat. Quapropter gnomonum vmbras in ipsis locis necesse est retrocedere, citra miraculũ. Esto enim in mundo circulus Cãcri, aut quiuis aliꝰ Solis parallelus Borealis a b c, & in eo segmentum a b, sit quadrante minus, & per a & b puncta, circulus maximus scribatur, cuius segmentum inter ipsa eadem pũcta a & b quadrãte minus quoq; erit, hoc enim superius ostensum fuit, capite 6. de Instrumentis quibus astrorũ altitudines capiũtur, ad finẽ illius. Esto præterea circumferentia d a b e, eiusdẽ maximi



descripti circuli quadrans, & sit f punctũ polus mundi Boreus, & per d & f maximus scribatur circulus: circumferentia igitur d f, quadrãte minor erit. Nã si circumferentia a b, diuisa intelligatur per medium in puncto g, & à polo f maximorum circulorum segmenta veniant ad a & b & g anguli igitur qui ad g recti erunt: est autẽ a f quadrante minus, & a g similiter quadrãte minus: quare f g quadrãte minus erit, & est d g quadrante minus, circũferentia igitur d f quadrãte minor erit. Item quoniã f g quadrãte minus est, angulus igitur f a g acutus erit, & idcirco angulus d a f obtusus. At angulus a d f acutus est, quia f g minus est quadrante: maior igitur est circũferentia d f quàm a f, & idcirco ipsa circũferentia d f, parallelum secat a b c in puncto h, inter d & f. Sit autem d f K maximi circuli quadrans, & super d polo interuallo ipso d K, semicirculꝰ scribatur K e l, cuius quidẽ sectio cũ Solis parallelo a b c, sit in m pũcto. Et ponemus punctũ d supra verticem esse loci cuiusdam Borealis, in quo altitudo poli supra horizõtẽ est arcus f K, altitudinis cõplementum d f, semicirculus Oriẽtalis horizõtis k e l, meridianus verò f d l, punctum meridiei cum Sol parallelum describit a b c, est punctum h: id verò in quo exoritur, est m sub verticali circulo d m, qui rursus eundẽ secat parallelum in pũcto n inter a & h. Quod si à vertical puncto d, maximus circulus ductus fuerit, qui parallelum a b c, contingat in puncto o quemadmodum Theo. docet, erit eius quadrãs d o p, is verticalis qui quã maxime à meridiano recedit: reliqui verò arcum semidiurnum h b m in duobus locis secabunt. Sol igitur in exortu, atq; pũcto n ante meridiẽ sub vno atq; eodẽ circulo ex verticalibꝰ videbitur, sed ĩ n altitudinẽ habebit m n: in a verò & b sub verticali d e, sed altitudines inæquales erũt, nã minor est b e quã a e. Distãtia igitur solis horizontalis à meridiano ab exortu vsq; ad o ante meridiẽ, perpetuò augetur, sed ab ipso o vsq; ad n minuitur. Quapropter si gnomon rectus ponatur ad horizõtis planum, cum Sol fuerit in exortu, proiecta vmbra quæ infinita tunc censetur, distabit à linea meridiana, circumferentia æquali similiúe ipsi K m, at cum in b proiecta vmbra distabit ab eadem meridiana linea, circũferentia æquali simili ipsi K e: porrò cum in o quàm maxime distabit ab ipsa meridiana linea circũferentia nẽpe æquali similiúe K p. Deinde verò appropinquare incipiet eidẽ meridianæ, nã in a tantum distabit quãtum in b, in pũcto autẽ n eodẽ spatio quo in m, ex quo loco ad meridianam perueniet sine regressu. Post meridiẽ verò similis seruabitur ordo progrediendi, & regrediendi. Nõ est igitur absurdum, si in ijs locis progrediantur vmbræ, & retrocedant. In hac tamen plaga nostra Boreali quæ citra tropicum Cancri posita est, id citra miraculum fieri nõ posset, quemadmodum iussu Dei legitur accidisse in signũ salutis regis Ezechiæ. Et ex hoc habes altitudinis poli cognitionẽ, cum Solis declinatione, & ipsius distantia per horizontem à meridiano, non sufficere ad horæ cognitionem. Sol enim in a & in b, æqualiter distat à meridiano per horizõ

tē,arcu videlicet e K,sed inæqualiter per æquì noctialem.Nam angulus b f d, multo maior est angulo a f d.Sed vera sunt nihilominus horolo gia solaria:in horizontalibus enim quibus plerunq; vtimur,vmbra mundani axis quæ horam ostendit,nūquam regreditur. Sed in quibus stylus rectus est ad horizontis planū,non ex recessu tantum vmbræ à meridiana linea horam dignoscimus,sed ex ipsius vmbræ magnitudine. Et ex hac figura præterea intelliges ex cognitis poli eleuationibus duorum locorum,& situ quē eorum distātia seruat ad alterum meridianum, non posse in vniuersum cognosci ipsam distantiam,nec meridianorum differētiam , quanquā hæc per organum meteoroscopium iactet Ptolemæus se inuenisse. Ponemus enim verticale punctum vnius duorum locorum esse d,alterius verò positum esse in parallelo m o h,altitudines poli dentur cognitæ: situs etiam quem distantia seruat ad meridianum d f cognitus suppona tur,sitq; is quem ostēdit angulus e d f: interual lum igitur eorundem locorum vel erit d a, cum tanta longitudinis differentia,quantam ostendit angulus a f d,vel fortasse erit d b , quod quidem maius existit ipso d a,cū longitudinis differentia quam indicat angulus b f d, & propterea incertum erit vbi nam sit verticale punctū loci Borealioris,sitne in a vtrum in b. In sphærico enim triangulo ex segmentis circulorum maximorum constituto,siue etiā in rectilineo, quamuis duo latera dentur cognita cum acuto angulo contento à tertio latere, & maiori duorum datorum laterum,nondum tamen per hæc ipsum latus tertium, & reliqui anguli innotescent. Et hac etiam de causa, per ea quæ vel Appianus cognita sumit,vel Zieglerus,altitudo poli cognosci non potest. Ioannes verò de Monte regio problemate 46.tabulæ primi mobilis,per latitudines duorum locorum,& angulum positionis,differentiam longitudinis inuestigandā proponit.Cæterùm inter operandum intercapedinem datorum locorum cognitam sibi sumit, ex qua quidem atque latitudine primi loci & angulo positionis,latitudinem secundi loci,& longitudinis differentiam inquirit . Hæc autē ex ipsis assumptis cognosci posse,ars Geometrica docet:quanquam idem autor Methodum quandam elegerit non satis idoneam ad inuentionem quæsiti.Nam prius quam secūdi loci latitudinem inueniat,indagare cogitur,sitné ipse secundus locus Borealior , an Australior: idq; ex anguli positionis qualitate. Constat tamen ex suprascripta figura quòd g,locus Borealior est quàm a, b verò æqualis latitudinis Borealis: sed quicunq; positus fuerit inter b & e Australior erit,eodem existente positionis angulo f a e. Atque ex his intelliges 13.propositionem primi libri Menelai de Triangulis sphæricis,veram non esse in vniuersum , quemadmodum proposita est.Ita enim habet: cum æquantur duo anguli duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum super superficiem sphæræ,& æquantur arcus continentes duos angulos alios vtrorumq;,scilicet omnis arcus suo relatiuo,& est vnusquisq; duorum angulorum reliquorum non rectus:tunc arcus reliquus vnius duorum triāgulorum est æqualis arcui reliquo alterius,& duo anguli reliqui sunt æquales duo b⁹ angulis reliquis,omnis angulus suo relatiuo. Cuius exemplum(inquit)est vt sint duo trianguli a b g,d e r. Super superficiem sphæræ,& sit angulus a,æqualis angulo d,& arcus b g æqualis arcui e r,& arcus g a æqualis arcui d r, & sunt arcus continentes duos angulos g,r,& vnusquisq; duorum angulorum b,e sit non rectus. Atque ait arcum a b æqualem esse arcui d e, & angulum g æqualem angulo r,& angulum b æqualem angulo e. At quoniam in demōstratione æquales angulos a & d,in primis sumit non rectos: eos igitur ponamus acutos. fieri igitur poterit,vt duorum b & e, vnus acutus sit, alter verò obtusus:

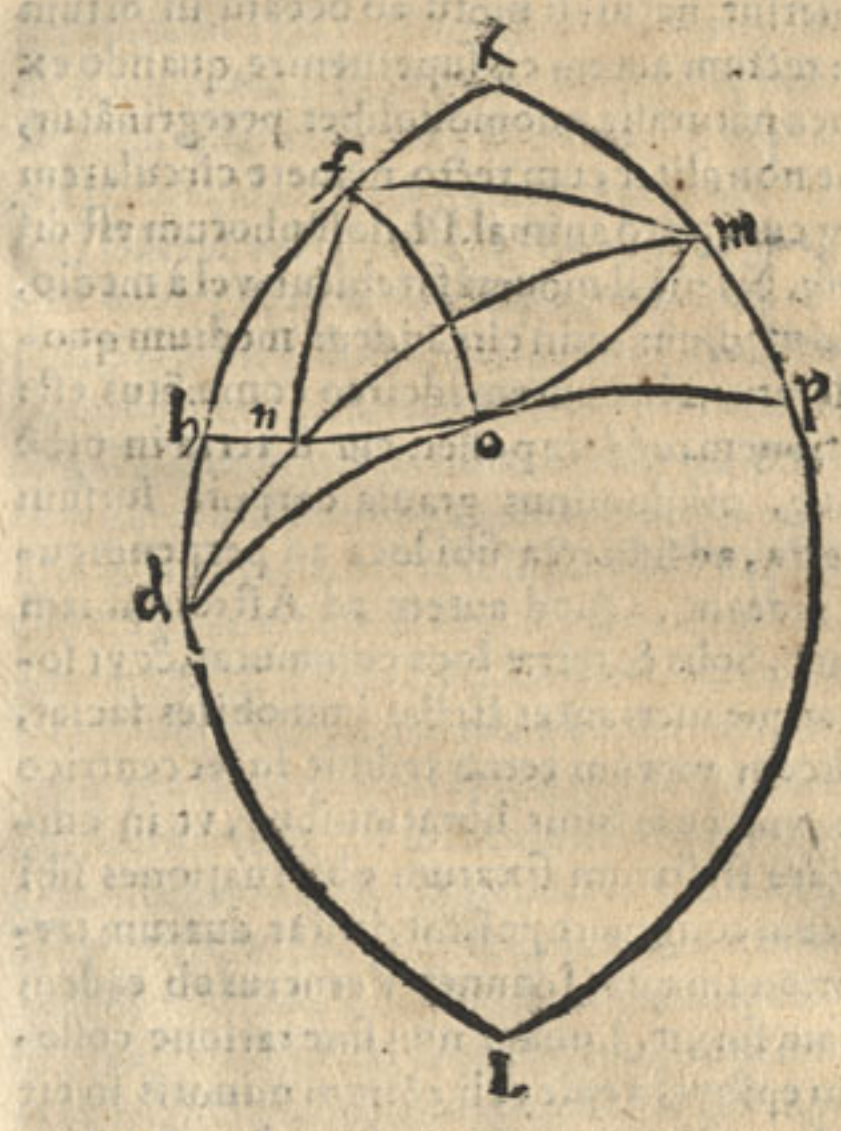
quare conclusio nō sequitur,nisi ponamus vtrū qúe ipsorum b & e,recto esse maiorem,aut vtrū qúe recto minorem.Hanc etiam laterum & angulorum trianguli habitudinem parū aduertit Nicolaus Copernicus Turinensis,in eo potissimum occupatus, quonam videlicet modo veterem ac penè oblitam Aristarchi Samij Astronomiam de terræ mobilitate, & Solis atque octaui orbis quiete, quam Archimedes in libro de Arenæ numero commemorat, methodo radicibus ac demonstrationibus Ptolemæi in lucem denuò reuocaret . Octaua enim propositio capitis 14. primi libri Reuolutionum, in quo de Sphæricis triangulis agit, ita habet. Si bina triāgula duo latera duobus lateribus

bus æqualia habuerint, alterum alteri, & angulum angulo æqualem, siue quem latera æqualia comprehendunt, siue qui ad basim fuerit, basim quoq; basi, ac reliquos angulos reliquis habebũt æquales. Sed quòd posterior pars vera non sit, facili ostendemus demonstratione. In sphærico enim triangulo a b c, bina latera a b & a c sint æqualia, basim verò b c, producem⁹ in d: sit tamen circũferentia c d semicirculo minor, & per pũcta a & d, maximi circuli circũferẽtiam ducemus a d: in duobus igitur sphæricis triãgulis a b d & a c d, duo latera a b & a d triãguli a b d, æqualia sunt duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d & angulus a d b, cõmunis existit, ad basim videlicet vtriusq; trianguli. Quapropter basis b d trianguli a b d: æqualis erit basi c d triãguli a c d, per ipsam octauam Nicolai Copernici, pars toti, quod est impossibile. Et idem absurdum sequitur de duob⁹ angulis b a d, & c a d: est enim vnus pars alteri⁹. Angulus etiam d b a semper erit inæqualis angulo d c a, nisi latera a b & a c, quæ posita sunt æqualia, quadrantes fuerint: ea igitur ponamus minora quadrãtibus, & erit idcirco angulus d c a acutus, d b a obtusus, & erit a d b acutus. Et quod igitur vndecima propositione docet, omne triangulum cuius duo latera fuerint data cũ aliquo angulo, datorum efficitur angulorum & laterum, hallucinatio est. Et similiter lapsus est propositione 6. de rectilineis triangulis. Trianguli enim cuius duo latera cum vno tantum angulo qui ad basim data sunt, reliquum latus cũ reliquis angulis cognosci nõ poterit, nisi datus angulus aut rectus fuerit, aut obtusus, aut si acutus: maius tamen datorum laterum subtendat. Nam si aliter proponatur, non cõstabit ex positis sitne acutus reliquus angulus qui ad basim, an obtusus ille, qui cum eo duos rectos angulos complet, & proinde ipsa quoq; basis ignota relinquetur. Nec minus lapsus est in 12. quę ita habet. Adhuc autem si duo anguli vt cunque dati fuerint, cum aliquo latere, eadem euenient. Cõstruatur enim triangulum sphæricum b c g, in quo duo latera b c & c g, coniuncta vni semicirculo sint æqualia, & extẽso latere b g vsq; ad a, circulus maximus scribatur per a & c, triãguliq; a b c duo ãguli c a b, & c b a, dẽtur cogniti, cũ latere a c quod angulo c b a oppositum est, atq;

nondum per hæc quæ cognita supponuntur, reliquus angulus & reliqua latera cognita erunt. Nam quoniam duo latera c b & c g, coniuncta vni semicirculo æqualia sunt: angulus igitur a b c angulo b g c æqualis erit. Quapropter trianguli quoque a c g, duo anguli c a g & a g c cogniti supponuntur, & latus a c angulo a g c, oppositum sumitur cognitũ: in vtroq; enim triangulo a b c & a g c, eædẽ hypotheses sunt. Quare nondum per ea quæ cognita sumũtur, cognosci poterit vtrũ reliquus angulus qui ignotus erat, sit a c b an a c g, & vtrum reliqua latera quæ ignota erant, sint c b & a b an c g & a g. Vtrum verò rationibus illis quibus Ptolemæus vsus est ad ostendẽdum terram in circulum minime moueri, ipse Copernic. satisfaciat, cum ait nõ solum terram, sed etiam terrea, & omnia grauia, vbicunq; posita fuerint, naturali motu ab occasu in ortum ferri: rectum autem eis superuenire, quando extra loca naturalia quomodolibet peregrinãtur, atque non aliter cum recto manere circularem quàm cum ægro animal, Philosophorum est disputare. Nã nihil moueri fatebitur vel à medio, vel ad mẽdium, quin circa idem medium quoque feratur. Hæc autem idcirco commẽtus est: vt rationem reddere posset, cur si terra in orbẽ feratur, nihilominus grauia corpora sursum proiecta, ad subiecta sibi loca ad perpendiculum redeant. Quod autem ad Astronomiam attinet, Solis & terræ loca commutat, & vt solem atque inerrantes stellas immobiles faciat, triplicem motum terræ tribuit in eccentrico orbe, vnà cum binis librationibus, vt in omni ætate stellarum fixarum obseruationes sibi inuicem congruere possint, instar duarum trepidationum quas Ioannes Vernerus ob eãdem causam finxit. Lunam non sine ratione collocat in epicyclo epicycli, cẽtrum minoris in circumferentia maioris. Cæterùm aduerto totum minorẽ intra maiorem includi oportere, ne cœlum rũpatur, si id incommodum esse putet. Et quoniam eccentricos orbes ponit: alios igitur ponere necesse erit, qui planetarũ sphæras mundo concentricas compleãt. Quare iudicio meo id solum contendere debuit, quonam videlicet modo ex suis & aliorum obseruationibus, tabu

las cœlestium motuum exactiores reddere pos set. Quod quidem assequi poterat, octaua sphæ ra mota, Sole etiam moto, terra tamen in medio mundi immobili existente, vt in cõmuni Astro nomia. Sed de his aliàs, & nos ad institutum re uertamur.

Si ex figura superius depicta cognoscere ve lis pro data loci altitudine, & data Solis declina tione Borealiori, quantum retrocedant vmbræ in superficie horizonti æquidistante, & quan to tempore. per duo igitur puncta f & m, maxi mus circulus scribatur, item per f & o punctum contactus. In sphærico igitur triangulo f m k, quoniam angulus ad k ex concursu meridiani & horizontis rectus est, & f K elevatio poli da tur cognita, cum f m declinationis complemẽ to: reliquum igitur larus, & reliqui anguli igno rari non poterunt, circumferentia igitur K m, quæ distantia est Solis à meridiano per horizõ tem, ideſt complementum latitudinis ortus, & angulus k f m ei oppositus, qui magnitudinem ostendit arcus seminocturni patefient, & prop terea reliquus angulus d f m, arcus semidiurni



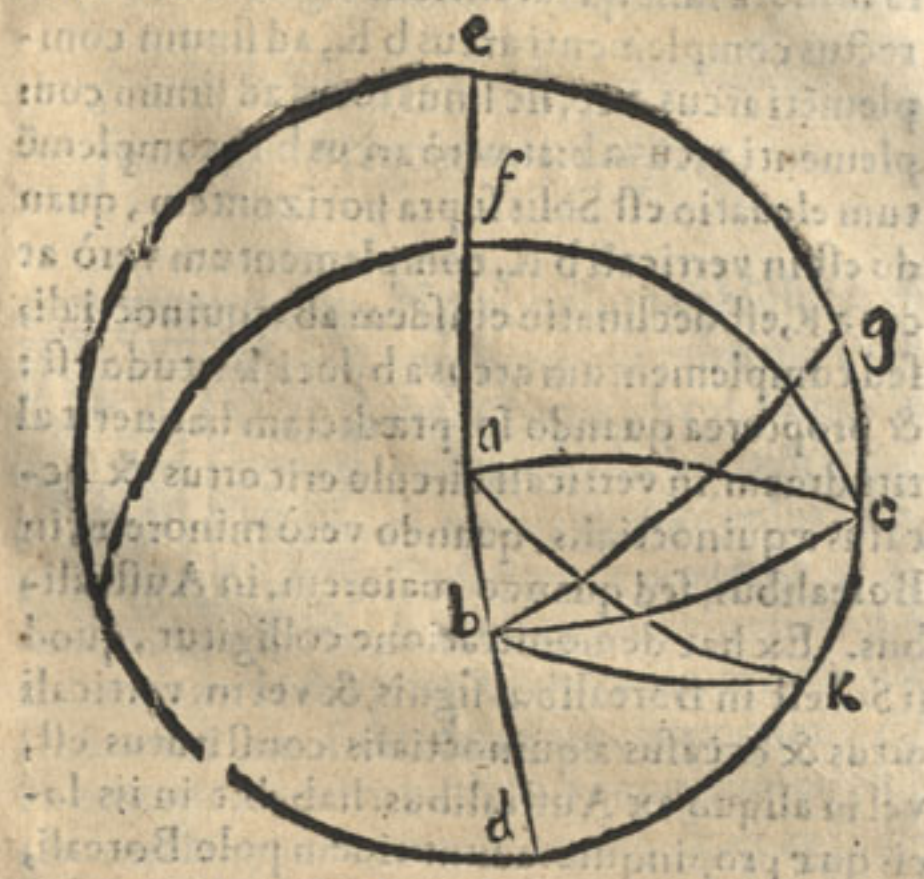
notus relinquetur. In triãgulo autem d f o, quo niam angulus d o f rectus est, idcirco ex d f, cõ plemento altitudinis poli, & f o complemen to declinationis cognitis, reliquum latus & reli qui anguli innotescent: sic igitur d o comple mentum altitudinis Solis, quando fuerit in pũ cto o a meridiano quàm maximè declinante, & angulus f d o qui ipsam ostendit distantiam à meridiano per horizontem: angulus etiam o f d, qui distantiam eiusdem demonstrat per æqui noctialem, ignorari non poterunt. Ab ipso ve rò angulo f d o, angulum auferemus f d m, qui cognitus est propter cognitam circumferentiã K m, & cognitus idcirco relinquetur angulus o d m, cui quidem circumferentia subtenditur m p regressionis vmbrarũ. Exempli gratia sit cir cumferentia f K, graduum 12. quanta videlicet est elevatio Borealis poli supra horizontem in ciuitate Cananor Indiæ intra Gangem regum Lusitaniæ: arcus verò h o m sit segmentum pa ralleli capitis Cancri, complementum igitur ipsius arcus K m, ideſt latitudo ortus capitis Cã cri graduum erit 24. minu. 3, & ipse k m, Gra. 65. minu. 57. angulus autem K f m, arcus semi nocturni Gr. 84. minu. 44. fe. 20. arcus igitur semidiurnus Gr. 95. minu. 16. ferè. Altitudo so lis o p Gr. 31. minu. 26. arcus K p, qui magni tudo est anguli f d o, Gr. 69. minu. 38. à quo au feremus k m, & relinquetur p m Gr. 3 min. 41. regressionis vmbrarum. Quanto autem tempo re ipsæ vmbræ regrediantur, & quantum sol ele uetur supra horizontem in altero regressionis termino, facile erit cognoscere in eadẽ figura. Nam in rectangulo triangulo f k m ex f k & f m, cognitis, cognoscetur angulus K m f. Eum ve rò auferemus ex recto d m K, qui ex concursu fit verticalis d m cum horizonte, & cognitus re linquetur angulus f m n. Iam igitur in Isosce li triangulo m f n, quoniam anguli ad basim, cũ duobus æqualibus lateribus cognoscuntur: ipsa igitur basis quæ altitudo solis est supra horizon tem, & angulus n f m patefient. Et idcirco an gulus d f n, qui relinquitur ex m f d notus erit, & proinde tempus ante meridiem cognitum. Fateor tamen me quæsiuisse ab ijs hominibus qui ad ea orbis loca crebro adeunt, quæ inter æ quinoctialem & circulum Cancri posita sunt, vtrum in ipsis locis quando sol in Cancro est, manè & serò vmbras corporum rectorum supra horizontem aliquantisper regredi vidissent: at se hoc minimè conspexisse responderunt, nec mirum, nam quia perexiguus est vmbrarum re gressus, idcirco non aduerterunt. At latere eos non debuit vmbrarum longitudinem in spatio quatuor horarum nimium contrahi ante meri diẽ, post meridiem verò quam longissimè pro duci, nulla interim circulari motione percepta ci cum gnomonis pedem. Nam iuxta prædictã demonstrationem angulus d f o, Gr. continet

60.

60.minu.44. igitur angulus ō f m, inuenitur Gr.34.minu.32. m n solis altitudo in n Gr.55. angulus porrò n f m, Gr.60.minu.28. igitur angulus d f n Gr.34.minu.48.

¶ *De varia Solis habitudine ad verticale punctum in differentibus locis terræ, ante meridiem & post, quod Zenit Solis appellant.* Cap. 12.

NON parum conferre existimamus ad altitudinem poli per radium solis inueniendum, eam habitudinem intelligere quam Sol ipse habet ad Zenit capitis, ante meridiem & post, pro differentibus zodiaci locis, & diuersa poli altitudine supra horizontem, quod quidem facilè intelligi poterit, ex ijs quæ mox à nobis dicenda sunt. Cum enim sol declinationem habuerit Borealem, ijs qui longius à Boreali polo distiterint, tota die versabitur in verticalibus circulis Borealibus, siue loci latitudo sit Australis, siue Borealis. Fieri enim non poterit vt Sol ipsa die circulum verticalem attingat ortus & occasus æquinoctialis, qui Boreales verticales ab Australibus disterminat. Iis autem qui sub ipso solis parallelo positi fuerint, similiter tota die versabitur in Borealibus, in instanti tamen meridiei supra verticem erit. Cæterùm ijs quorū verticale punctū ipsi polo Boreali vicinius est, quamdiu solis altitudo supra horizontem declinationi æqualis fuerit, aut ea minor, erit ipse sol in Azimuth Boreali. Esto enim polus mundi Boreus a, vertex loci in quo sumus b, solis parallelus c d e, meridianus e a d. Super b facto polo interuallo b f æquali circumferentiæ a d, circulus describatur in sphæræ superficie, qui parallelum c d e idcirco secabit, quoniam maior est b f quàm b d. Esto autem vna eorum sectio in e & per a & c, itē per b & c maximi circuli scribantur: æquales igitur erunt a c & b c. Et idcirco cum sol propter motum primæ sphæræ peruenerit ad c: erit eius latitudo supra horizontem æqualis declinationi. Et quia in triangulo Isosceli a b c, duo latera æqualia a c & b c minora sunt quadrantibus: anguli igitur ad a & b supra basim, acuti erunt, & propterea verticalis



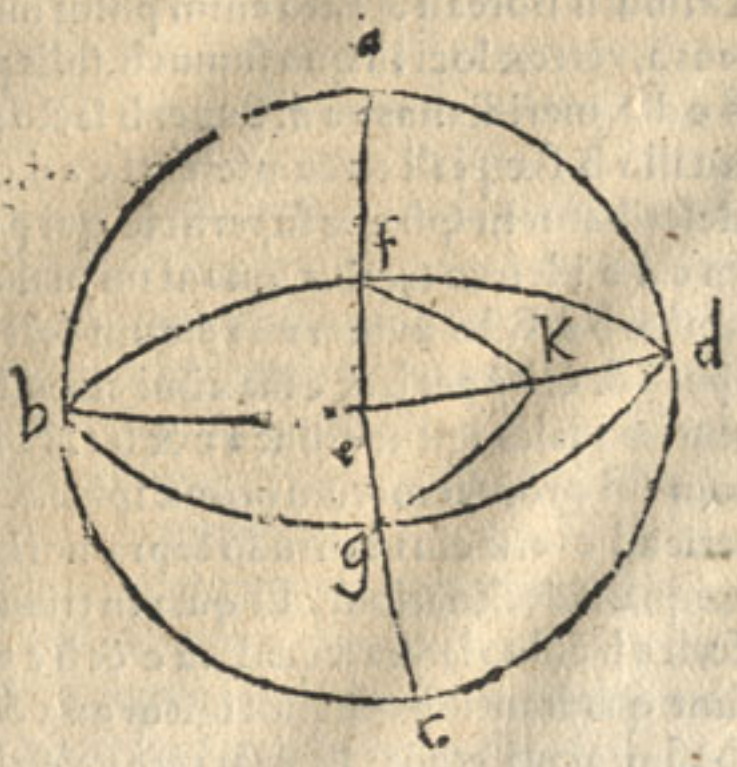
b c in quo sol, Borealis erit. Esto autem punctū g inter e & c, in solis parallelo, punctum verò K inter c & d: descriptis igitur circulis maximis per b & g, item per b & K, erit b g maior quàm b c, sed b k minor, per 25. propositionē secundi libri Theo. Igitur quamdiu Sol minorem habuerit altitudinē declinatione, erit inter e & c vt in g: quapropter angulus a b g acutus erit, & verticalis b g in quo Sol, Borealis, quod demonstrandum erat. Et habeat rursus sol declinationem Borealem, vertex verò loci sit itē propinquior ipsi polo Boreali, sed altitudo solis supra horizontem maior sit declinatione. Dico quòd ex positis constare non potest, in quo nam verticali sit sol, sitne in verticali ortus & occasus æquinoctialis, vtrum in Boreali, an in Australi. Nam quoniam angulus c b d obtusus est, describatur igitur circulus maximus b k, qui ad rectos angulos incidat in meridianū super b puncto: angulus igitur d b K rectus erit, & ipse b k verticalis ortus & occasus æquinoctialis: quare cum sol fuerit in K in ipso eodem verticali erit, at cum inter c & K in Borealibus inter k verò & d in Australibus, quod erat ostēdendum. Tunc autem sol erit in verticali ortus & occasus æquinoctialis, quādo tantam habuerit altitudinem supra horizontem, vt eius sinus rectus eam seruet proportionem ad sinum declinationis, quam sinus totus ad sinum altitudinis poli. Quando igitur minorem altitudinem habuerit, erit in Borealibus: at quando maiorem, in Australibus. In triangulo enim sphærico a b K, quoniam angulus K b a rectus est, & eius late-

ra

ra minora sunt quadrantibus: igitur sicut sinus rectus complementi arcus b K, ad sinum complemẽti arcus a K, sic sinus totus ad sinum complementi arcus a b: at verò arcus b K complemẽtum eleuatio est Solis supra horizontem, quando est in verticali b K, complementum verò arcus a K, est declinatio eiusdem ab æquinoctiali, sed complementum arcus a b loci latitudo est: & propterea quando sol prædictam habuerit altitudinem, in verticali circulo erit ortus & occasus æquinoctialis, quando verò minorem, in Borealibus, sed quando maiorem, in Australibus. Ex hac demonstratione colligitur, quod si Sol est in Borealibus signis, & vel in verticali ortus & occasus æquinoctialis constitutus est, vel in aliquo ex Australibus, habebit in ijs locis quæ propinquiora sunt eidem polo Boreali, maiorem altitudinem supra horizontem, quàm sit eius declinatio in ipsa die. Infertur etiam quod vbicunque verticale punctum positũ fuerit, Sole existente in Borealibus signis, quãdiu eius altitudo supra horizontem vel minor fuerit declinatione, vel ei æqualis, erit ipse sol in Azimuth Boreali. Præterea colligitur quod Sole existente in Borealibus signis, & in Australi Azimuth, maior erit eius altitudo supra horizõtem, quàm declinatio, & minus distabit ipse polus Borealis à verticali puncto, quàm à Sole.

Sole autem incedente per Australia signa, facile erit intelligere ex ijs quæ dicta sunt, quas habitudines habeat ad verticale pũctum. Nam ijs qui longius distant ab ipso polo Australi, tota die versabitur in Australibus: ijs etiam qui sub ipso Solis parallelo positi fuerint, similiter tota die versabitur in Australibus. Cæterùm in instanti meridiei supra verticẽ erit. Porrò ijs quorum verticale punctum ipsi polo Australi vicinius fuerit, quandiu Solis eleuatio declinatione minor fuerit, aut ei æqualis, erit ipse Sol in Australi Azimuth: sed si maior fuerit ipsa Solis eleuatio declinatione, fortasse erit in verticali circulo ortus & occasus æquinoctialis, & fortasse in Borealibus, & fortasse in Australibus. Tunc autem erit in verticali ortus & occasus æquinoctialis: quando tantam habuerit altitudinem supra horizontem, vt ipsius altitudinis sinus rectus eam seruet proportionem ad sinum declinationis, quam sinus totus habet ad sinum altitudinis poli in eo loco. Quando igitur minorem hac habuerit altitudinem, in Australi erit Azimuth: at quando maiorem, in Boreali. Et ex his similiter concludes, quòd si Sol est in Australibus signis, & vel in verticali ortus & occasus æquinoctialis cõstitutus, vel in aliquo ex Borealib⁹, habebit in his locis quæ propinquiora sunt eidem polo Australi maiorem altitudinem supra horizontem, quàm sit eius declinatio in ipsa die. Infertur etiam quòd si Sol in Australibus signis existit, quandiu eius altitudo supra horizontem vel minor fuerit declinatione, vel ei æqualis: erit (vbicunq; nos simus) in Australi Azimuth. Infertur etiam ex supra dictis, quòd si Sol fuerit in Australibus signis & in Boreali Azimuth, eius altitudo supra horizontem maior erit declinatione, & minus distabit ipse polus Australis à vertice, quàm à Sole.

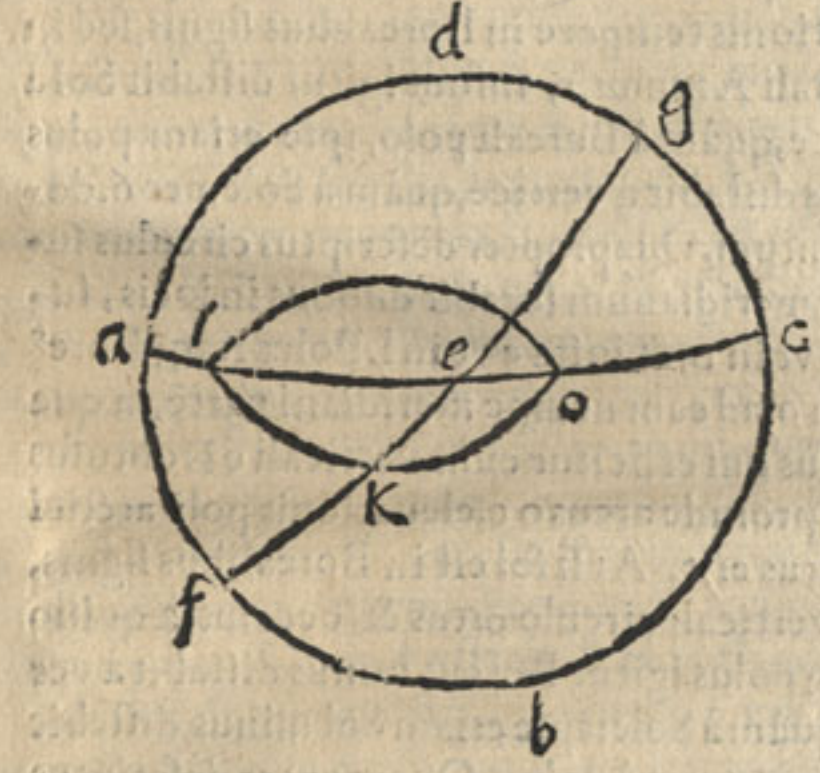
Quãdo autem Sol æquinoctialem circulum percurrit, omnibus oritur & occidit in verticali ortus & occasus æquinoctialis, sed per reliquũ diei tempus Borealibus sit Australis, Australibus verò Borealis. Iis autem qui sub ipso æquinoctiali circulo positi sunt, tota die radios mittit per eandem rectam lineam ortus & occasus æquinoctialis, quam Lusitani rumbum Lestis & Oestis appellant, in meridie verò supra verticem fit. Sit enim circulus a b c d, rectus horizon eorum qui verticem habent ad e pũctum, æquinoctialis b e d, meridianus verò a e c: circulus autem b f d, sit verticalis eorum qui sunt ad f Borealem plagam; at b g d verticalis eorum qui sunt ad g Australem. Igitur quoniam anguli ad f & g recti sunt, si ab ipsis punctis verticalibus f & g, cĩrculi maximi ducti fuerint, ad pũctum quoduis æquinoctialis inter d & e, quod sit K aut inter e & b, acutos angulos efficient ipsi maximi circuli cum meridiano. Sol igitur in d oritur in verticali circulo ortus & occasus æquinoctialis, in K verò eleuatus, ijs qui sunt ad



f, est in Australi Azimuth f K: ijs autẽ qui sunt ad g, est in Boreali g k. Cæterùm ijs qui sub Aequatore degunt, tota die versabitur in verticali æquinoctiali: quare per rectam lineam radios mittet, quæ communis sectio est æquinoctialis & horizontis. Et quoniam cognito situ meridiani, positio Solis respectu verticalis puncti, siue distantia ipsius à meridiano per horizontẽ, ex vmbris gnomonũ cognoscitur: caue igitur ne te decipiat quod Ioannes Stoflerus scribit in sphæram Procli, capite de Circulis sphæræ. Hanc enim putat diuersitatẽ esse inter vmbras eorum qui temperatas habitant Zonas, & illorum qui intra tropicos positi sunt, quòd nobis quia extra tropicos positi sumus, Sole exoriente in principio Cancri, obiectum corpus vmbrã proijciat versus occasum solis brumalem, ex oriente autem in Capricorno, proijciatur vmbra in occasum Solis æstiuum, & simile iudiciũ erit de Solis occasu: cæterùm qui inter tropicos positi sunt, eo (inquit) die quo Sol per Zenit eorum transit, vmbram matutinam habẽt rectam in occasum solis eiusdem paralleli proiectam, sicut pomeridiana recta in ortum ad horizontis punctum, super quo Sol oriebatur, extenditur. Sed reuera inter horum vmbras & illorum talis diuersitas nusquã reperitur. Quinimo omnibus habitationibus commune est, cum Sol exoritur, rectam gnomonis vmbram in oppositum ecliptice punctum extendi. Sole igitur cũ Cancri principio exoriẽte, ijs qui sub ipso tropico Cancri positi sunt, proijcitur vmbra in occasum solis brumalem, non in occasum eiusdem Cancri, idest in plagam Borealem, vt existimat Stoflerus. Quoniam enim gnomonis recta vmbra in communi sectione posita est plani horizontis, & illius verticalis, qui per solem transit, maximi autem circuli sphæræ se inuicẽ per æqualia secãt: necesse igitur est, vt sole oriẽte cum ipso Cãcri principio, gnomonis vmbra proijciatur ad oppositum sphæræ punctũ, quod quidẽ ipsi verticali circulo, & horizõti, & ecliptice etiam commune est. Sed neq; styli vmbra in horizontali horologio eorum qui sub Cancro positi sunt, in occasum ipsius Cancri proijcitur. Quoniam enim Sol ipsa die ante horam sextam illis oritur: matutina igitur vmbra in Australem horizontis quadrantem occidentalemq; extensa erit.

¶ *Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis, quando meridiani situs datur cognitus. Cap. 13.*

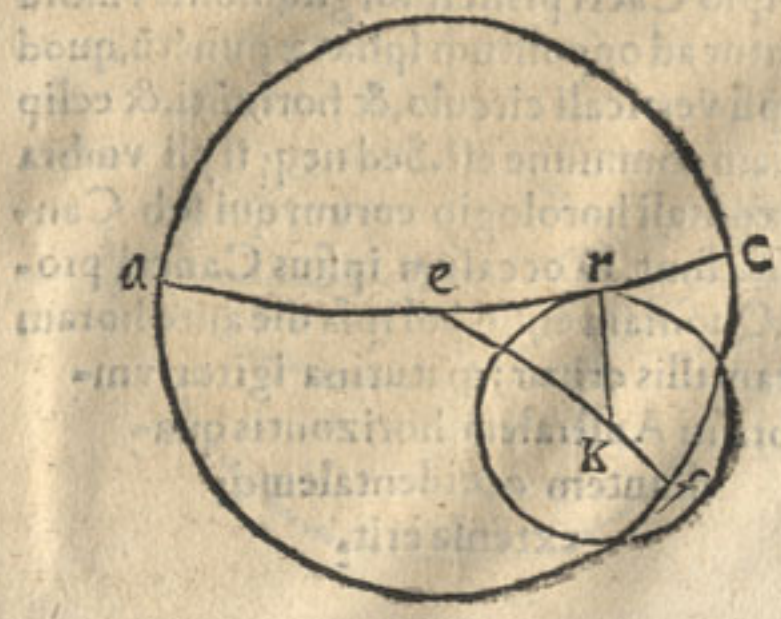
IN globo aliquo absolutæ rotunditatis circulus maximus describatur a b c d, hunc circulum officio horizõtis sungi volumus, eius polus sit e. Describatur præterea in eiusdem globi superficie meridianus a c e: & vterq; circulus in partes æquales secetur 360. Fabricetur autem ex quauis dura materia circulus vnus maximus, siue circularis armilla, quæ super ipso e polo, & ei opposito vertatur, globi conuexitati contigua, cuius



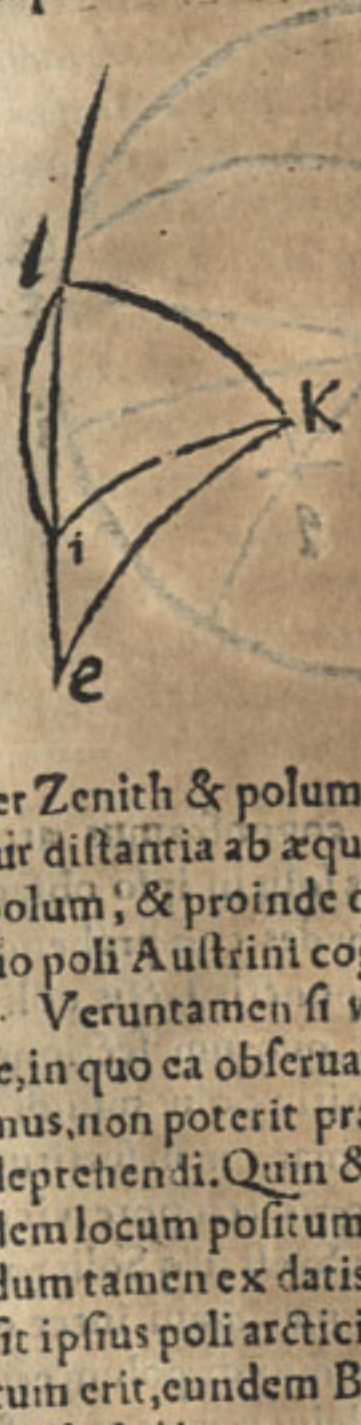
quidem facies illa quæ ad polos horizontis dirigitur, similiter in gradus more solito diuidatur. Huiusmodi verò circularis armilla meridianum & verticalem quemcumq; repræsentabit. Quando igitur altitudinem poli supra horizontem per radios solis inuenire libuerit, si meridiani positio cognita fuerit: erit huiusmodi res per ea quæ in superiori capite dicta sunt, inuentu facilima. In plana enim aliqua tabula circulari horizonti æquidistante, super cuius medio vmbilicus vmbram proijciẽs ad rectos angulos insideat, cuius item circumferẽtia in gradus diuisa sit, & in qua recta linea meridiana sit designata, per distantiam vmbræ ab ipsa linea meridiana ipso obseruationis tempore, quantum sol à meridiano distet per horizontem, deprehendemus. Per Astrolabium verò vel quadrantem,

quot

quot gradibus eleuatus cernatur supra hõrizon tem. Ipsam igitur Solis distãtiam à meridiano cõputabimus in horizõte globi, ab a in b: sitq; exempli gratia arcus a f mobilem deinde circulum maximum, siue circularem armillam ad f punctum trahemus, in situ fe g: inuentam porrò Solis altitudinem mox in ipso verticali mobili computabimus, ab f in e & in globi superficie notabimus pũcto K. Hac nimirũ arte perinde collocatũ habebitur in superficie globi ipsũ K, atq; sol in mundo positus est. Vt igitur intelligamus in quónam puncto meridiani a c e, manifestus mundi polus existat, complementum declinationis Solis eodem obseruationis tẽpore, per tabulam declinationum cognitum, inter circini pedes comprehendemus, & vno eiusdẽ circini pede manente super k tanquam polo, alterum circũducemus, circulo descripto in ipsa globi superficie. Quod si Sol extiterit ipso obseruationis tempore in Borealibus signis, sed in Australi Azimuth, minus igitur distabit Sol à vertice, quàm à Boreali polo, ipse etiam polus minus distabit à vertice, quàm à Sole, per 6. documentum. Quapropter descriptus circulus super k, meridianum secabit duobus in locis, supra e vt in o, & infra e vt in l. Polus itaq; Boreꝰ erit in o, ad eam nempe meridiani partẽ, in qua angulus qui efficitur cum verticali e K obtusus est, & proinde arcus o c, eleuationis poli arctici cognitus erit. At si sol est in Borealibus signis, & in verticali circulo ortus & occasus æquinoctialis: polus igitur Boreus minus distabit à vertice, quàm à Sole: ipse etiam Sol minus distabit à vertice, quàm à polo. Quapropter descriptus circulus super K, duobus in locis meridianum secabit, paribus interuallis distantibus à vertica li puncto, & in vtrouis eorum polus Boreus collocari poterit. Ipso igitur interuallo à gradibus 90. sublato, arcus eleuationis poli arctici supra horizontem cognitus relinquetur. Cæterũm Sole adhuc existente in Borealibus signis, si in Azimuth Boreali repertus fuerit, paribus præterea interuallis distiterit à verticali puncto, & à Boreali polo: descriptus igitur circulus super K, meridianum secabit in duobus locis, quorũ alter erit polus Boreus, alter verò vertex loci in quo ipsa obseruatio fit, & idcirco distantia inter verticale punctũ & Borealẽ polũ cognita erit. Quod si quadrãs inuẽta fuerit, verticale pũctum in æquinoctiali erit, si quadrante maior, excessus supra quadrantem erit altitudo Australis poli: sed si fuerit quadrãte minor id quod relictum fuerit ex quadrante, altitudo erit Borealis poli. At si Sol existit in Borealibus signis, & in Boreali Azimuth, veruntamen minus distat ipso obseruationis tempore à verticali pũcto, quam à polo Boreali: circulus idcirco descriptus super k puncto, ipsum Solem representante, in duobus locis meridianum secabit: verticale autem punctum inter ipsa sectionum loca positum erit, quod ex eis quæ in superiori capite diximus, facile ostendes, locus verò arctici poli ea erit sectio, quæ ad eam partẽ est, in qua Solis Azimuth cum meridiano acutum efficit angulum. Cognita igitur distantia inter verticale punctum & polum Borealem, altitudo manifesti poli supra horizontem ignorari non poterit. Sed si sol declinationem habet Borealẽ, & in Boreali Azimuth constitutus reperitur: minus tamen distat à Boreali polo, quàm à verticali puncto, necesse est descriptum circulum super K, aut meridianum cõtingere, aut in duobus locis secare. Si contingit, locus poli Borealis erit in ipso contactu, & idcirco cum distantia inter verticale punctum, & ipsum polũ Borealem, quæ quidem minor est quadrante, cognita fuerit, erit arcus qui relinquitur ex gradibus 90. eleuatio poli arctici supra horizontem, distabitq; ipse Sol à meridie horis sex. Esto enim a f distantia solis à meridiano per horizontem, ipso tempore obseruationis, & circulus descriptus super K puncto, solem repræsentante, meridianum contingat in r: locus igitur poli Borei erit in ipso r. At quoniam k r venit à polis meridiani per 6. propositionem 2. lib. Theo. anguli igitur ad r recti erunt, per 19. primi libri. Est autem arcus e k quadrante minor, & k r quoq; quadrãte minor: quapropter reliquum latus e r trianguli e K r, quadrante similiter minus erit. Arcus igitur c r eleuatio erit poli Borealis, & quia angulus e r K rectus est; distantia igitur



Solis à meridie sex horarum erit. Cæterûm si circulus descriptus super k, meridianum secet, in duobus igitur locis eum secabit, vt in i & l: quare Boreus polus aut erit in i, aut in l. Et idcirco si exploratum fuerit, eum locum in quo huiusmodi obseruatio fit, in plaga Australi esse, quanta tamen sit ipsius Australis poli eleuatio ignoramus, poterit hoc ex eadem obseruatione cognosci. Nam polus Boreus in nullo alio loco esse poterit, quàm in l. Circuli enim maximi scripti intelligantur per k & i, item per k & l: in triangulo igitur Isosceli i k l, ex segmentis maximorum circulorum constituto, duo anguli supra basim i l acuti erunt: angulus igitur e i



K obtusus. Et quoniam Sole incedente per Borealia signa, ijs qui in plaga sunt Australi, ante sextam horam occidit, & post sextam oritur: non poterunt igitur Borealem polum habere ad i, sed potius ad l, in quo loco angulus e l K, distantiæ solis à meridie, acutus est. Detracto itaq; quadrante ex arcu e l, qui est inter Zenith & polum Borealem, nota relinquetur distantia ab æquinoctiali versus Australem polum, & proinde quanta sit in eo loco eleuatio poli Austrini cognita erit.

Veruntamen si vbi nam positus sit locus ipse, in quo ea obseruatio facta est, prorsus ignoramus, non poterit prædicto modo altitudo poli deprehendi. Quin & si compertum fuerit eundem locum positum esse in Boreali plaga, nondum tamen ex datis cognosci poterit, quanta sit ipsius poli arctici altitudo. Illud tamen certum erit, eundem Borealem polum aut esse in i aut l. Ad i autem erit, si distantia Solis à meridie maior fuerit sex horis: at ad l, si sex horis minor fuerit. Cæterûm vtrunq; ignotum proponitur, poli altitudo, & distantia solis à meridie. Et propterea vt vtrunq; constare possit, facta priore obseruatione, in qua sol positus est ad K sub cognito verticali e K: post paruam temporis morulam, iterum Solem obseruabimus, qui exempli gratia amplius eleuatus reperiatur in verticali e o. Quare super o pũcto Solem repræsentante in posteriore situ, circulum describemus ad mensuram prioris, interuallo nẽpe æquali cõplemẽto declinationis. Secabit igitur hi è posterior circulus meridianum aut in y aut in l, & in alio quodã puncto. Nã in vtroq; y & l secare nõ potest, ne accidat impossibile 7ª ppositionis primi Euclidis. Secare autẽ in altero eorũ necesse est, quia aut in y aut in l, polus arcticus positus est: secet igitur in y atq; in m, & erit idcirco ipse arcticus polus in y. Quapropter cognita

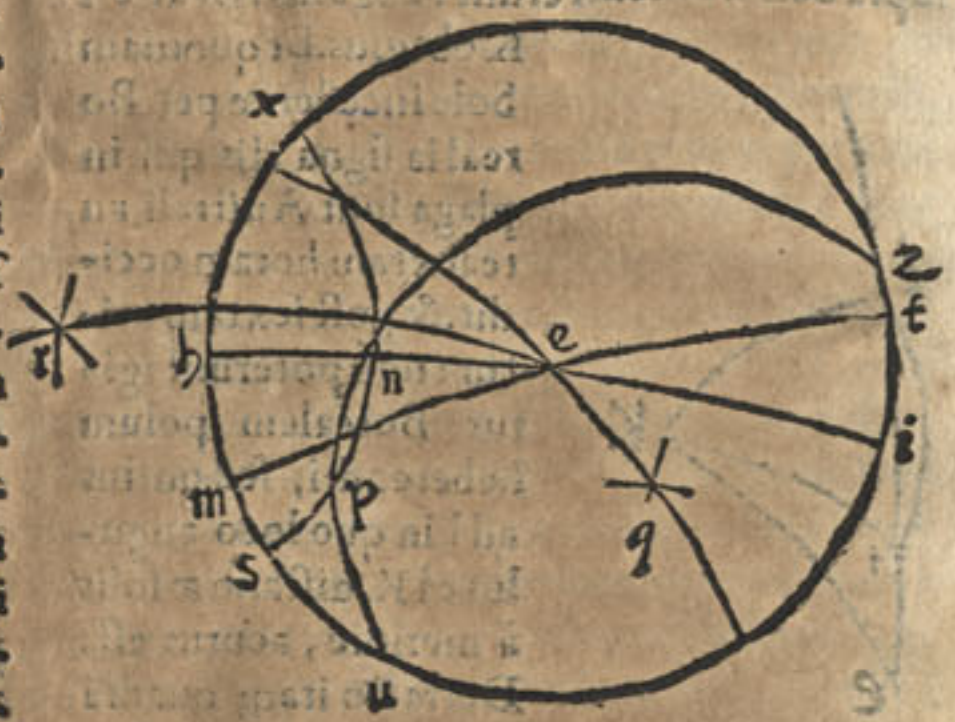
distantia e y, inter punctũ verticale, & polũ Boreũ, altitudo manifesti poli supra horizontem ignorari nõ poterit. Tempus verò ante meridiem, ex angulo cognoscetur e y o, super mundi polo in posteriore obseruatione, in priore verò ex angulo e y K, & idcirco parua illa temporis mora similiter innotescet. Porrò quonam modo sit operãndum quando sol per Australia signa incedit, ex eisdem regulis deprehendes. Nã si ipso tempore obseruationis, in Boreali extiterit Azimuth: facto igitur polo super puncto Solẽ repræsentante, interuallo autem æquali cõplemẽto declinationis, circulum describemus in ipsi⁹ globi superficie, & locus Austrini poli, quemadmodum in primo canone inuentus erit. At si in Azimuth ortus & occasus æquinoctialis, locus Austrini poli, quemadmodum in secũdo inueniri poterit. Si in Australi Azimuth positus reperitur, & æquis distat interuallis à verticali puncto & à polo Austrino, inueniemus quemadmodum in tertio distantiam verticalis puncti ab ipso polo Austrino, & ex ea altitudo manifesti poli innotescet. Si in Australi Azimuth, minus tamen distat à verticali puncto quàm à polo Austrino, inueniemus quemadmodum in quarto distantiam verticis ab ipso Austrino polo, ex qua quidem altitudo manifesti poli patefiet. Si in Australi rursus Azimuth, cæterum minus distat à polo Austrino, quàm à verticali pũcto, tangitq́; descriptus circulus meridianum, locus Austrini poli erit in ipso contactu: distãtia verò solis à meridie Gr. 90. comprehendet, quibus in æquinoctiali circulo sex horæ debentur. Sublato autem interuallo inter verticale punctum & ipsum polum Austrinum ex vno quadrante, altitudo eiusdẽ Austrini poli cognita relinquetur.

At si non tãgit, sed secat, in duobus igitur locis

ipsum secabit meridianum. Quare si compertũ fuerit eum locum in quo ipsa obseruatio fit, in Boreali plaga positum esse, sed quanta sit Borealis poli elcuatio ignoramus, poterit hoc ex eadem obseruatione deprehendi. Nam locus Austrini poli in ipso globo, ea erit sectio, quæ remotior fuerit à verticali puncto, & idcirco inuento loco Austrini poli, quanta sit Borealis poli elcuatio per doctrinam sexti canonis patefiet. Cæterùm si vbi nam positus sit locus ipse, in quo huiusmodi obseruatio fit, prorsus ignoramus, non poterit prædicto modo altitudo poli cognosci. Quin & si compertum fuerit, eum positum esse in Australi plaga, nondũ poteris ex datis, quanta sit Austrini poli altitudo deprehendere. Et propterea post aliquam temporis morulam, iterum Solem obseruabimus, & quemadmodum in octauo canone, altitudo manifesti poli supra horizontem innotescet. Quando verò Sol nullam habuerit declinationem ab æquinoctiali circulo, facilimum erit altitudinem poli inuenire. Nam si in Australi Azimuth repertus fuerit, polus manifestus Boreus erit. At si in Azimuth Boreali Austrinus erit manifestus polus. Describemus igitur maximum circulum in ipsius globi superficie, polo facto super puncto Solem repræsentante, sectio enim verticali pũcto vicinio. locum manifesti poli ostendet.

¶ *Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis, etiam si meridiani situs ignoretur. Cap. 14.*

IN plana illa circulari tabula qua in precedenti capite vsi sumus, quanquam in ea recta linea meridiana delignata non sit, Sole lucente situs vmbræ gnomonis notetur, & per Astrolabium in eodem temporis momento solis altitudo supra horizontem deprehendatur. Deinde verò post aliquam temporis morulam similem faciemus obseruationem, rursus enim situm vmbræ notabimus & solis altitudinem supra horizontem capiemus. Nam ex ipsis duabus solis elcuationibus, & vmbræ progressu per circularis tabulæ circumferentiam, non erit difficile altitudinẽ poli inuenire. Vmbrarum enim differentiam inter ipsas duas obseruationes, in horizonte globi supputabimus, à quo libuerit pũcto exordiẽtes. Sit autem exempli gratia arcus h m, mox verò ad punctum h, mobilem verticalem traducemus in situ h e i, & altitudinem solis prioris obseruationis computabimus ab h in e, cuius quidem finis notetur puncto n. Eadem arte verticali eodem translato ad m in situm e t, & altitudine solis posterioris obseruationis cõputata, finem notabimus puncto p. Pũcta itaq; n & p, perinde collocata erunt in globo, respectu pũcti e, atque Sol in mundo respectu verticalis pũcti. Quare vt positionem alterius polorũ mundi



ad ipsum verticale punctũ cognoscamus, arcũ complementi declinationis solis in ipso obseruationis die, inter circini pedes comprehendemus, & super ipsis n & p, punctis factis polis, duos circulos describemus, quorum sectiones sint in q & r punctis. Ille igitur polus mundi à quo solis declinatio denominationem sortitur, cuiuè sol in ipso obseruationis tempore vicinior est, vel erit in q vel in r. Si est in q Solis parallelus erit p u z n, & arcus meridiani inter e, verticale punctum & ipsum mundi polum erit e q. Sed si est in r Solis parallelus erit p s x n, & arcus meridiani inter verticale punctum & eũdem mundi polum erit e r. In vtro autem eorũ punctorũ sit, hac arte cognoscemus. Nam si cõuersa facie ad Solem moueri cernatur à sinistra in dextram, pũctum idcirco verticale positum esse dicemus inter polum mundi Borealem & solis parallelum, ipsumqúe Solis parallelum inter verticale punctum & polum Australem, vel in eodem Solis parallelo ipsum verticale positum erit. Si à dextra in sinistram contrarium pronunciabimus: nam cum hoc acciderit, positus erit Solis parallelus inter polum

Borea

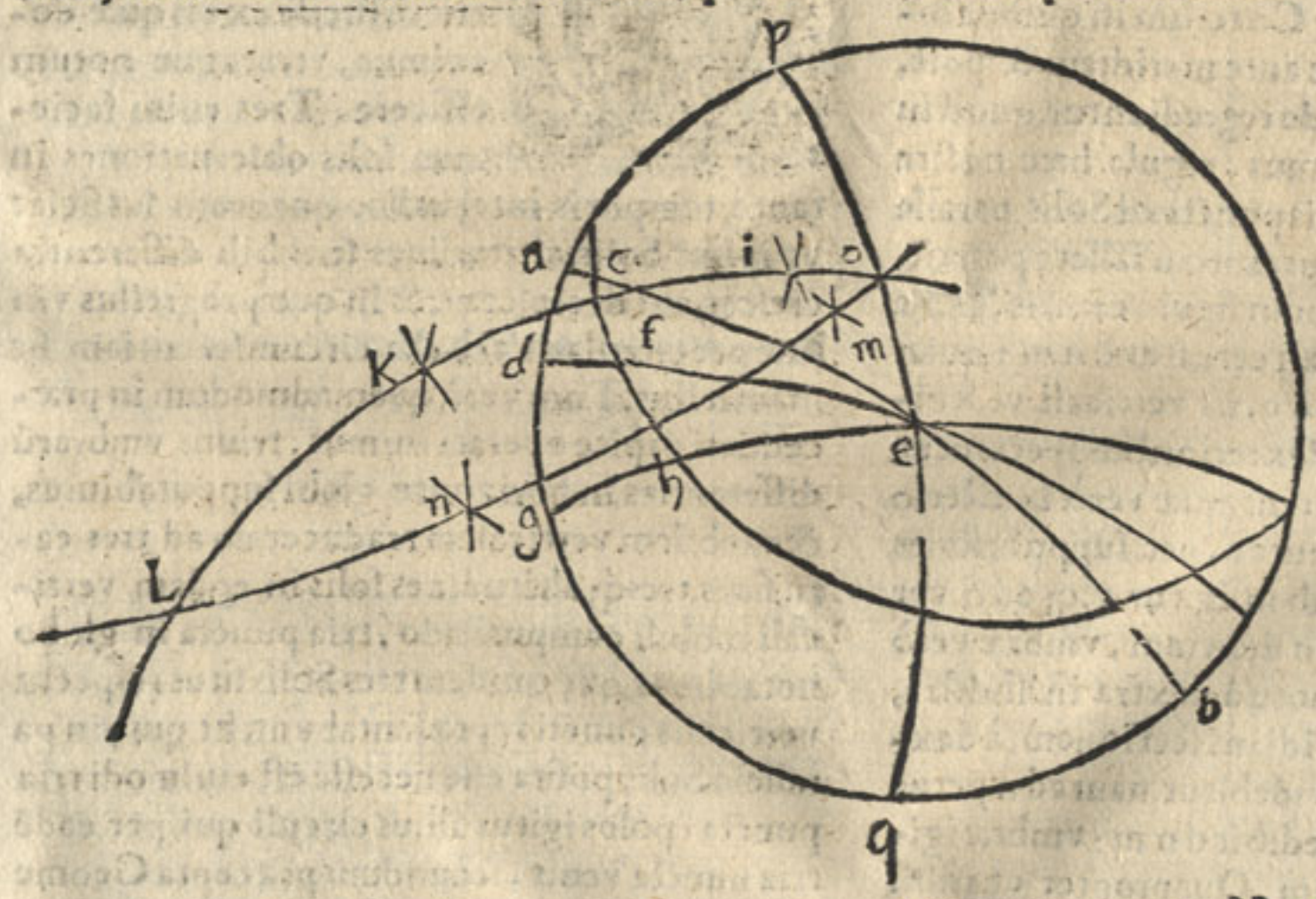
Borealem & verticale punctum, & idem verticale inter Solis parallelum & polum Australē, vel in ipso Solis parallelo. Quare si polus mundi qui eo tēpore Soli vicinior est, Borealis fuerit, & vertatur ipse sol à siniſtra in dextram, certum erit locum Borealis poli esse ad q, & proinde arcus e q cognitus fiet: ex quo quidē manifesti poli eleuatio illico patefiet. Sed si à dextra in siniſtram verti cernatur, quod quidem ex vmbrarum circuitione facilè cognoſces, polus Boreus erit ad r, & meridiani segmentum inter eūdem polum & verticale pūctum erit e r, ex quo quanta sit manifesti poli eleuatio, & situs meridiani innotescet. Similiter autem ratiocinādū, quando polus Soli vicinior Australinus fuerit. Cognito autem hac arte situ meridiani, quanta fuerit in vtraq; obseruatione distantia solis horizontalis ab ipso meridiano, ignorari non poterit. Arq; ex hoc quantum nautici instrumenti meridiana linea à vero meridiano recedat, statim cognoſces, si supra medium ipsius stylū ad rectos angulos erexeris. Quod quidem nautis non tantum vtile, sed apprimè necessarium, vt quorsum nauigando tendant, verosq; loco-rum situs, intelligant. Cæterùm in quibus locis gnomonum vmbræ ante meridiem & post, progrediuntur, & deinde regrediuntur, quod superius commemorauimus, regula hæc noſtra de habitudine verticalis puncti ad Solis parallelum, & mundi polos, operantem fallere poterit. Sol enim exoriens ad m in figura capitis XI. ijs qui sunt ad d, in verticali cernitur d n m: quando autem peruenerit ad o, in verticali videbitur d o p. Quæ autem dexterioribus spectantur radijs, dexteriora apparent, quæ verò siniſterioribus, siniſteriora videntur, per suppoſitiones perſpectiuæ Euclidis: ab m igitur vsq; ad o verti videbitur à siniſtra in dextram, vmbræ verò gnomonum alterno motu à dextra in siniſtrā, at ab o vsque ad h meridiani sectionem, à dextra in siniſtrā reuolui videbitur, nam ad n perueniens, ad verticalem redibit d n m: vmbræ igitur à siniſtra in dextram. Quapropter vt nihil erroris aut ambiguitatis in noſtra hac poli mundi inueſtigatione relinqui poſsit, tertiā facere oportebit obſeruationem, in qua solis altitudo notetur, cū differentia inter duas poſtremas vmbras. Et eadem arte qua antea vsi sumus, punctū signabimus in globo, quod in poſtrema hac obſeruatione solem repræſentet, super quo facto polo, ad eandem mensuram complementi declinationis circulum deſcribemus, qui quidē duos priores circulos in altera duarum sectionum secabit, nempe vel in q, vel in r: in vtraque verò impoſsibile, niſi Sol declinatione caruerit. At vbi secauerit, ibi locus erit illius poli, qui in ipso obſeruationis tempore Soli vicinior fuerit. Quando igitur sol per æquinoctialem incedit, tertia obſeruatione opus non est: nam Borealibus tota die à siniſtra in dextram vertitur, Australibus verò à dextra in siniſtram: ijs autem qui sub ipso æquinoctiali poſiti sunt, nec à dextra in siniſtram nec à siniſtra in dextram, vmbræ enim gnomonum in vnam rectam lineam proijciuntur.

¶ *Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis ſitu meridiani & declinatione Solis ignoratis.*

Cap. 15.

QVando verò non solum meridiani situs, sed etiam declinatio Solis ignoratur, non erit difficile ex eis quæ docuimus, vtrumque notum efficere. Tres enim faciemus solis obſeruationes in tanto temporis interuallo, quantum sufficiat vt ipsius Solis altitudines sensibili differentia creſcāt, aut decreſcant, & in quo progreſſus vmbræ per circularis tabulæ circumferentiam sit manifeſtus. Tum verò quemadmodum in præcedenti capite operati fuimus, trium vmbrarū differentias in horizonte globi supputabimus, & mobilem verticalem traducendo ad tres earū situs, tresq; altitudines solis in eodem verticali mobili computando, tria puncta in globo notabimus, quę quidem tres Solis situs reſpectu verticalis puncti repræſentabunt. Et quia in parallelo Solis poſita esse neceſse est eiuſmodi tria puncta: polos igitur illius circuli qui per eadē tria puncta venit, ſecundum præcepta Geometricæ artis inueniemus: ipſi enim duo poli mundi erunt, Boreus nempe & Auſtrinus. Exempli gratia, ponatur verticalis mobilis in quo libuerit ſitu, qui ſit a e b, & ſit a c altitudo Solis prima obſeruatione reperta, a d verò in horizōte globi, ſit arcus ille, quē gnomonis vmbra per circūferentiam plani inſtrumenti inter primam & ſecundā obſeruationem pertranſiuit. Tranſlato igitur mobili verticali ad d ſit d f, altitudo ſolis

secunda obseruatione reperta. Inde porrò eodē verticali translato ad g sit d g, arcus pertrāsitus ab ipsius gnomonis vmbra inter secūdam & tertiam obseruationem, arcus verò g h esto solis altitudo ipsa tertia obseruatione reperta. Tria igitur puncta c f & h, respectu puncti e collocata erunt in globi superficie, perinde atq; Sol tribus illis obseruationibus in mundo repertus est. Quare vt polos mundi inueniamus, circulumq; describamus, qui per ipsa tria puncta veniat, non alia arte operādum erit, quàm ea qua communiter vti solent, ad inueniēdum in vno plano centrum circuli, qui per tria data puncta veniat, quæ in vna recta linea non sunt: & demonstratio huius similis erit demonstrationi illius. In hac enim ducendi sunt arcus maximorum circulorum per quælibet duo puncta, in illa verò rectæ lineæ. Ratiocinamur illic per 8. & 4. primi libri Euclidis: hic verò per propositiones similes 4. & 8. quas quidem Menelaus demonstrauit in 1. lib. triangulorum sphæricorum. Super punctis itaq; c & f, interuallo maiori quàm est dimidium c f, quadranti tamen minori, decussationes faciemus ad i & K, ipsis autem k & i, punctis circularem aliquam armillā mobili verticali similem coaptabimus, penes quam circulum maximum in ipsa globi superficie describemus l k i. Eodem modo super f & h, interuallo maiori quàm est dimidium f h, duas alias faciemus decussationes ad m & n, & ipsis m & n pūctis eadē circulari armilla coaptata, circulum maximum describemus l n m.



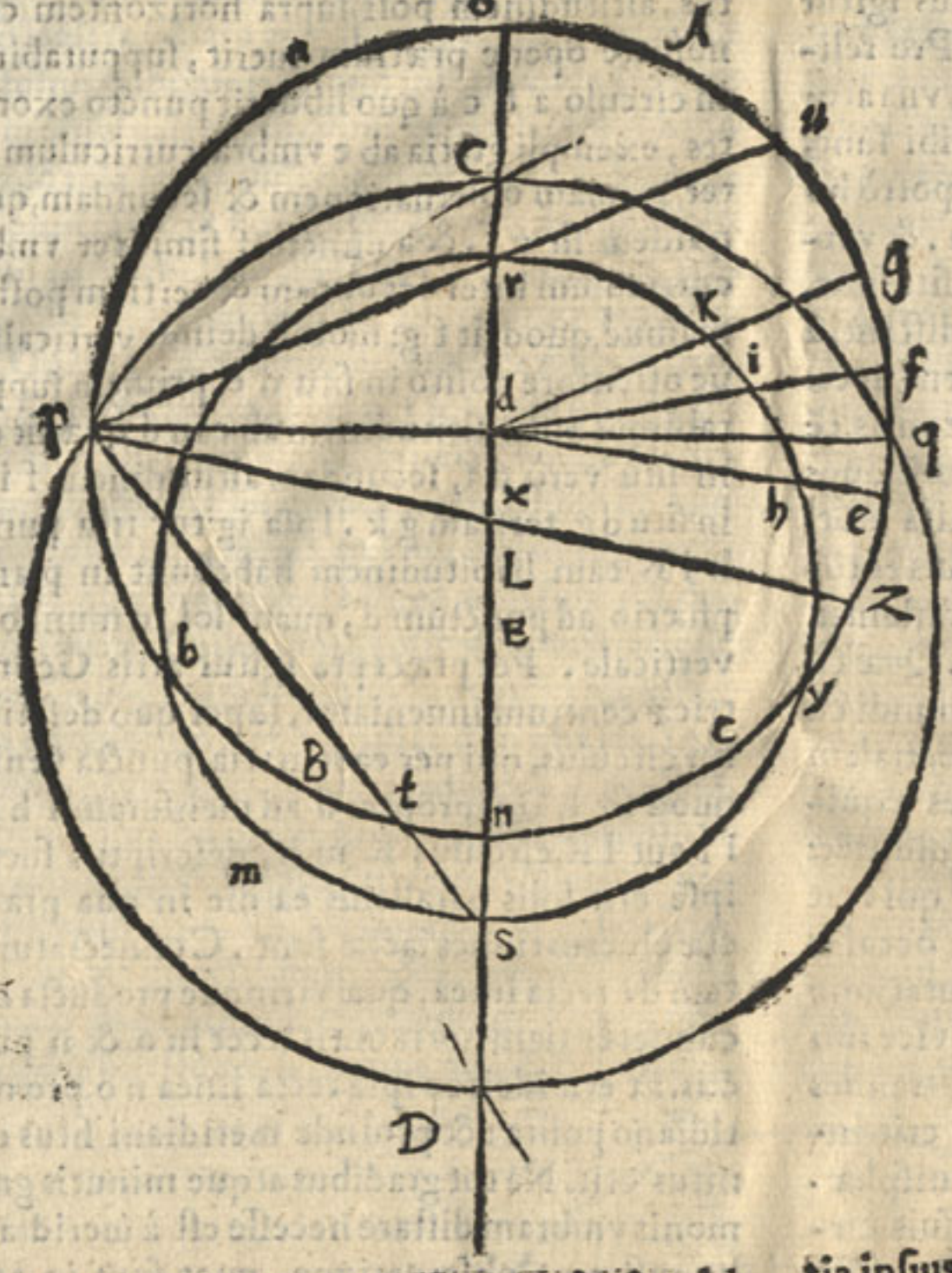
Horum verò duorum maximorum circulorum vna sectio sit in puncto o supra horizontem, & altera in l sub horizonte. Aio itaq; ipsa l & o, puncta duos esse mūdi polos, arcticum nempe, & antarcticum, ita vt super o aut l, descripto circulo per c, transeat etiam per f & h. Qui polus vicinior inuentus fuerit puncto verticali e, ipse erit manifestus: remotior verò sub horizonte occultus: arcus igitur e o complementum erit altitudinis poli, circulo maximo descripto per ipsa e & o puncta, qui horizontem secet in p & q. Si arcus maximi circuli inter e & o, quadranti æqualis inuentus fuerit, versabitur Sol ipsa die in æquinoctiali, sed si quadrante minor, aut maior, repertus fuerit, differentia à quadrante erit Solis declinatio. Cum igitur ad eum modum quanta sit manifesti poli elevatio, & quanta sit Solis declinatio inuenerit, si in qua Zodiaci medietate sol eo tempore versetur, cognitum fuerit, non solum ex his qualis ipsa declinatio sit patefiet, sed etiam quinam sit mundi polus, qui elevatus cernitur, Boreus ne, an Austrinus. Situm verò meridiani per distantiam vmbræ à puncto p aut q, quemadmodum in præcedenti capite cognosces.

¶ *Rursus declinatione Solis & meridiani situ ignoratis, altitudinem poli in plano vnius circuli inuenire.* Cap. 16.

IN primis commemoranda est dispositio & habitudo quorundā circulorum sphæræ, polorum & centrorum eorūdē circulorū in vulgato planisphærio Ptol. Cētrum enim æquinoctialis pro polo manifesto ponitur. Rectæ lineæ ab ipso centro venientes vice circulorum maximorū sunt, qui

qui per polos mundi ducuntur. Rectus igitur horizon recta quædam linea existit. Pro reliquis circulis, circuli ponũtur, sed non vna atq; eadem magnitudine. Eorum centra alibi sunt, quàm vbi ipsorum poli. Obliquorum porrò horizontum & ei æquidistantium centra, & verticalia puncta, in recta meridiana posita sunt. Sed quanquam horizontis & ei æquidistantiũ idem polus, centra tamen nõ sunt eadem: at ex cognito situ siue poli, siue centri horizontis, cẽtra & diametri æquidistantium circulorũ, quos Almicantarath Arabicè vocant, cognita erũt, & vicissim ex cognita diametro cuiusuis eorũdem æquidistantium, habitudo atq; distantia poli horizontis à mundi polo patefiet. Quæ cũ ita sint, licebit cum opus fuerit, polos mundi cũ polis horizontis commutare, æquinoctialem cum obliquo horizonte, æquidistantes æquinoctiali cum ijs qui ipsi horizonti æquidistãt: meridianos etiam cum verticalibus, vt qui erat rectus horizon, verticalis fiat ortus & occasus æquinoctialis. In qua quidem commutatione vna tantum recta linea quæ meridiani vice fungitur, per polos mundi & horizontis transiẽs in suo permanet officio. Ex quo facile erit intelligere, quanam arte possimus in planisphærio ex cognita diametro atq; situ cuiusuis circuli, eorum qui æquinoctiali æquidistãt, distãtiam poli mundi à polo horizontis inuenire. In planisphærio enim æquinoctialis a b c, ponatur pro horizonte, & in partes æquales 360. secẽtur, centrum d quod erat mundi polus, sit modo ipsius horizontis polus, siue verticale punctum. Ducantur autem per ipsum centrum duæ diametri occultæ, se inuicem ad rectos angulos secantes, & à termino vnius qui initium dicatur primi quadrantis eiusdem circuli in singulas partes secundi quadrantis rectæ ducantur lineæ, cuius sectiones cum altera diametro punctis quibusdam signentur, quemadmodum facere consueuimus, cum in vulgato planisphærio Ptol. circulum Cancri, & quosuis æquidistantes ex æquinoctiali deducimus. Diuisa igitur ad eum modũ vna ex semidiametris in 90. partes, Astrolabij indicem siue ostensorem ad eandem mensuram in eisdẽ partibus, eisq; apertis diuidemus, quibus debitos numeros apponemus. Eritq; ipse ostensor vice mobilis verticalis, cuius adminiculo Solis altitudines in planisphærio notentur. Quando itaq; ex tribus solis altitudinibus, & duabus vmbræ differentijs, altitudinem poli supra horizontem cognoscere operæ prætium fuerit, supputabimus in circulo a b c à quo libuerit puncto exordiẽtes, exempli gratia ab e vmbræ curriculum inter primam obseruationem & secundam, quod quidem sit e f, & à puncto f similiter vmbræ curriculum inter secundam & tertiam postremamue, quod sit f g: mobili deinde verticali siue ostensore posito in situ d e, primam supputabimus Solis altitudinem ab e in d, quæ sit e h, in situ verò d f, secundam altitudinem f i: at in situ d g, tertiam g k. Ipsa igitur tria puncta h i K, eam habitudinem habebunt in planisphærio ad punctum d, quam sol in mundo ad verticale. Per præcepta igitur artis Geometricæ centrum inueniatur, super quo describatur circulus, qui per eadem tria puncta veniat, quod sit l. Quapropter si ad mensuram l h aut l i aut l K, circulus K m h, descriptus fuerit, ipse erit solis parallelus ea die in qua prædictæ obseruationes factæ sunt. Connectatur autem d l recta linea, quæ vtrinque producta circumferentiam horizontis secet in o & n punctis. Et erit idcirco ipsa recta linea n o, pro meridiano posita: & proinde meridiani situs cognitus erit. Nã tot gradibus atque minutis gnomonis vmbram distare necesse est à meridiano in postrema obseruatione, quot sunt in arcu o g. A puncto autem d planisphærij centro, super n o, recta excitetur linea ad rectos angulos in eodem plano, & vtrinque producatur ad lõgitudinem diametri, sitq; ea p q: erit igitur ipsa p q, pro circulo verticali posita ortus & occasus æquinoctialis. Ducantur à puncto p ad r & s, sectiones paralleli solis, & meridianæ, rectæ lineæ horizontem secantes in t & u, & arcus t u per æqualia secetur in z: præterea ab ipso p ad z, recta ducatur linea meridianum secans in x: erit igitur q z, distantia inter Zenith & polum mundi manifestum: ipsum autem punctum x, eundem polum in planisphærio repræsentabit. Quare si circulus a b c meridianus intelligatur, erit q verticale punctum, z verò manifestus mundi polus: arcus porrò z u, distantia ipsius paralleli, quem gradus solis describit, ab eodem mundi polo, & idcirco ipsa solis declinatio cognita erit. Cuius quidem altitudo meridiana erit o u, orientalis intersectio eiusdem paralleli solis & horizontis sit in y: erit igitur horizontis arcus q y, latitudo ortus. Duo arcus z A & z B sint

qua-



quadrantes: erit igitur in hoc exemplo A u, loci solis declinatio ad manifestum polum, quæ quidem manifesta erit, etiam si maxima zodiaci obliquitas ignoretur. Ducantur ab eodem puncto p rectæ lineæ ad A & B rectam n o, vlterius productam secantes in C & D. Erit igitur C D, æquinoctialis diameter. Quare si super E puncto medio circulus describatur, per p transibit & q, & fungetur in planisphærio æquinoctialis officio. Arcus porrò A q, est loci latitudo: at z n poli altitudo supra horizontẽ. Similiter si indicem ostensoremue qui pro verticali mobili positus est, in situ posueris n o, numerus partium inter n & x, ipsam quoq; ostendet poli altitudinem supra horizontem, C d verò loci latitudinem. Non sunt hæc ad operandum difficilia: ea porrò quæ sumuntur ad inuentionem quæsiti perpauca sunt, & in prõptu omnibus, nempe lucente Sole, ipsius altitudinem supra horizontem deprehendi posse, atque vmbræ gnomonis curriculum in plano horizonti æquidistante. Quæ inueniuntur plura, scituq; dignissima, Astronomiæ & Cosmographiæ fundamenta.

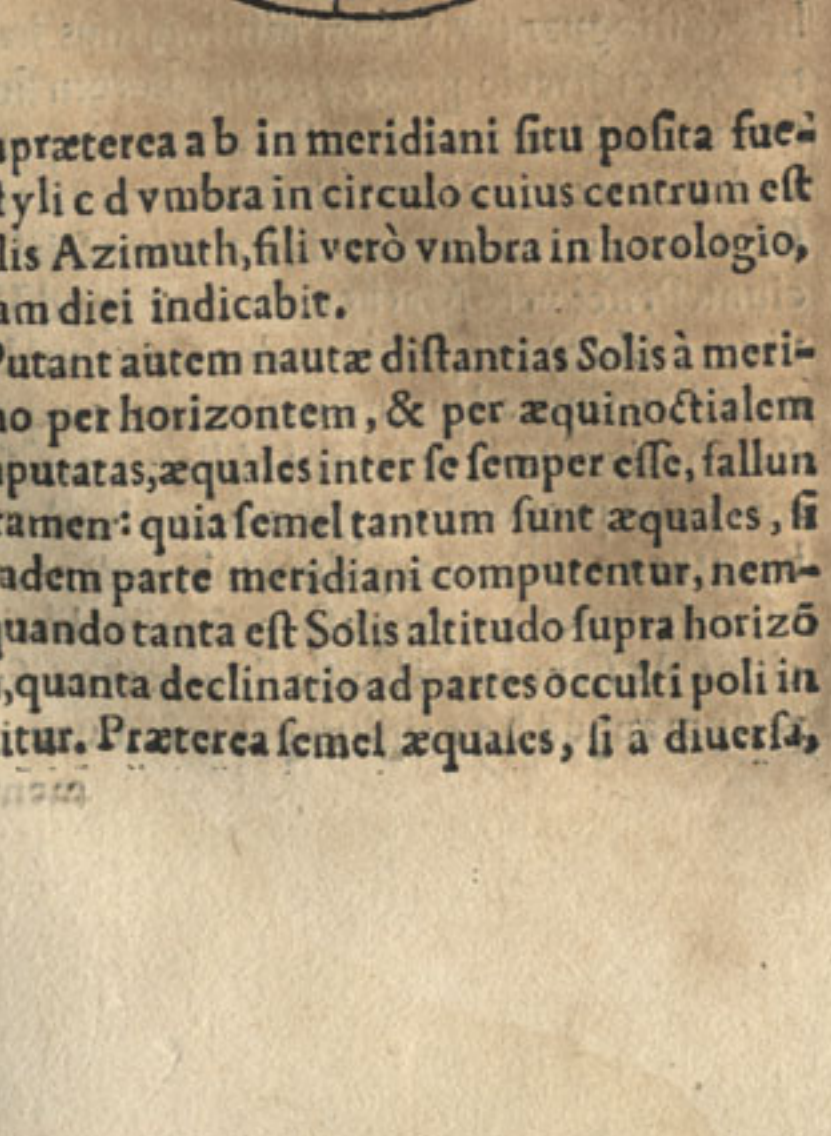
¶ Nocturno tempore altitudinem poli supra horizontem inuenire. Cap. 17.

SI stella aliqua cognitæ declinationis in meridiano reperta fuerit, id est ĩ maxima aut minima altitudine, poteris ex ea altitudinem poli non aliter, quã per radios solis inuenire. Si non, duarũ stellarum cognitarum quæ in diuersis verticalibus constitutæ sint, altitudines capiantur, & in astrifero globo quo Astronomi vtũtur, super eisdem stellis tanquam polis cum complementis ipsarum altitudinum duo circuli describantur, quorum sectiones duæ erunt, & quia in altera earũ erit verticale punctũ loci in quo obseruatio fit, vtra earum accipienda sit, ex stellarum conuersione cognosces, quemadmodum superius in capite 14. de Sole diximus. Quare distãtia ipsius verticalis pũcti ab æquinoctiali, quæ quidem altitudini poli æqualis existit, cognita veniet.

¶ De instrumento, quo vtraq; Solis distantia à meridiano per æquinoctialem videlicet & per horizontem inuenitur, & de vmbrarum ratione ad gnomonem. Cap. 18.

SOlaribus horologijs rarò vtũtur nautæ, propterea quòd nauigando non diu permanent sub vna poli mundi eleuatione. Sæpius verò Solem obseruant, vt cognoscant, in quonam verticali siue Azimuth sit constitutus: idq; sola deprehẽdunt æstimatione nautici instrumenti adminiculo, non ex radio Solis, neque ex vmbris gnomonum. Quare non erit inutile Solare cõstruere horologium, quo vtraque Solis distãtia à meridia

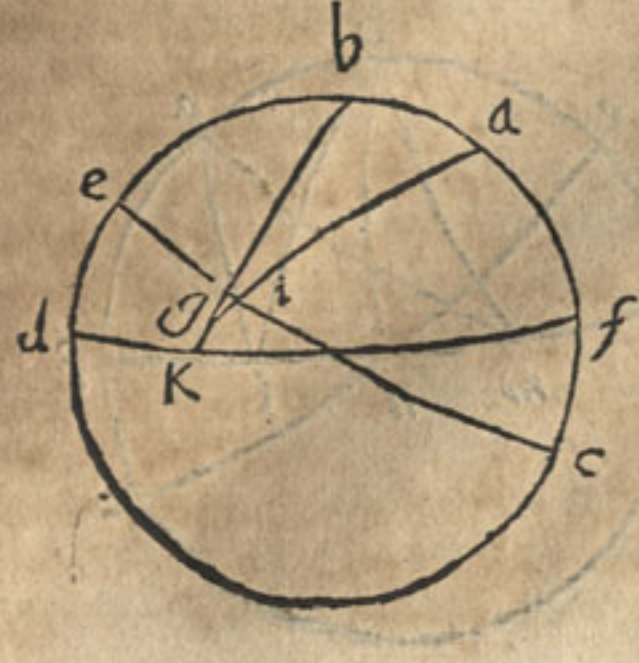
ridiano, per æquinoctialem videlicet & hõrizõtem deprehendatur. Horizontalis enim horologij circulo in horaria ſpatia (vt ſolet) diuiſo, ſuper a meridiei puncto, ad eandem menſuram circulus vnus deſcribatur, & in 32. æquales partes diuidatur, ductis ex centro lineis ad ſectionum puncta: eritqúe huiuſmodi circulus pro eo nautico inſtrumento, quod Hiſpani acum appellant. Deinde ſuper ipſo a ſtylus c d, erigatur ad rectos angulos ſuper horologij plano, tãtæ proceritatis vt filum quod centro b, & verticali d innecti debet, efficiat cum a b, ad punctũ b, angulum altitudinis poli in data regione. His enim ita paratis, ſi ipſum inſtrumentum in plano aliquo poſueris horizonti æquidiſtante:



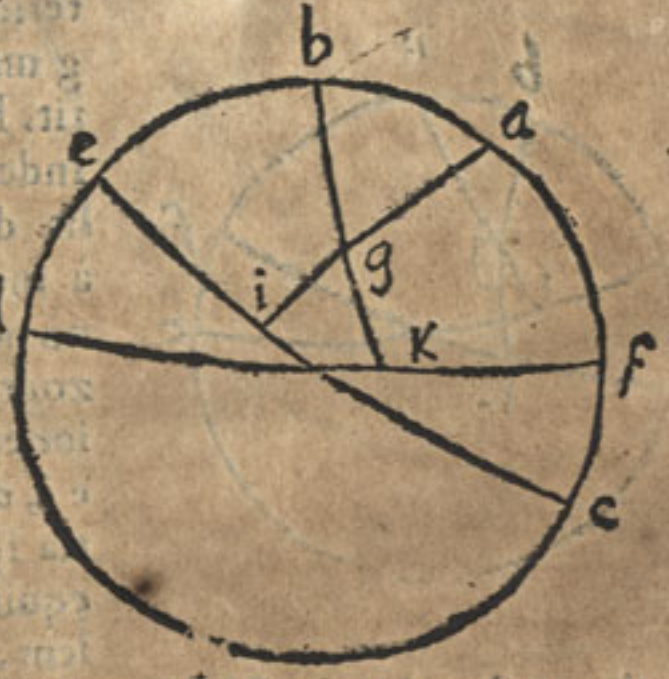
rectapræterea a b in meridiani ſitu poſita fuerit, ſtyli c d vmbra in circulo cuius centrum eſt a Solis Azimuth, fili verò vmbra in horologio, horam diei indicabit.

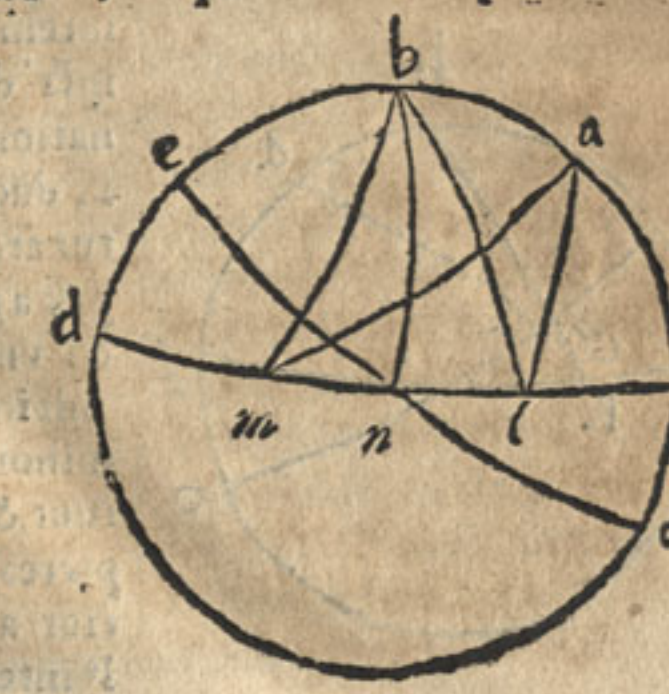
Putant autem nautæ diſtantias Solis à meridiano per horizontem, & per æquinoctialem computatas, æquales inter ſe ſemper eſſe, fallun tur tamen: quia ſemel tantum ſunt æquales, ſi ab eadem parte meridiani computentur, nempe quando tanta eſt Solis altitudo ſupra horizõtem, quanta declinatio ad partes occulti poli inuenitur. Præterea ſemel æquales, ſi à diuerſa, quando videlicet tanta fuerit ſolis altitudo ſupra horizontem, quãta ipſius declinatio ad manifeſtum polum. Ponamus enim meridianum a b c, æquinoctialis ſemicirculum e c: horizontis verò d f polum manifeſtum a, Zenith b, Solem in g conſtitutum in eadem mundi parte eſſe in qua Zenith, & ante meridiem, aut poſt. Veniat autem per Solem circulus declinationis a i, altitudinis verò b K: duo igitur arcus a g & b g, iuncti ſemicirculo ſunt minores, & idcirco in triangulo a g b exterior angulus g b d, interiore b a g maior erit. Et proinde d K ſolis diſtãtia à meridiano per horizontẽ maior erit quã e i, diſtantia ipſius p æquinoctialem. Idem

concludes, eademq́; arte, ſi ſol in æquinoctiali circulo conſtitutus fuerit. Porrò eiſdem circulis deſcriptis, ponamus ſolem ad partes occulti poli declinare, & arcum g K altitudinis, a cui g i declinationis æqualem eſſe. Duo igitur arcus b g & a g, iuncti vni ſemicirculo ſunt æquales: quapropter exterior angulus e b g, æqualis erit interiori b a g, in eodem triangulo a g b, & proinde diſtantia d K per horizontem, diſtantiæ e i per æquinoctialem æqualis erit. Sed ponamus arcum g K, altitudinis ſolis minorem eſſe g i, declinationis arcu. Igitur duo arcus b g & a g, iuncti vno ſemicirculo ſunt maiores: quare exterior angulus minor erit interiore, & proinde minor erit d K ipſo e i. At ponamus g K, maiorem eſſe ipſa declinatione g i. duo igitur arcus b g & a g, iũcti vno ſemicirculo minores erunt, & propterea exterior angulꝰ interiore maior

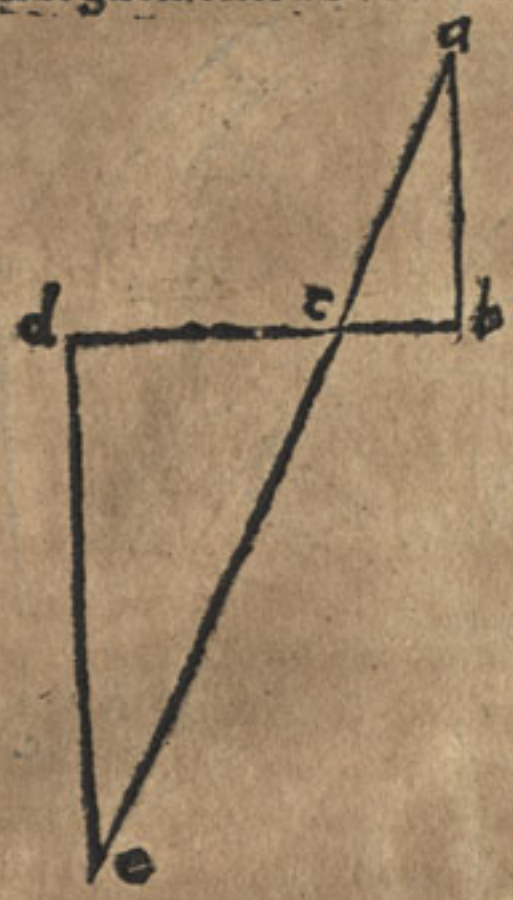


maior erit in eodem triangulo a g b. Quapropter distantia d k, maior erit ipsa e i. Et ponatur tandem g k, solis altitudinem supra horizõtem æqualem esse g i, declinationi ipsius ad polum manifestum a. Igitur sphærici trianguli a g b duo latera a g & b g, æqualia erunt inter se: quapropter duo anguli g b a & b a g, æquales inuicem erunt, & proinde horizontis arcus f K, quo sol ab angulo abest mediæ noctis, arcui æquinoctialis e i quo à meridiano in oppositas partes distat, æqualis erit. Porrò si has per horizontem & pe æquinoctialem distantias inter se conferre libuerit, quando sol est in exortu, aut occasu, facile erit hoc cognoscere in subiecta figura. Sol enim declinationem habens ad partes manifesti poli, in puncto l ponatur horizontis, in exortu videlicet, aut in occasu. Arcus igitur b l quadrans erit, sed a l quadrãte minor: quare duo arcus b l & a l, iuncti vno semicirculo minores sunt. At in puncto m horizõtis, quãdo declinat ad partes alterius poli, duo arcus b m, & a m, iuncti vno semicirculo maiores sunt. Igitur angulus d b l, distantiæ per horizontem maior erit angulo b a l, distãtiæ per æquinoctialem ad partes puncti meridiei. Et proinde angulus l b a, reliquæ distantiæ per horizontem, minor erit angulo l a f, distantiæ per æquinoctialem ad partes anguli mediæ noctis. Contrarium huius accidit, quando sol est in puncto m: cæterum si ponatur in puncto n, ortus aut occasus æquinoctialis, æquales inuicem erunt ipsæ distantiæ e n & d n: sunt enim quadrantes.





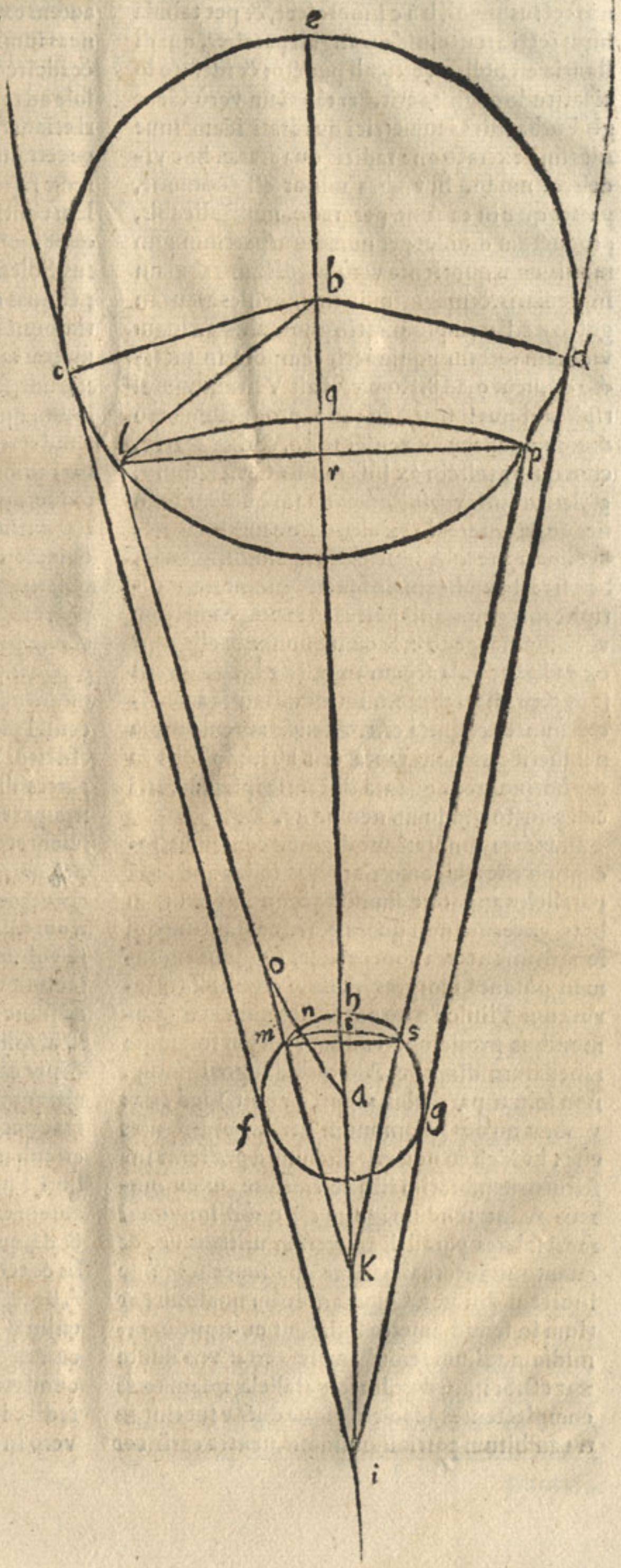
Illud verò hoc in loco de ratione vmbrarum ad gnomonem ostendemus, quod superius commemorauimus, has tres nempe longitudines, vmbram rectam gnomonem, & vmbrã versam, proportionales esse: sicut enim recta vmbra ad suum gnomonem, sic gnomon quicunq; ad suã versam vmbrã. Esto enim b d, recta linea in superficie horizonti æquidistante, recta a b sit gnomon, perpendicularis existens ad idem planum, proiecta ab eo vmbra b c, præterea esto d e vmbra versa in muri superficie, qui rectus existat ad horizontis superficiem, recta verò d c sit gnomon ipsam proijciens: radius solis sit a e, siue gnomones a b & d c sint æquales, siue inæquales, nihil enim refert. Aio a b, ad b c & d e, ad d c in eadem esse ratione. Aequiangula sunt enim duo triangula a b c & d c e: igitur latera habent proportionalia, quæ circum æquales angulos, sicut a b ad b c, sit d e ad d c per 4. propositionem 6. Euclid. Quanquã verò non eodem radio a e, sed differentibus, in eodem tẽporis momento vmbræ distinguantur, eadem nihilominus habebitur demonstratio, propter triangulorum similitudinem. Nautæ verò nostri temporis paruam vmbrarum cognitionem habent, nec ex eis distantiam verticalis puncti ab æquinoctiali eliciunt. Prisci verò Mathematici (vt apud Vitruuium 9. libro) proportione duntaxat vmbrarũ meridianarum ad gnomones tempore æquinoctij, horizontum notabant obliquitates. Cognita enim proportione gnomonis a b, ad vmbrã b c latus a c, rectum angulum subtendens, cognitum erit per 47. propositionẽ primi libri Euclidis. At sicut a c ad b c, sic sinus totꝰ ad sinum rectum anguli b a c: igitur per commune documentum



mentum numerorum proportionalium ipse sinus rectus anguli b a c innotescet, & per tabulã sinus recti arcus eiusdem anguli patefiet, qui distantia est Solis à verticali puncto: & idcirco loci latitudo cognita erit. Per tabulam verò Georgij Purbachij Geometrici quadrati idem inuenies sine extractione radicis quadratæ, hoc videlicet modo. Si vmbra minor est gnomone, partes quæ in ea sunt per 1200. multiplicabis, productum diuides per numerum partium gnomonis: cum quotiente verò prędictam tabulam ingrediaris, & magnitudinem inuenies arcus anguli b a c. Exemplum, ratio gnomonis ad suam vmbram rectam æquinoctij tempore in meridie est, sicut 9. ad 8. Romæ, vt ait Vitruuius: multiplicabimus igitur 8. in 1200. productum verò diuidemus per 9. & veniẽt 1066. & duæ tertiæ, cum quibus elicio ex ipsa tabula Gr. 41. minu. 38. latitudinis vrbis Romæ, quam quidem Ioannes de Monteregio ex altitudine meridiana, & declinatione solis, inuenit Gr. 42. min. 4. aut 8. Sed si recta vmbra maior fuerit gnomone, multiplicabis gnomonis partes in 1200. productum verò diuides per b c, & cum quotiente eliciem⁹ ex eadem tabula arcum anguli a c b, altitudinis solis supra horizontem: igitur distantia à verticali puncto cognita erit. Quando autem vmbra par fuerit gnomoni, tanta erit altitudo solis supra horizontem, quanta distantia ipsius à verticali puncto, graduum nempe 45.

Præterea annotatione dignum censemus, receptum esse à Geometris radios solis apud terrã parallelos apparere, similiter & gnomonum vmbras: cæterùm non quosuis, sed eos tantum qui longissimè à terra concurrunt. Oppositum tamen putant Georgius Valla, Iacobus Zieglerus cum Plinio: nam eos radios qui vel à gnomonibus proijciunt vmbras, vel per foramina tabellarum dioptræ Astrolabij ingrediuntur, non solum parallelos videri (aiunt) sed esse: vmbras quoq; gnomonum verè æquidistantes esse. Et idcirco non erit alienum à præsenti instituto membratim isthæc tractare, examinareq; Aduertendum igitur est quòd innumeri radij solares paralleli ad terram mittuntur, & quantouis interuallo in terrena superficie à se inuicem distãtes. Quoniam enim qualium partium in semidiametro solis sunt quinque & dimidium, talium semidiameter terræ vna duntaxat est. Si itaq; duæ lineæ parallelæ ipsam terrã complectentes ad solem vsque ductæ fuerint, intra ambitum partis illuminatæ, neutra earũ corpus solare continget, sed secabit potius. Cõstat autem ex perspectiua lumen solis per rectas lineas luminosas, quas radios appellant diffundi, & idcirco dubium non est in numeros radios à sole ad terram dimissos parallelos esse. Innumeri etiam solares radij in terræ superficie, & prope terram cõcurrunt. Ductis enim à quouis terrenæ superficiei puncto duabus lineis rectis solem contingentibus ad diuersas partes, quotquot inter has rectæ lineæ ab eodẽ puncto versus Solem ductæ fuerint, solare corpus secabũt, per quas quidem lumen Solis in idem coincidẽtiæ punctum deferri palam est. At quia Geometræ radios solis non simpliciter parallelos dixerunt, sed apud terram: patet igitur eos neq; illorum qui verè sunt paralleli, neque horum qui apud terram concurrunt meminisse. Quos igitur radios apud terram parallelos apparere supposuerunt, non erit difficile intelligere. Constat enim ex perspectiua à segmento solis nobis obiecto cum solarem altitudinem Astrolabijs obseruamus, dimissos radios ad obiectum foramen tabellarum dioptræ, aliquanto antè coincidere in formam mucronis: deinde verò à congressu inuerso turbine obiectum foramen permeantes, ampliore basi lucere, atque ita radius centri idemq; conorum axis solaris altitudinis efficitur indagator. Et quoniãad differẽtes terræ partes differẽtes fiũt coni radiorũ solis, atq; axes: patet igitur à differẽtib⁹ solis partib⁹ ad differentes terræ partes radios trãsmitti, solaris altitudinis indagatores, sed qui ad commune vnũ coincidentiæ punctum concurrunt, quod centrum solis existit, hoc autem primum ostendere voluimus. Eos item radios qui à gnomonibus iaciunt vmbras longissimè à terra, concurrere ad hunc modum ostendemus. Centrum terræ sit a, solis verò b, connectaturq; recta linea a b, & per eam planum agatur solare corpus atque terrenum secans. cõmunes igitur sectiones huius concepti plani & corporis solis atque terræ circuli maximi erunt per primã & sextã primi libri Theodosij, qui sint c d e & f g h. Extremi autem radij solares terram illuminantes sint c i & d i, quos quidẽ necesse est vtrũque corpus solis & terræ cõtingere, per ea quæ Aristarchus, Allacẽ, & quã plures alij, demonstrarunt. Terra enim nõ solum radijs illis qui à centro proficiscuntur illuminatur à Sole, sed ijs etiam qui à circumferentia mittuntur. Contingant itaq; ipsi radij c i & d i, solare corpus in c atq; d, terrenũ verò in f & g, recta autem a b, cum fuerit extẽsa

cum eisdē cōcurret in i: illuminabitur igitur terra secundū f h g, maximi circuli segmentum. A puncto autem quouis K inter a & i, recta linea ducatur circulum solis c d e contingens in puncto l ante c: non enim contingere potest supra, ne accidat impossibile contra vltimā cōmunem sentētiam, solas duas rectas lineas superficiē nō cōcludere, circulū verò terrę secet eadē k l in m. Quapropter cōcurret ipsa K l cum c i, recta linea ipsos solis & terræ circulos tangēte, ante ipsum punctū c apud solem. Et eadem arte ostendes à quolibet alio pūcto præter K quod inter a & i fuerit, rectā lineam ductā quæ ipsum maximū solis circulū cōtingat, cū eisdē c i & k l apud solem concurrere. A puncto autē o, quod prope terrā existit in recta linea m l, recta ducatur linea vsq; ad a cētrū terreni globi, quæ circulū f g h in n puncto secet, & ipsum n locum quendam esse intelligemus in terrena superficie, in quo sol eleuatus cernitur supra horizontem, rectam verò n o gnomonem, per cuius verticē o radius solis veniat l o, vmbrā distinguēs m n, in terrena superficie. Angulus itaq; m o n, aut ei contrapositus quem n o, in rectū producta efficit cum ipso radio l o, angulū subtendet distantiæ solis à vertice loci n. Iis autē, qui fuerint ad h, radius solis b h, in centrū terræ ad perpendiculum incidēs, in nullas horizontis partes vmbras proijciet, sed sub gnomonū pedibus occultas. Concurret igitur ipse perpendicularis radius b h, cū radio l o, in puncto K sub terræ cētro, nō apud Solē. Idēq; fieri intelligatur, & eædē vmbrarū rationes erunt, in omnibus locis qui æqualibus interuallis ipsi h n, aut h m distiterint à loco h. Hoc enim facile concipies, si à puncto l rectam lineā deduxeris l p, quæ rectā b K ad rectos angulos secet in pūcto r, rectangulūq; triangulum K r l, manente K r circūduci intellexeris. Ea enim arte conus quidam descriptus erit, cuius axis erit K r & triangulum ab axe erit k p l, basis verò circulus cuius diameter l p, & semicircūferentia l q p. Huius coni pars alter conus erit basim habens in terreno globo circulum, cuius diameter est rectam

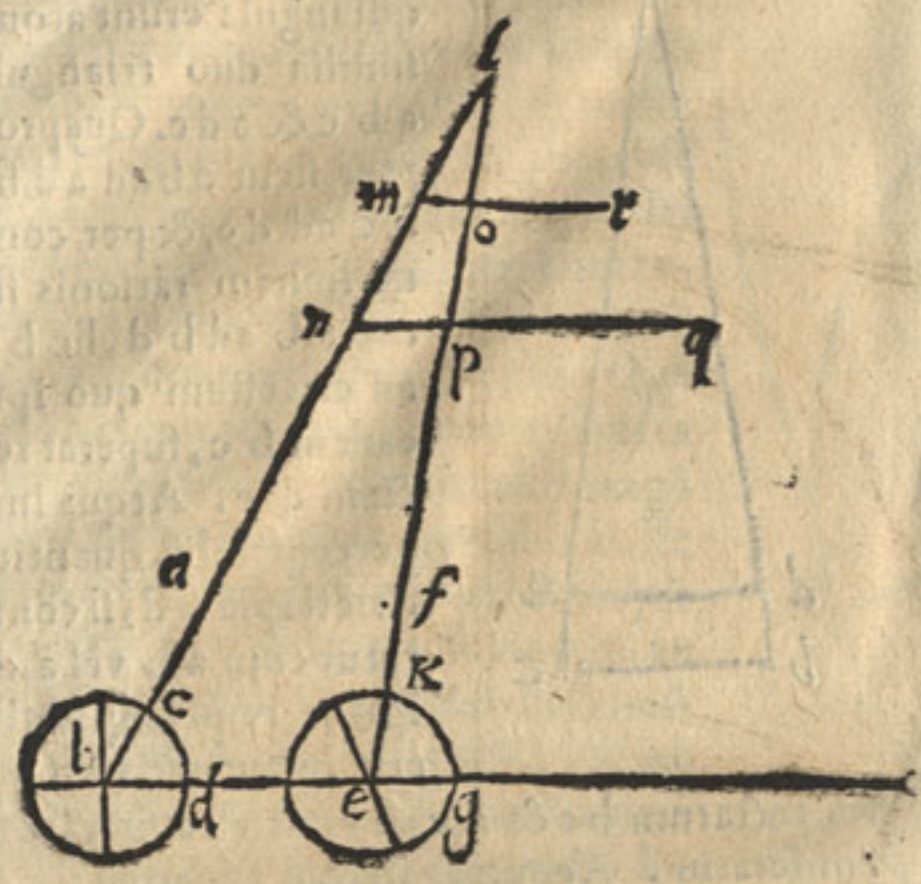


cta m s, ad rectos angulos secans rectam a b, terræ semidiametrum, semicircumferentia verò m t s. Et idcirco quot quot rectæ lineæ ductæ fuerint à coni vertice k, ad circumferentiam l q p. Solare corpus contingent in punctis eiusdem circumferentiæ, sed globum terrenum secabũt in punctis circumferentiæ m t s. Connectantur autem in Sole ipsa contactuum puncta cũ eius centro, & constituta erunt triangula æquilatera & æquiangula rectangulo triangulo K b l, per octauam propositionem primi Euclidis: omniumq; commune latus erit b K, reliquorum verò laterum quæ æqualia sunt radio K l, partes abscindantur: rectæ K o æquales, & ab earum terminis ad punctum a, rectæ ducantur lineæ. Triangula itaque hac arte constituta erunt ipsi triangulo a k o, æquilatera atq; æquiãgula. Et propterea in omnibus locis positis in semicirculo m t s, solares radij qui gnomonum vmbras distinguunt, æquales distantias Solis à verticibus commõstrabunt, & concurrent ad K, commune coincidentiæ punctum, quod etiam reliquis locis alterius semicirculi accidere necesse est. Sic igitur patet quòd solares radij vmbras disterminantes in illis locis quorum vertices in vno atq; eodem circulo maximo per centrum solis veniente, vel ante ipsum solem, vel post eum positi fuerint, ad solis partes concurrent, non autem in ipso sole. Sed in quibus ipsa verticalia puncta æqualibus circumferentijs distiterint ab ipso Sole, sub cẽtro terræ coincident. Hinc fieri necesse est, vt cum radio quocunque qui vmbram distinguit, innumeri alij radij concurrant apud Solem, & innumeri sub centro terræ. Proinde qui neq; primi generis sunt, neq; secũdi, quoniam in vno plano non sunt, neque paralleli sunt, neq; concurrunt.

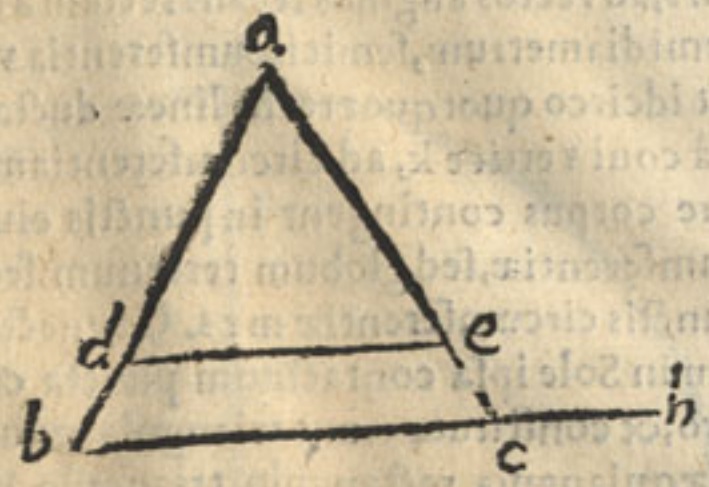
Ipsos autem solis radios apud terram parallelos apparere, demonstratum inuenimus à Vitellione, & in libro de Compositione diuersorum specul orum incerti authoris. Idipsum nos tamen multo exactius ostendemus in hunc modum. Duo solares radij æqualesq; a b & a c, ad superficiem terræ venientes in puncto a concurrant, siue in sole, siue prope solem, siue sub centro terræ, quorum æquales partes b d & c e apud terram, insensibilis sint quantitatis respectu longitudinis eorundem radiorum a b & a c, & connectantur b c & d e. Duæ igitur rectæ lineæ b c & d e, æquidistantes erunt, per secundam pro-

positionem sexti libri Euclidis: & idcirco æquiangula erunt atque similia duo triangula a b c & a d e. Quapropter sicut a b ad a d, sic b c ad d e, & per conuersionem rationis sicut a b ad b d, sic b c ad excessum quo ipsa eadem b c, superat rectam d e. Atqui imperceptibilis quantitatis est ipsa b d, si conferatur cum a b vel a d: igitur imperceptibilis erit quantitatis differẽtia rectarum b c & d e, si cum vtrauis earum conferatur. Aequales itaque apparent b c & d e, & quia sunt æquidistantes: duæ igitur b d & c e, quæ æquales positæ sunt, æquidistantes apparebunt. Rectæ enim lineæ æquidistantes annuere & quasi concurrere videntur, quando earum interuallum minui videtur, magisqúe sibi inuicẽ videntur appropinquare: quẽadmodum ostensum est ab Euclid. 6. propositione Perspectiuæ, & à Vitellione libro quarto. Et idcirco quando æqualia apparuerint cõcurrentium linearum interualla, neq; annuere, neq; abnuere videbuntur ipsæ concurrentes lineæ, & omnino parallelæ apparebunt. Et propterea b d & c e, rectæ lineæ apud terram æquidistantes videbuntur. Nihil autem refert siue ipsas b c & d e, pro interuallis sumas rectarum b d & c e, siue perpendiculares ab earum terminis ductas. Concludes etiam si voles per 33. propositionem primi Euclidis veluti Vitellio, & in ipso Speculorum libro.

Idẽ aliter experimento probatur in eodem libro. Radius enim a b, in Astrolabio cuius centrum est b, altitudinem solis demonstrat c d, horizontis linea b d in rectũ producatur, & in eodẽ plano in quo est ipsa Astrolabij facies, aliud Astrolabium suspendatur, centrum e habens in eadem recta linea. Itaq; radio solis e f per e centrum veniente, in eodem instanti altitudinis arcus g K, æqualis ipsi c d apparebit: anguli igitur a b d & f e g æquales. Quapropter duo radij a b & e f, paralleli apparebũt per 28. propositionem primi lib. Eucli. quod erat demonstrandũ. Cęterùm hanc posteriorẽ ostensionẽ non probamꝰ. Concurrant enim ipsi duo radij in pũcto l solis

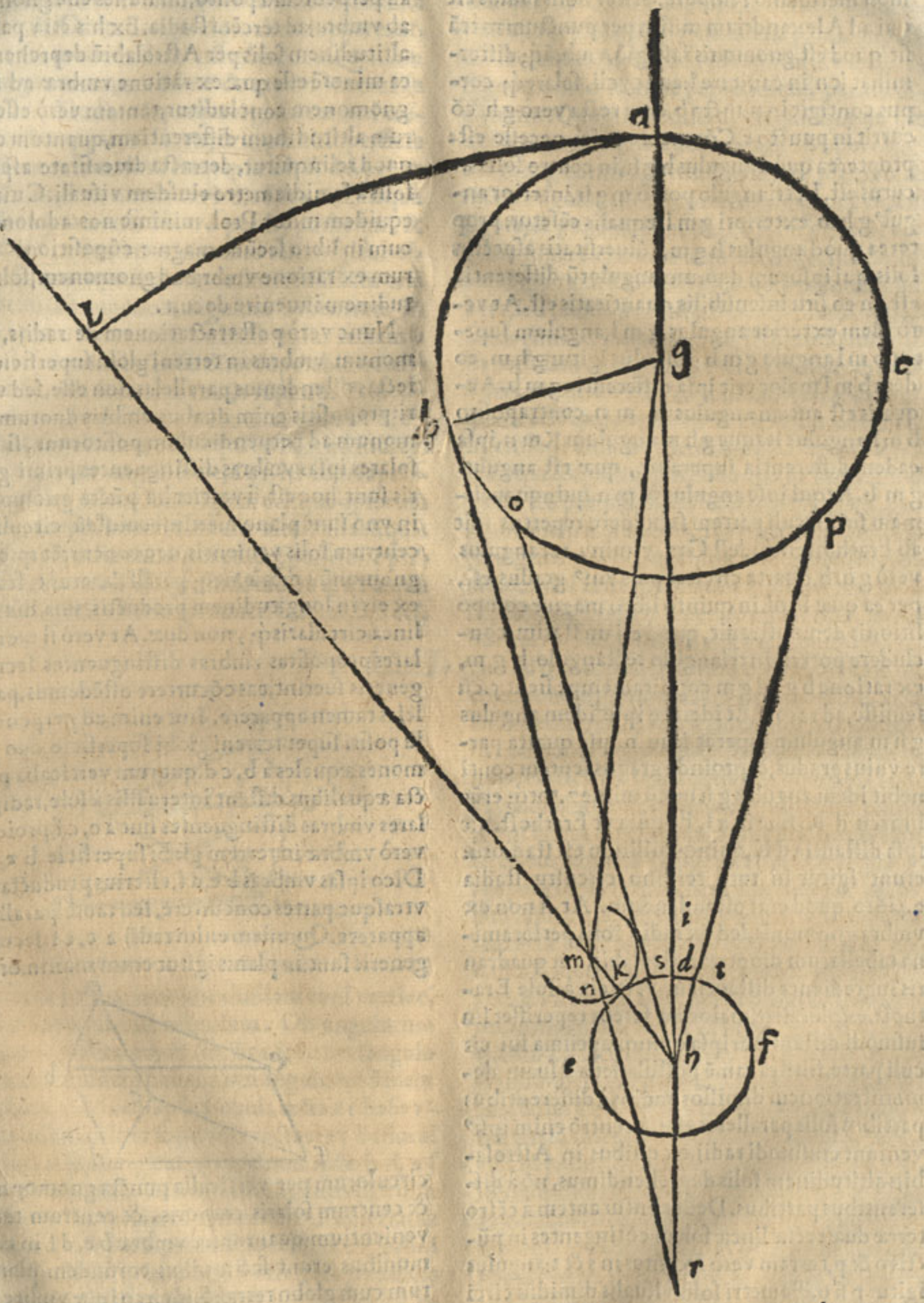


cẽtro,& sumantur radij b l,duæ æquales partes l m & m n,& à punctis m & n ipsi rectæ b e, duæ excitétur æquidistãtes lineæ m o & n p. Dupla igitur erit n l ipsius m l,& idcirco propter similitudinẽ triangulorũ l n p & l m o: dupla erit n p ipsius m o,& propterea inæquales apparebunt: nõ igitur videbũtur æquidistare ipsæ n m & p o,productis tamẽ n p & m o,vsque ad q & r angulus l p q,æqualis reperietur per Astrolabiũ angulo l n p,& angulus l o r angulo l m o, ꝓpter insensibilẽ differentiã: æquales sunt enim anguli l n p & l m o angulo a b d,ãguli etiã l o r & l p q, æquales ipsi f e g. Sed neq; si duæ rectæ lineæ visæ fuerint æquidistantes, coalterni anguli, aut exterior interiori, ob idipsum æquales reperti erunt per Astrolabiũ. In triãgulo enim æquilatero lõgissimorumq́; laterũ a b c, æquales sumãtur partes b d & c e, imperceptibilis tamẽ quãtitatis, si cum ipsis a b & a c cõferãtur, & cõnectatur d e. Differẽtia igitur duarũ rectarũ b c & d e, imperceptibilis erit, si cũ vtrauis earum conferatur, & idcirco æquales apparebunt eædẽ b c & d e, rectæ lineæ, & quia sunt æquidistantes: duas igitur b d & c e, æquidistantes apparere, quemadmodũ in prima figura cõcludes. Constat tamen quod producta b c ad h, & Astrolabij centro posito tũ ad b tum ad c, multo maior inuentꝰ erit exterior angulꝰ a c h, ipso interiore a b c duplus enim est ad eũ. Quare nõ ꝓpterea quòd radij solares æquidistãtes apparẽt, æquos angulos efficere vidẽtur in cẽtro Astrolabij, exterio rẽ interiori cũ horizõtis linea, neq; è cõtrario.



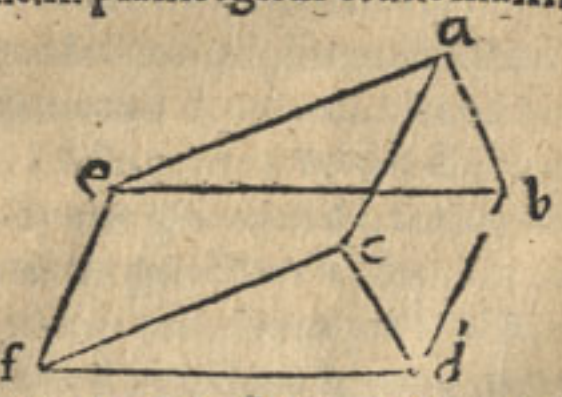
quia huiusmodi anguli æquales reperiũtur per Astrolabiũ, ipsi solares radij paralleli apparebũt. Propterea verò ãguli æquales apparẽt in Astrolabijs aut Sciotheris ĩstrumẽtis, tametsi inæquales sint: quoniã angulus quẽ ijdem radij vel in sole vel prope solem efficiunt, quo quidẽ exterior interiorem superat, propter sui paruitatem imperceptibilis est. Quanquam verò Erathostenes suppoſuerit radios solis æquidistantes, & idcirco coalternos angulos ad gnomonis verticẽ, & ad centrum terræ, æquales esse concluserit, in obseruatione illa quam in Alexandria fecit, ad inueniendum quantus esset totus terreni globi circuitus secundum maximum circulum, nihilominus vera est demonstratio nostra, ex qua colligitur radios solis in ipsa Erathostenis obseruatione sub centro terræ coincidere, angulũ verò factum ad gnomonis verticem, coalterno qui ad centrum terræ quarta circiter parte vniꝰ gradus minorem esse, & proinde arcus ipsius anguli qui in centro terræ, graduum erit septem cum min. 27. Quare si inter Syenẽ & Alexãdriã quinq; millia stadia sunt: in toto igitur terreni globi circuitu stadia erunt dũtaxat 241610. non 250000. Sit enim meridies ad vnguem ijs qui sunt in Syene, & Alexandria: hæc enim duo loca sub vno atque eodẽ meridiano posita sunt, cõmunes verò sectiones ipsius meridiani & solaris corporis, necnõ & terreni, circuli sint a b c & d e f, centrũ solis g: terræ verò h & cõnectatur g h. Sitq́; in Syene gnomon d i, rectus ad horizontem, verticale punctum a. Sit Alexandria vbi est K, agaturq́; recta linea per h & k, vsq; ad meridianũ vbi est punctum l, quod supra verticem est: gnomon verò ad horizõtem rectus K m. Ex magnitudine itaq; anguli d h K, concluditur ratio similium arcuum d K, a l ad suos circulos: ipsius verò anguli magnitudo ex binis radijs solaribus deprehenditur, quorum alter qui est g i à centro Solis missus vnam rectam lineam efficit cum gnomone d i, ac terræ semidiametro d h: incidit enim ad ꝓrpendiculũ,

&


a
b
g
c
o
p
i
m
n
k
s
d
t
e
h
f
r

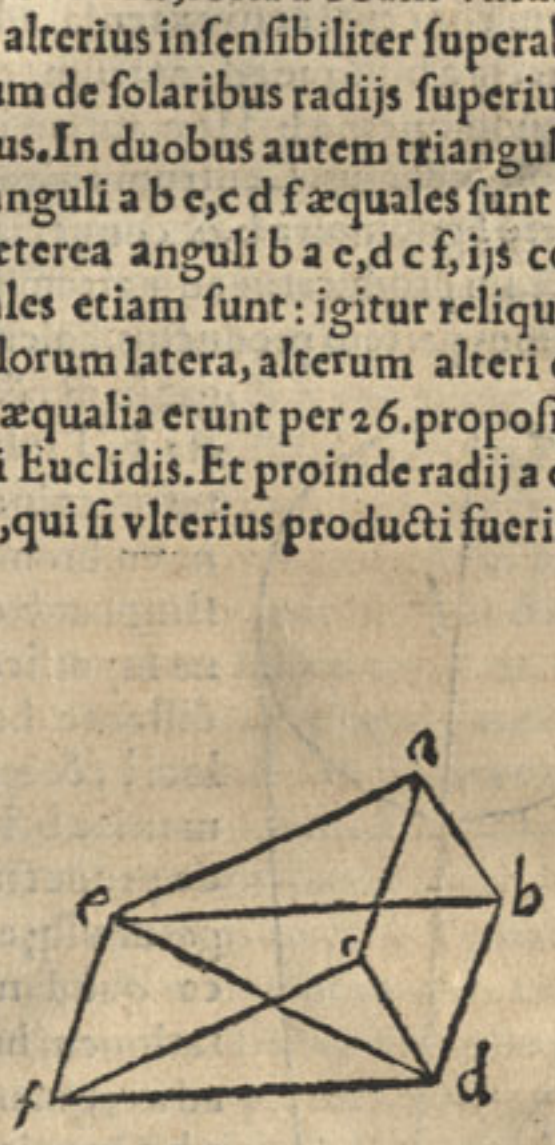
& propterea nullam admittit vmbram idē gnō mon meridiano tempore. Alter Solis radius est qui ad Alexandriam missus per punctum m trā sit, quod est gnomonis fastigiū, vmbrāq; disterminat k n in cauitate hemicycli, solareq; corpus contigit in puncto b, cum recta verò g h cōcurrit in puncto r. Cōcurrere enim necesse est: propterea quòd angulus b g h, in centro solis acutus est. In triangulo porrò m g h, interior angul⁹ g h m, exteriori g m l æqualis cēsetur: propterea quòd angulus h g m, diuersitatis aspectus solis, qui ipsorum duorum angulorū differentia est, in eo situ insensibilis quantitatis est. At verò idem exterior angulus g m l, angulum superat b m l angulo g m b: angulus igitur g h m, eodem b m l maior erit ipsa differentia g m b. Aequalis est autem angulus K m n contraposito b m l, angulus itaque g h m angulum K m n, ipsa eadem differentia superabit, quæ est angulus g m b. Atqui ipse angulus K m n, quinquagesimam sui circuli partem subtēdere repertus fuit ab Erathostene, idest Gra. 7. minu. 12. angulus verò g m b, quarta circiter pars vni⁹ gradus est, per ea quæ Ptol. in quinto libro magnæ compositionis demonstrauit, quod etiam statim concludere poteris in triangulo rectangulo b g m, ex ratione b g ad g m cognita, nempe sicut 5. cū semisse, ad 1210. Et idcirco ipse idem angulus g h m, angulum superat k m n, ipsa quarta parte vnius gradus, & proinde gradus septem continebit idem angulus g h m, cū min. 27. totq; erūt in arcu d K, siue in a l. Et quia vt Erathost. ait ipsa distantia d K, quinq; millium est stadiorū: erunt igitur in toto terreno circuitu stadia 241610. quod erat ostendendum. At si non ex vmbra gnomonis, sed ex radio Solis perforamina tabellarum dioptræ Astrolabij, aut quadrantis ingrediente distantiam verticis à sole Erathost. explorasset, maiorem fateor reperisset huiusmodi distantiam ipsa quinquagesima sui circuli parte, frustra tamē postulasset ad suam demonstrationem dimissos radios à differentibus partibus solis parallelos esse, à centro enim ipsi⁹ veniunt eiusmodi radij, ex quibus in Astrolabijs altitudinem solis deprehendimus, nō à differentibus partibus. Deducantur autem à cētro terræ duæ rectæ lineæ solem cōtingentes in pūctis o & p, terram verò secantes in s & t: angulus igitur p h o, diametri solis visualis dimidiū circiter vnius gradus continebit: & idcirco in toto terræ spatio s t, gnomones meridiano tēpore sine vmbris videbūtur, & ob eā causam Erathost. dixisse putō, Cleomede referēte, Sole in Syene ad perpēdiculū posito, immunes esse gnomones ab vmbra, ad tercēta stadia. Ex his etiā palā est, altitudinem solis per Astrolabiū deprehensam, ea minorē esse quæ ex ratione vmbræ ad suum gnomonem concluditur, tantam verò esse ipsarum altitudinum differentiam, quantum est id quod relinquitur, detracta diuersitate aspectus solis à semidiametro eiusdem visuali. Cuius rei equidem miror Ptol. minimè nos admonuisse, cum in libro secūdo magnæ cōpositionis astrorum ex ratione vmbræ ad gnomonem, solis altitudinem inuenire docuit.

Nunc verò post tractationem de radijs, gnomonum vmbras in terreni globi superficie proiectas ostendemus parallelas non esse, sed videri: propositis enim duabus vmbris duorum gnomonum ad perpendiculum positorum, si radij solares ipsas vmbras distinguentes primi generis sunt, hoc est, si verticalia pūcta gnomonum in vno sunt plano maximi cuiusdā circuli per centrum solis venientis, nec concurrēt ipsorum gnomonū vmbræ, neq; parallelæ erunt, sed fiet ex eis in longitudinem productis vna dūtaxat linea circularisq;, non duæ. At verò si radij solares propositas vmbras distinguentes secundi generis fuerint, eas cōcurrere ostēdemus, parallelas tamen apparere. Sint enim ad perpendiculū positi super terreni globi superficie duo gnomones æquales a b, c d, quorum verticalia puncta æqualibus distent interuallis à sole, radij solares vmbras distinguentes sint a e, c f, proiectæ verò vmbræ in terreni globi superficie b e, d f. Dico ipsas vmbras b e, d f, vlterius productas in vtrasque partes concurrere, sed tamē parallelas apparere. Quoniam enim radij a e, c f secundi generis sunt: in planis igitur erunt maximorum



circulorum per verticalia puncta gnomonum, & centrum solaris corporis, & centrum terræ venientium: quapropter vmbræ b e, d f in communibus erunt sectionibus eorundem planorum cum globo terræ: & idcirco ipsæ vmbrę b e d f, arcus erunt maximorum circulorū terreni globi per primam propositionem atque sextam primi libri Theod. Et proinde si eadē vmbræ

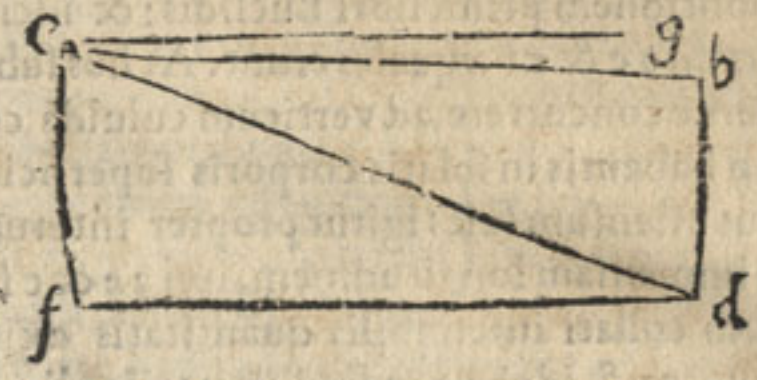
bræ b e, d f in cõtinuum producãtur, ad vtraſ-
que partes concurrent, quod in primis oſtendẽ
dum erat. Cæterũm quod parallelæ appareant,
in hunc modum demonſtrabimus. Quoniam
enim gnomonum vmbræ & earum interualla
cum amplitudine ſuperficiei globi terreni col-
lata rectæ apparent lineæ, & in plana ſuperficie
exiſtentes: ſumantur itaq; ipſæ e b & d f, pro re
ctis lineis, & connectãtur b d, e f & a c. At æqua
les ſunt gnomones a b, c d per hypotheſim, &
producti concurrunt in centro terræ: igitur ob
angulorum æqualitatem, & ſimilitudinem triã
gulorum, communem angulum habentium in
ipſo centro terræ, recta a c baſis vnius rectam b
d, baſim alterius inſenſibiliter ſuperabit: quem-
admodum de ſolaribus radijs ſuperius demon-
ſtrauimus. In duobus autem triangulis a e b, c f
d, duo anguli a b e, c d f æquales ſunt ad inuicẽ:
duo præterea anguli b a e, d c f, ijs contrapoſi-
ti æquales etiam ſunt: igitur reliqua ipſorum
triangulorum latera, alterum alteri cũ reliquis
angulis æqualia erunt per 26. propoſitionẽ pri-
mi libri Euclidis. Et proinde radij a e, c f æqua
les ſunt, qui ſi vlterius producti fuerint, ſub cen



tro terræ cõcurrent in cuiuſdam coni vertice,
velut ſuperius fuit oſtenſum. Ob angulorum
igitur æqualitatem & ſimilitudinem triangulo
rum communem habentium angulum ad idem
pũctum, verticem ipſius coni, recta a c baſis v-
nius inſenſibiliter ſuperabit rectam e f baſim al
terius: æquales igitur apparebunt ipſæ b d, e f
per communem ſententiam: inſenſibili enim
differentia à recta a c ſuperantur. Connectatur
autem d e, & per 8. propoſitionem, & 27. primi
libri Euclidis, ipſas e b, f d oſtendes parallelas
apparere. Melius tamen meo iudicio id ex eo
inferes, quòd ipſæ æquales rectæ lineæ e b & f d
paribus videantur diſtare interuallis, nempe e f
& b d, quemadmodum ſuperius de radijs ſolis
concluſimus. Et nõn ſolum gnomonum vm-
bræ quæ in cõnexa ſuperficie terreni globi ex
tenſæ ſunt: ſed etiam quæ in vna plana ſuperfi
cie iaciuntur, parallelæ videbuntur, ſi modò ip-
ſi gnomones à ratione perpendiculi parum di-
ſtiterint. Quoniam enim in rectam lineam pro
ducti in centro terræ coincidunt: nõ poteſt igi
tur vterq; eorum ad vnum idemq; planum ad
rectos angulos eſſe. Repetatur itaq; præcedens
figura, & ponamus gnomonem a b, ad rectos an
gulos ſuper ſuperficie æquidiſtante hotizonti
loci b, gnomonem verò c d, eidem plano incum
bere, ſed tamen à rectitudine inſenſibili differẽ
tia declinare, item paribus in mundo interual
lis eorũdem gnomorum vertices à Sole diſtare.
Recta igitur c d vſq; ad centrum terræ extenſa
maior erit ipſa a b, ad idem centrum perducta,
inſenſibili tamen differẽtia: rectæ autem a b &
c d æquales poſitæ ſunt: duæ igitur rectæ lineæ
a c & b d pro parallelis habebuntur, per 2. pro-
poſitionem 6. Euclidis. Iam igitur in ſimilibus
triangulis quemadmodum de radijs ſolaribus
ratiocinati ſumus, rectam a c concludemus in
ſenſibili differentia ſuperare rectam b d. In duo
bus porrò triangulis a b e & c d f: quoniam an-
guli ad b & d, puncta, propter inſenſibilem de-
clinationem gnomonis c d, à rectitudine, æqua
les ſupponuntur: duo item anguli b a e & d c f,
ijs contrapoſiti qui pares diſtantias ſubtendũt
inter vertices & ſolem, æquales ſunt, ipſi etiam
gnomones a b & c d, æquales poſiti ſunt: reliqua
igitur latera eorundem triangulorum reliquis
lateribus æqualia erunt, alterum alteri per 26.
propoſitionem primi libri Euclidis: & idcirco
duo radij a e & c f æquales erunt. At hos ſub cẽ
tro terræ concurrere, ad verticem cuiuſdã coni
baſim habentis in ſolaris corporis ſuperficie ſu
perius oſtenſum fuit: igitur propter interuallo
rum immenſam longitudinem, ipſi a e & c f cũ
eiſdem collati inſenſibilis quantitatis exiſti-
mabuntur: & idcirco in ſimilibus triãgulis quo
rum baſes a c & e f, rectam a c concludemus ſi-
cut antea inſenſibili differẽtia ſuperare rectam
e f. Oſtenſum porrò fuit ipſam quoq; rectã b d,
inſenſibiliter ſuperare: duæ igitur b d & e f, pro
æqualibus habebuntur. Et idcirco duo b e & d
f, quoniam paribus diſtant interuallis parallelæ
apparebunt. Vel ſi mauis id inferre ex elemen
tis Geometricis primi libri Euclidis, connecta-
tur b f aut e d: & quoniã b e & d f æquales oſtẽ-
ſæ ſunt: per 8. igitur propoſitionem & 27. ipſius
primi libri, duas rectas lineas b e & d f, paralle-

las

las apparere concludes. At concurrere neceſſe eſt ad partem b d, ſi in rectũ producantur, quod quidem non erit difficile demonſtrare. Radius enim a e, ſi ad verticem vſq; concepti coni producTus intelligatur, maiorem rationẽ habebit ad a e, quàm recta a b, vſque ad centrum terræ extenſa habet ad ipſam a b: & idcirco in duobus illis triangulis quorum communis baſis eſt a c, oppoſitus verò angulus in vno eorũ ad verticem coni eſt: in altero autem ad centrum terræ, maiorem rationẽ habebit a c, ad eum exceſſum quo rectam ſuperat e f, quàm ad eum quo rectã excedit b d, per conuerſionem rationis & 13. quinti, & proinde minori differentia ſuperabit ipſa eadem a c, rectam e f quàm rectam b d, & propterea maior erit e f quàm b d. Ex quo quidem ſtatim concludes ipſas b e & d f, concurrere ad partem b d. Connectatur enim d e, & quoniam in duobus triangulis e f d & e b d, duo latera b e & d f æqualia oſtenſa ſunt: latus autem d e cõmune eſt vtriq; triangulo, ſed baſis e f triãguli e f d, maior eſt baſe b d trianguli e b d: angulus igitur e d f ipſius trianguli e f d, maior erit angulo b e d trianguli e b d, per 25. primi Euclidis. Ad punctum itaq; e terminum rectæ e d, faciemus cum ipſa e d angulum d e g, æqualem ipſi angulo e d f, per 23. propoſitionem ipſius primi libri Euclidis: & idcirco duæ rectæ lineæ d f & e g, parallelæ erunt per 27. propoſitionẽ eiuſdem primi libri Euclidis: & proinde duo anguli e f d & f e g, duobus rectis æquales erunt per 29. Atqui angulus f e b, minor eſt ipſo angulo

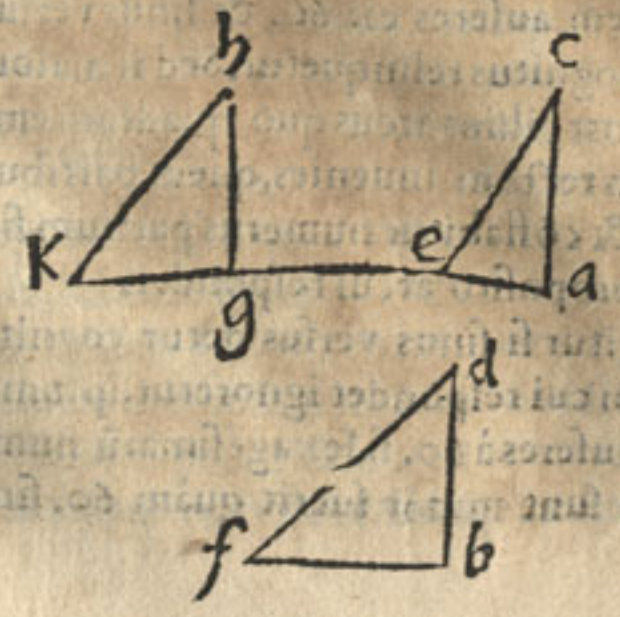


f e g: duo igitur anguli e f d & f e b, minores erunt duobus rectis, & idcirco ipſæ duæ rectæ lineæ f d & e b, cõcurrent ad partes b d, per quintum poſtulatum, quod quidem demonſtrandum ſuſcepimus. Suppoſita porrò ſententia Eratoſtenis de ambitu terreni globi, & Archimedis demonſtratione de circuli demenſione, quãdo gnomon c d à rectitudine diſceſſerit decima parte vnius gradꝰ, ideſt minutis 6. interuallum b d, inter duas vmbras b e & d f, nouem ferè millia paſſuum continebit: quando verò vno duntaxat minuto à rectitudine declinauerit, erit ipſum interuallum paſſuum ferè 1500. Angulus enim quem duo gnomones a b & c d, in centro terræ coincidentes efficiunt, ipſi declinationi gnomonis c d æqualis exiſtit, ipſamq; vmbrarum diſtantiam ſubtendit.

Lemma.

SVmpſimus autem ad oſtendẽdum vmbras b e & d f, concurrere ad partem b d, quòd maiorem rationem habet recta a e, vſque ad verticem concepti coni extenſa, ad radium a e quàm recta a b, vſque ad centrum terræ perducta, ad gnomonem a b. Hoc autem in ſubiecta figura oſtendemus. Centrum enim terræ ſit K, Solis verò l gnomon a b, & connectatur K l, quæ in rectum producatur ad partem K, radius a e, in vtramq; partem productus, Solem contingat in m, & cum recta K l ſub centro terræ coincidat in n, vmbramq́e diſtinguat b e, in plana ſuperficie æquidiſtante horizonti loci l, & ipſius gnomonis a b, longitudo producta intelligatur vſq; ad K. Dico quòd maiorem rationem habet a n ad a e, quam a K ad a b. Quoniam enim angulus b k l, arcũ ſubtendit complemẽti altitudinis ſolis ſupra horizontẽ: acutus igitur eſt, & reliquus idcirco b k n obtuſus erit. A pũcto itaq; K ſuper a K in plano trianguli a k n recta k i, ad rectos angulos excitetur. Igitur propter æqualitatẽ angulorum & ſimilitudinem triangulorum a K i & a b e, ſicut

ficut est a K ad a b, sic erit a i ad a e, maior est autem a n ipsa a i: maiorem igitur rationē habebit a n ad a e, quàm ipsa a i ad eandem a e: & idcirco maiorem habebit rationem a n ad a e, quam a K ad a b, per 12. propositionem quinti libri Euclidis ex Campano, quod erat assumptum. Et in hac quoque figura poteris alio modo ostendere rectam b d, minorem esse recta e f. Nam sicut est a b ad b K, sic a c ad e i, atqui a c ad e i, maiorē habet rationem, quàm ad e n: igitur a b ad b k, maiorem rationem habet quàm a c ad e n: igitur tota a K ad b k, maiorem habebit rationem quàm a n ad e n. At verò sicut a K ad b K, sic in similibus triangulis a c ad b d, & sicut a n ad e n, sic in alijs similibus triangulis a c ad e f: igitur maiorē rationē habebit a c ad b d quàm ad e f, & proinde minor erit b d ipsa e f. Et reliquas quoque vmbras quas cæteri radij distinguūt, qui neque primi generis sunt, neque secundi parallelas non esse, sed videri, eadem methodo ostendem⁹. In locis enim a & b, gnomones a c & b d, vmbras proijciant a e & b f, radij verò c e & d f, qui eas distinguunt neq; primi generis sint, neque secundi, idest neque existant in plano vni⁹ maximi circuli per verticalia puncta eorundē locorum, & centrum solaris corporis, atque terreni globi venientis, nec æquales distantias à verticibus ostendant, sed angulus a c e quem radius c e, cum gnomone efficit a c angulo b d f quem radi⁹ d f, cum gnomone efficit b d minor sit. Dico ipsas vmbras a e & b f, parallelas non esse, sed videri. Nam quoniam a e maximi circuli terræ segmentum esse, superius ostensum fuit: extendatur igitur ad partem Soli oppositam, & in eodem maximo circulo locus g, intelligatur, à cuius vertice tanto interuallo Sol distet, quanto recedit à vertice loci b. Gnomō igitur g h in ipso loco g, vmbram proijciat g K in eodem instanti, radius verò Solis ipsam distinguens vmbram, erit h K. At ex his quæ à nobis superius

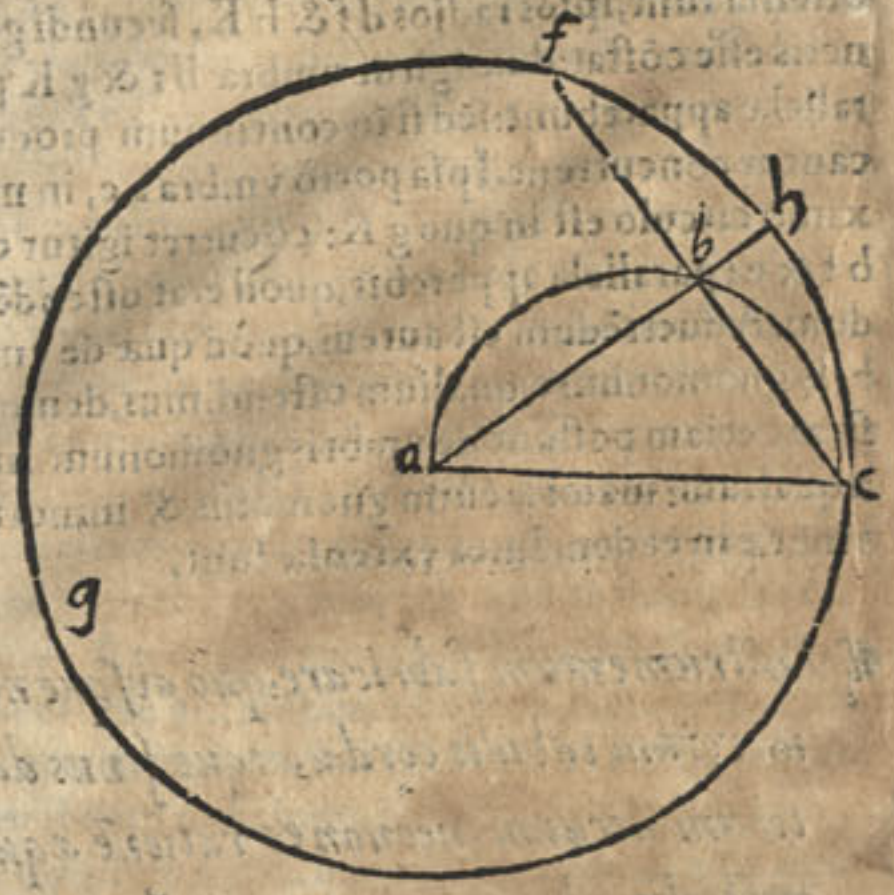


ostensa sunt, ipsos radios d f & h K, secundi generis esse cōstat: duæ igitur vmbræ b f & g K parallelæ apparebunt: sed si in continuum producantur concurrent. Ipsa porrò vmbra a e, in maximo circulo est in quo g K: cōcurret igitur cū b f & e i parallela apparebit, quod erat ostendēdum. Aduertēdum est autem, quòd quæ de vmbris gnomonum æqualium ostendimus, demonstrari etiam possunt de vmbris gnomonum inæqualium: maioris enim gnomonis & minoris vmbræ in eadem linea extensæ sunt.

¶ *Instrumentum fabricare, quo absque numerorum tabulis cordas, atque sinus datorum arcuum, necnon & rationē æquinoctialis ad quemuis æquidistātium inuenire possis, & quædam alia.*

Cap. 19.

IN plana quauis tabula semicirculus describatur a b c, & in nonaginta æquales partes diuidatur. Et super punctio c termino diametri a c, regula quædā voluatur ipsi diametro a c æqualis, cui⁹ ea facies quæ ad punctum c, dirigitur in 60. æquales partes diuisa sit. Igitur cum dati arcus sinum rectū inuenire libuerit, numerum graduum qui in eo fuerit, in semicirculo supputabimus à puncto c in a. Sit exempli gratia finis vbi b. Regulam idcirco traducem⁹ ad ipsum b in situ c f, Nā quot sexagesimæ fuerint in c b, tot habebit sinus rectus dati arcus. Huius demonstratio facilis est. Super pūcto enim a interuallo a c, circulus quidam descriptus intelligatur qui sit c f g, & ab ipso centro a recta linea ducatur per b, quæ ipsius concepti circuli circumferentiam attingat in puncto h. Et quoniam angulus a b c, in semicirculo rectus est: recta igitur linea b c, sinus rectus erit arcus c h. At verò sicut rectus angulus a b c, ad acutum b a c, sic semicirculus a b c ad arcum b c. Item sicut rectus angulus qui in centro a, cōstitutus fuerit, ad ipsum acutum b a c, sic quadrans circuli c f g ad arcum c h: omnes porrò anguli recti æquales inuicem sunt. Igitur sicut semicirculus a b c, ad arcum b c: sic quadrans circuli c f g, ad arcum c h. Et idcirco quot semicirculi a b c, nonagesimæ in arcu b c sunt, tot quadrantis circuli c f g, erunt in arcu c h.



Tot autem ſupputauimus in ſemicirculo, quot erant in propoſito arcu: igitur inuẽtus eſt ea arte dati arcus ſinus rectus, quod erat oſtẽdendũ. Concludere etiam poteris duos arcus c b & c h, æquales eſſe. Nam ſicut circulus ad circulum, ſic diameter ad diametrum: quadrans igitur circuli c f g, & ſemicirculus a b c æquales erunt. Oſtenſum eſt autem ſemicirculum a b c ad arcum b c, & quadrantem circuli c f g, ad arcum c h in eadem eſſe ratione: igitur ſicut ſemicirculus ad quadrantẽ, ſic b c ad c h per permutatã, & proinde æquales erunt ipſi arcus c b & c h, quod oſtendere voluimus. Aduertendum eſt autem, quòd hac arte inuenitur ſinus rectus dati arcus vno quadrante minoris. At verò ſi propoſitus arcus maior quadrante fuerit, auferendus erit ex 180. & reſidui ſinum rectum inuenie mus. Nam vna & eadem recta linea detracti & relicti ſinus rectus exiſtit. Et quoniam ſemidiameter cuiuſuis circuli æquinoctiali æquidiſtantis ſinus rectus eſt diſtantiæ eiuſdem à polo mundi viciniore: cum igitur rationem æquinoctialis circuli ad quemuis æquidiſtantium cognoſcere operæpretium fuerit, ſinum rectum inueniemus illius arcus, quo datus circulus æquinoctiali æquidiſtans à polo viciniore abeſt. Nã ſicut numerus partium qui in inuento ſinu repertus fuerit ad 60. ſic ſe habebit datus æquidiſtans ad æquinoctialem. Præterea quoniam eadem eſt ratio duorum quorumcunq; circulorum, & ſimilium partium: quonam igitur modo gradus circulorum æquinoctiali æquidiſtantium in gradus maximi circuli ſint conuerten di non erit difficile inuenire. Nam diametrum a c, vnum eſſe gradum æquinoctialis ponemus: & erit idcirco quælibet ipſius diametri ſexageſima minutum vnum. Quapropter quot ſexageſimæ repertæ fuerint in ſinu recto diſtantiæ dati paralleli à polo viciniore, ideſt quot habuerit ſexageſimas ſemidiameter dati paralleli, tot minuta vnius gradus æquinoctialis gradus vnus dati paralleli cõtinebit. Deindè verò eadem minuta multiplicando in numerum graduum qui in propoſito arcu dati paralleli ſunt, ſummam colligemus graduum & minutorum maximi circuli qui in ipſo arcu dati paralleli ſunt. Et eadem prorſus arte cognoſci poterit, quot Italica milliaria in terrena ſuperficie vni gradui reſpondeant, dati circuli æquinoctiali æquidiſtantis. Ponemus enim (vt ſupra) diametrum a c, vnũ eſſe graduum maximi circuli: & erit idcirco vna ipſius ſexageſima vnum Italicum milliare, vt ſint in vno gradu milliaria 60. ita enim receptum videmus. Quapropter quot ſexageſimæ repertæ fuerint ſ ſemidiametro dati paralleli, tot Italica milliaria grad⁹ vnus eiuſdem paralleli continebit. Quòd ſi alijs menſuris præter milliaria vti libuerit, diuidenda erit diameter a c, regulæúe longitudo in eum numerum partium, qui vni gradui maximi circuli ſecundum datam menſuram reſpondet: deinde verò, vt anteà, operabimur. Iam verò ſi ſinus rectus detur cognitus, ſed arcus ille cui reſpondet ignoretur, numerum ſexageſimarum dati ſinus recti in regula inſtrumẽti ſupputabimus, initium ſumendo ab ipſo c puncto, finem verò nota aliqua ſignabimus, & deinde regulã ipſam tamdiu circumducemus, donec impoſita nota ad ſemicirculi circumferentiam veniat. Nam arcus inter ipſam notam & punctum c, quot gradus arcus ille qui quærebatur comprehẽdat, nobis oſtendet. Porrò ſi arcus detur cognitus, ſinus verò verſus ignoretur, minor quadrante ſi fuerit, ſinum rectum cõplementi inuenies, quẽ quidem auferes ex 60. & ſinus verſus dati arcus cognitus relinquetur. Sed ſi maior quadrãte fuerit, illius arcus quo quadrantem ſuperat, ſinum rectum inuenies, quem partibus 60. addes, & cõflabitur numerus partium ſinus verſi, qui propoſito arcui reſpondet.

Igitur ſi ſinus verſus detur cognitus, arcus autem cui reſpondet ignoretur, ipſum ſinũ verſum auferes à 60. ſi ſexageſimarũ numerus qui in eo ſunt minor fuerit quàm 60. ſinus enim re-

rectus relinquetur,qui complemẽto quæsiti arcus respõder. Cum igitur arcus ipsius sinus recti modo supradicto inuentus fuerit, eum auferemus à gradib⁹ 90.& cognitus relinquetur arcus ille qui dato sinui verso respondet. Sed si datus sinus versus maior fuerit quàm 60.auferãtur ab eo 60.& relinquetur sinus rectus cuiusdam arcus,quo quidem quæsitus arcus quadrantem superat.Inueniatur igitur arcus qui eidem sinui recto respondet,& quadrãti adijciatur,arcusq; conflabitur,qui quærebatur. At si arcus fuerit cognitus, corda autem ignoretur, dimidij propositi arcus sinum rectum inquiremus, quo geminato ipsius propositi arcus corda patefiet.

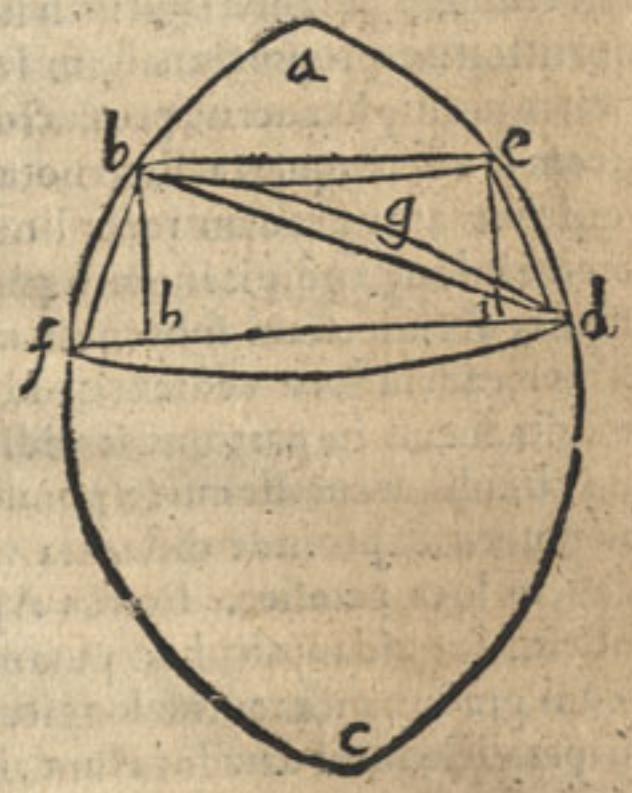
Sed si corda cognita fuerit, arcus verò ignoretur,eum inueniemus arcum,cui quidem propositæ cordæ dimidium tanquam sinus rectus respondeat.Quo geminato,arcus qui quærebatur,innotescet.Respondet autem vna atq; eadẽ corda duabus circumferentijs,quarum vna est semicirculo minor,altera vero maior quæ circulum complet. Regulæ porrò longitudinem circuliué maximi semidiametrũ in hoc instrumento in 60. æquales partes secauimus more Ptolemæi. Sed quia recentiores Mathematici complura problemata multo facilius quàm Ptolemæ⁹ absoluunt,sola videlicet multiplicatione ac diuisione 4.quantitatum proportionalium, quarum vna sinus totus semper est: semidiametrum igitur circuli regulæue longitudinem in 100. partes aut mille si diuiseris,citius ipsas multiplicationes ac diuisiones perages.

¶ *Datis latitudinibus & longitudinibus, duorum locorum eorum intercapedinem metiri. Cap.20.*

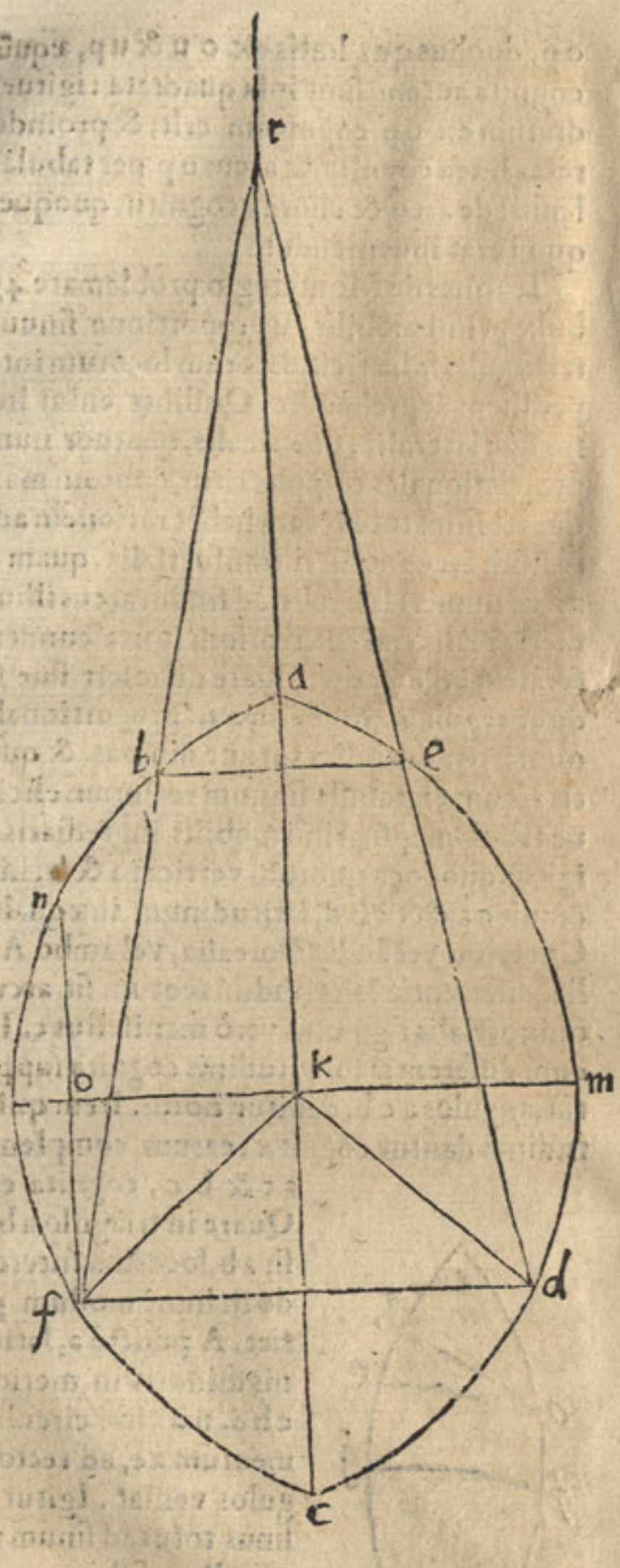
DVobus modis hoc cognosci potest, aut numeris, aut instrumẽto.Numeris verò hac arte. Vel enim data loca sub vno meridiano posita sunt, vel sub vno parallelo, vel sub diuersis meridianis & parallelis. Si sub vno meridiano, & vel ambo sunt Borealia, vel ambo Australia,sublata minori latitudine à maiori, arcus meridiani qui relictus fuerit, distantia erit viatoria inter ipsa data loca. Sed si sub eodem meridiano posita sunt, vnus tamen Australis est, alter verò Borealis, ipsas duas latitudines in vnam summam colligemus, & distantia viatoria prodibit nota. At si sub vno parallelo posita sunt, differunt autem meridianis, corda differentiæ longitudinis ipsorum locorum in sinum rectum complementi altitudinis poli multiplicetur, productum verò diuidatur in 60. & venient in quotiente numer⁹ partium quem chorda arcus circuli maximi per ipsa data loca venientis continet. Maximi enim circuli semidiametrum 60. æqualiũ partiũ subijcimus. Chorda porrò cognita existente arcus ignorari non potest: & idcirco ipse maximi circuli arcus, qui per eadem loca scribitur, cognitus erit. Demonstratio huius facilis est. Nam sicut se habet æquinoctialis semidiameter ad propositi paralleli semidiametrum, sic recta subtendens arcum differentiæ longitudinis in æquinoctiali, ad rectam subtendentem arcum differentiæ longitudinis in eodem parallelo, quod quidem per 14. secun. Theod. & quartam 6. Euclidis concludes. At sinus rectus complementi altitudinis poli complementiúe declinationis dati paralleli, semidiameter est eiusdem paralleli: igitur si harum quatuor quantitatum proportionalium secundam in tertiam multiplicaueris, productum verò per primam diuiseris,quarta illico nota prodibit, Et quia vna atque eadem recta linea arcum differentiæ longitudinis in dato parallelo subtendens, arcum etiam subtendit maximi circuli per eadem loca venientis: idcirco cum ea cognita fuerit in partibus semidiametri maximi circuli, arcus ille cui respondet ignorari non poterit,& proinde distantia viatoria inter eadem loca patefiet. Petrus Appianus & Stoflerus & quidam alij hoc putant absoluisse, cum gradus differentiæ longitudinis qui in ipso parallelo inter data loca sunt, in gradus maximi circuli conuerterint, & ipsos denique gradus maximi circuli in milliaria, aut stadia, aut alias quasuis mensuras. At non aduertunt quòd eo modo distantiam viatoriam quæ quidem segmentum maximi circuli esse debet,non inueniunt, sed tantum quot milliaria aut stadia paralleli arcus inter eadem loca comprehendat.

Quando verò duo data loca diuersos habẽt meridianos, & diuersos parallelos, maiori negotio præsens problema absoluitur. Quidam enim in sphærico rectanguloq; triangulo datorum locorum intercapedinem perinde metiuntur,atq; in rectilineo:sumptis videlicet radicib⁹

quadratorum duorum laterum rectum angulũ ambientium. Alij hoc idem eadẽ methodo inueſtigant, ſed exactius, conuerſo imprimis vno latere trianguli quod paralleli ſegmentum exiſtit, in partes maximi circuli. His autẽ duobus modis ſine ſenſibili errore vti poſſumus in exiguis diſtantijs, in magnis verò alia arte vtendũ erit. Quare Ioannes Vernerus & Ioãnes de Mõteregio vt certiſsimis numeris locorum diſtantias inuenirent, multo aliter rem hãc tractarũt. Verneri modus hic eſt. Sint duo data loca ſub diuerſis meridianis a b c & a d c poſita, vertex loci à circulo æquinoctiali diſtantioris ſit b, vertex verò loci qui ab ipſo æquinoctiali minus recedit, ſit d, ſegmentum paralleli loci b inter ipſos meridianos ſit b e, ſegmentum verò paralleli loci d inter eoſdem meridianos ſit d f, arcus maximi circuli inter b & d, cuius quantitatem cognoſcere volumus ſit b g d, & recta ſubtenſa b d, rectæ verò b e & d f, datorum parallelorum ſegmenta ſubtendant: at duæ rectæ b f & e d, duos æquales arcus meridianorum inter eoſdẽ



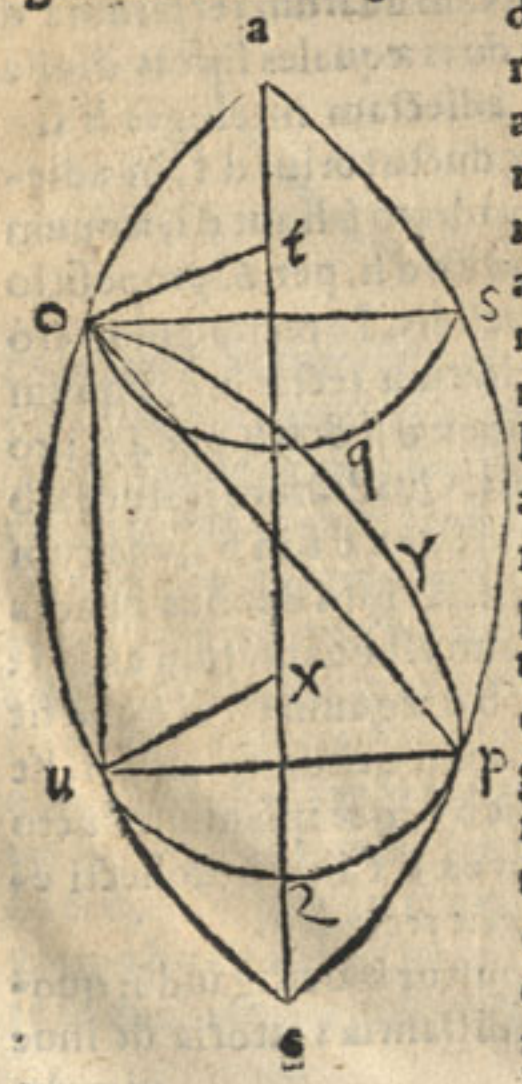
parallelos. Et quoniam ipſæ rectæ lineæ b f & e d æquales, cognitos arcus ſubtendunt: per tabulam igitur de arcu & corda innoteſcent. Paralleli porrò cogniti ſunt, & eorũ ſegmenta inter meridianos comprehẽſa etiam cognita: duæ idcirco rectæ lineæ b e & f d, in partibus qualiũ æquinoctialis, aut meridiani diameter eſt 120. arte paulò ante tradita cognitæ erunt. Deinde à punctis b & e, ſuper rectam f d perpendiculares ſint b h & e i: recta igitur b e rectæ i h æqualis erit, & recta b h rectæ ei æqualis in parallelogramo b e i h, per 34. primi libri Euclidis. Quare in duobus triangulis rectangulis b f h & e i d, duo latera f h & i d, æqualia erunt, per 47. propoſitionem eiuſdem primi libri, & communẽ ſententiam ſi ab æqualibus æqualia auferantur. Igitur vtraq; ipſarum f h & i d, dimidium erit differentiæ duarum rectarum d f & b e. Cognitæ ſunt autem ipſæ d f & b e: igitur dimidia differentia cognita erit, qua ſubtracta à recta f d recta d h, cognita relinquetur. In rectangulo autem triangulo b f h detracto quadrato rectæ f h, quæ iã innotuit ex quadrato rectæ b f, quadratum rectæ b h, cognitum relinquetur. Similiter quadratum rectæ d h, notum exiſtit: igitur in rectangulo triangulo b d h, quadratũ lateris b d, rectum angulum ſubtendentis, quod quidẽ per 47. propoſitionem primi libri Euclidis, eiſdem duobus quadratis æquum eſt, cognitum erit. & proinde ipſum latus b d, ignorari non poterit. Quare per tabulam Ptol. de arcu & corda, b g d maximi circuli ſegmentum inter data loca comprehenſum patefiet, quod erat oſtendẽdum. Cæterũm in hac demonſtratione, quod præcipuum erat, & imprimis oſtendendum, ſine quo reliqua conſtare non poſſunt, id à Vernero prætermiſſum eſt. Operæprætium enim erat demonſtrare duas rectas lineas b e & f d parallelas eſſe, quod quidem per 16. propoſitionẽ 11. libri Euclidis illico concludes, ſi modo oſtenſum fuerit, eaſdem rectas b e & f d, in vno plano poſitas eſſe, ſed non liquet. Quare vt hoc ipſum demonſtremus, centrum ſphæræ ponemus k, ipſorum verò meridianorum cõmunem ſectionem rectam a c, mundanum axem, & in plano meridiani a b c recta K l, rectos angulos efficiat cum ipſo axe a c, item recta K m, in plano meridiani a d c: rectos quoq; angulos cum ipſa a c, & verticale punctum b, vergat ad partes poli a, verticale verò d, ad oppoſitum polũ qui eſt c: cæterum magis recedat b, ab æquinoctialis puncto l quàm d ab m: ita enim modo ponim⁹. Eſto porrò arcus l n, æqualis ipſi f l aut d m, & connectatur f n, quæ rectam K l ſecet in o, item connectantur f K & d K. Quapropter rectilineus angulus n o K rectus erit, rectus etiam eſt a K o: igitur parallelæ ſunt duæ rectæ f n a k. In has autem incidit recta f K. Quare duo anguli K f n, a K f duobus rectis erunt æquales, per 29. propoſitionẽ primi libri Euclidis. Duo igitur anguli b f k & a k f, duobus rectis minores erunt: & idcirco duæ rectæ b f, a K concurrent ad partes a b, per quintum poſtulatum. Similiter demonſtrabitur duas rectas d e, a K concurrere ad partes a e. Concurrant autem b f, a k in



in puncto r, dico duas rectas d e, a K in ipso quoque puncto r concurrere. Quoniam enim duo arcus a f, a d æquales inuicē sunt: duo igitur anguli a K f & a K d, æquales erunt. Duo verò acuti anguli b f k & e d K, æquales sunt inter se. Nam angulus b f K, in eo minori segmento est, qui relinquitur detracta circumferentia b f, ex semicirculo. At æquales ostensæ sunt b f & e d: igitur in segmentis æqualibus sunt ipsi duo anguli b f k & e d k: & idcirco æquales erunt per 27. propositionem tertij libri Euclidis. Cum igitur super æquales rectas lineas f K & d k, duæ rectæ b f & d e, æquales efficiant angulos ad puncta f & d: recta præterea a K ad punctum K, æquales efficiat angulos cum eisdem, nisi fatearis b f & d e, ad idem punctum concurrere quod est r, in impossibile incides per 26. propositionem primi libri Euclidis: totum enim & pars æqualia erunt. Quapropter in ipso puncto r, cōcurrunt. Quando autem duæ rectæ lineæ se inuicem secant, in vno sunt plano, & omne triangulum in vno existit plano per secundam propositionem 11. libri Euclidis: recta igitur d f, basis est trianguli f d r, & in eodem plano recta b e existit, quod erat demonstrandum. Simul autē concludes per secundam sexti b e & f d parallelas esse. Idem autem ostendemus, & simili omnino syllogismo, si vterq; locus ad eundem polum vergat, aut Borealem, aut Australem. Nam in vno atq; eodem puncto concurrent. Itaque modus ille quo vsus est Vernerus ad inueniendum interuallū inter duo loca, certior est alijs, opus tamē valdè prolixum, quippe in quo quā plures fiant multiplicationes, diuisiones, atque subtractiones, quanquam semel tantum radix quadrata extrahatur. Cæterùm si secundum librum Elementorum Euclidis consulas, multo breuiori calculo idipsum problema absolues. Postquam enim rectas lineas b e, f d in partes diametri maximi circuli conuerteris, vnam in alteram multiplicabis, producto verò quadratū addes rectæ b f aut e d. nam collecti radix quadrata ipsa recta erit b d: quare arcus b g d, per tabulam de arcu & chorda cognitus erit. Demōstratio facillima est. Nam duarum rectarum f d & b e, differentia in duas æquales lineas diuisa est f h & d i, quibus adiectam intelligas h i. Quapropter quod ex ductu totius d f, in adiectam fit, vna cum quadrato f h aut d i, æquum erit ei quadrato quod ex d h, per 6. propositionem ipsius 2. libri Euclidis. In rectangulo verò triangulo b h d, quadratum rectæ b d, æquum est quadratis quæ fiūt ex d h & b h, per 47. propositionem primi libri. Quadratum igitur ex b d, æquum erit ei quod fit ex d f in h i, vna cum quadratis ex f h & b h. At ipsis duobus quadratis ex f h & b h, æquum est quadratum ex b f: igitur quadratum ex b d, æquum est ei quod fit ex d f in h i, siue b e, cum quadrato ex b f. Et proinde multiplicabis b f in se ipsam, producto verò addes id quod fit ex d f in e b: collecti enim radix quadrata erit recta b d.

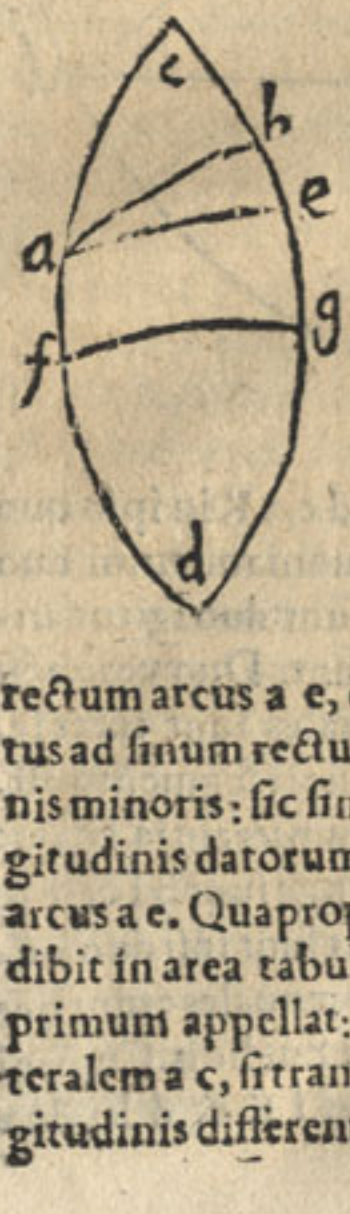
Illud autem relinquitur inuestigandū: quonam videlicet pacto distantia viatoria sit inuenienda,

nienda, quando data loca diuersos habent meridianos, & oppositos parallelos, quod quidē omnium facillimum est. Nam rectam lineam arcum paralleli subtendentem, qui inter datorum locorum meridianos est, in partes diametri maximi circuli conuertemus, & in se ipsam multiplicabimus, producto verò addemus quadratum rectæ subtendentis arcum meridiani inter eosdē parallelos intercluſi: collecti enim radix quadrata, ea erit rectalinea quæ arcum maximi circuli subtendit inter eadem duo loca. Meridianus loci o sit a o c: at loci p in opposito paralelo constituti meridianus sit a p c, segmentum paralleli loci o, inter ipsos meridianos sit o q s, recta subtēsa o s. Segmentū paralleli loci p, inter eosdem meridianos sit p z u, recta subtensa p u, arcus verò o u, inter eosdē parallelos recta subtēsa sit o u, sphæræ axis sit recta a c, meridianorū cōmunis sectio. Et quoniam ipse axis a c, ad plana omnium parallelorum rectus existit, & per eorum centra transit per 12. propositionem primi libri Theodosij: sit igitur punctum t, centrū illius paralleli, qui vergit ad polum a, punctum verò x, centrum illius qui vergit ad polum c: cōmunes porrò sectiones meridiani a o c, & eorūdem parallelorum vsq; ad centra t & x, sint o t & u x. Quapropter ipsæ rectæ lineæ o t & u x, parallelæ erunt per 16. propositionem 11. Eucl. Et quoniam rectæ lineæ æquas & parallelas cō iungentes, æquales sunt & ipsæ, atq; parallelæ, per 33. propositionem libri primi Euclidis: duæ igitur o u & t x, æquales sunt & parallelæ. Quādo verò vna duarum rectarum parallellarū ad rectos angulos fuerit alicui plano, altera quoque ad rectos angulos erit eidē plano per 8. propositionē 11. libri Euclidis. Rectus autē est axis a c, parallelorum planis: igitur recta o u, plano paralleli centrum habentis ad pūctum x, ad rectos angulos erit. Et idcirco rectilineus angulus o u p, rectus erit per 2. diffinitionem vndecimi libri. Quapropter quadratum rectæ

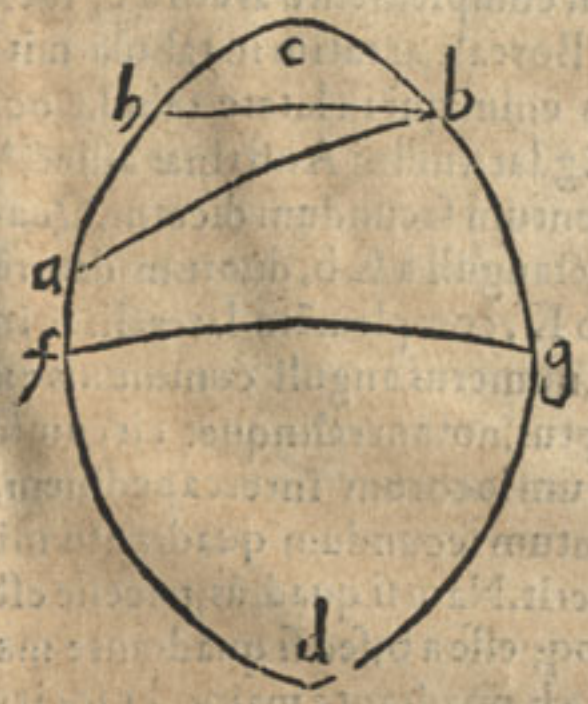


o p, duobus quadratis ex o u & u p, æquū erit, cognita autem sunt ipsa quadrata: igitur quadratum ex o p cognitum erit, & proinde ipsa recta linea cognita, & arcus o p, per tabulā Ptolemæi de arcu & chorda cognitus quoque erit, quod erat inueniendum.

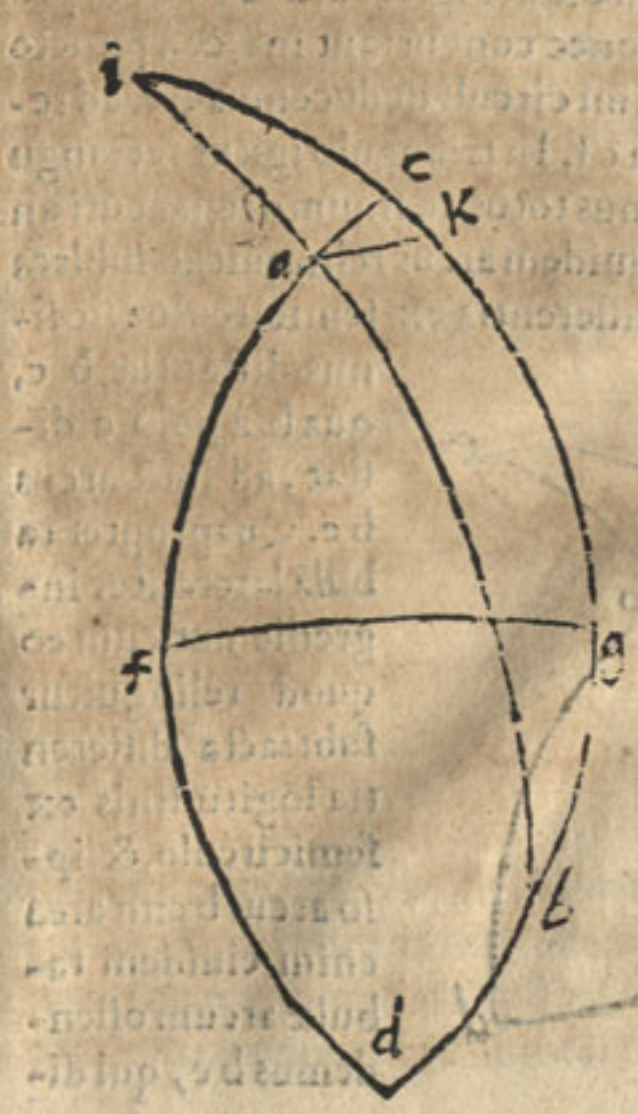
Ioannes de Monteregio problemate 45. tabulæ primi mobilis ex proportione sinuum in triangulis sphæricis, datorum locorum intercapedinem deprehendit. Quilibet enim ingressus siue lateralis, siue arealis, quatuor numeros proportionales complectitur, quorum maximus qui est sinus totus, eam habet rationem ad sinū rectum arcus numeri transuersalis, quam sinus arcus numeri lateralis, ad sinum arcus illius numeri arealis, qui dextrorsum iuxta eundem lateralem collocatur. Quare nil refert siue secundum regulam numerorum proportionalium, numeros multiplices atque diuidas, & quotiens arcum ex tabula sinuum rectorum elicias, siue tabulam ipsi primi mobilis ingrediaris. Sint igitur duo loca quorum vertices a & b, in meridianis c a d & c b d, latitudinum inæqualium. Cæterūm vel ambo Borealia, vel ambo Austrialia, differentia longitudinis eorum sit arcus æquinoctialis f g, polus verò manifestus c. Igitur cum differentia longitudinis cognita supponatur, angulus a c b, dabitur notus. Item quia latitudines dantur cognitæ, earum complementa a c & b c, cognita erunt. Quare in triāgnlo a b c basis a b, locorum intercapedo in hunc modum patefiet. A puncto a, latitudinis minoris in meridianū c b d, maximi circuli segmentum a e, ad rectos angulos veniat. Igitur sicut sinus totus ad sinum rectū anguli c, differentiæ longitudinis: sic sinus rectus arcus a c, complemēti minoris latitudinis ad sinum rectum arcus a e, & permutatim sicut sinus totus ad sinum rectum a c, complementi latitudinis minoris: sic sinus anguli c, differentiæ longitudinis datorum locorum, ad sinum rectum arcus a e. Quapropter arcus ipse a e, notus prodibit in area tabulæ, quem quidem inuentum primum appellat: Repertus enim erit iuxta lateralem a c, si transuersalem acceperis ipsam lō gitudinis differentiam. At iuxta lateralem arcum



cum qui longitudinis est differentia, si tanſuer ſalem intellexeris minoris latitudinis comple mentū. Nā vtrouis eorum licebit vti pro tranſ- uerſali, quanquā admoneat idem author, duorū numerorū maiorē ſemper quærēdum eſſe in frō te tabulæ. Quoniā verò ſicut ſinus totus ad ſinū cōplementi arcus a e, ſic ſinus cōplemēti arcus c e, ad ſinū cōplemēti arcus a c: tertius autē pro- portionalis terminus ignotus exiſtit, tabulā igi tur intrabimus areatim cū cōplemento inuenti primi, & minori latitudine: cōplemētum enim arcus c e quod eſt e g, in latere tabulæ offendes: igitur ſubtracto e g ex b g, latitudine maiori no tus relinquetur b e, quē inuentum ſecundū ag- nominat. Quare ſi ipſe numerus in deſcendenti repertus latere, æqualis inuentus fuerit maiori latitudini, ſcito inuentum primū diſtantiā eſſe viatoriā inter duo data loca, arcumq́; deductū ad rectos angulos ex a, in meridianum c b d, in- cidiſſe in b, verticē loci maioris latitudinis, nō in e inter b & g. Accidet etiam aliquando vt ca dat inter b & c: tunc verò quod in lateræ tabulæ reperitur, maius eſt latitudine maiori. Quaprop ter ſemper minus à maiori auferendū eſt, vt in- uentū ſecundū relinquatur. At quoniā (vtcúq; cadat ipſe arcus rectos angulos faciens cū c b d, ſiue ſupra b, ſiue infra) ſicut ſe habet ſinus totus ad ſinū complementi inuenti primi, ſic ſinus cō plementi inuenti ſecundi ad ſinū cōplemēti ar cus a b. Quartus verò proportionis terminus ig notus exiſtit: ipſa igitur cōplemēta lateraliter in tabulā mittemus, & in area ipſius iuxta nu- merum lateralē, complementum eiuſdem arcus a b offendemus. Quo quidē ex 90. gradibus ſub tracto, nota relinquetur a b, datorum locorū in tercapedo, quando longitudinis differentia mi nor fuerit quadrante. Ita enim authoris præcep tum intelligere opportet. Poteris autē ſi vis ſim pliciore methodo vti ad hūc modū. A puncto b latitudinis maioris arc⁹ b h, maximi circuli ad rectos angulos deducatur in a c. Quapropter in triangulo rectangulo ſphæricoq́; b h c, ſicut ſi- nus totus ad ſinum rectum acuti anguli c, differ- entiæ longitudinis, ſic ſinus rectus arcus b c, complementi latitudinis maioris ad ſinum re- ctum arcus b h. Intrabimus igitur tabulam late raliter cum differentia longitudinis, & comple mento latitudinis maioris, & in area ipſius tabu læ inueniemus arcum b h, quem inuentum pri- mū appellabimus. Et quoniā in eodē triangulo ſicut ſe habet ſinus totus ad ſinū complementi inuenti primi, ſic ſinus cōplementi arcus c h, ad

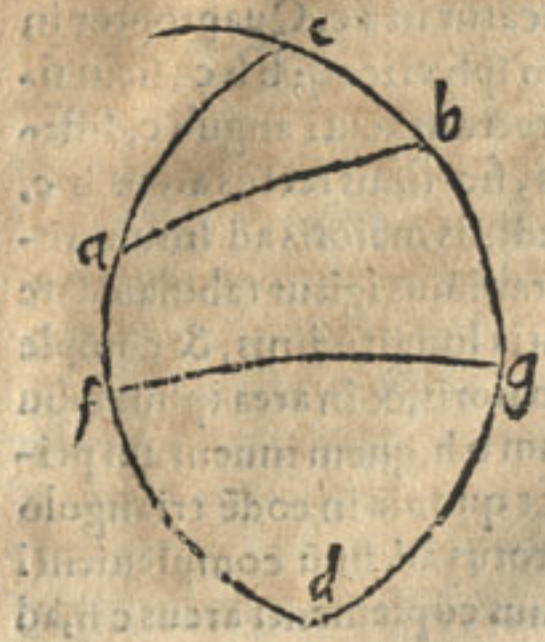


ſinū cōplemē ti b c, tertius ve rò proportionis terminus eſt ig notus, & reliqui tres noti ſunt. Ipſam igitur ta bulam areatim ingrediemur cū ſecundo & quar to, & in latere tabulæ tertium reperiem⁹, quo quidem ſubtra- cto ex quadrāte: arcus igitur c h, not⁹ relinque tur. Ipſum itaq; c h, auferem⁹ ex a c, minoris la titudinis cōplemento, & relinquetur arcus a h, quē inuentum ſecundū appellamus. Deniq; in rectangulo ſphæricoq́; triangulo a b h, cum cō plementis inuenti primi atq; ſecūdi, lateraliter tabulā ingrediaris, & inuenies in area ipſius ta- bulæ cōplementum arcus a b, quo ſubtracto ex 90. ipſe arcus a b cognitus relinquetur. Ex qui- bus habes quòd ſi ambo loca, vel Borealia ſunt, vel Auſtralia, & longitudinis differentia qua- drante minor, datorum locorum intercapedo quadrāte minor erit. Sed ponamus rurſum dif- ferentiam longitudinis minorē eſſe quadrante, locū verò qui verticem habet ad a, Borealē eſſe, eū verò qui ad b Auſtralē, & arcus a k, ad rectos angulos incidat in c b. Igitur tabulam ingredie



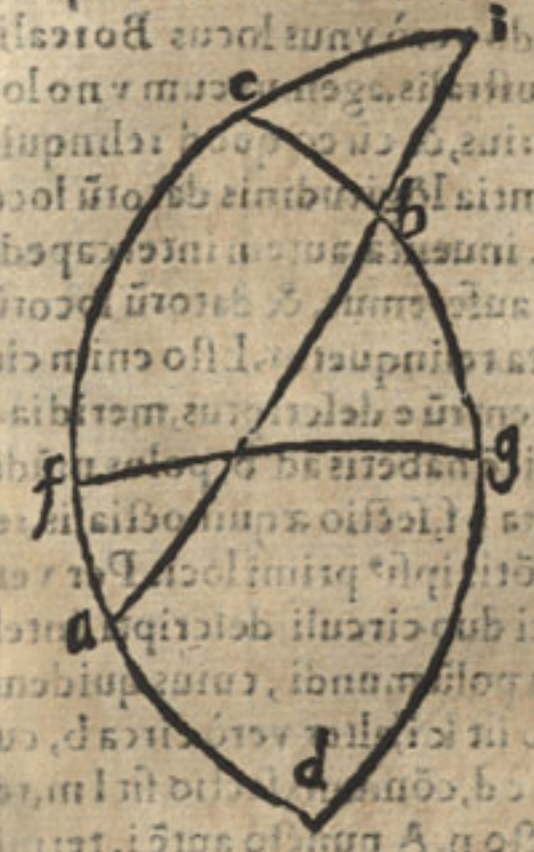
mur latera liter cū dif ferentia lō gitudinis & arcu a c, comple menti la- titudinis Borealis, velut au- thor iu- bet, & in area tabu læ reperie tur arcus a K, quē inuētum primum appellat. Cuius in uenti cōple

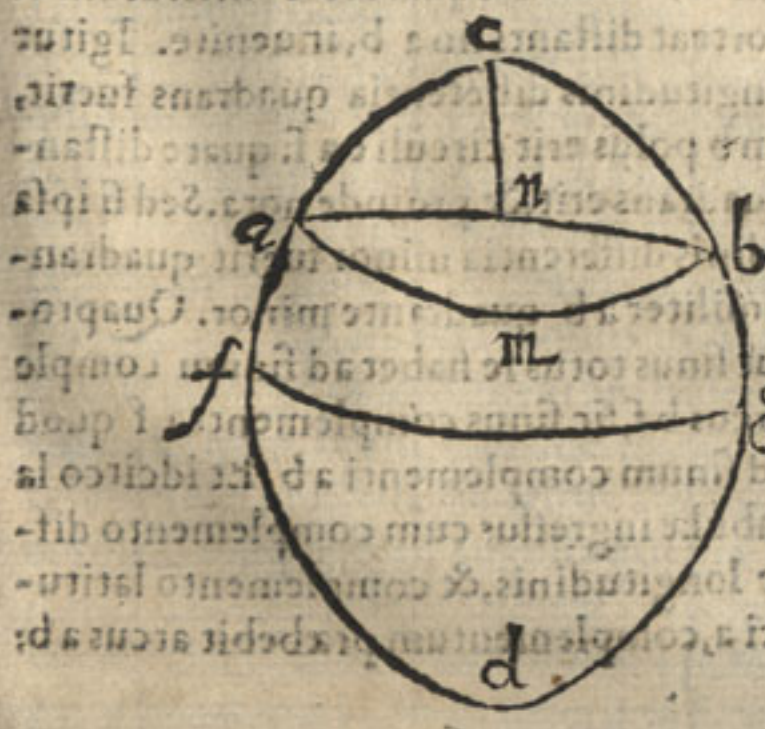
plementum cum complemento arcus a c, ideſt cum latitudine Boreali, areatim in tabulá mittemus: numerus enim qui in latere tabulæ occurret, qui eſt K g, latitudini Auſtrinæ adiectꝰ, quæ eſt b g, inuentum ſecundum dicetur. Quare ſi trianguli rectanguli a K b, duorum datorũ laterum a K & b K, complemẽta lateraliter in tabula mittãtur, numerus anguli communis ex quadrante demptus, notam relinquet circumferẽtiam a b, datorum locorum intercapedinem, dummodo inuentum ſecundum quadrante minus repertum fuerit. Nam ſi quadrãs, neceſſe eſt quadrantem quoq; eſſe a b, ſed ſi quadrante maius erit ſimiliter a b, quadrante maior. Et idcirco cum ipſum inuentum ſecundum maius quadrante fuerit, ipſa ſegmenta b c & a b prolongabimus, donec concurrant in i: ſubtracto autẽ inuento ſecundo ex ſemicirculo b K i, notus relinquetur arcus k i. Igitur cum complementis duorum arcuum a k & k i, lateraliter tabulá ingrediemur, & in area reperiemus complementum arcus a i, cui adiecto quadrante, arcus a b, notus prodibit. Hæc autem idcirco adnotauimus: vt intelligant nemini licere ipſa tabula primi mobilis vti, ſine problematum demõſtrationibus. Sed pergamus, & longitudinis differentiam maiorem quadrante ponamus, ſemicirculo tamen minorem, ſiue ipſa duo loca a & b, ab æquinoctiali recedant ad eandem mundi partem, aut Borealem, aut Auſtralem, ſiue ad diuerſas. Ab altero autem polorum qui ſit c, magis recedat a quàm b: duos igitur arcꝰ a c & a b, prolongabimus, donec concurrant in f, & à puncto b, arcum maximi circuli deducemus b e, ad rectos angulos in c f. In triangulo igitur rectangulo b e c, ſicut ſinus totus ad ſinum arcus acuti anguli b c e, qui quidem arcus relinquitur ſublata longitudinis differentia ex ſemicirculo: ſic ſinus diſtantiæ b c, qua b à polo c diſtat, ad ſinũ arcus b e. Quapropter tabulã lateraliter ingrediemur cum eo quod relinquitur ſubtracta differentia lõgitudinis ex ſemicirculo, & ipſo arcus b e: in area enim eiuſdem tabulæ arcum offendemus b e, qui dicatur inuentum primum. Deinde verò cum cõplementis arcuum b c & b e, ipſam eandem tabulam areatim ingrediemur, & in latere reperiemus complemẽtum arcus c e, quo ſubtracto ex quadrante, arcus c e notus relinquetur, quem ademus arcui a c, & conflabitur arcus a e, inuentum ſecundum. Iam verò ſi propoſita loca a & b, vel ambo ſunt Borealia, vel ambo Auſtralia, fueritq; inuentum ſecundum æquum quadranti, quadrans quoque erit arcus a b, datorũ locorum intercapedo: ſed ſi quadrante minus, erit idem a b, ſimiliter quadrante minor. Quare tabulam lateraliter ingrediemur cum complemẽtis inuenti primi atque ſecũdi: in area enim cõplementum quæſitæ diſtãtiæ inueniemus, quo ex 90. gradibus ſublato diſtantia ipſa cognita relinquetur. Cæterùm ſi vel ipſis duobus locis in eadem mundi parte conſtitutis, inuentum ſecundum maius quadrante repertum fuerit, vel ad diuerſas mundi partes eadem loca declinauerint, hac vna via progrediendum erit: inuentum enim ſecundum ex ſemicirculo auferemus, notuſq; relinquetur arcus e f, cum cuius complemento, & inuenti primi complemento tabulam lateraliter ingrediemur, & in area offendemus complementum arcus b f. Quod quidem quadrãti adijciemus, & totus arcus a b, datorum locorum intercapedo patefiet. Ponamus rurſus data loca latitudines habere inæquales, differentiam verò longitudinis quadrãti æqualẽ: quare angulus a c b, rectus erit. Et propterea tabulam lateraliter ingrediemur cum ipſis latitudinibus, numerum verò in area tabulæ repertum à quadrãte auferemus, & relinquetur quæſita diſtantia, ſi ipſa duo loca in eadem mundi parte, vel Auſtrali, vel Boreali ſunt conſtituta. Eundem verò quadranti adijciemus, ſi vnus eorum fuerit Borealis, alter verò Auſtralis & conflabitur arcus quæſitæ diſtantiæ. Sint enim duo loca a & b, in eadẽ parte mundi conſtituta, vel Borea-



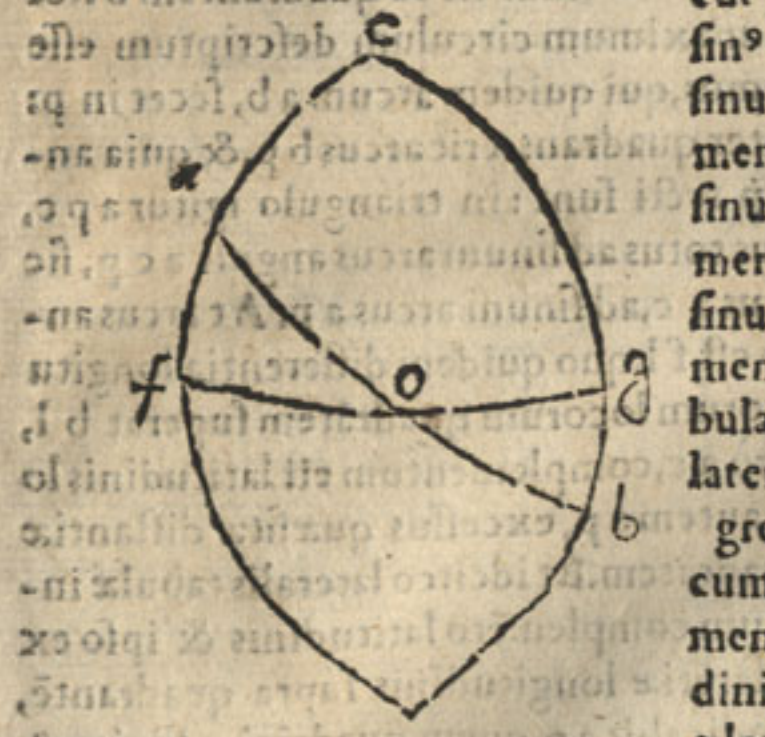
li, vel Auſtrali a f, latitudo vnius, b g alterius. Igitur ſicut ſinus totus ad ſinum complemẽti arcus a c, quod quidem eſt a f, ſic ſinus complementi arcus b c, quod eſt b g, ad ſinũ cõple-

plementi arcus a b. Quapropter in tabulâ lateraliter mittemus ipsas locorum latitudines, & offendemus in area cõplementum arcus a b, quo quidem complemento ex quadrante detracto, nota relinquetur ipsa distãtia a b. Sed sit vnus locus Borealis, alter verò Australis: arcus igitur a c & a b prolongabimus, donec concurrant in i. Quapropter in rectangulo triangulo b c i, sicut sinus totus ad sinum complementi arcus b c, sic sinus complementi arcus c i, ad sinum complementi arcus b i. Est autem latitudo b g, complementum arcus b c, & quia a c i semicirculus est, & arcus f c quadrans: latitudo igitur a f cum c i, alterum quadrantem restituet. Quapropter tabulam lateraliter ingrediemur cũ iplis latitudinibus, & in area offendemus cõplementum arcus b i, quod quadrãti adijciemus, & cõflabitur a b, datorum locorum intercapedo. Quando verò data loca latitudines habuerint æquales, & ex eadem mundi parte siue Boreali, siue Australi, differentiam verò longitudinis semicirculo minorem, tabulam ipsam primi mobilis lateraliter ingrediemur cũ complemento latitudinis, & dimidio differentiæ longitudinis. Nam numerus qui in area repertus fuerit, dimidium interualli erit inter eadem loca: quo geminato integram habebis intercapedinem ipsorum locorũ. Esto enim a m b. arcus paralleli inter duo loca a & b, maximi circuli segmẽtũ inter eadẽ sit a n b. A polo c veniat c n, arcus maximi circuli, segmẽtũ a n b, ad rectos angulos secãs super pũcto n. Quapropter acutus angulus a c n dimidiũ est anguli, a c b, dimidiumq; differentiæ longitudinis datorum locorum ostendit, arcus verò a n dimidium est arcus a n b. In triangulo igitur a n c sicut sinus totus ad sinum anguli a c n, dimidiæ differentiæ longitudinis, sic sinus arcus a c, qui complementum est latitudinis, ad sinum arcus a n. Et idcirco laterali ingressu arcum inueniemus a n, cuius duplex est a n b. Sed si vnus locus

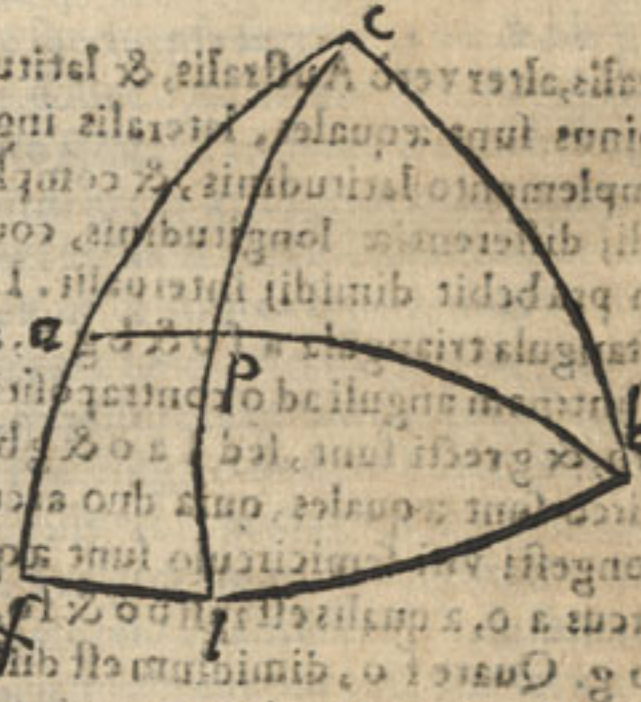




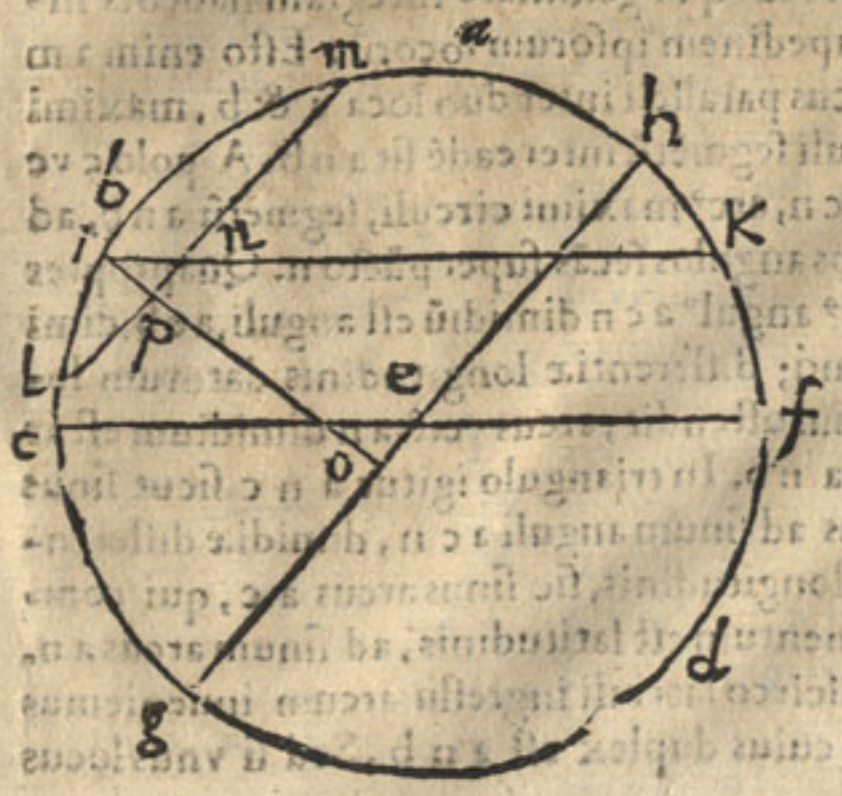
est Borealis, alter verò Australis, & latitudines nihilominus sunt æquales, lateralis ingressus cum complemento latitudinis, & complemento dimidij differentiæ longitudinis, complementum præbebit dimidij interualli. Duo enim rectangula triangula a f o & b g o, æquiangula sunt: nam anguli ad o contrapositi sunt, ad f verò, & g recti sunt, sed f a o & g b o anguli idcirco sunt æquales, quia duo arcus a c & c b, congesti vni semicirculo sunt æquales. Igitur arcus a o, æqualis est ipsi b o & f o, æqualis ipsi o g. Quare f o, dimidium est differentiæ longitudinis; at a o dimidium interualli inter ipsa loca a & b. Quoniam verò sicut se habet sinus totus ad sinum cõplementi a f, sic sinus complementi f o, ad sinum cõplementi a o: tabulam igitur lateraliter ingrediemur cum complemento latitudinis, & cõplemento dimidij differentiæ longitudinis, & in area ipsius tabulæ complementum dimidij interualli inueniemus. Quare dimidium ipsius interualli cognitum erit: totumq; igitur interuallum patefiet.



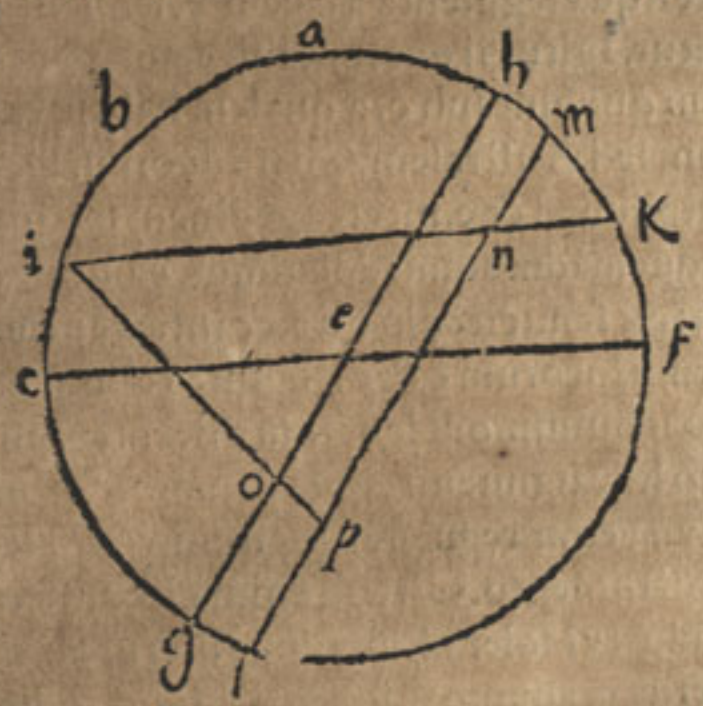
Ponamus demum locum a, latitudinem habere a f, locum verò b sub Aequatore constitutum esse, & oporteat distantiam a b, inuenire. Igitur si b f, longitudinis differentia quadrans fuerit, punctum b polus erit circuli c a f: quare distantia a b quadrans erit, & proinde nota. Sed si ipsa longitudinis differentia minor fuerit quadrante, erit similiter a b quadrante minor. Quapropter sicut sinus totus se habet ad sinum complementi arcus b f, sic sinus complementi a f quod est a c, ad sinum complementi a b. Et idcirco lateralis tabulæ ingressus cum complemento differentiæ longitudinis, & complemento latitudinis loci a, complementum præbebit arcus a b:



quo detracto ex quadrante, ipsa distantia a b, cognita relinquetur. Sed esto differentia longitudinis quadrante maior, minor tamen semicirculo. Igitur auferemus ex ea quadrantem b l, & per c & l, maximum circulum descriptum esse intelligemus, qui quidem arcum a b, secet in p: quapropter quadrans erit arcus b p, & quia anguli ad p recti sunt: in triangulo igitur a p c, sicut sinus totus ad sinum arcus anguli a c p, sic sinus arcus a c, ad sinum arcus a p. At arcus anguli a c p est f l, quo quidem differentia longitudinis datorum locorum quadrātem superat b l, arcus verò a c, complementum est latitudinis loci a: ipse autem a p, excessus quæsitæ distantiæ supra quadrātem. Et idcirco lateralis tabulæ ingressus cum complemēto latitudinis & ipso excessu differētiæ longitudinis supra quadrantē, arcum indicabit a p, quem quadrāti adijciem⁹, & tota distātia a b, nota prodibit. Sed neq; maiori negotio locorū interualla inueniri poterūt ad imitationē eorū quæ in libro de Crepusculis demōstrauimus, propositione 6. Nā quando vel ambo loca Borealia sunt, vel ambo Australia, sicut se habet quadratū sinus totius ad rectāgulū cōtentū sub sinibus rectis cōplementorū latitudinis datorū locorū, sic sinus versus differētiæ lōgitudinis eorūdē locorū ad quandā rectā lineā, quā non ab re argumentū intercapedinis appellabimus. Nā si ea æqualis reperta fuerit sinui recto cōplementi differētiæ latitudinis eorūdem locorum, intercapedo quæsita quadras erit. At verò si inæqualis erit nimirū ipsarū rectarū differētia sinus rectus cuiusdā arcus, qui subtrahēdus erit ex quadrāte (ut ipsa inuēta recta linea quā argumentū appellamus minor fuerit) vt datorū locorū intercapedo cognita relinquatur. Adijciendus autē quando eadē recta linea maior inuēta fuerit, & eorundē locorū intercapedo nota prodibit. Quādo verò vnus locus Borealis fuerit, alter verò Australis, agemus cum vno loco & antipode alterius, & cū eo quod relinquitur detracta differentia lōgitudinis datorū locorū ex gradibus 180. inuentā autem intercapedinē ex semicirculo auferemus, & datorū locorū intercapedo cognita relinquetur. Esto enim circulus a b c d, circa centrū e descriptus, meridianus primi loci, vertice habētis ad b, polus mūdi manifestus sit a, recta e f, sectio æquinoctialis, recta g h sectio horizōtis ipsi⁹ primi loci. Per vertice verò secūdi loci duo circuli descripti intelligantur, vnus circa polū mundi, cuius quidem sectio cū meridiano sit k i, alter verò circa b, cuius & meridiani a b c d, cōmunis sectio sit l m, recta i K secās in puncto n. A puncto autē i, termino rectæ i K, perpēdicularis deducatur i o, super recta g h, quæ rectam l m secet in p. Quapropter iuxta ea quæ in prædicto libro demōstrauim⁹: qm cōceptorū circulorū cōmunis sectio recta est ad planū meridiani a b c d, sup pūcto n, ipsa verò recta k i diameter est circuli p verticē secū

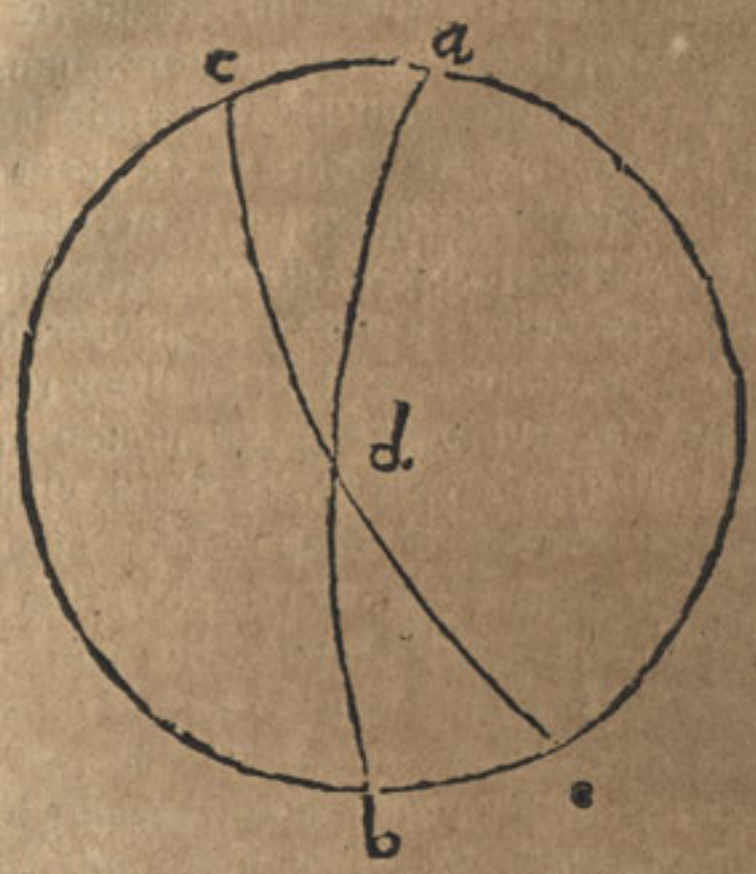


di loci descripti, super polo a: recta igitur i n, sinus versus erit differentiæ longitudinis datorũ locorum, in ipso eodem circulo cuius diameter est K i. In triangulo autem rectangulo p i n, acutus angulus i n p, æqualis est angulo f e h, complementi altitudinis poli primi loci: arcus autẽ c i, æqualis est latitudini secundi loci. Quare b i, differentia erit duarum latitudinum c b & c i: arcus igitur g i, complementum est differentiæ latitudinis datorum locorum, cuius sinus rectus erit o i. Quod si recta linea l m, meridianum secat inter b, & rectam g h vt in hac prima figura, recta idcirco i p, angulum subtẽdens i n p, quam quidem intercapedinis argumẽtum appellamus, minor reperta erit ipsa i o, differentia erit recta o p, æqualis sinui recto arcus g l, quadrantis verò complementum b l, æquum erit intercapedini datorum locorũ: quandoquidem punctum b, polus est circuli venientis per verticem secundi loci. Quæ quidem intercapedo ad hunc modum patefiet. Nam sicut sinus totus ad sinum rectum complementi latitudinis secundi loci, sic sinus versus differẽtiæ longitudinis eorundem locorum in æquinoctiali circulo, ad i n sinum versum differentiæ longitudinis in parallelo secundi loci. Etenim sinus rectus complementi latitudinis secũdi loci, paralleli eiusdem semidiameter est. Arcus verò circulorum æquidistãtium inter duos meridianos comprehensi, non solum sunt proportionales: sed & sinus rectos & versos proportionales habent eorundem æquidistantium semidiametris. Præterea in triangulo rectangulo n i p sicut sinus totus ad sinum rectum anguli i n p, complementiúe latitudinis primi loci, sic recta i n ad rectam i p. Igitur sinus totus bis est antecedens. Et idcirco sicut quadratũ sinus totius ad rectangulum contentum sub sinibus rectis complementotum latitudinis datorum locorum, sic sinus versus differentiæ longitudinis eorundem in æquinoctiali, ad rectam i p: hæc enim ratio quam sinus versus differentiæ longitudinis datorum locorum ad ipsam habet i p, ex duabus constat rationibus. Quarum vna ea est, quam ipse sinus versus habet ad i n, altera verò quam eadem i n habet ad i p. Quatuor autem magnitudinum proportionalium quando tres dantur cognitæ, quarta ignorari nõ potest, cognita autem existit prima magnitudo, quadratum nempe sinus totius, cognita etiam secũda rectangulum cõtentum sub sinibus rectis cõplementorum latitudinis, cognita quoq; tertia, sinus videlicet versus differentiæ longitudinis. Igitur multiplicabimus secundam in tertiam, productum verò diuidemus per primam, quæ quidem partitio sola abiectione decem vltimarum figurarum fieri poterit, si sinum totum cẽtrum mille æquas partes habere subijcias, & nota prodibit in quotiente quarta magnitudo, recta videlicet i p, intercapedinis argumentum. Et quoniam g i, complementum differentiæ latitudinis nota relinquitur, detracta ex quadrãte latitudinis differentia: igitur i o, sinus rectus eiusdem complemẽti, cognita erit per tabulam sinus recti. Quapropter rectam i p, cognitam cũ cognita i o, conferemus. Quòd si i p, minor reperta fuerit ipsa i o, vt in descripta figura: earundem igitur differentia o p, cognita veniet. Quare & arcus g l, per tabulam sinus recti cognitus erit. Quem auferemus ex quadrante b g, & arcus denique b l, æqualis intercapedini datorũ locorum cognitus relinquetur. At si ipsa i p, maior reperta fuerit quam i o, hoc ideò erit: quoniã recta l m, meridianum secat inter rectã g h, & punctum oppositum ipsi b, vt in secunda figura. Quare arcum g l, adijciemus quadranti b g, & arcus b l, æqualis datorum locorum intercapedini notus prodibit. Quòd si eadem recta linea i p, æqualis inuenta fuerit rectæ i o: circulũ igitũr ductum per verticem secundi loci, cuius polus est b meridianum secare super recta g h, fateri necesse est. Quapropter quartus memoratæ proportionis terminꝰ qui intercapedinis datorum locorum argumentum existit, sinus rectꝰ erit arcus g i: & idcirco quadrans b g, eorundem locorum intercapedini æqualis erit.



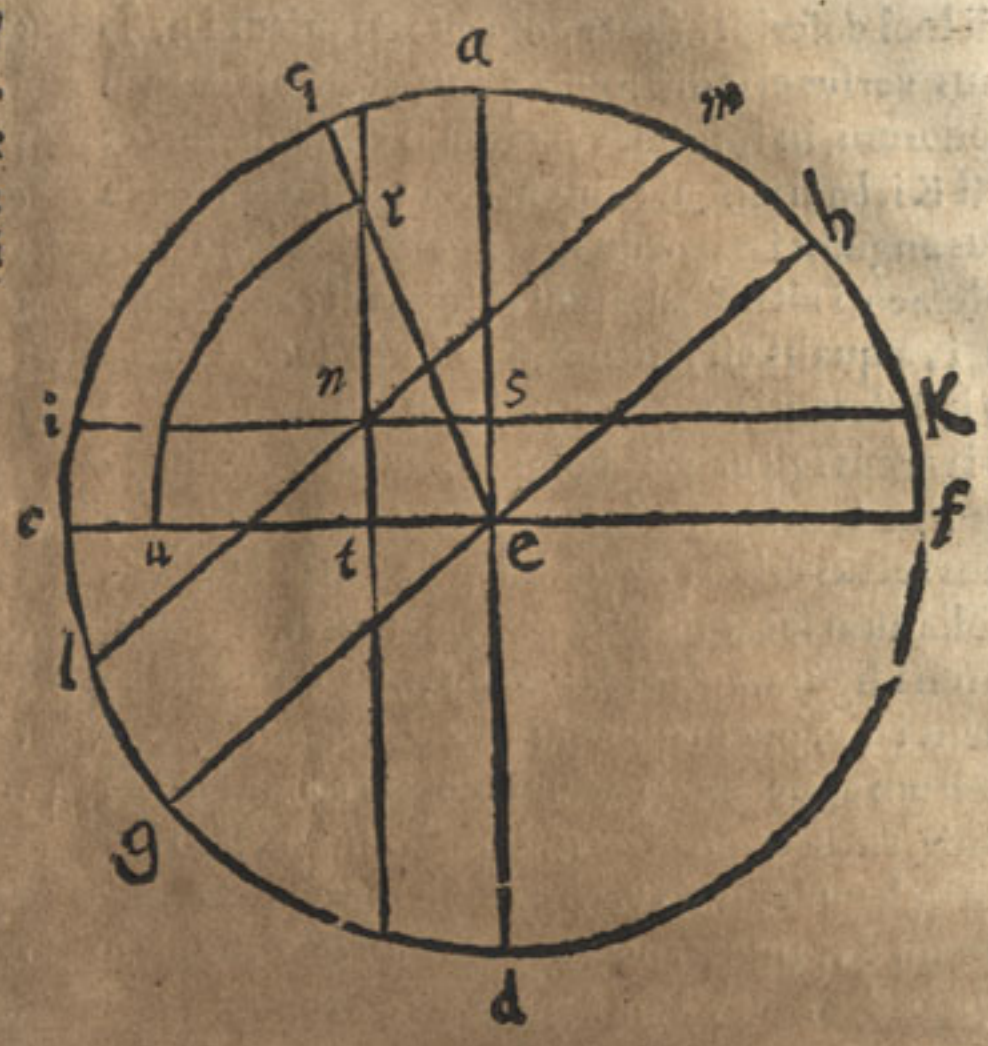
Sed vt præsens problema omni ex parte absoluamus, punctum a in subiecta figura Borealem polum ponemus esse, b verò Australem. Primus locus verticem habeat ad c, in meridiano a c b,

latitudinemq; Borealem. Secundus locus verticē habeat ad d in meridiano ad b, sub Australi latitudine. Ducto autem maximo circulo per c & d. qui meridianum primi loci secet in e, datorum locorum intercapedo erit c d. Et quoniā



duo semicirculi a c b & c b e æquales sunt adinuicem: detracto igitur communi segmento c b, duo reliqua segmenta a c & b e, æqualia relinquentur. Igitur ij qui sunt sub e, antipodes sunt eorum qui sunt sub c, æqualem habentes latitudinem, sed Australem. Quare duorum locorum Australium d & e, intercapedinem d e inuenie mus, quemadmodum docuimus, eamque auferemus ex semicirculo c d e, & intercapedo c d, datorum locorum c & d, cognita relinquetur.

Porrò si huiusmodi locorum distantias instrumento libeat inuenire, ipsa demonstrationis figura, vna cum regula atq; circino, tibi seruiet pro instrumento. Circuli enim circumferentia in gradus (vt solet) diuisa, supputetur ab c in a, numerus graduum differentiæ longitudinis datorum locorum, sitq; huiusmodi arcus exempli gratia c q, & ab e in q, rectam lineam occultam ducemus e q, ex qua sumemus e r, æqualem is semidiametro paralleli secundi loci, & ipsi r, puncto regulam coaptabimus, quæ super eodem pūcto tamdiu circumferatur, donec diametro a d æquidistet. Tunc autem æquidistabit, cum æquales arcus vtrinq; ex duobus quadrātibus resecauerit, eiusq; intersectionem cum i K notabimus quæ sit in n. Quare recta linea i n, sinus versus erit differentiæ longitudinis datorum locorum, in parallelo secundi loci. Coaptabimus



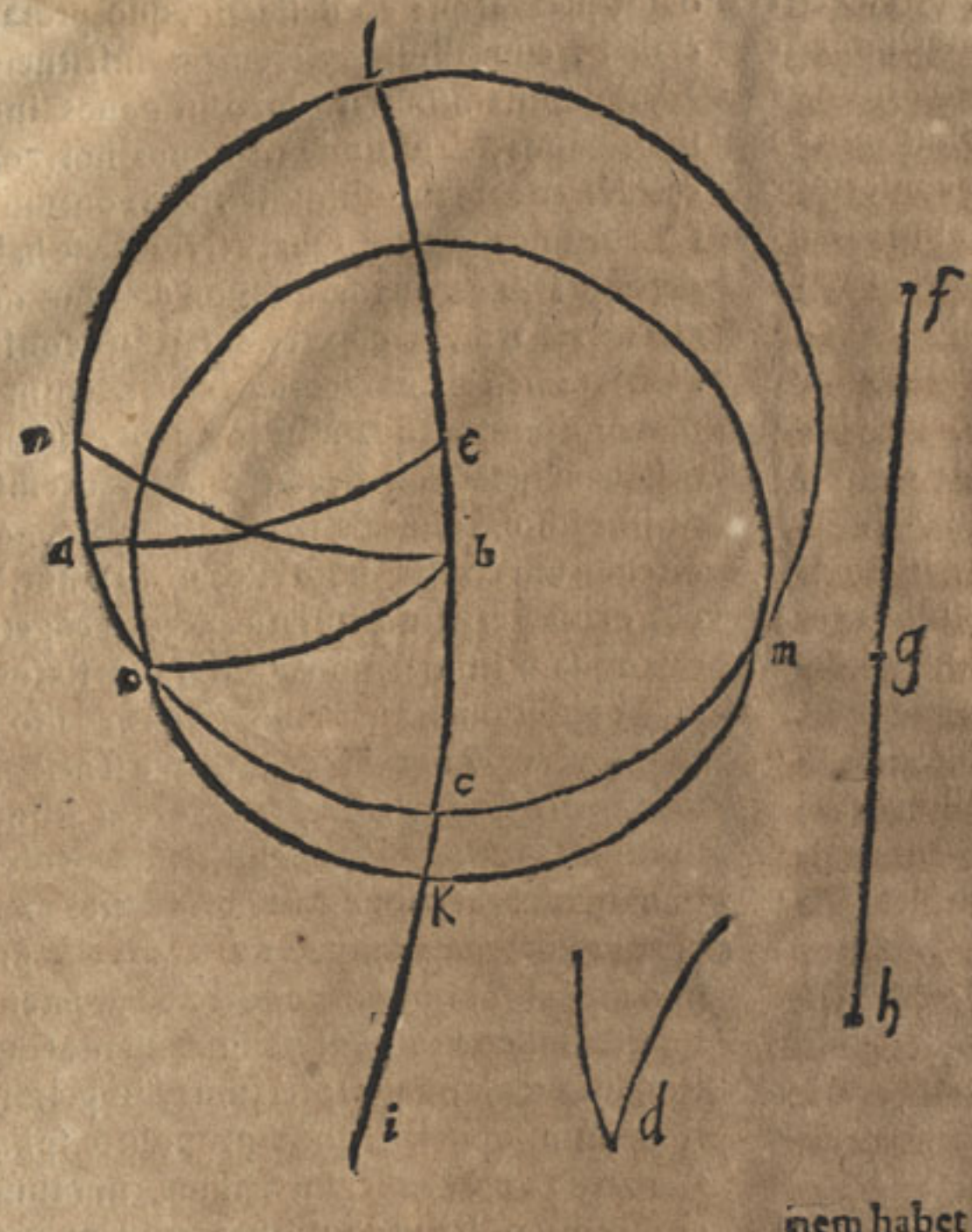
igitur regulam ipsi n, quam eo vsque circumducemus, donec diametro g h, æquidistet in situ l m, & detracto g l, ex quadrante, datorum locorum intercapedo nota relinquetur. Quòd autem recta linea i n, sinus versus sit differentiæ longitudinis in parallelo secundi loci, non erit difficile intelligere. Regula enim per r & n veniens, axi a d, parallela, rectam e c secet in t, & cētro e, interuallo verò e r, circulus describatur, semidiametrum e c secans in u. Et quoniam angulus r t u, rectus est: recta igitur t u, sinus versus erit arcus r u. At verò duæ rectæ e u & s i, æquales sunt: igitur detractis ab eis t e & s n, quæ sunt æquales, duæ rectæ t u & n i, æquales relinquentur per communem sententiam. Quapropter recta i n, sinus versus est differentiæ longitudinis in parallelo secundi loci. Quādo verò sinus versus maior fuerit semidiametro, multo facilius inueniri poterit, vt iam nosti. Præterea iuxta demonstrationem Ioannis Verneri datorum locorum intercapedo in vno plano inueniri poterit, si rectilineum quadrilaterum datorum laterum constituxeris, cuius duo latera opposita atque æqualia sint rectæ subtendentes arcus meridianorum inter duos parallelos, duo verò reliqua quæ inuicem æquidistant, duæ rectæ sint subtendentes arcus parallelorum inter ipsos meridianos. Recta enim linea inter oppositos angulos arcum quæsitæ intercapedinis subtēdet. Item in lamina tabulaúe Astrolabij generali eadem intercapedo inueniri poterit, qua arte ex cognita distantia à meridiano astri declinationem

hem habentis cognitam, distantia ipsius à verticali pũcto cognoscitur. Sed operæ pretium erit eandem tabulã vltra tropicum Capricorni extẽdere, propter loca Australiora. Ipsius verò generalis tabulæ fabricam atq; vsum conscripsit olim, impressioniq; dedit Ioãnes Vasurtus Salmanticensis Astronomus. Nos autem posteà vt ea citra ambiguitatem vteremur, fabricæ & vsus rationem demonstratione inuestigamus. Deinde verò post aliquot annos eandem tabulam exaratam reperimus in Arabicis Astrolabijs multis antè seculis constructis, quæ clarissimus princeps Ludouicus Portugaliæ infans ex manubijs attulit Tunetis vrbis. Omnium verò facillimus modus erit, si in globo duo data loca secundum artis præcepta collocaueris, ipsorũ deinde distantiam inter circini pedes comprehenderis: mox enim eo translato ad meridianum, vel æquinoctialem, quot gradus maximi circuli quæsitum interuallum habeat, deprehẽdes.

¶ *De ijs quæ præmitti debent ad ducendum eas lineas in globo, quas nautæ rumbos appellant.* *Cap. 21.*

INter initia prioris libri ostẽdimus eam lineam, quam nauis suo cursu citra meridianum aut æquinoctialem describit, circularem non esse, sed ex exiguis quibusdam maximorum circulorum segmentis constare. Quanquam aduertimus non sine ratione dici posse inflexam quandam lineam esse alterius formæ instar helicæ duabus confectam motionibus. Nauis enim lationem dum citra meridianum aut æquinoctialem cursum tenet, ex duabus lationibus, à duobusúe motoribus prouenire, fortasse quispiam suspicabitur. Vna latio est, qua nauis ipsa in illius maximi circuli plano secundum longitudinem posita, qui in optatam horizontis partem spectat, vel flatu, vel remis impellentibus, in longum fertur. Altera verò in latus fit, siue obliquum, qua gubernator clauum tenens, nautica acu docente, nauem ipsam interim detorquet, atque eò deflectit, quo prora spectabat, cum illiusmodi cursus institueretur. Idest quoniam mutato loco in nouos incidit meridianos, & subinde in nouos horizontes: ea idcirco arte in consimiles horizontum partes cursum dirigit. Quare si res ita se habeat, descripta linea quam rumbum dicimus, neque circularis erit, nec ex circularibus conflata. Nobis tamen aliter videtur. Nauem enim animaduertimus aliquandiu in longum ferri, antea quàm in latus deflectat: & idcirco eiusmodi lineam ex exiguis segmentis maximorum circulorum constitutam esse, arbitramur. Nam cur nauis perpetuò in latus deferri cogetur, si quanquam in maximo circulo quo flatus spirat, breui tamen curriculo versetur, alio proram spectare gubernator minime sentit? Veruntamen Geometriæ peritus certa atque indubitata ratione deprehendit, quantulacunque facta mutatione, impares effici angulos cum nouis, quos subit, meridianis: & proinde nauis proram alio tendere, sed latet sensui error ille. Cuius quidem causam atque rationem vt planè perspiciamus, imprimis intelligamus oportet, quòd proposito sphærico triangulo a b c, ex segmentis maximorum circulorum constituto, in quo quidem angulus c rectus existat, angulus verò à acutus, latus autem a b recto angulo subtensum quadrante non maius. Proposito etiam acuto angulo d, maiore ipso a, non erit difficile à puncto b, in subiectum latus a c, segmentum maximi circuli deducere, quod ad aliquod punctum inter a & c, cum eodem a c, angulum æqualem efficiat proposito angulo d. Ad punctum enim a terminum lateris a c, acutum angulum constituemus c a e, æqualem angulo d per primam propositionem primi libri Menelai, & producto latere b c, occurrat segmento a e, in puncto e. Præterea tribus propositis rectis lineis, quarum prima sit sinus rectus segmenti c e, secunda sinus rectus a e, tertia sinus rectus b c, quarta inueniatur proportionalis in plano circuli c b e, per 12. sexti libri Euclidis, quæ quidem sit f g. Hanc autem ostendemus maiorem esse sinu recto segmenti b c, minorem verò sinu toto. Nam quoniam angulus b a c acutus proponitur, & latus a b, quadrante non maius: igitur latus b c, quadrante minus erit: latus verò a c quadrante non maius, per vndecimam propositionem

pri



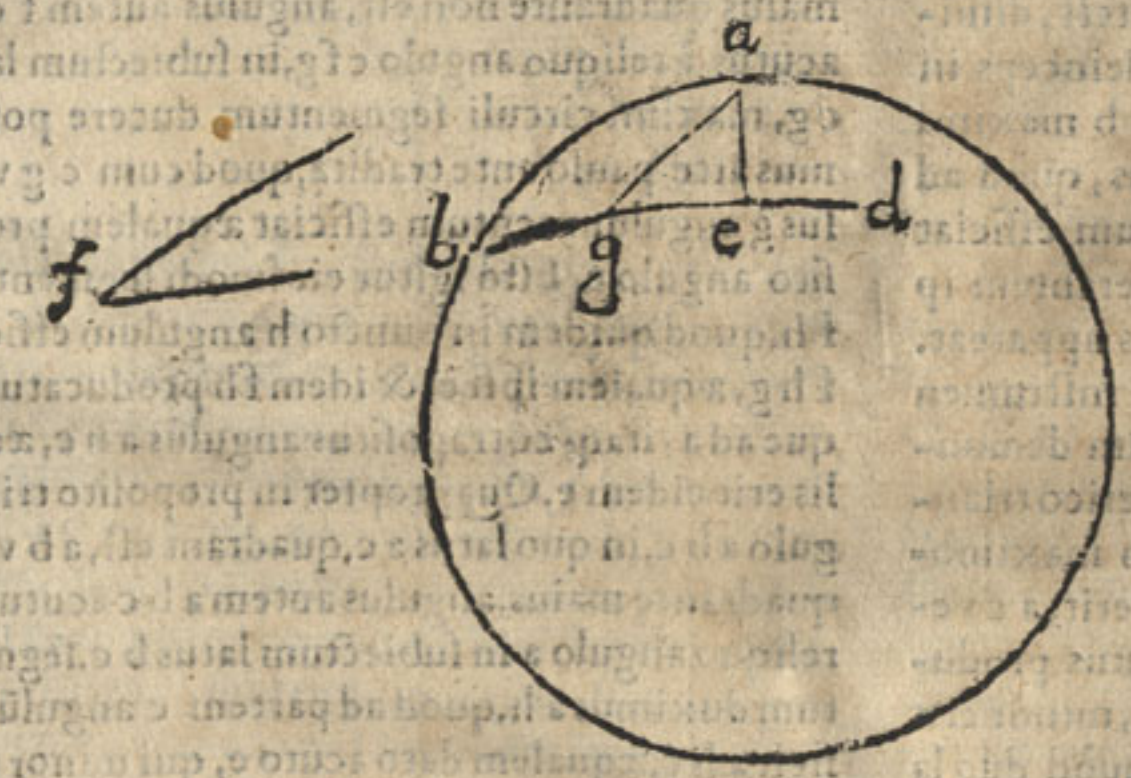
primi libri Gebri. Rursus in triangulo a e c, quoniam angulus c a e acutus est: subtensum igitur latus minus erit quadrante, per ipsam vndecimam propositionem. Latus porrò a c, ostēsum est quadrāte non maius: igitur latus a e, non maius erit quadrante, per eandem 11. primi libri Gebri. Minus est autem c e ipso a e, per septimam propositionem primi libri Menelai, quia minori angulo subtenditur: igitur sinus rectus segmenti c e, minor erit sinu recto segmenti a c. At sicut sinus rectus c e, ad sinum rectum a e, sic posuimus sinum rectum b c, ad rectam lineam f g: igitur minor est sinus rectus b c, ipsa recta f g. Sed quod eadem f g, minor sit sinu toto, facile erit demōstrare. Quoniam enim sicut sinus rectus segmenti c e ad sinum rectum a e, sic se habet sinus rectus b c, ad rectam f g: igitur sicut sinus c e, ad sinum b c, sic sinus a e, ad rectam f g, per permutatam proportionem. Maior est autem sinus c e sinu b c: igitur maior erit sinus rectus segmenti a e, ipsa recta f g. Sinus verò rect⁹ segmenti a e, sinum totum non excedit: igitur minor erit recta f g sinu toto. Rectam itaq; sumemus f h, duplam ipsius f g, cui æqualē coaptabimus circulo e b c, in quo quidem circumfe

sentiam subtendat b i, semicirculo minorem. Dimidium verò ipsius b i esto b K: sinus igitur rectus ipsius b K: æqualis erit rectæ f g, per definitionem sinus recti, & communem sententiam: & proinde segmentum b K maius erit segmento b c: circulum igitur describemus super polo b ipso interuallo b K, quem necesse est secare maximum circulum a c l, duobus in locis. Sit igitur vna sectio ante c, in puncto m. Dico quod alia sectio erit inter c & a. Nam non in a: maiorem enim rationem habet sinus rectus anguli acuti c a e, ad sinum totū, quàm sinus rectus acuti anguli b a c, ad eundem sinum totum. Atqui sicut sinus rectus anguli c a e, ad sinum totum, sic sinus segmenti c e, ad sinum segmenti a e, & sicut sinus anguli b a c, ad sinum totū, sic sinus segmenti b c, ad sinum a b, per 13. propositionem primi libri Gebri. Igitur maiorem ratio nem habet sinus c e, ad sinum a e, quàm sinus c b, ad sinum a b. At sicut sinus c e ad sinum a e, sic sinus c b ad sinum b K: igitur maiorem habebit rationem sinus c b ad sinum b K, quàm sinus eiusdē c b ad sinum a b: & idcirco minor est sinus segmenti b K, sinu segmenti a b. Et quoniā segmentum b k, ostensum fuit quadrāte minus, segmentum verò a b, positum fuit quadrāte nō maius: igitur minus erit b K ipso a b. Et proinde circulus descriptus per k, secare non potest maximum circulum a c in a. Si enim in a secaret, duo segmenta a b & b k, æqualia essent inter se, sed maius est a b ipso b k. Nec secare potest in alio puncto vltra a vt in n. Nam quoniā b c, minus est quadrante: in triangulo igitur n b c, angulus c n b acutus erit: at obtusus est angulus b a n, igitur in triangulo a b n, maius erit latus b n latere a b, per 7. primi Menelai: & proinde multò maius segmēto b K. Quapropter secare non potest descriptus circulus maximum circulum a c m, vltra a nec in ipso a. Secet igitur in o, inter c & a. Igitur maximum circulū describemus per ipsa b & o puncta, qui ad o angulum efficiat b o c. Dico ipsum b o c acutum esse, æqualemq; proposito angulo d. Nam sicut sinus rectus c e, ad sinum rectum a e, sic sinus rectus

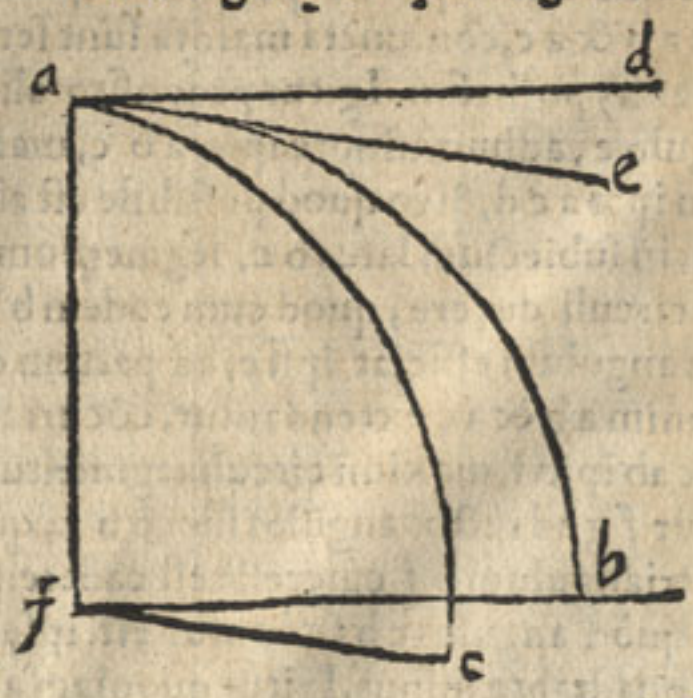
ctus b c, ad sinum rectum b o. At sicut sinus rectus e e, ad sinum rectum a e, sic sinus rectus arcus anguli c a c, ad sinum totum. Et sicut sinus rectus b c, ad sinum b o, sic sinus rectus anguli b o c, ad sinum totum: igitur sicut sinus rectus anguli c a e, ad sinum totum, sic sinus rectus anguli b o c, ad eundem sinum totum. Et propterea æquales sunt inter se duo sinus recti angulorum c a e & b o c. At acutus est c a e, per hypotesim, & b o c similiter acutus, propterea quòd in rectangulo triangulo b c o, subiectum latus b c, minus est quadrante: igitur æquales erunt inter se ijdem anguli c a e & b o c. Ipse verò c a e, æqualis est angulo d: æqualis igitur erit b o c, eidem d. Et proinde in triangulo a b c, segmentorum circulorum maximorum, in quo angulus c rectus est, angulus verò a acutus, minorq; proposito angulo d, latus autem a b, quadrante non maius, à reliquo angulo b, in subiectum latus a c maximi circuli segmentum b o deduximus, quod ad punctum o angulum constituit b o c, æqualem eidem proposito angulo d, quod fecisse oportuit. Et quoniam acuti anguli a, & recti differentia in duo æqualia diuidi potest, dimidium rursus in duo æqualia, & ita deinceps in infinitum: à reliquo igitur angulo b maximi circuli segmentum ducere possumus, quod ad aliquod punctum lateris a c, angulum efficiat acutum, tam exigua differentia superantem ipsum a, vt iudicio sensus eidē æqualis appareat. Adeò vt ipsorum inæqualitas nullo instrumento internosci valeat. Prædicta etiam demonstrandi arte concludes, quòd in sphærico triangulo a b c, segmentorum circulorum maximorum, si latus a b, maius quadrante fuerit, a c verò quadrans, angulus autem a b c acutus, producto latere b c, exterior angulus a c d, minor erit acuto, interioreq; a b c: propterea quòd duo latera a b & a c, coniuncta maiora sunt semicirculo per hypothesim. Igitur proposito alio acuto angulo e, adhuc minore ipso a b c, maiore tamen ipso a c d, dico quod possibile est ab angulo a, in subiectum latus b c, segmentum maximi circuli ducere, quod cum eodem b c, æqualem angulum efficiat ipsi e, ad partem c. Latera enim a b & a c extendantur, cōcurrantq; in f, & ab ipso f, maximi circuli segmentum deducatur f g ad rectos angulos super b c, quod extra triangulum b f c, necesse est cadere: propterea quòd angulus c b f obtusus est, ipsum verò f g. quadrante minus. Igitur quoniam a c f semicirculus est, & a c quadrans, segmentū c f quadrans quoque erit. Angulus porrò b c f acutus est, æqualis contraposito a c d: idcirco in triangulo rectangulo c g f, in quo quidem latus c f, maius quadrante non est, angulus autem f c g, acutus, à reliquo angulo c f g, in subiectum latus c g, maximi circuli segmentum ducere possumus arte paulò ante tradita, quod cum c g versus g angulum acutum efficiat æqualem proposito angulo e. Esto igitur eiusmodi segmentum f h, quod quidem in puncto h angulum efficiat f h g, æqualem ipsi e, & idem f h producatur vsque ad a: itaq; cōtrapositus angulus a h c, æqualis erit eidem e. Quapropter in proposito triangulo a b c, in quo latus a c, quadrans est, a b verò quadrante maius, angulus autem a b c acutus, à reliquo angulo a in subiectum latus b c, segmentum duximus a h, quod ad partem c angulū efficit a h c, æqualem dato acuto e, qui minor propositꝰ fuit quàm acutus a b c, maior autē quàm exterior a c d: quod quidem faciendum propposuimus. Non potest autem f h cadere in punctum b. Nam angulus a b c æqualis est contraposito f b g: & propterea ipse angulus f b g, maior essет angulo e per hypotesim, & communē sententiam: igitur non æqualis. Neq; cadet inter b & g: maius enim esset b f ipso f h, quia obtuso angulo subtensum, at f h acuto. Quare duo latera b f & f h, coniuncta semicirculo minora fierent: & proinde multò maior angulus f h g, eodem angulo a b c. Quapropter multo maior angulus e quàm a b c, rursus contra hypothesim. Ex quo item concludes, quòd à puncto a, du-

duci poteſt maximi circuli ſegmentum ſuper ſubiectum latus b c, quod tam exigua differentia ſuperetur ab acuto angulo a b c, vt ſenſum omnem effugiat, adeò vt nullo inſtrumẽto deprehendi poſsit eiuſmodi ſuperantia.

Igitur qui ſecũdum artis nauigandi præcepta citra meridianum, & æquinoctialem curſum inſtituunt, quanquam aliquandiu in vno atq; eodẽ maximo verſentur circulo, & hac de cauſa de inſtituto curſu aliquantulum diuertant, aliorſumúe tendant: eiuſmodi tamen diuerticulum ſenſu percipere non poterunt. Circulus enim maximus a b c, meridianus eſto loci b, polus manifeſtus a: ſoluentibus porrò è loco b, inſtituatur curſus ſecundum magnitudinem acuti anguli profectionis a b d, quem b d maximi circuli ſegmentũ cum meridiano efficit ad pũctum b. Deducatur autem ex a, maximi circuli ſegmentum a e, ad rectos angulos ſuper b d, & proponatur quidam alius acutus angulus f, inſenſibili differentia excedens ipſum a b d, atque minore illa qua idem a b d, à recto angulo



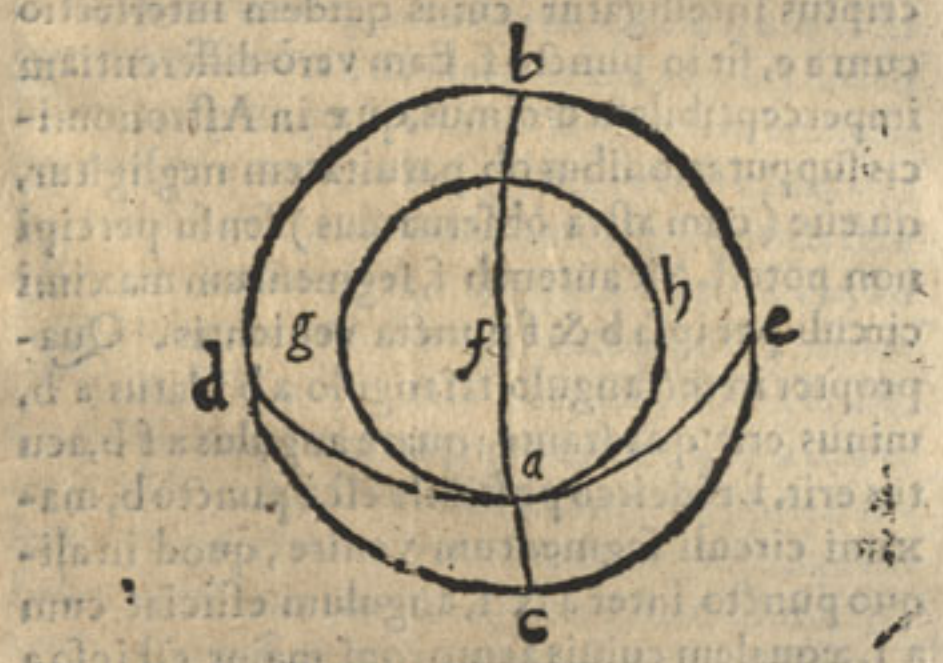
ſuperatur. Et quoniam in ſphæricotriangulo a b e latus a b quadrante maius non eſt, angulus autem a b e acutus, minorq́; angulo f: punctũ igitur inueniatur in latere b e, ſitq́; g, in quo quidem maximi circuli ſegmentum a g, angulumefficiat a g e, æqualem ipſi f. Quare inſenſibili differentia ipſe angulus a g e, profectionis angulum a b e ſuperabit, eritq́; a g meridianus loci g. Et quoniam in quouis puncto inter b & g. anguli efficiuntur cum circulis venientibus a b a, adhuc minores quàm a g e, maiores verò quam a b e: exterior enim angulꝰ ad baſim triãguli maior eſt interiore oppoſitoq́;, quãdo duo latera iunctim ſemicirculo minora ſunt; minore idcirco differentia idem anguli ſuperabunt ipſum angulum a b e. Proportionalis eſt autem idem ipſe profectionis angulus a b e, ei rectilineo quem in nautico inſtrumento rectilineꝰ rumbus cum recta meridiana efficit: igitur imperceptibili differentia diſcrepabunt ijdẽ ſphærici anguli à magnitudine rectilinei. Et proinde quamdiu nauis verſatur in b g, maximi circuli ſegmento, in diuerſa perpetuò tendit, quanquã diuerticulum illud ſenſu percipi non poſsit. Prora enim eodem videbitur ſpectare quo rectilineus rumbus tendit. Idem ſimiliter oſtendes in nauigationibus quæ fiunt verſus occultum polum, ſi præcedenti figura vtaris. Meridianos autem circulos dicimus & polos in ſubiecto globo maris & terræ, ſimiles ijs qui in ſphæra cœleſti habentur. Profectionis porrò angulos curuilineum cum rectilineo proportionales eſſe ſumpſimus, quod quidem facili demonſtratione oſtendes, hoc videlicet modo. Iſto in ſuperficie maris meridiani quadrans a b pũctum a, locus à quo diſcedimus: ipſe igitur quadrans a b, cum quadrante a c, profectionis angulum efficiat b a c curuilineum, recta autem a d, cõtingat circulum a b in a item recta a e contingat a c, in ipſo a, centrum globi ſit f, & connectantur a f, & b f & c f. Duæ itaq; rectæ lineæ a d, b f, æquidiſtantes erunt, ſimiliter duæ a e, f c, æquidiſtantes per 28. propoſitionem primi libri Euclidis. Quapropter planum in quo angulus d a e, æquidiſtans erit plano in quo angulus b f c. Atqui in plano horizontis eſt b f c: ſuperficies igitur in qua angulus d a e,



æqui-

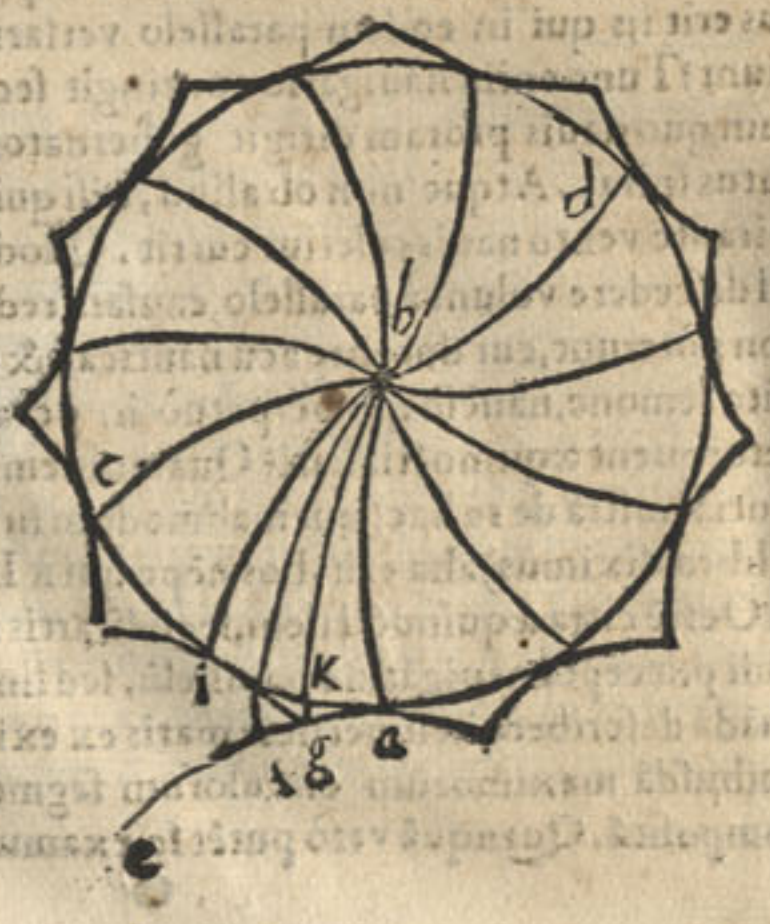
æquidistans est horizonti, & a recta meridiana, ipsa verò a e, rectilineus rumbus, qui cum eadem a d, acutum efficit angulum d a e, quem dico proportionalem esse simile múe sphærico b a c. Duo enim anguli d a e & b f c, æquales inuicē sunt per decimam propositionem vndecimi libri Euclidis: angulus autem b f c, quantitatem definit sphærici anguli b a c. Igitur proportionales sunt rectilineus d a e, & sphæricus b a c, idest sicut d a e, ad rectum angulum rectilineū, sic b a c ad rectum sphæricumq́; maximorū circulorum circumferentijs contentum, quod quidem demonstrasse oportuit.

Igitur vt earum viarum qualitates secūdum quas ad alterum polorum mundi accedimus, rectè intelligantur, hæc præmittenda censuimus. Cæterûm quoniam contingit nauigando eandem interdum seruari distantiam ab vno atque eodem polo: operæpretiū igitur erit huius quoque viæ qualitatē, quæ Aequatori parallela existit, inuestigare. Nam quòd itinerum profectiones nō solum fieri possint super maximis sphæræ circulis: sed etiā super minoribus, nemo vnquā dubitabit, si animaduerterit ex cētro sphæræ maris quod centrum mundi supponimus, ad singula puncta circumferentiæ minoris circuli rectas lineas ductas, si vlterius protendas, in cœlum abire, atq; secundum eas corpora grauia deorsum tendere. Quare si quispiam ita positus fuerit super minoris circuli circumferentia, vt pedes deorsum habeat, caput verò supra, secundū longitudinem conceptæ lineæ, poterit quidem sine vllo naturæ incommodo super eadem circumferentia progredi. Cæterùm Mathematici admonent itinerum profectiones fieri debere super circumferentijs maximorum circulorum: propterea quòd distantia, quæ ex maximo circulo sumitur, breuissima est. Quoniam enim vna atque eadem recta linea duas circumferentias subtendit, vnam maximi circuli, alteram minoris: idcirco si in vno plano ipsos circulos positos intellexeris, segmentum maximi intra minoris segmentum contineri demonstrabitur. Quapropter per postulatum illud Archimedis in primo libro de Sphæra & Cilindro cōtinens contento maius esse, breuior erit distantia quæ ex maximo circulo sumitur ea quæ ex minore. Quod tamen multo euidentius Ioānes Vernerus demonstrauit in annotationibus supra Geographiā Ptole. At vtrum beneficio acus nauticæ nauigando, circulum æquinoctiali examussim æquidistantem describamus, quem admodum nautis videtur, non est facile definire. Nam si nauis constituatur in a, loco, proram dirigens in d, occasum æquinoctialem, & meridianum habeat b a c, æquinoctialis sit b d e, verticalis verò d a e, alter polorum mundi f, & ipse verticalis vnà cum naui motu primi cœli feratur, manifesto apparebit, puncta d & e, æquinoctialem percurrere, nauem verò parallelum a g h. Cæterum quanquam nauis eo motu perpetuo tēdat in occasum æquinoctialem, circulumq́; parallelum describat, non tamen flatus, aut remigium impulsione, secundum artis nauigandi præcepta, acusúe nauticæ beneficio nauigasse dicetur. Nam non magis quàm



qui ad Borealem polum cum nauigare conarentur, propter flatus tamen vehementiam aliò nauem impellentem, per circulum æquidistantem æquinoctiali perducti sunt. Præterea cur eiusmodi nauigationem factam dicemus à Leste in Oestem, si nullus ad æquinoctialem progressus factus est? Curúe Solani flatus expetendus erit ijs qui in eodem parallelo versari cupiunt? Tunc enim nauigatio contingit secūda, cum quo nauis proram dirigit gubernator, eo flatus spirat. Atque non ob aliud, nisi quia ita spirante vento nauis celerius currit. Quod si nihil discedere volunt à parallelo, causam reddere non poterunt, cur docente acu nautica, & adiuuāte temone, nauem ipsi perpetuò in occasum detorquent æquinoctialem? Quamobrem sententia nostra de re hac (quemadmodum in priori libro diximus) alia erit. Eos nēpe qui à Leste in Oēstē citra æquinoctialem, secūdū artis nauigādi præcepta nauigāt, nō parallelū, sed lineam quādā describere in superficie maris ex exiguis quibusdā maximorum circulorum segmentis compositā. Quanquā verò putēt se examussim

in Oëstem perpetuò tendere, sæpissimè tamen diuertunt. Cæterùm diuerticulum illud à recti tudine, nec nō recessus à parallelo, propter paruitatem sensu percipi non potest. Locus enim à quo discedimus esto a, qui polum mundi b, manifestum habeat, & in parallelo a c d, positus sit. Institutus verò cursus in data nauigatione sit à Leste in Oëstem, idest ad occasum æquinoctialem. Igitur vt ostendamus qualem lineam, qui ad eum modum nauigant, in superficie maris describant, à puncto a termino meridiani a b, maximi circuli segmentum ducemus a e, ad rectos angulos super ipso a b, & super polo b, interuallo quodam quod ipsum a b, imperceptibili differentia superet, parallelus quidam descriptus intelligatur, cuius quidem intersectio cum a e, sit in puncto f. Eam verò differentiam imperceptibilem dicimus, quæ in Astronomicis supputationibus ob paruitatem negligitur, quæue (cum astra obseruamus) sensu percipi non potest. Sit autem b f, segmentum maximi circuli per ipsa b & f puncta venientis. Quapropter in rectangulo triangulo a b f latus a b, minus erit quadrante: quare angulus a f b, acutus erit. Et idcirco possibile est à puncto b, maximi circuli segmentum venire, quod in aliquo puncto inter a & f, angulum efficiat cum a f, æqualem cuiuis acuto, qui maior est ipso a f b. Segmentum itaq; b g cum a g, angulum efficiat b g a, imperceptibili differentia recto angulo minorem, maiorem verò ipso a f b. Erit itaque b g, adhuc minus ipso b f. Et quoniam meridiani qui cadunt inter a & g, angulos efficiunt maiores ipso b g a, à quo qui distantior est propinquiore maior existit: idcirco qui sol



uunt è loco a, acuq; nautica cœli plagas indicãte, in occasum æquinoctialem perpetuò tendere conãtur, quamdiu fuerint in a g, nihil ab instituto cursu discrepare videbũtur. Et quia segmentum b g, insensibili differentia excedit a b: igitur quanquam reuera versati sint in a g, in parallelo tamen se delatos esse putabunt. Intersectio porrò segmenti b g, cum eodem parallelo esto K, & in ipso parallelo arcus sumatur K i, æqualis ipsi a K. Quapropter si per g & i maximus circulus scriptus fuerit, maximus item circulus per b & i: angulum igitur b i g, æqualem esse ostendes recto angulo b a g, segmentum itẽ a g, æquum segmento g i, per propositionem similem 4. primi Euclidis. Et idcirco circul' maximus per g & i scriptus parallelum a c d, continget in ipso i. Quare si nauis delata fuerit super segmento g i, eundem cursum tenere vidébitur, qui ab initio fuerat institutus, idest à Leste in Oëstem, locorum etiam latitudines in vniuerso segmento æquales apparebunt latitudini loci a: quare quemadmodum priori ostendimus syllogismo, nihil à parallelo loci a recessisse putabitur. Et quia ad hunc modum circa reliquũ paralleli ambitum nauis cursum se habere consequens est, nihil verò refert siue reliqua segmenta æqualia ponamus ipsi a g, siue minora, dummodo ipsum contingant parallelum: patet igitur eam lineam quam nauis in superficie maris describit, cum à Leste in Oëstẽ citra æquinoctialem nauigamus, parallelum nõ esse. Cæterùm ab eo insensibiliter discrepare, differentiam verò tanto esse minorem, quanto linea illa angulosior fuerit. Quamobrem rationi consentaneum est, vt pro huiusmodi lineis Aequatori æquidistantes in globo describãtur. Nam si ad eum modum fractas lineas sub quantouis, certo tamen angulorum numero duceremus, quales naues à Leste in Oëstem percurrere demonstrauimus, iustè obiurgandi essemus: cur non alias magis ad parallelũ accedentes, pluriũque angulorum describantur à nobis, vt recessus parallelo, & ab instituto cursu minor euadere possit. Ii porrò qui in loco sunt latitudine carẽte, & ad Lestem nauigant aut Oëstem: idcirco super æquinoctiali circulo vehuntur, quoniam meridiani cum æquinoctiali rectos angulos vbique efficiunt.

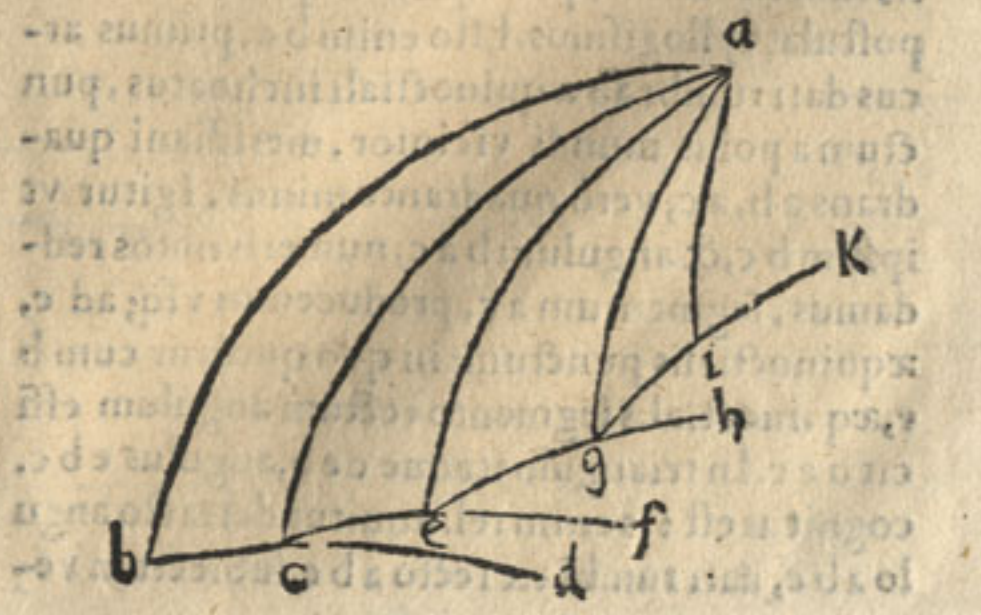
¶ *Quod possibile sit datum globum rumbis deliniare.* *Cap.* 22.

Igi

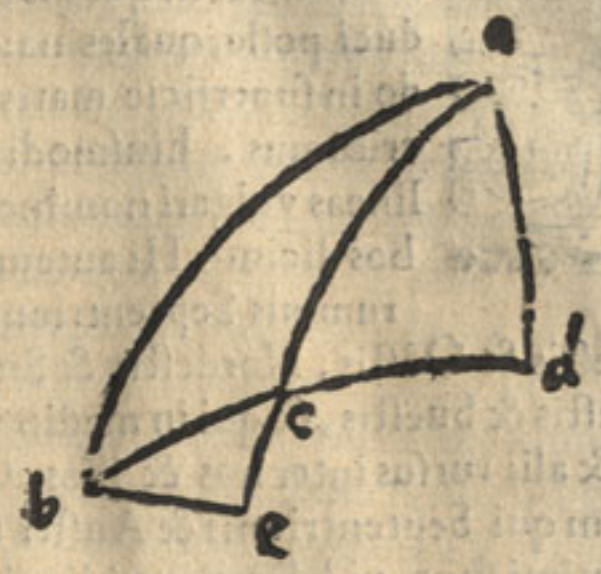
IGitur ex ſupradictis liquet tales lineas in quouis globo duci poſſe, quales nauigando in ſuperficie maris deſcribimus. Eiuſmodi verò lineas vulgari nomine rumbos dicim⁹. Hi autem ſunt rumbus Septentrionis & Auſtri, Leſtis & Oêſtis, Nordeſtis & Sudoêſtis, Noroéſtis & Suëſtis, & qui in medio inter hos ſunt, & alij rurſus inter hos & illos. Quorum quidem qui Septentrionis & Auſtri ſunt, circuli maximi ſunt, videlicet meridiani. Qui verò Leſtis & Oëſtis, æquinoctialis cum parallelis, quemadmodum demonſtratum eſt à nobis. Reliqui autem orbiculares lineæ ſunt ex ſegmentis maximorum circulorum compoſitæ. Et quoniam oportet eiuſmodi ſegmenta angulos efficere æquales, quantum ad ſenſum in quibuſuis punctis cum nouis meridianis, exteriores interiori, qui profectionis eſt, id fieri poſſe demonſtrauimus. Quare ſi propoſito quouis rumbo à puncto interſectionis dati meridiani cum æquinoctiali circulus maximus ductus fuerit, qui cum ipſo meridiano angulum acutum efficiat proportionalem ei rectilineo, quem datus rumbus rectilineus cum meridiana efficit, & ipſius maximi circuli ſegmentum ſumatur, qui in quouis puncto cum alijs meridianis angulos efficiat exteriores inſenſibili differentia maiores: rurſus verò à termino eiuſdem ſegmẽti duo maximi circuli ducti fuerint, vnus per polos mundi, alter verò qui cum eo efficiat angulum æqualem ei qui prius factus fuerat in æquinoctialis puncto. Ab hoc autem ſegmentum præterea ſumatur, quod in quouis puncto angulos efficiat æquales quantum ad ſenſum exteriores interiori, & ita deinceps per globi conuexitatem, ad vnum & alterum polum, exit nimirum illi⁹ modi fracta linea per quàm ſimilis ei quam nauis ſuper maris ſuperficie deſcripſerit, cum nauigatio facta fuerit ſecundum propoſitum rumbum. Et quoniam eadem prorſus arte reliqui rũbi duci poſſunt: igitur in quouis propoſito globo eas duci lineas quas nautæ rumbos appellant, poſsibile eſt.

¶ *Tabulam quandam numerorum edere, cuius adminiculo in dato globo rumbos quoſlibet deſcribamus. Cap. 23.*

MAximorũ circulorum ſegmenta ex quibus datus rumbus cõſtituẽdus eſt, ea magnitudine debẽt eſſe, vt duo anguli exterior & interior, quos ad ſuos fines cũ meridianis efficiũt, tametſi ſint inæquales, pro æqualibus habeantur. Ipſorum porrò angulorum differentiam vnius gradus circumferentiæ horizontis ſubijciemus. minores enim credibile eſt ſenſui gubernatoris occulta ri. Initium verò deſcribendorum rumborum erit in æquinoctiali circulo. Igitur vt ſegmenta meridianorum inter polum propinquiorem & fines eorum ſegmentorum, quæ datum rumbum conſtituunt, numeris innoteſcant, ſit in ſubiecta figura punctũ a, vnus polorum mundi, meridiani quadrãs a b, ſegmẽta verò b c, c ç, c g, g i, rumbum conſtituant dati anguli profectionis a b c, vlteriusq́; producantur b c, ad d, c e, ad f, e g, ad h, g ĩ, ad K. Ab ipſo autem polo a, meridiani veniant ad puncta c, e, g. i, nempe a c, a e, a g, & a i. Dico meridianorum ſegmẽta a b, a c, a e, a g, & a i, ſinus rectos habere proportionales in proportione continua, eamq́; eſſe, quam habet ſinus exterioris anguli a c d, ad ſinum interioris anguli oppoſitiq́; a b c, in ſphærico triãgulo b a c. Nã in ipſo ſphærico triangulo ſicut ſinus rectus lateris a b, ad ſinum rectum lateris a c, ſic ſinus rectus anguli a c b, ad ſinum anguli a b c, per 13. propoſitionem primi libri Gebri. Atqui duo anguli a c b & a c d vnum atque eũdem habent ſinum rectum: igitur ſicut ſinus a b, ad ſinum a c, ſic ſinus anguli a c d, ad ſinum anguli a b c. Et eodem ſyllogiſmo oſtendes ſicut ſe habet ſinus a c ad ſinum a e, ſic ſe habere ſinum anguli a e f, ad ſinum anguli a c e. Et quoniam duorum triangulorum b a c & c a e, interiores anguli æquales inuicem ſupponuntur, duo etiã exteriores a c d



& a e f, inter se æquales: igitur sicut sinus anguli a c d, ad sinum anguli a b c, sic sinus anguli a e f, ad sinum anguli a c e. Et proinde sicut sinꝰ segmenti a b, ad sinum segmenti a c, sic sinus segmenti ipsius a c, ad sinum segmenti a e. Similiter autem demonstrabis quòd sicut sinus a c, ad sinũ a e, sic sinus a e, ad sinum a g, & in eadem ratione esse sinum a g, ad sinũ a i. Quare patet meridianorum segmenta quæ ad ipsa veniunt pũcta b, c, e, g, i, sub vna atque eadem ratione sinus rectos proportionales habere, quam quidem seruat sinus anguli a c d, ad sinũ anguli a b c. Quæ cum ita sint, non erit difficile ipsa meridianorũ segmenta cognita reddere. Sinum enim totum qui quadrantis est a b, in sinum anguli a b c, dati rumbi multiplicabimus adiectione quinque ziphrarum: productum verò diuidemus per sinum anguli a c d, & prodibit in quotiente sinus segmenti a c. Hunc verò in se ipsum multiplicabimus productum porrò diuidemus per sinum totum abiectione quinq; vltimarũ figurarũ, & veniet sinus rectus segmenti a e. Hunc autem multiplicabimus in sinum segmenti a c, productumq; diuidemus per sinum totũ prædicta arte, & veniet ex partitione sinus segmenti a g. Ipsum deniq; sinum segmenti a g, multiplicabimus in sinum a c, productum deinde diuidemus per sinum totum, & veniet sinus segmenti a i. Et ita in cæteris. Nam cum sinus rectus a c, cognitus fuerit, ipse erit cõmunis multiplicator ad inueniendum reliquorum segmentorum sinus, communis autem diuisor sinus totus erit. Sinibus porrò cognitis, debiti arcus per tabulã sinuum rectorum patefient. Ipsi autem sunt meridianorum segmenta inter polum mundi & eorum segmentorum fines, quæ datum rumbum constituunt. Deinde verò ipsorum segmentorum datum rumbum constituentium quantitates, operæpretiũ erit metiri, & eos angulos cognoscere, qui super polis mundi eisdem segmentis subtenduntur, quod quidem prolixiores ex postulat syllogismos. Esto enim b c, primus arcus dati rumbi ab æquinoctiali inchoatus, punctum a polus mundi vicinior, meridiani quadrans a b, a c, verò quadrante minus. Igitur vt ipsum b c, & angulum b a c, numeris notos reddamus, segmentum a c, producemus vsq; ad e, æquinoctialis punctum: in quo quidem cum b e, æquinoctialis segmento rectum angulum efficit b e c. In triangulo itaque c e b, angulus e b c, cognitus est: is enim relinquitur detracto angulo a b c, dati rumbi ex recto a b e, subiectum ve-



rò latus c e cognitum existit: propterea quòd a c, quadrantis complementum iam innotuit. igitur reliqua trianguli latera b c & b e, cognita erunt. Est enim sicut sinus totus ad sinum anguli e b c, sic sinus lateris b c, ad sinũ lateris c e. Quare cum quatuor quantitatum proportionalium prima, secunda & quarta sint cognitæ: tertia igitur ignorari non poterit, sinus porrò cũ cognitus fuerit, arcus illico innotescet. Præterea sicut sinus totus ad sinum complemẽti c e, sic sinus complementi b e, ad sinum complementi b c: per regulam igitur numerorum proportionalium sinus rectus complementi arcus b e patefiet: & idcirco ipse arcus b e, qui angulum subtẽdit b a c, statim cognosci poterit.

Hac igitur arte quantitatẽ inuenies primi segmẽti dati rumbi ab æquinoctiali initium sumẽtis, & differentiam meridianorum per ipsius fines venientium, arcumúe æquinoctialis qui eidem respondet. At ponamus b c, dati rumbi segmentum esse, sed non primum: oporteatque ipsius quantitatem metiri, & meridianorum differentiam inter fines eiusdem. Igitur à polo a, maximus circulus ducatur, qui segmentum b c, vlterius productum ad rectos angulos secet super d. In triangulo itaque rectangulo a d b, acutus angulus a b d, cognitus supponitur: a b verò meridiani segmentum inter polum & initium arcus b c, iam innotuit: igitur quemadmodum paulo antè ratiocinati sumus, sinus recti a d & b d innotescẽt, & ipsa latera per tabulam sinuũ rectorum cognita erunt. Similiter verò in triangulo a c d, quoniam latus a d, cognitum existit, & a c meridiani segmentum notũ supponitur: reliquum igitur latus c d innotescet. Quo quidem detracto ex b d ipsum b c, dati rumbi segmentum cognitum relinqui necesse est. Ex quo quidem angulum b a c, qui duobus meridianis

a b,

a b, a c continetur, differentiamque longitudinis definit inter b & c, vno alio ſyllogiſmo ſtatim concludes cognitum. Nam quoniam in triãgulo b c a, ſicut ſinus lateris a c, ad ſinum lateris b c, ſic ſinus anguli a b c, ad ſinum anguli b a c, per 13. propoſitionem primi libri Gebri. Si igitur ſinum anguli a b c, in ſinum lateris b c, ideſt ſinum anguli dati rumbi in ſinum propoſiti ſegmenti multiplicaueris, productum verò diuerſis per ſinum a c: in quotiente reperies ſinũ anguli b a c. Acutus eſt autem quia totus angulus b a d, acutus eſt: igitur per tabulam ſinuũ rectorũ arcus ipſius anguli b a c, notꝰ prodibit. Quod ſi propter operis facilitatem ſinum totum ſemper interuenire velis, quæ quatuor ſyllogiſmis nota concludimus, quinq; manifeſtanda erunt. Vtemur autem decimaquarta propoſitione primi libri Gebri. His itaque ad hunc modum demonſtratis, tabula quædam numerorum exarãda erit ſeptem columnis diſtincta: ſingulæ verò columnæ in tria ſpatia. Prima columna erit primi rumbi, ſiue potius primæ quartæ rumbi, quã vulgari nomine dicimus Norte quarta de Nordeſte, & huic oppoſitã Sul quarta de Sudoëſte. Ex alio latere Norte quarta de Noroëſte, Sul quarta de Sueſte. Huius columnæ primum ſpatium arcus continet meridiani qui ad fines ſegmentorum dati rumbi terminantur. Secundum verò ſpatium itinerum longitudines comprehẽdit ſegmentorum ipſius rumbi, ideſt quantum ſit vnum quodq; eiuſdem rumbi ſegmentũ oſtẽdit. In tertio autem differentiæ longitudinis ſcribi debent inter fines cuiuſuis ſegmenti eiuſdem rumbi. Secunda columna ad eundem modum tribus ſpatijs diſtincta, numeros continebit qui debentur mediæ profectioni, quam appellant Nornordeſte Suſudoëſte: ex alio verò latere Nornoroëſte Suſuëſte. In tertia porrò numeri collocandi ſunt tertiæquartæ, quam dicũt Nordeſte quarta de Norte, & Noroëſte quarta de Norte, cum oppoſitis. Et eadem arte reliquæ columnæ erunt exarandæ. In latere verò ſiniſtro eiuſdem tabulæ numerus, & ordo ſigillatim ſcribendus eſt ſegmentorum cuiuſuis rumbi. In prima itaque columna angulus profectionis primæ quartæ gradus continet 11. minut. 15. In ſecunda quæ mediarum profectionum eſt, gradus comprehendit 22. minut. 30. In tertia profectionis angulus graduum eſt 33. minutorũ 45. In quarta graduum 45. In quinta graduum 56. minutorum 15. In ſexta graduum, 67. minu. 30. In ſeptima denique 78. minut. 45. Quælibet igitur columna debitis numeris implenda erit, numeris lateralibus reſpondentibus. Hoc tamen commemorandum eſt, quod arcus meridiani in primo ſpatio poſitus, is eſt qui ad finem ſegmenti venit, non qui ad initium. Nam quoniam initium deſcriptionis omnium rumborũ ab æquinoctiali circulo ſumẽdum eſt: arcus igitur meridiani ad initium primi ſegmẽti veniẽtis quadrans exiſtit. Quapropter numerus graduum & minutorum in primo ſpatio ſcriptus, arcus illius meridiani erit, qui ad finem primi ſegmẽti terminatur, & ita in cæteris. Et quoniã initium ſequentis ſegmenti præcedentis finis eſt: idcirco ſi poſteriores arcus cogniti fuerint, priores ignorari non poterunt.

¶ *Sequitur diſpoſitio tabulæ in ſeptem partes diſtinctæ: numeros verò qui intra ipſius tabulæ aream ſcribendi ſunt, ſtudioſi adoleſcentes inuenient ſecundum præcedentes demonſtrationes, & quantum libuerit, extendent.*

Numerus & ordo segmentorum in quolibet rumbo.

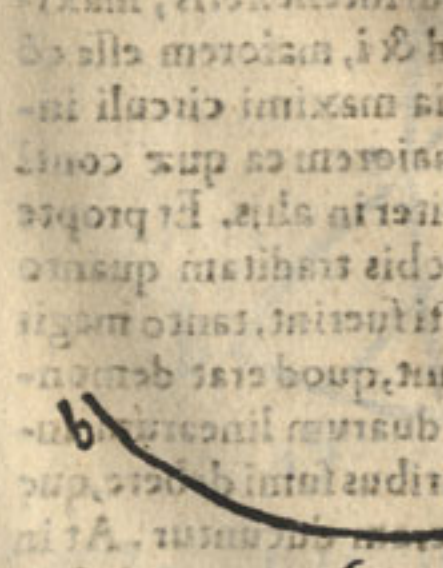
Prima quarta norte quarta de nordeste norte quarta de noroeste cũ oppositis.			Secunda quarta nor nordeste nornoroeste cum oppositis.			Tertia quarta nordeste quarta de norte, noroeste quarta d norte cũ oppositis.			Quarta quarta, nordeste, noroeste, cum oppositis.			Quinta quarta, nordeste quarta d leste, noroeste quarta doeste cum oppositis.			Sexta quarta lesnordeste, oesnoroeste, cum oppositis.			septima quarta, leste quarta de nordeste, oeste quarta de noroeste cũ oppositis.		
arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia lõgitudinis.	arcus meridiani.	longitudo itineris.	differentia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differẽtia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differẽtia longitudinis.	arcus meridiani.	longitudo itineris.	differẽtia longitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia lõgitudinis.
Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃	Gr.m̃

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19

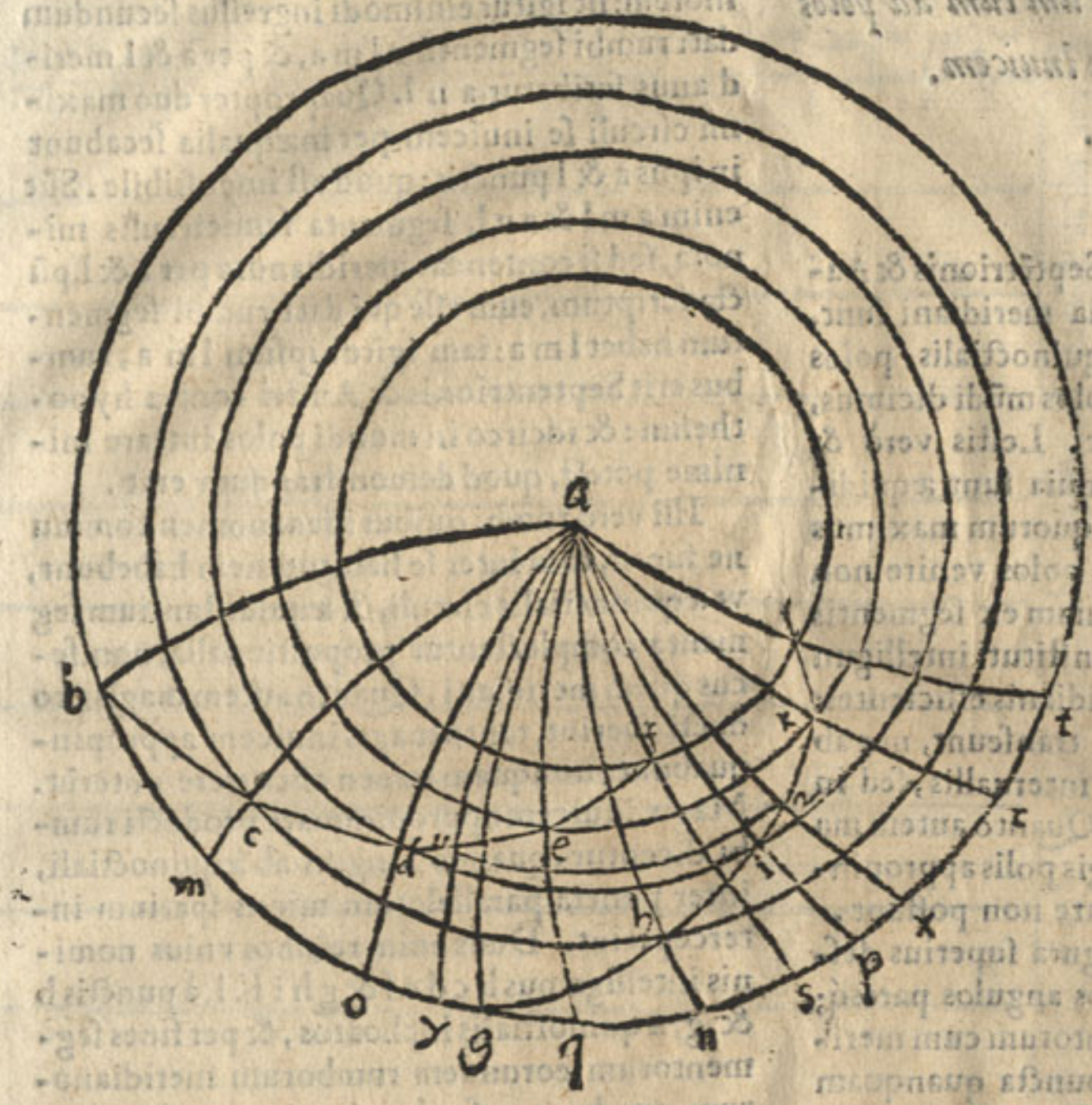
¶ *De habitudine rumborum tum ad polos mundi, tum ad se inuicem.*

Cap. 24.

RVmbi Septẽtrionis & Austri quia meridiani sunt, per æquinoctialis polos quos polos mũdi dicimus, veniunt. Lestis verò & Oestis quia sunt æquidistantes, quorum maximus est æquinoctialis, per ipsos polos venire non possunt. Reliqui verò quoniam ex segmentis maximorum circulorum constituti intelliguntur, acuros angulos cum meridianis efficientes: idcirco nec per polos mundi transeunt, nec ab eisdem polis paribus distant interuallis, sed in infinitum produci possunt. Quanto autem magis producuntur, tanto magis polis appropinquant. cæterùm in eos intrare non possunt. Nam quemadmodum in figura superius descripta rumbus b c e g, acutos angulos paresq; facit ad fines suorum segmentorum cum meridianis: ad intermedia verò puncta quanquam impares, insensibili tamen differentia, ita nimirum à puncto g in i, & ab i rursus prolongari potest, & ita deinceps quamtum libuerit. Ad quoduis enim dati meridiani punctum, dato angulo concepti rumbi æqualis effici potest ab ipso meridiano, cum quodam alio maximo circulo. Porrò ex ijs quæ demõstrauimus satis cõstat meridianorum segmenta perpetuò minora fieri. Quare quanto magis ipse rumbus productus fuerit, tanto magis eidem polo appropinquabit: at intrare nunquam poterit. Nam si intrat, quoniam à posuimus polum mundi viciniorem: sit igitur eiusmodi ingressus secundum dati rumbi segmentum l m a, & per a & l, meridianus scribatur a n l. Quapropter duo maximi circuli se inuicem per inæqualia secabunt in ipsis a & l punctis: quod est impossibile. Sũt enim a m l & a n l, segmenta semicirculis minora, sed si contendas meridianum per a & l, pũcta scriptum, eum esse qui dati rumbi segmentum habet l m a: iam igitur ipsum l m a, rumbus erit Septentrionis & Austri contra hypothesim: & idcirco in mundi polos intrare minime potest, quod demonstrandum erat.



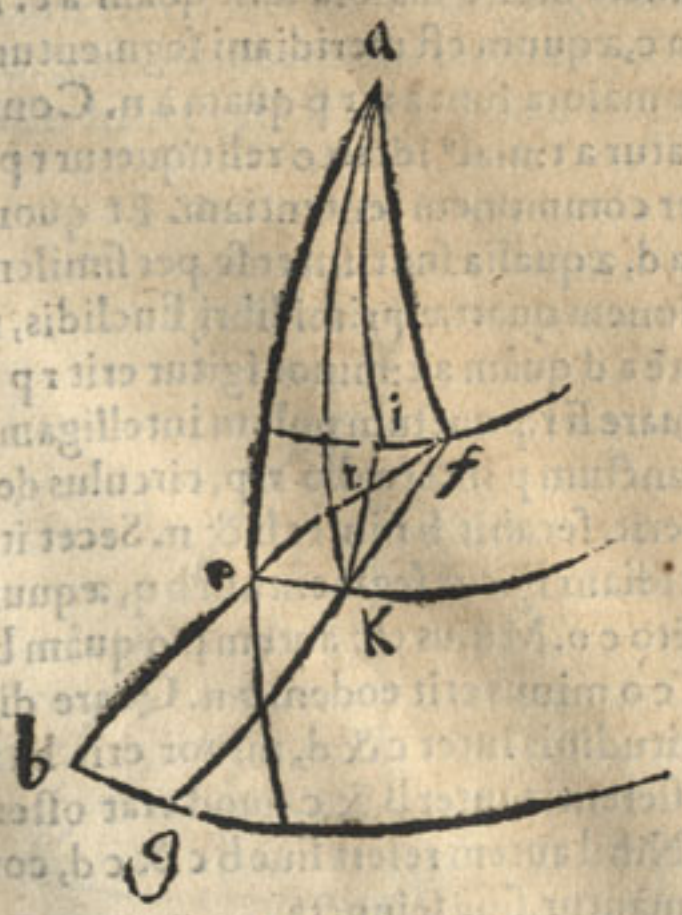
Illi verò rumbi quibus idem nomen commune fuerit, eam inter se habitudinem habebunt, vt æquinoctialis circuli, & æquidistantium segmenta complectantur proportionalia, non secus quàm meridiani. Quanto autem magis producti fuerint, tanto magis inuicem appropinquabunt: nunquam tamen cõcurrere poterũt. Magis inuicem appropinquare producti rumbi dicentur, quando longius ab æquinoctiali, inter puncta parallelorum minus spatium interceperint. Duos enim rumbos vnius nominis intelligamus b c d e f & g h i K l, à punctis b & g, æquinoctialis inchoatos, & per fines segmentorum eorundem rumborum meridianorum quadrantes scribantur: quemadmodum in subiecta figura apparet. Sint autẽ primà segmenta b c & g h. In duobus itaq; triangulis a b c & a g h, angulus c b a, æqualis supponitur angulo h g a; angulus etiam a c b, æqualis angulo a h g, latus verò a b, æquum est lateri a g: sunt enim quadrãtes: igitur reliqua latera quia minora sunt quadrantibus æqualia inuicem erunt, & reliqui anguli æquales per 16. primi libri Menel. Quapropter meridiani segmentum a c, æquum erit meridiani segmento a h. Describatur igitur per c & h, æquinoctialis parallelus cuius quidem segmentum esto c h. Aio b g, & c h, æquinoctialis & paralleli segmenta, similia esse proportionaliaúe. nempe sicut æquinoctialis ad parallelum sic, b g, ad c h. Nam quóniam duo anguli b a c & g a h, æquales ostensi sunt: arcus igitur æquinoctialis b m & g n, æquales inuicem erunt: quibus si adijciamus g m, æquales igitur erunt b g & m n, per communem sententiam. Quapropter sicut b g ad c h sic m n, ad idem segmentum c h. At qui similes sunt proportionalesúe ipsi duo arcus m n & c h, per 14. secundi lib. Theo. igitur b g & c h, proportionales erunt. Quod quidem per solam 17. propositionem ipsius 2. libri Theo. demon



monſtrare poteris. Idem ſimiliter demonſtrabis de ſegmentis reliquorum parallelorum inter eoſdem rumbos comprehenſis. Quoniam enim duorum triangulorum a c d & a h i, latera a c & a h, æqualia oſtenſa ſunt, & anguli ſupra baſes c d & h i, æquales ſubijciuntur: igitur reliqui anguli qui ad a æquales erunt, reliqua etiam latera, quia minora ſunt quadrantibus, erũt æqualia: & idcirco a d & a i æqualia erunt, ſimiliter duo æquinoctialis ſegmenta m o & n p, inter ſe æqualia erunt, & proinde totum b o, toti g p, æquum erit per communem ſentẽtiam ſi æqualib⁹ æqualia addas. Vtriq; autem addemus g o: & idcirco æqualia erũt b g & o p. Paralleli porrò deſcripti per d & i, ſegmentum eſto d i: proportionalia igitur erunt o p & d i, meridianis a o & a p comprehẽſa: quare proportionalia quoque erunt b g & d i. Quod autem duo ſegmenta c h & d i, ſuis circulis ſint proportionalia per æquam proportionem concludes, interpoſito b g. Sed ponamus ſegmentum u z, illius paralleli eſſe, qui ſcribitur per puncta quæ ſunt ſupra d & i, & infra e & K, oſtendemus nihilominus b g & u z, ſimilia ſegmẽta eſſe. Ductis enim à polo a, quadrantibus a y & a x, per ipſa puncta u & z, duo latera a d, a u, trianguli a d u, duobus lateribus a i, a z, trianguli a i z, æqualia erunt: acutus autem angulus u d a, angulo z i a æqualis eſt, duo verò anguli a u d, a z i, obtuſi ſunt, per ea quæ ſuperius demonſtrauimus: igitur duo reliqui anguli d a u & i a z, æquales erunt. Quapropter duo ſegmenta o i, p x, æqualia inuicem erunt: & idcirco b y & g x, æqualia concludes, & propterea b g & y x æqualia erunt inter ſe per communem ſententiam. At verò ſimilia ſunt y x & u z: igitur b g & u z, ſimilia quoque erunt. Quapropter veriſsimum eſſe concludes in vniuerſum, parallelorum ſegmẽta inter rumbos vnius nominis eiuſdemúe inclinationis proportionalia eſſe, quod demonſtrandum ſuſcepimus.

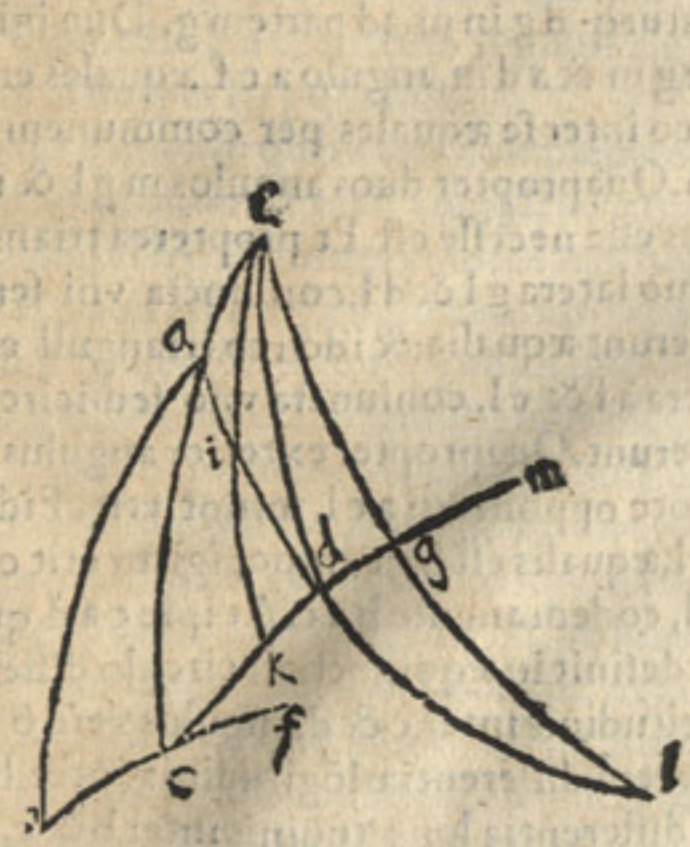
Quod autem quanto magis producuntur, tanto magis inuicem appropinquent, modò oſtendemus. Nam quoniam arcus circulorum æquidiſtantium inter rumbos b f, & g l, comprehenſi ipſis circulis proportionales ſunt: rectæ igitur ſubtendentes eoſdem arcus eorũdem circulorum ſemidiametris proportionales erũt. Hoc enim facile demonſtrare poteris per ſextum librum Euclid. Quapropter recta ſubtendens circumferentiam b g, recta ſubtendente c h maior erit, & hæc rurſus maior recta ſubtendente d i, & ita deinceps. Idcirco ſi maximum circulum per puncta c & h, ſcriptum intellexeris, maximum item circulum per d & i, maiorem eſſe cõcludes b g, circumferentia maximi circuli inter c & h: hanc autem maiorem ea quæ continetur inter d & i, & ſimiliter in alijs. Et propterea per definitionem à nobis traditam quanto magis ipſi rumbi producti fuerint, tanto magis inuicem appropinquabunt, quod erat demonſtrandum. Scimus porrò duarum linearum interualla ex perpendicularibus ſumi debere, quæ à punctis vnius ſuper alteram ducuntur. At in huiuſmodi fractis lineis rationem potius habendam eſſe putauimus ad interualla punctorũ inter

ter consimiles rumbos in singulis parallelis. Nã si duarum nauium vna soluerit à loco b spatiũ decursura rumbi b f: altera verò à g, spatium decursura consimilis rumbi g l, pariq; ferantur celeritate, palam est ex ijs quæ demonstrauimus, quandiu ad eum modum delatæ fuerint, in eosdem parallelos simul incidere, quantóq; magis prouectæ fuerint, tanto magis inuicem appropinquare. Nunquam verò cõcurrere etiam si in infinitum producãtur, ostendemus demonstratione ducente ad impossibile. Super polis enim non concurrent, quoniã in eos intrare non posse demonstratum est. Quare si alibi concurrũt: duo igitur eiusdem nominis rumbi b f & g f, cõcurrant in f, comparium segmẽtorum e f & k f, termino. Quapropter a e & a k, meridianorum arcus æquales erunt per ea quæ paulò ante demonstrauimus in præcedenti figura: anguli præterea e a f & f a K, inter se æquales pars & totũ, quod est impossibile. At si ipsa cõparia segmẽta non concurrere dixeris in f, sed in aliquo pũcto inter e & f: fit igitur eiusmodi concursus in r, & producatur K r vsque i, in parallelo puncti f. Et quoniam comparium segmentorum terminos paribus interuallis ab eodem polo distare ostensum est, punctum verò f, terminum posuimus segmenti e f. punctum igitur i terminus erit segmenti k i. Arcus autem meridiani inter polum a & i esto a i: igitur duo anguli e a f & i a k, inter se æquales erunt, quod rursus est impossibile. Et propterea non concurrũt, quod demonstrandum erat.



¶ Quam habitudinẽ inter se habeant vnius atq; eiusdem rumbi segmenta. Cap. 25.

MAximorum circulorũ segmẽta ex quibus rumbi, qui nec sunt Septentrionis & Austri, neq; Lestis & Oestis, constituti intelliguntur, eam habent inter se cõparationem, vt in quouis ipsorum rumborum ab æquinoctiali inchoato, & versus vtrumq; polorum mundi prolongato, segmenta ipsi æquinoctiali propinquiora remotioribus maiora sint, & longitudinum atq; latitudinum differentiæ inter eorundem segmẽtorum extrema puncta maiores quoq;. Adeò vt quanto longius ab æquinoctiali quiuis rumbus productus fuerit, tanto segmenta minora fiant, & longitudinum nec non latitudinum differentiæ inter extrema puncta etiam minores. Rumbi enim inchoati a b æquinoctiali, & versus polum a producti, duo concipiantur segmenta b c, vicinius ipsi æquinoctiali, & c d remotius: ad quorum fines arcus meridianorum veniant a b, a c & a d. Dico b c, maius esse c d, & longitudinis differentiam inter duo puncta b & c, maiorem esse longitudinis differentia inter c & d, similiter arcum a b, maiori differentia excedere arcum a c, quam a c excedat a d. Primi demonstratio ad hunc modum fiet. Quoniam enim arcus a c, minor est ipso a b: producatur igitur ad partem a, sitq; c e e idẽ ab æqualis. Deinde verò à puncto e termino ipsius c e, maximus ducatur circulus qui cum eodem c e, ad idẽ pũctum e, angulum efficiat æqualem angulo b a c, per primam propositionem primi libr. Menel.



Secabit autem huiusmodi circulus segmentum c d, in longum productum at non in d neq; inter c & d. Si enim secat in d, quoniam duorum triangulorum a b c & e c d, duo latera a b & e c, æqualia sunt: & duo anguli vnius duobus angulis alterius qui supra ipsa latera a b & e c, æquales sunt, alter alteri: reliquus igitur angulus a c b, reliquo e d c, æqualis erit per 14. primi Menelai. Quapropter exterior e d g, exteriori a c f, æqualis erit. Eidem verò exteriori a c f, æqualis est a d g: propterea quod suppositum est tanta differentia angulum a c f, superare angulum a b c, quanta huic æqualem a c d, superat angulus a d g. Aequalis igitur erit angulus e d g, angulo a d g pars toti, quod est impossibile. Et idcirco non secat in d. At inter c & d, secare non poterit. Nam si inter c & d secat: sit igitur huiusmodi sectio in k. Quare similibus argumentis ostendemus duos angulos e k g & a d g, inter se æquales esse. Secet autem arcus e K, arcum a d in i. In triangulo igitur K d i, exterior angulus i d g, interiori oppositoq; i K d, æqualis erit. Quapropter duo latera d i & K i, coniuncta vni semicirculo æqualia erũt. At verò d i, multo minus est quadrante, quia totus arcus a d, quadrante minor est: item K i multo minus quadrãte, quia arcus e k, cum sit æqualis a c, minor est quadrante: igitur impossibile.

Et idcirco non secat inter c & d. Secet porrò in g. Trianguli igitur e c g, latus c g æquum erit lateri b c, trianguli a b c. Minus est autem c d ipso c g: igitur minus erit idem c d quàm b c, quod imprimis erat ostendendum. Secundum demõstrabitur in eadem figura. Duo enim arcus a d & e g, ad partes d & g, producti concurrant in l, producaturq; d g in m, ad partem g. Duo igitur anguli e g m & a d m, angulo a c f æquales erũt: & idcirco inter se æquales per communem sententiam. Quapropter duos angulos m g l & m d l, æquales esse necesse est. Et propterea trianguli d g l, duo latera g l & d l, coniuncta vni semicirculo erunt æqualia: & idcirco trianguli e a l, duo latera a l & e l, coniuncta vno semicirculo maiora erunt. Quapropter exterior angulus c a l, interiore oppositoq; a e l, minor erit. Eidem verò a e l, æqualis est b a c: minor igitur erit c a d siue c a l, eodem angulo b a c. At ipse c a d, quãtitatem definit in æquinoctiali circulo differentiæ longitudinis inter c & d, angulus verò b a c, quantitatem differentiæ lõgitudinis inter b & c: igitur differentia longitudinis inter b & c, maior est differentia inter c & d, quod erat ostendendum. Postremũ prætereà facili ostendemus demonstratione. Veniant enim per c & d paralleli, & quoniam maior est arcus a b quàm a c, & ipse a c m ior quàm a d: igitur descripti paralleli meridianos a b & a c secabũt. Secent itaq; in n & o: erit igitur b n, differentia latitudinis inter b & c, at c o, differentia latitudinis inter c & d. Dico igitur differentiam b n, maiorẽ esse differentia c o. Nam quoniam demonstravimus segmentum b c, maius esse c d: sumatur igitur ex eodem b c, segmentum b p, quod ipsi c d æquum sit, & ex a b arcus b r, æqualis arcui a c.

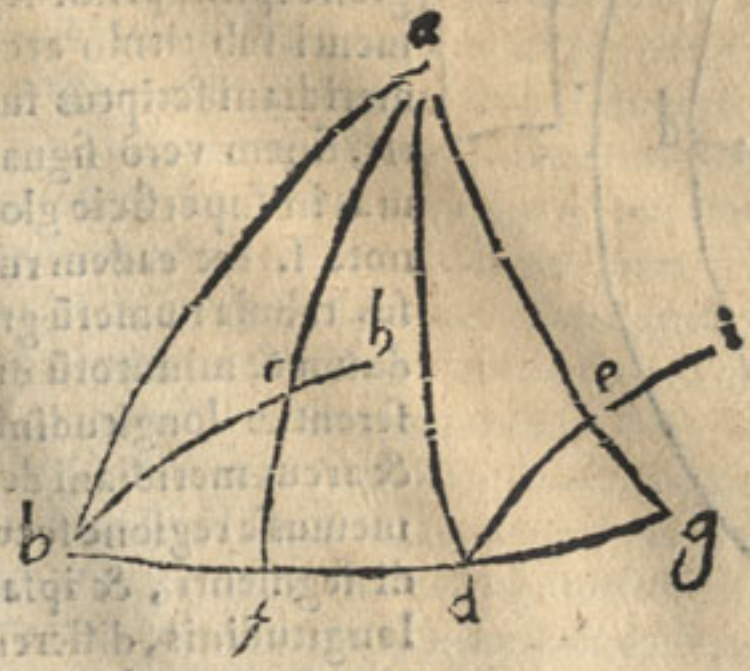
Deinde verò per duo puncta p & r, circulus maximus scribatur, circulus item maximus per a & p. Trianguli itaque a p r, duo latera a r & r p, coniuncta maiora sunt tertio latere a p. Ipsum verò a p, maius est quàm a c: propterea quod in triangulo c a p, angulus a c p, obtusus est, a p c verò acutus. Et idcirco ipsa duo latera a r & r p, coniuncta multò maiora sunt quàm a c. Eidem verò a c, æquum est meridiani segmentum a n: igitur maiora sunt a r, r p quàm a n. Commune auferatur a r: maiꝰ idcirco relinquetur r p quàm r n, per communem sententiam. Et quoniam r p & a d, æqualia sunt inter se, per similem propositionem quartæ primi libri Euclidis, minor est autẽ a d quàm a c: minor igitur erit r p quàm b r. Quare si r, punctum polum intelligamus, & per punctum p interuallo r p, circulus descriptus fuerit, secabit b r inter b & n. Secet itaq; in q: meridiani igitur segmentum b q, æquum erit segmẽto c o. Minus est autem b q quàm b n: igitur & c o minus erit eodem b n. Quare differentia latitudinis inter c & d, minor erit latitudinis differentia inter b & c, quod erat ostendendum. Nihil autem refert siue b c & c d, coniuncta sumantur, siue seiuncta.

Sed si diuersorum rumborum segmenta inter se inuicẽ conferre libeat, facilè ostẽdere poteris

per

per ea quæ hoc in loco & superius demonstrata fuerunt, latitudinis differentiam inter extrema puncta primi segmẽti primi rumbi, siue primæ quartæ, cuius quidem inclinatio ad meridianũ graduum est 11. minu. 15. maiorem esse latitudinis differentia extremorum punctorum cuiusuis alterius segmenti, tum ipsius primi rumbi, tum aliorum. Longitudinis verò differentiam inter extrema puncta primi segmenti septimi rumbi, siue septem quartarum, quauis alia maiorem esse. Esto enim punctum a polus mundi, arcus b c primi rumbi, siue primæ quartæ segmentum primum, ab æquinoctialis pũcto b, inchoatum: arcus autem d e, sit primum segmentum cuiusuis alterius rumbi, cuius initium sit d, similiter æquinoctialis punctum. Ostendemus autẽ in primis latitudinis differentiam inter b & c, siue potius latitudinem ipsius c, maiorem esse latitudinis differentia inter d & e. Cæterũm longitudinis differentiam inter eadem b & c, minorem esse longitudinis differentia inter d & e. Scribantur enim quadrãtes a b, a c f, a d, & a e g, & producantur, b c ad h, & d e ad i. Angulus igitur a c h angulum a b c, vno gradu superabit, per ea quæ supposuimus. Similiter angulus a e i angulum a d e, vno gradu. At verò duo anguli a c h, a b c, minores sunt duobus angulis a e i & a d e, per hypothesim. Est enim angulus a b c, Gr. 11. minu. 15. quia tanta est inclinatio primæ quartæ ad meridianum: angulus porrò a d e maior subijcitur: quapropter inter sinus rectos arcuum angulorum a c h & a b c, maior erit ratio, quàm inter sinus rectos arcuum angulorũ a e i, & a d e. Sinus nempe rectus arcus anguli a c h, maiorem habet rationem ad sinum rectum arcus anguli a b c, quàm sinus rectus arcus anguli a e i, ad sinum rectum arcus anguli a d e, per ea quæ superius demonstrauimus capite 3. de inuenienda locorum longitudine ex marina charta. Atqui sicut sinus rectus anguli a c h, ad sinum anguli a b c, sic sinus quadrantis a b, ad sinum arcus a c, in sphærico triangulo a c b: eundem enim sinum habent duo anguli exterior atq; interior qui ad c. Similiter sicut sinꝰ rectus anguli a e i, ad sinum rectum anguli a d e: sic sinus quadrantis a d, ad sinum arcus a e, in triangulo a e d. Igitur maiorem habebit rationem sinus quadrantis a b, ad sinum arcus a c, quàm sinus quadrantis a d, ad sinum arcus a e. Et proinde minor erit arcus a c ipso a e: arcus igitur c f, latitudinis differentia inter b & c, maior relinquetur quàm e g, latitudinis differẽtia inter d & e. Quoniam verò differentia latitudinis inter b & c, maior ostensa est latitudinis differentia extremorum punctorum cuiusuis alterius segmenti eiusdem rumbi, similiter latitudinis differentia inter d & e, maior est latitudinis differentia extremorum punctorum aliorum segmentorum ipsius rumbi inchoati à puncto d, cuius quidem inclinatio a d e, maior supponitur inclinatione a b c: igitur latitudinis differentia extremorum punctorũ primi segmenti primi rumbi, siue primæ quartæ, maior est latitudinis differentia extremorum punctorum reliquorum omnium segmẽtorum tum ipsius primi rumbi, tum aliorum, quod erat ostendendum. Reliquum demonstrabimus eadem arte. Quoniam enim angulus a c h, contraposito b c f æqualis est: angulus item a e i, cõtraposito d e g æqualis: quantum itaq; angulus b c f excedit a b c, tantum angulus d e g, superabit a d e, per hypothesim.

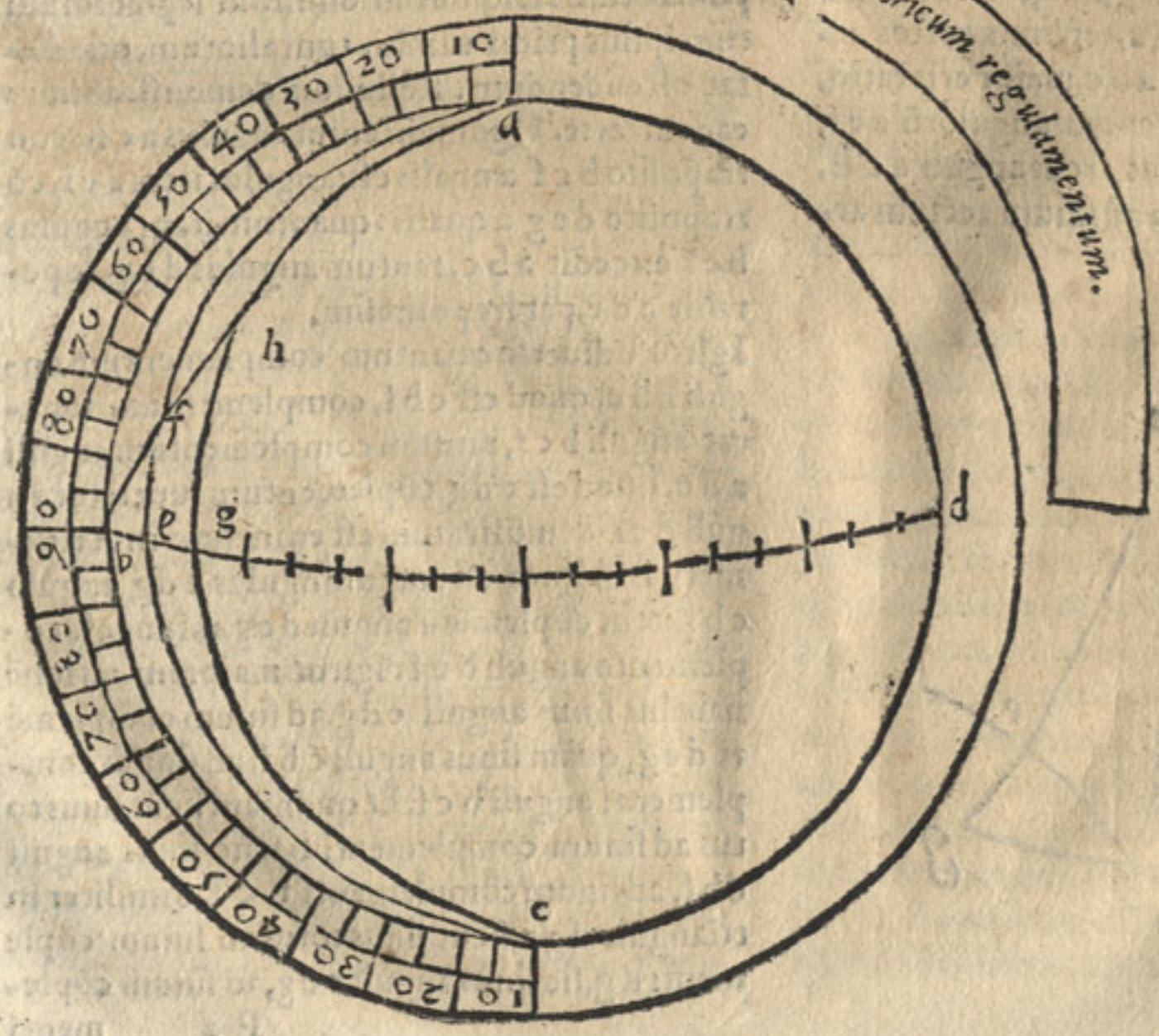
Igitur è diuerso quantum complementum anguli a b c, quod est c b f, complementum superat anguli b c f, tantum complementum anguli a d e, quod est e d g, cõplementum superabit anguli d e g: demõstratum est enim hoc in Arithmeticis. Minor est autem angulus e d g angulo c b f, item cõplemẽtũ anguli d e g, minus est cõplemento anguli b c f: igitur maiorem rationẽ habebit sinus anguli e d g, ad sinum complemẽti d e g, quàm sinus anguli c b f, ad sinum complementi anguli b c f. Et quoniam sicut sinus totus ad sinum complementi b f, sic sinus anguli c b f, ad sinum complementi b c f. Similiter in triangulo d g e, sicut sinus totus ad sinum cõplementi d g, sic sinus anguli e d g, ad sinum cõple-



menti d e g:maiorem igitur rationem habebit sinus totus ad sinum complementi d g,quàm ad sinum complementi b f: & idcirco complementum d g,minus erit complemento b f, & propterea arcus d g,maior relinquetur ipso b f. Ponemus igitur d e,primum segmentum esse septimi rumbi,qui septem quartarum est:cuius quidem inclinatio ad meridianum graduum est 78. minut. 45. b c verò primum segmentum cuiusuis alterius rumbi,& concludemus d g, maximam esse longitudinis differentiam velut antea.

¶ *Propositum globum rumbis deliniare.* *Cap.26.*

COllocetur propositus globus intra mobilẽ meridianum, cuius vnus semicirculus,qui inter polos in duos quadrantes secetur: quadrantes verò in gradus 90.& debiti numeri ascribantur, quorum initium sit in ipsis polis,fines autem in sectione æquinoctialis. Ipse porrò æquinoctialis circulus in gradus similiter diuidatur, qui pũctis quibusdam,atque lineis tantum distinguantur,absque numerorum notis: quemadmodum in subiecta figura apparet. In qua quidem a b c d, interiorem circulum repræsentat illius superficiei mobilis meridiani circularisúe armillæ, quæ per polos mũdi a Borealem, & c Australem venit. Punctum b, ipsius circuli & æquinoctialis vna sit intersectio,altera verò d. In proposito igitur globo semicirculus b d,vna est medietas æquinoctialis:at a b & b c,duo meridiani quadrantes. Diuidantur itaq; ipsi quadrantes in gradus quorum initium sit in a & c,finis verò vbi b: in quo quidem numerus 90.scriptus est. Aequinoctialis autem in Gr.360.diuidatur, nempe semicirculus b d,in 180.& alius qui ex opposita parte relinquitur, similiter in 180. Distinguendi porrò sunt ipsi æquinoctialis gradus punctis atque lineis.Cæterùm numerorum notæ eisdem ascribendæ non sunt. Et quoniam iuxta præsens institutum rumbi omnes ab æquinoctiali ducendi sunt:sit igitur vnius descriptionis initium pũctum b, & in primis describatur in dexteram partem, quam Orientalem Borealemq; supponimus,rumbus ille qui vulgo dicitur Norte quarta de Nordeste,hac videlicet arte. Numerum graduum & minutorum differentiæ lõgitudinis, qui è regione primi segmenti in area tabulæ supradictæ repertus fuerit, computabimus à b in d, in æquinoctiali circulo. Esto autem illius finis punctum e: igitur semicirculum a b c,mobilis meridiani transferemus ad situm a e c, in quo quidem computabimus ab a in e, numerum graduum & minutorum, qui in eadẽ tabula è regione ipsius primi segmenti sub titulo arcus meridiani scriptus fuerit, finem verò signabimus in superficie globi nota f. Ex eadem rursus tabula numerũ graduum & minutorũ differentiæ longitudinis, & arcus meridiani desumemus è regione secundi segmenti, & ipsam longitudinis, differentiam computabimus in

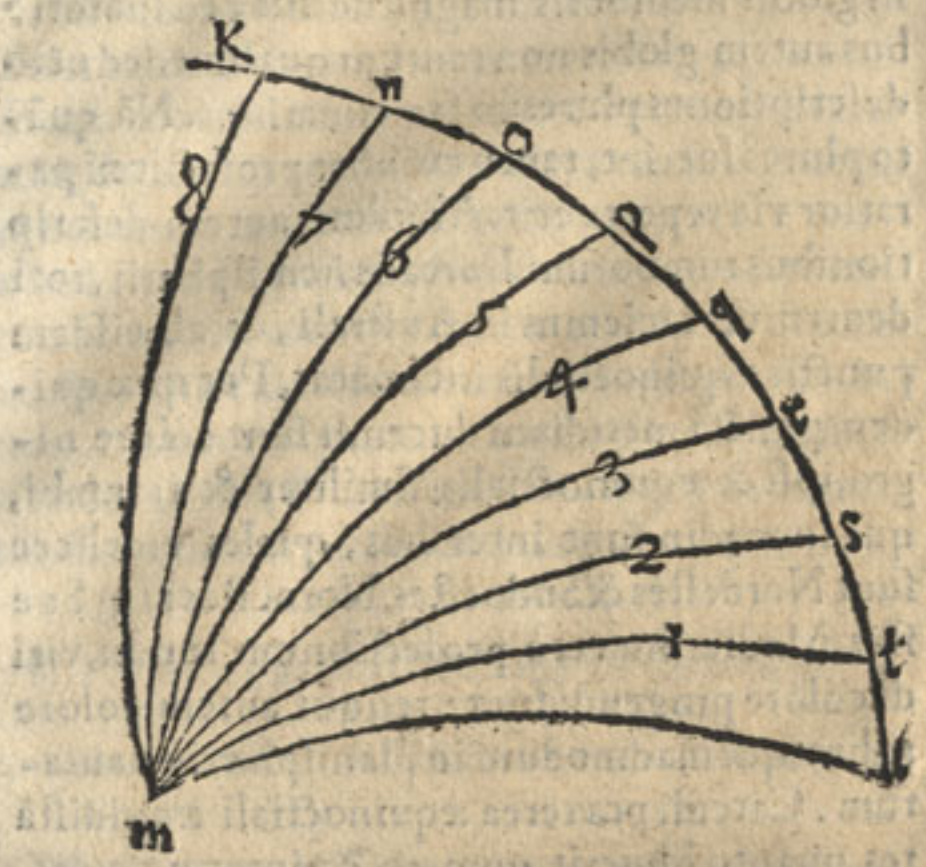


æqui

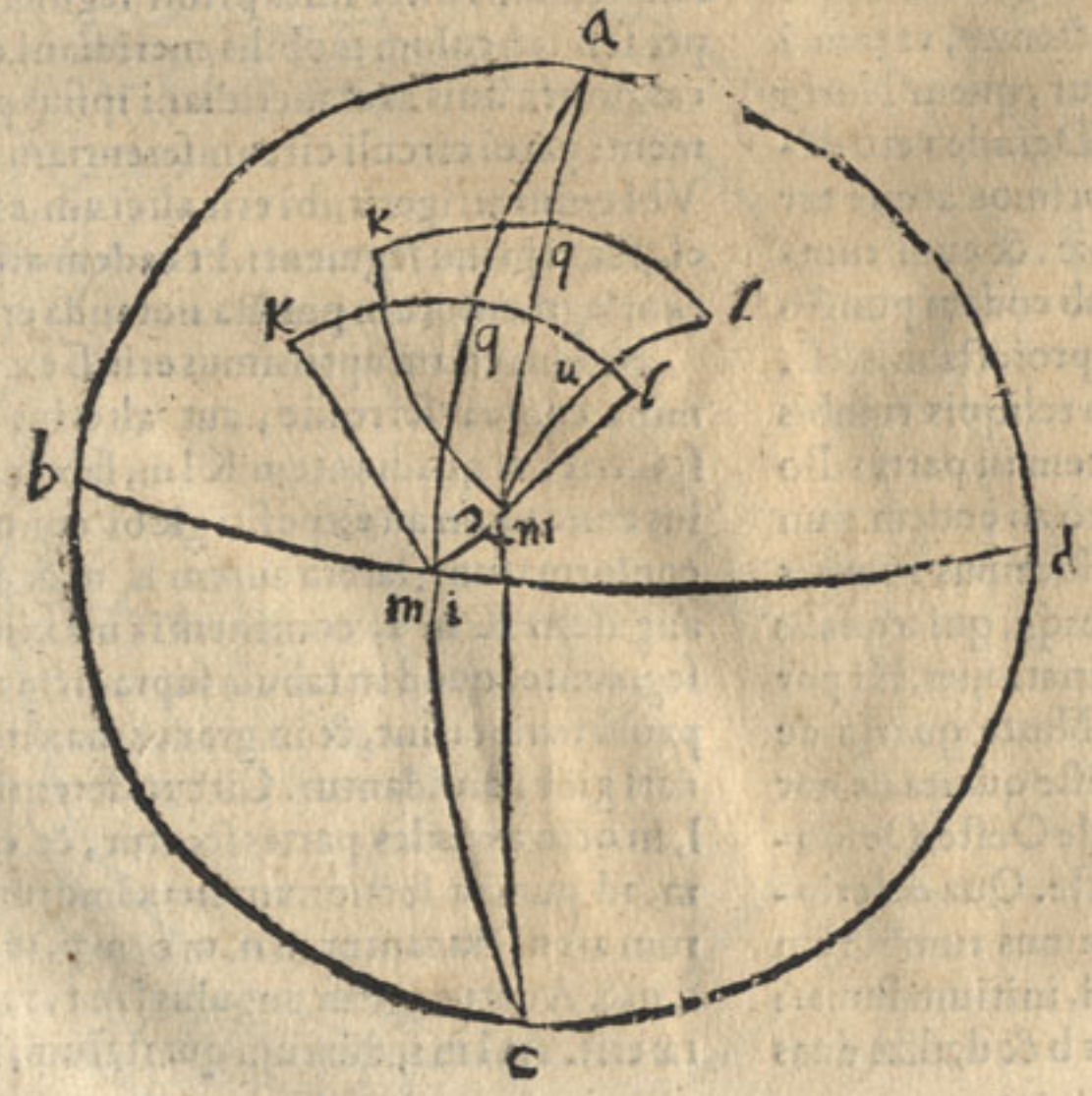
æquinoctiali ab e in d,& ad finem qui sit g,mō bilis meridiani semicirculum transferemus, in situ a g c, in quo quidem (velut antea) numerū graduum & minutorum arcus meridiani computabimus ab a in g: finē verò in superficie glo bi signabimus nota h, & ita deinceps faciendū erit,totq; puncta in ipso globo eadem arte imprimemus,quotus fuerit segmentorum numerus, qui in ipsa tabula scriptus fuerit. Constat enim ex ijs quæ superius demonstrauimus, tabulam ipsam in infinitum augeri posse. Cæterùm sat erit ad latitudinem graduū circiter 60. eam extendere,idest donec arcus meridiani in omni rumbo gradus ferè 30. comprehendat. Ipsis igitur punctis in dato globo signatis, vnā aliam armillam circularem parabimus, mobili meridiano æqualem. Ex qua quidem segmentum quoddam resecabimus,quod numerū graduum haud minorem comprehendat maximo qui in vniuersa rumborum tabula, sub titulo lō gitudo itineris repert⁹ fuerit. Hoc igitur armil læ segmento ad ducendum arcum maximi circuli à puncto in punctum in superficie globi, perinde vtemur,atque planis regulamentis vti solemus,ad ducendum ab vno puncto in aliud punctum rectam lineam in vno plano. Ipso igitur sphærico regulamento punctis b & f, vt decet coaptato, arcum maximi circuli ducemus b f,& à puncto f,in punctum h,eadem arte arcū ducemus f h, & ad eundem modum quoduis aliud punctum,eorum quæ in ipso globo impressa fuere,cum sibi vicino connectemus, vt tandē rumbus ille descriptus habeatur, quem Norte quarta de Nordeste appellant. Deinde verò desumem⁹ ex supradicta tabula primos atque tertios numeros secundæ columnæ, & eum rumbum ducemus consimili arte ab eodem puncto b, initio sumpto qui mediæ profectionis est. Nec aliter operandum erit pro reliquis rumbis ducendis per globi conuexitatem in partes Boreales Orientalesq;. Postea verò ab eodem puncto b rursus exordientes eos ducemus rumbos in occidentales partes Borealesq;, qui æqualis his habent ad meridianos inclinationes. Hi porrò vulgari sermone dicuntur Norte quarta de Noroëste,Nornoroëste,Noroëste quarta de norte,Noroëste,Noroëste quarta de Oëste,Oesnoroëste,Oëste quarta de Noroëste. Qua descriptione peracta,aliam item faciemus rumborum descriptionem,quæ à puncto d, initium sumat: præterea à punctis medijs inter b & d,alias duas in globis mediocris magnitudinis. In maioribus autem globis non tantum quatuor,sed octo descriptiones pluresúe faciendæ sunt. Nā quāto plures fuerint, tanto cuilibet profectioni paratior via reperta erit. Absolutis autem descriptionibus rumborum Borealis hemisphærij, totidem rursus faciemus in Australi, & ab eisdem punctis æquinoctialis inchoatas. Per quæ quidem puncta meridiani ducendi sunt colore nigro,ipsi & æquinoctialis: similiter & ij rumbi, qui in medio sunt inter hos, quales videlicet sunt Nordestes &Sudoëstes,Noroëstes atq; Suestes. Mediarum verò profectionum rumbi,viridi colore pingendi sunt: reliqui autem colore rubeo,quemadmodum in planisphærio nautarum. Circuli præterea æquinoctiali æquidistātes quanto libuerit numero & interuallo describantur,colore tamen nigro: quandoquidem pro rumbis Lestis & Oëstis vsurpari solent. Alijs etiam quibusdam modis rumborum descriptiones fieri poterunt, quorum vnus erit si super b, tanquam polo, interuallo autem æquali primo segmento dati rumbi, parui cuiusdam circuli circumferentia in globi superficie descripta fuerit. Tum verò mobilis meridiani semicirculus in situ a e c, constituendus erit, in quo quidem quoniam bis descriptam circumferentiam secat: pro termino igitur primi segmenti Borealior sectio sumenda erit. Huic modo vnus alius similis erit, si neglecta differentia longitudinis inter fines primi segmēti, tantisper semicirculum mobilis meridiani circumducas,donec finis arc⁹ meridiani ipsius primi segmenti parui circuli circumferentiam attingat. Vbi enim attigerit,ibi erit alterum extremum eiusdem primi segmenti. Et eadem arte reliquorum segmentorum puncta notanda erunt.

Modus etiam aptissimus erit,si ex tenui lamina cuprea ferreaúe, aut alterius materiæ, sphæricum quadrantem K l m, fabricaueris, cuius concauum ad expositi globi conuexum sit conformatum: latera autem K m & l m, rectú angulum K m l, continentia maximo rumbi segmento, quod in tabula supradicta reperitur, paulò maiora sint, & in gradus maximi circuli dati globi diuidantur. Circumferentia verò K l, in octo æquales partes secetur, & ex puncto m, ad puncta sectionum maximorum circulorum arcus ducantur m n, m o, m p, m q, m r, m s, m t. Acutus igitur angulus l m t, vnius quartæ erit. At l m s, duarum quartarum, l m r triū,

l m



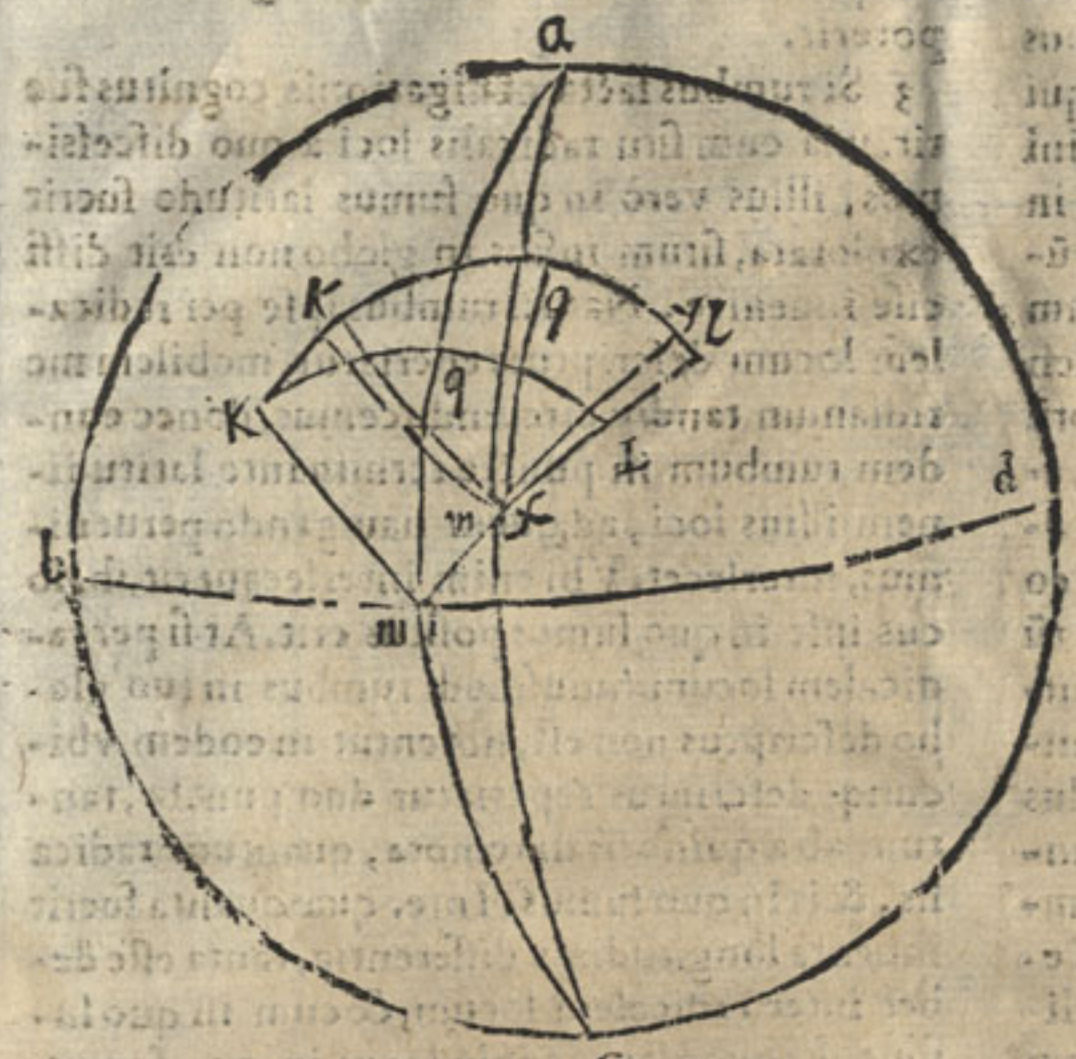
l m q quatuor, l m p quinq; , l m o ſex , l m n ſeptem, ſed rectus K m l, octo cõplectetur quar tas. Quibus ita paratis, ſit in ſubiecta figura pũctum i, inæquinoctiali circulo, à quo ſumendũ ſit initium deſcribendorum rumborum. Atq; in primis deſcribendus proponatur rũbus Nor deſtis & Sudoëſtis. Igitur ſphæricus quadrans imponatur, & eo pacto globi conuexo coapte tur, vt punctum m, ſit ſimul cum i: mobilis au tem meridiani ſemicirculus in ſitu ponatur a i c, ſub quo quidem tamdiu ſphæricus quadrans conuertatur, circa m vel i donec circumferen-



tia m q, ſit ſimul cum a i. Deinde verò ex tabu la ſupradicta numerum graduum & minutorũ deſumemus magnitudinis primi ſegmenti ip ſius rumbi Nordeſtis & Sudoëſtis, quem compu tabimus ab m in l, & ad finem notam in globo imprimemus, vbi z: erit igitur ipſum z, primi ſegmenti finis. Porrò vt ſecundi ſegmenti finis inueniatur, eadem omnino arte vtendum erit. Mobilem enim ſemicirculum transferemus ad ſitum a z c, ſub quo ſphæricus quadrans ita glo bo coaptandus erit, vt m ſit vbi z, & ſuper ipſo m vel z, conuertendus erit, quo ad circumfe rentia m q ſiue z q, ſit ſimul cum z a, & compu tato numero graduum & minutorum magnitu dinis ſecundi ſegmenti ab m, ſiue z in l, nota bitur in ipſo globo finis ſecundi ſegmenti qui ſit u. Et ad inueniendum reliqua puncta ſimili ter operandum erit, quæ deniq; connectenda erunt: quemadmodum ſuperius docuimus. Ip ſius enim ſphærici quadrantis latus pro regula mento ſeruiet. Quod ſi quempiam facilitas in opere, magis quàm exacta ſupputatio delecta uerit, poterit is neglecta numerorum tabula, rũ bos in dato globo deſcribere, hoc videlicet mo do. Circumferentia m q, poſita ſub a i, à pun cto i vel m, ſecundum quadrantis latus m l, cir cumferentia ducatur i l, in ipſius globi ſuper ficie. Erit enim quadrantis latus pro ſphærico regulamento: & proinde primi ſegmenti dati rumbi finis erit in ipſa i l, quem quidem ad hũc modum inueniemus.

Trahatur ſphæricus quadrans per globi ſu perficiem, ea tamen ar te vt ipſius latus m l cur rat ſuper circumferen tia i l: mobilis autem meridiani ſemicirculus circumferatur, & in om ni ſitu tranſeat per m. Atque tamdiu ſimul fe rantur ſemicirculus & ſphæricus quadrans, do nec inter circumferen tiam m q, & ipſum mo bilis meridiani ſemicir culum vnus tantum gra dus intercedat circum ferentiæ K l. Quando enim illud acciderit, v bi fuerit m: ibi erit fi nis

nis primi segmenti. Ponamus igitur m, translato in xq, & vnà mobilis meridiani semicirculo in stru n a x c, vnum gradum circumferentiæ K l, intercedere inter circumferetiam q m vel q x, & semicirculi situm. Angulus igitur a x l angulum a i l, inclinationis dati rumbi gradu vno superabit. Et idcirco punctum x, finis erit



primi segmenti per ea quæ supposuimus. Quapropter si circa ipsum x, sphæricum quadrantem tãtisper conuerterimus, quoad circumferẽtia q x sub mobili iaceat meridiano in situ a x: latus autem m l, ad situm veniat x y, & in ipsa globi superficie à x in y, circumferentia ducatur, secundi segmenti finis in ipsa erit x y, qui eadem arte qua modò vsi sumus, quærendus erit. Et idem inueniendi modus in cæteris seruari debet. His itaq; absolutis, littoralis orbis descriptio facienda erit in ipso globo. Et pro leucis, & milliaribus, cæterisq; mensuris consuetis, Scalæ describantur ex arcubus maximorum circulorum. Et quoniam inter Hispanos sunt, qui leucas 17. cum demidio, vni gradui maximi circuli tribuant in terreno circuitu: alij verò 16. cum duabus tertijs, idcirco si priorem sentẽtiam amplecti libeat, arcum maximi circuli quatuor graduum in septem æquas partes diuides: vnaquæq; enim earum decem leucas comprehendet, & ad hunc modum poteris leucarum scalam, quantum libuerit producere.

Sed si tibi posterior sentẽtia magis placeat, gradus tres in quinq; æquas partes diuides, & erit vna quæq; pars similiter decem leucarum, sed hæ maiores illis.

¶ *De Vsu illius globi, in quo rumbi descripti fuerint.* *Cap. 27.*

IGitur cum globus ita comparatus fuerit, vt in Boreali hemisphærio, similiter in Australi, prædicta arte rumbos depictos habeat, magno vsui nauiganti bus esse poterit: quemadmodum regulis quibusdam ostendemus.

1 Si per duo data loca in globo posita nullus rumbus descriptus reperiatur: oportet autem viam indagare, qua ab vno in alterum venirẽdum sit, mobilem meridianum ad vnum eorum traducemus. Quod si in eo situ alterum quoq; locum comprehendat, proculdubio in vno atque eodẽ rumbo Septentrionis & Austri ipsa loca posita erunt. Sed si differentes habuerint meridianos, quantæ sint eorundem locorum latitudines inquiremus, & ad quas mundi partes ab æquinoctiali distent. Nam si æquales repertæ fuerint, & ad eandem mundi partẽ, aut Borealem, aut Australem, certum erit sub vno atque eodem parallelo posita esse, & proinde in rumbo lestis & oëstis. At si neq; meridianum communem habent, neque parallelum: alius erit inueniendi modus. Duorum enim datorum locorum is qui à polo arctico distantior fuerit, commodioris doctrinæ gratia primus nuncupetur: qui verò eidem polo vicinior, secũdus dicatur. Quod si ipse secundus locus primo orientalior fuerit: rumbus igitur qui à primo in secundum venerit, vnus eorum erit, qui in quadrantem horizontis tendunt Orientalem atq; Borealem. Quare vt quinam illorum sit, deprehendi possit, singuli tentandi erunt, hac videlicet arte. Mobili meridiano circũducto, duo notabimus puncta in vnoquoq; eorum, in quibus datorum locorum paralleli ipsos intersecãt rumbos. Deinde verò ipsorum datorum locorum

rum intercapedinem inter circini pedes comprehendemus, quam quidem mox conferemus cum ijs quæ inter notata pũcta repertæ fuerint. Nam rumbus ille seligendus erit, qui viam mõstret à primo loco in secundum: in quo quidem signatorum punctorum distantia datorum locorum intercapedini æqualis inuẽta fuerit. Quòd si nulla eidem æqualis reperiatur, certum habebimus nullum rumbum à primo loco in secundum locum duci posse. Et idcirco viciniſsimus sumendus erit. Eum verò dico viciſsimum, qui distantiam signatorum punctorum habet minimam differentia à iam dicta datorum locorum intercapedine discrepantem. Et proinde ipso rũbo viciniſsimo ibitur à primo loco in quẽdam alium sub parallelo positum secundi loci, orientaliorem quidem ipso secundo loco, si datorũ locorum intercapedo minor repetta fuerit: occidentaliorem verò, si maior. Inde verò non erit difficile ad destinatum locum venire sub eodem parallelo nauigando. Nec dissimili arte rũbus inueſtigandus erit à primo loco in secundum, cum ipse locus secundus primo occidentalior fuerit. Atque idem inueniendi modus seruabitur, quando à secundo in primum eundum fuerit. Et non solum ex interuallis rumbus indagari poterit inter duo data loca: sed etiam ex longitudinum differentijs, eam videlicet quæ inter meridianos eorundem locorum reperta fuerit, cum eis conferendo quæ in singulis rumbis inter meridianos signatorum punctorum fuerint comprehensæ. Quod quemadmodum absolui debeat, ex ijs quæ modo diximus facile constare poterit.

2 Si inter duo data loca in globo posita itineris interuallum metiri operæpretium fuerit, quod in eo rumbo sumitur, quo ab vno in alterum itur, non erit vnus atq; idem modus inueniendi huiusmodi distantiam. Nam si data loca in vno posita fuerint meridiano, numerum graduum qui inter eadem loca repertus fuerit, in leucarum numerum qui vni gradui respondet, multiplicabimus: productus enim numerus ipsum itineris interuallum notum reddet. Et similis seruabitur modus quando data loca sub æquinoctiali circulo posita fuerint. Sed si sub vno parallelo extra æquinoctialem reperta fuerint, gradus differentiæ longitudinis quæ in ipso parallelo est, in gradꝰ maximi circuli arte superius tradita conuertemus, quos in numerum leucarum multiplicabimus, qui maximi circuli gradui debetur. ita enim quæsita distantia in ipso parallelo nota prodibit. At si per duo data loca rumbus alius descriptus reperiatur, non Septentrionis & Austri, neq; Eſtis & Oeſtis: velis autem interuallum inuenire in ipso rumbo, circini officio id inuenies. Decem enim leucarum spatiolum inter circini pedes comprehendas, quo deinde ipsum rumbi interuallum inter data loca mensurabis: & proinde quæsitus leucarum numerus ignorari non poterit.

3 Si rumbus factæ nauigationis cognitus fuerit, vnà cum situ radicalis loci à quo discesſimus, illius verò in quo sumus latitudo fuerit explorata, situm ipsius in globo non erit difficile inuenire. Nam si rumbus ipse per radicalem locum descriptus reperiatur, mobilem meridianum tandiu circumducemus, donec eundem rumbum in puncte terminante latitudinem illius loci, ad quem nauigando peruenimus, inrerſecet. Vbi enim interſecauerit, ibi locus ipſe in quo sumus positus erit. At si per radicalem locum huiusmodi rumbus in tuo globo descriptus non est, notentur in eodem vbicunq; descriptus reperiatur duo puncta, tantum ab æquinoctiali remota, quantum radicalis, & is in quo sumus. Inter quæ quanta fuerit inuenta longitudinis differentia, tanta esse debet inter radicalem locum, & cum in quo sumus. Et quoniam is ipse locus in quo sumus, cognitam habet latitudinẽ: in globo igitur cognitum situm habere necesse est.

4 Si situs radicalis loci à quo nauigando discesſimus, vnà cum rumbo cognitus fuerit, & cõfectum ipsius rumbi spatium cognitum quoque: situs loci in quo sumus ignorari non poterit. Si enim in tuo globo rumbus factæ nauigationis per locum radicalem trãsit, decem leucarum spatiolum inter circini pedes comprehensum confecti itineris mensura erit. Quapropter cum ipsum spatium circini officio mensuraueris, situs loci in quo sumus illico patefiet. Sed si rumbus factæ nauigationis per radicalem locum non transit, notetur in eo vbicunque descriptus reperiatur, punctum vnum tantum ab æquinoctiali remotum, quantum ipse locus radicalis, & ad eandem partem. A quo quidem puncto initio supputationis sumpto, tantum spatium sumemus ipsius rumbi, quantum est decursum spatium. fini verò notã imprimemus in ipsa globi superficie: quanta enim fuerit ipsius impreſſæ notæ ab æquinoctiali distantia, tãta erit eius loci in quo sumus

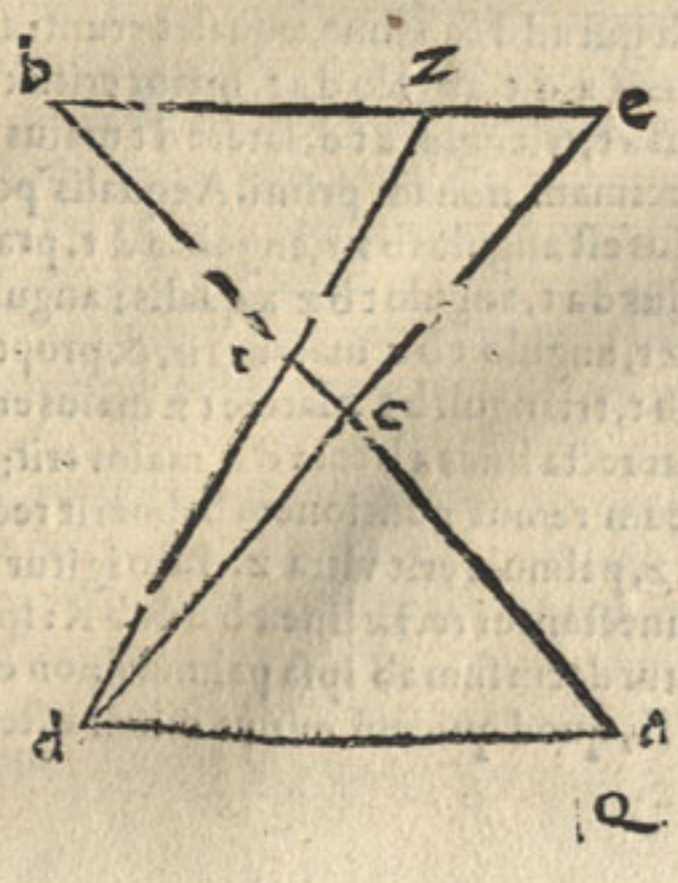
latitudo

latitudo,tantaq́; erit inter eundem & radicalẽ longitudinis differentia,quanta inter illud pũctũ quod pro radicali sumpsimus, & impressam notam reperta fuerit.

5 Si situs radicalis loci à quo nauigando discessimus,vnà cũ itineris confecto spatio cognitus fuerit,illius verò loci ad quem peruenim⁹ latitudo fuerit explorata, situs ipsius, nec non rumbus ille quem sequuti fuimus, comperti erunt. Vel enim confectum spatium directum est interuallum inter ipsa duo loca, vel obliquũ ac tortuosum secundum alicuius rumbi semitã. Si directum est: eo igitur inter circini pedes cõprehenso, ad ipsius mensuram circa radicalem locum circuli circumferentiam describemus: simul autem mobilem meridianum circumducemus. Vbi enim ipsius mobilis meridiani punctum illud quod latitudinem loci ad quem peruenimus,ostendit,descriptam circumferẽtiam attigerit: ibi erit ipsius loci situs. Attinget autem interdum in vno tantum puncto, quando videlicet vnus ad Boream fuerit, alter verò ad Austrum,sub vno atque eodem meridiano:interdum in duobus, nempe quando vnus locus ad Orientem fuerit,alter verò ad Occidentem. Sed in quonam eorum simus, ex ipsa mundi cõuersione,atq; facta nauigatione facile cognoscemus. Rũbus igitur inter ipsa duo loca ex primo canone patefiet. At si confectum spatium secundum alicuius rumbi semitam decursum fuerit:decem igitur leucarum spatiolo inter circini pedes comprehenso, & initio supputationis à radicali loco sumpto,singuli rumbi tentandi erunt. In eo enim locus ipse ad quem nauigãdo peruenimus,positus erit, in quo finis emẽ sispatij parem ab æquinoctiali distantiam inuentæ latitudini,& ad eandem partem fortitus fuerit. Quoniam verò per singula loca in globo posita singuli rumbi descripti non sunt: initiũ igitur supputationis tũ à radicali, tum ab alijs locis sumi debet, pares habentibus latitudines cum ipso radicali. Longitudinis enim differentia quæ ita computando reperta fuerit, ei æqualis erit quæ inter ipsum radicalem & eũ ad quẽ nauigãdo peruenimus: & idcirco eius situs ignorari non poterit. Illud præterea commemorandum censemus, quòd euntibus ab æquinoctiali versus mundi polos citra meridianum, atque secundum consueta artis nauigandi præcepta redeuntibus,eadem prorsus via esse non potest. Differentia tamen parua erit. Quòd si quispiam exactissimam rationem tenere velit, is alias addat rumborum descriptiones, à latitudine graduum sexaginta incipientes, & in æquinoctialem desinentes.

¶ *In Problema mechanicum Aristotelis de Motu nauigij ex remis Annotatio vna.*

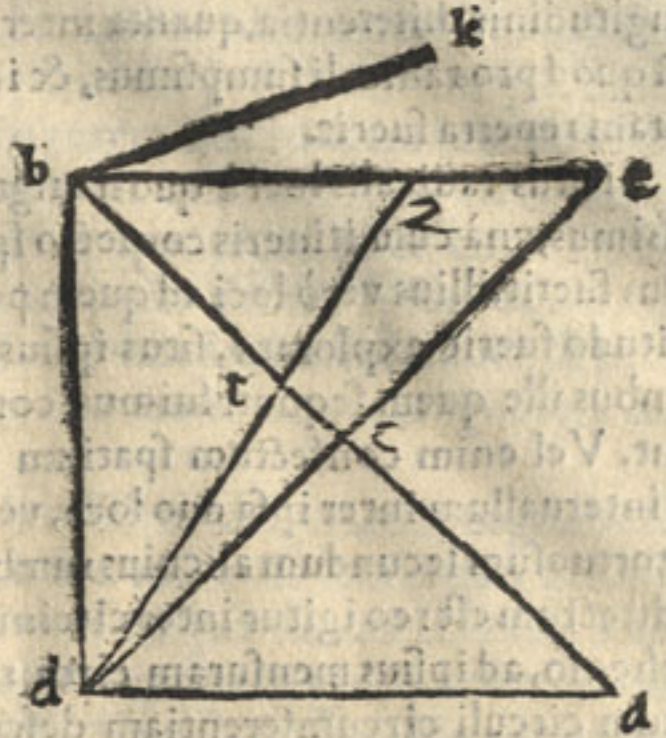
VM olim discipulis nostris mechanicas Aristotelis quæstiones interpretaremur, nõ nulla circa problema illud annotauimus,cur magis procedat nauigium,quàm remi palmula in cõtrariũ. Arist. enim ratiocinatio obscura est: quam nos tamẽ vt aliquid lucis haberet, ad hunc modum explicauimus: & propter materiæ similitudinem hisce nostris libris de Nauigandi ratione adiunximus. Supponit autem ipse autor remi palmulam retrocedere, quoties nauigium in anteriora progreditur, locumq́; Scalmi super quo circulari motu remus vertitur, in medio ipsius remi positum esse,vt scilicet tantum distet à manubrio,quantum à palmula. Duæ itaque rectæ lineæ ponantur æquales a b & d e,quæ quidem in c,puncto medio se inuicem secent,& connectantur d a & b e: remus autem in initio vnius remigationis positionẽ habeat rectã lineã a b, sitq́; a manubriũ,b palmula, c verò scalm⁹. Cũ igitur a,remi caput in fine ipsius remigationis eò translatũ fuerit vbi d,nõ erit b vbi e. Si enim ibi fuerit:remus igitur positionẽ habebit rectã lineã d e:& quoniã contrapositi anguli qui ad c



Q æqua

æquales sunt,& duo latera a c & d c, trianguli ā d c,duobus lateribus b c & c e, trianguli b e c, æqualia etiam sunt: reliqui igitur anguli, atq; bases ipsorum triangulorum æquales erunt, per 4.propositionem primi lib.Euclidis: & propterea tantum spatium percurret b,quantū a:Scalmus verò c,immotus omnino erit: & nauigium idcirco in quo ipse Scalmus, immotum etiam erit, contra hypothesim. Supponitur enim in quæstione, quòd nauigium illa remigatione in anteriora moueatur,remi verò palmula retrocedat. Scalmus porrò quanquam circularis remi motus expers sit: motu tamen nauigij commouetur. Remus igitur positionem habeat in fine ipsius remigationis rectam lineam d z, quæ quidem rectam a b, secet in t inter b & c,rectā verò b e in z. Et quoniam duo coalterni anguli c a d & c b e, æquales ostensi sunt, & angulus a t d, contraposito b t z,æqualis est: duo igitur triāgula a t d & b z t, æquiangula erunt, per 32.primi, & communem sententiam. Similia itaque erunt ipsa triangula, lateraq; habebunt proportionalia per quartam sexti, sicut a t ad b t, ita d a ad b z. Maior est autē a t quàm b t: maior igitur erit d a quàm b z,quod etiam per communē sententiam neglecta triangulorum similitudine,concludi potest.

Maius itaque spatium decurrit manubrium, quam remi palmula, atque illuc transuehetur nauigium, quo remi capulus deportatus fuerit: nauigium igitur in diuersa procedens,plus spatij quam remi palmula transmittet. Vtimur autem tralatione atque demonstrationis figura Victoris Fausti.Aduertendum est tamen, quòd cum remus positionem habuerit d z, remi palmula erit vltra z.Nam quoniam trianguli a d c, duo latera a c & d c,æqualia posita sunt:duo igitur anguli qui ad d & a sunt,æquales erunt: angulus igitur a d t angulo d a t, maior erit:& idcirco latus a t, trianguli a t d, latere d t maius erit per decimam nonam primi. Aequalis porrò ostensus est angulus b z t,angulo a d t. præterea angulus d a t, angulo t b z æqualis: angulus igitur b z t, angulo t b z maior erit, & propterea latus b t, trianguli b t z latere t z maius erit: tota igitur recta linea a b tota d z maior erit: & idcirco cum remus positionem habuerit rectā lineam d z, palmula erit vltra z. Esto igitur in K, & connectantur rectæ lineæ b d & b K: spatium igitur decursum ab ipsa palmula,non erit b z sed b K, quod quidem minus etiam ostendemus esse ipso d a. Nam quoniam duo latera b d & d K, trianguli b d K, duobus lateribus b d & d e, triāguli b e d æqualia sunt, sed minor est angulus b d K angulo b d e: minor igitur erit basis b K basi b e, per vigesimam quartam primi, quod demonstrandum erat.



Præterea quod Aristoteles ratiocinando sumit,tantum spatium conficere nauigium,quantum remi manubrium, ambiguum est.Nam remi manubrium duabus fertur motionibus: vna propria circulariq; super Scalmo: altera verò, qua vnà fertur cum ipso nauigio.Spatium igitur quod omnino decursum est à remi manubrio,eo quod à nauigio confectū est,maius erit. At si paria spatia decursa esse intelligat à remi manubrio motu proprio, & à nauigio, neque hoc difficultate caret. Nam nauigium interdū maius spatium percurret, interdum minus,iuxta remigum vires,& prout mari remi palmula immersa fuerit: remi verò manubrium tametsi ab exiguis viribus moueatur: haud minorem tamen ambitum describet, quàm si à multo maiore virtute moueretur. Quapropter vt huiusmodi Aristotelis sententiam examinaremus, Theoremata quæ sequuntur,demonstrauimus.

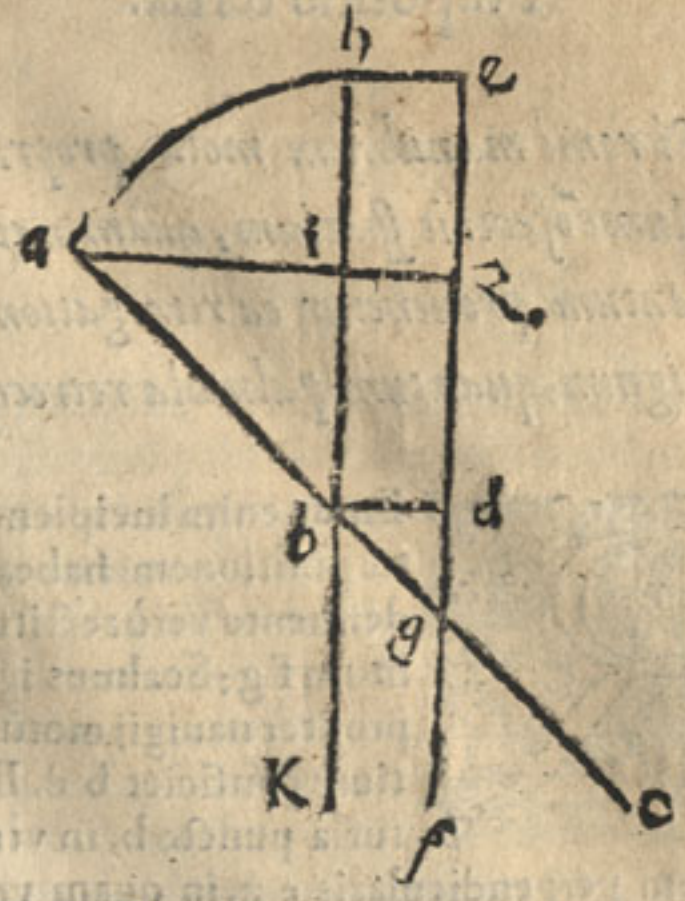
Propositio prima.

¶ *Si Remiges nauigium mouere possunt, maius semper spatium remi manubrium percurrit, quàm nauigium.*

Sit

Sit enim remus a c, manubriū a, Scalmus b, qui ptopter naui gij motum ſpatiū percurrat à b in d, in quo loco ipſe remus a c, ſitum rectitudinis habeat e f. Spatiū itaq; quod a cōficit, curua linea ſit a e, cui recta linea reſpondeat a z, in rectā e f perpēdicularis. Nauigium verò idem ſpatiū

conficiet, quod Scalmus b: aio igitur ipſam a z, rectā lineā recta b d maiorē eſſe. Secet enim recta a c, rectā e f in g: æquiangula ſunt igitur bina triangula a g z & b g d: quapropter ſicut a g ad b g, ſic a z ad b d, per quartam ſexti libri Euclidis: maior eſt autē a g ipſa b g: & maior igitur erit a z, quam b d, & proinde maius ſpatium remi manubrium percurrit, quàm nauigiū, quod



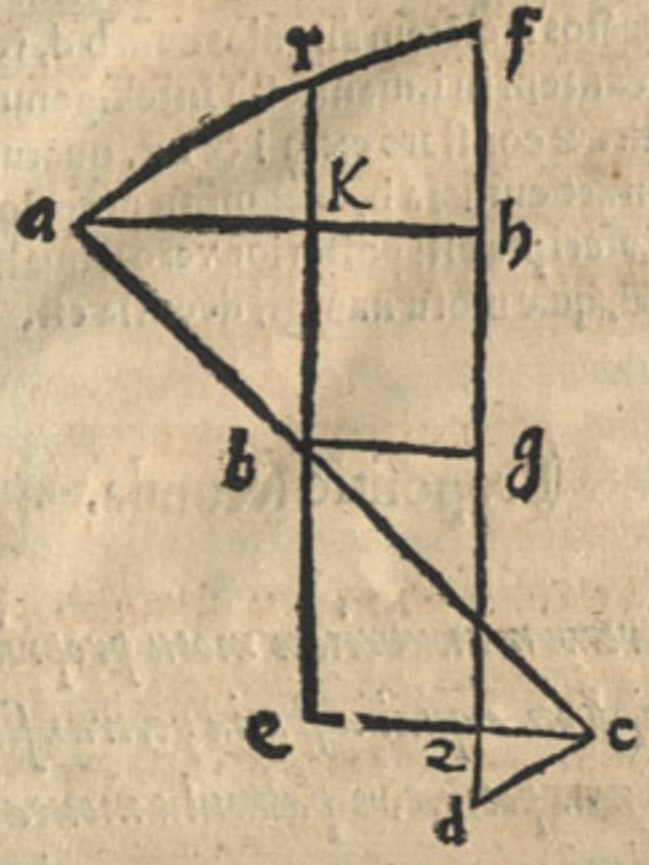
demonſtrandum erat. Quod ſi à puncto b, rectā lineam vtrinque ducamus h K, ad remi menſuram, rectos faciētem angulos cum b d, rectamq; a z ſecantem in i, manifeſtè intelligemus ipſam rectam a z conſtare ex a i & i z, quarum prior reſpondet curuæ a h, quæ motu proprio manubrij deſcripta eſt: poſterior vero æqualis eſt rectæ b d, quæ motu nauigij decurſa eſt.

Propoſitio ſecunda.

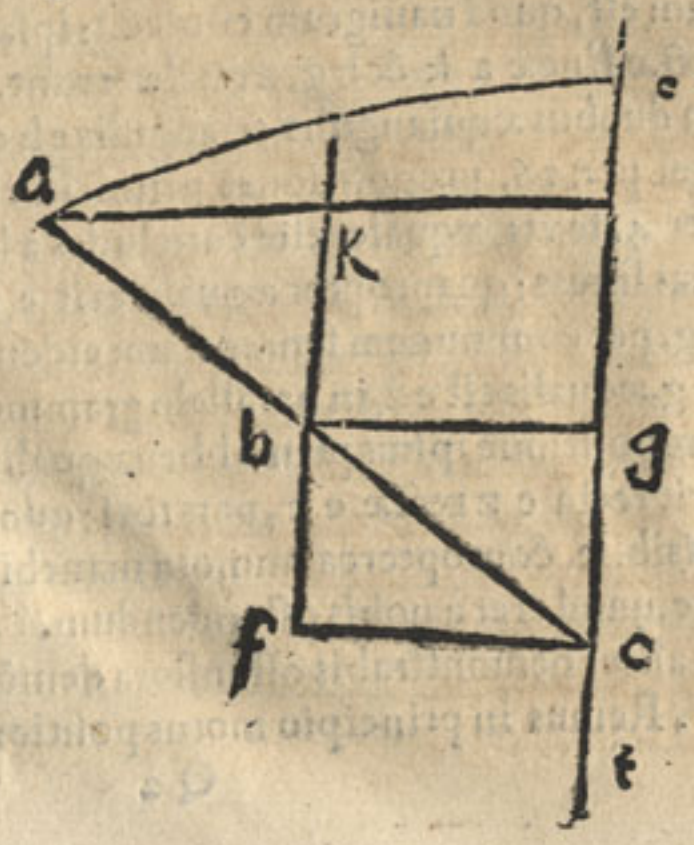
¶ *Si remi manubrium motu proprio, & nauigium æqualia ſpatia pertranſierīt, fieri non poterit, vt palmula moueatur: ſed veluti centrum immota manebit.*

Sto iterum remus a c, manubrium a, Scalmus b: tantum autem ſpatium cōficiat nauigium, quātum motu proprio a. Dico quod c, remi palmula immota manebit. Nam ſi à loco ſuo dimota fuerit: ſpatiū ìgitur permeet c d ad poſteriora: quo quidem decurſo remus a c, poſitionem rectitudinis habeat f d. Scalmus itaque b, tranſlatus erit in g. Excitetur autem à puncto b in vtrā q́ue partem linea e b r, ad rectos angulos ſuper b g, & à puncto a, recta a h ſuper d f: itemq; à puncto c, recta c e ſuper e r, ipſarum verò rectarum linearum e r & a h, ſectio ſit in K, ſed c e & d f, ſit in z: & quoniam a K, id ſpatium eſt quod motu proprio remi manubrium permeauit, curuilineo enim reſpondet a r, recta autem b g, id ſpatium eſt, quod nauigium confecit: ipſæ igitur rectæ lineæ a k & b g, æquales erunt. Atqui in duobus æquiangulis triangulis e b c & b a k, vel per 26. propoſitiones primi Euclidis, vel per 4. ſexti, æquales eſſe concludes a k & e c rectas lineas: quapropter æqualis erit e c rectæ b g, per communem ſententiam: eidem autem b g, æqualis eſt e z, in parallelo grammo per 34. propoſitionē ipſius primi libri: æqualis igitur erit recta e z rectæ e c, pars toti: quod eſt impoſsibile. & propterea immota manebit palmula c, quod erat à nobis oſtendendum.

Idem aliter demonſtrabis oſtenſiora demōſtratione. Remus in principio motus poſitionē habeat



beat a b c, ducatur à puncto c, in quo remi palmula, recta linea c g, rectos efficiens angulos in puncto g, cum ea recta linea per quam ad motũ nauigij Scalmus b mouetur, ipsa deinde recta linea c g, producatur vsq; ad e, vt sit g e æqualis a b. Rursus à puncto b, super b g, ad rectos angulos recta linea excitetur k b f, in quam veniant ex a & c, perpendiculares a K & c f. Et quia ipsæ eædẽ rectæ lineæ a K & c f, æquales sunt per 26. primi Euclidis, ipsi autem f c recta b g, est æqualis in parallelogrammo: a k, igitur æqualis erit b g, per communem sententiam. Atqui tantum spatium conficit b, quantum nauigiũ, ipsum verò nauigium quantum a, motu proprio per hypothesim: conficit autem spatium a K: conficiet igitur b spatium b g. & quia anguli a d g recti sunt: idcirco cum Scalmus peruenerit ad g, habebit remus a c, rectitudinis situm e c, in quo loco illius remigationis finis erit.



Sic igitur palmula c, à locò suo dimota nõ fuit, quod demonstrandum erat. Cæterûm aduertẽdum est rectam g c, minorem esse b c, remi dimidio: sit autẽ earum differentia c t: igitur quo tempore Scalmus b trãsfertur in g, excurrit palmula c, in ipsam longitudinem c t, sed neq; ad posteriora, neq; ad anteriora mouebitur: hoc enim solum demonstrare voluimus. Fieri tamẽ posse non dubitamus, vt aliquando tam dissimili impulsu, tamq́; inæquali motu feratur nauigium, vt remi palmula aliquantisper in aduersum moueatur, sed cõfestim ad priorem locum remeabit. Neque prius, aut posterius, Scalmus perueniet ad g, quàm ipsa palmula se appellat ad c t, quasi digressa non fuisset à loco suo. Aliter enim inæqualia spatia viderentur conficere nauigium & remi manubrium contra hypothesim. Et quoniam cum hoc acciderit celerius ferretur nauigiũ in fine, quàm in principio: aliam igitur accessisse virtutem præter remorum impulsum, consequens est.

Propositionis conuersio.

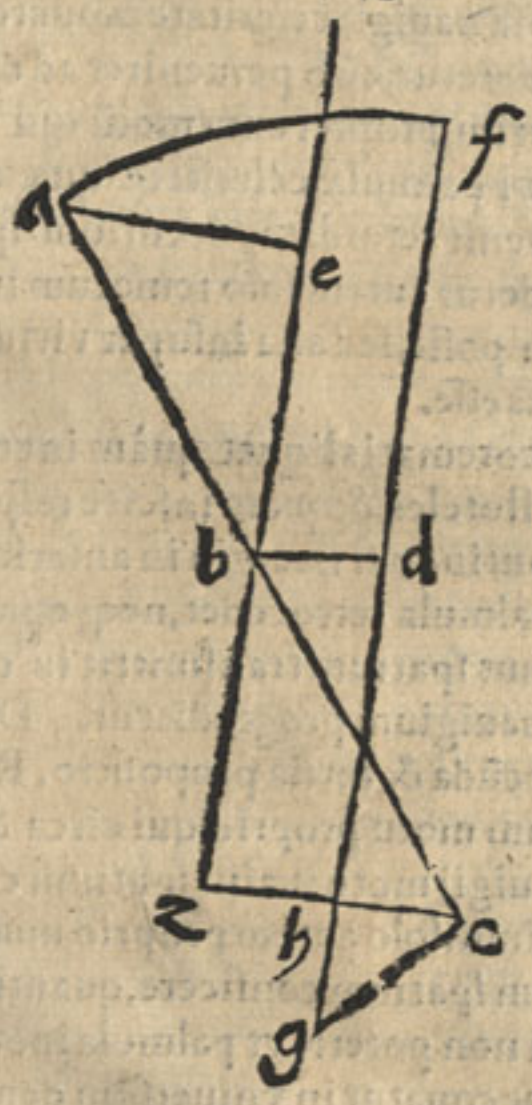
HVius propositionis conuersionem demonstrabis, nempe si remi palmula dimota non fuerit à loco suo, ibiq; tamdiu persistat, donec remus situm rectitudinis obtineat, tantum spatium conficere manubriũ motu proprio, quantum nauigium. Recta enim c f æqualis est a K per 26. primi: æqualis etiam b g per 34. ipsius primi libri: igitur a K & b g, æquales erunt per communem sententiam.

Propositio tertia.

¶ *Si remi manubium motu proprio duplum cõfecerit spatium, quàm nauigiũ tantum prouehetur ea remigatione nauigium, quantum palmula retrocesserit.*

REmus enim incipiente motu positionem habeat a c, desinente verò rectitudinis situm f g: Scalmus igitur b propter nauigij motũ, spatium conficiet b d. Excitetur à puncto b, in vtramq; partem perpendicularis e z, in quam veniant à pun

à punctis a & c, ad rectos angulos rectæ lineæ ā e & c z: ſpatium autem a e, à manubrio decurſum motu proprio ſpatij b d, duplū ſit: recta verò linea c h, curuæ reſpondeat c g, quæ à remi palmula deſcripta eſt. Dico ipſas rectas lineas b d & c h, æquales eſſe. Nam in duobus triangulis b a e & c b z, duæ rectæ lineæ a e & c z, æquales ſunt. In parallelogrammo autem b h, duæ b d & h z æquales, atqui recta a e, dupla eſt rectæ b d, per hypotheſim: dupla eſt igitur & c z rectæ h z: quapropter c h & h z, æquales erunt. Duæ igitur c h & b d æquales, per communem ſententiam. Et quia nauigium tantum ſpatium decurrit ſemper, quantum Scalmus: ſi igitur remi manubrium motu proprio duplum confecerit ſpatium quàm nauigium, tantum prouehetur nauigium, quantum palmula retroceſſerit, quod demonſtrandum erat.



Propoſitionis conuerſio.

SI nauigium tantum fuerit prouectum, quãtum remi palmula retroceſſerit, duplũ ſpatium conficiet manubrium motu proprio, quàm nauigium. Si enim c h æqualis ponatur b d, quoniam eidem b d, æqualis eſt h z, in parallelogrammo: æquales igitur erunt c h & h z, per communem ſententiam: quapropter dupla erit c z, ipſius h z, & dupla igitur eadem c z rectæ b d. Aequales porrò ſunt c z & a e, per 26. primi: dupla idcirco erit a e rectæ b d. Harum prior decurſa eſt à remi manubrio, poſterior verò ab Scalmo, tantum verò prouehitur nauigiũ quantum Scalmus: idcirco ſi nauigium tantum fuerit prouectum, quantum remi palmula retroceſſerit, duplum conficiet ſpatium manubrium motu proprio, quàm nauigium, quod erat oſtendendum.

Propoſitio quarta.

¶ *Si nauigium minus ſpatium decurrat, quàm remi manubrium, ſed ſupra dimidium, magis prouehetur, quàm palmula retrocedat: ſi vero citra dimidium, minus.*

IN deſcripta enim figura ponatur b d, minor quàm a e, ſed eius dimidio maior. Dico quod ipſa b d maior eſt, quàm c h. Nam b d & h z, æquales ſunt. Adhæc a e & c z, æquales ſunt rectæ lineæ: maior igitur erit h z, dimidio ipſius a e: quapropter reliqua c h, minor dimidio erit eiuſdē a e: & minor igitur erit c h quàm b d. Spatium autem b d, id eſt quod nauigium conficit, ſpatiũ verò c h, remi palmula in contrarium decurrit: idcirco prior pars Theorematis vera eſt. Poſterior autem ſimiliter oſtendetur. Si enim b d, minor eſt dimidio ipſius a e: minor igitur erit & h z, dimidio eiuſdem a e, & quoniam a e & c z, æquales ſunt: reliqua igitur c h, dimidio eiuſdem a e, maior erit: & proinde minor erit b d quàm c h. Nauigium igitur minus ſpatium decurret in anteriora, quam remi palmula in cõtrarium, quod demonſtrandum ſuſcepimus.

Corollarium.

EX hac & præcedenti infertur, quòd ſi remi manubriũ motu proprio maius ſpatium decurrat, quàm nauigium, ſiue id ſit duplum, ſiue minus duplo, ſiue maius duplo, ſpatium quod nauigium interim decurrit ad anteriora, & quod palmula remi in contrariũ ſimul iuncta, ei quod ipſum remi manubrium motu

motu proprio cõficit, æqualia erũt. Sẽper enim b d, æqualis est h z: tota verò c z, quæ æqualis est a c, ex suis constat partibus c h & h z.

Propositionis conuersio.

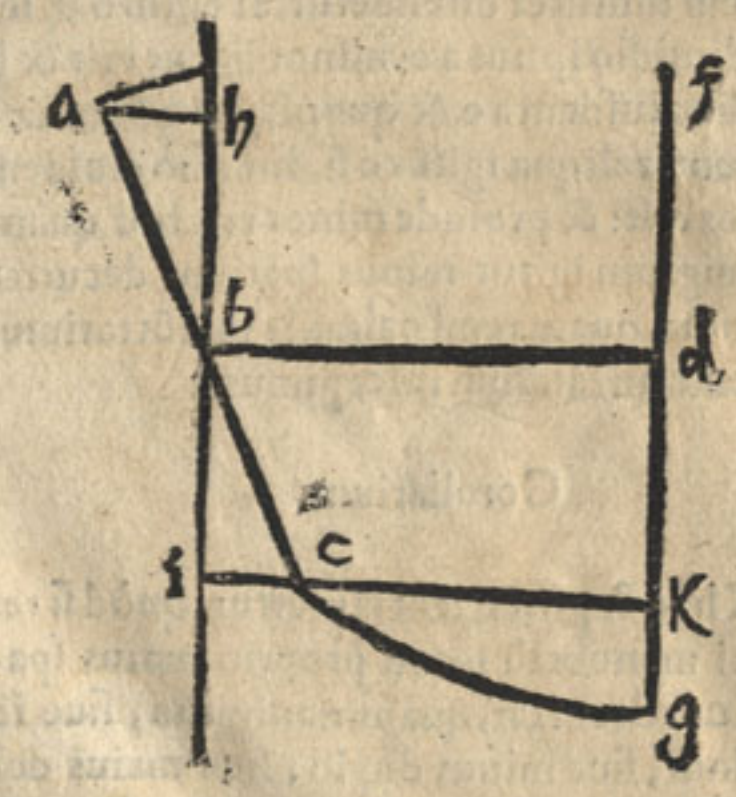
¶ Si nauigium longius progrediatur, quàm remi palmula retrocedat, spatium conficiet plusquàm dimidium eius quod motu proprio remi manubrium decurrit: si minus, citra dimidium.

HVIVS demonstratio ex supradictis facile colligi poterit.

Propositio quinta.

¶ *Si celerius feratur nauigium, quàm remi manubrium, mouebitur palmula in vlteriora, nullq; vnquã retrocedet, idq; spatium decurret, quo nauigij motus motũ manubrij superat.*

Abeat enim remus incipiẽte motu propositionem a c: desinẽte verò situm rectitudinis f g. Scalmus igitur b, propter nauigij motũ trãslatus, erit in d. Sit itaq; spatium b d, maius quàm a h,



à remi manubrio motu proprio decursum: sic enim celerius dicetur ferri nauigium, quam manubriũ. Dico quod palmula c, in vlteriora mouebitur. Nam cum Scalmus b, prouectus fuerit in d: translata erit ipsa palmula c vbi g, in rectitudinis situ, spatiumq; conficiet c g curuilineũ cui respondet c k: mouebitur igitur palmula in vlteriora. Nihil autẽ vnquam retrocedere, ostẽdetur in hunc modum. Eadem enim celeritate mouentur a, in h & c, versus i, circa Scalmum. Atqui per hypothesim celerius fertur nauigiũ, quàm a in h: celerius igitur ipsum nauigium fertur, quàm c versus i. Sed mouetur idẽ c, ipsa nauigij celeritate versus k: celerius igitur ferretur c ad k, quàm ad i: quapropter nihil vnquam retrocedet ipsum c, imo verò in vlteriora progredietur, spatiumq; decurret c K, quod quidẽ relinquitur detracto i c ex i K. Si enim remi palmula tota ipsa nauigij celeritate moueretur, vltra K progrederetur, cũ b peruenisset ad d: sed retrahitur interim, propter eum motũ qui fit circa b. Sic igitur palmulæ celeritate quæ à motu nauigij prouenit retardata, decursum spatium erit c K. Videtur autem solo remorum impulsu hoc fieri non posse, sed alia insuper virtute impellente opus esse.

Ex his Theorematis liquet, quàm incerta interroget Aristoteles, & quàm inscitè respõdeat. Nam non continuo si nauigiũ in anteriora mouetur, remi palmula retrocedet, neq; etiam si retrocedat, minus spatium transmittit in contrarium, quàm nauigium progrediatur. Demonstrant hoc secũda & tertia propositio. Remi verò manubrium motu proprio qui circa Scalmũ fit, & vnà nauigij motu maius spatium conficit quàm nauigium: solo autem proprio motu, si cõtingat tantum spatium conficere, quantum nauigium, fieri non poterit vt palmula moueatur. Frustra igitur conatur in vniuersum demonstrare remi manubrium maius spatium decurrere, quàm palmulam in contrarium. Præterea quando nauigium longius progreditur, quàm remi palmula regrediatur, minus spatium decurrit quàm manubrium: igitur non æquale. Et proinde constat neq; veritatem in proposito, neque demonstrationem in ijs quæ congerit reperiri.

FINIS.

IN THEORICAS PLANETARVM GEORGII PVRBACHII ANNOTATIONES aliquot, per Petrum Nonium Salacienſem.

VONIAM hæ Planetarum theoricæ ſecũdum doctrinã Ptolemæi & Alphonſi idcirco à Georgio Purbachio conſcriptæ ſunt, vt tabularum canones facilĩ intelligi poſſent: nos igitur ea tantũ annotare voluimus, quæ ab interpretibus vel non ſatis, vel non recte expoſita ſunt. Quãquam ſcimus pleraq; eorum quæ in eiſdem tabulis ſcripta ſunt, cum obſeruationibus quorundam aliorum inſignium Aſtronomorum non congruere. Theorica Solis ad hunc ferè modum à Georgio Purbachio enarratur. Sphæra Solis tribus conſtat orbibus à ſe inuicem diuiſis atque contiguis. Orbis medius æqualis eſt craſſitudinis, cui ſolare corpus hæret. Conuexam ſuperficiem ſimul habet cum concaua ſupremi: concauam verò cum conuexa infimi. Et earum centrum extra mundi centrum poſitum eſt. Sed concaua infimi & conuexa ſupremi concentricæ ſunt mũdo. Sic igitur tota ſphæra Solis mundo concentrica eſt. Extremi orbes partim ſunt eccentrici, partim concentrici: ſed orbis medius totus eſt eccentricus.

Mouentur duo extremi orbes ſuper centro mundi & axe zodiaci, eodem omnino motu ſecundum Alphonſinos, quo octaua ſphæra mouetur. Et appellantur deferentes augem Solis. Quoniam enim ſuo motu centrum orbis Solẽ deferentis circa centrum mundi circumuoluunt: augem idcirco Solis eodem moueri motu neceſſe eſt. Eſt autem aux Solis ſiue apogeõ punctum in media craſſitudine deferentis à cẽtro mundi diſtantiſsimum, terminus videlicet lineæ ab ipſo mundi centro per centrum deferentis ductæ: oppoſitum verò augis ſiue perigeon oppoſitum punctum in ipſo eodem orbe Solem deferente. Et eſt hoc tempore Solis aux in ſecundo gradu Cancri, quam tamen Ptol. poſuit fixa ſede in ſexto Geminorum.

Sol propter motum orbis medij ſub eclipti ca ſtellati orbis ſemper incedit æquali motu ſuper proprio centro, minutis nempe 59. & ſecũdis 8. ferè quolibet die ſecundum ſignorum cõſequentiam. Et idcirco apparens motus qui ad centrum mundi refertur, inæqualis eſt, atq; tardior circa augem: velocior verò circa oppoſitũ augis.

Linea veri motus Solis eſt quæ à centro mundi ducta per centrum Solaris corporis ad zodiacum extenditur. Et verus Solis motus ſiue apparens in zodiaco ab initio Arietis vſq; ad hanc lineam computatur.

Linea medij motus Solis eſt, quæ à centro mũdi vſq; ad zodiacũ ducitur, ei æquidiſtans quæ à centro deferentis ducta intelligitur ad Solaris corporis centrũ. Et medius motus ſiue æqualis à principio Arietis vſque ad lineam medij motus computatur. Initium Arietis appellamus Vernam ſectionem ecliptícæ octauæ ſphæræ, non imaginis initium, ſed ſecundum Purbach. ſectio eſt ecliptícæ primi mobilis & æquinoctialis. Argumentum Solis eſt arcus ecliptícæ inter lineam augis & lineam medij motus ſolis, & eſt ſimilis arcui eccentrici inter ipſam augis lineam & centrum ſolis in peripheria ab ipſo ſolis centro annua reuolutione deſcripta.

Aequatio ſiue diuerſitas inter æqualem motum & apparentem eſt arcus ecliptícæ inter ipſas duas lineas æqualis motus & apparentis. Quando nihil argumenti habetur, aut ſex communia ſigna quæ gradus 180. complectuntur, nihil æquationis habetur, propter linearũ veri nec non æqualis motus coniunctionem.

Sol exiſtente in linea à centro mundi ducta ſuper lineam augis perpendiculari, quam quidem Purbach. mediæ longitudinis appellat. Ptol. verò medium tranſitum maxima fit æquatio ſiue diuerſitas. In alijs autem locis pro argumenti varietate verſus augem & oppoſitum augis decreſcunt.

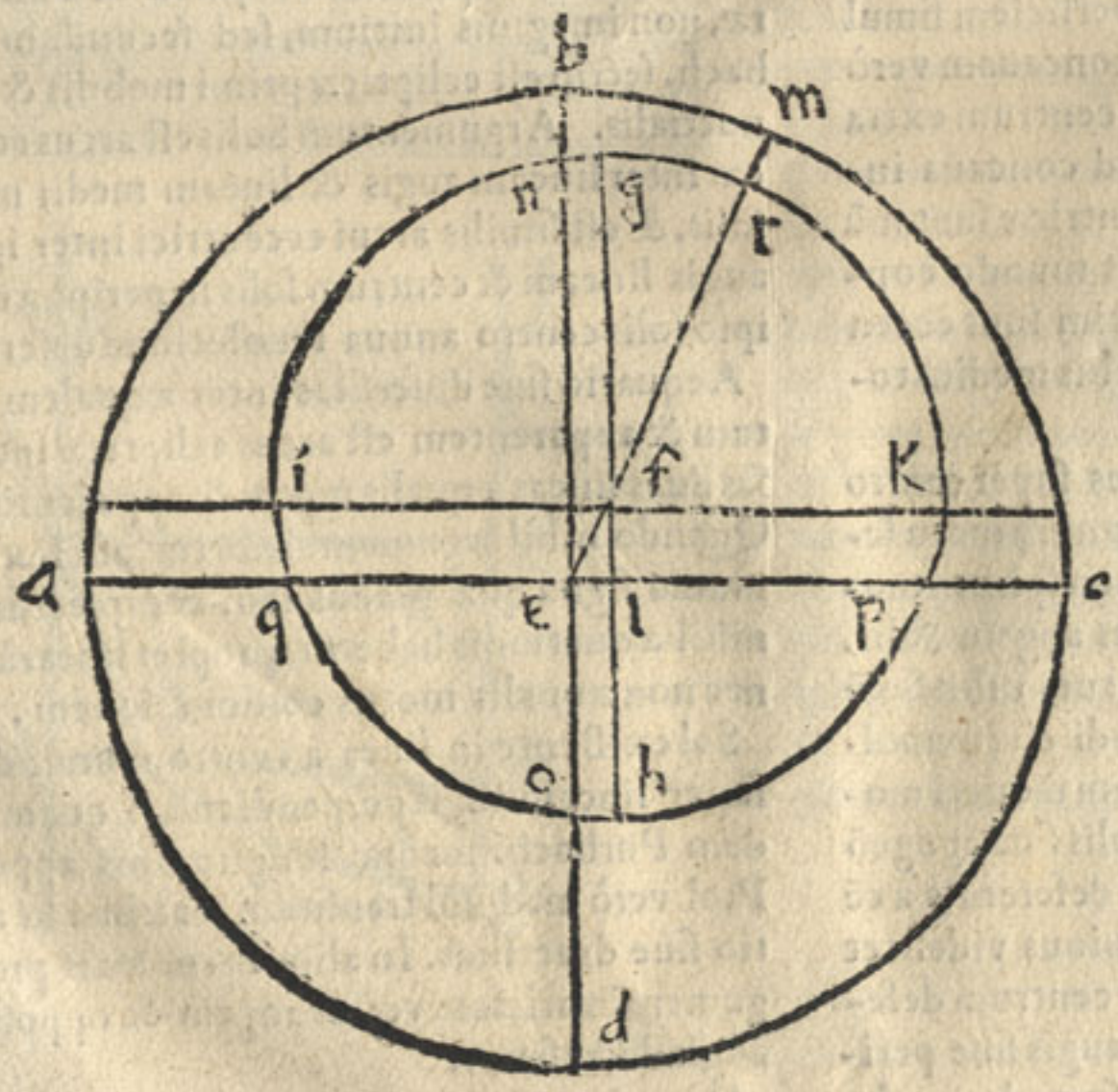
Quando argumẽtum minus eſt 6. ſignis, linea

me

dij motꝰ lineam veri præcedit: & idcirco æquatio tunc subtrahitur ab inuento medio motu, vt verus relinquatur. Sed quando argumentum maius est 6. signis linea veri motus lineam medij præcedit: & propterea additur æquatio medio motui, vt verus inueniatur.

Annotatio prima.

EXactissimis obseruationibus ingressus solis in æquinoctialia puncta anni quantitas cognoscitur. Per quam quidem si gradus 360. diuiserimus, æqualis Solis motus vnius diei patefiet. Et ad hunc modum tabula medij motus solis numeratione composita est. Ex medio autem motu cognito, & ingressu solis in æquinoctialia & solstitialia puncta, locus augis innotescet Geometrico syllogismo: & proportio quoq; semidiametri deferentis ad distantiã centrorum. Atq; ex his argumenti magnitudo ad omnem situm, & æquatio siue diuersitas inter æqualem motum & apparentem in rectilineo triangulo, in quo semidiameter deferentis cum distantia centrorum angulum continet distantiæ solis ab opposito augis, basis verò distantia est eiusdem à mundi centro. Horum demonstrationes apud Ptolemæũ sunt in libro tertio Magnæ compositionis Astrorum, quas ad nostra tempora vsurpabimus ad hunc modum.



Orbis signorum esto a b c d, super centro e. In quo a, sit punctum Vernale, c Autumnale, b Aestiuale, & d Hyemale, rectæq; lineæ connectantur a c & b d, & quia tẽpus ab æquinoctio Verno ad Autumnale maius reperitur anni medietate: tardius autem mouetur sol circa augẽ, quàm circa oppositum augis: patet igitur augẽ eccentrici esse in medietate eclipticæ a b c. Similiter quia tempus à solstitio æstiuo ad æquinoctium Autumnale maius reperitur quàm ab æquinoctio Verno ad ipsum solstitium: necesse est igitur locum augis esse in quadrante b c. Sit itaq; punctum f, centrum eccentrici in ipso secundo quadrante, & ducta linea recta e f, occurrat circumferentiæ eclipticæ in m: eccẽtrico verò in r. Quæritur igitur quanta sit linea e f, quam appellant eccentricitatem, & quantus sit arcus b m, quo locus augis distat a solstitio æstiuo, quæ quidem hac arte patefient. Veniãt enim per f, duæ rectæ lineæ videlicet i k, æquidistãs rectæ a c & g h, æquidistans rectæ b d. Et quoniam sol perambulat arcũ q n, qui est à sectione Verna ad solstitium æstiuum in diebus 93. minu. 27. se. 3. arcum verò n p, qui est ab ipso solstitio æstiuo ad Autumnale æquinoctium in diebus 93. minu. 33. se. 57. quemadmodum tabula solaris motus ad annum 1552. Petri Pitati subijcit, quod quidem modò perinde recipiemus, ac obseruationibus repertum esset: arcus igitur q n, per tabulam medij motus solis, quam Alphonsus composuit: graduum erit 92. mi. 6. se. 33. ter. 13. quar. 17. Arcus verò n p, Gr. 92. min. 13. se. 21. tertia 45. quarta. 55. & totus arcus q n p, Gra. 184. minuta. 19. se. 54. tertia 59. quarta. 12. Cuius dimidium g p, Gr. habebit 92. min. 9. se. 57. tertia 29. quarta 36. Est autem g K, quarta circuli: igitur K p, duorum graduum erit minu. 9. se. 57. ter. 29. quar. 36. Similiter arcum g p, qui iam innotuit, à cognito arcu n p auferemus, & relinquentur minut. 3. secunda 24. tertia 16. quarta. 19. pro arcu n g. Secet

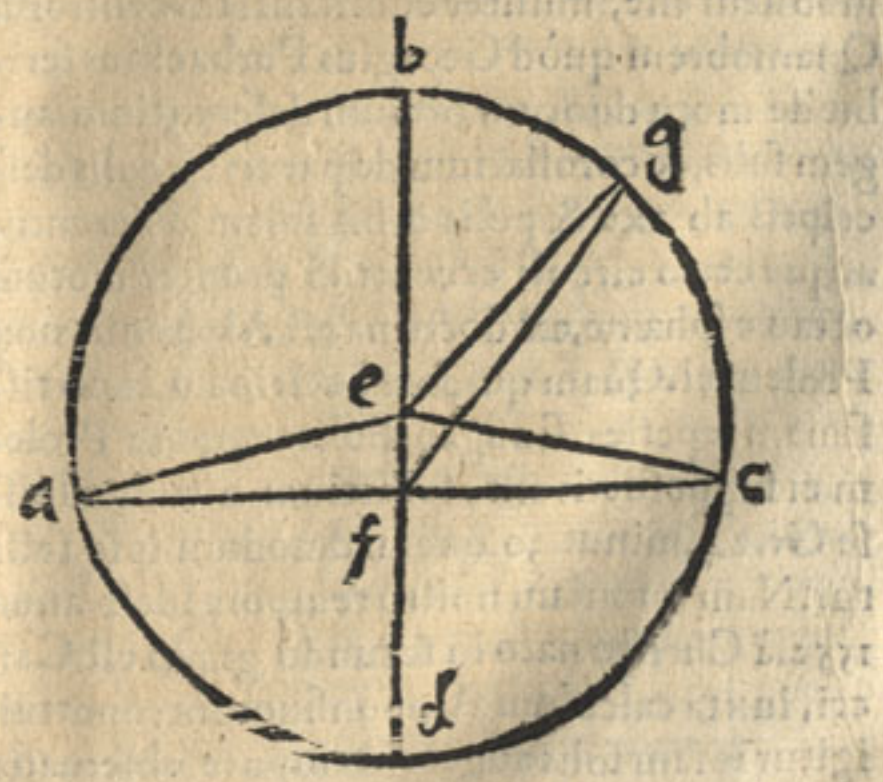
cet autem recta g h, rectam a c in puncto l: & erit idcirco f l æqualis sinui recto arcus K p: recta verò e l, æqualis sinui recto arcus n g. Ipsa igitur f l, partium æqualium inuenta erit 3780. qualium in semidiametro circuli eccentrici sunt 100000. & e l, partium earundem 99. Et quoniam quadratum ex e f, duobus quadratis ex f l & e l, æquum est: ipsa igitur e f, partium erit 3781. & trium decimarum, qualium nempe semidiameter eccentrici est 100000. Igitur qualium eadem semidiameter est sexaginta, talium erit ipsa e f, partes 2. min. 16. secund. 7. tert. 41. fere. Et quoniam sicut e f ad f l, sic sinus totus ad sinum rectum anguli f e l, in triangulo rectangulo e f l: sinus igitur rectus ipsius anguli f e l, partiũ erit 99966. fere. Arcus itaque eiusdem anguli f e l, gradus habebit 88. minu. 32. Vtor autem tabula sinuum rectorum Petri Appiani.

Et idcirco b m, gradus vnus erit cum minu. 28. signi Cancri. Quod tamen non nihil discrepat à loco augis, quem prædictus Petrus Pitatus, iuxta calculum motus octauæ sphæræ in capite tabulæ posuit. Et proinde non conueniunt sibi inuicem examussim hypotheses Alphonsi. Ptolemæus verò quoniam aliud posuit temporis interuallũ ab æquinoctio Verno ad solstitium æstiuum, & Autumnale æquinoctium, & aliam æqualis motus Solis quantitatem, licet hac eadem methodo vsus fuerit: aliã tamen inuenit eccentricitatem, partium videlicet duarum cum minut. 29. & dimidio ferè vnius minuti: locum verò augis in medio sexti gradus Geminorum. Et quoniam multis antè annis idem omnino repertum fuerat ab Hipparcho: putauit idcirco ipsam solis augem immobilem esse, similiter & distantiam centrorũ. Quamobrem quòd Georgius Purbachius scribit de motu duorum orbium deferentium augem solis, & corollarium de paruis circulis descriptis ab axe & polis orbis solem deferentis, atque cẽtro circuli eccentrici propter motum octauæ sphæræ, ex doctrina est Alphonsi, non Ptolemæi. Quam quidem doctrinam incertissimam reperies, si augem Solis tempore Ptolemæi supposueris ante solstitium æstiuum fuisse Gr. 24. minut. 30. quemadmodum ipse testatur. Nam quoniam nostro tempore idest anno 1552. à Christo nato in secundo gradu est Cancri, iuxta calculum Alphonsinorum: oportuit igitur ipsam solis augem à tempore obseruationis Ptolemæi ad nostrum vsque tempus, in annis nẽpe 1420. Gr. circiter viginti sex progressam fuisse. Quos tamen octaua sphæra nec secũdum Ptolemæi calculum, nec Alphõsi nec etiã Albategnij percurrere potuit. Sed si obseruationibus Albategnij magis fidendum putes, (alicuius enim Astronomi peritissimi obseruationibus inniti debuit Alphonsus, vt augem Solis astrueret octauæ sphærę motu moueri) in simile incides incommodum. Nam aux Solis reperta fuit ab Albategnio grad. 7. m̃. 43. ante tropicũ æstiuum, ab Alphonso autẽ posita fuit gradu vno minutis fere 20. ante idem tropici punctum. Intercesserunt autem inter Albategnij & Alphonsi considerationes anni ferè 377. Quod quidem facilè concludes, si ab annis 1420. qui fluxerunt à tempore Ptolemæi vsq; ad nostrũ tempus, annos detraxeris 743. qui fuerũt inter eundem Ptolemæum & Albateg. Deinde verò ab annis qui relinquuntur, annos detraxeris 300. qui fluxerunt ab anno 1252. à Christi natiuitate vsque ad tempus præsens. Quapropter si Albateg. & Alph. obseruationes de loco augis solis veræ sunt: in spatio igitur ipsorum annorũ 377. progressa fuit ipsa Solis aux grad. 6. minu. 23. tardiorem tamen inuenies octauæ sphæræ motum in illo tempore, siue calculum sequaris Alph. siue Albateg. Quin si loca stellarum fixarum ab Albateg. inuenta cum locis earundẽ conferas, quæ in tabulis Alphõ. scripta reperiuntur, gradus tãtum quinque differentiæ inuenies, cum min. 38. nõ grad. 6. minu. 23. Et idcirco cur motus augis solis idẽ sit secundum Alphõsinos, qui octauæ sphæræ tribuitur, causam ipsi reddere non poterunt. Nec minus mirari debemus, quòd posuerit Alphon. augem solis tempore incarnationis Christi in 12. gradu geminorum, cum Ptole. qui fuit Christo posterior annis ferè 132. eandem posuerit in 6. gradu eiusdem signi. Par autem disidentia inter Arzachelem & Albateg. Cum enim solis augem Albategnius posuisset in 22. gradu Geminorũ, Arzachel eo posterior eandem posuit in 17. gradu eiusdem signi. Tantarum verò varietatum inter viros tam eximios causa fortasse fuit, quòd ingressus solis in solstitium æstiuum difficile admodum fuit instrumentis inuenire, propterea quòd in ea Zodiaci parte imperceptibili differentia declinatio variatur. Ex cuius quidem rei cognitione supradicta de loco augis demonstratio pendet. Quapropter multò certiore methodo idipsum inuenies per ingressum Solis in æquinoctialia puncta, & in

principium alterius signi ipsis æquinoctijs vicini, vel per tria, quæcunque alia loca per obseruationes verificata: quemadmodum in tertio libro Epit. subtili admodum methodo Ioannes de Monteregio inuestigare docuit. Tametsi Gebro visum fuerit non satis exacte locum augis, & eccentricitatem ita inueniri posse, propter multiplicem numerorum multiplicationē, ac diuisionem, & radicum quadratarum extractionem.

EX loco augis cognito argumenti magnitudo inuenitur, & ex ipso argumento æqualis motus & inæqualis apparentisúe differentia in omni situ innotescit. Quoniá enim in suprà scripta figura parallelæ sunt duæ rectæ a c & k i: angulus igitur i f r super eccentrici centro angulo a e m super mundi centro æqualis est, & idcirco duo arcus i r & a m proportionales sunt. At arcus a m grad. 91. minu. 28. continet, per ea qnæ iam demonstrauimus: tot enim relinquuntur detractis à gradibus 180. semicirculi a m c, gradibus 88. minu. 32. arcus m c, igitur arcus i r gradus etiam continet 91. minu. 28. eccentrici Solis. Quibus quidem gradibus atque minutis duos addemus gradus cum min. 10. arcus i q, siue K p qui iam innotuit: arcus igitur q r cognitus erit, graduum videlicet 93. minu. 38. Sol itaque prædicto anno 1552. à Christi natiuitate cum erat inæquali motu apparentiúe in initio Arietis ante ipsum Arietis initium medio motu reperiebatur gradib⁹ duobus cum min. 10. tunc igitur retinebat gradum 27. min. 50. signi Piscium, argumenti autem habebat Gr. 266. min. 22. nam tot relinquūtur arcu augis a m detracto à gradibus 357. minut. 50. medij motus. Per hæc igitur nō erit difficile radicem medij motus Solis statuere ad æram quācunque. Vt si exempli gratia, radicē medij motus Solis statuere libeat ad initium annorum Christi: quoniam igitur prædicto anno 1552. in sectione Verna idest Arietis initio fuit decima die mensis Martij circa meridiem vrbis Venetæ secundum calculum Petri Pitati: fluxerunt idcirco vsque ad id tempus anni Romani 1551 menses duo, & dies ferè 10. In tanto autem tempore medius motus Solis est signa communia 2. Gr. 19. min. 33. quibus quidem detractis à Gr. 357. min. 50. idest à signis 11. Gra. 27. min. 50. medij motus ab Ariete inchoatis habebimus medium solis motum in initio annorum Christi in meridie vrbis Venetæ sig. 9. Gra. 8. minu. 17. Ptolemæus verò quoniam augem solis fixam sedem putauit habere in Gra. 5. min. 30. signi Geminorum: inde igitur medij motus initio sumpto, radiceque posita ad initium regni Nabo. tabulas suas construxit. Quod vt efficere posset, distantiam Solis ab auge secundum medium motum inuestigauit in Autumnali æquinoctio, septimo Adriani imperatoris anno, eamque inuenit graduum 116. minu. 40. tantamq; multó facilius quàm per demonstrationem illam octaui capitis ex figura superius descripta concludes, si a posueris initium Libræ, b Cancri, c Arietis. Nam quoniam arcus c m, in illo tempore gradus continebat 65. min. 30. arcus igitur a m, qui relinquitur ex semicirculo graduum erit 114. minu. 30. ideoque eccētrici arcus ei proportionalis i r, totidem gradus atque minu. comprehendet. Arcus porrò i q aut K p, ostensus ab eo fuit Gra. 2. minu. 10. totus igitur q r, graduum erit 116. min. 40. Et id circo quando sol in puncto q erat eccentrici, initiumque Libræ occupabat, à loco augis distabat ipsis Gr. 116. minu. 40.

Cognito autem argumento, cognita etiam proportione semidiametri eccentrici ad eccentricitatem facile est differentiam inuenire inter æqualem motum & apparentem. Esto enim eccentricus solis circulus a b c d, super centro e, centrum mundi sit f, linea augis per ipsa centra transiens b e f d. linea verò a c rectos angulos efficiens cum b d, super ipso f puncto, ea est quam Ptolemæus dixit transitus medij. Purbachius verò mediæ lōgitudinis: in qua quidē cū sol existit, maxima fit differētia inter duos mot⁹ æquale & apparētē. magnitudo videlicet anguli f a e, aut f c e. Quæ quidē ex proportione semidiame



tri e c ad f e, cognita redditur. Si enim punctũ c, centrum circuli eccentrico æqualis intellexeris, erit recta linea e f, sinus rectus arcus anguli f c e. At qualium partium sunt in e c, 100000. talium ostensa est e f 3781. cum tribus decimis: arcus igitur ipsius anguli f c e, gradus habebit duos cum minu. 10. & se. 3. ferè. Angulus itaq; b e c, argumenti Solis gradus complectetur 92. minu. 10. se. 3. Ptolemæus verò quoniam maiorem reperit eccentricitatem, maximam idcirco differentiam æqualis motus & apparentis duorum graduum posuit cum minu. 23. Ponamus porrò solem in alio situ vt in g, & angulus b e g, distantiæ ipsius ab auge secundum mediũ motum cognitus supponatur: angulus igitur f e g, trianguli e f g, ex duobus rectis relictus cognitus erit: duo verò latera f e & e g, ipsum angulum continentia cognita sunt. Quapropter reliqui anguli eiusdem trianguli per 24. propositionẽ primi libri Gebri cogniti erunt: & proinde angulus f g e, differentiæ motus æqualis & apparentis notus euadet.

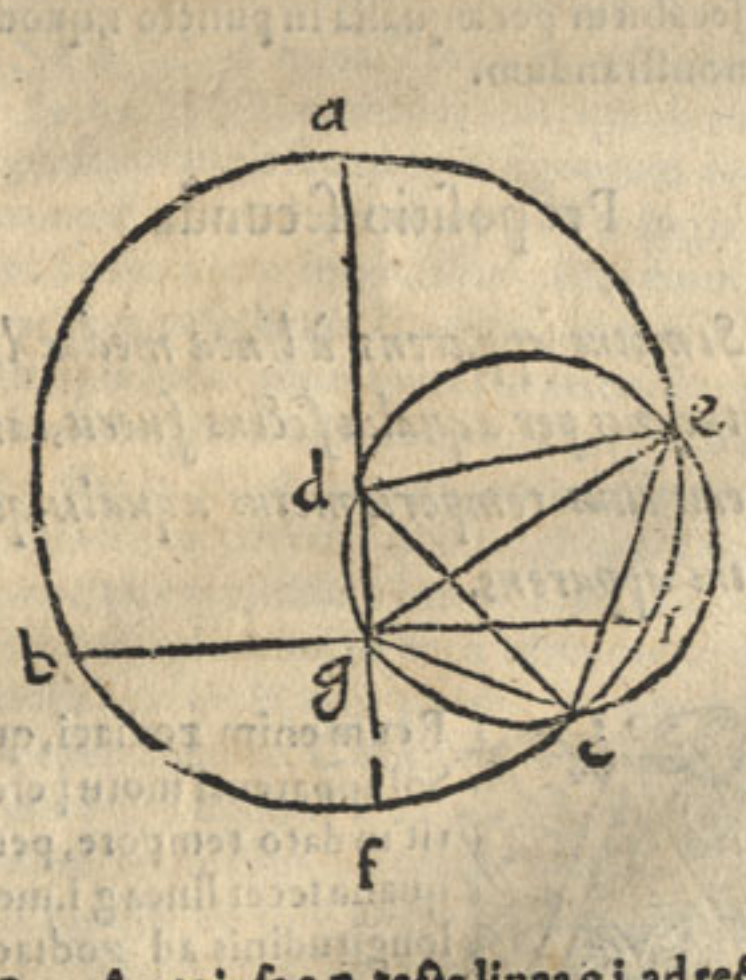
Annotatio secunda.

QVanquam motus Solis medius maior vero sit in secunda eccentrici medietate, quæ post augem est: minor verò in prima medietate ante augem, si ab Ariete computentur: aliunde tamen si initium sumant ipsi motus, fieri posse non dubitamus, vt aliquando medius motus & verus pares sint. Quod quidem ex ijs propositionibus, quæ sequuntur, apertum fiet.

Propositio prima.

¶ *Si alicuius temporis motus Solis æqualis in eccentrico, & apparens qui ad centrum mundi refertur, pares fuerint, pũctum mediæ longitudinis transitus ũe medijntra ipsorum motuum terminos includetur.*

ESto igitur eccentricus solis circulus a b c, cuius centrum d, linea augis a f, & arcus c e, in eccentrico sit pertransitus à sole, dum æqualis motus ãtque ãpparens pares sunt. Dico quod punctũ mediæ longitudinis erit inter c, & e: sit enim punctum g, centrum mundi, & connectantur d c, d e, g c, & g e. Angulus igitur c g e, subtendit in zodiaco arcum ecliptícæ à Sole pertransitum, dum æquali motu arcum eccentrici percurrit c e, ipsi ecliptícæ arcui similem proportionalemúe. Connectatur enim c e, & circa triãgulum c d e, circulus describatur c d e, qui necessariò transibit per g, quia propter motuum æqualitatem similitudinemúe duo anguli e d c & e g c, æquales inuicem sunt: & idcirco in eodem segmento erunt. Et propterea si non transiret per g, sequeretur impossibile contra 16. propositionem primi libri Eucli. Transit idcirco per g: & idcirco in quatrilatero d e c g, duo oppositi anguli d g c & d e c, coniuncti duobus rectis sunt æquales per 22. tertij. Acutus est autem d e c, quia triangulum c d e, Isosceles est: angulus igitur d g c, obtusus erit. Præterea quoniam angulus d c e, ad basim ipsius Isoscelis triãguli acutus est: æqualis porrò est ei angulus d g e, quippè qui in eodem segmento existat d g e. Ipse igitur angulus d g e, acutus erit: linea itaque recta a g, acutum angulum efficit cum g e: obtusum verò cum g c. Excitetur igitur à



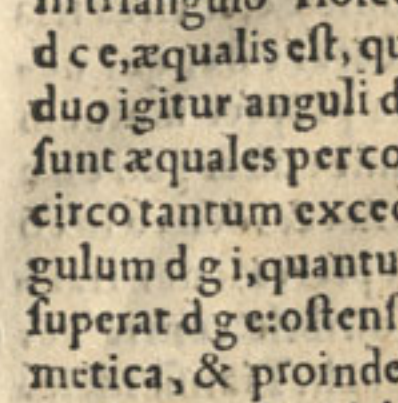
puncto g, super ipsa a g, recta linea g i, ad rectos angulos: cadet idcirco ipsa perpendicularis inter g e, & g c: & erit idcirco i, mediæ longitudinis punctum. Quarè si alicuius temporis motus Solis æqualis & apparens pares fuerint punctum mediæ longitudinis intra ipsorum termi nos includetur, quod demonstrandum erat.

Corollarium.

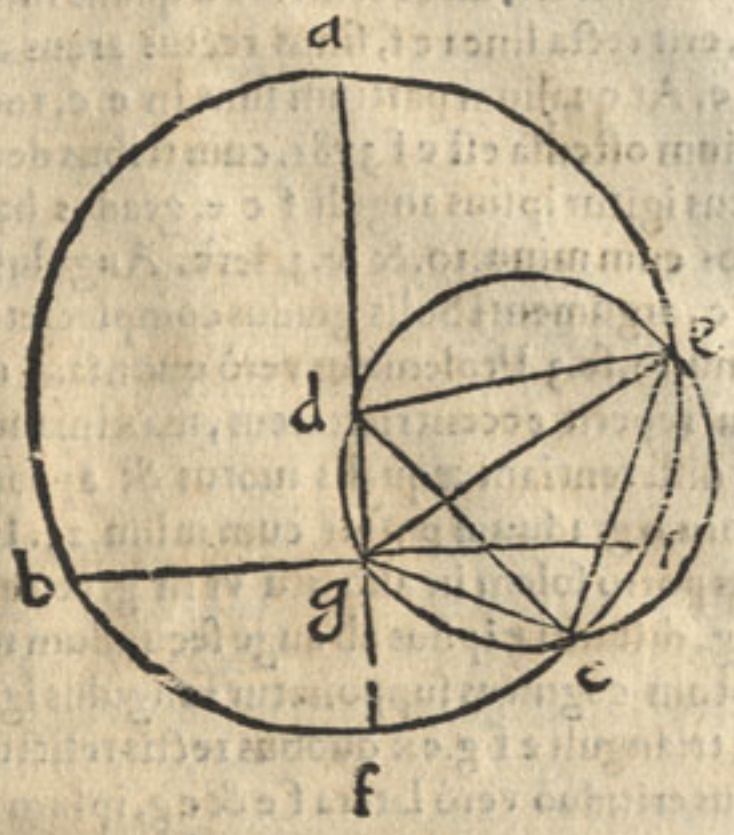
EX hac inferas, quod linea g i, mediæ longitudinis motum apparentem per æqualia secat, sed non æqualem. Ostensum est enim duos angulos d e c & d g c, duobus rectis æquales esse. At d e c, æqualis est angulo d c e, in Isosceli: angulus verò d g e, eidem d c e, æqualis est, quia in eodem segmento sunt: duo igitur anguli d g c & d g e, duobus rectis sunt æquales per communem sententiam. Et id circo tantum excedit obtusus d g c, rectum angulum d g i, quantum ipse d g i, angulum acutũ superat d g e: ostensum est enim hoc in Arithmetica, & proinde ipsorum angulorum differentiæ anguli videlicet c g i & e g i, æquales inuicem sunt: & arcus ecliptícæ quibus ijdem subtenduntur, æquales erunt inter se, quod demonstrandum erat. Ceterum arcus c e, motus æqualis per inæqualia secatur in puncto i, mediæ lõgitudinis. Nam si duo arcus e i, c i æquales fuerint: dum igitur Sol æquali motu percurrit arcum e i, similem arcum proportionalem, ue in zodiaco perambulabit, cum videlicet cui angulus subtenditur e g i. Quare mediæ longitudinis punctum cadet inter e & i per præsentem propositionem. At non cadit: non igitur arcus c e, secabitur per æqualia in puncto i, quod erat demonstrandum.

Propositio secunda.

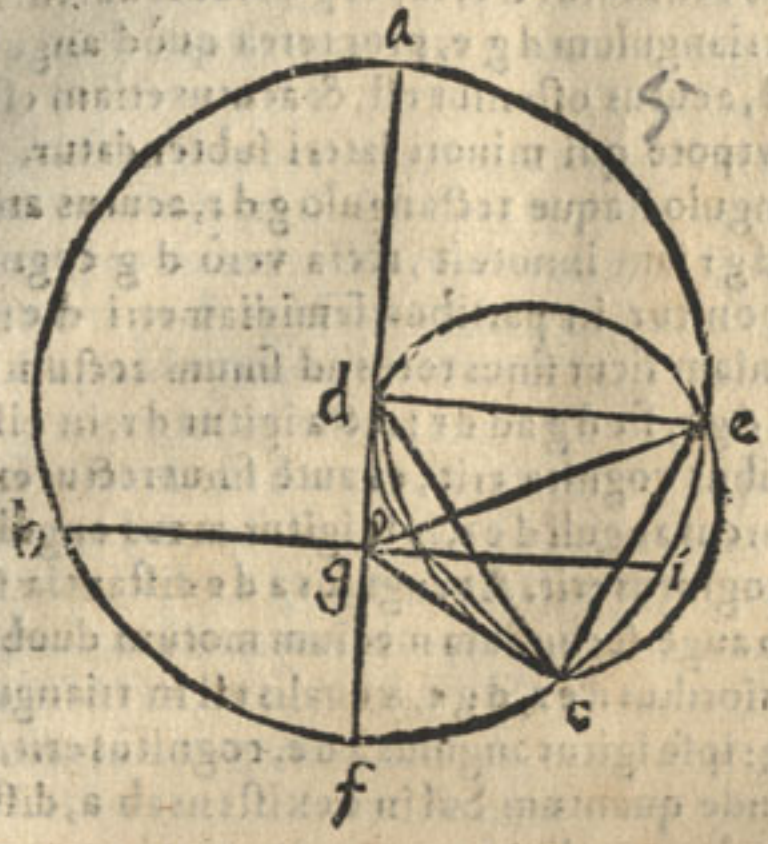
¶ Si motus apparens à linea mediæ longitudinis per æqualia sectus fuerit, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.



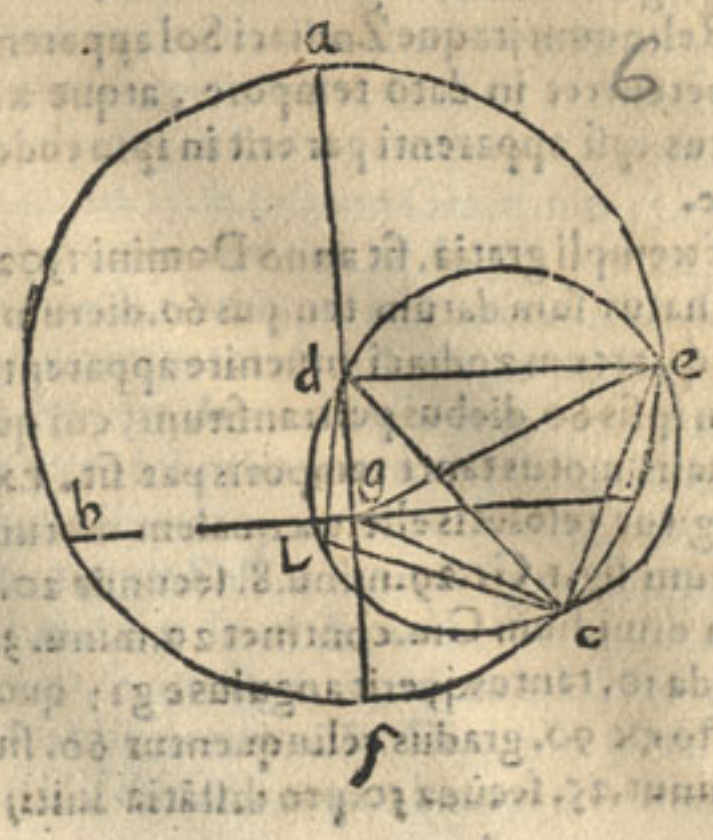
PEr enim zodiaci, quem Sol apparenti motu percurrit in dato tempore, per æqualia secet linea g i, mediæ longitudinis ad zodiacum extesa. Dico quòd æqualis motus Solis dati temporis patet erit apparenti. Angulus enim apparẽtis motus in centro mundi sit c g e: æqualis igitur motus erit c d e, secet autem recta g i, mediæ longitudinis linea ipsum motum apparentem per æqualia. Aio ipsos angulos c g e & c d e, inter se



æquales esse. Nam si circa triangulum c e d, circulus descriptus fuerit, transibit per punctum g, & propterea ijdem anguli c g e & c d e, inter se æquales erunt, vtpote qui in eodem existant segmento. Etenim si non transierit: vel igitur ipsum g, extra descriptum circulum relinquetur vel intra ipsum, circumferentiam non attingẽs. Si relinquitur extra, à puncto igitur o, communi sectione rectæ g e, & ipsius circuli circumferentiæ ducatur vsq; ad c, recta linea o c, & connectatur d o. Quadrilaterum igitur d e c o, in ipso circulo descriptum erit: & idcirco duo anguli d o c, & d e c coniuncti duobus rectis æquales erunt. At verò ipse angulus d e c, æqualis est angulo d c e, in Isoceli triangulo, & eidem d c e, æqualis est angulus d o e: propterea quòd in eodem segmento existunt: angulus igitur d o e, angulo d e c, æqualis est per communem sententiam: & idcirco duo anguli d o c, & d o e, duobus rectis æquales erunt. Et quoniam recta linea g i, angulum apparentis motus c g e per æqualia secat per hypothesim: tantum igitur excedit obtusus angulus d g c, rectum d g i, quantum ipse d g i, angulum superat d g e: & idcirco duo anguli d g c & d g e, coniuncti duobus rectis sunt æquales. Quare duo anguli d o c, & d o e, coniuncti duobus angulis d g c, & d g e, coniunctis æquales erunt per communem sententiam. At in triangulo d c g, maior est angulus d o c, ipso d g c, per 21. propositionem primi libri Euclidis: & maior etiam est exterior angulus d o e, interiore d g e, in triangulo g d o, per 16. propositionem eiusdem primi libri: duo igitur anguli d o c, & d o e,



d o e, coniuncti duobus d g c, & d g e, coniunctis maiores erunt. Sed æquales ostensi sunt: igitur impossibile. & propterea punctum g, extra descriptum circulum minimè relinquitur. Eadem arte ostendemus intra ipsum circulum circa triangulum c e d, descriptum relinqui non posse. Producatur enim g e, donec occurrat eiusdem circuli circumferentiæ in puncto l, vt in tertia figura, & connectantur d l, & c l: duo igitur anguli d g c & d g e, coniuncti duobus angulis d l c, & d l e, coniunctis æquales ostendentur, vt antea. At maior est d g c, ipso d l c, per 21. propositionem primi Eucli. & maior etiam d g e. ipso d l e, per 16. eiusdem primi lib. igitur duo anguli d g c, & d g e, coniuncti duobus d l c, & d l e, coniunctis maiores erunt: æquales igitur, & maiores, quod rursus est impossibile. Et propterea circulū ipsum descrip-



tum circa triangulum d e c, per g transire necesse est, vt in prima figura: & proinde duos angulos c g e, & c d e æquales esse. Quapropter cum Sol perambulauerit eccentrici arcum e c, æquali motu, arcumq; zodiaci apparenti motu peragrauerit, à linea mediæ longitudinis per æqualia sectum: tātus erit illius temporis æqualis motus, quantus apparens, quod demonstrādum suscepimus.

Propositio tertia.

¶ *Quantouis temporis spatio dato arcum Zodiaci reperire, quem Sol in tanto tempore apparenti motu percurrat, paresq; in eodem tempore faciat æqualem motum & apparentem.*

QVantus enim Zodiaci arcus à linea medij motus Solis in dato tempore percurratur, ex tabulis innotescet. Qui si fuerit graduum 180. ille igitur Zodiaci semicirculus sumendus erit, qui ab auge ad oppositum augis secundum signorum ordinem computatur, vel qui ab opposito augis ad augem. Sed si minor fuerit, illius dimidium ex 90. gradibus auferemus, & relinquetur distantia initij eiusdem arcus à puncto augis. Et quoniam locus augis ex tabulis innotescit: quantū igitur distet initiū dati arcus à principio Arietis ignorari non poterit. Addes igitur totam arcus quantitatem eiusdem initio, & arcus Zodiaci constabit, quem Sol in dato tempore apparēti motu percutrit, eiq; parem interim æquali motu perambulat. Cæterùm memineris hoc commune esse duobus Zodiaci arcubus, qui à puncto augis paribus distant interuallis. Vnus autem recedit ab ipso augis puncto secūdum ordinem signorum: alter verò contrà. Signorum enim series esto in subiecta figura ab a in f per i: quare si motus æqualis Solis in dato tēpore graduum fuerit 180. Sol itaque in eccentrico semicirculum pertransibit a i f vel f b a. Diameter autem ecliptricæ per a & f venit: igitur apparens motus in dato tempore similiter

ter graduum erit 180. sed pauciores gradus complectatur æqualis motus Solis quàm 180. angulum igitur constituemus i g e cum linea g i, qui in Zodiaco dimidium illorum graduum & minutorum subtendat, eiq; æqualem faciemus angulum i g c. Totus igitur angulus e g c, arcum Zodiaci apparentis motus in dato tempore subtendit. Et quoniam per æqualia sectus est, à linea g i mediæ longitudinis: igitur tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens per præcedentem propositionem. Extendantur autem ipsæ rectæ lineæ g e & g c, donec occurrant circuli circumferentiæ in punctis b & h, & quia anguli contrapositi æquales inuicem sunt: cum Sol igitur arcum eccentrici pertransierit h b, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.

7

Ex gradibus itaque 90. quos continet angulus rectus a g i, gradus auferemus acuti anguli e g i, dimidium nempè dati motus: & cognitus idcirco relinquetur ille Zodiaci arcus, quem subtendit angulus a g e. Et quia locus augis a per tabulas cognoscitur, locus igitur puncti e cognitus erit. Cui si addideris totum Zodiaci arcũ apparentis motus, quem subtendit angulus e g c, initium & finis quæsiti arcus patefient. Et quia Zodiaci arcus quem subtendit angulus b g h, ex opposito constitutus est: vterq; igitur arcus apparentis motus cognitus erit. Quantum verò Sol in e existens à puncto augis secundum motum medium distet, non erit difficile inuenire. Rectæ enim lineæ connectantur d e, & d c, & à puncto d recta linea ad rectos angulos deducatur d r, super g e: cadet autem intra triangulum d g e, propterea quòd angulus e g d, acutus ostensus est, & acutus etiam est d e g, vtpote qui minori lateri subtendatur. In triangulo itaque rectangulo g d r, acutus angulus d g r iam innotuit, recta verò d g cognita supponitur in partibus semidiametri d e: & quoniam sicut sinus totus ad sinum rectum anguli d g r, sic d g ad d r: recta igitur d r, in eisdẽ partibus cognita erit, ea autẽ sinus rectus existit arcus anguli d e r, ipse igitur arcus anguli d e r, cognitus erit. At angulus a d e distantiæ solis ab auge secundum medium motum duobus interioribus d e r, d g e, æqualis est in triangulo e d g: ipse igitur angulus a d e, cognitus erit, & proinde quantum Sol in e existens ab a, distet secundum medium motum, ignorari non poterit. Ipsum porrò angulum d e g, æquationis angulum Astronomi appellãt, qui profectò æquationis angulo d c g, ad punctum c, attinenti æqualis est. in vno enim atque eodem circuli segmento existunt circa triangulum d c e descripti per demonstrationem præcedentis.

Sed ponamus æqualem motum dato tempori respondentem gradibus 180. maiorem repertum esse. Cum igitur auferemus ex 360. & cum reliquo arcu prædicto modo operabimur. Nam cum Zodiaci arcus apparentis motus, qui vno semicirculo minor est, cognitus fuerit: is igitur qui ex integro circulo relinquitur, ignorari non poterit. Vt si æqualis motus dato tempori respondens ex gradibus 360. subtractus arcum reliquerit c e, arcum igitur Zodiaci apparentis motus qui angulo subtenditur e g e, cognitum reddemus prædicta arte. Tunc autem cognitus erit, cum quantum illius termini à pũcto augis distant, cognitum fuerit.

Reliquum itaque Zodiaci Sol apparenti motu percurret in dato tempore, atque æqualis motus ipsi apparenti par erit in ipso eodem tẽpore.

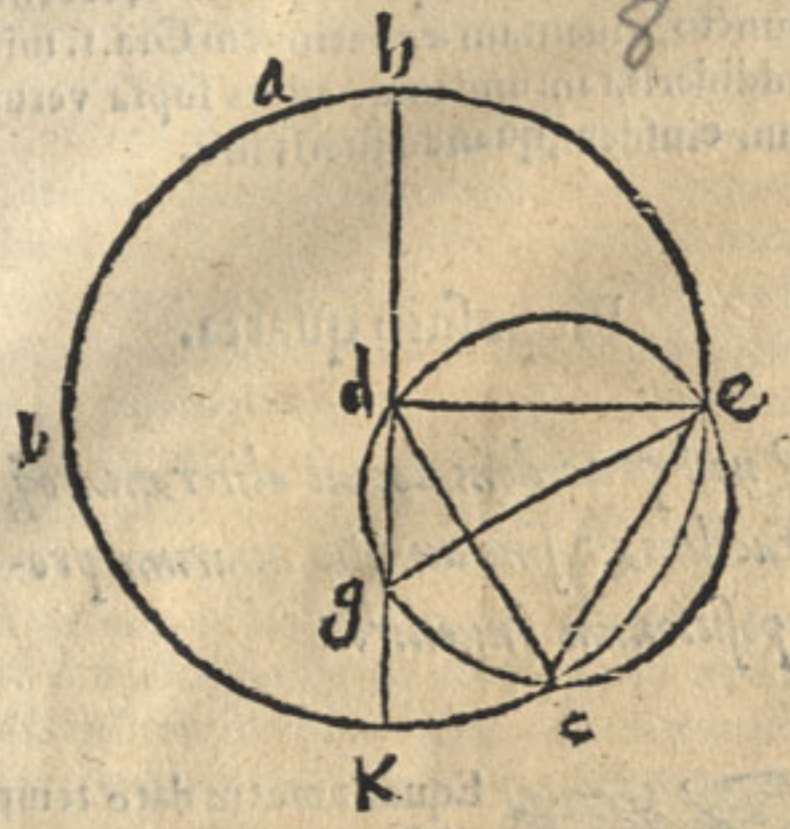
Exempli gratia, sit anno Domini 1502. quo ego natus sum datum tempus 60. dierum, oporteatq; arcum zodiaci inuenire apparenti motu in ipsis 60. diebus pertransitum, cui quidem æqualis motus tanti temporis par sit. Ex tabulis igitur resolutis elicio æqualem motum 60. dierum sig. 1. Gr. 29. minu. 8. secunda 20. quorum dimidium Gra. continet 29. minu. 34. secunda 10. tantusq; erit angulus e g 1: quo subtracto ex 90. gradus relinquentur 60. siue sig. 2. minut. 25. secũda 50. pro distãtia initij ipsius

arcus à puncto augis, quam quidem angulus d g e, in zodiaco subtendit. Et quoniam augem Solis prædicto anno eædem tabulæ subijciunt sig. 3. Grad. 1. minu. 11. secunda. 55. his igitur coacervatis, initium quæsiti arcus apparentis motus à principio Arietis distare inueniemus signis 5. Gr. 1. mi. 37. se. 45. Et erit idcirco gradus 1. mi. 37. se. 45. Virginis. Ipsis itaq; sig. 5. Gr. 1. mi. 37. se. 45. arcum addemus æqualis motus, nempe sig. 1. Gr. 29. min. 8. secunda 20. & colligemus tandē sig. 7. min. 46. se. 5. quibus distabat finis quæsiti arcus à principio Arietis. Quapropter concludemus solem prædicto anno in spatio dierū 60. à gradu 1. min. 37. se. 45. Virginis ad minuta 46. se. 5. primi gradus Scorpij, apparenti motu zodiaci arcum pertransisse medio motui parē, & in opposito zodiaci arcu similiter se habuisse. Et quoniam in eodem tempore linea medij motus præcedebat: vt igitur intelligamus quantum sol medio motu ab initio Arietis distabat, operæpretium erit æquationem inuenire, hac videlicet arte. Quoniam enim maximam solaris motus æquationem eædem tabulæ subijciūt Gr. 2. minu. 10. quibus quidem in tabula sinuū rectorum circuli semidiametrum subijciente partium æqualium 100000. partes respondent 3780. Ratio igitur semidiametri eccentrici ad eccentricitatem ea erit, quam habent 100000. ad 3780. Sicut autem sinus totus ad sinum rectū anguli d g r, sic d g ad d r: multiplicabimus igitur partes 3780. quas cōtinet d g. in 86976. quæ sunt in sinu arc⁹ anguli d g r, qui iam innotuit, graduum videlicet 60. min. 25. se. 50. productū verò diuidemus per sinum totum, sola reiectione quinq; vltimarum figurarum, & venient in quotiente 3288. ferè, quibus respondet in ipsa tabula sinuum rectorum Gr. 1. cum min. 53. pro magnitudine anguli æquationis d e g. Aequalis est autem angulus a d e, duobus interioribus oppositisq; d g e & d e g: idcirco coaceruatis Gr. 60. minu. 25. se. 50. cum Gra. 1. min. 53. conflabitur arcus Gr. 62. min. 18. se. 50. pro magnitudine anguli a d e: & proinde arcus eccentrici a e, illi subtensus totidem Gr. cum minu. & se. comprehendet. At verò ipsi a e, proportionalis existit arcus ecliptice inter augis punctum & lineam medij motus: ipsis igitur Gra. 62. minu. 18. se. 50. augem Solis addemus signa nempe 3. Grad. 1. minu. 11 se. 55. & prodibunt sig. 5. Gra. 3. minu. 30. se. 45. Quapropter cum sol fuerit in e, linea medij motus erit in Gr. 3. min. 30. se. 45. Virginis. Vel facilius operaberis, si ad verum locum Solis in zodiaco, quando est in e, eccentrici puncto, inuentam æquationem Gra. 1. min. 53. addideris, tantundemq; addes supra verum locum eiusdem, quando fuerit in c.

Propositio quarta.

¶ *Quod præcedens docuit aliter, multoq; facilius, & sine auxilio aliarum propositionum inuenire.*

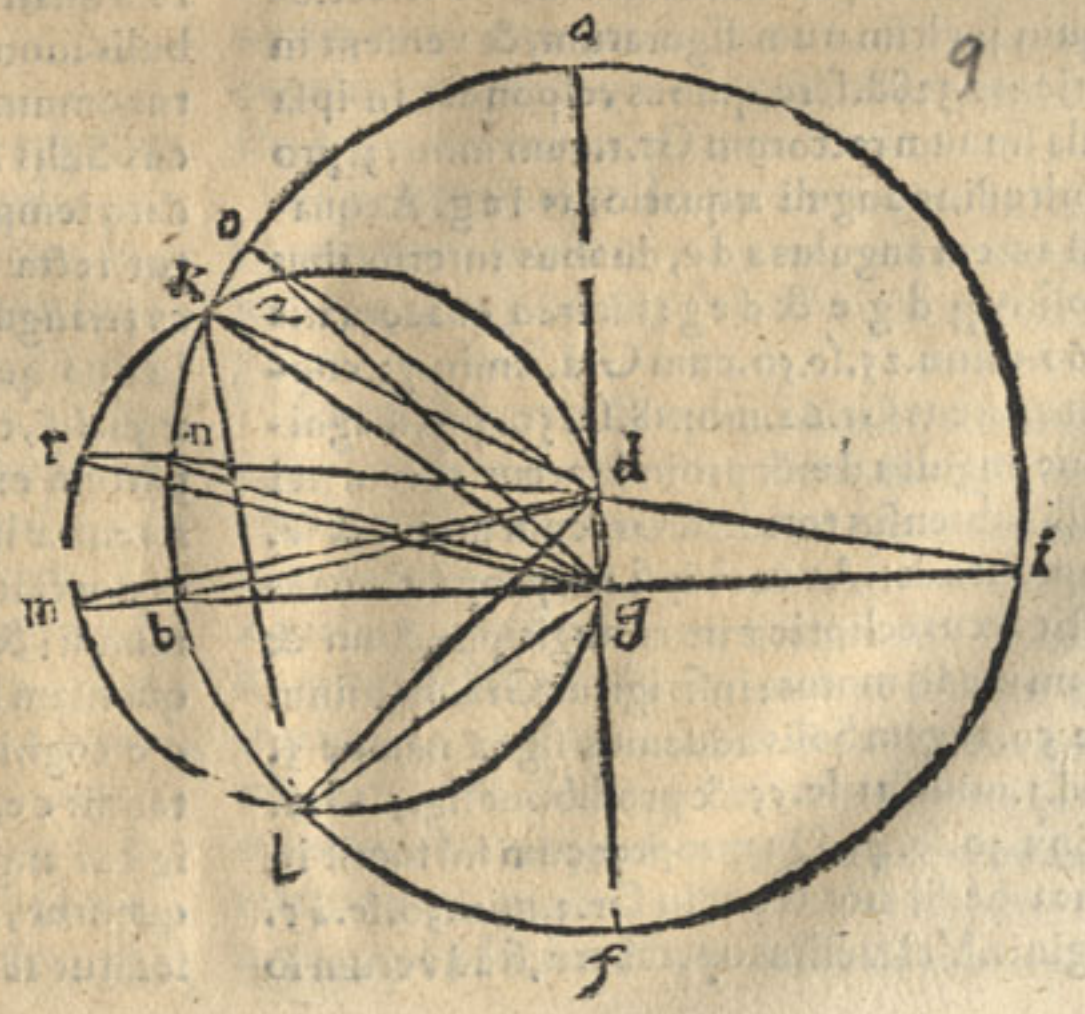
Equalis motus dato temporis spatio respondens per tabulas inueniatur. Qui si æqualis repertus fuerit gradibus 180. motum Solis pronunciabis in ipso tempore ab auge esse vsq; ad oppositum augis, vel ab ipso augis opposito vsque ad augem. Si minor: auferatur igitur ex ipsis 180. totidem enim gradus duo anguli recti in centro circuli continent: residui verò sumatur dimidium, & habebis distantiam solis à puncto augis apparenti motu pertransitam, cum per arcum quæsitum currere incipit. Addes igitur arcum ex tabulis elicitum æqualis motus, & habebis ea arte initium atque finem illius arcus zodiaci quem Sol apparenti motu percurrens parem facit in eodem tempore æquali motui. Et quoniam locus augis ex tabulis innotescit: igitur arcus ipse qui quærebatur omnino cognitus erit. Esto enim eccentricus Solis a b c: centrum verò d, æqualis motus dato tempori respondens sit c e, & connectantur rectæ lineæ d c, d e & c e. Deinde verò circa triangulum d c e, circulus describatur d c e, in quo quidem recta linea d g, eccentricitati æqualis, coaptata intelligatur, & in vtramque partem extendatur, donec ipsius circuli circūferentiæ in punctis h & K occurrat, rectaque connectatur c g. Ponemus igitur g, centrum mundi: & erit idcirco ipsa h K, linea augis. Et quoniam in triangulo Isosceli d c e, angulus c d e cognitus est: cognitum enim arcum subtendit c e, æqualis motus in dato tempore: duo igitur anguli super basim c e, cogniti relinquentur, si ipse angulus c d e, ex gradibus auferatur 180. Quapropter dimidium ipsius residui



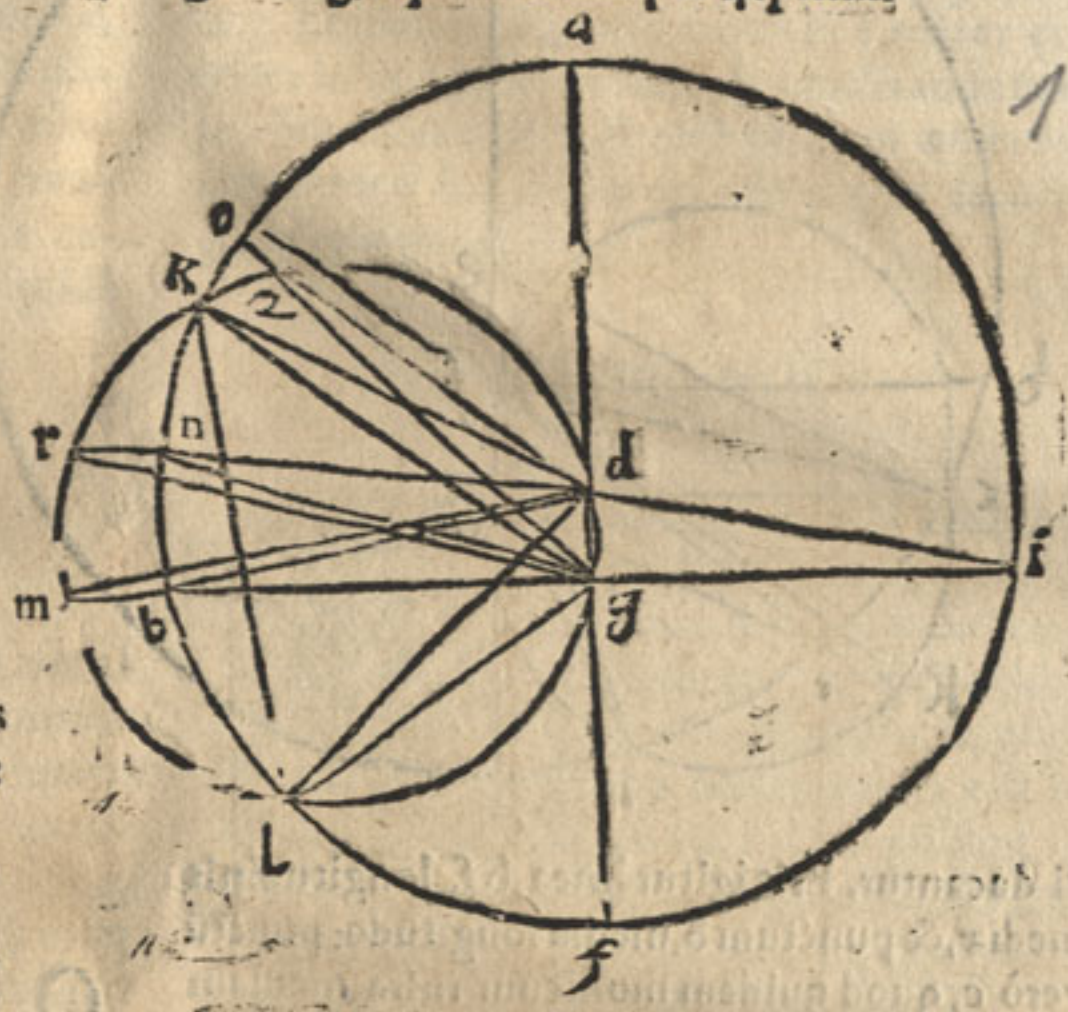
sidui innotescet, angulus nempe d c e. Connectatur autem recta linea g e: & erit idcirco angulus d g e, æqualis ipsi d c e, propterea quòd in vno atq; eodem segmento existunt. Ipso itaq; angulo d g e, cognito existente, si ponamus solem in c, in initio videlicet dati temporis: distantia igitur ipsius ab augis puncto secundum motũ apparentem cognita erit: & proinde distantia eiusdem ab initio Arietis cognita. Similiter cũ fuerit in c, distãtia eiusdem ab ipso Arietis initio patefiet. Aequalem porrò motum atq; apparentem æquales inuicem esse ex eo concludes, quòd duo anguli c d e & c g e, inter se æquales sunt. Angulũ verò æquationis d e g, ex ea quæ fit in media longitudine trãsituúe medio, & ex angulo d g e cognitis, vnico syllogismo reddetur notus. Eccentricitas enim d g, sinui recto anguli æquationis quæ in media longitudine accidit, æqualis est: quapropter supposita ipsa mediæ longitudinis æquatione graduum duorũ cũ min. 10. quemadmodum tabulæ resolutæ subijciunt, talium partium erit ipsa centrorum distantia 3780. qualiũ in semidiametro eccentrici sunt 100000. In rectilineo autem triãgulo e d g, sicut d e ad d g, sic sinus rect⁹ anguli d g e, ad sinum rectum anguli d e g: per documentum igitur commune numerorum proportionalium ex d e & d g, & sinu anguli d g e cognitis, cognitum cõcludes sinum rectum ipsius anguli æquationis d e g: & proinde per tabulam sinuũ rectorũ idem æquationis angulus patefiet. Distantia m itaq; solis ab initio Arietis secũdum motum æqualem in vtrouis terminorum e & c, cognitum reddet, vt antea in præcedenti propositione.

Annotatio tertia.

SOle in media longitudine existente maxima differentia fit inter æqualem motum & apparentem: in locis verò ab ipsa secundũ motum apparẽtem paribus interuallis remotis æquales erunt, tantoq; fient maiores, quanto ea apparentis motus ipsi mediæ longitudini vicinior fuerit: tanto autem minores, quanto remotior. In eccentrico enim a b c, linea mediæ longitudinis sit b g i. Dico quòd in ipsis pũctis b & i, maxima contingit differentia inter æqualem motum & apparentem. Ponatur Sol in quouis eccentrici puncto præter b, in semicirculo a b f, quod sit K, & connectantur d K & g K, item & d b. Ostendemus itaque maiorem esse æquationis angulum d b g, æquationis angulo d K g. Ad punctum enim g, mundi centrũ angulum faciemus cum b g, angulo b g K æqualem, sitq; b g l, & connectatur K l, circulusq; describatur circa triangulum d K l: recta verò linea g b producta occurrat circumferentiæ descripti circuli in puncto m & connectatur d m. Et quoniam ipsa mediæ longitudinis linea g b angulum K g l, apparentis motus per æqualia secat: circul⁹ igitur k l d per g veniet: hoc enim ostensum fuit in 2. propositione annotationis



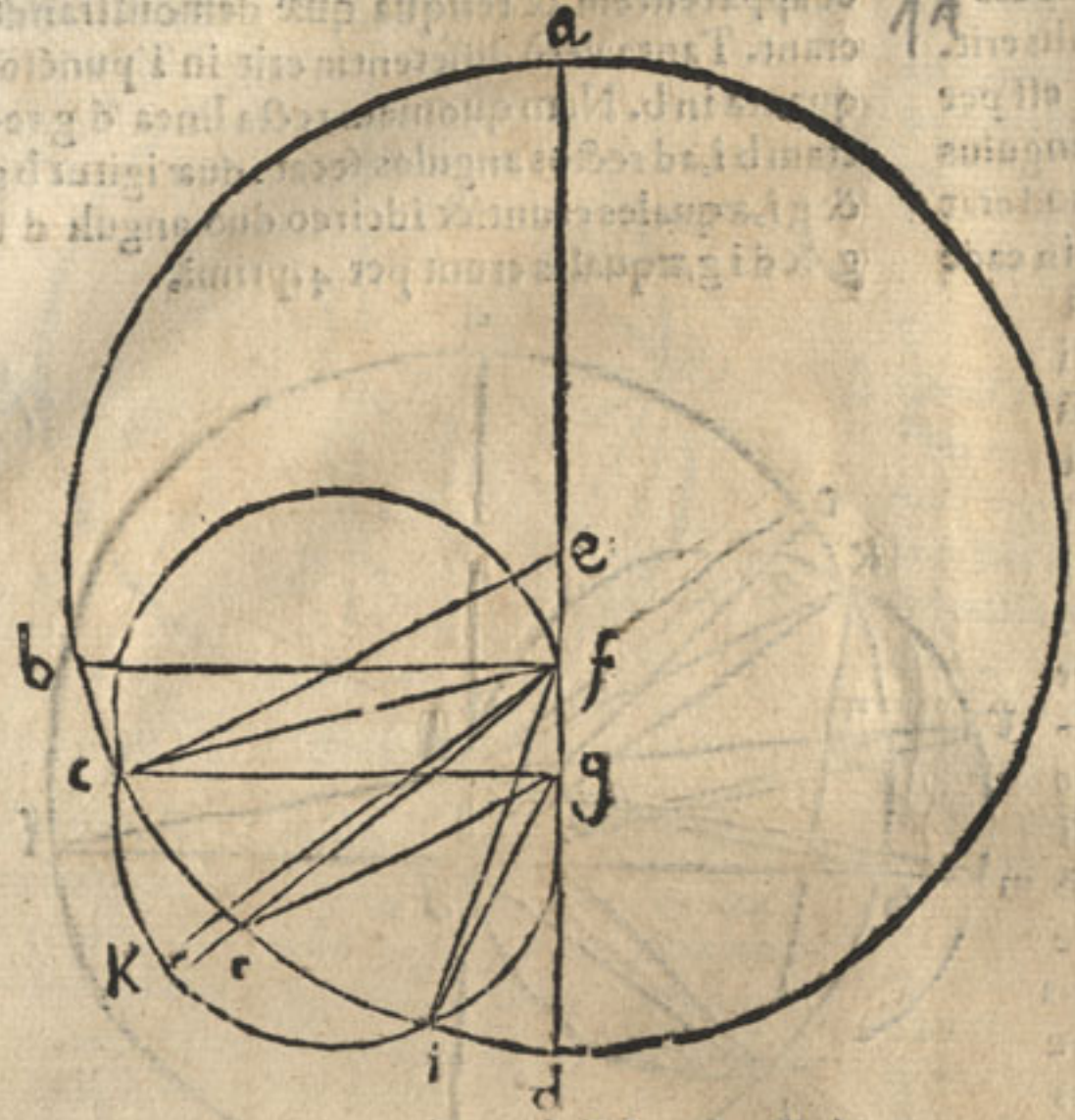
secundæ. Quapropter angulus g m d angulo g K d, in eodem segmento existenti æqualis erit. At verò angulus d b g ipso g m d, maior est per 16. propositionem primi libri Euclid. angulus igitur d b g, angulo g K d maior erit, quod erat demonstrandū. Secundā porrò partem in eadē figura ostendemus. Ponatur enim Sol in locis K & l, in quibus quidem æqualibus interuallis distet apparēti motu à pūcto b. Dico quod duo æquationū anguli d k g & d l g, æquales inuicem erunt. Nā quoniā in ipsis locis sol ipse æqualiter distat à puncto b, secundum apparentē motū: duo igitur anguli k g b & b g l, inter se æquales erūt. Quare si circulus descriptus fuerit circa triangulū K l d, per g veniet: & idcirco duo æquationum anguli d K g & d l g, in eodem segmento existētes æquales inuicem erūt, quod erat ostēdendum. Postrema pars in eadem rursus figura demōstrabitur. Sint enim duo eccentrici puncta n, videlicet vicinius b, & K remotius. Dico quod in puncto n, maior fit differentia inter æqualē motum & apparētem: à pūcto enim g in K, remotius punctum recta ducatur g k, & angulus constituatur b g l, æqualis angulo b g K, circulusq; describatur circa triāgulum d K l, vt antea: recta deinde linea d n producatur, donec occurrat circūferētiæ descripti circuli in puncto r, & cōnectatur g r: angulus igitur d r g angulo d K g, in eodem segmēto existēti æqualis erit. At maior est angulus d n g ipso d r g, per 16. propositionem primi Eucli. igitur maior erit idem angulus d n g, angulo d k g: & proinde Sole existente in n, puncto longitudini mediæ vicinore ipso K: maior erit æquationis angulus differentiæue inter æqualem motum & apparentem, quàm in ipso K. Et in eadem itē figura eademq; demonstrandi Methodo ostendemus, quòd minor sit in o puncto adhuc remotiore, quàm in ipso K. Recta enim linea g o, descripti circuli circumferentiam secet in z, & connectantur d z & d o: duo igitur anguli d z g & d k g, in eodem segmento existentes æquales inuicem erunt: maior est autem ipse d z g, angulo d o g, per 16. propositionem primi Euclid. maior igitur erit d k g quam d o g, per communē sententiam: & proinde maior erit inter æqualem motum & apparentem differentia in K quā in o. Sole igitur in media longitudine existente maxima sit differentia inter æqualem motū & apparentem, & reliquā quæ demonstrandā erant. Tanta verò differentia erit in i puncto, quanta in b. Nam quoniam recta linea d g rectam b i, ad rectos angulos secat: duæ igitur b g & g i, æquales erunt: & idcirco duo anguli d b g, & d i g, æquales erunt per 4. primi.



De Luna.

Annotatio prima.

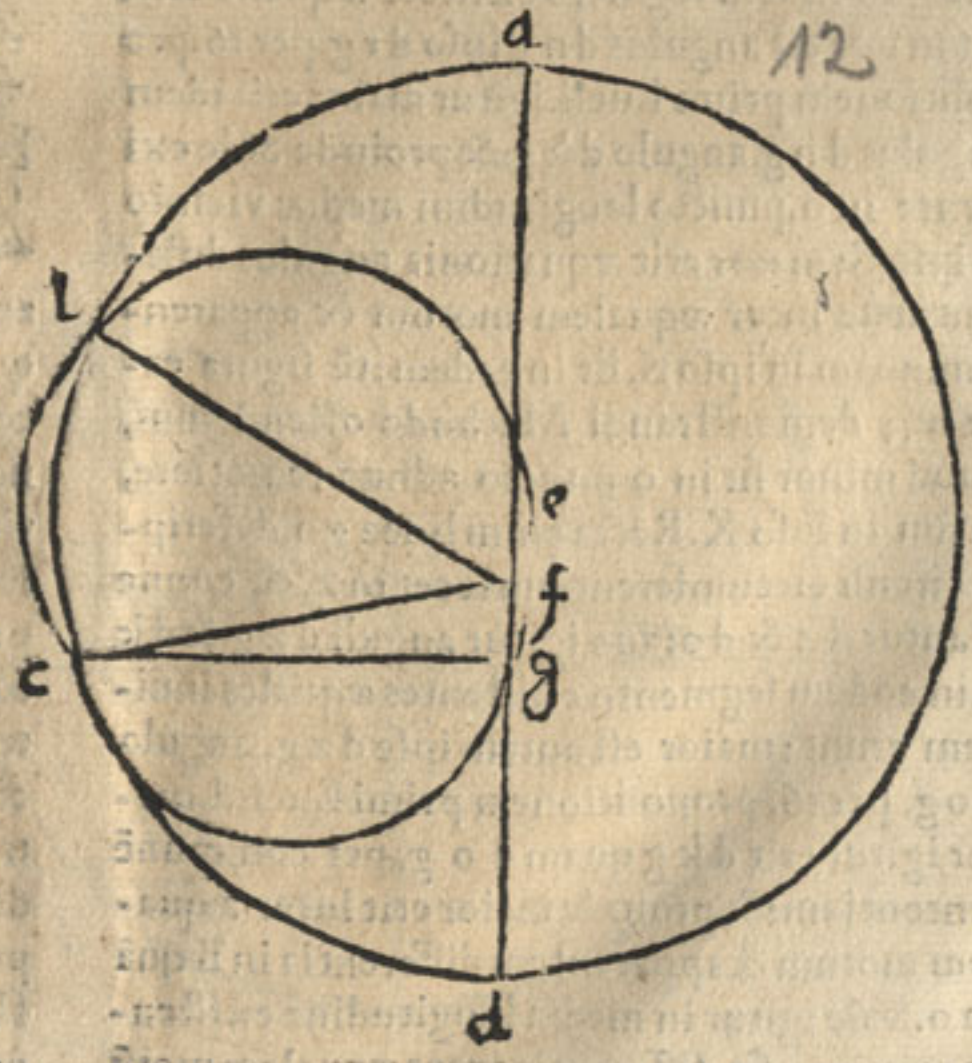
Æquatio centri est arcus epicycli augē ipsius verā & mediam intercidens. Maximam porrò fieri scribit Purbac. cū centrū epicycli fuerit modicū infra lōgitudines medias deferentis. Ea autem puncta medias lōgitudines dicere solet, quæ per lineam rectam determinantur, quæ à centro mundi venit in lineam augis orthogonalē. Ioānes verò Baptista harū theoricarū antiquus expositor, & quidā alij putāt, eccētricā locū in quo maxima fit æquatio cētri, illud esse punctum in quo recta quædam linea terminatur: quæ quidem in puncto opposito cētro eccētrici in paruo circulo cū augis linea rectos efficit angulos. Esto enim (inquit Baptista) eccentricus Lunæ circulus a b c d, cuius centrū e, & diameter augis a e d, centrū mūdi f, & oppositū punctū cētro e, in paruo circulo sit g. Et à pūcto f linea f b, & à pūcto g linea g c, sup augis linea perpēdiculares vsq; ad circūferentiam eccētri



ei ducantur. Erit igitur linea b f, longitudinis mediæ, & punctum b, media longitudo: punctũ verò c, quod quidem modicum infra mediam longitudinem est: locus (inquit) erit vbi maxima æquatio centri contingit. Cæterùm allucinatur, quẽadmodum in eadem ipsius figura quam descripsit, statim ostendemus. Connectantur enim rectæ lineæ f c & e c. Præterea circa rectangulum triãgulum c f g, circulus describatur f c g, cuius quidem ipsa recta linea f c diameter erit per conuersionem primæ partis 31. propositionis tertij libri Euclidis: & idcirco ipsius circuli centrum in puncto medio erit eiusdem diametri f c: nõ autem in recta e c. Quapropter circulus ipse f c g, circulum a b c d minimè tangit. Nã si tangit, punctum igitur contactus quod erit c, & ipsorum circulorum centra in vna atq; eadem recta linea erunt per 11. propositionem tertij libri Euclidis. Atqui centrum circuli a b c d, est in recta c e: centrum verò circuli f c g, est in f c, & propterea se non tangũt, sed alter alterum secat. Et quoniam quando circulus circulũ secat, in duobus locis tantum secat per 10. propositionẽ eiusdem tertij libri Euclidis. Esto itaq; vna eorum sectio in c: altera verò in i inter c & d, & connectantur rectæ f i & g i. Aio igitur in quolibet pũcto inter c & i, maiorem esse æquationem centri, quàm in c: in ipsũ c atq; in i, æquationes pares esse. Esto enim r, punctum quoduis in circũferentia eccentrici inter c & i, & connectantur f r & g r: ipsa verò g r, in rectum cõtinuumq; producta circũferẽtiæ circuli f g c, occurrat in puncto K, & connectatur f K. Duo igitur anguli f c g & f K g, quia in eodem segmento sunt f c K g, inter se æquales erunt, per 21. propositionem 3. libri Euclid. Atqui angulus f r g, quia exterior est in triangulo f r K, interiore oppositoq; f K r siue f k g, maior est per 16. propositionẽ primi libri Euclidis. Maior idcirco erit ipse angulus f r g angulo f c g. Et proinde æquatio centri in r, maior quàm in c. Duo verò anguli f e g & f i g, æquales inuicem sunt: in vno enim atque eodem segmento existunt eiusdem circuli f g c: & propterea æquationes centri in c & i æquales erũt, quæ quidẽ demõstranda suscepimus.

Lemma.

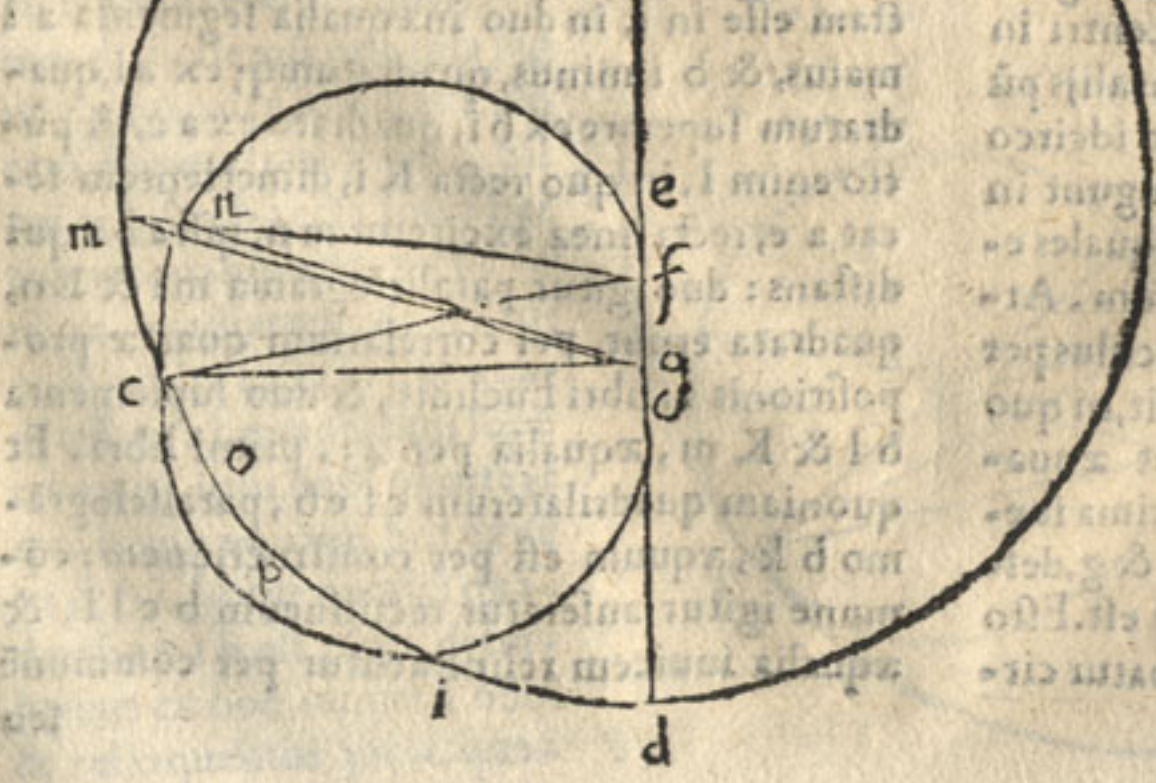
QVod autem sumpsimus alteram sectionẽ descriptorũ circulorũ esse in i inter c & d, non autem inter c & a hac arte demonstrabimus. Nam si altera sectio ipsorum circulorum a c d & f g c, fuerit inter a & c: esto igitur in l, & connectantur f l. Et quoniã recta f c,



diameter est circuli f g c: maior igitur est ipsa f c quàm f l. At verò quoniam in circulo a c d, à puncto f, quod ipsius circuli centrum non est, duæ rectæ lineæ ductæ sunt f c & f l, vsque ad eiusdem circuli a c d circumferentiam, quarum quidem f l, centro propinquior est quam f c: maior igitur erit ipsa f l quàm f c, per 7. propositionem 3. lib. Euclidis. At minor ostensa est: igitur impossibile. Et proinde duo descripti circuli a c d & f g c, in puncto c se secant, & in alio quodam puncto inter c & d: non autem inter a & c, quod quidē fuit assumptum.

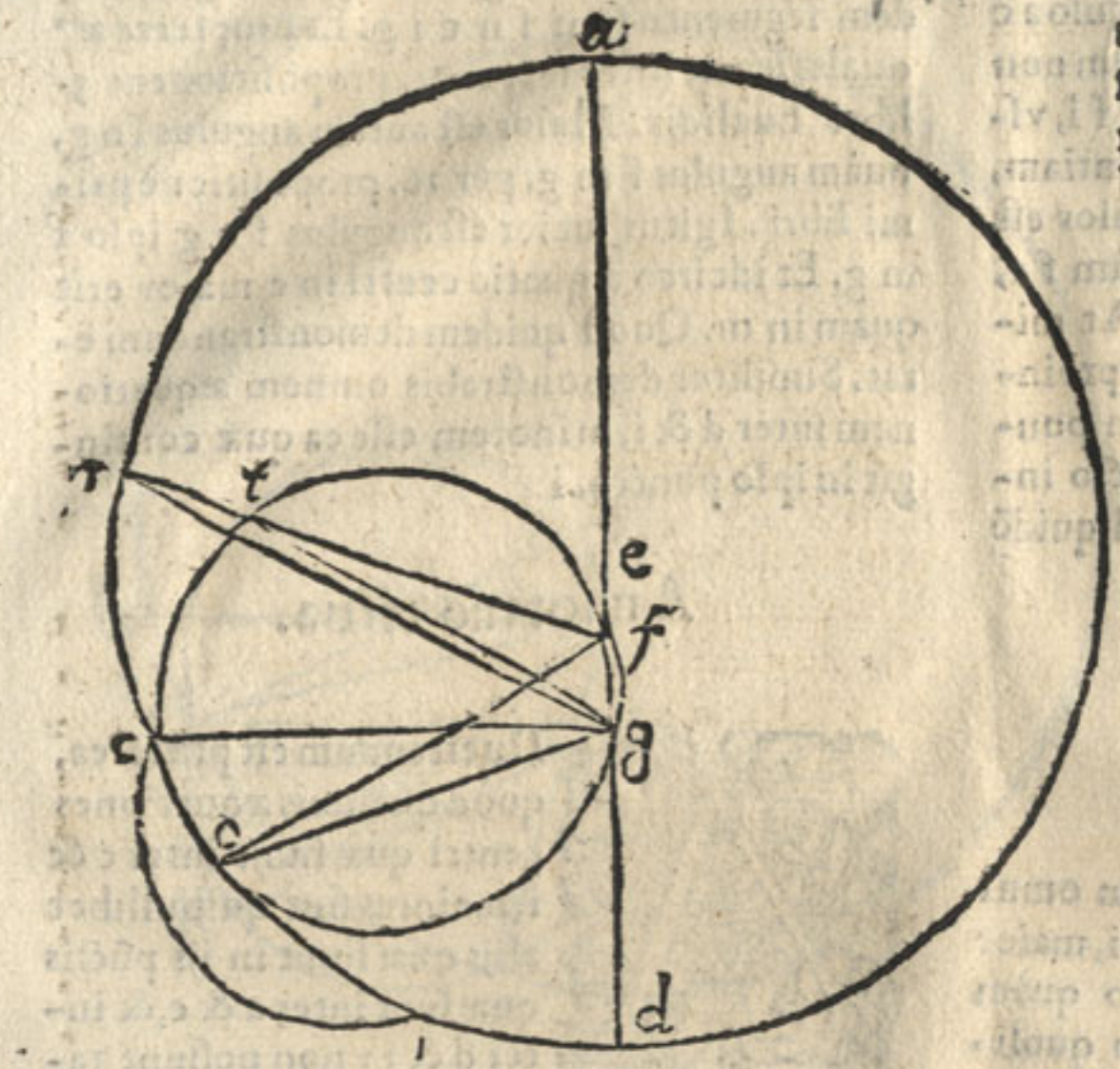
Annotatio secunda.

QVanquam verò in omni puncto inter c & i, maior sit centri æquatio quàm in ipsis c & i: & in quolibet tamen situ inter a & c, similiter in omni situ inter d & i minor erit æquatio centri quàm in c & i. Ponatur enim epycycli centrum in puncto m, inter a & c. Dico quod maior erit centri æquatio in c, quàm in ipso m. Connectantur enim duæ rectæ lineæ f m & g m, & à puncto g in punctum n: in quo recta linea f m, circulum secat f g c, recta ducatur linea g n. Duo igitur anguli f n g & f c g, in eodem segmento sunt f n c i g. Et propterea æquales erunt inter se, per 21. propositionem 3. libri Euclidis. Maior est autem angulus f n g, quàm angulus f m g, per 16. propositionē primi libri. Igitur maior est angulus f c g ipso f m g. Et idcirco æquatio centri in c maior erit quàm in m. Quod quidem demonstrandum erat. Similiter demonstrabis omnem æquationem inter d & i, minorem esse ea quæ contingit in ipso puncto. i



Annotatio tertia.

ADuertendum est præterea, quòd quamuis æquationes centri quæ fiunt inter c & i, maiores sint quibuslibet alijs quæ fiunt in ijs pūctis quæ sunt inter a & c, & inter d & i: non possunt tamen omnes inter se æquales esse. Sumpto enim puncto quouis o, inter c & i, & descripto circulo per tria puncta f & g & o: vel igitur ipse descriptus circulus eccentricum secat in ipso o, aut tangit non secans. Si secat: in alio igitur loco rursus secat per 10. propositionem 3. libri Euclidis. Esto itaq; alterum sectionis pūctum in descripta figura p, inter ipsa puncta c & i: & eadem igitur arte, qua vsi sumus ad ostendendum æquationes factas ad puncta c & i, æquales esse inter se. Cæterùm minores ijs quæ fiunt in alijs punctis positis inter eadem c & i: maiores autem reliquis semicirculi a c d. Similiter ostendi poterit æquationes factas in punctis o & p, æquales inuicem esse: minores verò eis quæ fiunt inter eadem o & p: reliquis tamen eiusdem semicirculi maiores. Non potest enim ipsum sectionis punctum quod quidem posuimus p, inter c & a cadere, nec inter d & i, præterea nec in ipsis c & i. Nam quoniam æquationes quæ fiunt in ipsis o & p punctis æquales sunt inter se: at maior est æquatio in o, facta, quàm ea quæ vel in c vel in i, vel in alijs quibuslibet punctis circūferentiarum a c & d i, quemadmodum à nobis demonstratum est. Cadet

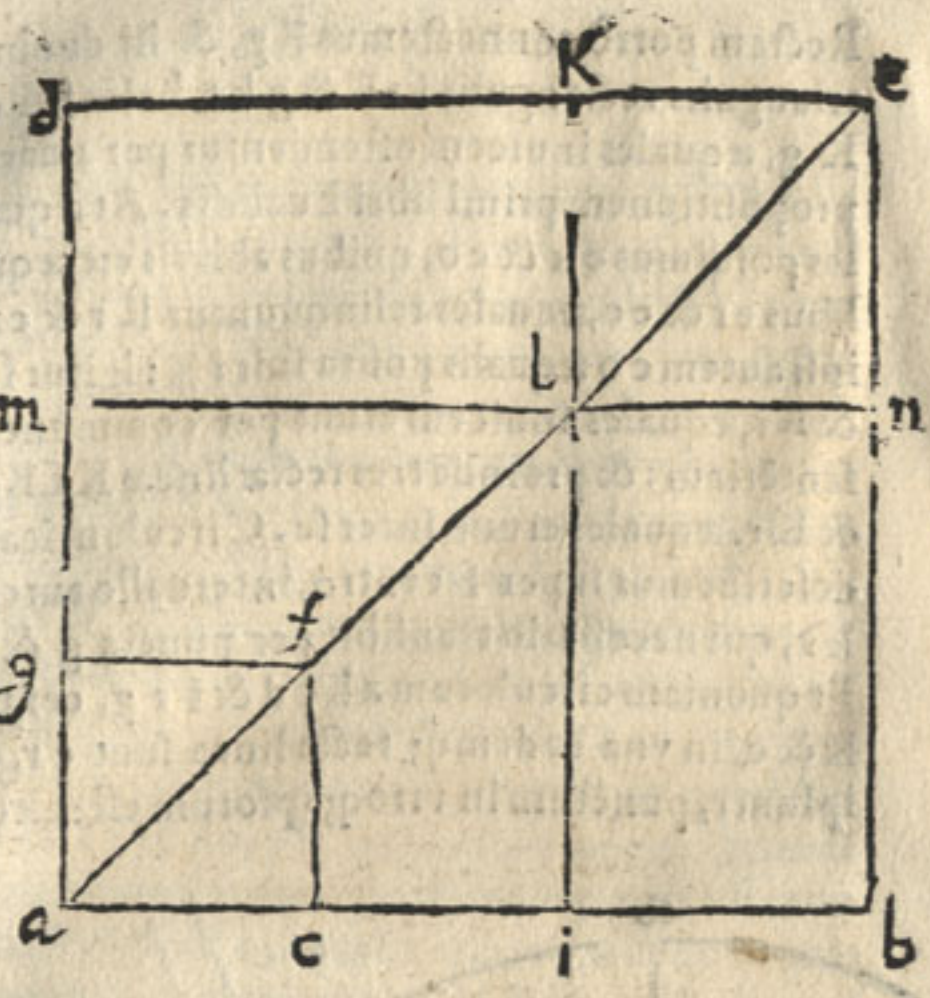


igitur altera sectio quæ est in p, inter c & i, ne sequatur impossibile. At ponam⁹ circulū ipsum per f & g, & punctum o, descriptum eccentricum non secare, sed tangere, quemadmodum in subiecta apparet figura. Erit itaque cētri æquatio in ipso o facta, reliquis omnibus maior ipsi⁹ semicirculi a c d. Esto enim punctum quoduis aliud in eodem semicirculo r, & connectantur f r & g r: à puncto autem t, in quo recta f r, circulum secat f g o, ad punctum g, recta ducatur linea g t: angulus igitur f t g, interiore oppositoq; g r t trianguli g t r, maior erit per 16. propositionem primi libri Euclidis. Atqui æquales inuicem sunt duo anguli f o g & f t g, quia in vno eodemque segmento consistunt circuli f g o: maior igitur est angulus f o g, angulo g r t siue g r f. Quapropter æquatio centri in o, maxima erit earum omnium quæ in alijs pūctis fieri possunt semicirculi a c d: & idcirco non omnes æquationes, quæ contingunt in punctis circumferentiæ c i, inter se æquales erunt, quod erat à nobis demonstrandum. Atque ex his simul concludes quod si circulus per f & g, descriptus eccentricum tetigerit, in quo puncto eum tetigerit, ibi maxima fiet æquatio centri. Rursus in quo pūncto maxima fuerit æquatio centri, ibi circulum per f & g, descriptum eccentricum tangere necesse est. Esto enim maxima æquatio in o, & describatur circulus circā triangulum f g o: vel igitur tangit eccentricum in ipso o vel secat. Si tangit: in eo igitur puncto maxima fit æquatio. Si secat: in duobus igitur locis secat, atq; in eis æquales erunt æquationes: in punctis autē intermedijs maiores contra hypothesim: quare non secat, sed tangit.

Annotatio quarta.

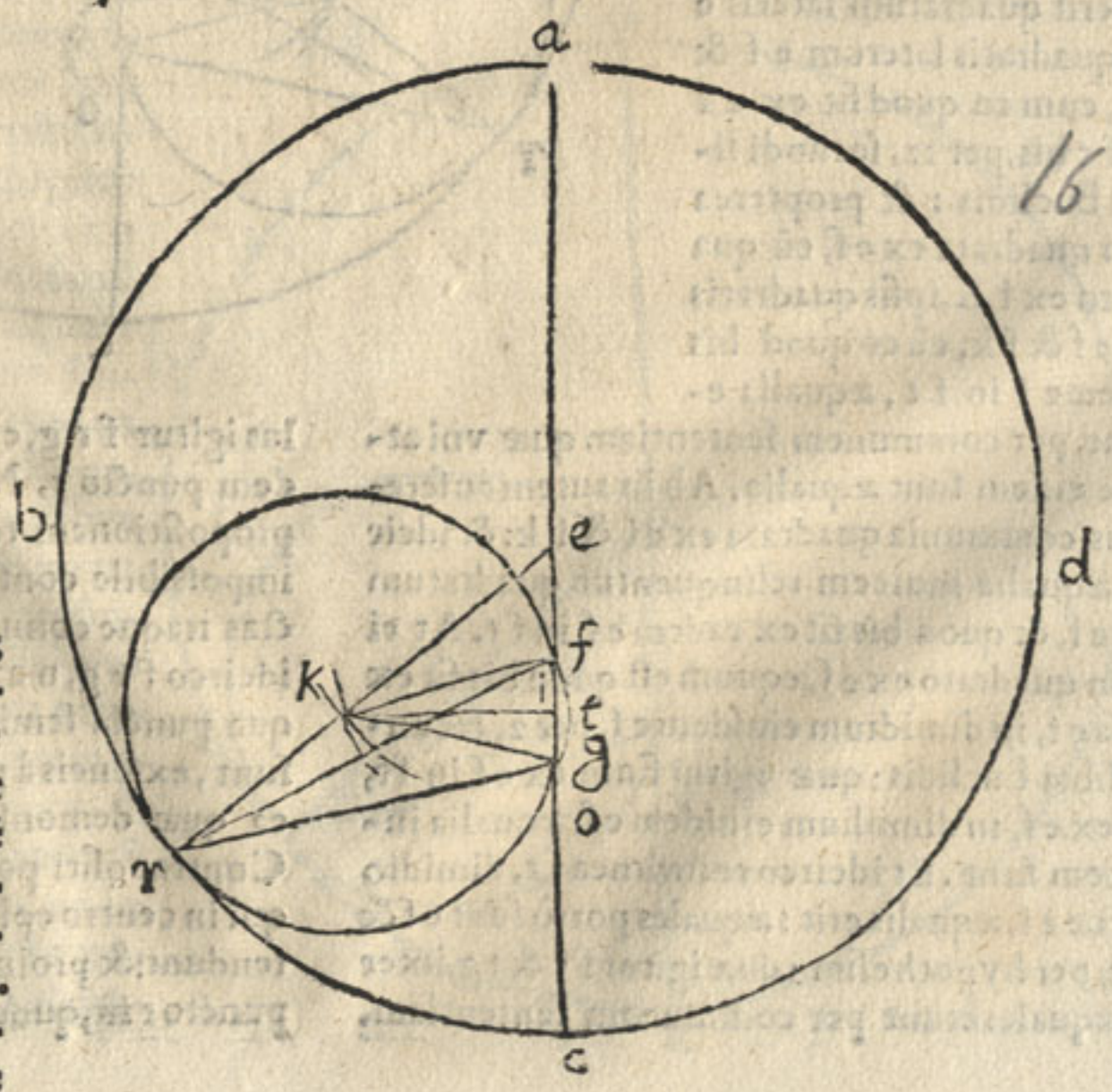
AT quia nōdum ex ijs quæ demonstrauim⁹, liquet, sitne in eccentrico aliquod punctum, in quo descriptus circulus per f & g, eū tangat, & quānam arte illud sit inuestigandum, vt scilicet compertum habeamus, vtrum inter omnes cētri æquationes quæ in vno semicirculo fiūt, qui est ab auge ad oppositum augis, vna sit omnium maxima: operæpretium igitur erit in primis hoc quod sequitur problema absoluere. Propositam rectam lineam a b, sectam vtcunque in puncto c, eam denuò ita secare, vt maioris segmenti quadratum minoris quadratum excedat quadrato rectæ a c. Quod quidem vt faciamus, super ipsa a b, quadratum construemus a b e d, & ducto dimetiente a e, quadratoq; constructo ex a c, quod dicatur a c f g: ad datam igitur rectam lineam b e, in dato angulo a b e, parallelogrammum cōstituemus b e k i rectilineo c f e b, æquale per 44. & 45. primi libri Euclidis. Aio datam rectam lineam a b, sectam esse in i, in duo inæqualia segmenta a i maius, & b i minus, quadratumq; ex a i, quadratum superare ex b i, quadrato ex a c. A pūcto enim l, in quo recta K i, dimetientem secat a e, recta linea excitetur m n, ipsi a b æqui distans: duo igitur parallelogrāma m i & K n, quadrata erunt, per correlarium quartæ propositionis 2. libri Euclidis, & duo suplementa b l & K m, æqualia per 43. primi libri. Et quoniam quadrilaterum c f e b, parallelogrāmo b k, æquum est per constructionem: cōmune igitur auferatur rectilineum b e l i, & æqualia inuicem relinquentur per communē

sen



sententiam rectilineum c f l i, & triangulum K l e. At ipsum rectilineum c f l i, rectilineo g f l m, æquum esse ostendes per eandē cōmunē sententiā: æqualia etiam inter se sunt duo triangula K l e & l e n: gnomon igitur g f c i l m, qui quidē relinquitur detracto quadrato c g, ex quadrato m i, quadrato K n, æqualis erit per cōmunem sententiā. Et idcirco duo quadrata K n & c g, simul sumpta quadrato m i æqualia erunt. Quadratum itaque m i, quadratum superat K n, ipso quadrato c g. At quadratum m i, super recta a i, constructū est: quadrati verò k n latus quod est l n rectę b i, est æquale: igitur in proposita recta linea a b, pūcto signato c, ipsam denuò ita secauimus, vt quadratum ex a i, maiori segmento quadratum minoris superet quadrato quod ex a c, quod faciendum erat. Numerisautem difficile nō erit ipsa segmēta inuenire iuxta præsentem demonstrationem. Sit enim ipsa a b, recta linea partium æqualium 60. rectæ verò a c, quadratum 600. sitq; eadē a b, ita secta in i, vt quadratū ex a i, quadratum superet ex b i, ipsis 600. oporteat quę inuenire quātæ sint eædē a i & b i. Igitur quoniā quadratū ex a b, est 3600. detrahemus ex hoc numero 600. & relinquentur 3000. quorum dimidium 1500. diuide mus per 60. & veniēt ex partitione 25. tātaq́; erit b i: & idcirco reliquum segmentum a i, partium erit 35. Quòd sanè cum proposito cō uenit: nam quadratū ex 35. est 1225. quadratum verò ex 25. est 625. ablatis igitur 625. ex 1225. relinquuntur 600. quibus quadratū maioris segmenti quadratū superat minoris segmenti.

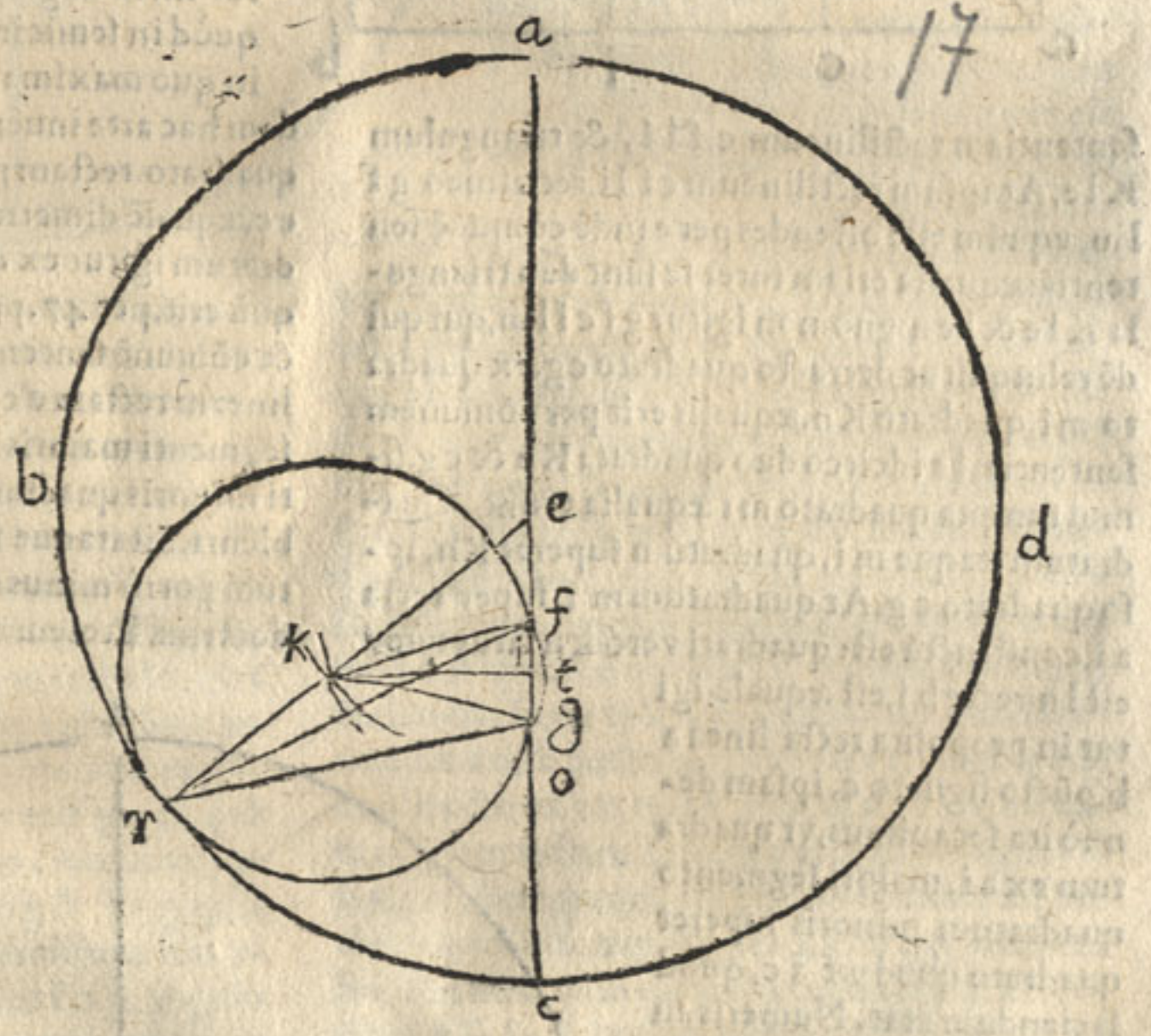
His igitur ita ostēsis punctū inueniemus in eccentrico, in quo maximā fieri centri æquationē necesse est, quantūq́; idem punctum ab auge distat, numeris indicabimus. Esto enim eccentricus lunæ circulus a b c d, cuius cētrū e, diameter augis a c, centrū mundi f: pūctum verò oppositum centro e, à quo quidem ducitur linea augis mediæ epicycli sit g. Dico quòd in semicirculo a b c, punctum vnum est in quo maxima fit centri æquatio, quod quidem hac arte inueniemus. Descripto super e f quadrato rectam ponemus e i, in semidiametro e c, æqualē dimetienti eiusdem quadrati. Quadratum igitur ex e i, duplici quadrato ex e f: æquū erit, per 47. propositionē primi lib. Euclid. & cōmunē sententiā. Deinde verò propositam lineam rectam e c ita secabimus, vt quadratum segmenti maioris quadratum superet segmenti minoris quadrato ex e i, per præcedens problema. Sit itaque segmentum maius e o: segmētum porrò minus sit c o. Et quoniam suppositā doctrina Ptolemæi, quòd punctum i g, sit inter f &



f & c, & quòd e f & f g, sint æquales, necesse est vt trium rectarum e o & c o & e f, quæuis duæ simul assumptæ reliqua sint lõgiores, quod quidem modò sumimus: inferius tamen ostendemus. Ex duabus igitur rectis lineis quæ ipsis e o & c o, sint æquales, cum recta e f, triangulum constituemus e f K, per 22. propositionem primi libri Euclidis. Sitq; e K, æqualis rectæ e o, recta autem f K, æqualis rectæ c o, & extenda tur e k, in rectum atque continuum, donec occurrat eccentrico in puncto r.

Dico quòd in ipso r, maxima fit centri æquatio earum omnium quæ constituuntur in semicirculo a b c. Nam quoniam quadratum ex eo æquum est duobus quadratis ex c o & ex c i: quadratum igitur e k, æquũ erit duobus quadratis ex f k & e i: quadratum verò ex e i, æquum est duplici quadrato ex e f: quadratũ itaq; ex e K, duobus quadratis ex e f, & quadrato ex f k æquũ erit: & idcirco angulus K f e, obtusus erit. Deducatur autem à puncto K, recta linea K t, rectos angulos efficiens cum c f, in rectum producta in ipso puncto t, per 12. propositionem ipsius primi libri Euclidis: æquum idcirco erit quadratum lateris e K, quadratis laterum e f & f k, cum eo quod fit ex e f in f t bis, per 12. secundi libri Euclidis: & propterea duo quadrata ex e f, cũ quadrato ex f K, ipsis quadratis ex e f & f k, cũ eo quod bis fit ex e f in f t, æqualia erunt, per communem sententiam quæ vni atque eidem sunt æqualia. Ab ijs autem auferemus communia quadrata ex e f & f k: & idcirco æqualia inuicem relinquentur quadratum ex e f, & quod bis fit ex eadem e f in f t. At eidem quadrato ex e f, æquum est quod bis fit ex ipsa e f, in dimidium eiusdem e f, per 2. secundi libri Euclidis: quæ igitur fiunt ex e f in f t, & ex e f, in dimidium eiusdem e f, æqualia inuicem sunt. Et idcirco recta linea f t, dimidio rectæ e f, æqualis erit: æquales porrò sunt e f & f g, per hypothesim: duæ igitur f t & t g, inter se æquales erunt per communem sententiam.

Rectam porrò connectemus K g, & in duobus triangulis rectangulis f t K & g k t, bases f K & K g, æquales inuicem ostendentur per quartã propositionem primi libri Euclidis. At æquales posuimus e k & e o, quibus ablatis ex æqualibus e r & e c, æquales relinquuntur K r & c o: ipsi autem c o æqualis posita fuit f K: igitur f k & K r, æquales inuicem erunt per communem sentẽtiam: & proinde tres rectæ lineæ K f, K g, & K r, æquales erunt inter se. Circulum itaq; describemus super K centro, interuallo autem k r, qui necessario transibit per puncta g & f. Et quoniam circulorum a b c d & f r g, centra K & e, in vna eademq; recta linea sunt e r, & ipsum r, punctum in vtroq; ipsorum est: circu



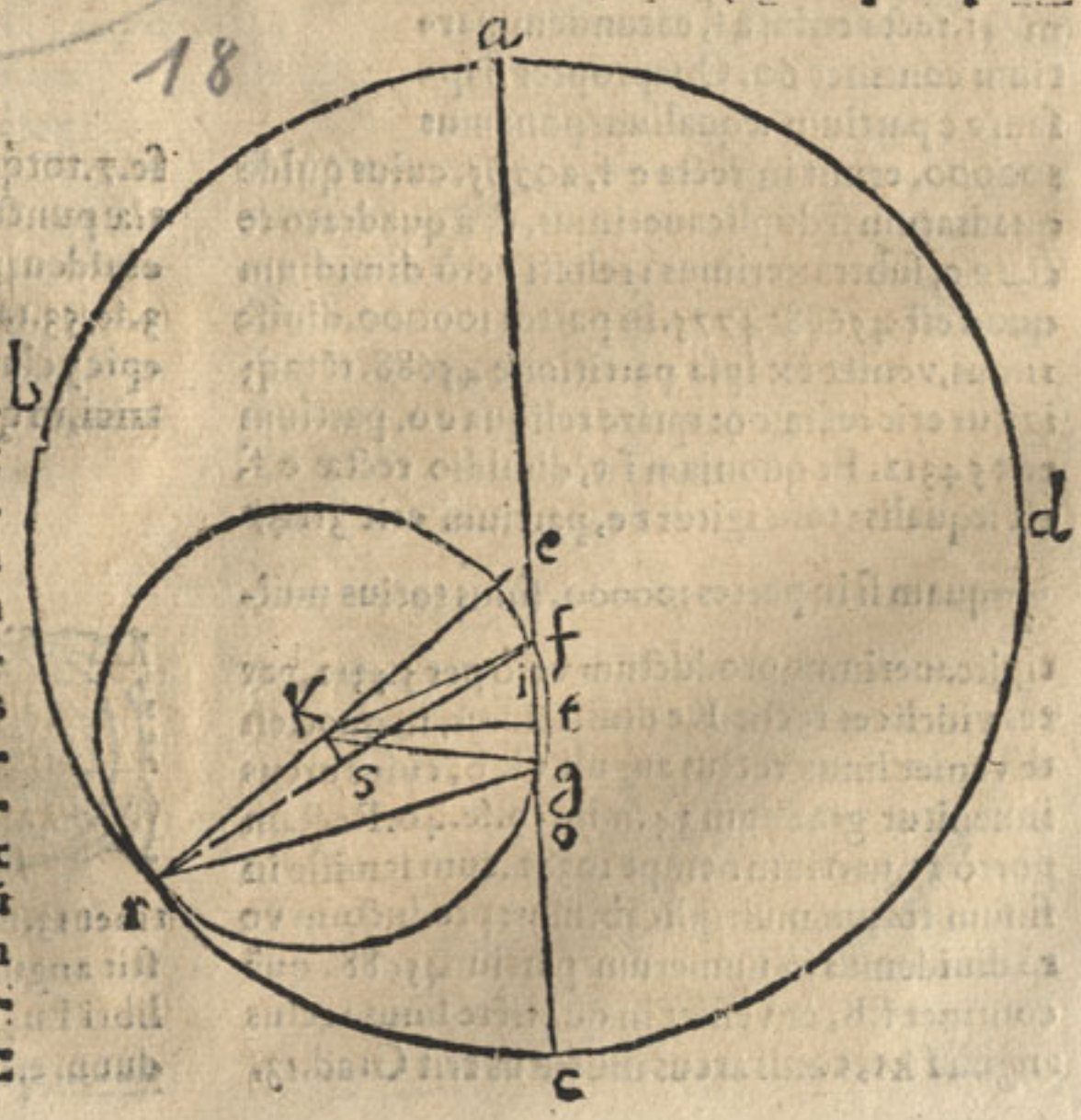
lus igitur f r g, circulum a b c d, tanget in eodem puncto r. Non secat enim, quia per 10. propositionem tertij, & 20. primi sequeretur impossibile contra circuli definitionem. Rectas itaque connectemus f r & g r: & angulus idcirco f r g, maximus erit eorum qui ad reliqua puncta semicirculi a b c, constitui possunt, ex lineis à punctis f & g venientibus, per ea quæ demonstrauimus in Annotatione 3. Contrapositi porrò sunt ipsi ijdem anguli eis qui in centro epicycli æquationem centri subtendunt: & proinde maxima æquatio cẽtri in puncto r fit, quod inuestigandum suscepimus.

Lemma.

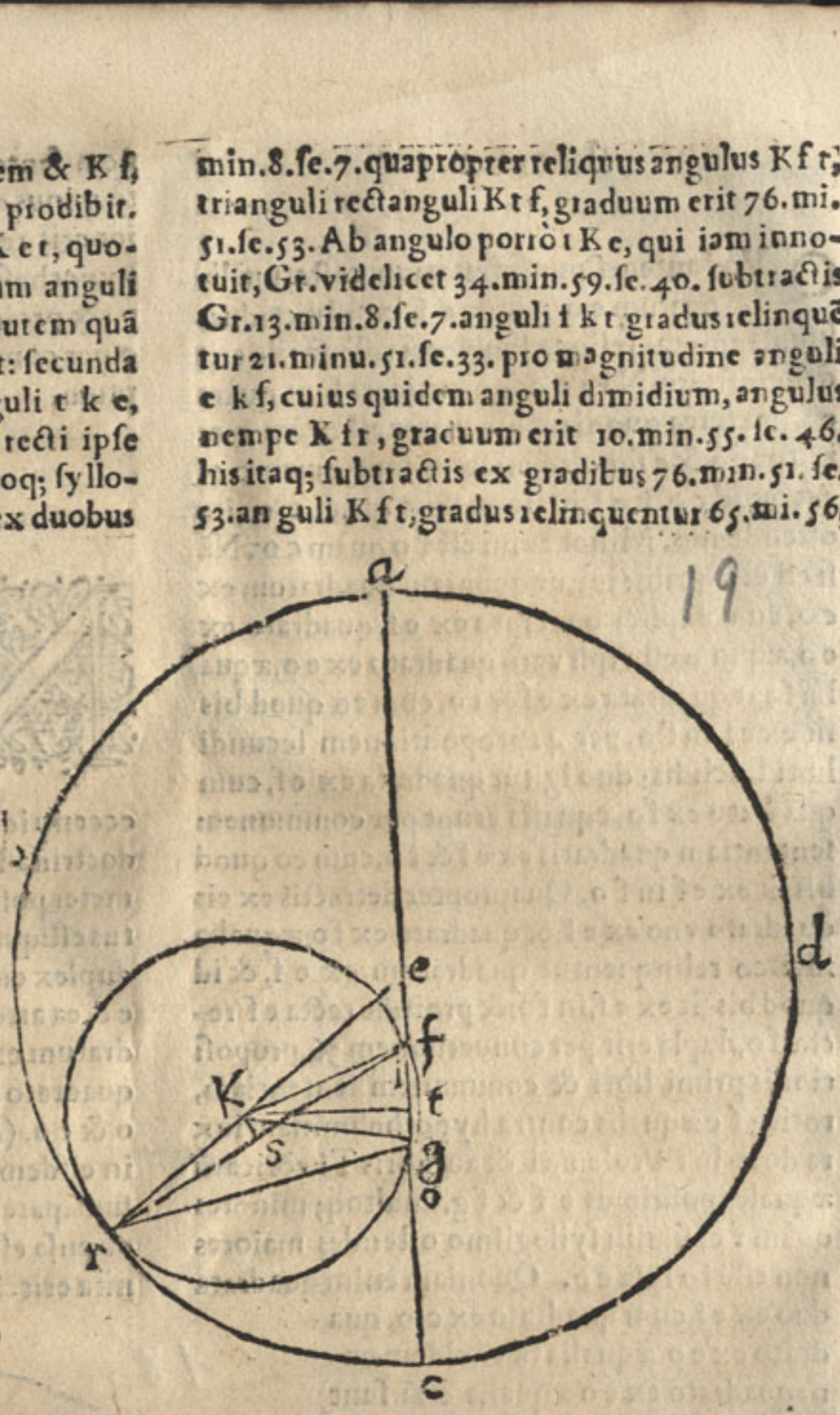
QVod autem sumpsimus trium rectarum linearum e o, c o, & e f, quaslibet duas simul sumptas reliqua longiores esse: facile erit demonstrare. Nã e o & c o, maiores sunt quàm e f. præterea quoniam e o, maior est quàm c o: igitur e o & e f, multo maiores sunt quàm c o. At quod c o & e f, maiores sint quàm e o, ita ostendemus. Minor enim est f o quàm c o. Nã si est ei æqualis: igitur quoniam quadratum ex c o, cum duplici quadrato ex e f, quadrato ex e o, æquum est: ipsi verò quadrato ex e o, æqualia sunt quadrata ex e f & f o, cum eo quod bis fit ex e f in f o, per 4. propositionem secundi libri Euclidis: duo igitur quadrata ex e f, cum quadrato ex f o, æqualia erunt per communem sententiam quadratis ex e f & f o, cum eo quod bis fit ex e f in f o. Quapropter detractis ex eis quadrato vno ex e f, & quadrato ex f o: æqualia idcirco relinquentur quadratum ex e f, & id quod bis fit ex e f, in f o: & proinde recta e f rectæ f o, dupla erit per conuersionem 36. propositionis primi libri & communem sententiam, totiq; f c æqualis contra hypothesim. nam iuxta doctrinã Ptolemæi & authoris Theoricarũ æquales posuimus e f & f g, multoq; minores quàm f c, simili syllogismo ostendes maiores non esse f o ipsa c o. Quoniam enim quadrata duo ex e f, cum quadrato ex c o, quadrato ex e o, æqualia sunt: eidem verò quadrato ex e o æqualia etiã sunt quadrato ex e f & f o, cum duplici eius quod fit ex e f in f o: duo igitur quadrata ex e f, cum quadrato ex c o ipsis quadratis ex e f & f o, atq; duplici eius quod fit ex e f in f o, æqualia inuicem erunt per communem sententiam. A duobus itaq; quadratis ex e f, atq; quadrato ex c o, vnum quadratum auferemus ex e f vna, & quadratum ex c o, & relinquetur vnum tantum quadratum ex e f: à quadratis verò ex e f & f o, cum duplici eius quod fit ex e f in f o, quadrata auferemus ex e f & f o, quæ quidem maiora sunt, si maius est f o quàm c o, & maius relinquetur idcirco quadratũ ex e f, duplici eius quod fit ex e f in f o. Et propterea segmentum f o, minus est dimidio ipsius e f, per cõmunem sententiam: segmentum igitur c o, multò minus dimidio eiusdem e f: quare multò maior erit recta linea e f quàm f c, rursus contra hypothesim: & propterea minor est f o quàm c o: & proinde maiores sunt ipsæ c o, e f quàm e o, per communem sententiam, quod erat assumptum.

Annotatio quinta.

NVnc verò consequẽs est, vt ostẽdamus quantum ab auge distet ipsum punctum r, in quo quidẽ maxima cẽtri æquatio fit, quod admodũ facile erit, si modo proportionem semidiametri e c, ad eccentricitatem e f, cognitam supponamus ex doctrina Ptolemæi. Quoniã enim recta e i, diameter posita est eius quadrati cuius recta e f latus est: quadratum igitur ex e i cognitum erit: duplex enim est quadrati rectæ e f. Recta verò e c, ea arte secta est in segmẽta e o & c o, vt quadratum ex e o, quadratum superet ex c o ipso quadrato ex e i: quapropter ipsæ rectæ lineæ e o & c o, (quemadmodum superius docuimus) in eisdem partibus in quibus e c & e f, cognitæ sunt, patefient. Et quoniam recta f t, dimidiũ ostensa est ipsius e f aut f g: tota igitur t e cognita erit. Similiter quoniam ę K æqualis posita



fuit rectæ e o: cognita igitur erit, item & K f, quoniam æqualis est rectæ c o, nota prodibit. Iam igitur in rectangulo triangulo K e t, quoniam sicut sinus totus ad sinum rectum anguli t K e, sic latus e K, ad latus t e: prima autem quãtitas tertia atque quarta cognitæ sunt: secunda igitur quæ est sinus rectus acuti anguli t k e, cognita veniet, & per tabulam sinus recti ipse angulus t k e, cognitus erit. Simili quoq; syllogismo in triangulo rectangulo K t f, ex duobus lateribus cognitis f k & f t, cognoscetur angulus f K t, quem auferemus à gradibus 90. & reliquus acutus angulus k f t, cognitus relinquetur. Ipsum porrò angulum f K t, ex angulo auferemus e K t, & cognitus relinquetur angulus e K f. Is verò exterior est in triangulo Isosceli f k r, in quo quidem duo anguli K r f, & k f r æquales inuicem sunt: duplex igitur est idem angulus e k f anguli K f r: & idcirco ipse angulus K f r, cognitus erit, quem auferemus ab angulo K f t, qui iam innotuit: & angulus igitur r f t, distantiæ puncti r, ab opposito augis notus prodibit: quare & distantia eiusdem puncti ab auge ignorari nõ poterit. Inuenit autem Ptolemæus rectam e f, talium partium 10. cum minu. 19. qualium sunt in e c, 49. cũ m. 41. recta enim a f, earundem partium continet 60. Quapropter si ipsam e c partium æqualium ponamus 100000. erunt in recta e f, 20765. cuius quidẽ quadratum si duplicauerimus, & à quadrato rectæ e c, subtraxerimus: relicti verò dimidium quod est 456881475. in partes 100000. diuiserimus, veniẽt ex ipsa partitione 45688. tãtaq; igitur erit recta c o: quare reliqua e o, partium erit 54312. Et quoniam f t, dimidio rectæ e f, est æqualis: tota igitur t e, partium erit 31147 $\frac{1}{2}$ quam si in partes 100000. sinus totius multiplicauerimus: productum verò per 54312. partes videlicet rectæ K e diuiserimus, in quotiente veniet sinus rectus anguli t k e, cuius arcus inuenitur graduum 34. min. 59. se. 40. Rectam porrò f t, partium nempe 10382. cum semisse in sinum totum multiplicabimus: productum verò diuidemus in numerum partiũ 45688. quẽ continet f K, & veniet in quotiẽte sinus rectus anguli f k t, cuius arcus inuentus erit Grad. 13. min. 8. se. 7. quapropter reliquus angulus K f t, trianguli rectanguli K t f, graduum erit 76. mi. 51. se. 53. Ab angulo porrò t K e, qui iam innotuit, Gr. videlicet 34. min. 59. se. 40. subtractis Gr. 13. min. 8. se. 7. anguli t k t gradus relinquẽtur 21. minu. 51. se. 33. pro magnitudine anguli e k f, cuius quidem anguli dimidium, angulus nempe K f r, graduum erit 10. min. 55. se. 46. his itaq; subtractis ex gradibus 76. min. 51. se. 53. anguli K f t, gradus relinquentur 65. mi. 56.



se. 7. totq; comprehendet angulus r f t, distantiæ puncti r, ab opposito augis: quare distantia eiusdem puncti ab auge graduum erit 114. mi. 3. se. 53. tantum igitur erit Lunæ centrum cum epicyclus constitutus fuerit in eo puncto eccẽtrici, in quo maxima fit centri æquatio.

Annotatio sexta.

QVanta verò sit ipsa maximà cẽtri æquatio ex his quæ modo demonstrauimus, statim concludes. Angulus enim t K e, inuentus fuit Gr. 34. minu. 59. se. 40. Atqui angulus f k t, Gr. cõtinet 13. minu. 8. se. 7. cui quidem æqualis existit angulus t K g, per 4. propositionem primi libri Euclidis: totus igitur angulus g K e, graduum erit 48. minu. 7. se. 47. Et quoniam in trian

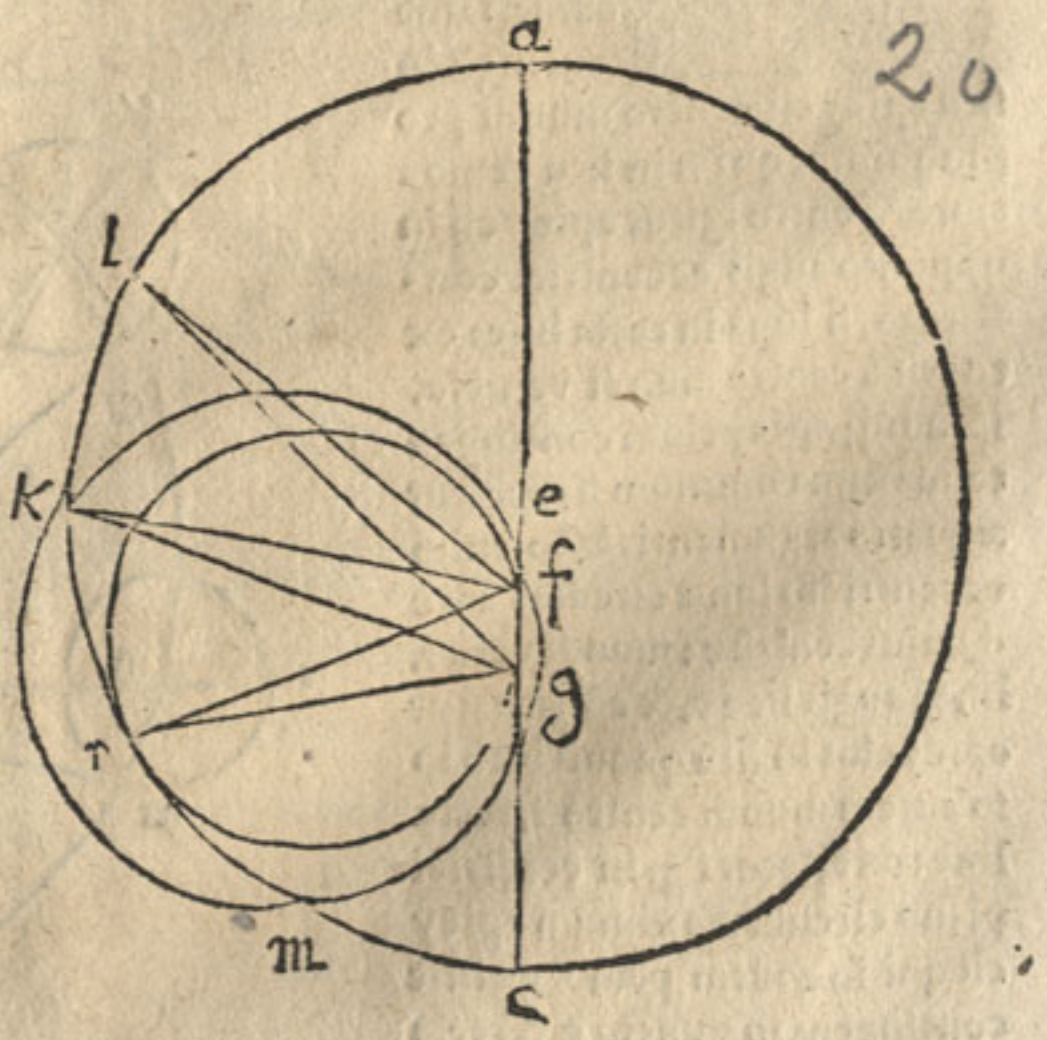
triangulo k g r, Isosceli exterior angulus g k e, interioris oppositi q; g r k, duplex est per 5. atque 16. primi libri Euclidis: ipse igitur angulus g r K, graduum erit 24. minu. 3. se. 53. ab iis autem auferemus Gr. 10. minu. 55. se. 46. anguli k r f, qui angulo K f r, æqualis ostensus fuit, & relinquētur Gr. 13. min. 8. se. 7. pro magnitudine anguli f r g, maximæ æquationis centri. In his autem supputationibus tabula sinus recti vtimur circuli semidiametrum supponēte partiū æqualium 100000. à Petro Appiano constructa.

Annotatio septima.

SI distantiam epicycli à centro mundi cognoscere cupis, cum est in puncto r, in quo loco maximam habet æquationem centri, id facile consequi poteris deducta à puncto k, perpendiculari K s, in lineam f r. Duæ enim rectæ lineæ f s & r s, æquales inuicem erunt: angulus porrò K f r, iam notuit: igitur reliquus f K s, cognitus quoque erit per 32. propositionem primi libri Euclidis. Atqui sicut sinus totus ad sinum rectum ipsius anguli f K s, sic recta f K ad rectam f s: quarum quidem quantitatum tres priores cognitæ sunt: postrema igitur quæ est f s, per commune documentum numerorum proportionalium patefiet. Dimidium est autem ipsa f s, rectæ lineæ f r, tota idcirco f r, innotescet: & proinde distantia centri epicycli à centro mundi in eo situ in partibus semidiametri e c cognita erit. Hac porrò arte rectam f s, inuenimus 44859. quare tota linea f r, talium erit 89718. qualium in semidiametro eccentrici sunt 100000.

Annotatio octaua.

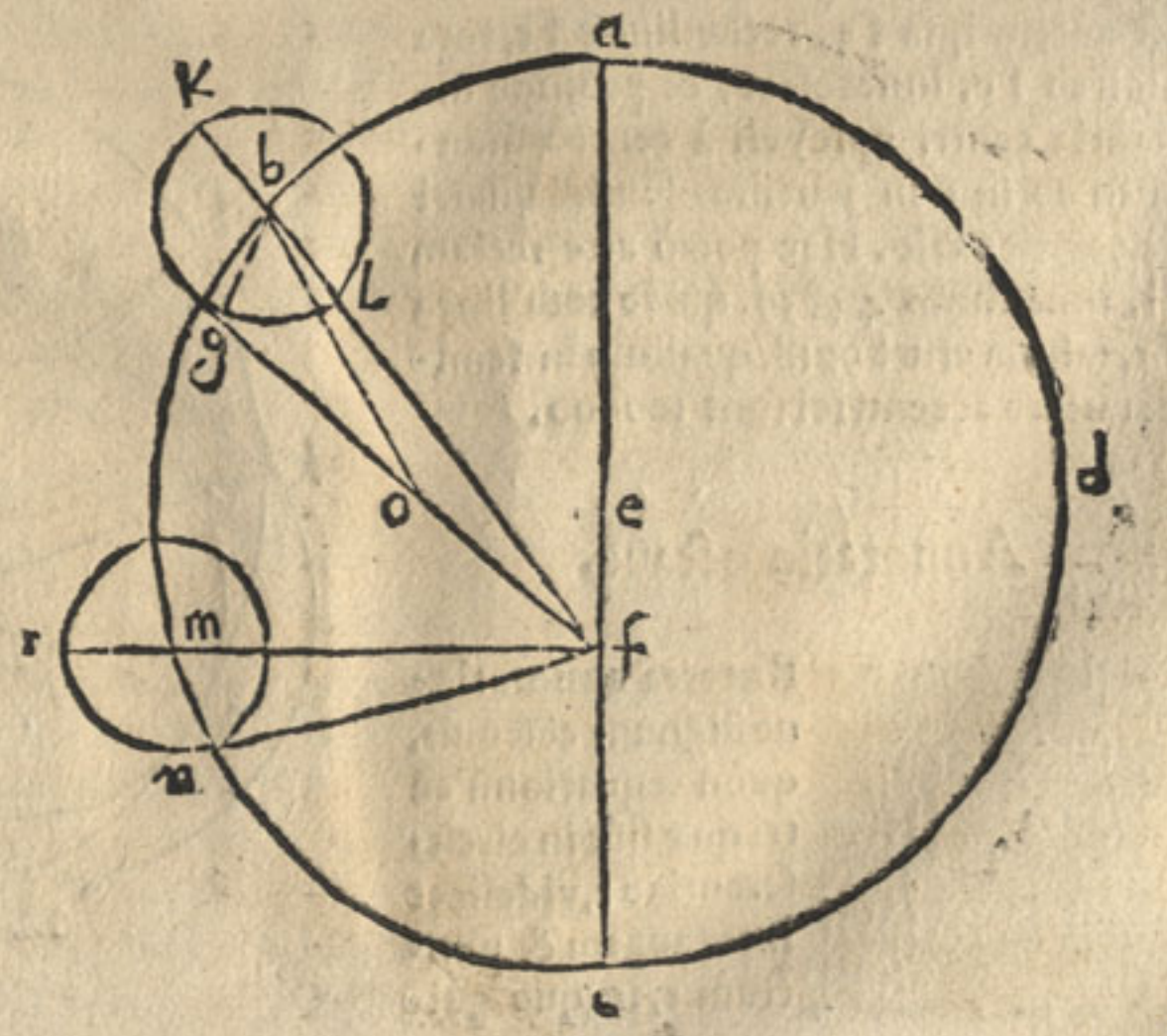
RÆterea annotatione dignum cēsemus, quòd æquationū cē tri quæ fiūt in circūferentia a r, videlicet inter augem & punctum r, in quo quidem maxima cōtingit æquatio, quæcunque factæ fuerint in punctis vicinioribus eidem puncto r, maiores erunt: quæ vero in punctis distantioribus, minores. Similiter earum, quæ contingunt in c r, reliquo segmento semicirculi a r c, quæ in punctis vicinioribus ipsi r, factæ fuerint, maiores erunt ijs quæ in punctis ab eodem r, remotioribus. In ipso enim eccentrico Lunæ esto r punctum illud, in quo maxima centri fit æquatio, sitq; in circumferentia a r, punctum K, vicinius eidem puncto r, quàm l. Dico quòd maior æquatio centri continget in k, quam in l. Rectæ enim lineæ f K, & g K, connectantur, & circa triangulum f g K, circulus describatur f g k: quem quidem ostendemus eccentricum minime tangere, sed secare in K: & in alio rursus puncto inter c & r. Nam si tangit in ipso k: minor igitur erit æquatio in r, quam in k, per ea quæ demonstrauimus in annotatione tertia: punctum enim contactus vnum tantū est per decimamtertiam decimitertij Euclidis: at maxima posita fuit in r: igitur impossibile contra hypothesim. Quapropter circulus ipse f g K, eccentricum secat in K: & quoniam in duobus locis secare necesse est, alteram sectionē ostendemus esse inter c & r. Nō enim in r: qm̄ si est in ipso r, duo igitur æquationum anguli f r g, & f K g, æquales inuicem erūt: minores autem ijs qui facti fuerint inter ipsa



puncta k & r, per ea quæ in annotatione prima demonstrauimus: & idcirco non erit in r, maxima centri æquatio contra hypothesim. Neque secare poterit eccentricum idem circulus f g K, in alio puncto præter K. positum inter a & r: quoniam si in alio puncto circumferentiæ a r secat, maiores igitur erunt æquationum anguli in ipsis sectionum punctis, quàm in r, per demonstrationem annotationis secundæ, rursus contra hypothesim: & propterea non secat iterum in aliquo puncto circumferentiæ à r, & proinde inter c & r secabit. Secet igitur in puncto m: & erunt igitur æquationum anguli in K & m, punctis inuicem æquales: maiores autem ea quæ vel in l fit, vel in quibusuis alijs punctis inter a & K, & inter c & m, per prædictam demõstrationem annotationis secundæ. In punctis itaq; circumferentiæ a r, viciniori bus puncto maximæ æquationis centri, maiores contingent æquationes, quam in remotioribus. Idem quoque ostendemus de æquationibus factis inter c & r, quemadmodum demonstrandum suscepimus.

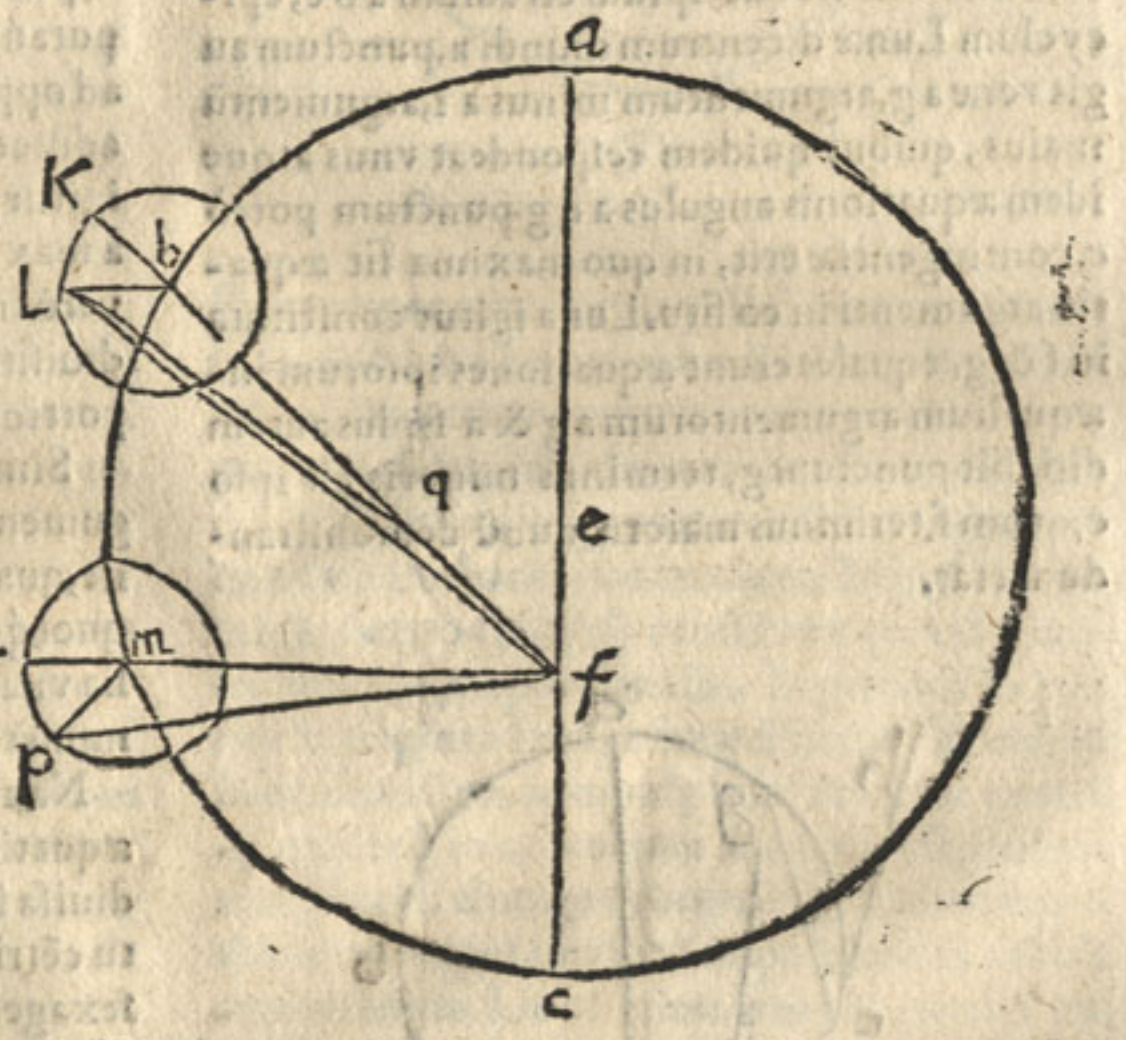
Annotatio nona.

IVna existente in ea recta linea, quæ à centro mundi ducta epicyclum tangit, maxima fit in quolibet situ epicycli æquatio argumenti: maior tamẽ contingit in situ epicycli centro mundi propinquiore, quàm in situ remotiore. Centro igitur epicycli in opposito augis eccentrici constituto, si luna in recta linea exiterit à centro mundi veniẽte, ipsumq; epicyclum contingente, maxima omnium habebitur æquatio argumenti. Esto enim eccentricus lunæ circulus a b c d, cuius centrũ e: mundi verò f, linea augis sit a c, & cõstituatur epicyclus in situ quouis b: ab ipso autem mundi centro f, recta linea excitetur f g, in eccẽtrici plano circulũ maximum epicycli qui in eodem plano existit contingens in puncto g, & recta linea f b, producatur vsque ad K, in circumferẽtia ipsius epicycli: corpus verò lunare ponatur in g. Erit igitur K punctũ augis veræ. Esto autẽ motus Lunæ in eccentrico à loco b in d, per a: argumentum igitur verum erit circumferentia k g, vno semicirculo minor, æquatio porrò illi' argumenti arcus zodiaci erit quem angulus b f g subtẽdit, oppositum augis veræ epicycli sit punctum l. Itaque manifestum est quod à puncto f, nulla alia recta linea duci potest, quæ semicirculum contingat k g l, præter f g: aliter enim sequeretur impossibile contra vltimã sententiam communẽ: reliquæ igitur omnes quæ in ipsum semicirculum cadunt, eum secant: & propterea æquationis argumenti angulus b f g, maximus erit. Ponatur autem epicyclus in situ m inter b, & oppositum augis eccentrici, & connectatur f m: ipsa idcirco recta f m, minor erit quam f b per septimam propositionem tertij libri Euclidis. Ab ipso porrò f, mundi centro recta linea ducatur, quæ circulum maximum epicycli, qui in ipso plano eccentrici est, contingat, sitque punctum contactus in n, & producatur f m, vsque ad r, punctum augis veræ: maximus igitur angulus æquationis argumenti in situ m, erit n f n, quem dico maiorem esse angulo b f g, maximæ æquationis argumenti in situ b. Rectæ enim lineæ connectantur b g, & m n: anguli igitur ad g & n, puncta recti erunt per conuersionem 16. tertij libri Eucl. maior autẽ osten



ostensa fuit b f, ipsa f m: maior igitur erit f g, quam f n, in rectangulis triangulis b f g, & m f n, per 47. propositionem primi libri Euc. & cõmunem sententiam. Ab ipsa igitur f g, recta linea abscindatur g o, rectæ f n æqualis, & connectatur recta b o: duo igitur anguli b o g, & m f c, triangulorum g b o, & n m f, æquales inuicẽ erunt per 4. propositionem primi libri Euclid. Atqui maior est ipse angulus b o g, angulo b f g, per decimamsextam propositionem eiusdẽ primi libri: exterior enim est atque ei oppositus in triangulo o b f: maior igitur per communem sententiam angulus m f n, angulo b f g. Et proinde maxima æquatio argumenti quæ in situm contingit, centro mundi propinquiore, maximam æquationem argumenti superat quæ in situ b, ab eodem centro remotiore. Et propterea cum ipse Lunæ epicyclus constitutus fuerit in c, opposito augis eccẽtrici, in situ nempe mundi centro viciniſsimo maxima omnium æquatio continget: quòd postremò demonstrandum erat. Memineris tamen, quòd in quo situ maxima æquatio argumenti maximam æquationem argumen. alterius situs superat, inibi quoque argumentum verum altero argumento verò maius erit. Quoniam enim angulus m f n, angulo b f g maior est: reliquus igitur f m n, reliquo f b g minor erit: & propterea argumentum n r, argumento K g maius erit.

Dicõ quòd maior æquatiõ respondet argumento r p, quàm argumento k l: connectantur enim rectæ lineæ f l & f p, & à maiori quæ est b f, abscindatur b q, æqualis ipsi f m, & connectatur q l. In duobus igitur triangulis q l b & f p m, duo anguli b q l & m f p, æquales inuicem erunt per quartam propositionem primi lib. Euclidis: æquales enim sunt duo anguli l b f & p m f. At maior est ipse angulus b q l, quàm b f l, per 16. propositionem ipsius primi libri Euclidis: exterior enim est, illiq; oppositus in triangulo q l f: maior igitur erit angulus m f p, angulo b f l, per communem sententiam. Et proinde in situ propinquiore par argumentum maiorem habet æquationem, quod demonstrandum suscepimus. Ex quo inferes, quoduis argumentum maiorem habere æquationem in opposito augis eccentrici, quàm in quolibet alio situ.



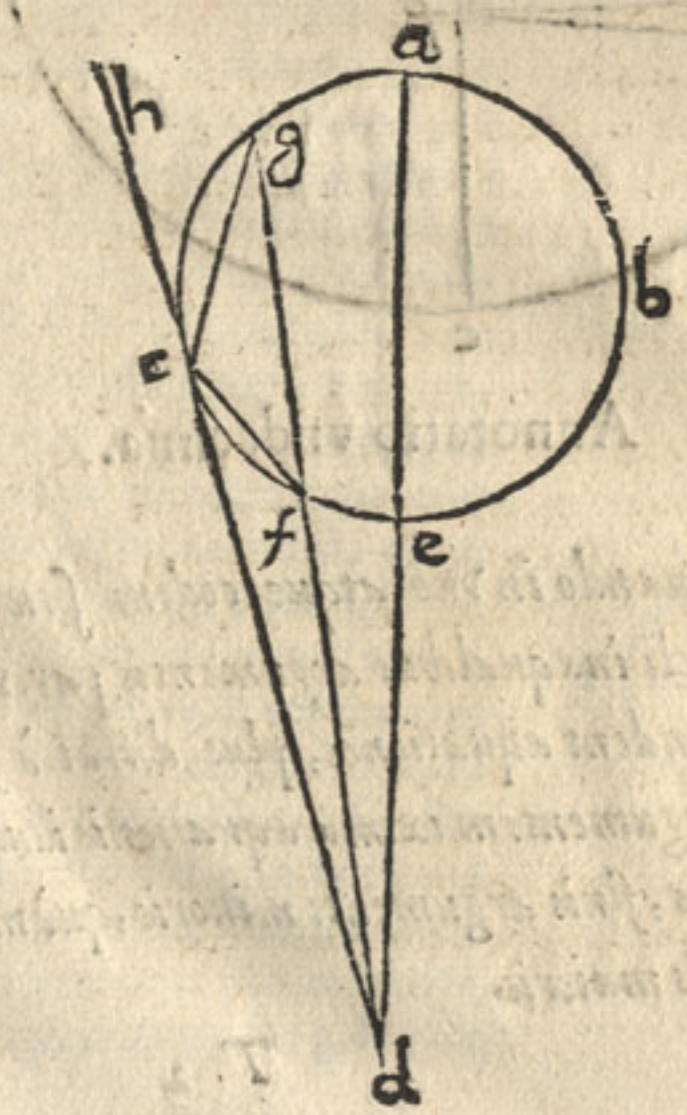
Annotatio decima.

IN semicirculo epicycli qui ab auge vera ad oppositum augis, si argumenta vera æqualia fuerint: ipsi tamen situs epicycli inæqualium à centro mundi distantiarum, maior continget æquatio in situ propinquiore, quàm in remotiore. Epicyclo enim constituto in situ b, à centro mundi distantiore, luna existat in l: constituto autem in m, situ viciniore, existat in p, & argumentum verum K l, argumento vero r p, æquum subijciatur.

Annotatio vndecima.

¶ *Quando in vno atque eodem situ epicycli inæqualibus argumentis pares respondent æquationes, plus distat à fine argumenti maximæ æquationis illius situs, finis argumenti minoris, quàm finis maioris.*

IN circulum enim a b c, à pũcto d, extra ipsum posito recta deducatur linea d e a, per centrum eiusdem: recta item d f g, præter centrum & recta d h, quæ eum contingat in c. Dico quod arcus c g, maior est quàm f c. Rectæ enim lineæ connectantur f c & g c: in triangulo igitur c d g, exterior angulus g c h, duobus interioribus oppositisq; c g d & c d g æqualis est: at verò angulus c f g, eidem g c h, æqualis est per 32. propositionem tertij libri Euclidis: quia constitutus est in alterna portione: æqualis igitur est ipse angulus c f g, eisdẽ duobus c g d & c d g, per cõmunem sententiam, & proinde maior est idem angulus c f g, quàm c g d: maiori autem angulo maior respondet arcus per 33. propositionẽ sexti libri Euclidis: maior igitur est arcus c g, arcu c f. Ponamus itaque ipsum circulum a b c, epicyclum Lunæ d, centrum mundi a, punctum augis veræ a g, argumentum minus a f, argumentũ maius, quibus quidem respondeat vnus atque idem æquationis angulus a d g: punctum porrò c, contingentiæ erit, in quo maxima fit æquatio argumenti in eo situ. Luna igitur constituta in f & g, æquales erunt æquationes ipsorum inæqualium argumentorum a g & a f: plus autem distabit punctum g, terminus minoris ab ipso c, quam f, terminus maioris, quod demonstrandum erat.



Annotatio duodecima.

OStensum est in Annotatione 10. parium argumentorũ æquationes ab auge eccentrici vsque ad oppositum augis, ita augeri, prout centrũ epicycli centro mundi vicinius fit. Quare oportebat ad inueniendum verum motum Lunæ tot tabulas æquationum argumentorum constituere, quot sunt situs epicycli, saltem per binos aut ternos gradus extensas. Sed quia hoc operosum erat: Ptolemæus igitur facilem quandam rationem excogitauit, qua argumentorum æquationes ad omnem situm inueniri possent, quanquam ea à certissimo computo nonnihil differret. Quod quidem vt efficeret, maximas argumenti pro quolibet situ æquationes in primis supputauit: & quia hæ quoque ab auge eccentrici ad oppositum augis perpetuo augentur, quemadmodum superius demonstrauimus: maximã igitur argumenti æquationem quæ fit in auge à maxima oppositi augis subtraxit, differentiã verò in 60. æquales particulas sexagesimas siue diuisit, quæ in tabulis æquationum minuta proportionolia appellantur.

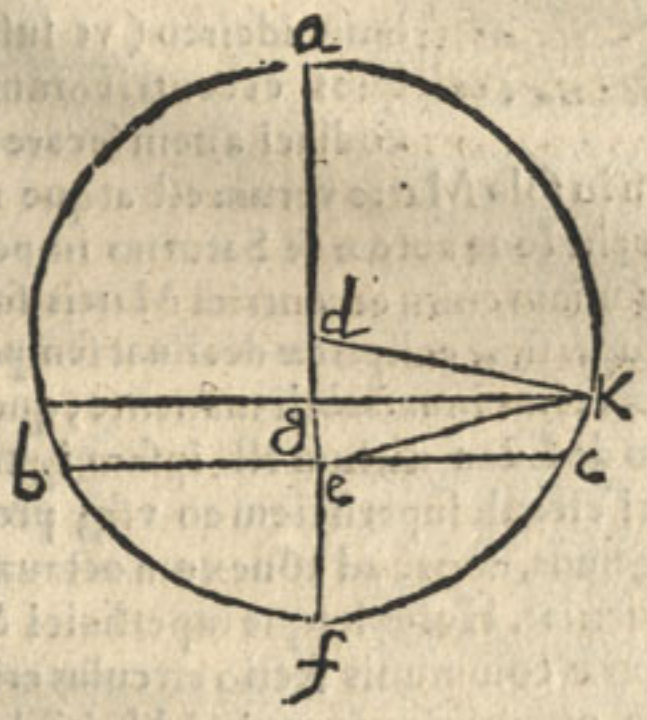
Similiter ipsam maximam æquationem argumenti augis à maxima argumenti æquatione, quæ in omni alio situ contingit, subtraxit, quotq; sexagesimas siue minuta proportionalia vnaquæque differentia haberet, per regulã numerorum proportionalium inuenit.

Nam sicut se habet maxima illa maximarũ æquationum differentia, quæ in 60. particulas diuisa fuit, ad differentiam repertam in dato situ cẽtri epicycli, sic numerus 60. ad numerum sexagesimarum, quæ ipsi situi debentur.

Huius porrò proportionis tres primi termini cogniti supponuntur: quartus igitur innotescet. Hac itaque arte minuta proportionalia pro quolibet centro distantiaúe epicycli ab auge eccentrici in tabula æquationum Lunæ posita sunt. Subiecit autem, quod in vniuersum sicut differentiæ maximarum æquationum argumẽti se habent inter se, sic & differentiæ æquationum parium, quorumcunque argumentorum in ipsis eisdem locis eccentrici: tametsi à iusta atque exacta proportione nonnihil aberretur. Quamobrem satisfeciisse putauit, si tabulam vnam dumtaxat, constrneret æquationis singulo-

lorum argumentorum pro situ augis, appositis è regione differentijs earundem æquationum, ab ijs quæ in opposito augis contingunt: quas quidem differentias diuersitates diametri circuli breuis appellant. Quando itaque operæpretium est inuenire, quanta sit æquatio dati argumenti, per centrum Lunæ inueniuntur in primis minuta proportionalia, postea verò elicitur ex ipsa tabula æquatio dati argumenti pro situ augis, necnon diuersitas diametri differentiaúe ab ea æquatione quam par argumentum in opposito augis habet. Et quia numerus minutorum proportionalium cognitus est: per regulam igitur numerorum proportionaliũ quãtum illius diuersitatis superaddere oporteat, ipsi inuentæ æquationi in dato situ, illico innotescet.

Quoniam enim sicut 60. ad numerum minutorum proportionalium è regione dati centri inuentum: sic diuersitas diametri è regione dati argumenti reperta, ad eam diuersitatem, quæ dato situi debetur, & harum 4. quãtitatum primæ tres cognitæ sunt: quarta igitur patefiet, quam quidem inuentæ æquationi adijciemus, & æquatio ideirco ipsius dati argumenti tandem cognita prodibit. Hanc autem doctrinam minutorum proportionalium & æquationum argumentorum ex Ptolemæo colliges libro 5. capit. 7. & 8. & à Ioanne de Mõteregio propositione 11. Ex qua palàm est, minuta ipsa 60. proportionalia sexagesimas non esse excessus maioris lineæ, quæ à centro mũdi ad augem eccentrici protẽditur supra minorem, quæ ab eodem centro i t ad oppositum augis, tametsi hoc apertissimè Georgius Purb. scribit: sed potius sexagesimas esse excessus maximæ æquationis argumenti, quæ in opposito augis contingit, supra maximam æquationem argumenti quæ fit in auge. Ioannes verò Baptista cum vtrãq; sententiam recitaret de minutis proportionalibus ita ait: sed vel prima vel secunda opinio teneatur, operatio in hoc nullo modo fallit, quia vbi contingunt esse triginta minuta proportionalia, partes scilicet excessus longioris lineæ supra breuiorem extra circumferentiam, ibi etiã triginta partes sexagesimarum diuersitatis diametri addi debent, & econuerso: sed error est manifestus, quemadmodum mox ostẽdemus. Circulus enim a b c, cuius centrum d, esto eccẽtricus Lunæ, centrum mundi sit e, in quo recta linea b c, cum augis linea quæ sit a f, rectos angulos efficiat: ipsorum verò centrorum interuallum quod est d e, in duo æqualia secetur in g, & ab ipso puncto medio recta linea excitetur g K, ad rectos angulos super a f, & connectãtur d K, & e k. In duobus itaque triangulis rectangulis d g K, & e g K, duo latera d k, & e k, æqualia inuicem erũt per quartam propositionem primi libri Euclidis.



Quapropter centro epicycli Lunæ constituto in K, distabit à centro mundi interuallo æquali semidiametro eccentrici: recta verò linea a e, eccentrici semidiametrum superat interuallo d e, idest, minutis proportionalibus triginta secundum Purbachij sententiam. In puncto igitur K, centro epicycli constituto 30. habebuntur minuta proportionalia. Et proinde in ipso situ k, triginta sexagesimæ diuersitatis addi debent, dimidium nempe ipsius. At cum centrũ epicycli est in c, centrum Lunæ, idest, distantia epicycli ab auge eccentrici gradus complectitur nonaginta, quibus respondent in tabula æquationum Lunæ minu. proportionalia 26. in K: igitur vbi centrum Lunæ minus est gradibus 90. pauciora debẽtur proportionalia minuta, quàm 26. quare centro epicycli constituto in k, multo minus diuersitatis addendum est quàm 30. sexagesimæ: & proinde errat in hoc Ioannes Baptista: quod quidem demonstrandum suscepimus. Georgius Purbach. (vt puto) minuta proportionalia ita definire voluit, vt rudiores intelligerent argumentorum æquationes ita augeri, prout centrum epicycli ad centrum mundi propius accedit.

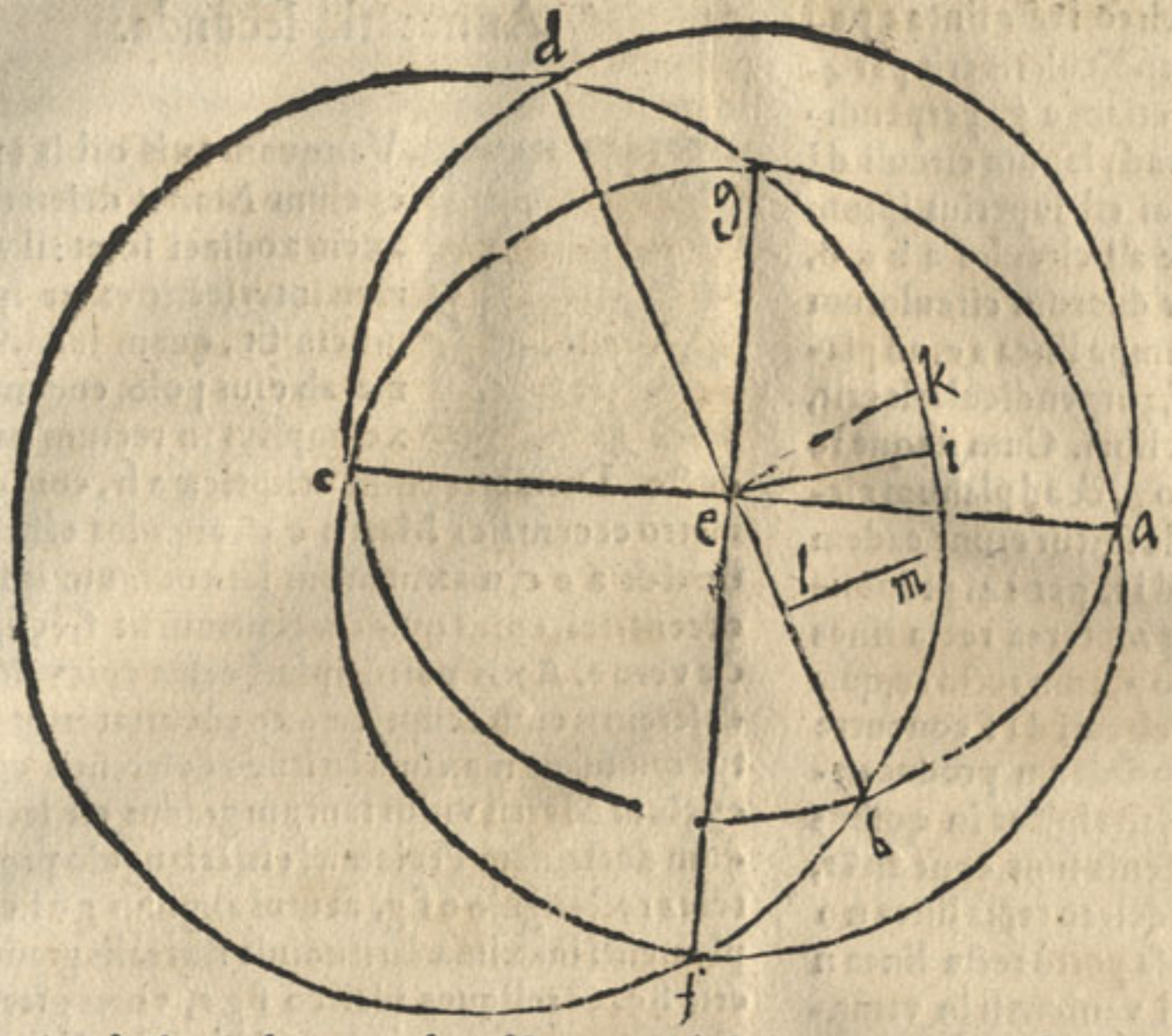
De

¶ De Marte, Ioue, atque Saturno.

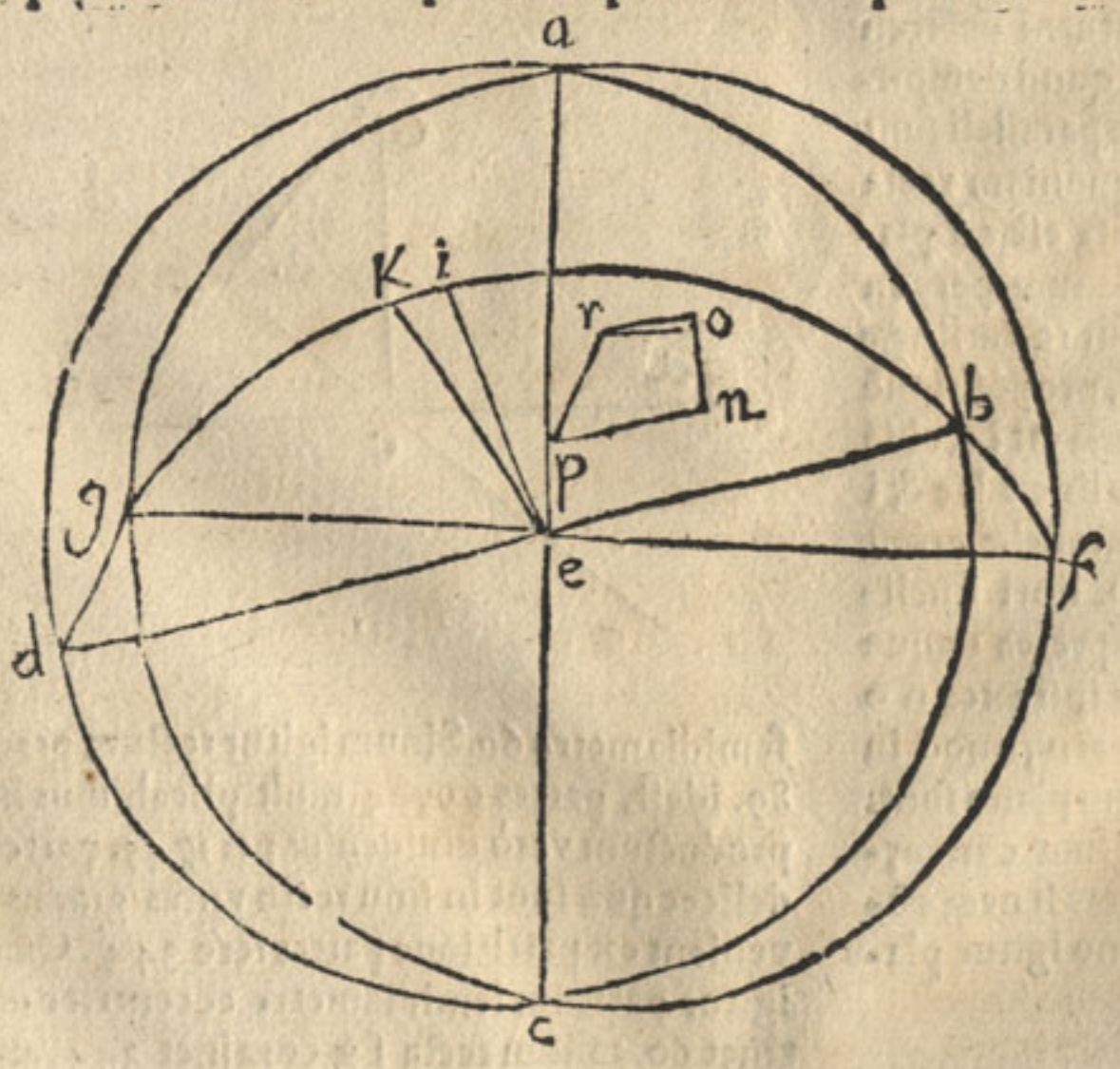
Annotatio prima.

CVm Georgius Purbachius intelligeret axes orbium deferentium epicyclos trium planetarum superiorum ad axem zodiaci annuere: putauit idcirco (vt suspicor) ipsos eccentricorum axes zodiaci axem secare, quod quidem in solo Marte verum est atque necessarium: in Ioue autem & Saturno impossibile. Quoniam enim eccentrici Martis superficies à superficie ecliptice declinat semper, quãtitate maxima inuariabili manente, quemadmodum de Luna dictum est: ipsam igitur eccentrici circuli superficiem eo vsq; productã intelligemus, donec ad cõuexum octauæ sphæræ perueniat. Huius itaque superficiei & octauæ sphæræ communis sectio circulus erit, per primam propositionem primi libri Theodosij, maximúsq; per 6. eiusdem primi libri. Esto igitur in subiecta figura huiusmodi circulus a b c d, cuius centrum e, circulus verò ecliptice sit a f c g, eorum communis sectio sit diameter a e c, polus ecliptice Boreus sit i: circuli verò a b c d, polus ipsi polo i, vicinior sit K, & per ipsos duos polos i & k, circulus maximus describatur d i f, per 30. propositionem ipsius primi libri Theodosij, cuius communis sectio cũ plano ecliptice sit diameter f g: cum plano autem circuli a b c d, sit diameter b d, rectæq; lineæ connectantur i e, & K e, in plano circuli d i f. Et quoniam ipse circulus d i f, per duos polos i & K venit: per reliquos igitur transibit per correlarium 13. propositionis eiusdem primi libri Theodosij: quapropter ipsos eosdem circulos a b c d, & a f c g, ad rectos angulos secabit per 19. propositionem. Et quoniam punctum i, polus est maximi circuli a f c g: circũferentia igitur i f, quadrans erit, per 24. propositionem primi libri: & idcirco circumferentia i b, minor erit quadrante. Sectus itaq; est semicirculus b i d, per inæqualia in puncto i. Et quoniam ostensum est, ipsum semicirculum b i d rectum esse ad circulum a b c d, super diametrum b d: recta igitur linea ducta à puncto i ad b, minima erit earum omnium quæ ab eodem puncto duci possunt ad circumferentiã ipsius circuli a b c d, per 25. propositionem secundi libri. Et proinde circumferentia i b, minima est earum omnium quæ ab ipso i veniũt ad puncta quæuis semicirculi a b c, per 27. propositionem tertij libri Euclidis: & propterea i b, complementum est maximæ latitudinis circuli a b c d: & circumferentia b f, ipsa maxima latitudo siue declinatio eiusdem circuli a b c d, ab ecliptica. Et quoniam aux Martis punctum est in plano circuli a b c d, maximæ latitudinis eccentrici ab ecliptica, quemadmodũ ex Ptolemæo, & ipso Purbachio liquet: recta verò linea quæ à centro mundi ad punctum augis ducitur, per centrum ipsius eccentrici venit: punctum igitur augis & eccentrici centrũ in ipsa recta linea e b sunt. Esto itaque punctũ l eccentrici centrum, à quo quidem in plano circuli d i f, recta linea excitetur l m, rectæ K e æquidistans, per 31. propositionem primi libri Euclidis. Et quoniam recta ipsa linea K e, venit à puncto e, centro videlicet circuli a b c d ad k, punctum eiusdem circuli polum: perpendicularis igitur erit eadem linea K e, supra planum ipsius circuli a b c d, per 10. propositionẽ primi libri Theodosij. & quia eidem k e, æquidistantem duximus rectam l m: ipsa igitur l m perperdicularis erit supra idem planum circuli a b c d, per 8. propositionem libri vndecimi Euclidis: & idcirco si ipsa eadem recta linea l m, per centrum eccentrici Martis veniens, in vtramque partem extendatur, per polos ipsius eccentrici transibit per 9. propositionem eiusdem primi libri, axisque fiet orbis epicyclum Martis deferentis. At quia recta linea i e, per centrum ecliptice & polum ipsius Borealem venit: si in rectum igitur continuumq; producta fuerit, ad reliquũ polum terminabitur, per 13. propositionem primi libri Theodosij: axisque erit ecliptice. Ipsos itaque axes i e & l m, concurrere ostendemus ad partes i & m. Nam quoniam recta k e, perpendicularis ostensa est ad planum circuli a b c d: angulus igitur K e l, in plano circuli d i f, rectus erit per 2. definitionem 11. libri Euclid. at verò in ipso eodem plano circuli d i f, coniunctæ sunt ad punctum e, tres rectæ lineæ K e, i e & e l: maior igitur est angulus K e l, angulo i e l, per 9. communem sententiam: ipse igitur angulus i e l, minor est recto: angulus verò m l e, rectus est per 2. definitionem 11. libri: quia recta l m, perpendicularis ostensa est ad planum circuli a b c d: duæ igitur rectæ lineæ i e & l m, cum recta e l, in pla

no



no circuli d i f, duos angulos efficiunt i e l & m l e, duobus rectis minores: & propterea concurrent ad partes i & m, per 5. postulatum. & proinde axis orbis epicyclum Martis deferentis axem zodiaci intersecat. Quod erat in primis demonstrandum. Et ex hoc palam est, polos orbis epicyclum deferentis à polis Zodiaci inæqualiter distare. Nam quoniam ipsi axes i e

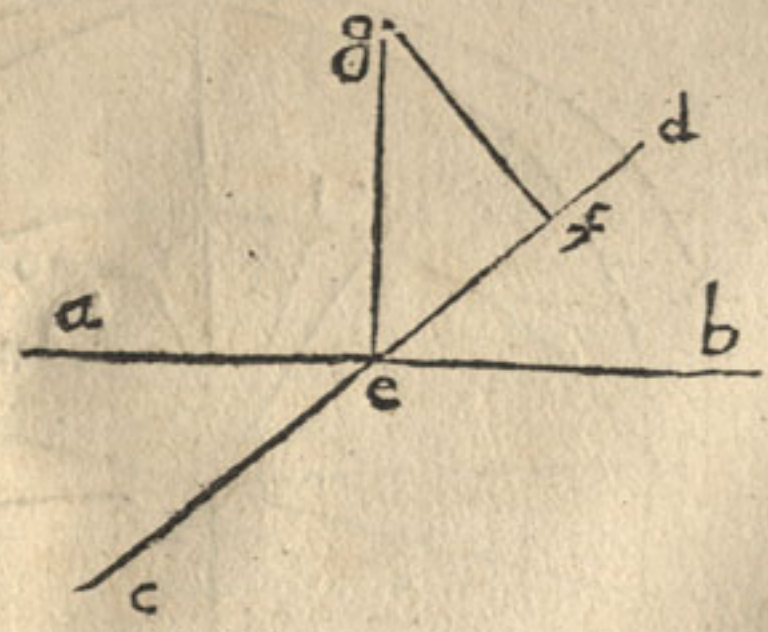


& l m ad partes concurrunt i & m: igitur ad partes e & l, quanto magis protrahuntur, tanto magis distãt inter se. Quod autem in Ioue & Saturno axis orbis epicyclum deferẽtis axem zodiaci secare non possit, in eadem figura ostendemus. Cæterum quoniam punctum b, maximæ latitudinis deferentis est ab ecliptica: in Saturno autem punctum deferẽtis epicyclum maxime declinans ab ecliptica distat ante augem, idest, contra successionem signorum gradibus 50. in Ioue verò post augem est gradib⁹ 20. Ponamus igitur in plano circuli a b c d: pũctum n centrum eccentrici, vel in Ioue, vel in Saturno: & ab ipso puncto n, supra idem planum recta linea perpendicularis erigatur n o, per 12 propositionem 11. libri Euclidis ab eodemque puncto n, in ipso plano circuli a b c d, per 12. 1. lib. recta linea deducatur n p, ad rectos angulos super recta linea a e, communi sectione duorũ circulorum a b c d & a f c g, & ab ipsa n o, per rectam n p, planum extendatur o p: ipsum igitur planum o p, ad idẽ planum circuli a b c d rectum erit per 18. propositionem 11. libri Euclidis. In ipso itaq; plano o p, data recta linea p n à puncto in ea dato p, rectam lineam p r, ad rectos angulos excitabimus, per 11. propositionem 1. lib. rectus igitur erit ipse angulus n p r, in plano o p, atqui rectus etiam est angulus n p e, in plano existens circuli a b c d: & planum o p, rectum est ad planum circuli a b c d: angulus igitur e p r, rectus erit pe. cõuersionem defini-

finitionis 3. 11. lib. & idcirco recta linea e p ad ipsum planum o p, penpendicularis erit per 4. propositionem 11. ipsam etiam e p, perpendicularem esse ostendemus ad planum circuli d i f. Nam quoniam ostensum est superius ipsum circulum d i f, rectum esse ad circulos a b c d, & a f c g: horum igitur duorum circulorum communis sectio recta nempe linea a c, ad planum eiusdem circuli d i f, perpendicularis erit, per 19. propositionem 11. libri. Cum itaque recta linea e p, ad planum o p, & ad planum circuli d i f recta sit: parallela igitur erunt eadem duo plana o p, & circuli d i f, per 14. propositionem 11. lib. Euclid. & propterea recta linea n o, quæ in plano existit o p, cum recta i e: quæ quidem in plano existit circuli d i f concurrere non poterit, etiamsi infinitum producantur. Nam si concurrunt: plana igitur in quibus existunt quæ parallela ostensa sunt, concurrēt, quod est impossibile: & idcirco recta linea n o non concurrit cum i e. Ipsa porrò recta linea n o, per centrum eccentrici veniens si in vtranque partem producatur, per polos ipsius eccentrici transibit, per 9. propositionem primi lib. Theo. axisq; fiet orbis epicyclum deferentis, recta verò i e, quia per centrum eclipticæ & polum ipsius borealem venit, si in rectum continuumq; producatur, ad reliquum polum terminabitur, per 13. propositionem ipsius primi libri Theo. axisq; erit eclipticæ. Axis igitur orbis epicyclum Iouis aut Saturni deferentis, axem zodiaci minimè secat, quod demonstrandum suscepimus. Sed neque paralleli sunt ipsi axes. Nam si paralleli sunt, quoniam recta linea K e, perpendicularis ostensa est ad planum circuli a b c d, & ad idem planum perpendicularis etiam est in o: duæ igitur rectæ lineæ K e, & n o, parallelæ erunt per 6. propositionē 11. libri Euclidis. Quare si parallela est i e, eidē rectæ lineæ n o, duæ igitur rectæ lineæ k e & i e, quæ in centro e concurrunt, parallelæ erunt per 9. propositionem eiusdem 11. libri Euclidis, quod est impossibile. Et propterea neque paralleli sunt, neque concurrunt ipsi axes n o & i e, ex quibus concludere poteris, quod in vno plano non sunt. Nam si in vno plano sunt: aut igitur in ipso plano in quo sunt concurrunt, aut æquidistantes sunt. Quare si neq; cōcurrunt, neq; paralleli sunt: in vno igitur plano minimè existunt.

Annotatio secunda.

QVanquam axis orbis epicyclum Martis deferentis axem zodiaci secet: illa tamen intersectio extra ipsū orbem fit, quam longissime ab eius polo, eodem axe amplius in rectum producto. Diameter enim eclipticæ a b, cum diametro eccentrici Martis c d, angulos efficiat b e d & a e c, maximarum latitudinum ipsius eccentrici, cuius quidem centrum sit f, eclipticæ vero e. Axis porrò ipsius orbis epicyclum deferentis cum eclipticæ axe cōcurrat in g: igitur quoniam maxima latitudo deferentis epicyclum Martis vnius tantum gradus est secundum doctrinam Ptolomæi: in triangulo propterea rectangulo e f g, acutus angulus g e f, cōplementi maximæ latitudinis Borealis graduū erit 89. & reliquus idcirco f g e, vnius gradus per 32. propositionem primi libri Euclidis, & communem sententiam. Et quoniam sicut sinus rectus acuti anguli e g f, ad sinum rectum acuti f e g, sic latus e f, ad latus f g: quod quidem statim concludes, si super centris e & g, circulos descriptos intellexeris interuallo e g, latus verò e f, talium partium continet sex secūdum Ptolemæum qualium sunt in eccentrici



semidiametro 60. Sinum igitur rectum graduū 89. idest, partes 99984. multiplicabimus in 6. productum verò diuidemus per 1745. partes videlicet quæ sunt in sinu recto vnius gradus, & venient ex partitione partes ferè 344. Qualiū igitur partium semidiameter eccentrici continet 60. talium recta f g continet 344. atqui

poli

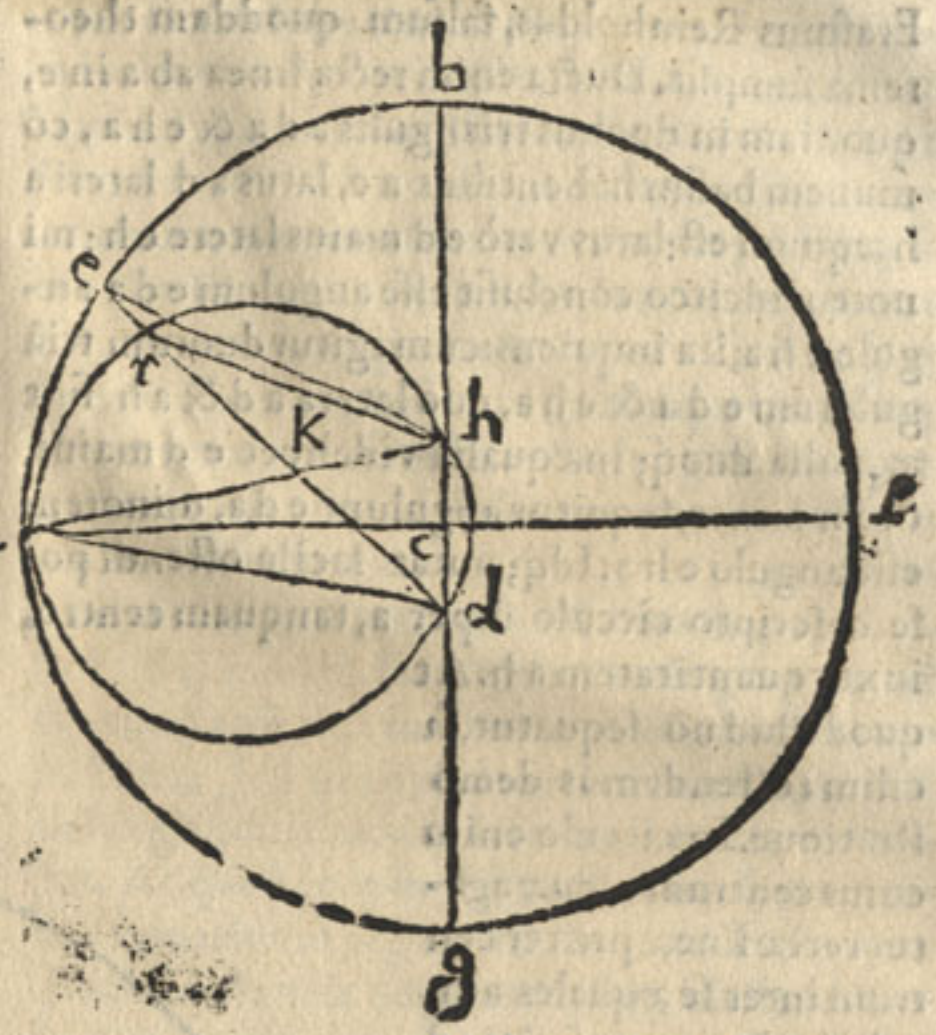
poli orbis deferentis epicyclum in superficie sunt ipsius orbis per definitionem, & propterea axis orbis epicyclum Martis deferentis cũ axe zodiaci concurrit longissimè à polo Borcali eiusdem orbis, quod erat demonstrandũ.

Annotatio tertia.

OVia orbes deferentes auges Iouis, Martis atq; Saturni motu octauæ sphæræ mouentur super axe atq; polis zodiaci: puncta igitur quæ modo respectu ecclipticæ Borealia sũt, Borealia semper fuerunt, atque erunt: & similiter quæ Australia ab ipsa sunt, Australia semper erunt, & fuerunt: ea verò quæ modo sunt in superficiei ecipticæ sectione, semper in ea fuerunt, atque perpetuò erunt: eorundem tamen punctorum ab æquinoctiali circulo declinationes aliæ, atque aliæ erunt. Sed quia orbis delator epicycli super axe suo secundum signorum successionem mouetur, superficies igitur eccentrici in quolibet suo puncto successiue ecliptícæ superficiem secabit.

Anuotatio quarta.

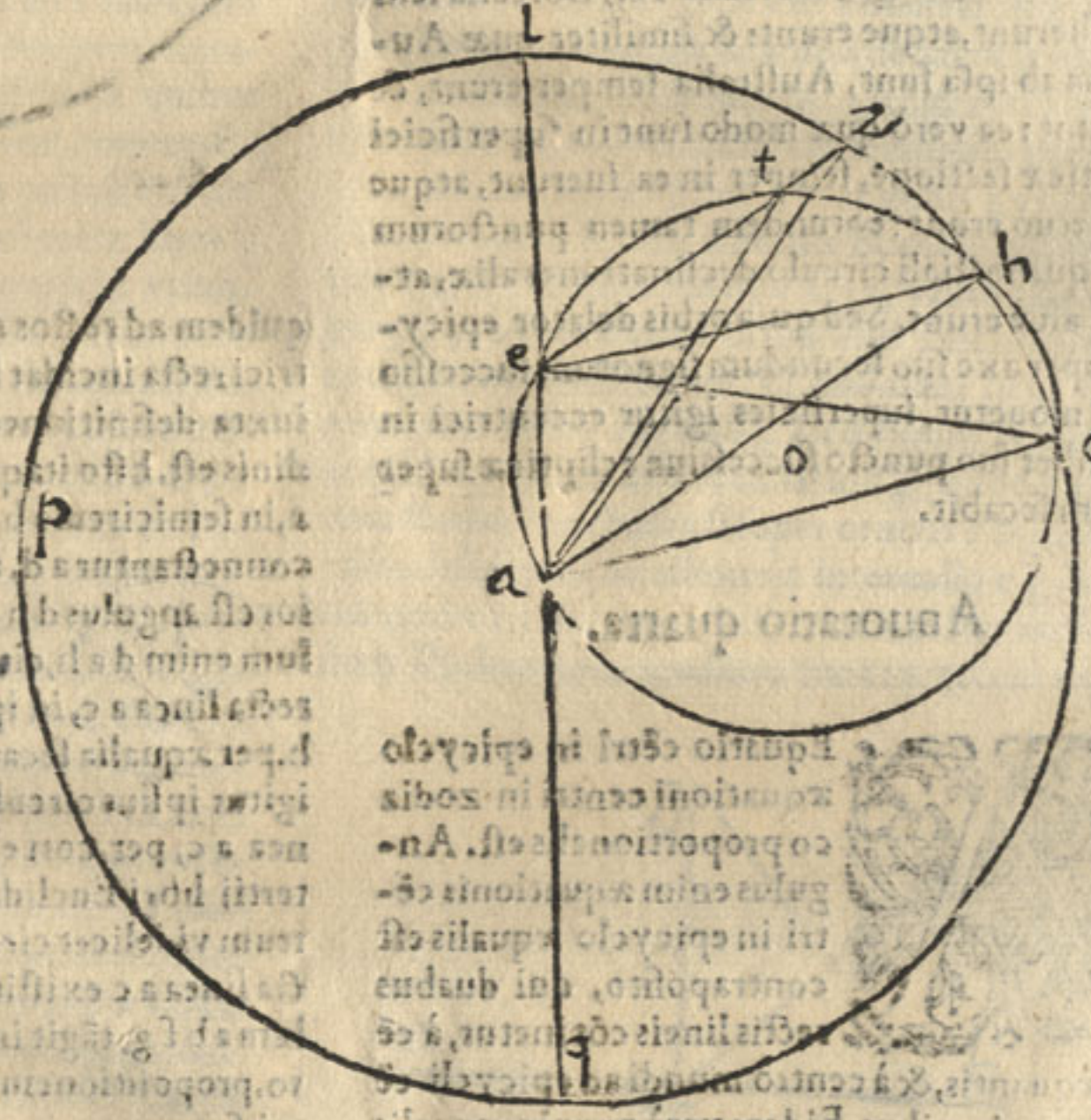
AEquatio cẽtri in epicyclo æquationi centri in zodiaco proportionalis est. Angulus enim æquationis cẽtri in epicyclo æqualis est contraposito, qui duabus rectis lineis cõtinetur, à cẽtro æquantis, & à centro mundi ad epicycli cẽtrum venientibus. Eidem verò angulo æqualis est coalternus ille quem linea veri motus epicycli, & linea medij motus continent: ipsi igitur duo anguli æquationis centri in epicyclo, & æquationis cẽtri in zodiaco, æquales inuicem sunt. Maxima porrò æquatio centri cõtingit: centro epicycli constituto in media longitudine deferentis, quæ per lineam determinatur, quæ à centro eccentrici deducitur in lineã augis perpendicularem, propterea quòd in eo loco maximus æquationis angulus efficitur: quẽ admodũ statim ostendemus. Eccentrici enim a b f g, centrum esto punctum c, mundi centrũ sit d, æquantis verò h, linea augis sit b g in quã



quidem ad rectos angulos super centrò eccentrici recta incidat linea a c f. Punctum igitur a, iuxta definitionem Purbachij mediæ longitudinis est. Esto itaque punctum quoduis præter a, in semicirculo b a g, quod sit e, & rectæ lineæ connectantur a d, a h, e d, & e h. Dico quod maior est angulus d h a angulo d e h. Circa triangulum enim d a h, circulus describatur: & quoniã recta linea a c, in ipso circulo rectam lineam d h, per æqualia secat, & ad rectos angulos: centrũ igitur ipsius circuli d h a, in eadem erit recta linea a c, per correlarium primæ propositionis tertij libri Euclidis: & quoniam punctum c, cẽtrum videlicet circuli a b f g, in ipsa eadem recta linea a c existit: circulus igitur d h a, circulum a b f g, tãgit in a. Non secat enim, quia per 10. propositionem tertij libri Euclidis & 20. primi, sequeretur impossibile, contra circuli definitionem.

Rectam itaque ducemus lineam à puncto h ad pũctum r, in quo recta linea d e circulum secat d h a: angulus igitur d r h angulo d a h, æqualis est, per 19. theorema 3. lib. Eucli. Atqui ipse angulus d r h angulo d e h maior est, per 16. propositionem 1. lib. Eucl. maior igitur erit angulus d a h angulo d e h. Et proinde æquationis angulus d a h maximus est eorum omnium, qui in reliquis punctis contingunt semicirculi b a g, ob concursum rectarum linearum à punctis d & h venientium, quod demonstrandum erat. Hoc autem cum demonstrare conaretus

Erasmus Reinholdus, falsum quoddam theorema sumpsit. Ducta enim recta linea ab a in e, quoniam in duobus triangulis e d a & e h a, cõmunem basim habentibus a e, latus a d lateri a h æquum est: latus verò e d maius latere e h: minorem idcirco concluſit esse angulum e d a angulo e h a, ita inquiens: cum igitur duorum triãgulorum e d a & e h a, duo latera a d & a h, sint æqualia, duoq; inæqualia videlicet e d maius, & e h minus, sequitur angulum e d a, minorem esse angulo e h a. Idq; putat facile ostendi posse descripto circulo super a, tanquam centro, iuxta quantitatem a h. At quod illud nõ sequatur, facilima ostendemus demõstratione. In circulo enim cuius centrum o, duæ agãtur rectæ lineæ præter centrum inter se æquales a h, a d, & ex circumferẽtia d h a, vno semicirculo maiore recta linea d e circumferentiam auferat d h e, semicirculo non maiorem, rectæque connectantur e h & a e: in duobus igitur triãgulis e d a & e h a, duo latera a d & a h, sunt æqualia, duoq; inæqualia, videlicet e d maius, e h minus, per theorema 14. tertij lib. Euclidis: anguli tamen e d a, & e h a, æquales inuicem sunt, per 19. theorema ipsius tertij libri: in eodem enim segmento sunt e h d a. Præterea super a, tãquã centro intervallo verò a h (vt ipse iubet) circulus describatur h d p, & recta linea a e, vtrinq; producta: circumferentiæ ipsi? descripti circuli occurrat in pũctis l & q, in circumferentiaq; h l contingens punctum sumatur z, & rectæ lineæ connectantur a z & e z: à puncto autem t, in quo ipsa e z, circumferentiã secat e h, recta ducatur linea vsque ad a. In duobus itaq; triangulis e d a & e z a, duo latera a d & a z, sunt æqualia, duoq; inæqualia, videlicet e d maius, & e z, minus per 7. propositionem 3. lib. Euclidis: angulus tamen e d a, angulo e z a, maior est. Nam duo anguli e d a & e t a, æquales inuicem sunt, quia in eodem segmẽto existunt e t, d a, atqui ipse angulus e t a interiore, oppositoq; e z a, trianguli t a z, maior est. per 16. propositionem primi lib. Euclid. angulus igitur e d a angulo e z a, maior erit per communem sententiã. In figura porrò superius descripta vbi duæ rectæ a h & e d, se intersecant, punctum ponatur k: duoq; triangula intelligantur a d k & e k h, in quibus duo contrapositi anguli a k d & e k h, æquales inuicẽ sunt. Angulus autem d a k maior ostensus est, quam k e h: angulus igitur k d a, angulo k h e, minor relinquetur, per 32. propositionem 1. lib. Euclidis, & communẽ



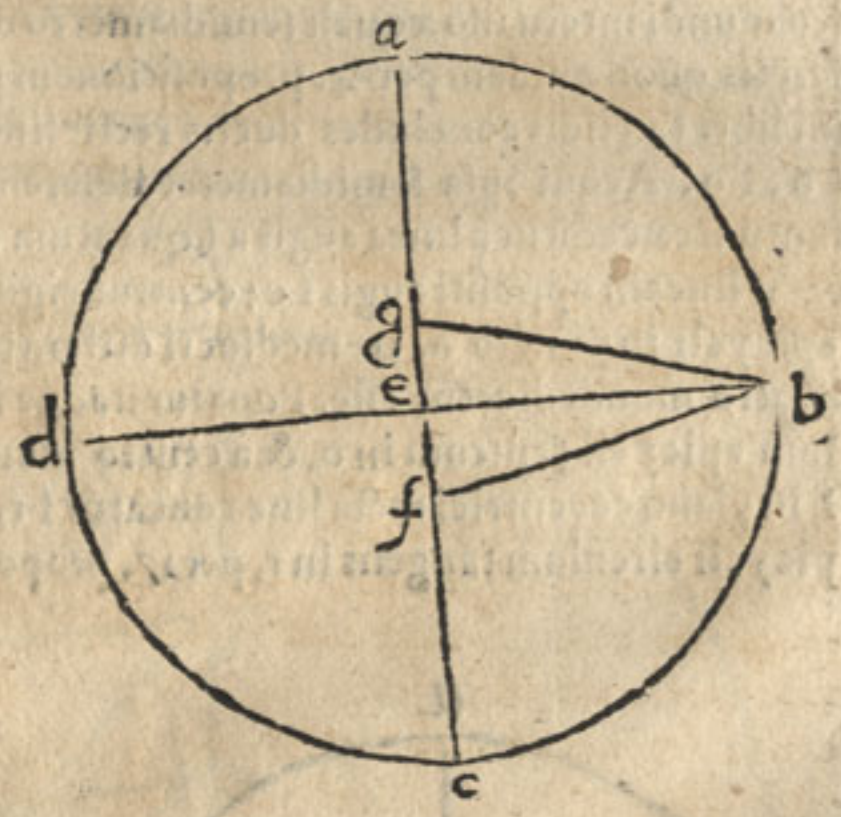
sententiam. Et quoniam duæ rectæ a d, & a h, æquales inuicem sunt, per 4. propositionem 1. lib. recta verò e d, maior est quã e h, per 7. propositionẽ 3. lib. bis sumptam: in duobus igitur triãgulis e d a & e h a, duo latera a d & a h, sunt æqualia, duoq; inæqualia, videlicet e d maius, & e h minus: angulus autem e d a, minor est angulo e h a. Quapropter si duorũ triãgulorũ cõmunẽ basim habẽtiũ duo latera sint æqualia, duoq; inæqualia, nõ magis sequitur, quod angul⁹ maiorib⁹ cõtẽt⁹ latcrib⁹ sit minor, quã quod sit maior, quã qd̃ alter eoꝝ sit æqualis. Similis lapsus

fuit

fuit antiqui expositoris, qui ex eisdem præmissis concludere cõtendit per 21. propositionem 1. lib. Eucli. angulum maioribus lateribus cõtẽtum minorẽ esse: constat tamẽ illud concludi non posse ex ipsa 21. propositione, quæ quidem ita habet: si à limitibus vni⁹ lateris triãguli duæ rectæ lineæ introrsum constituantur ad vnum punctum conueniẽtes, eædem duobus reliquis trianguli lateribus minores erũt, maioremq; angulum continebunt. Et eodem etiam modo lapsus est alter Erasmus: deterius tamen. Nam non solum 21. propositi. 1. lib. Eucl. perperam accõmodauit, sed duas lineas e h & a h (vtor priori schemate præsentis annotationis) idcirco putauit minores esse duabus e d & a d, per 7. propositionem 3. lib. Eucli. quia remotiores sunt à cẽtro d, super quo describitur circulus zodiacum repræsentans ipsis lineis e d & a d: quæ ex eodem centro zodiaci ductæ sunt. At non ob eam causam ipsæ duæ lineæ e h & a h, duabus e d & a d minores sunt: sed propterea quod e h remotior est à centro c, eccentrici circuli ipsa a h: minor igitur est ipsa e h, quàm a h per 7. tertij. Aequales autem sunt a h & a d, per 4. primi duobus conceptis triangulis rectangulis a h c & a d c: igitur per communem sententiam minor erit e h, quàm a d. Similiter demonstrabitur minorem esse a h quam e d. Nã e d vicinior est eidem centro c, quàm a d: minor igitur est a d, quàm e d. Igitur & a h, æqualis existens ipsi a d, minor erit quàm e d, per communem sententiam. Sic igitur duæ rectæ lineæ e h & a h, minores erunt duabus a d & e d: quod quidem demonstrandum erat.

Annotatio quinta.

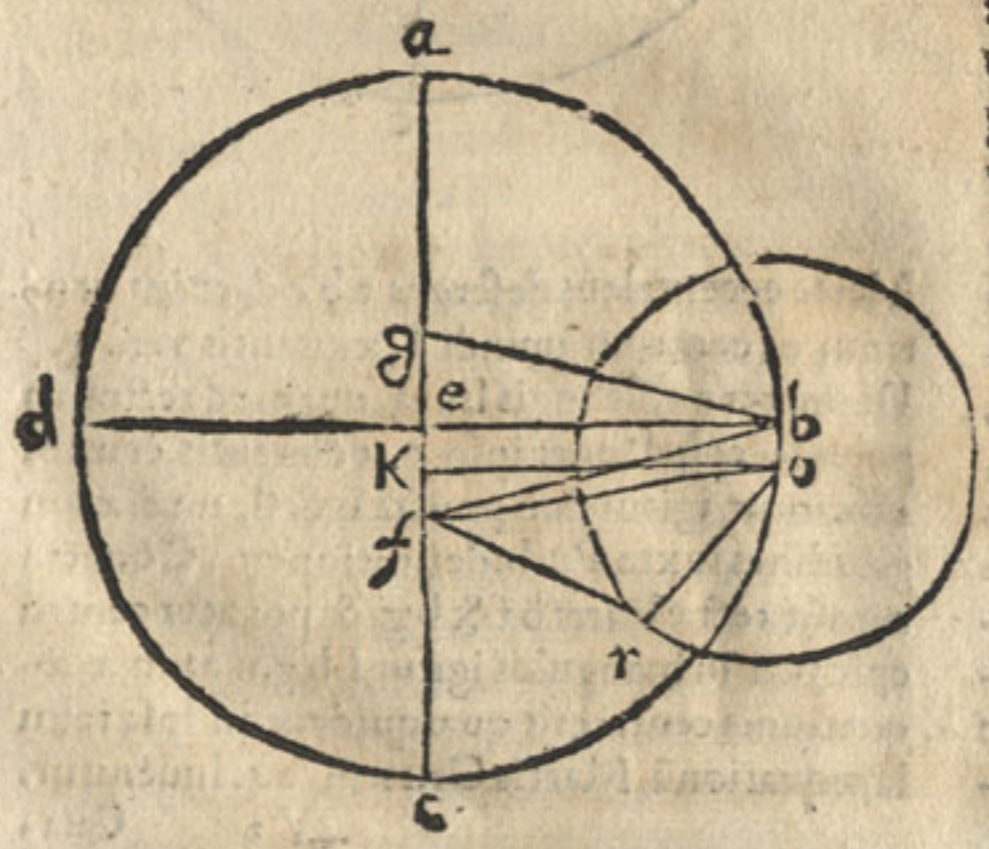
PTolemæus mediocres centri epicycli à terra remotiones medias deferentis longitudines appellat: huiusmodi enim distãtiæ tãtum superant breuissimas, quæ sunt oppositi augis, quantum à longissimis superantur, quæ augis eccentrici sunt. Id autem accidit, cum centrũ epicycli à centro mũdi distat interuallo æquali semidiametro deferentis, & ad eum situm tabulæ æquationum argumentorum constructæ sunt, atque inde minuta proportionalia exordiuntur, vt prò proportione ipsorum minutorum ad 60. habeatur ad alios situs crementi atque decrementi ratio. Cæterũm Georgius Purbachius quamuis medias longitudines aliter definierit, ea videlicet esse puncta, in quibus maximæ fiunt æquationes centri, quæ quidem pũcta per lineam quandam rectam determinantur, quæ cum augis linea rectos efficit angulos: nihilominus affirmat ipsas æquationes argumentorum ad situm mediæ longitudinis supputatas esse. Quod inferius cum de Mercurio loqueretur apertè confirmans: æquationes (inquit) argumentorum Mercurij, quæ in tabulis scribuntur, sunt quæ contingunt, dum centrum epicycli fuerit in mediocri a terra remotione, sed in alijs planetis centro epicycli in longitudine media deferentis existente fiebat. At quod in ipsis tribus planetis superioribus æquationes argumentorum ad situm mediocris distantiæ supputatæ sint, idest, ad eum in quo centrum epicycli à centro mũdi distat interuallo æquali semidiametro deferẽtis, non ad medias longitudines à Purbachio definitas, manifesta ratione ostendemus. Esto enim in



Marte eccentricus deferens a b c d, cuius centrum e, centrum mundi f, æquantis verò g. Diameter a c, sit augis linea, quam ad rectos angulos secet b d super ipso e, deferentis centro. Dicentur igitur duo puncta b & d, mediæ longitudines iuxta Purb. definitionem. Cõnectãtur aũt rectæ lineæ b f & b g, & ponatur centrũ epicycli in b: angulus igitur f b g, maximæ æquationis centri erit quæ quidem in ipsa tabula, æquationũ Martis Gr. 11. mĩ. 24. inuenitur.

Quapropter si à gradibus 180. duorum rectorũ angulorum, quibus tres anguli trianguli b g t, æquales sunt, ipsos Gr. 11. min. 24. auferemus: gradus igitur relinquentur 168. minu. 36 pro duobus angulis b t g & t g b. Et quoniam hi inter se æquales sunt propter æqualitatem rectarum linearum t b & g b: angulus igitur b t g, cẽtri veri dimidium horum graduum atque minutorum comprehendet, idest gradus 84. minutorum 18. quibus in tabula æquationum Martis quatuor respondent min. proportionalia: non sunt igitur ipsa puncta b & d, ea loca, ad quæ tabula æquationum argumentorum Martis composita est.

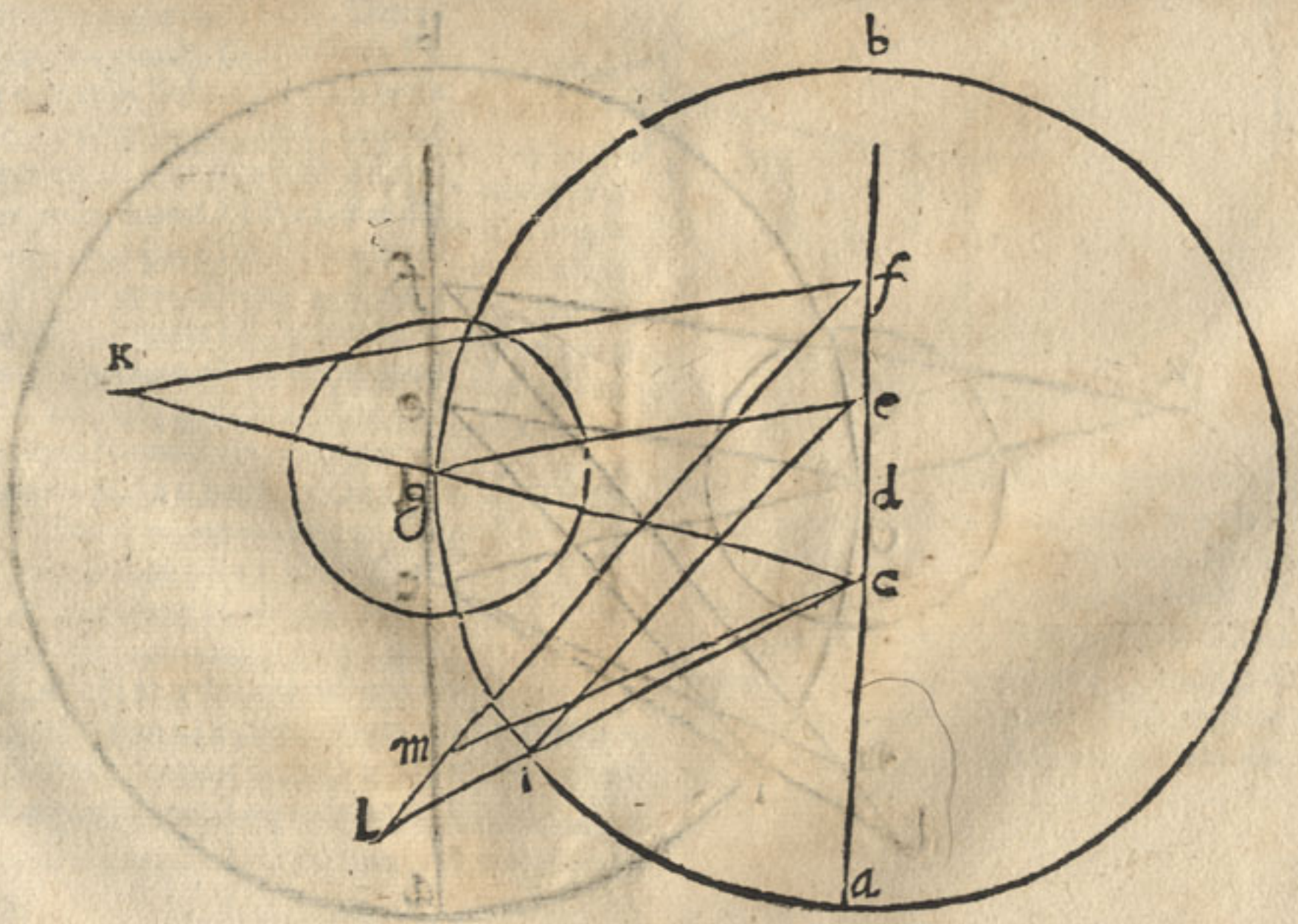
Idem experieris in Ioue & Saturno: & proin de ipsæ æquationes supputatæ non sunt ad longitudines medias deferentis à Purbachio definitas, quòd demonstrandum suscepimus. Quòd si situm epicycli cognoscere velis, ad quem prædictæ æquationum tabulæ exaratæ sunt, à puncto medio rectæ e f, quod sit k, super ipsam augis lineam ad rectos angulos excites rectam lineam k o, ad circumferentiam deferentis extensam: distabit igitur ipsum punctum o à centro mundi interuallo æquali semidiametro deferẽtis, quod quidem per 4. propositionem primi libri Euclidis concludes ductis rectis lineis e o, f o. Atqui ipsa semidiameter deferentis tantum excedit rectam lineam augis a t, quantum excedit lineam oppositi augis t e: centrum igitur epicycli in puncto o, in mediocri distantia à centro mundi dicetur esse. Ponatur itaque ipsum epicycli centrum in o, & à centro mundi t, in plano eccentrici recta linea ducatur t r, epicycli circulum tangens in r, per 17. propositionem 3. libri Euclidis, & connectatur o r: rectus igitur erit angulus o r t, per 18. angulus autem o t r, maximam subtendit æquationem argumenti in eo situ. Et quoniam qualium partium semidiameter deferentis est 60. talium ostensa est à Ptolemæo semidiameter epicycli 39. cum semisse: qualium igitur partium est t o, 60000. talium erit o r, 39500. & ideirco si super centro t, ad mensuram t o, circulus describatur, fiet recta linea o r, sinus rectus arcus anguli o t r. Atqui ipsis partibus 39500. in tabula sinuum rectorum sinum totum subijcientes partium æqualium 60000. partes circumferentiæ respondent 41. cum primis minu. 10. habet igitur maxima æquatio argumenti Martis ipsos gradus 41. minu. 10. in eo situ, in quo centrum epicycli à centro mundi distat interuallo æquali semidiametro deferentis in o videlicet. Et quia totidẽ graduum, atq; minutorum ea reperitur, quæ posita est in tabulis Alphon. & Ptolem. constat igitur non ad alium situm quam ad o, ipsam tabulam æquationis argumẽtorum Martis compositam esse. Idem similiter inuenies in Ioue, & Saturno, si prædicta arte hoc experiri libuerit. Quot autem gradus centrum verum in eodem situ o cõprehendat, facile erit inuenire. Ratio enim semidiametri deferentis ad eccentricitatem e t, inuenta est à Ptolemæo sicut 60. ad 6. Quapropter t o ad t K, rationem habebit sicut 60. ad 3. vel sicut 60000, ad 3000. Circulum itaq; descriptum intelligemus super o, tanquam centro ad mensuram t o: & erit idcirco t K, sinus rectus anguli t o K, cui quidem in tabula sinuũ rectorum semidiametrum supponente partiũ æqualium 60000. arcus respondet duorum gr. minu. 52. eisq; detractis à gradibus 90. relinquetur angulus K t o, rectanguli trianguli t K o, graduum 87. minu. 8. Et propterea centro epicycli existente in o, centrum verum Gra. continet 87. minu. 8. quibus in tabula æquationum Martis nihil respondet minutorum proportionalium, propterea quod ad ipsum situm o compolita est. Non sunt autem minuta hæc proportionalia sexagesimæ excessus distantiarum in tribus sitibus epicycli, sed maximarum æquationum, iuxta ea quæ de minutis proportionalibus Lunæ diximus.



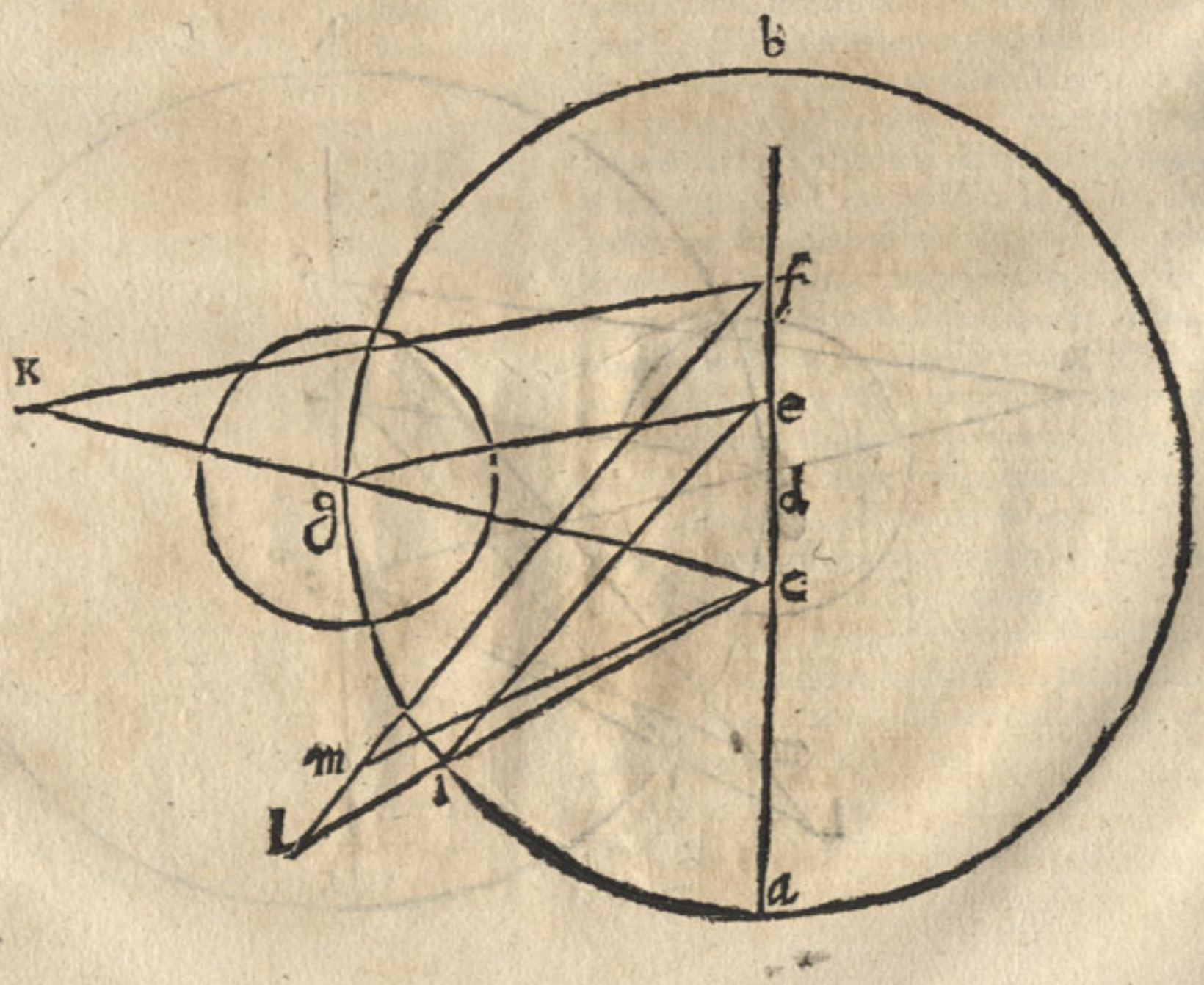
De

Annotatio prima.

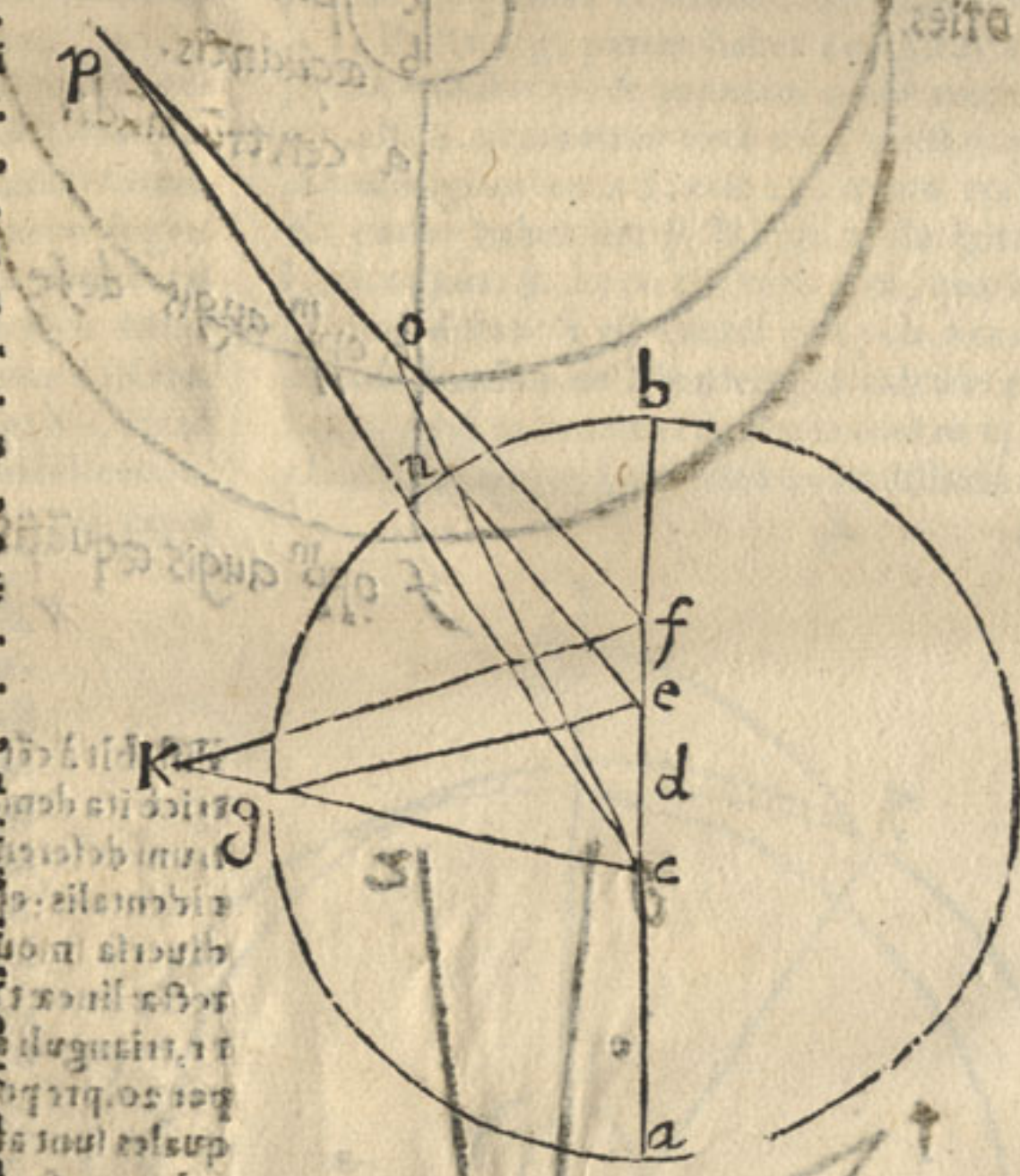
QVantus est medius motus Solis, tantus est semper medius motus Veneris: & quoniam aux eccentrici Solis in eodem loco zodiaci est secundum longitudinem in quo aux eccentrici Veneris: quantum igitur fuerit Solis argumẽtum, tantum erit centrum medium Veneris, & quia in tabulis Alphonsi & Ptol. tanta reperitur æquatio centri, quanta est æquatio argumenti: supponitur igitur in ipsis tabulis centrum epicycli Veneris & Solem in eodem loco zodiaci secundum lõgitudinem semper esse. Nam quoniam tantus est medius motus Solis, quantus medius motus epicycli Veneris: additis igitur aut detractis paribus æquationibus argumenti, atque centri, verus motus epicycli, & verus motus Solis æquales relinquẽtur: & propterea centrum solaris corporis & centrum epicycli Veneris in eodem zodiaci loco secundum longitudinem semper erunt. Cæterùm quia tanta ostensa est à Ptole. libro 10. distantia centri mũdi à centro æquantis Veneris respectu sui deferentis, quantam repererat Solis eccentricitatem, nempe partes 2. minu. 30. earum partium quarum in semidiametris deferẽtium sunt 60. necesse est igitur, vt inter situm augis & oppositi augis semel tantum centrum epicycli Veneris atque sol in eodem loco zodiaci verè sint secundum longitudinem: quando videlicet distantia centri epicycli à centro æquantis æqualis fuerit semidiametro deferentis. Quod quidẽ vt facilius ostendamus, eccentricum Veneris vnà cum eccentrico Solis in superficie ecliptícæ ponemus. Esto igitur eccentricus Veneris circulus a b g, linea augis a b, in qua centrũ mũdi c: eccẽtrici autem d, æquantis verò e. & quoniam sicut c e, ad semidiametrum deferentis epicyclum, sic se habet Solis eccentricitas ad semidiametrum sui deferentis: igitur permutatim sicut recta c e, ad Solis eccentricitatem sic semidiameter a d, ad semidiametrum orbis deferentis Solem: minor est autem semidiameter a d, semidiametro orbis deferentis Solem: minor est igitur recta c e, Solis eccentricitate. Ponamus itaque centrum eccentrici Solis in f, & sit centrum epicycli Veneris in g, in quo loco à centro æquantis distet interuallo æquali semidiametro deferentis epicyclum, rectæq; lineæ connectantur e g & c g, & à centro eccen-



trici Solis f recta ducatur linea f K, quæ per cẽ trum Solis veniat, & producatur e g in rectũ, quæ cum f K concurret: concurrere enim neceſſe eſt. Nam quoniam ſuperficiem eccentrici Veneris in plano ecliptícæ poſuimus: vna igitur atque eadem recta linea à centro mundi ducta medij motus Solis erit, vnà & epicycli veneris: & idcirco ipſæ rectæ lineæ e g & f K, eidem lineæ medij motus parallelæ erũt, per definitionem lineæ medij motus: quapropter ipſæ eædem rectæ lineæ e g & f k, parallelæ erũt per 30. propoſitionem primi libri Euclidis: & propterea duo anguli c e g & c f K, exterior atque interior, quos cum eiſdem e g & f K, recta linea efficit c f, æquales inuicem erunt per 29. propoſitionem primi libri Euclidis. Atqui duo interiores anguli c e g & g c e, trianguli c g e, duobus rectis ſunt minores, per 17. propoſitionem primi libri Euclidis: duo igitur anguli g c f & c f K, duobus rectis minores erunt, per cõmunem ſententiam: & propterea ipſæ rectæ lineæ c g & f k, ad partes g & K concurrent: cõcurrant itaque in k. Et quoniam e g & f K, parallelæ oſtenſæ ſunt: æquiãgula igitur ſunt duo triangula c g e & c f k: & propterea ſicut c e ad e g, ſic ſe habere neceſſe eſt c f ad f K, per 4. propoſitionem 6. libri Euclidis. Et quoniam c e, diſtantia eſt cẽtri mundi à centro æquantis, recta verò e g, æqualis poſita eſt ſemidiametro deferentis epicyclum: at c f eccentricitas eſt orbis deferentis Solem. Oſtẽſum præterea eſt, circuli æquantis eccentricitatem eam habere rationem ad ſemidiametrum deferentis epicyclum Veneris, quam eccentricitas orbis deferentis Solem ad ipſius ſemidiametrum: recta igitur linea f K, ſemidiametro orbis deferentis Solem æqualis eſt, atqui eadem f K, per centrũ Solaris corporis tranſit: punctum igitur K, centrum Solis exiſtit. Et propterea quando epicycli Veneris centrum à centro æquantis diſtat interuallo æquali ſemidiametro ſui deferentis, in vna atq; eadem recta linea à centro mundi veniente, centrum epicycli, & centrum Solis exiſtunt, quod quidem demonſtrandum ſuſcepimus. Tunc autem centrum epicycli à centro æquantis diſtabit interuallo æquali ſemidiametro deferentis, quando in termino illius lineæ fuerit, quæ à puncto medio inter centrum eccentrici & æquantis ad rectos angulos ducitur ſuper augis lineam, quod quidem per 4. propoſitionem primi Euclidis, ſtatim concludes: in eoque ſitu angulus c g e, æquationis centri æqualis eſt angulo c K f, æquationis argumenti Solis. At quod in nullo alio ſitu inter b & a, recta linea ducta à cẽtro mundi ad epicycli cẽtrum, in rectumque extenſa, per centrum Solis

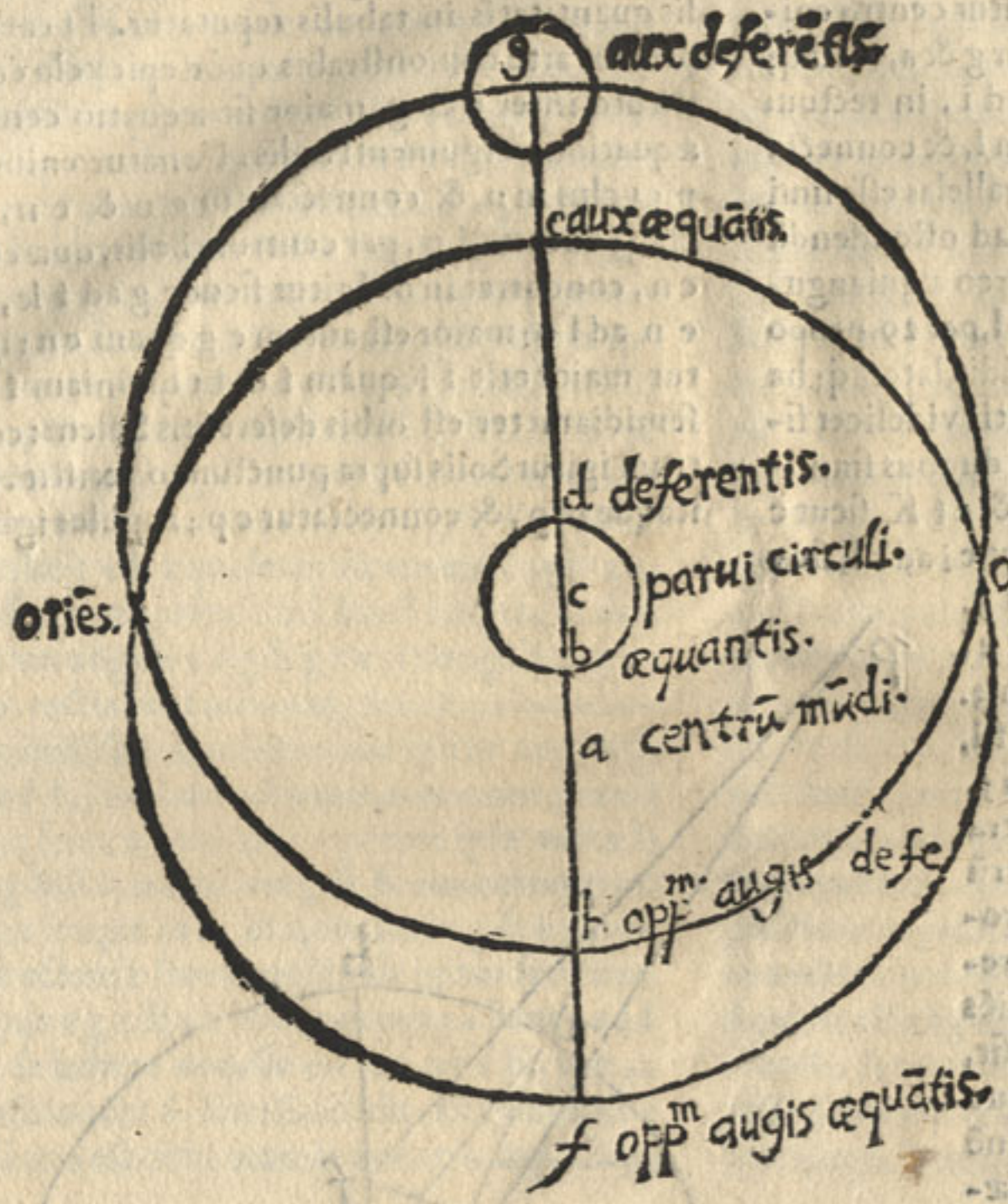


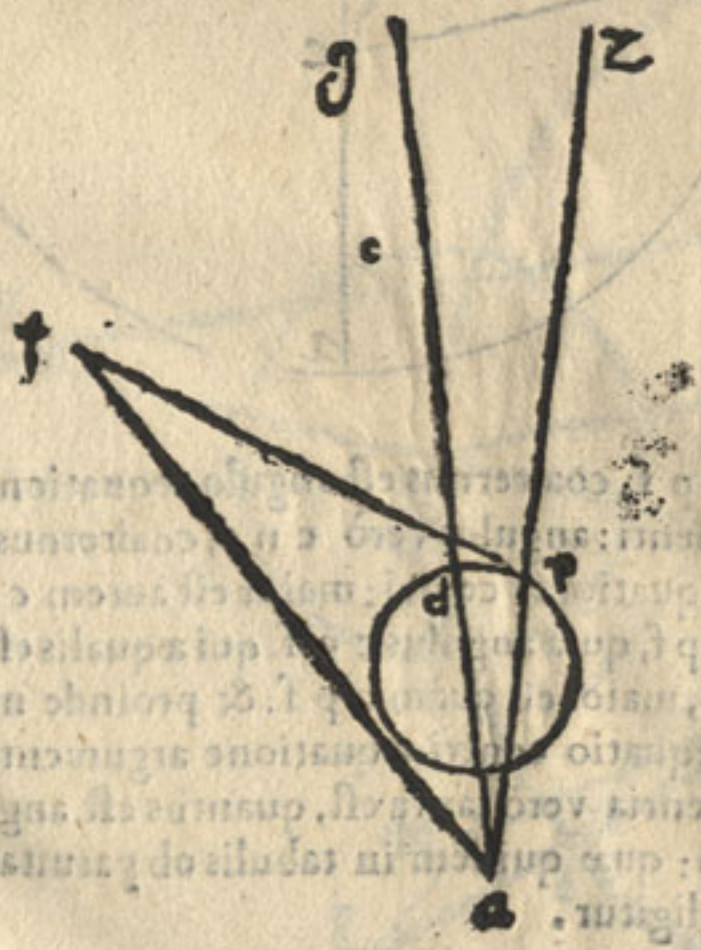
venire posſit: non erit difficile demonſtrare. Nam ſi hoc poſsibile eſt: eſto igitur centro epicycli exiſtente in puncto i, inter g & a, rectaq; linea c i, à centro mundi ducta ad i, in rectum extenſa occurrat centro Solis in l, & connectãtur rectæ lineæ e i & f l, quas parallelas eſſe ſimili arte oſtendes, qua vſi fuimus ad oſtendendũ f k, & e g parallelas eſſe: & idcirco æquiangula ſunt duo triangula c e i & c f l, per 29. propoſitionem, & 32. primi libri Euclidis, lateraq; habent proportionalia per 4. ſexti, videlicet ſicut c e ad c f, ſic e i ad f l. At in duobus ſimiliter triangulis æquiangulis c g e & c f K, ſicut c e ad c f, ſic e g ad f K: igitur ſicut e i ad f l, ſic e g ad f K, per 11. propoſitionem 5. libri Euclidis. Atqui maior eſt e i quam e g per 7. propoſitionem 3. libri Euclidis; maior igitur erit f l, quam f K, per 24. propoſitionem 5. libri, quod eſt impoſsibile, contra circuli definitionem: nam f, centrũ eſt orbis Solem deferentis. Et propterea epicyclo exiſtente in i, recta linea c i, à centro mundi veniẽs per centrum Solis minimè tranſit, quod erat demonſtrandum. Ex quo apparet minorem eſſe æquationẽ centri epicyclo in i conſtituto, æquatione argumenti Solis. Ducatur enim à puncto f, recta linea f l, per centrum Solis, quæ cum recta c i, concurrat in puncto l: conſtat igitur ex eis quæ demonſtrauimus duas rectas lineas f l & e i, parallelas eſſe, ipſasque f l & c i concurrere. Et quoniam oſtenſum eſt maiorem eſſe f l quàm f K, ipſamq; f k ſemidiametrum eſſe orbis deferentis Solem: eſto igitur centrum ſolaris corporis punctum m, & connectatur c m. In triangulo itaque c m l, interior angulus c l m, exteriore c m f minor erit, per 16. propoſitionẽ primi lib. eidẽ verò c l m, æqualis eſt angulus c i e, per 29. propoſitionẽ ipſius primi libri: minor igitur erit ipſe c i e, quam c m f. Atqui angulus æquationis centri coalternus eſt eidem c i e: æquationis verò argumenti Solis coalternus angulo c m f: minor igitur eſt æquatio centri æquatione argumenti: differentia porrò eſt angulus l c m, qui inſenſibilis quantitatis in tabulis reputatur. Et eadem prorſus arte demonſtrabis quòd epicyclo conſtituto inter b & g, maior ſit æquatio centri, æquatione argumenti Solis. Ponatur enim epicyclus in n, & connectantur e n & c n, rectaq; ducatur f p, per centrum Solis, quæ cum c n, concurrat in o. Igitur ſicut e g ad f k, ſic e n ad f o: maior eſt autem e g quam e n: igitur maior erit f K quàm f o. Et quoniam f K, ſemidiameter eſt orbis deferentis Solem: centrum igitur Solis ſupra punctum o exiſtit. Sit itaque in p, & connectatur c p: angulus igitur



c p f, coalternus eſt angulo æquationis argumenti: angulus verò c n e, coalternus angulo æquationis centri: maior eſt autem c n e ipſo c p f, quia angulus c o f, qui æqualis eſt ipſi c n e, maior eſt quàm c p f: & proinde maior eſt æquatio centri æquatione argumenti: differentia verò tanta eſt, quantus eſt angulus o c p: quæ quidem in tabulis ob paruitatem negligitur.

De





Annot. prima.

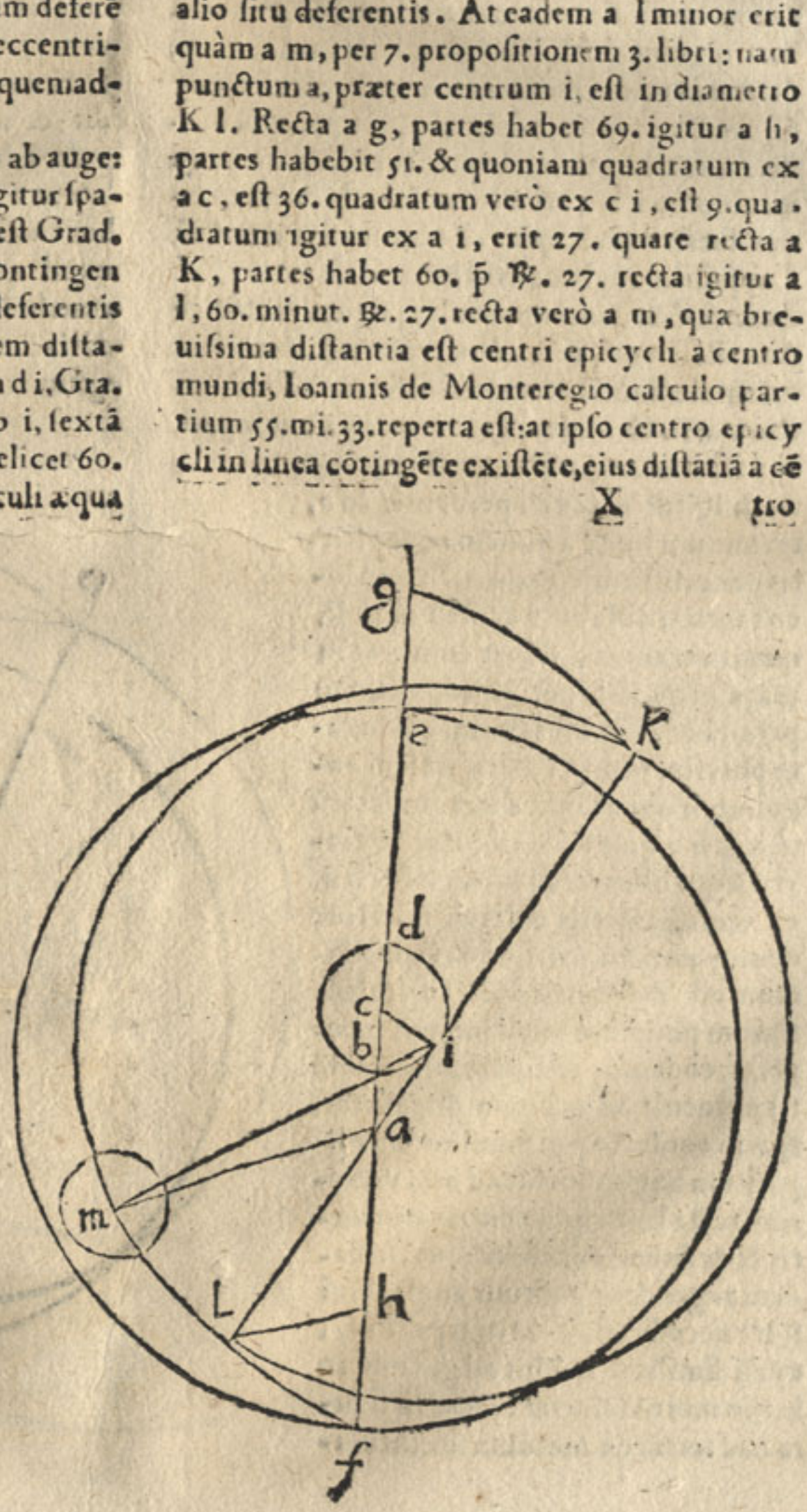
QValium partium est d g excẽtrici semidiameter 60. taliũ tẽta est à Ptolemæo vnaquæque triũ linearum d c, c b, a b, trium partium, & quãdo cẽtrum deferẽtis est in d, parui circuli auge, centrum epicycli est in g, deferentis auge, in eodẽque zodiaci loco, in quo e, aux æquantis. Atque hæc est maxima distantia centri epicycli à cẽtro mũdi, partium nempe 69. Sed in quouis alio situ minus erit abit à cẽtro mundi: quod quidem Geometricè ita demonstrate poteris. Veniat enim cẽtrum deferentis ad punctum r, semicirculi Occidentalis: epicycli verò centrum quoniam in diuersa mouetur, veniat ad t, & connectantur rectæ lineæ t r, a t, & a r: duo igitur latera a r, & t r, trianguli a t r, reliquo latere a t, maiora sunt, per 20. propositionem primi libri Euclidis: æquales sunt autem d g & t r, quia æqualium circulorum semidiametri sunt, & a d maior est: quàm a r, per 8. propositionem tertij libri: maior igitur est a g, ipsis duobus lateribus t r & t a, & idcirco multo maior est ipsa a g quàm a r. Ergo proinde cum epic. cõstitutus fuerit in g, distantissimus erit à mundi centro. Quòd autem necesse sit quandocunque centrum epicycli in auge deferentis fuerit: etiam esse in auge æquãtis, ex motuum similitudine concluditur. Nam si fieri potest, vt cẽtrum epicycli sit in auge deferentis, quando non est in auge æquantis: esto igitur in z, & cõnectatur recta linea a z: in qua

qui

quidem necesse est cẽtrum deferentis esse: esto igitur deferentis centrum in puncto r, parui circuli in ipsius enim parui circuli circumferentia versatur: centrum igitur epicycli & deferentis centrum ad eandem partem mota sunt contra hypothesim. Ea enim est motuum similitudo, vt quantum centrum deferẽtis mouetur ab auge parui circuli ad Occidentem, super cẽtro parui circuli, tantum ab auge æquantis centrũ epicycli recedat ad Orientem, super ipso centro æquantis: & idcirco fieri non potest, vt cẽtrum epicycli in auge deferentis existat, quin in auge æquantis etiam sit. Et quoniam deferẽtis cẽtrum in eadem recta linea augis eccentrici est: in auge igitur erit parui circuli, quemadmodum apparet in prima hac figura.

Recedat autem centrum deferentis ab auge parui circuli Occidentem versus: cũ igitur spatium pertransierit d i, 4. signorum, idest Grad. 120. in linea erit a i, ipsum circulum contingente: & idcirco cum ipsum centrum deferentis fuerit i, quam maximè ad Occidentem distabit ab auge parui circuli. Nã quoniam d i, Gra. continet 120. circumferentia igitur b i, sextã partem circuli comprehẽdet Gr. videlicet 60. & idcirco recta b i, semidiametro circuli æqualis erit, per corr. 15. propositionis 4. lib. Euclidis: & propterea si super b, circulus descriptus fuerit ad mensuram b a aut b c, per punctum i transibit: & idcirco angulus a i c, rectus ostendetur per 31. propositionem 3. libri: quare recta linea a i, circulum paruum tanget in ipso i. per corre. propositionis 16. Translato itaq; cẽtro orbis deferentis epicyclum ad i, aux quæ erat in g, translata erit in K, & oppositum augis quod erat in h, translatum erit in l. Super ip[illegible] tur puncto i, interuallo i k, ar[illegible] i l, circulus describatur, cui recta b i, in rectum extensa occurrat in m: circulus igitur delator epicycli positionem habebit K l m, & epicycli centrum erit in m: velut in secunda figura apparet. Triangulum enim æquilaterum b c i, æquiangulum est. Angulus igitur c b i, æqualis erit ei, qui in centro parui circuli, graduũ nempe 60. & propterea exterior angulus d b m, graduum erit 120. in circuli centro: propter motuum igitur similitudinem centrum epicycli erit in m: tantum enim moueri oportet centrum epicycli super b, ab auge deferentis descendens, quantum cẽtrum deferentis super c. Non erit igitur in l, opposito augis deferentis, terminoue lineæ paruum circulum contingentis.

Quoniam verò a c & c i, per 20. propositionem primi libri maiora sunt quàm a i: maior est igitur recta a d quàm a i, totaq; a g, maior erit quam a K: & propterea reliqua a h, minor erit reliqua a l. Idem similiter ostẽdes in omni alio situ deferentis. At eadem a l minor erit quàm a m, per 7. propositionem 3. libri: nam punctum a, præter centrum i, est in diametro K l. Recta a g, partes habet 69. igitur a h, partes habebit 51. & quoniam quadratum ex a c, est 36. quadratum verò ex c i, est 9. quadratum igitur ex a i, erit 27. quare recta a K, partes habet 60. p̃ ℞. 27. recta igitur a l, 60. minut. ℞. 27. recta verò a m, qua breuissima distantia est centri epicycli a centro mundi, Ioannis de Monteregio calculo partium 55. mi. 33. reperta est: at ipso centro epicycli in linea cõtingẽte existẽte, eius distãtiã a cẽ-

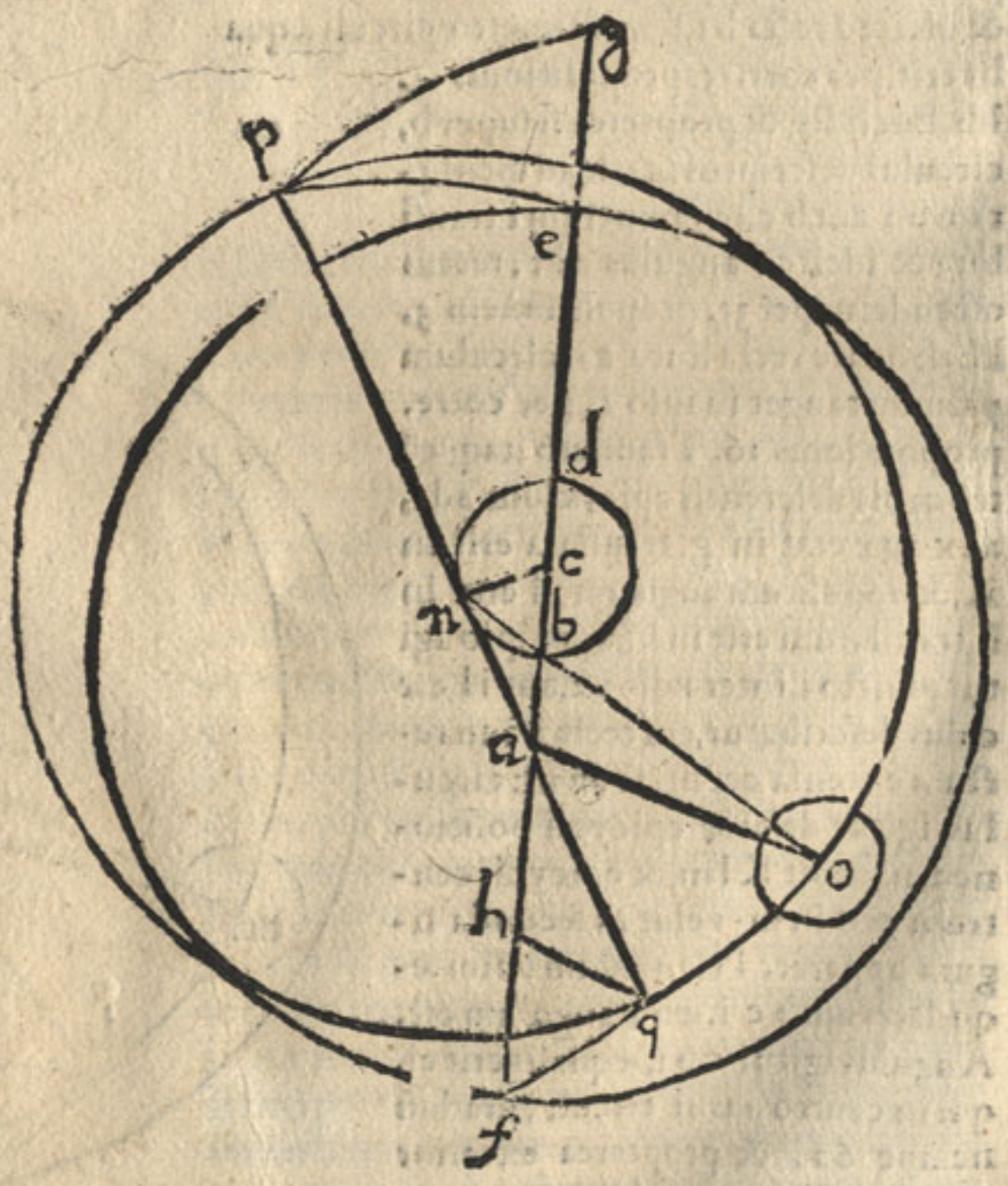


tro mundi inuenit partium 56.mi.22.ferè: tũc autem centrum eccentrici erit inter b & i. Sed oppositum augis deferentis inter lineam cõtingentem & oppositum augis æquantis, nẽpe inter l & f. Soluat itaq; deferentis centrum, & circumferentiam percurrens i b ad b, æquantis centrum perueniat: vnus igitur atq; idẽ circulus qui delator est epicyclo pro æquante etiam erit in eo situ: & idcirco augis punctum idem erit quod e, spatio decurso k e: punctum verò l, oppositi augis in eodem tempore redibit ad f, oppositi augis æquãtis, spatio decurso l f: simul autem epicycli centrum erit in f. Nam quoniã duo anguli b c i & f b m, æquales inuicẽ sunt, & motus centri deferentis motui centri epicycli similis proportionalisue est, atque vnà moueri incipiunt: in eodem igitur tempore angulos absoluent b c i & f b m. Quando itaque i, simul fuerit cum b, epicycli cẽtrum simul erit cũ f, opposito augis æquantis.

Inde verò eadem lege similiq; figura motus cẽtrum deferentis ibit ad n, punctum contactus orientale: simul autem aux deferentis ab Occidentem in Orientem spatium percurret e p, & oppositum augis spatium f q: centrum igitur epicycli perueniet ad o, terminum lineæ à puncto n, venientis per centrum æquantis. In quo loco tantum distabit à centro mundi, quantum antea distabat cum erat in m, quod quidem per 4. propositionẽ primi libri Euclidis statim cõcludere poteris, propter æqualitatem angulorum qui ad b, & datorum laterũ b m & b o, quæ relinquuntur detractis æqualibus rectis lineis b i & b n, ex semidiametris deferentis. Hinc deniq; punctum n, quod cẽtrum factum est deferentis, redit ad d, altissimum punctum vndè moueri inceperat, eodemq; tempore aux deferẽtis peruenit ad g, è quo discesserat, spatio confecto p g: simul autem oppositum augis appellit ad h: in vna enim recta linea ipsis centris æquantis & deferentis existentibus, in eadem auges & oppositum augis consistere necesse est. Centrum porrò epicycli similiter redibit ad g, vnde in initio motus soluerat: quod in figura hac tertia ex motuum similitudine & æqualitate angulorum n, c d & d b o, quẽadmodum in secunda concludes.

Quòd centrum epicycli in punctis m & o, minus distet à centro mundi, quàm cum est in f, oppositio augis æquantis, demonstrauit Ioannes de Monteregio 9. libro Epito. propositio. 21. hoc modo. Angulus enim a b o, tertiam partem continet duorum rectorum: duo igitur reliqui anguli triãguli b a o, duas tertias continent duorum rectorum per 32. propositionem primi libri Euclidis: atqui maior est angulus b a o angulo a o b, per 18. ipsius primi libri: est enim b o, partium 57. a b verò earundem partium 3. angulus igitur b a o, plusquàm tertiam partem duorum rectorum comprehendit: & idcirco idem angulus b a o, ipso angulo a b o maior erit: & propterea latus b o latere a o, maius erit per 19. ipsius primi libri Euclidis. Aequales sunt autem b o & a f, quod quidem per communem sententiam concludes, duabus lineis æqualibus b a & b n, detractis ex semidiametris b f & n o: maior igitur erit a f ipsa a o, quod erat demonstrãdũ.

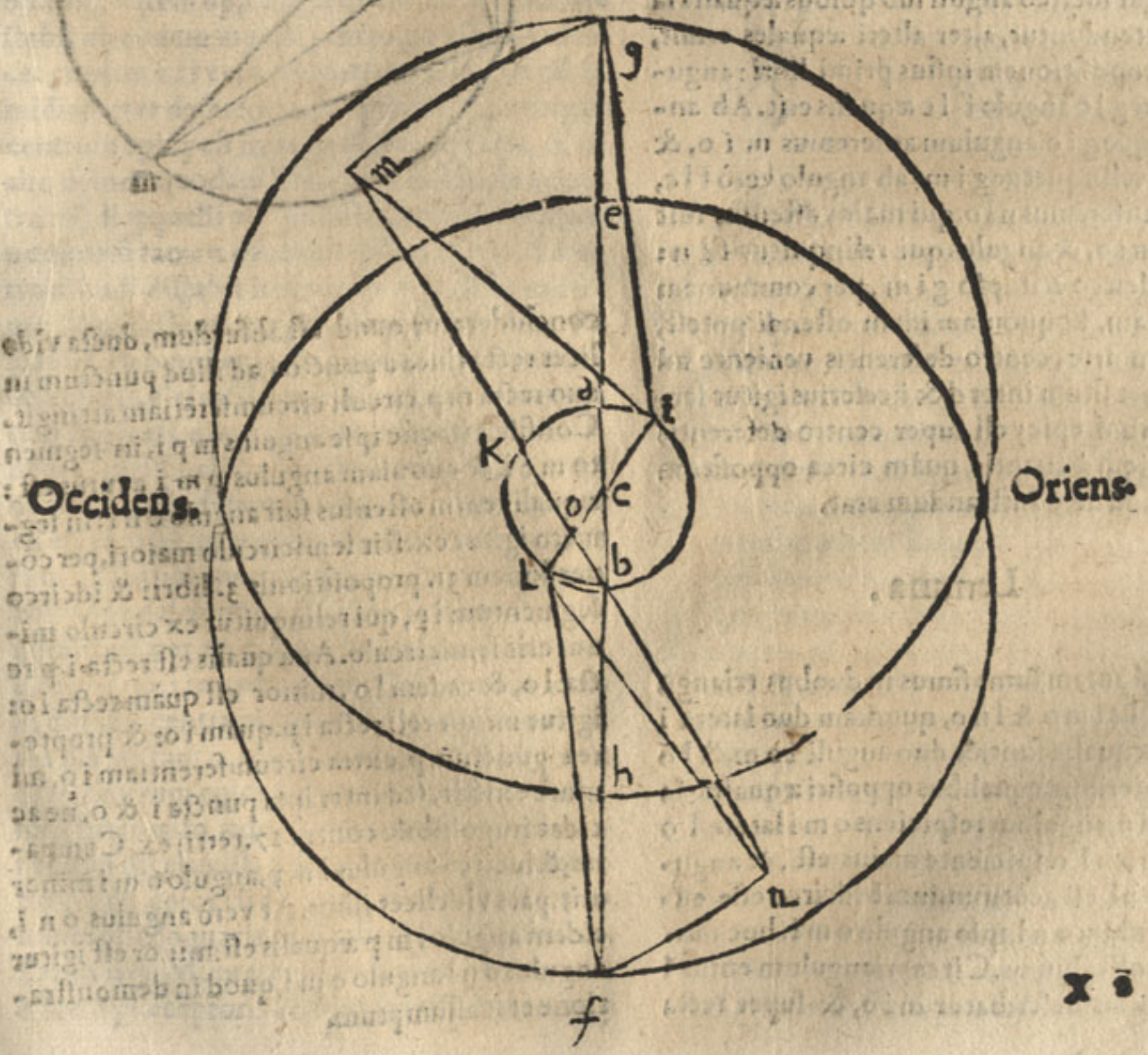
Sed



Sed non satis est hoc, vt cõcludant theoricarũ expositores cẽtrum epicycli in maut o, quam brevissimè distare a centro mundi. Demonstrauit idẽ autor in disputationibus aduersus Cremonensem, quòd quamuis centrum epicycli æquali motu ferat̃ super centro æquantis, non quoduis aliud punctum deferentis æquali motu super eodem centro moueri possit.

Annotatio secunda.

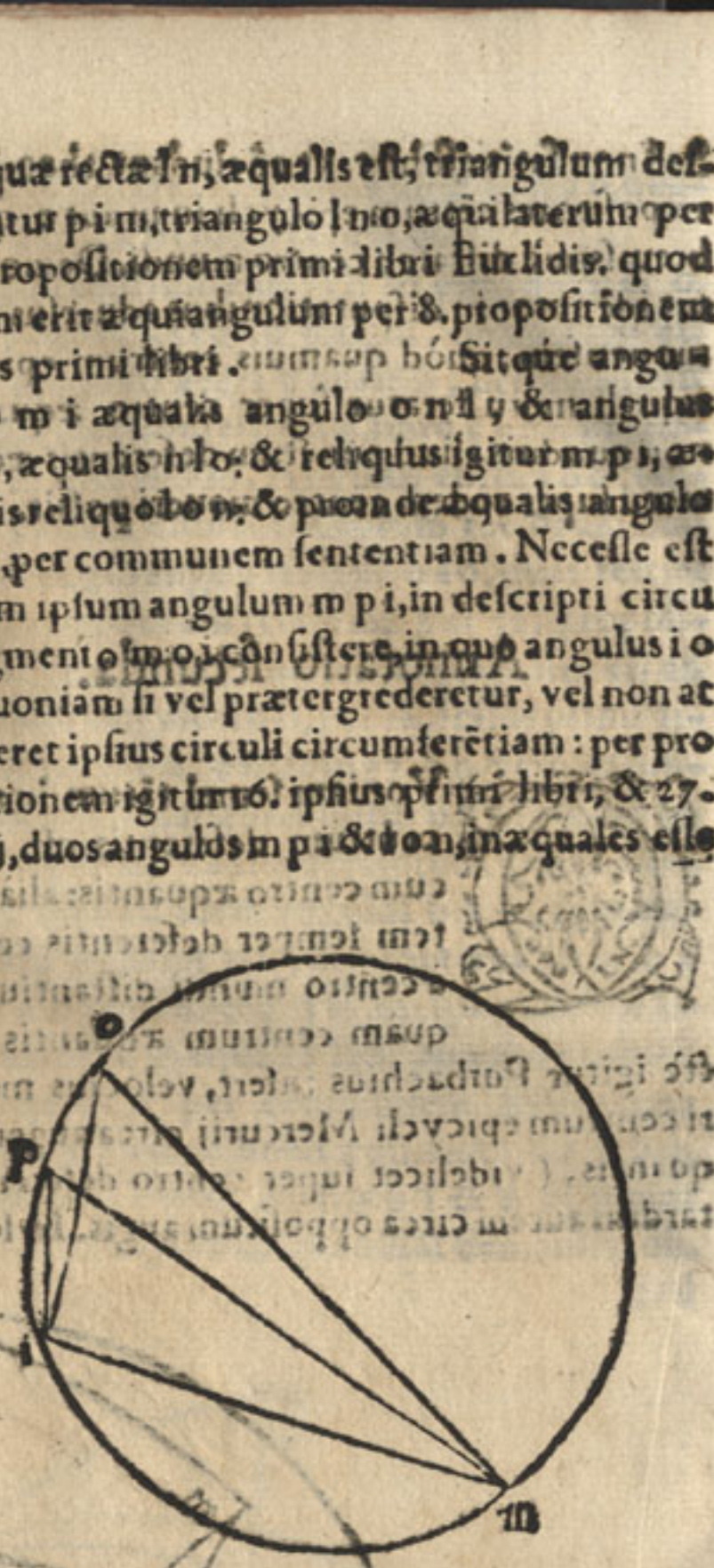
QVoniam semel tãtum in anno centrum deferentis est idem cum centro æquantis: aliàs autem semper deferentis centrũ a centro mundi distantius est, quàm centrum æquantis: recte igitur Purbachius infert, velocius moueri centrum epicycli Mercurij circa augem æquantis, (videlicet super centro deferentis) tardius autem circa oppositum augis. In semicirculo enim Occidentali parui circuli sumatur arcus d i, quadrante minor, & diameter agatur i l: rectilineo verò angulo d e i, æqualis ponatur d b K ad b, æquantis centrum, & super i, centro intervallo æquali semidiametro deferentis circulus describatur, cui recta b K in rectum continuumq; producta occurrat in m. Item super l, centro intervallo æquali semidiametro deferentis circulus describatur intelligatur, cui recta b m, in alteram partem extensa occurrat in n: rectaq; lineæ connectantur i g, i m, l n, & l f. Igitur cum centrum deferentis à puncto d discedens, spatium confecerit d i, centrum epicycli propter motuũ similitudinem erit in n, spatio decursog m, qualis figuræ, cui quidem in centro eccentrici deferẽtis epicycli angulus subtẽditur g i m, similiter cũ centrũ deferentis a cẽtro æquãtis discesserit, ad punctum q; l peruenerit, centrum epicycli propter motuum similitudinem erit in n, spatio cõfecto l n, qualis figuræ, cui in centro deferentis angulus subtenditur f l n. In quanto autem tempore centrũ epic. ab auge g,



discedens spatium percurrit g m, in tanto discedens ab opposito augis t, percurrit f n: propterea quod duo anguli contrapositi g b m & f b n in centro æquantis æquales inuicem sunt. Cæterùm angulum g i m, ostendemus angulo f l n, maiorem esse: & ideirco celerius ferri centrum epicycli super centro deferētis circa augem æquantis, quàm circa oppositum augis. In duobus enim triangulis i m o & l n o, duo latera i m & l n, deferētis semidiametri æqualia inuicem sunt: & duo anguli i o m & l o n, eisdem lateribus oppositi æquales: latus verò i o, angulum respiciens o m i latere l o, angulum o n l, respiciente maius est, & angulus ipse o n l acutus est: quia minor est per 16. primi acuto angulo K b l, in maiori segmento existente. Minor igitur erit idem angulus o n l, angulo o m i: & idcirco maior relinquetur angulus n l o angulo l m i o, per 32. propositionem primi libri Euclidis, & communem sententiam. Atqui in duobus alijs triāgulis c g i & c f l: quoniam duo anguli contrapositi qui ad c, æquales sunt, & duo latera c i, c g, duobus lateribus c l, c f, alterum alteri æqualia: reliqui idcirco anguli sub quibus æqualia latera subtenduntur, alter alteri æquales erunt, per 4. propositionem ipsius primi libri: angulus igitur g i c angulo f l c æqualis erit. Ab angulo itaque g i c angulum auferemus m i o, & angulus relinquetur g i m: ab angulo verò f l c, angulū auferemus n l o, qui maior ostensus fuit angulo m i o, & angulus qui relinquitur f l n: minor idcirco erit ipso g i m, per communem sententiam. Et quoniam idem ostendi potest, & eadem arte, centro deferentis veniente ad quemlibet situm inter d & i: celerius igitur fertur centrum epicycli super centro deferentis circa augem æquantis, quàm circa oppositum augis, quod demonstrandum erat.

Lemma.

QVod autem sumpsimus in duobus triangulis i m o & l n o, quoniam duo latera i m, & l n æqualia sunt, & duo anguli i o m, & l o n, ipsis lateribus æqualibus oppositi æquales: latus verò i o, angulum respiciens o m i latere l o angulum o n l, respiciente maius est, & angulus ipse o n l est acutus: minorē idcirco esse eūdem angulum o n l, ipso angulo o m i, hoc modo demonstrabimus. Circa triangulum enim i m o, circulus describatur m i o, & super recta l m, quæ recta l n, æqualis est, triangulum describatur p l m, triangulo l n o, æquilaterum per 22. propositionem primi libri Euclidis. quod eidem erit æquiangulum per 8. propositionem ipsius primi libri. Sit quæ angulus p m i æqualis angulo o n l, & angulus p l m, æqualis l o n: & reliquus igitur m p i, æqualis reliquo o m i, per communem sententiam. Necesse est autem ipsum angulum m p i, in descripti circuli segmento l m o i cōsistere, in quo angulus i o m: quoniam si vel prætergrederetur, vel non attingeret ipsius circuli circumferētiam: per propositionem igitur 16. ipsius primi libri, & 27. tertij, duos angulos m p i & i o n, inæquales esse



concluderetur, quod est absurdum, ducta videlicet recta linea a puncto i, ad illud punctum in quo recta m p, circuli circumferētiam attingit. Consistit itaque ipse angulus m p i, in segmento m o i. & quoniam angulus p m i acutus est: æqualis enim ostensus fuit angulo o n l: in segmēto igitur existit semicirculo maiori, per cōuersionem 31. propositionis 3. libri: & idcirco segmentum i p, qui relinquitur ex circulo minus erit semicirculo. At æqualis est recta i p rectæ l o, & eadem l o, minor est quàm recta i o: igitur minor erit recta i p, quàm i o: & propterea punctum p, extra circumferentiam i o, minime existit, sed inter ipsa puncta i & o, ne accidat impossibile contra 27. tertij ex Campano: & idcirco angulus i m p, angulo o m i minor erit, pars videlicet illius. At verò angulus o n l, eidem angulo i m p æqualis est: minor est igitur angulus o n l angulo o m i, quod in demonstratione erat assumptum.

Annotatio tertia.

Equationes argumentorũ, quæ in tabulis scribuntur, non solum trium superorũ planetarum atq; Veneris, sed etiam Mercurij, sunt quæ contingunt, dum centrum epicycli à centro mũdi distat interuallo æquali semidiametro deferentis. Sed discrimen in eo est, quod in illis interuallum illud media est longitudo, mediocrisue remotio, inter situm distantissimum & vicinissimum centri epicycli à centro mundi. Tantum enim longissima longitudo à centro mundi quæ augis eccentrici est, longitudinem superat semidiametri deferentis, quantum eadem semidiameter breuissimam longitudinẽ centri epicycli quæ oppositi augis est, excedit: sed aliter euenit in Mercurio. Nam dum centrum epicycli est in auge deferentis, quàm longissimè distat a centro mundi, partibus nempe 69. tunc autem opp. augis quàm breuissimè distabit ab eodem mundi centro, partibus videlicet 51. inter has verò distantias mediocris est semidiameter deferentis. At quamuis contingat centrum epicycli in auge deferentis esse, & in alio deinde quodam situ, cuius distantia à centro mũdi æqualis est semidiametro deferentis: nunquam tamen centrum ipsum epicycli à cẽtro mundi distabit interuallo æquali breuissimæ illius distantię oppositi augis deferẽtis, sed maiori. In omni enim habitudine positioneúe deferentis, viciniſsimum eius punctum oppositum augis est, quod quidem per 7. propositionem 3. libri Euclidis concluditur: at distãtiam oppositi augis deferentis, dum centrum epicycli est in auge, breuissimam esse omnium aliarum distantiarum oppositi augis in omni alia positione deferentis, ostensum fuit in prima annotatione, per 20. propositionem primi: & idcirco maiori semper interuallo à centro mundi distabit centrum epicycli, quàm sit breuissima illa distantia oppositi augis: & propterea dum centrum epicycli à centro mundi destiterit interuallo æquali semidiametro deferentis, non dicetur illa distantia mediocris remotio centri epicycli à centro mundi, nisi valdè impropriè loquaris, vt Purbachius in præsenti. Ioannes de Monteregio ad finẽ 11. libri Epito. eisdem præceptoris verbis vsus est. Quo in loco scribit. In eo situ ad quem æquationes argumẽtorum Mercurij supputatæ sunt, centrum epicycli distare ab auge æquantis Gr. ferè 60. Sed menda est librarij. Nam medio cursu distat ab auge æquantis Gr. 67. min. 8. ferè: verò autem Gr. 64. min. 30. Mediocris remotio centri epicycli à cẽtro mundi partium est 62. cum min. circiter 16. media nempe inter 69. & 55. cũ min. 33. ferè: sed ad eum situm æquationes argumẽtorum in tabulis scriptæ non sunt: sed ad eum in quo partibus distat 60. id est, interuallo æquali semidiametro deferentis. Esto enim in linea augis æquantis a b, centrum mundi b: æquantis verò c, centrum epicycli Mercurij proponatur in d, in quo loco distet ab auge æquãtis Gr. 67. minu. ferè 8. æquatio igitur centri elicietur ex tabula Gr. 2. cum min. 38. quibus detractis ab ipso cẽtro medio, gradꝰ relinquẽtur 64. minu. 30. centri veri. His autem in tabula nihil minutorũ proportionaliũ respondet: tabula igitur æquationum argumẽtorum ad punctum d, deferentis constructa est: & propterea verè Purbach. scripsit, centrum epicycli distare ab auge æquãtis duobus signis Gr. 4. minu. 30. in ipso quidẽ loco ad quem tabula æquationum supputata est. Distantiam porrò centri epicycli à centro mundi in eodem situ parem esse semidiametro deferentis ita inuenies. Quoniam enim angulus a c d, centri medij graduum est 67. minu. 8. circumferentiæ æquantis: sinus igitur rectus arcus ipsius partes habebit 55284. qualiũ sunt in semidiametro circuli 60000. angulus verò b d c, æquationis centri duorum graduum est, cum minu. 38. sinus igitur rectus partium erit 2756. & quoniam in triangulo b c d, sicut sinus rectꝰ interioris anguli d c b, exteriorisúe a c d, ad sinum rectum anguli b d c: sic latus b d ad latus b c. Ratio igitur b d ad b c, ea est, quam habet numerus 55284. ad 2756. quorum quidem numerorum ratio est sicut 20. ferè ad vnum. siue 60. ad 3. At ostensum à Ptolemæo semidiametrum deferẽtis eam habere rationem ad distantiam centri mundi à centro æquãtis, quàm 20. ferè ad vnũ siue 60. ad 3. æqualis igitur est

recta

recta b d, semidiametro deferentis in eo situ, ad quem supputata est tabula æquationis argumẽtorum Mercurij.

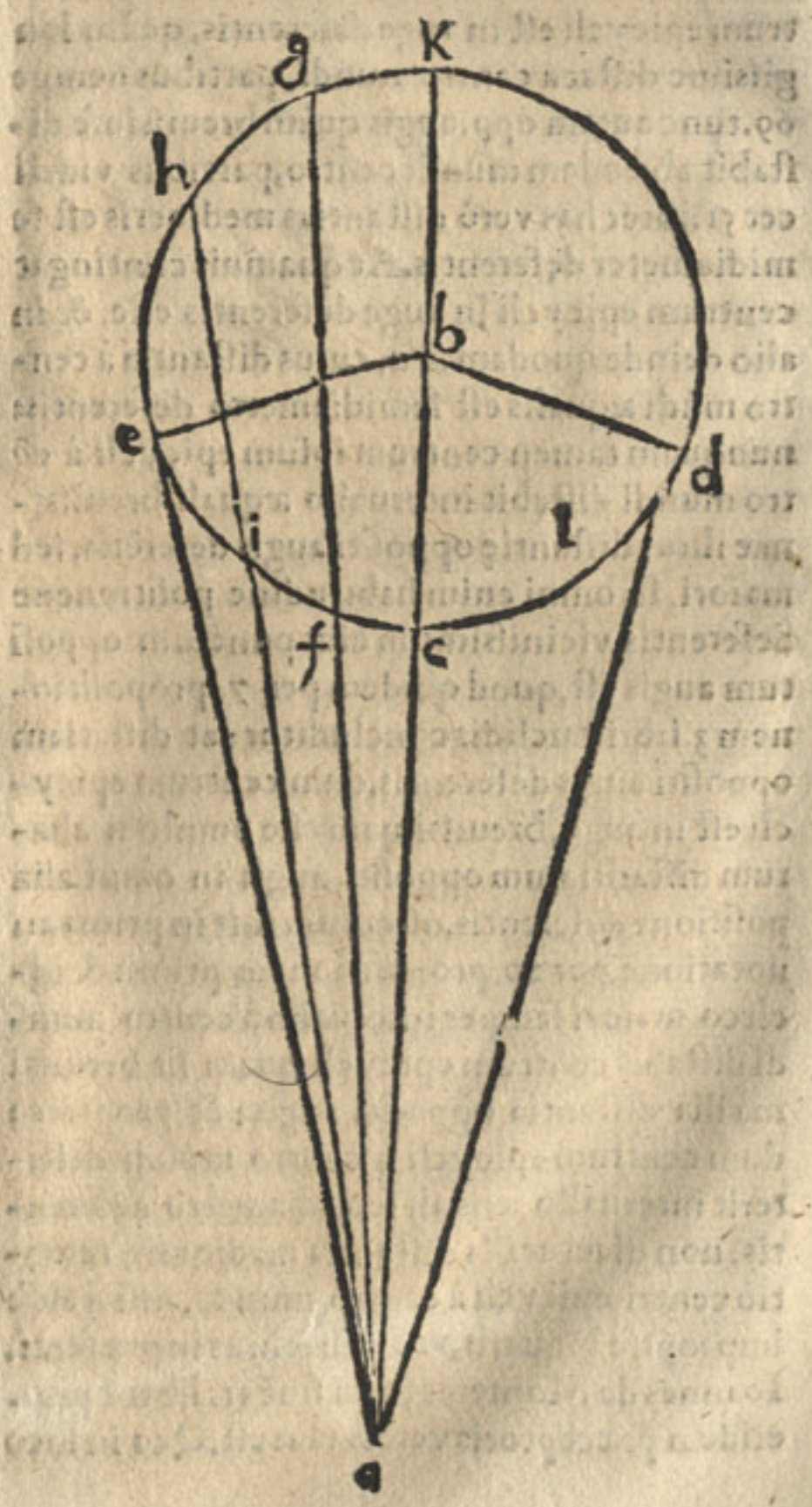
Idem etiam ostẽdes alio modo. Distet enim centrum epicycli d à centro mundi b interuallo b d, cum est in eo situ, ad quem scriptæ sunt in tabula æquationes argumentorum, & ab ipso puncto b, recta ducatur linea b e, epicyclũ tangens in e, rectaq; connectatur d e.

Angulus igitur b e d, rectus erit: & idcirco angulus d b e, maximam æquationem argumenti subtẽdet in eo situ. Hæc autem in tabula inuenitur Gra. 22. minu. 2. ferè, tantusq; erit in circuli centro ipse angulus d b e, cuius sinus rectus partiũ erit 22500. In circulo itaq; descripto super centro b, ad mẽsuram rectæ b d, quam partium subijcimus 60000. recta d e, epicycli

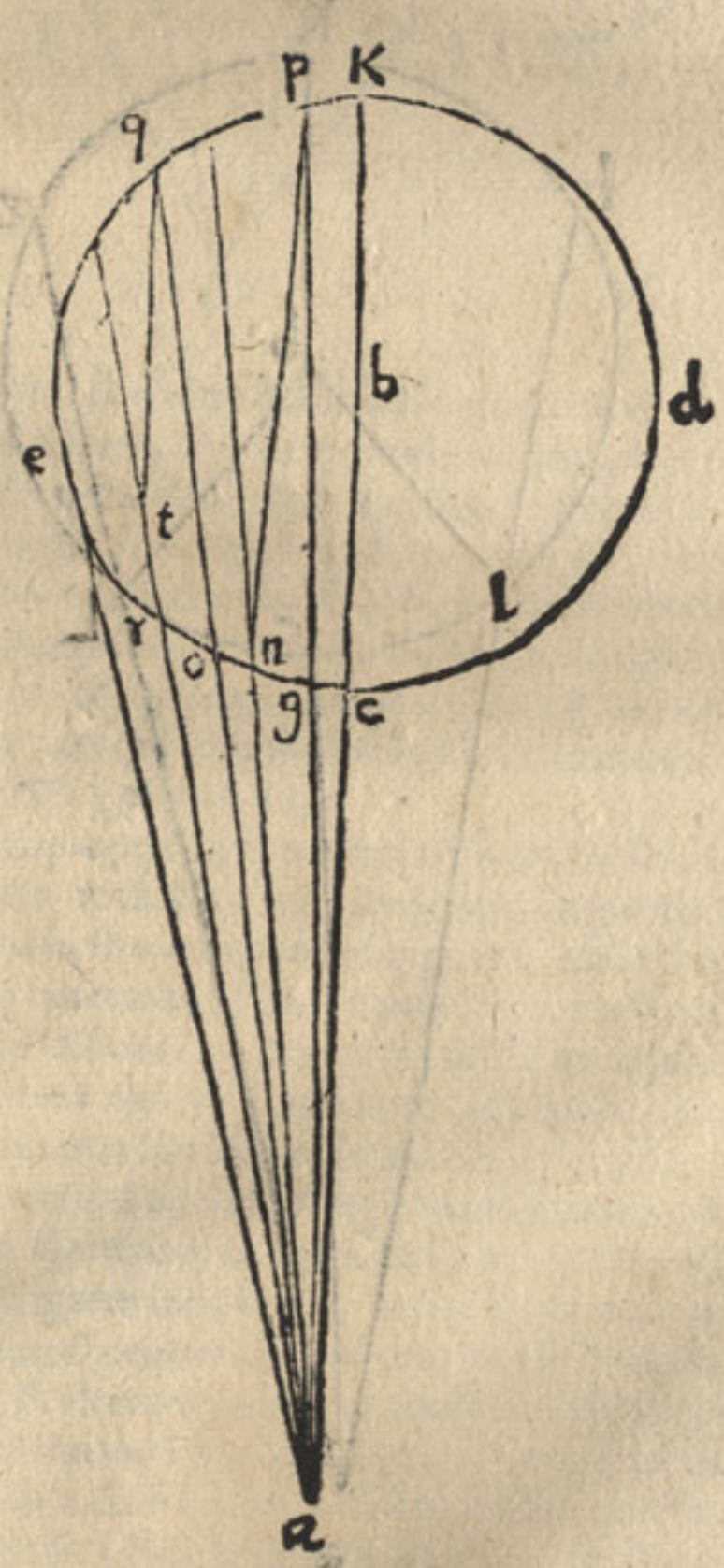
semidiameter sinus videlicet rectus anguli d b e, earundem partium erit 22500. & proinde ratio b d ad d e, est sicut 60. ad 22. cum semisse. Et quoniam eandem rationem habere semidiametrum deferentis ad semidiametrum epicycli à Ptolemæo ostensum est: recta igitur b d æqualis est semidiametro deferentis: & idcirco dubium non est æquationes argumẽtorũ Mercurij quæ in tabula scriptæ sunt, ad eum situm supputatas esse, in quo centrum epicycli à centro mundi distat interuallo æquali semidiametro deferentis, quemadmodum in tribus planetis superioribus, & Venere.

¶ *De passionibus planetarum Annot. 1. De directione, statione, atq; regressione quinq; Planetarum.*

Centrum mundi sit a: centrum verò epicycli b: ab ipso igitur puncto a, rectæ lineæ incidant in circulum reuolutionis Planetæ in epicyclo, videlicet a c, per centrum transiens vsq; ad k & a d, atque a e ipsum epicyclum tangentes in punctis d & e, sitq; e punctum contactus Orientalis, d verò contactus Occidentalis, k auxy vera epicycli c, oppo. augis. Ostendit Ptolemæus libro 12. ex Apolonio Pergæo, quòd si recta b e, semidiameter epicycli maiorem rationem habuerit ad rectam a c, quæ quidem relinquitur ex distantia centrorum, quam motus cẽtri eiusdem epicycli, ad motum Planetæ in ipso eodẽ epicyclo, retrogradus erit planeta apud c. Et quoniam in omni situ epicycli cuiusuis quinque planetarum maiorem rationem habet b e ad c a, quàm motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo: quinque igitur planetæ



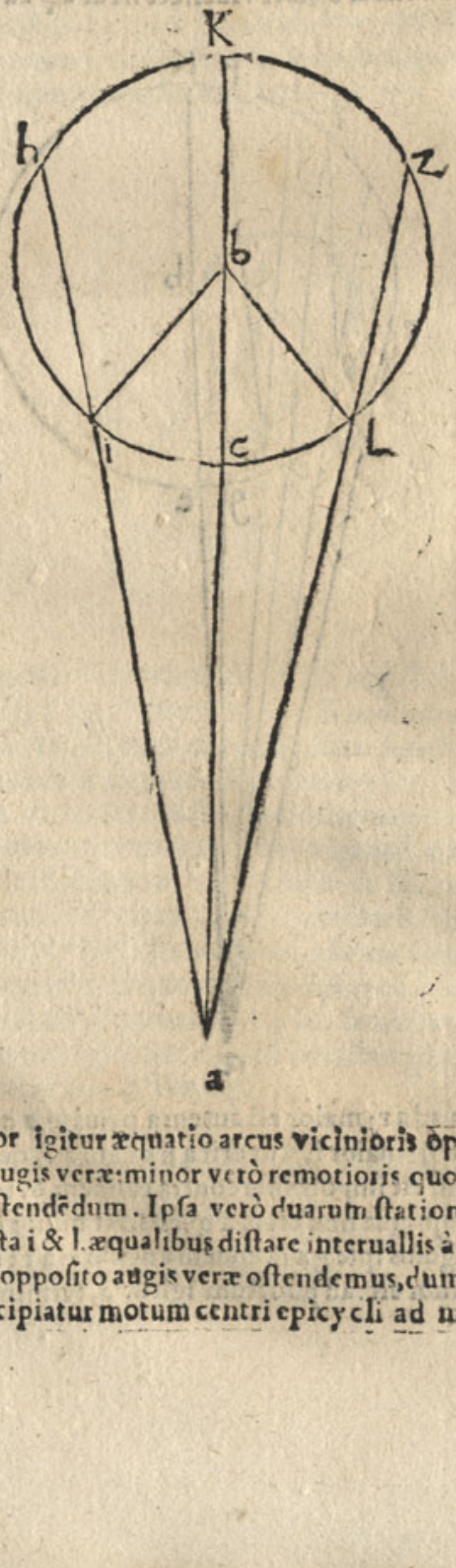
retrogradi erunt apud c, oppositum augis epicycli. Recta autē linea ducatur a g, quæ superficiem epicycli secet in f & g: minor igitur erit f g quàm c K: sed a f maior quàm a c, per 8. propositionem 3. libri Euclidis: & idcirco minorem rationem habebit dimidium rectæ f g ad a f, quàm b c ad a c, per octauam propositionē 5. libri. Quòd si rursus inter a g & a c, recta linea ducatur a h, epicyclum secans in i & h, minorem adhuc rationem habebit dimidium rectæ h i ad a i, quàm dimidium f g ad a f. Tanto enim decrescit ratio quam dimidium lineæ interioris habet ad exter. quanto secantes lineæ propinquiores fuerint contingenti a c. Habet itaq; dimidium h i ad a i, eandem rationē quā motus centri epicycli in eo situ ad motum planetæ in epicyclo: planeta igitur in i, neq; videbitur progredi neq; regredi, sed stare. Cū enim planeta à K in e, secundum signorum successionem translatus fuerit: non statim cum pertransierit e, regredietur. Nā quoniam æquatio motus argumenti apud e, (quemadmodum inferius ostendemus) admodum exigua est: planeta igitur in e, potius videbitur descēdere, quàm moueri in lōgitudinem: & idcirco eius motus in præcedentia insigniter superabitur in eo loco à motu centri epicycli insequētia. Quapropter stationis punctum non erit e, sed illud in quo linea veri motus planetæ velocius moueri incipit in præcedentia quàm linea veri motus epicycli in sequentia. Tale autem pūctum ostēsum est ab Apolonio esse i, & est statio prima, cui respondet ex altera parte ante d, in fine arcus retrogradationis punctum stationis secūdæ, quod sit l, in quo quidem linea veri motus epicycli velocius moueri incipit in sequentia, quàm linea veri motus planetæ in præcedētia. Id autem cognosces ex æquatione quæ debetur motui argumenti in vno die, si conferatur cum motu centri epicycli in eodem die. Nam ab e, puncto Orientalis contactus longitudinis motus minui incipit: & quanto motus argumēti vicinior est oppositō augis veræ, tanto æquatio ipsius motus argumenti maior fit: cum igitur æquatio motus argumenti motu centri epicycli in eodem tempore maior reperta fuerit, planeta retrogradus erit. In circumferentia enim e c, duo arcus motus argumenti sumantur æquales, g n vicinior puncto c & o r, remotior quibus æquationum anguli subtendantur in centro mundi g a n & o a r. Dico quod maior est angulus g a n, ipso angulo o a r. Rectæ enim lineæ a g & a o, producantur vsq; ad p & q, in ipsius epicycli circumferentia, rectæq; connectantur n p & r q. Quòd si angulus g a n, maior non est angulo o a r: vel igitur æqualis erit, aut eo minor, si est æqualis: quoniam duo anguli g p n & o q r, æquales inuicē sunt per 27. tertij inæqualibus enim circūferentijs existūt per hypothesim: in duobus igitur triangulis a p n & a q r, duo reliqui anguli a n p & a r q, æquales erunt per 32. propositionem primi, & communem sententiam: & propterea latera ipsorum triangulorum quæ sub æqualibus laterib⁹ subtenduntur, proportionalia erunt, per 4. propositionem 6. libri videlicet sicut a p ad a q, sic



a n ad a r: maior est autem a p quàm a q, per 8. tertij: maior igitur erit a n quam a r, quod quidem est impossibile contra eandem 8. tertij: & propterea non est ei æqualis. At minor non est angulus ipse g a n, eodem angulo o a r: nam si minor est: ad punctum igitur a, terminum lineæ

neæ a o, angulum faciemus o a t, æqualem ipsi g a n, per 23 propositionem primi, recta ducta linea a t, quæ rectam q r, secet in t. Quapropter simili syllogismo concludemus in duobus triangulis a p n & a q t, sicut a p ad a q, sic a n ad a t: & propterea maior erit a n quam a t, quod similiter est impossibile contra eandem 8. tertij libri.

Quare si neque æqualis est angulus g a n ipsi o a r, neq; minor: maior igitur erit: & idcirco æquatio arcus g n, quæ est arcus zodiaci ipsi ar cui respondens maior erit æquatione arcus o r.



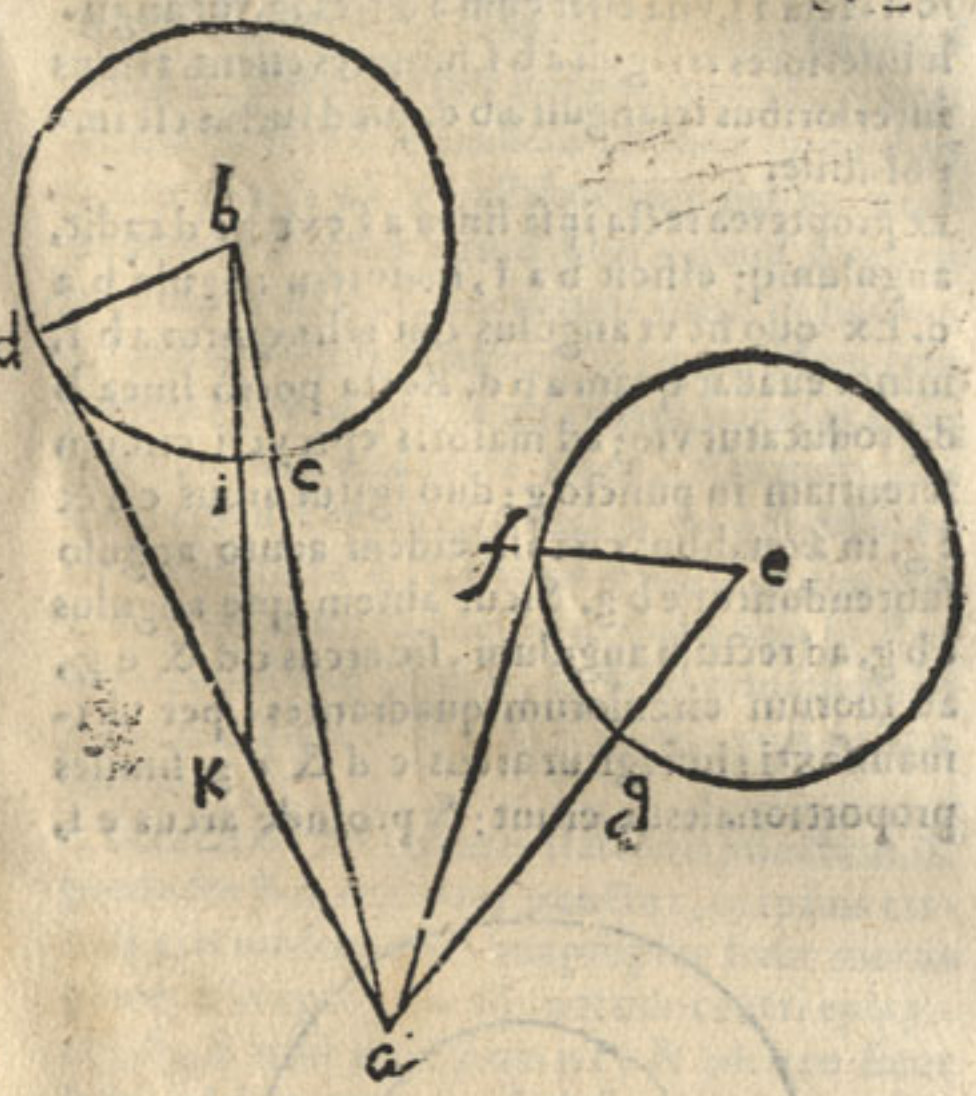
Maior igitur æquatio arcus vicinioris opposito augis veræ: minor verò remotioris quod erat ostendendum. Ipsa verò duarum stationum puncta i & l æqualibus distare interuallis à puncto c opposito augis veræ ostendemus, dummodo recipiatur motum centri epicycli ad motū planetæ in epicyclo eandem habere proportionem in ipsis punctis i & l: quòd necessario concedes epicycli situ nō mutato. Recta enim a l in rectum producta rursus epicyclum secet in z, & quoniam inter ipsos motus eadem est ratio in i & l, stationum punctis: igitur sicut dimidium rectæ h i, ad rectam a i, sic dimidium rectæ l z, ad rectam a l, per 11. propositionem 5. libri: & propterea dimidium rectæ h i, dimidio rectæ l z, æquum erit. Nam si maius fuerit, maior igitur erit a i ipsa a l, per 14. propositionem quinti libri: maior quoq; erit h i, quàm l z, per communem sententiam: & idcirco rectangulum comprehensum sub tota a h, & a i, rectangulo comprehēso sub a z, & a l, maius erit, quod est impossibile, contra correlarium 35. propositionis tertij libri ex Campano. Eadem arte ostēdes dimidium ipsius h i, dimidio l z, minus non esse: & propterea æqualia erunt ipsarum h i, & l z dimidia: & quoniam sicut dimidium h i, ad dimidium l z, sic a i ad a l, per permutatam proportionem: æquales igitur erunt duæ rectæ lineæ a i & a l. Connectantur itaq; b i, & b l, rectæ lineæ, & per 8. propositionem primi libri ostendes duos angulos a b i & a b l, triangulorum a i b & a l b, æquales esse: & idcirco duos arcus c i & c l æquales esse concludes per 26. propositionem tertij: duo itaq; stationum puncta æqualibus interuallis distare ab oppo. augis veræ epicycli necesse est. Capuanus verò theoricarum expositor quoniam motum planetæ in epicyclo solum considerat, motu deferentis neglecto, stationum idcirco puncta ponit e, & d in prima figura huius annotationis. Quæ quidem ostensoria demonstratione concludes æqualibus distare interuallis ab oppositō augis veræ epicycli.

Anguli enim ad e & d, puncta contingentiæ in triangulis b a d & b a e recti sunt, per 18. propositionem tertij libri: & propterea quadrata ex a d, & a e, æqualia erunt per 47. propositionem primi, & communem sententiam: & idcirco ipsa latera a d & a e, æqualia erunt. Iam igitur per 8. propositionem ipsius primi libri ostendes duos angulos d b a & e b a æquales: & proinde duos arcus d c & e c, æquales esse per 26. propositionem tertij. Sed nō sunt apud Purbachiū, d & e stationum puncta: quoniam ait stationum puncta oppositō augis epicycli magis appropinquare propter motus argumenti tarditatem: liquet autem quòd etiam si motus planetæ in epicyclo tardior factus fuerit, mini

mè

mè propterea mutabuntur puncta cõtactuum? Arcus ſtationis primæ eſt K h i, arcus ſecundæ eſt K i l, arcus directionis eſt l K i, arcus retrogradationis eſt i c l. Igitur ſi arcus K h i, ſtationis primæ auferatur à toto circulo, arcus relinquetur i l z k, qui æqualis exiſtit arcui K h i l, ſtationis ſecundæ, à quo quidem ſi arcus ipſe K h i auferatur, relinquetur i c l, retrogradationis arcus: hoc autem à toto circulo detracto, arcus directionis relinquetur l k i.

Annotatio ſecunda.



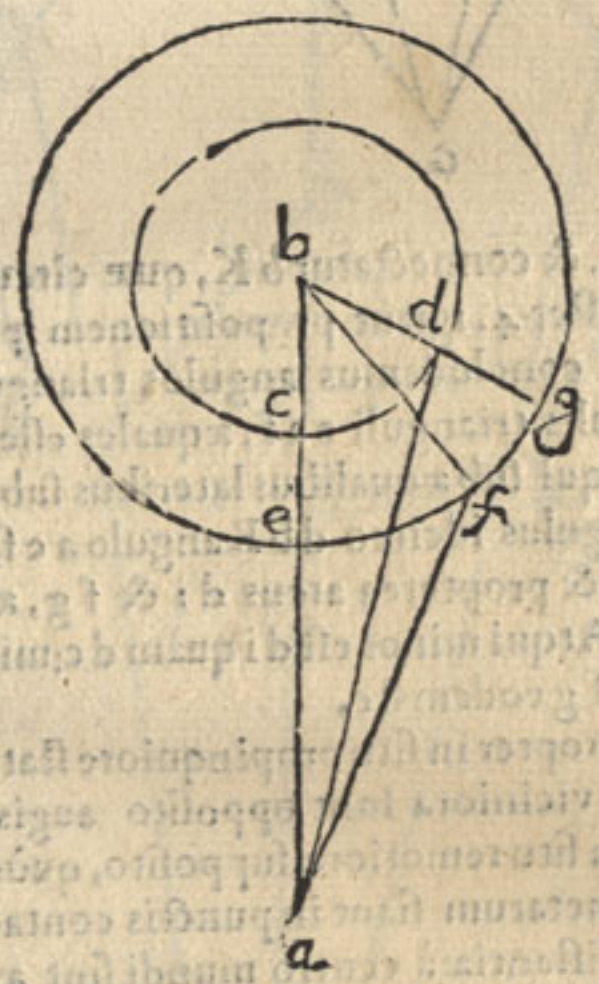
QVoniã Purbachius ait, ſtationum puncta tanto viciniora eſſe oppoſito augis veræ epicycli, quanto centrum epicycli vicinius fuerit oppoſito augis æquantis, & quanto planeta maiorẽ habuerit epicyclum, putant propterea nonnulli cauſas ab eo aſſignatas eſſe, ex quibus minor arcus retrog. proueniat. Quod quidem minimè dubitaretur, ſi puncta cõtactuum ſtationes eſſent. Nam dum centrum epicycli cuiuſuis planetæ (excepto Mercurio) oppoſito augis æquãtis eccẽtriciúe vicinius eſt, terris magis appropinquat. Ponamus igitur centrum epicycli diſtare à centro mundi a, interuallo a b, in ſitu diſtantiore punctum ſtationis primæ d, & oppoſitum augis epicycli c: in ſitu verò propinquiore eiuſdem epicycli centrum diſtare ab ipſo mundi centro interuallo a e, punctum ſtationis primæ f, & oppoſitum augis g. Dico, quòd minor eſt arcus f g, dimidiæ retrogradationis in ſitu propinquiore, quàm arcus d c, qui ſimiliter continet dimidium retrogradationis, ſed in ſitu diſtantiore. Nam quoniam rectæ lineæ a d & a f, circulos ipſos epicycli contingunt per hypotheſim: anguli igitur a d b, & a f c, recti erunt: maior autem ſupponitur a b ipſa a e: maius igitur erit quadratum rectæ a b quàm a e. Concludes itaque per 47. propoſitionem primi, duo quadrata ex a d, & b d, maiora eſſe duobus quadratis ex a f, & f e: quadratum porrò ex b d, quadrato ex e f, æquum eſt: quadratum igitur ex a d, quadrato ex a f, maius erit: & propterea recta ipſa a d recta a f, maior etiam erit. Abſcindemus itaque ex a d maiori rectam lineam d K rectæ a f, æqualem per 2. primi, & cõnectatur b K, quæ circulum ſecet in i. Per 4. igitur propoſitionem ipſius primi libri concludemus angulos trianguli b d K, angulis trianguli e a f, æquales eſſe, eos videlicet qui ſub æqualibus lateribus ſubtendũtur. Angulus idcirco d b K angulo a e f, æqualis erit: & propterea arcus d i & f g, æquales erunt. Atqui minor eſt d i quàm d c: minor igitur erit f g eodem d c.

Quapropter in ſitu propinquiore ſtationum puncta viciniora ſunt oppoſito augis veræ, quàm in ſitu remotiore ſuppoſito, quòd ſtationes planetarum fiant in punctis contactuum.

Sed diſtantiæ à centro mundi ſint æquales: ipſi verò epicycli ponantur inæquales: puncta idcirco ſtationum in maiori epicyclo viciniora erunt oppoſito augis veræ, quàm in minore. Centrum enim vtriuſq; epicycli poſitũ intelligatur in b, vt eadem ſit diſtantia ab ipſo a, mundi centro, oppoſitum augis in minori ſit c, & alterum punctum contactus vbi ſupponitur ſtationẽ fieri ſit d, oppoſitũ augis in maiori ſit e, & alterũ punctũ ſtationis in quo fit cõtactus ſit f. Recta igitur linea a f, epicyclũ maiorẽ contingens cadere nõ poteſt inter a b & a d, ne accidat impoſsibile contra vltimã cõmunẽ ſententiam, duas rectas lineas ſuperficiem nõ concludere, nec in rectum extendi poteſt cum eadem a d: recti enim ſunt duo anguli qui ad d, & f fiunt, ex concurſu linearum contingentiũ cum ſemidiametris ipſorum epicyclorũ: qua-

re ſi recta a f, vnà eſſet cum a d: tres igitur anguli interiores trianguli a b f, minores eſſent tribus interioribus trianguli a b d: quod rurſus eſt impoſsibile.

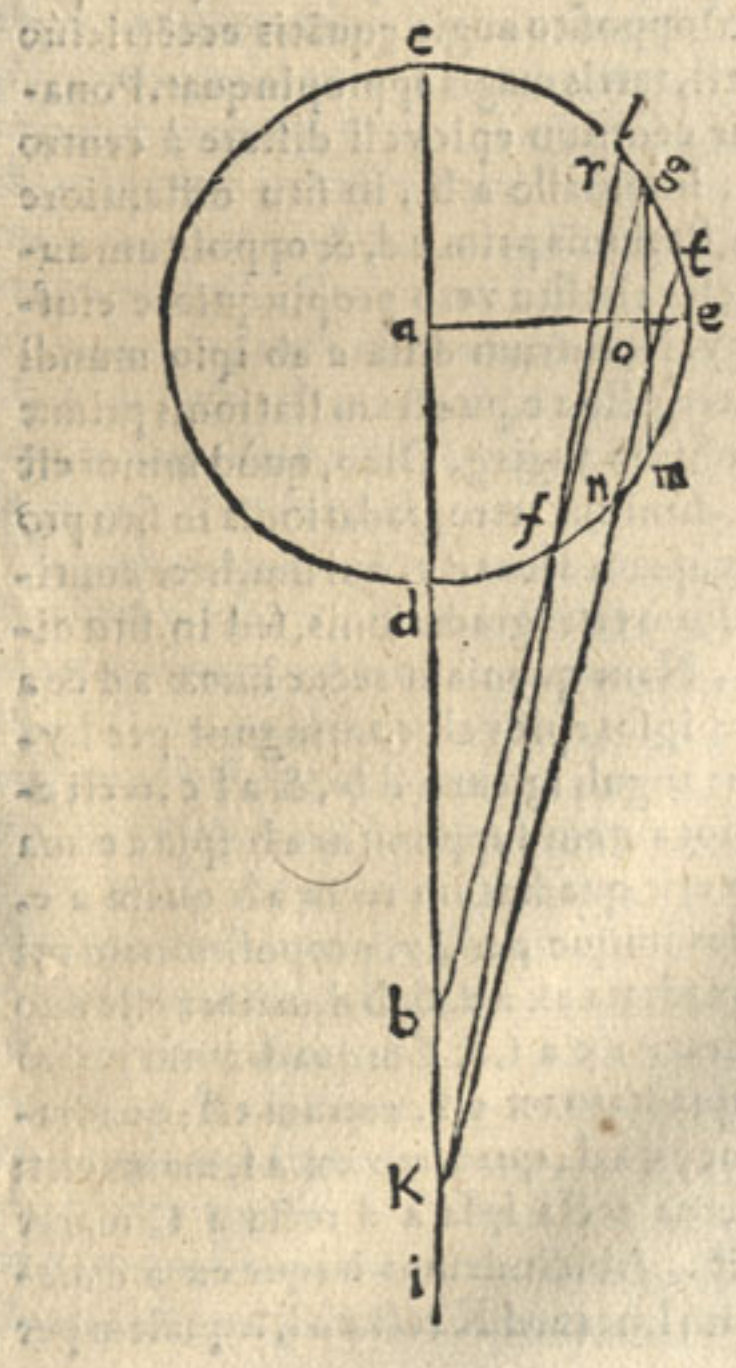
Et propterea recta ipſa linea a f, extra a d cadit, angulumq; efficit b a f, maiorem angulo b a d. Ex quo fit vt angulus qui relinquitur a b f, minor euadat quàm a b d. Recta porrò linea b d, producatur vſq; ad maioris epicycli circumferentiam in puncto g: duo igitur arcus c d & e g, in æqualibus circulis eidem acuto angulo ſubtenduntur e b g. Sicut autem ipſe angulus e b g, ad rectum angulum, ſic arcus c d & e g, ad ſuorum circulorum quadrantes, per vltimam ſexti: ipſi igitur arcus c d & e g, ſimiles proportionales ue erunt: & proinde arcus e f,



minor erit quàm is qui in ſuo circulo proportionalis eſt arcui c d, minoris epicycli: & propterea punctum ſtationis maioris epicycli vicinius eſt oppoſito augis veræ, quàm pũctum ſtationis minoris epicycli, quod erat oſtendendũ.

Annotatio tertia.

TErtia cauſa, quam aſsignãt maioris vicinitatis pũctorum ſtationũ ob tarditatẽ motus argumenti, nihil efficere poterit, vbi eccentricus intelligatur quieſcere, quia puncta contactuũ eadem erunt, ſiue velox, ſiue tardus ſit argumenti motus, dummodo cætera ponantur paria. Et id circo quia puncta ſtationum viciniora ſunt oppoſito augis epicycli quàm ipſa puncta contactuũ, inquirendum igitur eſt à nobis, ſit ne verũ in vniuerſum quod a nonnullis aſſertum eſt de triplici cauſa variationis punctorum ſtationis. Et in primis oſtendemus, quòd non propterea, quòd centrũ epicycli propinquius eſt centro mundi, ſtationum idcirco puncta viciniora erunt oppoſito augis veræ epicycli. Sit enim a, centrum epicycli b, centrum mundi, a b breuiſsima diſtantia centri epicycli à centro múdi, c aux vera epicycli, d oppoſitum augis: recta aũt a e, perpendicularis ſit in c d: & erit idcirco pũctum e, in medio ſemicirculi inter c & d. A cẽtro mundi b ad g, contingens punctum inter c & e, recta ducatur linea b g, quæ inferiorẽ quadrantem ſecet in f. Igitur b f, maior erit quàm b d. Sed f g minor quàm c d, per 8. tertij: & propterea maiorem rationẽ habebit b f, ad dimidiũ f g, quàm b d ad d a, per 8. quinti & 31. quæ addita eſt a Campano. Per 12. verò propoſitionem 6. libri Euclid. recta linea inueniatur i d, quæ ad d a, eam habeat rationem, quam b f, ad dimidium f g: & quia ipſa b f, ad dimidium f



g maiorem rationem habere oſtenſum eſt, quã b d ad d a, maiorem igitur rationem habebit i d ad d a quàm b d, ad eandem d a, per 13. quinti: & propterea i d, maior erit ipſa b d, per 10. ipſius quinti libri. In recta itaque linea c b, in rectum producta ſumatur K d, minor quàm i d, ſed maior quàm b d: minorem igitur rationem habebit K d ad d a, quàm i d ad d a: & proinde k d ad d a, minorem rationem habebit quàm b f, ad dimidium f g. Tunc verò ponatur k, centrum mundi, quando centrum epicycli quàm longiſsimè diſtat à terris, & motum planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli eam habere rationem ſubijciamus, quam habet b f, ad dimidium f g. Planeta igitur in d, ſiue centrum epicycli centro mundi ſit vicinisimum, ſiue ab eo ſit diſtantiſsimum, dummodo eadem proportio motuum ſeruetur, retrogradus erit. Quando verò vicinisimum fuerit, ſi planeta peruenerit ad f, in puncto erit ſtationis: eam enim poſuimus motuum proportionem quam habet b f, ad dimidium f g. Oſtendemus autem quòd quando cẽtrum epicycli à centro mundi diſtiterit interuallo a K, punctum ſtationis propinquius erit oppoſito augis veræ quàm f. Nam ſtationis pũctum non erit ipſum f. Si enim eſt: recta igitur linea connectatur k f, quæ in rectum producta circumferẽtiam epicycli attingat in pũcto l, inter c & g: & erit idcirco ſicut k f, ad dimidium f l, ſic motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli: at ſicut b f, ad dimidiũ f g, ſic etiam motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli per hypotheſim: igitur ſicut k f, ad dimidium f l, ſic b f, ad dimidium f g per 11. quinti: ſicut autem dimidium f l, ad totam f l, ſic dimidium f g, ad totam f g: igitur ſicut K f, ad totam f l, ſic b f, ad totam f g, per 22. propoſitionem quinti. Connectatur autẽ recta g l, & quia duo contrapoſiti anguli b f K & g f l, æquales ſunt: duo idcirco triangula f K b, & f g l, æquiangula erunt, & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur per 6. ſexti libri, & ideo angulus b K f angulo g l f, æqualis erit.

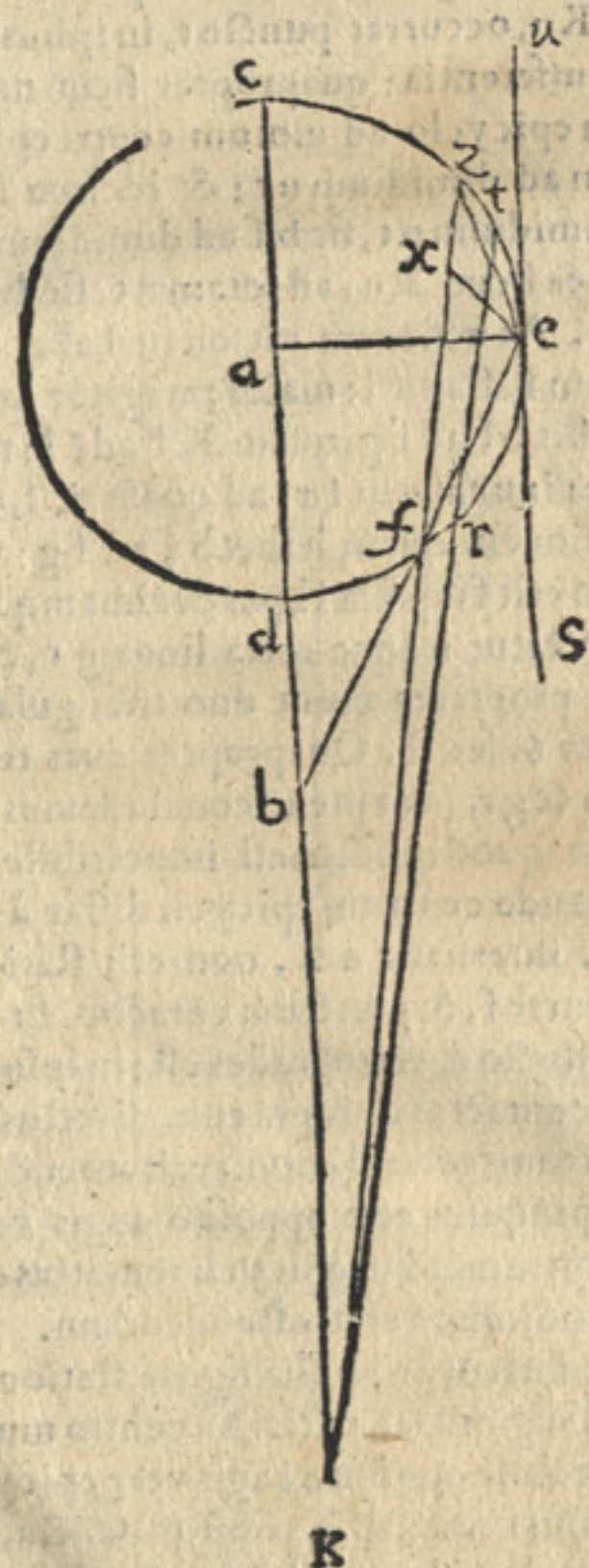
In duas itaq; rectas lineas b k & g l, recta incidens linea k f l, alternos angulos æquales efficit b K l & g l K: & propterea parallelæ erũt ipſæ rectæ lineæ b k & g l, per 27. propoſitionem primi. Deducatur autem à puncto g ſuper a c, perpendicularis recta linea g o, per 12. primi: quæ quidem in rectum producta inferiori quadranti d e, occurrat in m: recta igitur linea c d ſiue b K, parallela erit ipſi g m, per 28. primi. Atqui g l & b K, parallelæ oſtenſæ ſunt: duæ igitur g m & g l, parallelæ erunt per 30. propoſitionem ipſius primi libri: quod quidem eſt impoſsibile. Concurrunt enim in puncto g, in quo angulum efficiunt l g m. Nam tria puncta l g & m, in circuli circumferentia exiſtunt, non in vna recta linea. Quando itaque centrum epicycli à centro mundi diſtiterit interuallo a k, ſtationis punctum non erit f. Eadem arte oſtendemus, quòd non ſit ſtationis punctum inter f, & illud punctum, in quo recta linea à puncto K ducta, epicyclum tangit.

Nam ſi eſt: ſit igitur n ſtationis punctum, & producta K n, occurrat puncto t, in ipſius circuli circumferentia: quapropter ſicut motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, ſic K n ad dimidium n t: & idcirco ſicut k n, ad dimidium n t, ſic b f ad dimidium f g: & propterea ſicut K n, ad totam n t, ſic b f ad totam f g. At maiorem rationem habet K n ad n t, quam K f ad f l: maiorem igitur rationem habebit b f ad f g, quàm K f ad f l: recta igitur linea inueniatur f r, ad quam k f, eam habeat rationem, quam habet b f ad f g: minor idcirco erit f r quàm f l, per decimam quinti. Connectatur itaque recta linea g r, & æquiangula propterea erunt duo triangula b f k, g f r, per 6. ſexti. Quapropter duas rectas lineas g m & g r, (vt antea) concludemus parallelas eſſe: quod quidem eſt impoſsibile. Et idcirco quando centrum epicycli diſtat à centro mundi interuallo a K, non erit ſtationis punctum inrer f, & punctum cõtactus. Et quoniam in puncto d, retrogradus eſt: in ipſo verò puncto contactus & ſupra eum directus incedit: punctum igitur ſtationis erit inter d & f: quare propinquius erit oppoſito augis veræ, quando centrum ipſius epicycli remotius eſt à centro mundi, quod erat oſtendendum.

Et oſtendemus rurſus, in alia figura ſtationum puncta in longioribus diſtãtijs à centro mundi ꝓpinquiora eſſe oppoſito augis verę epicycli. In recta enim linea c d, in rectũ producta, & à cõtingẽte in ea pũcto b, recta ducatur b e ad e, punctũ in medio ſemicirculi inferiorẽ quadrãtem ſecãs in f. Maiorẽ igitur rationẽ habebit b f, ad dimidium f e, quàm b d ad d a. Suſcipiatur autem aliquanto infra b, punctũ k, arte ſuperiꝰ dicta, ſic vt minorem adhuc rationem habeat

K d ad d a, quàm b f ad dimidium f e, & ponatur b centrum mundi, a cẽtrum epicycli in oppositio augis, siue in breuissima distantia à centro mundi. Tanta verò subijciatur tarditas motus centri epicycli. & tanta velocitas planetæ in epicyclo, vt b f ad dimidium f e, & motꝰ planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli eãdem habeant rationem. Igitur quando centrũ epicycli à centro mundi distiterit interuallo a b planeta in d, retrogradus erit, & in f stationarius.

Rursus quando centrum epicycli à centro mundi distiterit interuallo a K, planeta ipse in d retrogradus erit, at in f non erit stationarius, si eadem motuum proportio seruata fuerit. Nã

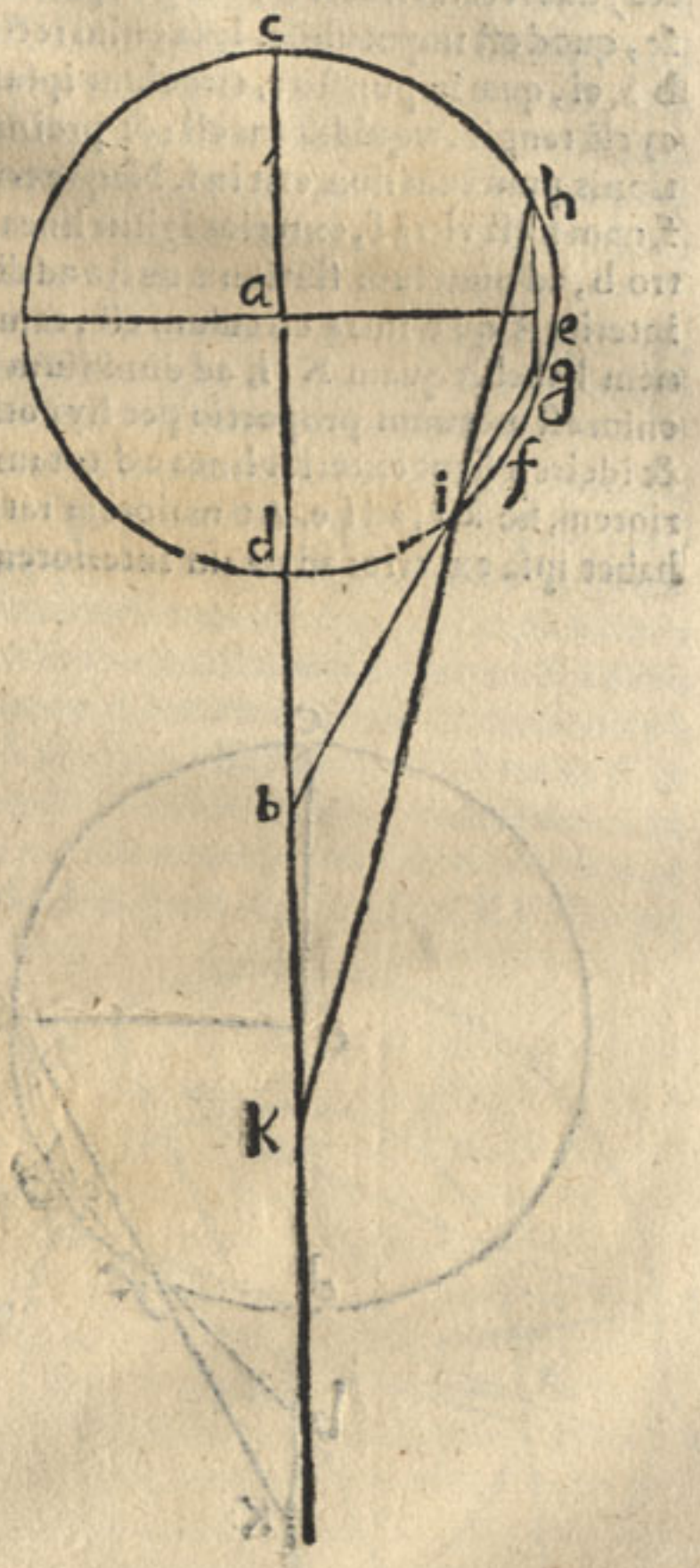


si in f, stationarius est: ducatur igitur per K & f, recta linea K f, quæ quadranti superiori occurrat in z, & connectatur e z. Igitur sicut b f, ad dimidium f e, sic K f ad dimidium f z: quapropter sicut b f ad totam f e, sic K f, ad totam f z. Duo itaq; triangula b f k, & e f z, æquiangula erunt per 6. sexti, & angulus f z e, coalterno b K f, æqualis erit: & idcirco a K & e z, rectæ lineæ parallelæ erunt. Tangat autem recta linea S u, circulum ipsum epicycli in e: angulꝰ igitur a e u, rectus erit, at verò rectus etiam est c a e: igitur parallelæ sunt a K & S u: & propterea duæ rectæ lineæ e z & S u, quæ angulum faciũt in e, parallelæ erunt per 30. propositionem primi quod est impossibile: & idcirco stationariꝰ non erit in f. Nec erit in aliquo puncto inter f & e. Nam si est, sit in r, & connectatur k r, quæ in rectum producatur vsq; ad t, in epicycli circumferentia. Igitur sicut k r, ad dimidium r t, sic motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli: & idcirco sicut k r, ad dimidium r t, sic b f ad dimidium f e, & vt K r ad totam r t, sic b f ad totam f e, atqui maiorem rationem habet k r ad r t, quàm k f ad f z: igitur maiorẽ rationem habebit b f ad f e, quàm k f ad f z, habeat itaq; K f ad f x, minorem ipsa f z, eam rationem quàm b f habet ad f e & connectatur e x: duo igitur triangula b f K, & f e x, æquiangula erunt, & duas rectas lineas a K & e x, (vt antea) parallelas esse concludes: & proinde parallelas esse e x & S u, quæ in puncto e, angulũ efficiunt u e x: quod quidem est impossibile. Et propterea non erit ipse planeta stationarius inter f & e, sed inter d & f: & idcirco stationũ puncta in longioribus distantijs à centro mundi oppositio augis epicycli viciniora erũt, quod demonstrandum erat.

Fortasse quispiam suspicabitur, idcirco in maioribus distãtijs stationum puncta viciniora ostensa esse oppositio augis epicycli: propterea quod proportio motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli proportionem K d, ad d a, minori differentia superat, quam sit ea, qua eam proportionem superat, quæ est b d, ad d a. Maiorem enim proportionem habet K d, ad d a quàm b d ad d a. Et quoniam ductis rectis lineis à centro mundi ipsum epicyclum secantibus, proportiones linearum exteriorum ad dimidias partes interiorum perpetuo augẽtur à pũcto d, vsq; ad lineas cõtingentes: citius igitur in longioribus distantijs proportio exterioris lineæ ad dimidium interioris, illi proportioni æquabitur, quam motus planetæ in epicyclo seruat ad motum centri epicycli. In maiore itaque distantia epicycli à centro mundi citius quam in minore, idem planeta à puncto d, dimidiæ retrogradationis, ad punctum stationis

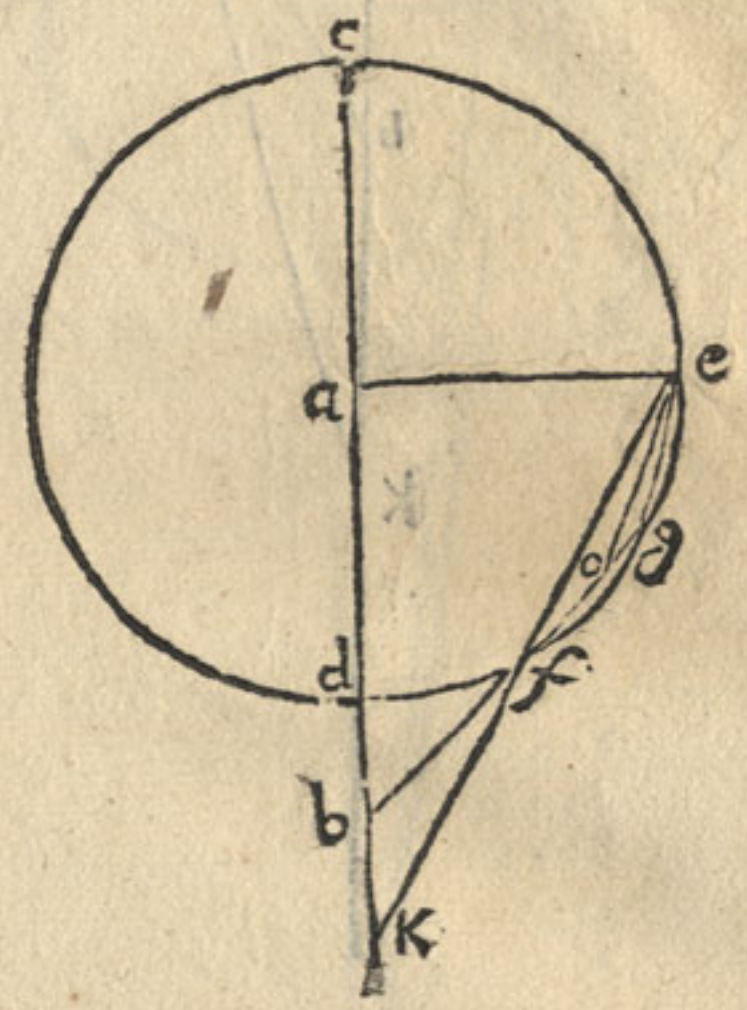
tionis perueniet: & proinde in longioribus distantijs stationum puncta viciniora erunt opposito augis veræ. Hæc tamen ratio fallax est. Nam talis esse poterit motuum proportio: similiter & distantiarum, vt non citius planeta ad punctum stationis veniat in maiore distantia centri epicycli à centro mundi, quàm in minore: quinimò idem sit stationis pũctum, siue sit terris viciniſsimum, siue distantiſsimum. Esto enim centrum mundi b, quando centrum epicycli terris viciniſsimum est, punctum f sit, in quo recta linea ab ipso centro mundi veniens epicyclum tangit, & à puncto g inter f, & punctum e, quod est in medio semicirculi, recta linea ducatur g h, rectæ a b parallela, quadrantẽ superiorem in h secans, rectaq; linea b g connectatur, quæ inferiorem quadrãtem ipsius circuli epicycli in i secet: recta etiam linea connectatur h i, quæ in rectum producta concurrat cum recta a b in K. Et proportio motus planetæ in epicyclo ad modum centri epicycli ea subijciatur, quam habet b i ad dimidium g i. Planeta igitur in d centro mundi viciniſsimus retrogradus erit: in i verò stationarius. Centrũ autem mundi sit k, quando centrum epicycli à terris remotiſsimum est: & eadem proportio motuum seruetur.

Dico, quòd planeta retrogradus erit in d, & stationarius rursus in i. Nam quoniam g h & b k, parallelæ sunt: duo igitur anguli coalterni g h i, & b K i, æquales erunt: angulus verò g i h, contraposito b i K æqualis est: reliquus igitur angulus K b i, trianguli b k i, reliquo angulo i g h, trianguli i h g, æqualis erit per 32. primi & communem sententiam: & idcirco latera habebunt proportionalia ipsa triãgula per 4. sexti, sicut b i, ad i g, sic K i, ad i h. Atqui sicut i g ad sui dimidium, sic i h ad sui dimidium: igitur sicut b i, ad dimidium i g, sic K i, ad dimidium i h, per æquam proportionem. Et quoniam eam supposuimus motuum proportionẽ, quam habet b i, ad dimidium i g: igitur sicut motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli: sic k i, ad dimidium i h. Et propterea ipse planeta stationarius erit in ipso i puncto, quando centrũ epicycli à centro mundi quàm longiſsimè distat, quod etiam contingebat in eodem puncto, quando ipsius epicycli centrũ terris viciniſsimum erat. Retrogradus similiter erit in d: quoniam maiorem proportionem habet k i, ad dimidium i h, quam K d, ad d a: & propterea maiorem proportionem necesse est habere motum planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, quam K d, ad d a: ex quo concluditur in ipso puncto d, retrogradum esse. Simili arte ostendi potest, quòd talis poterit esse motuum proportio, vt in situ propinquiore stationum puncta viciniora sint opposito augis veræ, quàm in situ remotiore. Esto enim



punctum K, centrum mundi, quando à centrò epicycli a distantiſsimum est, & ab ipso pũcto K, ducatur ad punctum e, quod est in medio semicirculi recta linea k e, epicycli circulum secans in f, & ea subijciatur motuum proportio, quam habet K f, ad dimidium f e. Planeta igitur in f, stationarius erit: retrogradus autem in d. Esto autem centrum mundi b, quando centrum epicycli terris viciniſsimum est, & connectatur recta linea b f, quæ in rectum producta

cta circuli circumferentiam attingat in g, & connectatur e g: planeta igitur seruata eadem motuum proportione, retrogradus erit in d: at stationarius non erit in f. Nam si est: erit igitur sicut K f, ad dimidium f e: sic b f, ad dimidium f g, & sicut K f, ad totam f e, sic b f, ad totam f g: & propterea concludemus (vt antea) duas rectas lineas b K & g e, parallelas esse, quod est impossibile. Ipsa enim recta linea b k ei, quæ in puncto e, circulum ipsum epicycli tangit, æquidistans est: & proinde stationis punctum non erit in f. Neque erit vltra f, nam si est vltra f, exterior igitur linea à centro b, ad punctum stationis ducta ad dimidiũ interioris quæ intra circulum est, eam rationem habebit quam K f, ad dimidium f e: ea enim est motuum proportio per hypothesim, & idcirco sicut exterior linea ad totam interiorem, sic k f, ad f e. At maiorem rationem habet ipsa exterior ad totam interiorem, quæ

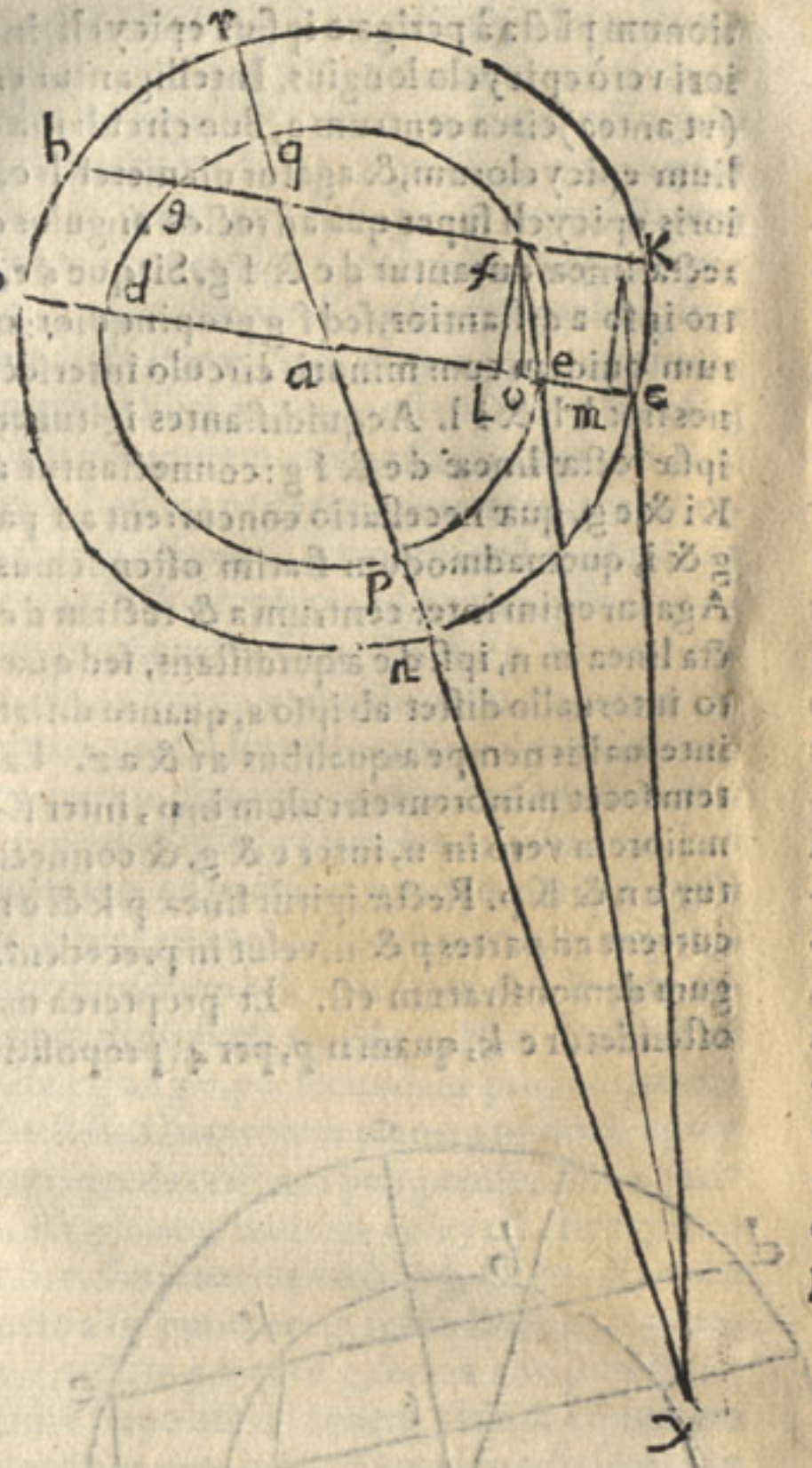


in puncto vltra f epicyclum secat, quam b f, ad f g: maiorem igitur rationem habebit K f, ad f e, quam b f, ad f g. Habeat autem b f ad f o minorem ipsa f g, eam rationem quam seruat K f ad f e, & connectatur e o: duo idcirco triangula b f k, & e o f, ostendemus (vt antea) æquiangula esse per 6. sexti, angulosque

coalternos b K f, & f e o, æquales esse concludemus: propterea duas rectas b k & e o parallelas esse, quod est impossibile. Et quia planeta retrogradus est in d, maiore existente motuum proportione, quam b d ad d a: stationarius autem esse non potest in f, neque in aliquo alio puncto inter f, & illud punctum in quo recta linea à puncto b, ducta epicyclum tangit: stationarius igitur erit inter d & f, & proinde stationum puncta viciniora erunt opposito augis veræ in situ viciniore, quam in remotiore.

Ex quibus palàm est, quòd maior vicinitas punctorum stationum non prouenit ex solo situ, aut propinquiore centro mundi, aut distantiore. Sed neque maior quantitas epicycli causa est, vt stationum puncta viciniora sint opposito augis veræ, si cætera ponantur paria. Intelligantur enim duo epicycli circa centrũ a, & maioris diameter sit b c, minoris verò d e, ipsi autem b c, in vnius atque eiusdem maximi circuli plano parallelus agatur h k, minorem secans epicyclum in punctis f & g, & cõnectantur rectæ lineæ e f, & c k, quas quidem in rectum producemus, donec concurrant, sitque punctum, in quo concurrunt y: concurrere enim necesse est ad partes e & c.
Nam à punctis f & K, rectis lineis deductis f l & K m, ad rectos angulos super b c, maior erit l e in minori circulo, quàm m c in maiori.
Quod enim fit ex b m, in m c, ei quod ex k m, in se ipsam fit, æquum est. Item quod fit ex d l, in l e, ei quod ex f l, in se ipsam fit, æquum est per 3. & 35. tertij. At æquales sunt f l, & K m: quoniam f m parallelogramum est: quod igitur fit ex b m, in m c, ei quod ex d l, in l e æquum erit. Maior est autem b m, quàm d l: minor igitur erit m c, ipsa l e. Aequalis porrò auferatur l o, & connectatur f o. Angulus itaque l f o, angulo m K c, æqualis erit in duobus rectangulis triangulis f l o, & k m c, per 4. propositionem primi libri Euclidis: & proinde angulus l f e, ipso m K c, maior erit per communem sententiam. Et quoniam duo anguli l f k, & m K f, parallelogrammi f m recti sunt: angulo igitur l f e, detracto ab angulo l f K, angulo verò m c K, addito ipsi m K f: duo idcirco anguli e f K, & c K f, quorum vnus acutus est, & alter obtusus duobus rectis minores relinquentur, concurrent igitur ipsæ f e, & K c, rectæ lineæ

ad

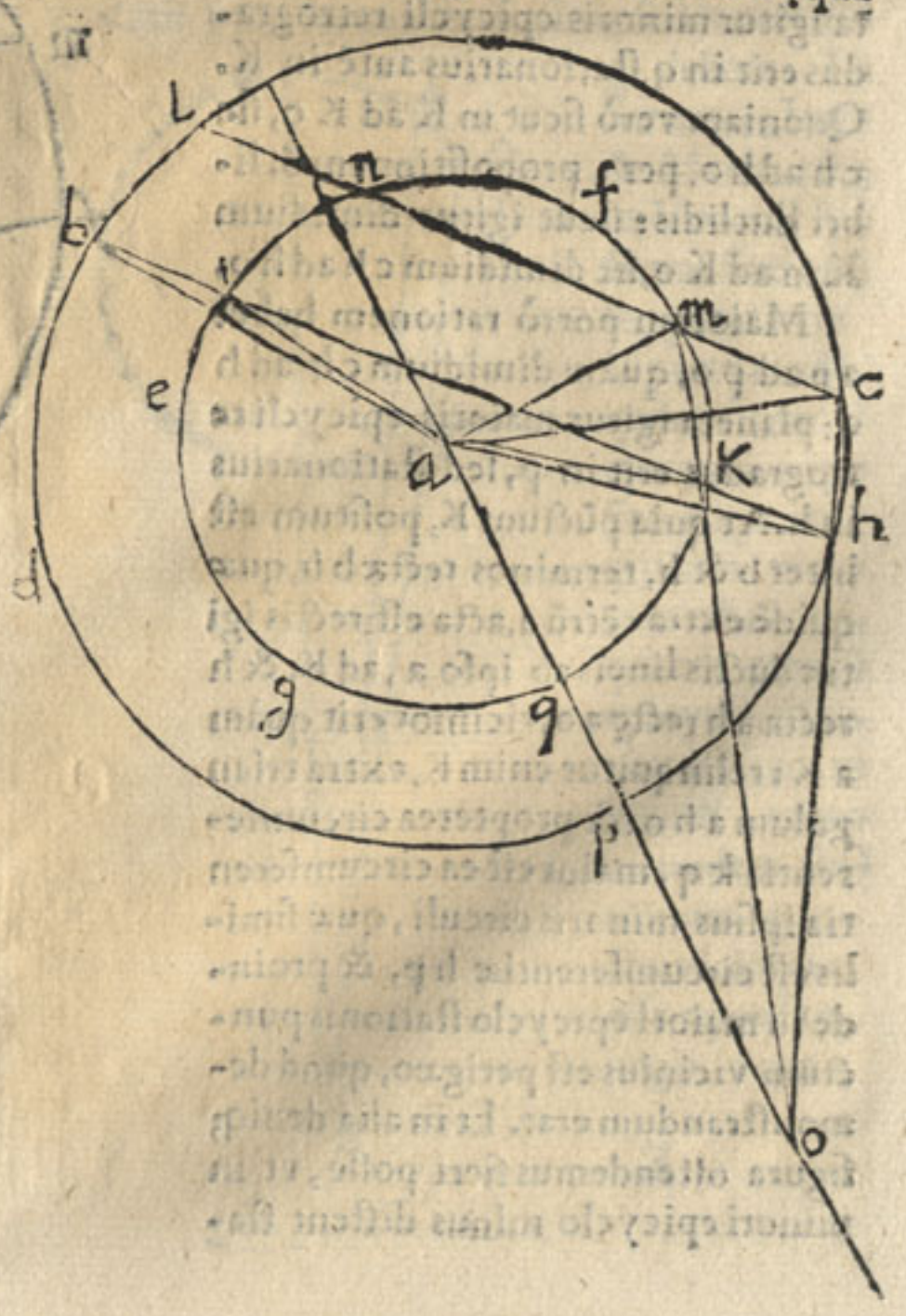


ad partes e, & c. Connectatur autem a y, quæ in rectum producatur vsque ad r, in maioris circuli circumferentia, huic verò oppositum punctum sit n, & eiusdem rectæ lineæ cum minori epicyclo inter sectiones sint p & q, & subijciatur y centrum mũdi, planetas verò in ipsis epicyclis eosdem omnino motus habere, & maiorẽ esse rationem motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, quàm rectæ y p ad a p: & proinde multò maiorem quàm y n, ad a n. Sit aũt minoris epicycli planeta stationari⁹ in e, dico quod planeta maioris epicycli stationarius erit in c. Quoniã enim planeta minoris stationarius est in e: eandem igitur rationẽ habebunt motus planetæ in epicyclo ad motũ cẽtri epicycli, & recta y e, ad dimidiũ rectæ e f. Sicut aũt y e, ad totã e f, sic y c ad c k, propterea quod e c & f k æquidistãtes sunt: igitur sicut y e, ad dimidium e f, sic y c, ad dimidiũ rectæ c k: & idcirco sicut y c, ad dimidiũ c k, sic motus planetæ in epicyclo maiori ad motũ cẽtri epicycli.

Et proinde planeta maioris epicycli stationarius erit in c. At circũferẽtiæ e p, & c n proportionales sunt, eidem enim angulo subtenduntur n a c, quapropter e & c, stationũ puncta in ipsis epicyclis, punctis p & n, pariter appropinquant. Non igitur quanto epicyclus maior fuerit (si cætera ponantur paria) tãto propinquiora erunt stationum puncta opposito augis veræ epicycli, & proinde causa non est maioris vicinitatis punctorum stationis. Quod autem vnũ epicyclum intra alterum inclusimus, nostram hanc demõstrationem impedire minimè poterit. Separati enim intelligantur: eisdem tamen motibus moueri.

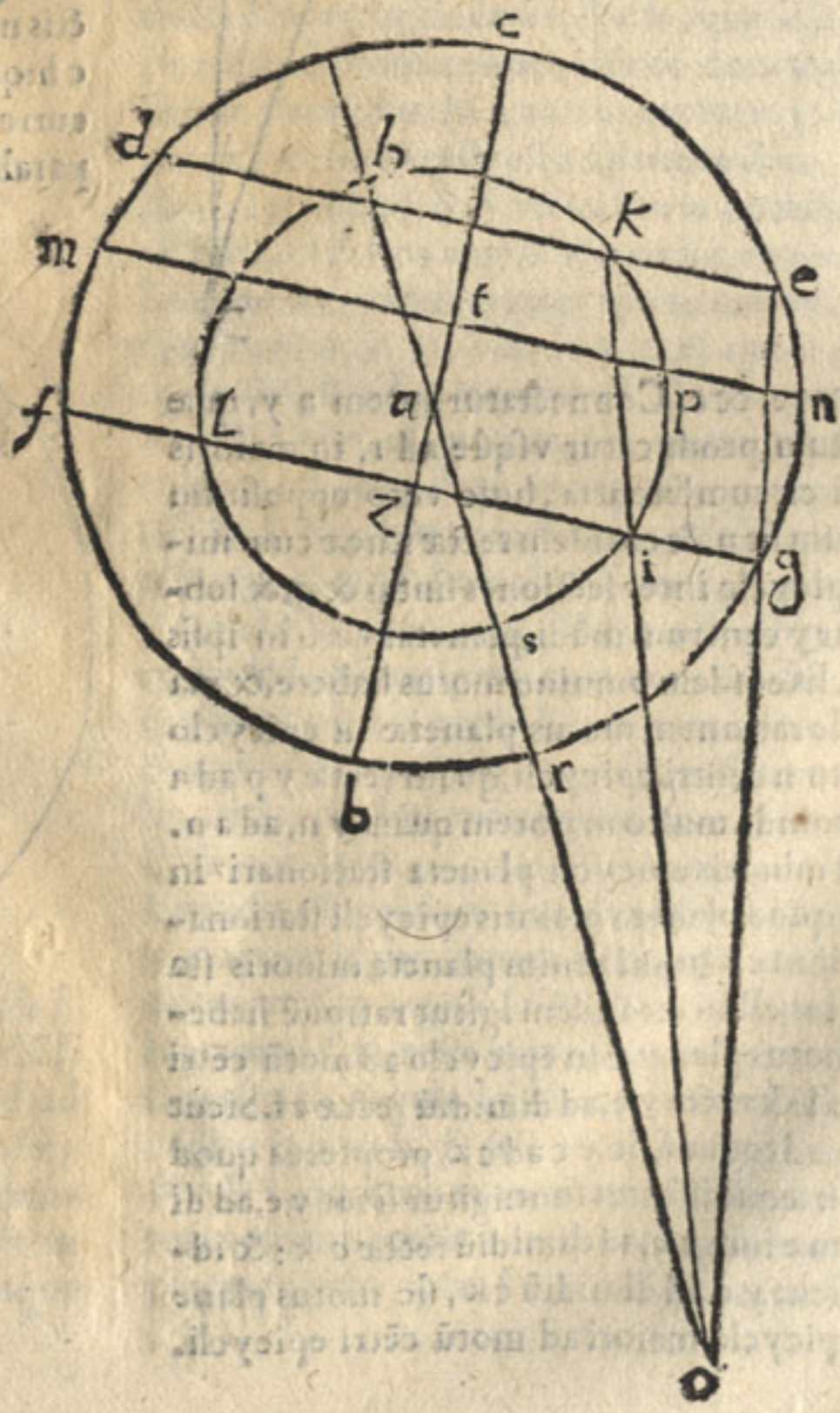
Et ostendemus in alia figura, quod in maiori epicyclo stationum pũcta viciniora esse possint perigæo epicycli, quàm in minori.

Sint enim circa cẽtrum a duo circuli descripti b c d & e f g, inæqualium epicyclorum, & præter ipsum centrum recta agatur linea b h, minorem circulum secans in i & K, cui æquidistans ducatur linea c l, distantior à centro, & ad eandem partem, minorem q; circulum secans in pũctis m & n, rectæ q; lineæ connectantur m K & c h: quas quidem si in rectum producamus, concurrere necesse est ad partes h & K. Nã si sunt parallelæ: duo igitur anguli i K m, & b h c, qua



les erunt, exterior atque interior: rectæ autem lineæ cõnectantur a i, a b, a c, & a m: duplex igitur erit angulus i a m, anguli i K m, duplex etiã angulus b a c, anguli b h c per 20. propositionẽ 3. libri Euclidis, & propterea angulus i a m, æqualis erit angulo b a c, pars toti: quod est impossibile. Sed neque concurrunt ad partes c & m. Nam si ad eas partes concurrunt: angulus igitur i k m exterior trianguli maior erit interiore & opposito K h c, seu b h c. Quapropter angulus i a m, qui anguli i K m, duplex est, maior erit angulo b a c, duplo videlicet anguli b h c: pars igitur suo toto maior, quod rursus est impossibile, & hac etiam arte ostendere poteris in præcedenti figura concursum duarum rectarum e f & c K. Concurrent igitur ipsæ rectæ lineæ m K & c h, ad partes h & K. Sit autem eaxundem concursus in o, rectaq; connectatur linea a o, proximas epicyclorum circumferentias secans in p & q. Et intelligamus ipsos epicyclos eo pacto moueri, vt in vtroque eorum motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo eam semper rationem seruet, quam dimidium rectæ K m, habet ad rectam k o. Et quoniam maiorem rationẽ habet a q, ad q o, quàm dimidium rectæ k m, ad K o: planeta igitur minoris epicycli retrogradus erit in q, stationarius autẽ in K. Quoniam verò sicut m K ad K o, sic c h ad h o, per 3 propositionem 6. libri Euclidis: sicut igitur dimidium K m ad K o, sic dimidium c h ad h o.

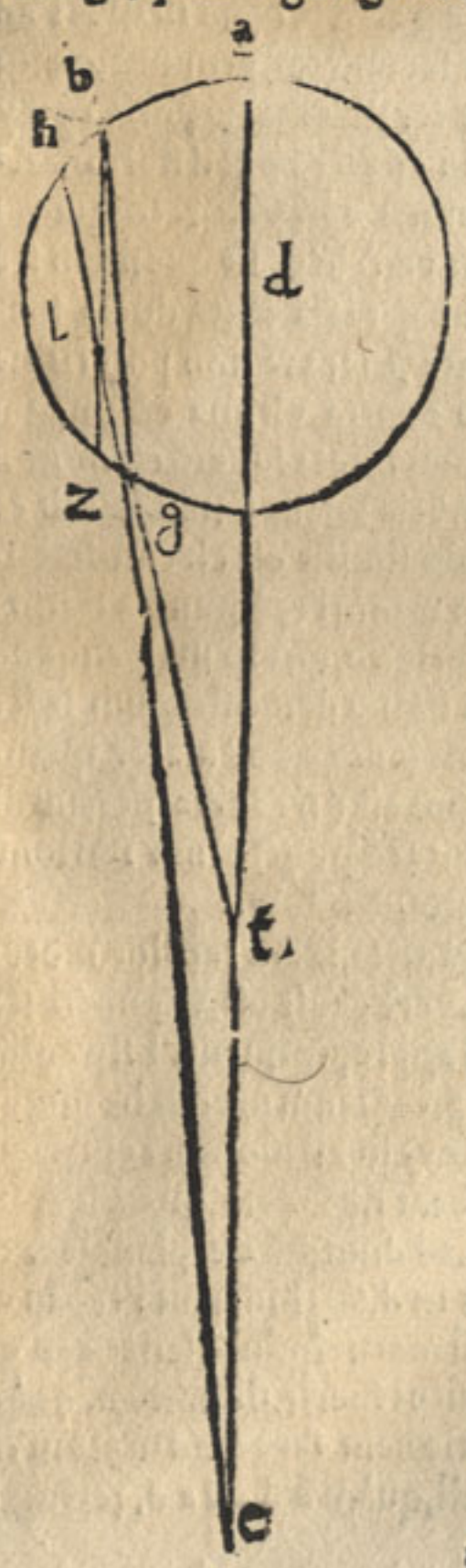
Maiorem porrò rationem habet a p ad p o, quàm dimidium c h ad h o: planeta igitur maioris epicycli retrogradus erit in p, sed stationarius in h. At quia pũctum K, positum est inter b & h, terminos rectæ b h, quæ quidẽ extra cẽtrũ a, acta est: rectis igitur ductis lineis ab ipso a, ad K, & h recta a h rectę a o, vicinior erit quàm a K: relinquitur enim K, extra triangulum a h o: & propterea circumferentia k q, maior est ea circumferentia ipsius minoris circuli, quæ similis est circumferentiæ h p, & proinde in maiori epicyclo stationis punctum vicinius est perigæo, quod demonstrandum erat. Et in alia deniq; figura ostendemus fieri posse, vt in minori epicyclo minus distent stationum pũcta à perigæo ipsius epicycli, in maiori verò epicyclo longius. Intelligantur enim (vt antea) circa centrum a, duo circuli inæqualium epicyclorum, & agatur diameter b c, maioris epicycli super quã ad rectos angulos duæ rectæ lineæ ducantur d e & f g. Sitque d e, à cẽtro ipso a distantior, sed f g propinquior: quarum quidem cum minori circulo intersectiones sint k h & i l. Aequidistantes igitur erunt ipsæ rectæ lineæ d e & f g: connectantur autẽ K i & e g, quæ necessario concurrent ad partes g & i, quemadmodum statim ostendemus. Agatur enim inter centrum a & rectam d e, recta linea m n, ipsi d e æquidistans, sed quæ tanto interuallo distet ab ipso a, quanto distat f g, interuallis nempe æqualibus a t & a z. Ea autem secet minorem circulum in p, inter K & i, maiorem verò in n, inter e & g, & connectantur e n & K p. Rectæ igitur lineæ p k & e n, cõcurrent ad partes p & n, velut in precedenti figura demonstratum est. Et propterea maior ostendetur e k, quam n p, per 4. propositionẽ



6. Euclid. at verò ipsa n p, rectæ g i, æqualis est: quod quidem per communem sententiam cõcludes. ex æqualibus enim t n & g z relinquũtur, detractis t p & z i æqualibus: quapropter recta e K, maior erit ipsa g i. at æquidistantes sunt: concurrent igitur rectæ k i & e g, ad partes g & i. Si enim parallelæ sunt: æquales igitur erunt rectæ lineæ e k & g i, per 34. propositionem primi libri, at maior ostensa est e k, ipsa g i. Cõcurrere autem non possunt ad partes K & e. nam si ad eas partes concurrerent, maior esset g i ipsa e K, per 4. propositionẽ 6. at minor ostensa est, & propterea ad partes g & i, concurrunt ipsæ rectæ lineæ K i & e g. Sit autẽ earum concursus in o puncto, à quo quidem ad centrum a, recta linea ducatur o a, proximas epicyclorum circumferentias secans in r & s. Et ponemus ipsos epicyclos eisdem motibus moueri atq; eo pacto, vt motus centri epicycli eam habeat rationẽ ad motũ planetæ in epicy. quàm dimidium k i, ad rectam i o, & propterea sicut dimidium e g ad g o. Nam sicut K i ad i o, ita e g ad g o, per secundam propositionem 6. Euclidis. Quapropter planeta minoris epicycli retrogradus erit in s perigæo, sed stationarius in i. At planeta maioris epicycli retrogradus erit in r, stationarius verò in g. Et quoniam si à puncto a in punctum g, recta linea ducta fuerit a g, rectam g z, ante g, secare non poterit, ne accidat impossibile contra vltimã cõmunem sententiam, duas rectas lineas superficiem non concludere: circũferẽtia igitur si minor erit ea quæ in eodem circulo similis est circumferentiæ g r, & proinde in minori epi. puncta stationũ viciniora sunt perigæo, quã in maiori: quod quidem in præsenti figura demõstrãdum suscepimus. Ex quibus cõcludes, quod maior quantitas epicycli causa nõ est (si cætera ponantur paria) maioris vicinitatis punctorum stationũ quod erat à nobis ostendendum.

Tarditas motus argumẽti, ideſt, tardior motus planetæ in epicycl. verè causa est, vt puncta stationũ magis inuicẽ appropinquent. Esto enim centrum epicycli a, centrum mundi b: motus verò planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli maiorem habeat rationem, quam b d, ad d a. Sed sit sicut b c, ad dimidiũ c e: planeta igitur retrogradus erit in d, stationarius verò in c. Dico itaq;, quod si motus ipsius planetæ in epicyclo tardior positus fuerit, sic tamen, quòd maiorem adhuc rationem seruet ad motum cẽtri eiusdem epicycli, quàm b d ad a d, retrogradus etiam erit in d, sed stationis punctum erit inter c & d, atq; eo modo propinquius fiet opposito augis veræ eiusdem epicycli. Nam in ipso c puncto stationẽ facere non poterit: si enim faceret, recta b c, ad dimidium c e, maiorem haberet rationem, simul & minorem: quod est impossibile. Tardior enim motus planetæ in epi. ad eundem motum centri epicycli minorem habet rationem, quàm velocior: & proinde neque stationis punctum poterit esse f vltra c. Nã b f, ad dimidium interioris lineæ, quæ sit f g, maiorem habet rationẽ, quàm b c ad dimidiũ c e: & idcirco tardior motus planetæ in epicy c. ad eundem motum centri epicycli maiorẽ haberet rationem, quàm velotior: quod rursus est impossibile. Et propterea si argumenti motus ponatur tardior, stationis punctum erit ante c, vicinius nempe opposito augis veræ epicycl. Idem etiam concludes, si seruato eodem motu planetæ in epicyclo, motum centri epicycli, aliquanto velotiorem posueris quàm antea. Nam vtrouis modo proportio minuatur, dummodo maior relinquatur, quàm ea quæ est rectæ b d, ad d a: planeta similiter retrogradus erit in d, & stationarius rursus ante c. Ex his igitur planè apparet Georgium Purbachium in theoricis causas minimè assignare maioris vicinitatis punctorum stationum, sed ita intelligi debere. In Saturno, Ioue & Marte, atq; in Venere, ipsarum stationũ supputatione cõpertum est, quanto centrũ epicycli oppositio augis æquantis vicinius est, ideſt, quanto centrũ epicycli vicinius est centro mundi, tanto earundem stationum puncta viciniora esse opposito augis veræ

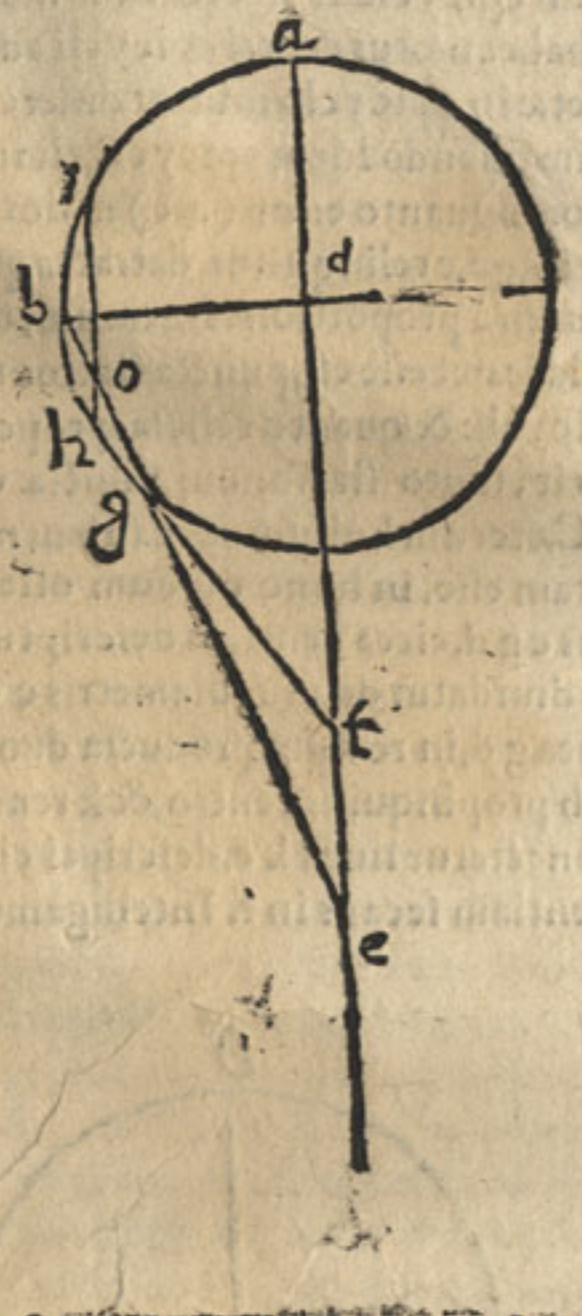
epicycli. Non quòd in vniuersum maior vicinitas centri epicycli minus inuicem distare faciat stationum puncta. Ostensum enim à nobis est, ex maiori centri epic. à centro mundi vicinitate aliquando prouenire maiorem distantiam punctorum stationum, aliquando minorē, & aliquādo parem. Cæterūm in quouis triū planetarum superiorum & in Venere, ea magnitudine comparatus est epicycl. & orbis eum deferentis semidiameter ea etiam eccētricitas: atq; tanta est diminutio proportionis velocitatis planetæ in epicy. ad motum centri epicycli in sitibus propinquioribus centro mundi: vt sicut centrum epicycli ipsi centro mundi appropinquat, sic puncta stationum viciniora fiunt opposito augis veræ epicycli. Atq; hæc ratio exacta est, & demonstrationibus comprobata ad situm augis æquantis, & mediæ longitudinis & oppositi angis. Ad alios autem situs facilioris supputationis gratia supponit Ptolemæus arcus stationum & remotiones à centro mundi proportionales esse, quem Purbach. sequi videtur, cum inquit: quanto centrum epicycli, vicinius fuerit opposito augis æquantis. tanto stationum puncta viciniora erunt opposito augis veræ epicycli. Mercurium verò excepisse constat: quoniam non quanto magis centrum epicycli opposito augis æquantis appropinquat, tanto minus distat à centro mundi, quemadmodum superius ostensum est in ipsius Mercurij theorica. Præterea quia contrariam legem in eo habent stationum puncta. Quanto enim cētrum epicycli Mercurij centro mundi vicinius est tanto ea magis distant ab opposito augis veræ epicycli. Nam ea magnitudine comparatus est huius planetæ epicyclus, & ea est eccentricitas, & eccentrici semidiameter vt ex maiori distantia cētri epicycli, à centro mundi maior vicinitas pūctorum stationum proueniat, quē admodum supputationes demonstrant. Neque hoc mirum videri debet: quum superius ostensum sit, vt aliquando maior vicinitas centri mūdi maiorem remotionem punctorum stationū ab opposito augis veræ epicycli efficere possit. Aduersus illud assumptum Ptolemæi, quòd in tribus planetis superioribus & in Venere sicut centrum epicycli centro mundi magis appropinquat, sic stationum puncta minus distēt ab opposito augis veræ epicycli: & proinde differentias stationum & remotionum à centro mūdi proportionales esse, contendit Geber fieri posse vt in eisdem planetis ad inæquales à centro mundi remotiones æquales sint stationum arcus: & idcirco æquales habeantur distantiæ punctorum stationum ab opposito augis veræ epicycli. Quem quidem Ioannes de Monteregio sequitur hac videlicet ratione ab ipso Gebro mutuata. Sit epicycli circulus a b g, cuius centrum sit d: mundi verò centrum sit e. Sitq; collocatus in media longitudine eccentrici, & ad eum situm stationis punctum sit g: rectæ verò lineæ connectantur e d & e g, quæ quidem vsque ad supremam epicycli circumferentiam in rectum producantur, e d ad a, augem veram epicycli, & e g ad b ipsiq; a e æquidistans agatur b z, quam secet recta h t, per punctum g trā siens (qualitercunque ceciderit) in pūcto l. Sic tamen vt sit d t maior, breuissima distantia centri epicycli, à centro mundi. Duo igitur triangula b l g & e g t, æquiangula erunt: & idcirco erit vt b g ad g e, sic g l ad g t. Maior est autem g h quàm g l: maiorem igitur rationem habebit g h ad g t, quàm b g ad g e: & proinde dimidium



ipsius g h ad g t, maiorem rationē habebit quā dimidiū g b ad e g. Intelligamus itaq; eūdē epic. recedere ab hoc situ lōgitudinis mediæ versus oppositū augis eccētrici: motus igitur cētri epicycl. velocior erit in ōni situ ppinquiore opposito augis. Et idcirco velocitas cētri epicycli maiorē habebit rationē ad velocitatē planetæ in epicyc. in situ propīquiore, quā in remotiore. Quando igitur centrū epic. à cētro mundi distiterit interuallo æquali rectæ d t maiorē rationē habebit in eiusmodi situ, quicūq; ille sit velocitas cētri epic. ad ve

locitatem planetæ in epicyclo, quàm quandò erat in media longitudine deferentis. At verò maiorē quoq; rationē oſtenſum eſt habere dimidium h g ad g t, quàm dimidium b g ad g e: vnà igitur augentur motuum & linearum proportiones. Quamobrem poſsibile eſt, vt tãtum addat proportio dimidij h g ad g t, ſuper proportionem dimidij b g ad e g, quantum in diſtãtia d t, proportio velocitatis centri epicycli, ad velocitatē planetæ in epicyclo addit ſuper proportionem, quàm in diſtantia e d, velocitas centri epicycli habet ad velocitatē planetæ in epicycl. Et proinde in diſtantia d t, ſicut dimidium rectæ h g ad g t, ſic erit velocitas centri epicycli, ad velocitatē planetæ in epicycl. Tũc igitur ſtationis pũctũ erit ipſum g ſicut antea, quando epicycl⁹ erat in media lõgitudine deferentis. Supponitur aũt in hac demonſtratione non ſolum e g: ſed etiam t g, in omni ſitu intermediam longitudinem & oppoſitum augis deferentis in rectum productã ſuperiori parti occurrere epicycli aliter enim proportio dimidij h g ad g t maior non erit in ſitu propinquiore, quàm in remotiore: imò verò minor.

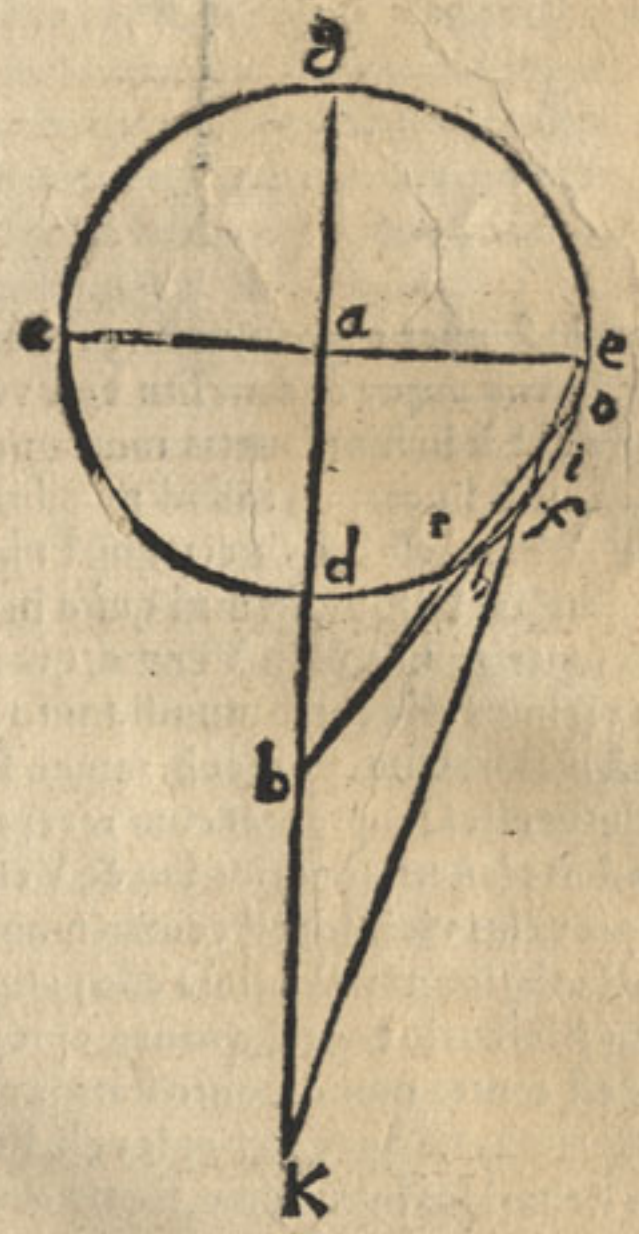
Eſto enim in ſubiecta figura circuli quadrans a b, & linea t g, in rectum producta occurrat circumferentiæ epicycli in h puncto ante b, & excitetur ex ipſo h, puncto recta linea h i rectæ a e æquidiſtans, cuius ſectio cum e b, ſit pũctum o: erit igitur ſicut o g ad g e, ſic h g ad g t: propter æqualitatem angulorum & ſimilitudinem triangulorum g o h & g e t: quapropter b g ad g e, maiorem rationem habebit, quàm h g ad g t: & dimidium igitur b g, ad ipſam g e, maiorem quoq; rationem habebit, quàm dimidiũ h g ad g t. Et idcirco in ſitu propinquiore non augebitur proportio dimidij interioris lineæ ad exteriorem: quinimò diminuetur. Idem oſtendes ſi vtraq; e g & t g, circumferentiæ epicycli occurrat in inferiore quadrante. Et denique ſit t g, occurrat inferiori quadranti, quemadmodum in deſcripta figura ſed e g, ſuperiori ante i: ſimiliter enim demonſtrabitur maiorem rationem habere dimidiũ b g ad g e, quàm dimidium h g ad g t. Sed etiam ſi concedamus quemadmodum aſſumunt puncta b & h, eſſe in medietate epicycli ſuperiore: nondum tamen oſtendunt illo ſyllogiſmo quòd poſsibile ſit in ipſis planetis in ſitu propinquiore, & remotiore, ſtationem fieri in g. Quanquam enim dimidium rectæ b g ad g t, maiorem habeat rationē, quàm dimidiũ b g ad g e: & quanto epicyclus propinquior fit oppoſito augis eccentrici, tanto dimidium lineæ interioris ad exteriorē maiorem rationem habet. Præterea quanquam ratio motus centri epicycli, ad motũ planetæ in



epicyclo ſemper aũgeatur: nõ probant tamen quòd in vno atque eodem ſitu epicycli tãtum addere poſsit in his planetis motuum proportio, quantũ linearum, niſi id poſsibile dicant, quod dubium eſt, atq; incertum. Et incerta nihilomin⁹ eſt ratio Ptolemæi quòd in tribus planetis ſuperioribus, & in Venere, quanto epicyclus vicinior eſt centro mundi, tanto arcus ſtationũ maiores ſint. Purbach. tamen Ptolemæũ ſequutus eſt. Quapropter cum receptũ iam ſit in tribus planetis ſuperioribus & Venere quanto epicyclus vicinior eſt centro mundi, tanto puncta ſtationum viciniora eſſe perigeo epicycli, in Mercurio contrà, quanto epicyclus vicinior eſt centro mundi, tanto ſtationum puncta diſtantiora eſſe à perigæo epicycli. Putat Eraſmus Reinoldus huius diuerſitatis cauſam eſſe, quòd in tribus planetis ſuperioribus, & Venere, proportio quam ſemidiameter epicycli habet ad extrinſecam lineam, quæ inter ipſum epicycli, & centrum mundi eſt, eam proportionē quam motus centri epicycli ſeruat ad ve

locitatem planetæ in epicyclo, minus excedit in situ propinquiore, quam in remotiore: in Mercurio tamen contrarium accidere.

Nam in situ distantiore à terris proportio semidiametri epicycli, ad extrinsecam lineã inter ipsum epicyclum & centrum mundi, eam quam habet motus centri epicycli ad velocitatẽ planetæ in epicyclo minori differentia superat, quàm quando idem epicyclꝰ est in situ propinquiore. Quanto enim (ait) maior fuerit ea proportio, quæ relinquitur detracta proportione motuum à proportione linearum, tanto longius distare necesse est puncta stationum a perigæo epicycli: & quanto relicta proportio minor fuerit, tanto stationum puncta viciniora erunt. Cæterùm huiusmodi causam non rectè assignatam esse, in hunc modum ostendemus. Circulus c g d, circa centrũ a descriptus, in quadrantes diuidatur duabus diametris c e & g d, & in linea g d, in rectum producta duo sumatur puncta, b propinquius centro, & k remotius, rectaq; cõnectatur linea k e, descripti circuli circumferentiam secans in f. Intelligamus igitur



eundem circulum cuiusdam epicycli esse, cuius longissima distantia à cẽtro mundi sit a K: brevissima verò æqualis supponatur rectæ a b.

Proportionem porrò motus centri epicycli, ad motũ planetæ in epicyclo æqualem ponemus ei quam seruat dimidium rectæ e f ad rectam f K, eandemq; in omni situ.

Quapropter cum epicyclus fuerit in auge eccẽtrici, stationis punctum erit f. At quando fuerit in opposito augis stationis punctum erit inter d & f: hoc enim superius à nobis ostensum fuit. Esto igitur h, stationis punctum in situ oppositi augis, rectaq; connectatur linea b h, quæ quidem in rectum producta circumferentiæ epicycli occurret in puncto i, quadrãtis inferioris: neque enim punctum e, attingere potest, neque cadere inter ipsum e & g, ne dimidium interioris lineæ ad h b, maiorem habeat rationem quàm dimidium e f ad f k, quę quidem est ratio motus centri epicycli, ad motum planetæ in epicyclo.

Igitur sicut se habet dimidium e f ad f K, sic dimidiũ i h ad h b. vtraq; enim est proportio motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo. Ipsa verò proportio minor est quàm quæ est d a ad d K, & ad d b. Cæterùm maiorem proportionem habet ipsa d a ad d b, minorẽ lineã, quàm ad d k maiorem. Et propterea si proportio motus cẽtri epicycli, ad motum planetæ in epicyclo, ex vtraque proportione d a ad d b, & d a ad d K, fuerit ablata: maior relinquetur proportio quando fuerit detracta ex ea quæ est d a ad d b, quàm quando ex ea quæ est d a ad d k. Sic igitur stationis punctum ad oppositũ augis eccentrici distantius erit à puncto d quàm f: non igitur in h, quod quidem est impossibile. Rursus si, quemadmodum in ipsis planetis superioribus, atque Venere fit, cẽtrum epicycli aliquanto velocius moueri in ipso opposito augis eccentrici posueris, quàm in auge, adhuc ostendemus, vbi maior relinquitur proportio, stationum puncta viciniora esse perigæo epicycli. Intelligamus enim ab ipso b, puncto ad punctum r, inter d & h, rectam lineam venire b r, quæ in rectum producta iterum epicyclum secet in puncto o inter e & i: sic tamen vt detracta proportione quam dimidium rectæ o r habet ad b r, ex ꝓportione d a ad d b, maior ad huc relinquatur proportio, quàm quæ relinquitur quando detrahitur proportio dimidij rectæ h i ad h b, seu dimidij f e ad f K, ex ea quæ est rectæ d a ad d K. Tunc verò ponemus centrum epicycli tanta moueri velocitate in opposito augis eccẽtrici, vt motus ipsius eam seruet proportionẽ ad motũ planetæ in epicyclo, quam di-

dimidium o r ad r b. Si igitur stationis punctum erit r, quum in auge esset f. Propinquius itaque perigæo epicycli in opposito augis eccentrici, quàm in auge, etiam si celerius moueatur centrum epicycli in opposito augis, & maior relinquatur proportio in ipso opposito augis. Quanquam verò nullius planetæ epicyclus talis existat, qualem finximus: nostra tamen ratio nihilominus euidens est ad ostendēdum minorem relinqui proportionem in opposito augis, quàm in auge, causam non esse iustā, ex qua proueniat maior appropinquatio punctorum stationum.

Quod autem sumpsimus, si à duabus inæqualibus rationibus æquales auferantur, maiorem relinqui à maiori quàm à minori, demonstrabitur hoc modo: habeat enim a ad b, maiorem rationem quàm c ad d, & ab ipsa ratione quæ est a ad b, auferatur ea ratio quam e habet ad f: sicut autem e ad f, sic se habeat g ad h, ipsaq; ratio quæ est g ad h, ex ea auferatur quam c habet ad d. Dico, quòd maior relinquetur ratio ex ea quæ est a ad b, quam ex ea quæ est c ad d. Sicut enim e ad f, siue g ad h, sic se habeat i ad b, & k ad d.

Ratio igitur a ad b ex ijs constabit, quæ a ad i, & i ad b. Similiter ratio c ad d, ex ijs constabit quæ c ad k, & k ad d: hoc enim ostensum est ab Eutocio Ascalonita super 2. libro de Sphæra & cylindro Archi. & propterea si ratio i ad b, ex ea auferatur quæ est ad b relinquetur ea quæ est a ad i: & detracta similiter ratione K ad d, ex ea quæ c ad d, relinquetur ea quæ est c ad k. Cæterùm maiorem rationem habebit a ad i, quàm c ad k.

Nam quoniam a primum ad b secundum, maiorem rationem habet quàm c tertium, ad d quartum per hypothesim, b verò secundū ad i quintum eandem rationem habet, & d quartum ad K sextum, per conuersam rationem: maiorem igitur rationem habebit a primum ad i quintum, quàm c tertium ad K sextum. Quod quidem eadem arte demonstrari poterit, qua vsus est Campanus ad ostendendum 31. quinti libri Euclidis: & proinde si a rationibus inæqualibus æquales auferantur rationes, maior relinquetur à maiori quàm à minori, quod fuit à nobis assumptum.

¶ *Tardi dicuntur planetæ & minuti cursus. &c.*

Annotatio quarta.

PRioris partis exemplum Sol est, cum ab auge in longitudinem mediam mouetur. In eo enim loco medius motus verum motum quàm maximè superat. Sed ab ipsa media longitudine vsque ad oppositum augis Sol dicetur velox. Nam si ab auge ad longitudinem mediam linea veri motus in aliquo tempore non moueretur tardius quàm linea medij motus: igitur vel velocius, vel æquali velocitate moueretur. Quapropter in fine ipsius concepti temporis vel æquatio æqualis inuenta esset priori, quæ quidem inuenta fuerat in initio eiusdem temporis: aut ea minor, quorum vtrumq; est impossibile. Ostensum est enim in puncto longitudinis mediæ maximam haberi æquationem, & ab auge vsque ad eum locum perpetuo crescere. Similiter ostendetur quòd à longitudine media vsque ad oppositum augis linea veri motus velocius quàm linea medij motus moueatur. Atq; ex hoc concludes quòd in motu verò Solis fit transitus à minori in maius, sed non per æquale: habes præterea quòd à longitudine media ad oppositū augis dicetur Sol velox quidem cursu, sed diminutus numero. Et aduerte quòd quanquam res ita se habeat, nihilominus vera sunt quæ de motu Solis æquali & apparente superius annotauimus circa Theoricam Solis.

¶ *Triplex est ratio, cur Luna post coniunctionem quandoq; tardius, quandoq; citius appareat.*

Annotatio quinta.

De prima causa.

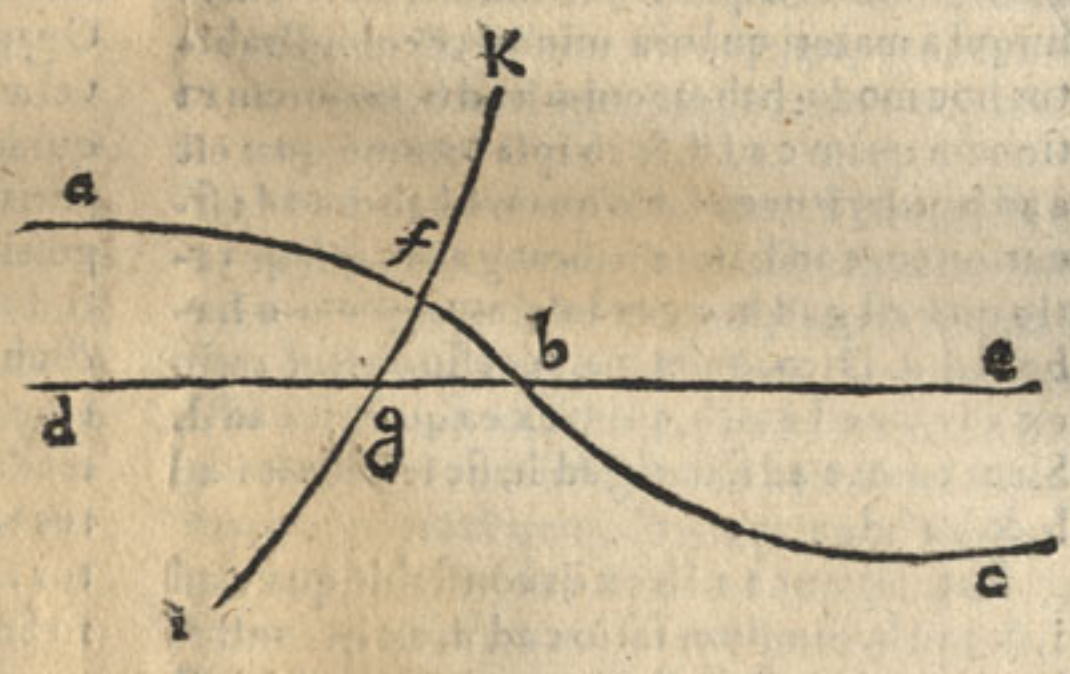
DOnamus solis & Lunæ coniunctionem in signis tardè descendentibus factam fuisse, ipsamq; Lunam latitudine carere. Dico, quòd citius apparebit luna à Sole digressa, quàm si in signis velociter

ter descendentibus ipsa coniunctio accideret. Nam cum Sol occidendo in horizonte fuerit, signaq; occupauerit rectè descendentia, Luna ipsa à Sole digressa supra horizontem relinquetur. Quapropter zodiaci arcus inter eam & solem cum maiori æquinoctialis arcu descendet. Huic autem æquinoctialis arcui similis proportionalisúe est arcus paralleli Lunæ, qui inter eã & horizontem intercipitur per 17. propositionem 2. libri Theodosij, vel per ea quæ demonstrauimus super decimaseptima 2. libri de Crepusculis: simul igitur descendent, & in eodem tempore. Sed si coniunctio acciderit in signis obliquè descendentibus, zodiaci arcus inter Solem & Lunam priori æqualis cum minori æquinoctialis arcu, similiter & cum minori arcu paralleli loci Lunæ descendet. Ex quibus concludes, quòd si in signis rectè descendentibus coniunctio fiat, longius intra noctem Luna ipsa ad occasum veniet, quam si facta fuerit in signis oblique descendẽtibus. Et quoniam astra quæ longius intra noctem ad occasum veniunt, melius videntur: minus enim à Solis splẽdore obtenebrantur: quæ autem post Solis occasum statim descendunt minimè spectãtur. Luna igitur citius videri poterit si coniunctio facta fuerit in signis rectè descendentibus: tardius verò in ijs signis quæ obliquum habet descensum.

Ita puto autorem concludere velle lunam à sole digressam in climatibus Borealibus citius apparere, si signa occupauerit quæ sunt à principio Capricorni vsq; ad finem Geminorum.

At (quod sumit) arcus ecliptícæ ipsius semicirculi ascendentis in climatibus Borealibus rectè descendere certissimum ostendemus in hunc modum. Esto enim a b c, semicirculus ecliptícæ descendens, a initium Cancri, b Libræ, c Capricorni, æquinoctialis verò d b e, & arcus f b ad b, punctum terminatus ascendat cum arcu g b, in horizõte obliquo k g i loci Borealis, in quo eleuatio æquinoctialis graduum sit 78. cum minut. 15. aut minor, idest in quo eleuatio poli graduum est 11. minu. 45. aut maior. Dico, quòd g b, maior est ipso b f.

Nam quoniam tres anguli interiores sphærici trianguli b f g, duobus rectis maiores sunt per 49. propositionem tertij libri Ioannis de Monteregio de triangulis: idcirco suppositio anguloꝛ f b g, maximæ obliquitatis zodiaci graduũ 23. minu. ferè 30. duo igitur anguli g f b & f g b, iunctim gradibus 156. min. 30. maiores erũt: angulus verò f g b, graduũ supponitur 78. min. 15. aut minor: reliquus igitur angulus g f b, maior erit quam graduum 78. min. 15. Maiori autem angulo maius subtenditur latus per septimam primi Menelai: maior igitur erit arcus b g, ipso b f: & proinde idem b f, arcus quadrantis a b ad b, punctum terminatus rectè ascẽdit, in omni horizonte obliquo Borealis loci, in quo eleuatio poli Borealis graduum est 11. cum minu. 45. aut maior, dũmodo tanta non sit Borealis poli altitudo, vt propositus arcus b f, nec ortum nec occasum habeat in ipso horizonte:

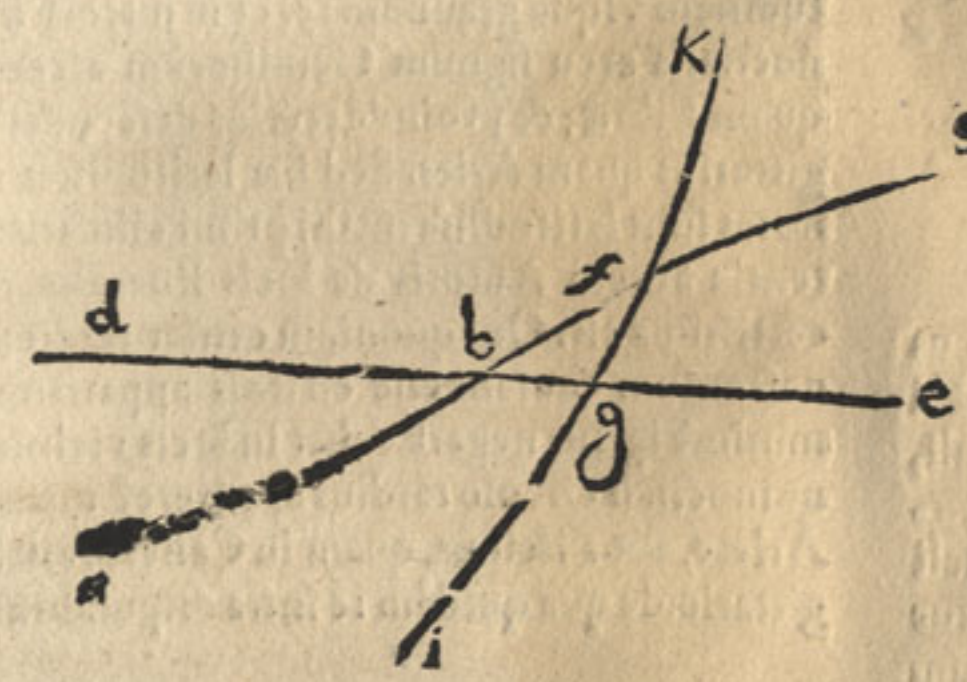


imò verò semper appareat. Oportet enim altitudinem Borealis poli supra horizontem complemento declinationis puncti f minorem esse, vt idem f in eodem horizonte in vna mundi reuolutione ortum habeat, atque occasum.

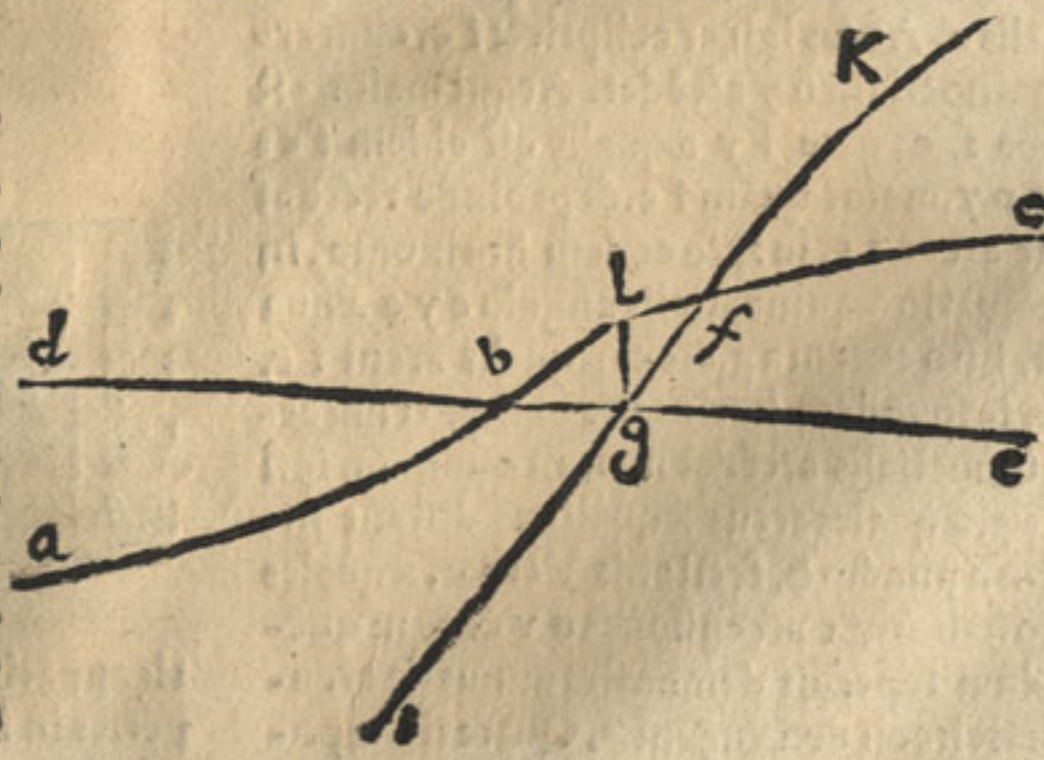
Et quoniam inter arcus quadrantis a b, qui proximior fuerit pũcto a, siue continui sint ipsi arcus, siue non continui, cum maiori æquinoctialis arcu ascendit, quàm qui ab eodem puncto remotior: quod quidem per 6. & 10. tertij libri Theodosij concludes. Omnis igitur arcus quadrantis a b, in prædictis horizontibus Borealiũ locorum rectè ascendit, idest cum maiori æquinoctialis arcu. Atqui in duobus quadrantibus ecliptícæ a b & b c, æquales arcus qui ad punctum b, Autumnalem sectionem terminantur, æquales habent arcus ascensionum in vno atq; eodem horizõte, per 14 tertij libri Theodosij. Quapropter coadiuuante communi sententia, si ab æqualibus æqualia auferantur, statim concludes, quosuis arcus ecliptícæ duorũ quadratum a b & b c, æquales æqualiq; interuallo distantes ab ipso b, puncto Autumnalis sectionis æquales inter se habere ascẽsiones. Et proin

d o

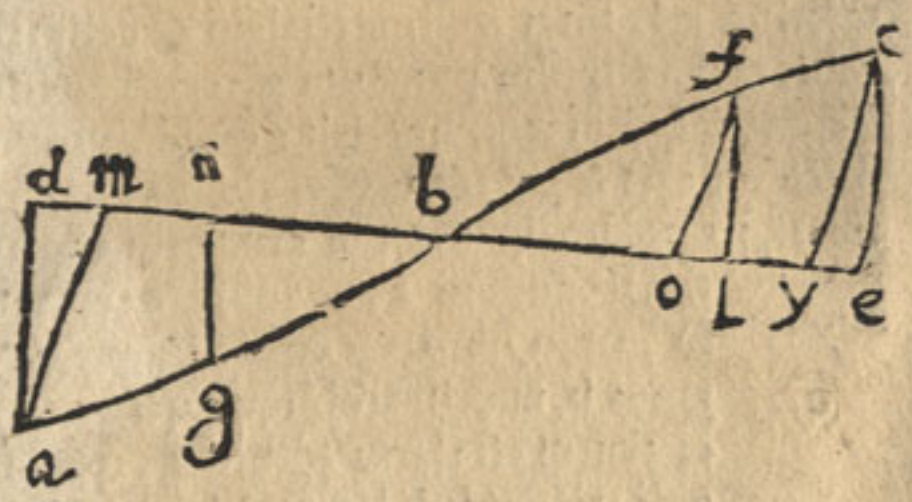
de omnis ecliptícæ arcus in ſemicirculo deſcẽdente rectè aſcendit ideſt cum maiori æquinoctialis arcu. At verò in quo tẽpore oritur vnus arcus ſemicirculi deſcendẽtis, in eodem oppoſitus occidit aſcendentis ſemicirculi: omnis igitur arcus ſemicirculi aſcẽdentis in climatibus Borealibus cum maiori æquinoctialis arcu deſcendit, quemadmodum autor ſuppoſuit, quod demonſtrandum erat. Quod autem Capuanus antiquus expoſitor hunc textum de apparitione Lunæ exponens ait: Piſces & Arietem maximas habere deſcenſiones in ſphæra obliqua, allucinatio eſt. Vtrũ verò omnis ecliptícæ arcus ſemicirculi deſcendentis oblique occidat, ideſt, cum minori æquinoctialis arcu, deinceps examinabimus. Eſto enim a b c ſemicirculus, ecliptícæ aſcendens d b e, æquinoctialis a initium Capricorni, b Arietis, c Cancri, & in obliquo horizonte K g i, loci cuiuſuis Borealis aſcendat arcus b f, quadrantis b c, cum arcu æquinoctialis b g. Dico quod b g, minor eſt ipſo b



f. Nam quoniã angulus b g i eleuatiõnis æquinoctialis eſt: acutus igitur erit, reliquus autem angulus b g f, obtuſus. Atqui duo latera b g, & b f, trianguli f b g, vno ſemicirculo minora ſunt: angulus igitur b g i, exterior ipſius trianguli f b g, interiore b f g, maior erit; & idcirco ipſe angulus b f g acutus erit, quapropter ſubtenſum latus b g, latere b f, quod quidem obtuſo angulo ſubtenditur b g f, minus erit. Et quoniam æquales arcus ad punctum b, terminati ipſorũ quadrantum ecliptícæ a b, & b c, cum æqualibus arcubus æquinoctialis aſcendunt velut antea demõſtrauimus de ijs qui ad ſectionẽ autũnalẽ terminãtur. Et in quo tempore arcus ecliptícæ ſemicirculi aſcendentis ſuper horizontẽ aſcendunt, in eodem oppoſiti arcus alterius ſemicirculi deſcendunt: omnes igitur arcus ſemicirculi ecliptícæ deſcendentis, qui ad Autumnalem ſectionem terminantur, oblique deſcendunt ideſt cum minoribus æquinoctialis circuli arcubus, quod erat in primis oſtendendum. Sumpſimus porrò duos arcus b g, & b f, vno ſemicirculo minores eſſe, quod ſtatim demonſtrabimus. Nam quoniam angulus d g i, eleuationis æquinoctialis acutus eſt: reliquus igitur angulus b g f, obtuſus erit. Excitetur itaqúe ex g, puncto arcus circuli maximi g l, inter æquinoctialem & ecliptícam, qui ad ipſum punctum g, rectos angulos efficiat cum æquinoctiali: quod quidem illico efficies ſi per idem g, & alterum æquinoctialis polum maximum circulum duxeris, ſecundum Theodoſij præceptum in primo libro. Quoniam itaque angulus b, maximæ obliquitatis zodiaci acutus eſt: latus igitur l g, rectanguli trianguli b l g, minus erit quadrante. At latus b l rectum ſubtendens angulum minus eſt quadrante: igitur & reliquum latus b g, rectum ſuſtinens angulum quadrante quoqúe minus erit. At verò ipſe arcus b f, quadrante maior non eſt: igitur ipſa duo latera b f & b g, trianguli b f g, vno ſemicirculo minora ſunt: quod quidem fuerat aſſumptum.



Sed esto c e, arcus Coluri innter c initium Cācri & æquinoctialem: quadrans idcirco erit b e, propterea quòd idem Colurus in eclipticam & æquinoctialem incidens, & à polis ipsorum veniens rectos angulos efficit ad c & e. Veniat igitur per f, ecliptícæ punctum arcus maximi circuli à polis æquinoctialis, qui ipsum æquinoctialem secet in l. In triangulo itaq; rectangulo b l f, quoniam latus b l, minus est quadrāte: angulus idcirco b f l acutus erit. Rectus est autem angulus f l b: latus igitur b f, maiori angulum subtensum ipso b l, maius erit. Quapropter arcus f c, qui relinquitur ex quadrante b c, arcu l e, qui relinquitur ex quadrante b e, minor erit. Esto autem arcus e y, ipsorum f c, &



l e differentia, & per ipsa c & y puncta arcus maximi circuli scribatur c y. Qui quidem obliquum horizontem referet in eo loco Boreali, in quo angulus eleuationis æquinoctialis acuto angulo c y e, æqualis est. Punctum itaq; ecliptícæ c, cum puncto æquinoctialis y, orietur in eodem horizonte. Veniat autem punctum ecliptícæ f, ad eundem horizontem, quem in eo situ circulus referat f o, cum puncto æquinoctialis o. Arcus igitur ecliptícæ f c, cum arcu æquinoctialis o y ascēdet. Atqui maior est o y ipso f c, nam l y æqualis est eidem f c: igitur o y, maior quàm f c. & proinde rectè ascendit arcus f c, in ipso eodem horizonte, in quo eleuatio æquinoctialis angulo c y e æqualis est. Esto autem a g, arcus æqualis arcui f c, qui in ipso eodem horizonte obliquo cum arcu æquinoctialis ascēdat m n. Et quoniam ipsi f c & a g, æquales arcus æqualibus distant interuallis à puncto b, sectionis Vernæ, æquales idcirco habebunt ascensiones o y & m n: quēadmodum superius demonstrauimus de arcubus semicirculi descendentis. Quare si f c posuerimus signum Geminorum, erit a g Capricorni signum, rectèque ascendent in ipso horizonte obliquo c y.

At vero in quo tempore signum Geminorum ascendit, in eodem Sagittarius descendit: & in quo ascendit Capricornus, in eodem descendit Cancer. Duo igitur signa Cancri & Sagittarij cum maioribus arcubus descēdunt in ipso eodem horizonte obliquo. Idem ostendes de quouis alio arcu terminato ad initium Cancri aut Capricorni. Et idem similiter ostendes de ijs omnibus, qui partes fuerint illorum arcuum ecliptícæ, qui quàm maximè à suis ascēsionibus rectis superātur, etiam si ad initia Cāncri, aut Capricorni minimè terminentur, quēadmodum in libro de Ascensionibus signorum prolixius conscripsimus. Signum itaque Geminorum in eleuatione poli Borealis graduū 42. cum arcu æquinoctialis ascendit graduum 31. minu. ferè 23. signum verò Libræ cum Gr. 30. minu. 23. Sagittarius igitur descendet in eodem horizonte cum Gr. 31. minu. 23. Signum tamen Arietis cum Gr. 30. minu. 23. & ad latitudinem vsque graduum 15. cum maiori æquinoctialis arcu signum Geminorum ascendit, quam Libræ: & proinde rectius descendet Sagittarius quam Aries. Sed hæ latitudines minores sunt latitudine medij primi climatis: sententia autem Autoris de locis Borealioribus certissima est. Qui quoniam censet tardiorem descensum causam esse citioris apparitionis: minimè igitur negare debet in locis vicinis æquinoctiali circulo tardius apparere Lunam in Ariete, aut Piscibus, quam in Cancro, aut Sagittario: de qua quidem re infra disputabimus.

¶ *De secunda causa.*

Annotatio sexta.

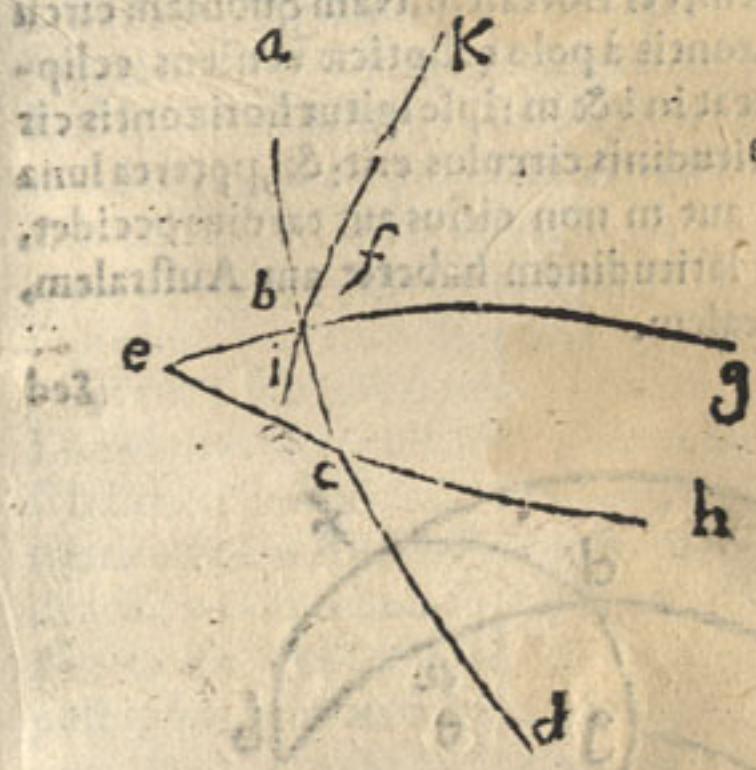
VNa etiam citius apparebit post coniunctionem (inquit autor) si latitudinem habuerit Borealem: tardius enim descendet, tardior autem descēsus Lunæ post Solis occasum (iuxta Autoris sententiam) causa est citioris apparitionis. Id autem certissimum comperies in ijs Borealibus locis, quæ à tropico Cāncri vsque ad circulum arcticum posita sunt. Nā

in

in iis quæ inter eundem trópicum & circulum æquinoctialem sita sunt, contrarium accidere potest: nempe vt Luna latitudinem Borealem habeat, & citius descendat: interdū verò simul descendet cum gradu ecliptice in quo existit, & interdum tardius. Prioris partis demonstratio hæc est. Esto e b g ecliptica, & e c h æquinoctialis, quorum sectio Verna sit e, sitq; a b c d, Occidentalis pars horizontis Borealis loci cuius latitudo maxima zodiaci obliquitate minor non sit: punctum verò ecliptice b, cū æquinoctialis puncto c simul descendat: Lunæ verò locus sit b, videlicet sine latitudine post ipsius cum Sole coniunctionem.

Igitur quoniam loci latitudinem posuimus maxima zodiaci obliquitate minorem non esse: complementum idcirco altitudinis poli complemento maximæ obliquitatis zodiaci maius non erit.

Angulus porrò e c b, complementi altitudinis



poli est in ipso eodem horizonte a b c d, & angulus b e c, maximam subtēdit zodiaci obliquitatem: duo igitur anguli b e c, & e c b, vno recto angulo maiores non sunt, & quoniam tres interiores anguli sphærici trianguli e b c, duobus rectis maiores sunt: angulus igitur c b e, recto angulo maior erit, atqúe contrapositus a b g, cum sit ei æqualis angulo etiam recto maior erit. Veniat itaq; à polo ecliptice Borealli ad b, quadrans maximi circuli qui sit k b: cadet igitur ipse K b, inter a b, & b g, propterea quòd angulus a b g obtusus ostensus est, & angulus K b g, rectus est per. 19. primi Theodosij. Luna igitur in b, descendit cum puncto c, sed si inter b & K posita fuerit, vt in f, latitudinis nempe Borealis, tardius ad horizontem Occidentalē veniet, quàm b aut c: multò autem tardius quàm si Australem latitudinem haberet.

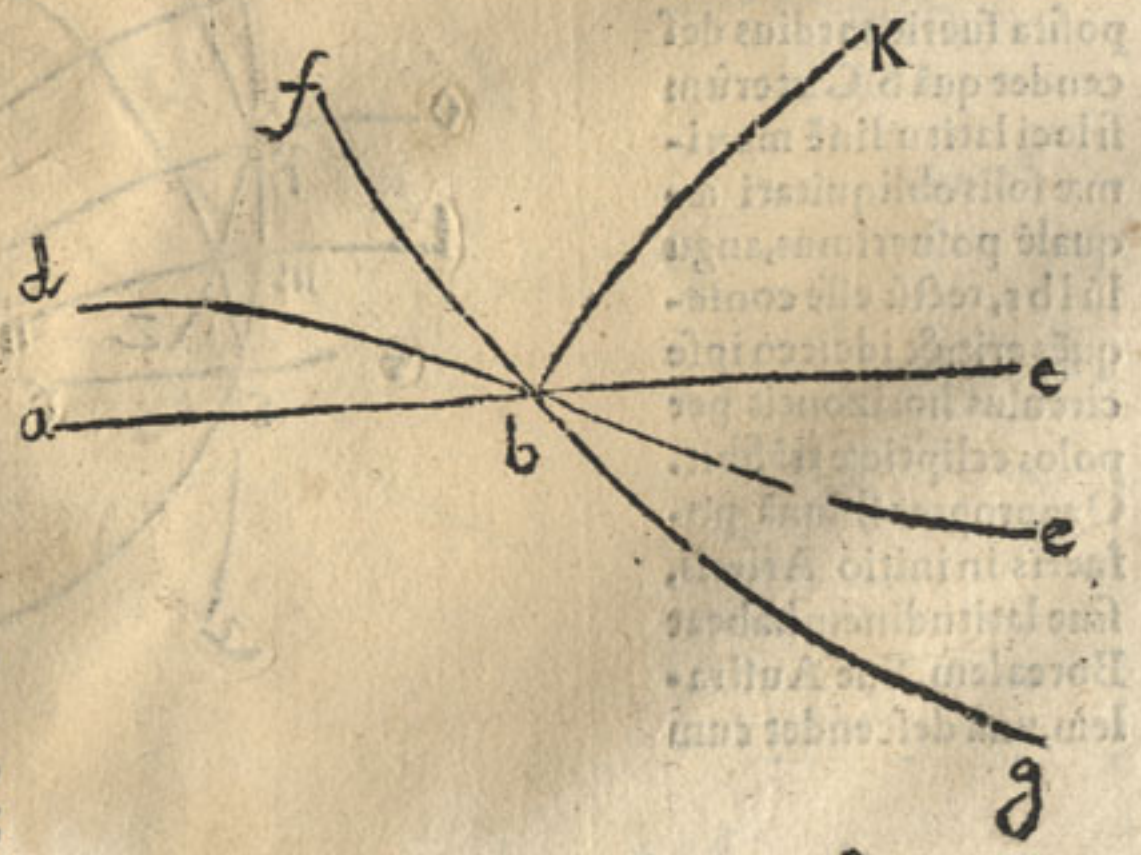
Id enim statim concludes, si quadrantem b K, ad zodiaci polum Australem prolongaueris, ipsamq; Lunam in puncto i collocaueris: tardius enim descendit b quam ipsum i, quare & multò tardius f, quàm idem i.

At quoniam in descripta figura locum Lunæ posuimus b, extra ecliptice & æquinoctialis sectiones, ponamus modò æquinoctialis a b c, & ecliptice d b e, Autumnalem sectionem, idest, initium Libræ esse b, horizontis verò Occidentalis pars esto f b g, & multò facilius ostendemus Lunam positam in b, sine latitudine citius descendere, tardius verò, si in eodem gradu existeret cum Boreali latitudine.

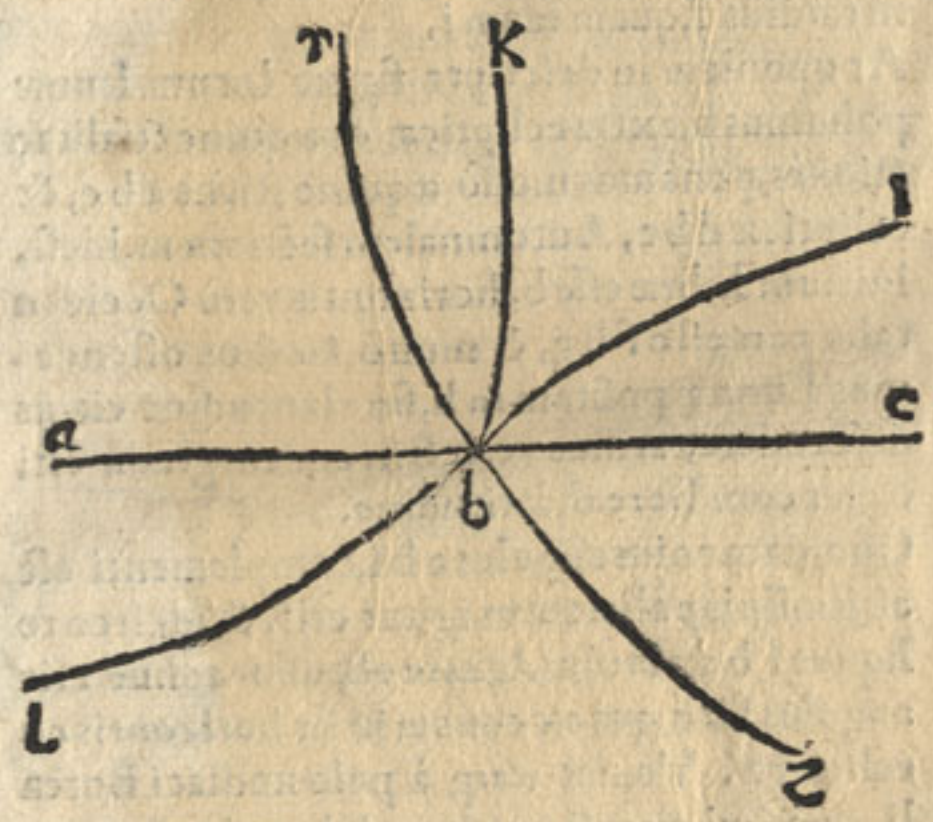
Quoniam enim angulus a b f, complementi est altitudinis poli: acutus igitur erit, & idcirco reliquus f b c obtusus. Quare obtusior adhuc erit angulus f b e, qui ex concursu fit horizontis cū ecliptica. Veniat itaq; à polo zodiaci Borealli maximi circuli quadrans K b, qui rectos angulos efficiet cum ipsa ecliptica ad b.

Cadetqúe ipse quadrans k b, inter f b, & b e.

Et propterea si Luna posita fuerit inter k & b, cum latitudine videlicet Boreali, tardius descendet quàm in b, etiam si loci latitudo maxima zodiaci obliquitate minor sit, quēadmodū ex hac cōcluditur demōstratione. Angulus cm a b f, in ōni obliquo horizōte acut⁹ existit, qui

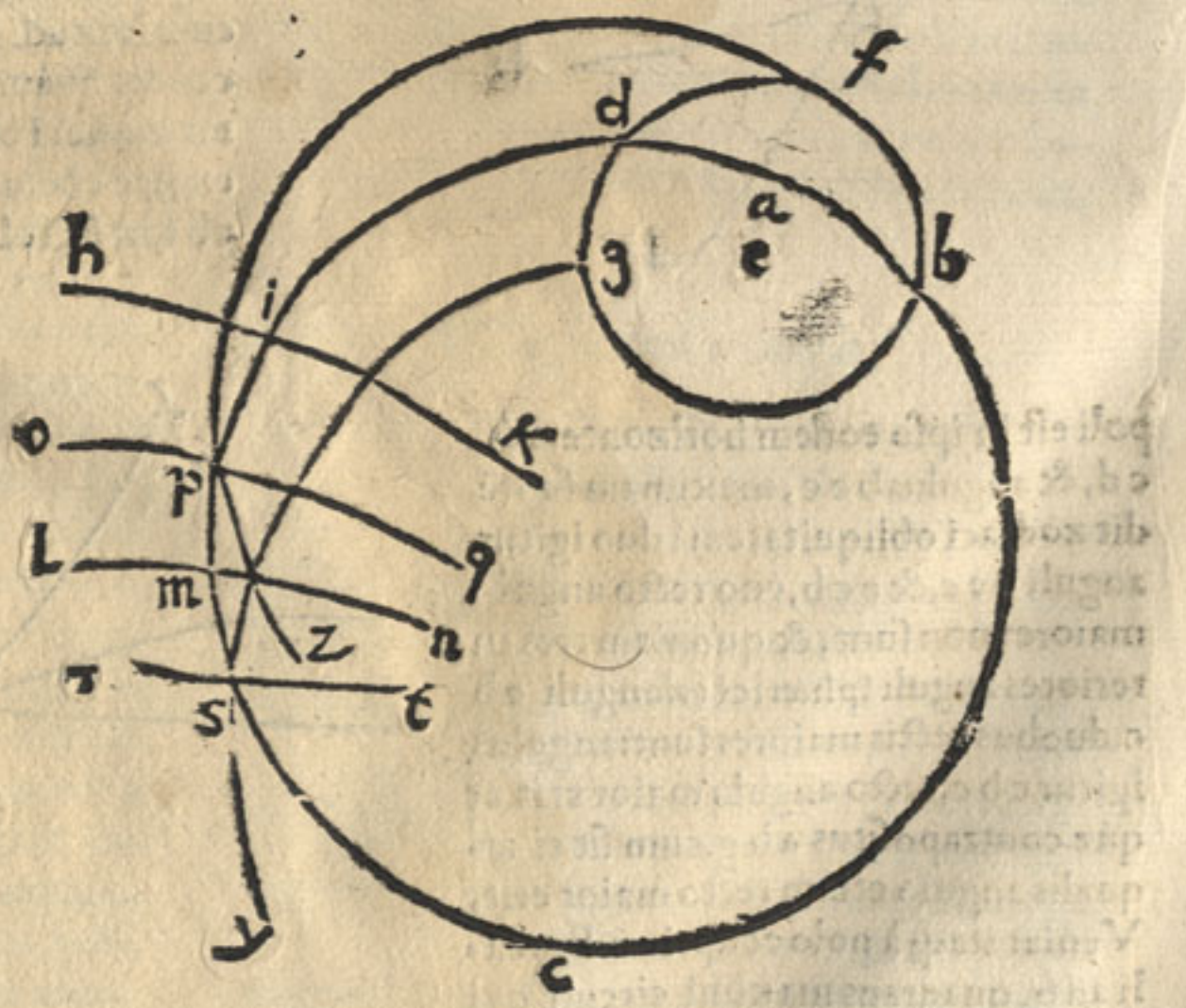


ve ò ex duobus rectis relinquitur, obtusus est: & propterea angulus l b e, obtusior adhuc erit, & idcirco quadrans b K, cadet inter l b, & b e. Rursus ponamus a b c æquinoctialem, ecliptica verò l b i, punctum sectionis Vernæ b, partem Occidentalem horizontis r b z. Sitq; poli altitudo maxima zodiaci obliquitate maior, & erit idcirço angulus a b r, minor angulo cõplementi maximæ obliquitatis zodiaci. Quapropter duo anguli a b r, & a b l, iuncti vno angulo



recto minores sunt: & propterea reliquus angulus r b i, obtusus erit. Ducto itaque quadrante b K ad ipsum b, rectos angulos faciente cũ b i: cadet igitur ipse quadrãs inter b r, & b i, & idcirco si inter b & k luna posita fuerit, tardius descendet quã b. Cæterùm si loci latitudinẽ maximæ solis obliquitati æqualẽ posuerimus, angulũ l b r, rectũ esse consequẽs erit: & idcirco ipse circulus horizontis per polos ecliptícæ trãsibit. Quapropter si lunã posueris in initio Arietis, siue latitudinem habeat Borealem, siue Australem, vnà descendet cum b. Cum Luna verò extiterit in signis Australibus, ea demonstrandi arte vti oportebit, qua in prima figura vsi sumus, triangulum constituentes ad sectionem Autumnalem. Porrò vt posteriorem assumpti partem demonstremus, circulum maximum a b c d, horizontem intelligamus eorum locorum quæ sunt inter æquinoctialem, & circulum Cancri polum mundi Borealem e, circulus verò descriptus propter motum primæ sphæræ ab ecliptícæ Boreali polo sit d f b g, sintq; d & b, ipsius arctici circuli & horizontis intersectionum puncta: Orientalis horizontis semicirculus sit a b c, Occidentalis verò a d c. Zodiaci autem polo in intersectione b constituto, ecliptica in Occidentali horizonte positionem habeat h i K, in d verò positionem l m n: at in f puncto sub horizonte, positionem o p q in g, denique puncto quouis supra horizontem positionem habeat r s t. Dico quod Luna in i aut m, non citius aut tardius occidet, quam si latitudinem haberet, vel Australem, vel Borealem. Nam quoniam circulus horizontis à polo ecliptícæ veniens ecliptícam secat in i & m: ipse igitur horizontis circulus, latitudinis circulus erit: & propterea luna ipsa in i aut m non citius aut tardius occidet, quam si latitudinem haberet aut Australem, aut Borealem.

Sed

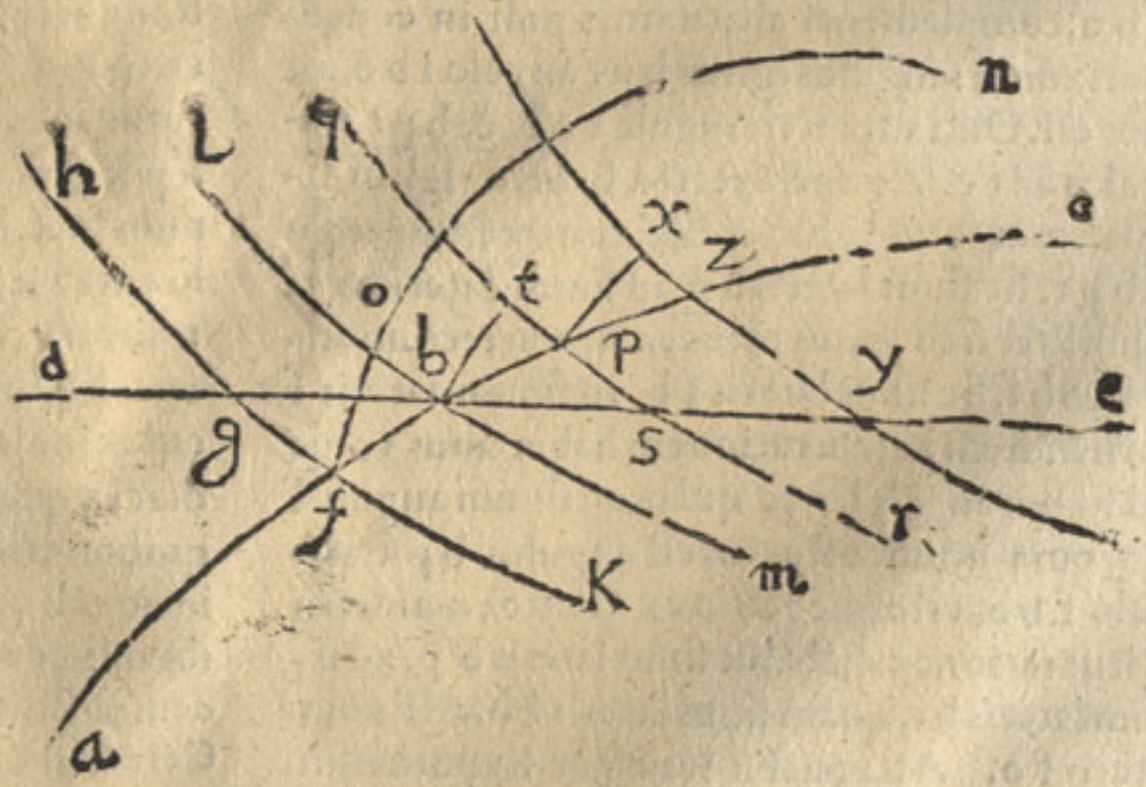


Sed ponamus Lunam in p, dico quod tardius occidet quam si latitudinem haberet Borealē, citius verò quam si latitudinem haberet Australem. Quoniam enim polo zodiaci Boreali inf constituto, circulus ecliptícus positionem habet o p q. Veniat igitur ab ipso f, circulus maximus ad p, qui ad z, prolongetur versus Australem zodiaci polum: ipse igitur circulus f p z, latitudinis circulus erit. Quando autē punctum p, occidentalem horizontem attingit, quoduis aliud punctum inter f & p, sub horizonte iam conditum est: quæ verò sunt inter p & z nondum occidunt. Luna igitur in p, constituta tardius occidet, quàm si latitudinem haberet Borealem: citius verò quam si latitudinem sortiretur Australem. Et ponamus deniq; lunā in s. Dico, quòd citius occidet, quàm si latitudinem Borealem haberet, tardiꝰ quam si latitudinem haberet Australem. Nam quoniam polo zodiaci Boreali in g constituto, circulus ecliptícæ positionem habet r s t: veniat igitur ab ipso g, circulus maximus ad s, qui prolongetur ad y, versus alterum zodiaci polum. Ipse igitur circulus g s y, latitudinis circulus erit. Quando autem punctum ecliptícæ s, horizontis semicirculum attingit Occidentalem, quoduis aliud punctum quadrantis g s, adhuc supra horizontem relinquitur: quæ verò sunt inter s & y, sub ipso horizonte iā condita sunt. Luna igitur in s constituta, cuius occidit, quàm si latitudinem haberet Borealem, tardius verò si latitudinem Australem sortiretur: quod quidem demonstrandum suscepimus. Itaque hæ duæ causæ propter quas Luna citius apparet post ipsius cum Sole coniunctionem, & tertia quoque de motu velociori, in vnam causam concurrunt, ea est tardius ad occasum venire. Atque ad eum modum Arabes Lunæ apparitionem definiunt, per tempo a videlicet gradusúe æquinoctialis, quæ post Solis occasum sub horizonte descendunt: nobis tamen aliter videtur. Potius enim Solis occultationem sub horizonte causam esse putamus, propter quam Luna interdum citius, interdum tardius appareat post ipsius cum Sole coniunctionem, quàm maiorem aut minorem descensum arcus ecliptícæ inter ipsa luminaria.

Nam nisi tardior descensus maiorem postulauerit Solis occultationem, quamuis longius intra noctem terminetur: causa non erit, vt Luna citius appareat. Contingit autem æqualium arcuum ecliptícæ pares descensus inæquales postulare Solis occultationes. Contingit etiam interdum, æquales zodiaci arcus inæquales habere descensus: cæterùm maiori descensui minorem occultationem respondere. Tardior porrò descensus maius temporis spatium intra noctem fluxum esse indicat, sed maior Solis occultatio maiorem ostendit circa horizontem obscuritatem: ex qua quidem prouenit, vt astra quæ circa horizontem sunt, melius à nobis videantur.

Contingit autem (fateor) Lunam interdiu conspici: cæterùm eo tempore distantior est à Sole, & plenior lumine.

Esto igitur a b c semicirculus ecliptícæ ascendens, d b e æquinoctialis, b sectio Verna, locus Solis f, locus verò Lunæ b, post ipsorum coniunctionem, semicirculus Occidentalis obliqui cuiusuis horizontis in quo loci latitudo maior est maxima Solis declinatione esto h g f K, æquinoctialē secans in g, & ecliptícam in f. Arcus itaqúe æquinoctialis b g, descēsus erit arcus ecliptícæ f b, quo depresso ipse obliquus horizon positionem habeat l b m. Veniat autem à puncto n, horizontis polo ad horizontem l b m, circuli maximi quadrās, qui vsqúe ad f, descendat Solis locum sub horizonte, ipsumqúe horizontis circulum l b m, secet in o: non enim secabit in b, nec infra b, quia polus horizontis supra c, consistit,

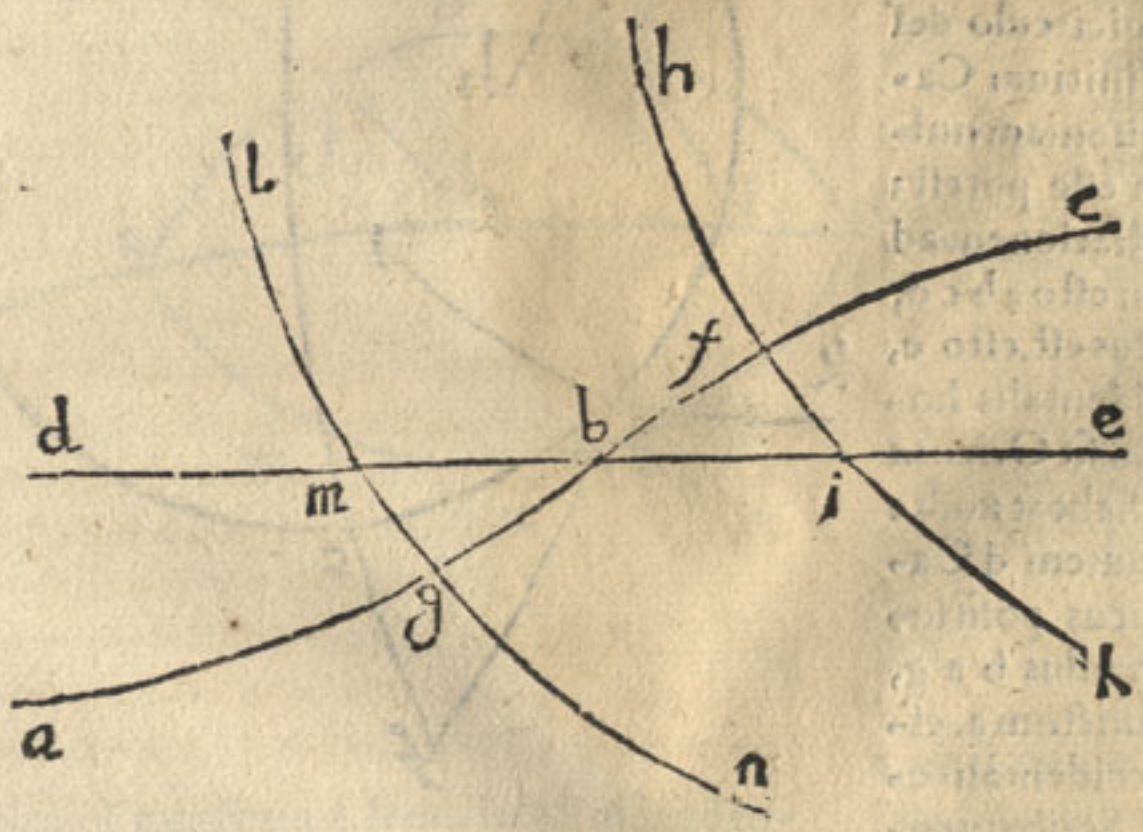


Erit itaque arcus o f, Solis occultatio sub horizonte arcui f b respondens, sub eodem horizõte depresso, rectosq; efficiet angulos cum ipso circulo l o m, ad punctum o per 19. primi Theodosij. Et intelligamus deinceps aliam Solis & Lunæ coniunctionem in qua locus Solis sit b, Lunæ verò p: sintq; duo arcus f b & b p, aequales inuicem, & cum Luna ad occasum peruenerit, ipse idem obliquus horizon propositionem habeat p q r, æquinoctialem secãs in s: arcus autem occultationis Solis in eodem temporis momẽto sit b t, rectos efficiẽs angulos cum horizonte ad punctũ t, quippe quod à polo ipsius horizontis veniat. Duo igitur ecliptica arcus f b, & b p, æquales sunt, & arcus descensionum eorundem videlicet b g, & b s, æquales sunt, per 14. tertij libri Theodosij. cæterum arcus occultationis Solis f o, & b t, inæquales ostendemus, nempe b t, minorem ipso f o. Duo enim anguli b p t, & b p s, duobus rectis sunt æquales, tres verò anguli interiores trianguli b s p, duobus rectis maiores sunt: detracto igitur communi angulo b p s, minor relinquetur angulus b p t, duobus angulis p b s, & p s b, simul sumptis per communem sententiam. Quorum vnus videlicet p b s, maximæ obliquitatis zodiaci est: alter verò qui est p s b, complemẽti altitudinis poli in proposito obliquo horizonte. Atqui angulus f b o, duobus angulis æqualis est simul sumptis, angulo nempe f b g, maximæ obliquitatis zodiaci, & angulo g b o, complementi altitudinis poli in eodem horizonte: angulus igitur b p t angulo f b o, minor est. Duo autem triangula f o b, & b p t, angulos ad t & o, puncta rectos habent: igitur sicut sinus totus se habet ad sinum rectum anguli b p t: sic sinus lateris b p ad sinum lateris b t. Similiter sicut sinus totus ad sinum rectum anguli o b f, sic sinus lateris f b, ad sinum lateris f o: maiorem autem rationem habet sinus totus ad sinum anguli b p t, quàm ad sinum anguli f b o, quia minor ostensus est angulus b p t angulo f b o, vtroque acuto existente: maiorem igitur rationem habebit sinus lateris b p, ad sinum lateris b t, quam sinus lateris f b, ad sinum lateris f o. At æqualia sunt per hypothesim duo latera f b, & b p: & proinde eorum sinus æquales erunt: minor igitur erit sinus lateris b t, vt pote ad quem maior habetur ratio, ipso sinu lateris f o, ad quem minor. Atqui ipsa latera b t & f o, minora sunt quadrantibus: igitur arcus b t, minor erit ipso f o. Sunt itaq; arcus ecliptice æquales, & ascensiones aquales habent. Cæterum occultationes Solis inæquales sunt, quod demonstrandum suscepimus. Ipsa porrò latera b t, & f o, minora esse quadrantibus demonstrabis: quoniam angulus f b o, minor est recto, similiter & angulus b p t.

Præterea ponamus arcum zodiaci p z, æqualẽ rursus ipsi f b aut b p, & intelligamus aliam Solis & Lunæ coniunctionem in qua quidem Solis locus sit p sub horizonte, & Lunam digressam esse à Sole arcu p z, ad occasumq; venire cum puncto æquinoctialis y, in ipso eodem horizonte, qui positionem habeat z y: erit igitur s y, descensio arcus p z, maior quidem descensione arcus f b aut b p: propterea quòd ipse arcus p z, à sectione Verna distantior est. Deducatur autem ex puncto p, arcus maximi circuli p x, rectos faciens angulos cum horizonte in puncto x. Et eadem demõstrandi arte, qua paulò ante vsi sumus angulum p z x, ostendemus minorem esse angulo f b o: & proinde arcum occultationis Solis p x, minorem esse arcu occultationis f o. Sunt itaque f b, & p z, arcus zodiaci æquales, inæquales habentes descensus: quibus etiam respondent Solis occultationes inæquales, videlicet vbi maior est descensus, ibi minor est solis occultatio, quòd erat à nobis demonstrandum.

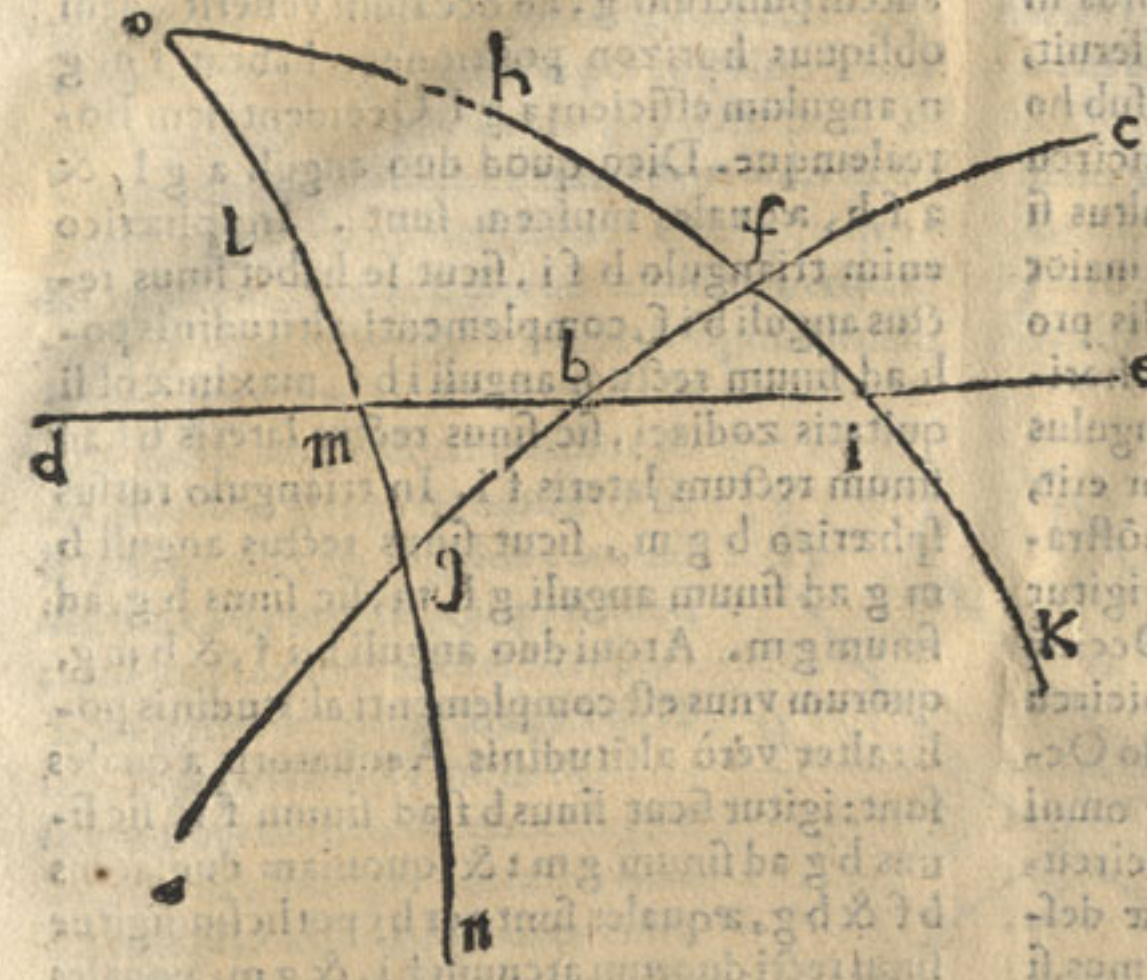
Certissimum autem putamus citius Lunam apparere post ipsius cum Sole coniunctionem, si ipsorum distantia semicirculi ecliptica ascendentis

dentis fuerit: tardiùs verò si semicirculi descẽdentis, quemadmodum autor scripsit: non tamen propterea quòd maiores sint descensus in vno semicirculo quàm in altero vt ille asseruit, sed quia sol descendendo occultior erit sub horizonte cum distantia ipsius a Luna semicirculi ascendentis fuerit: minus autem occultus si descendentis semicirculi. Et quoniam maior hæc aut minor Solis occultatio ex angulis prouenit qui ex concursu fiunt ecliptica & horizontis obliqui: vbi enim istiusmodi angulus minor fuerit, ibi Solis occultatio minor erit, quemadmodum ex ijs quæ superius demõstrauimus, perspicuum est: operæpretium igitur erit demonstrare quòd omnis angulus Occidẽtalis Borealisq; qui ex concursu fit semicirculi ecliptica ascendentis cum semicirculo Occidentali obliqui horizontis maior est omni angulo, qui ex concursu fit ipsius semicirculi horizontis cum semicirculo ecliptica descendenti. Quod quidem facile ostendemus, si demonstratum fuerit in primis, quòd anguli huiusmodi qui ad puncta ecliptica fiunt, quæ paribus interuallis ab alterutra sectione Aequatoris distant, æquales sunt inter se. Esto enim a b c, semicirculus ecliptica ascendens,



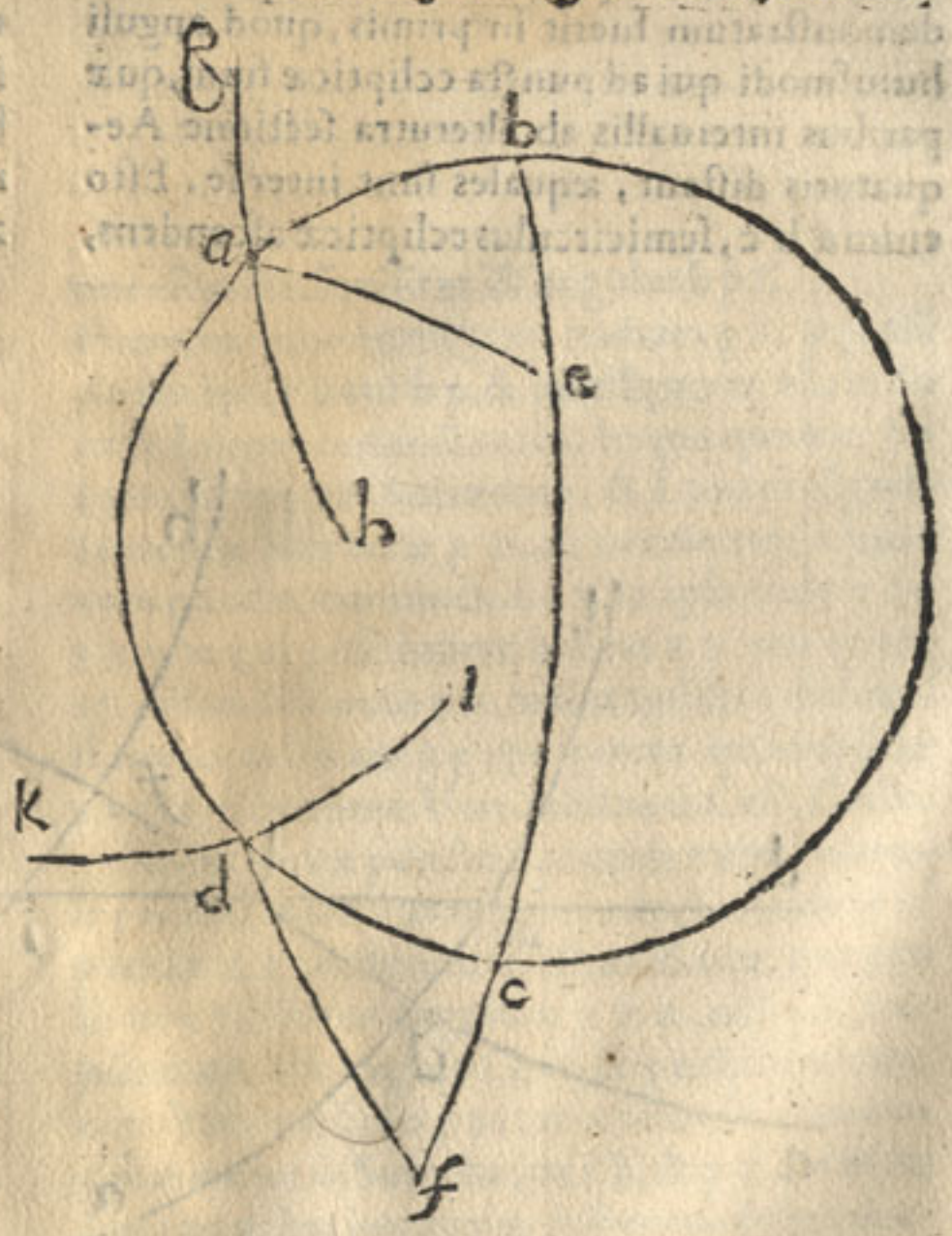
d b e æquinoctialis, b sectio Verna, & sint f & g, duo ipsius semicirculi ecliptica puncta, quæ paribus interuallis distent ab ipsa sectione b, veniatque per f, obliquus horizon h f i K, qui ad ipsum f punctum angulum efficiat a f h, Occidentalem Borealemque: cum autem punctum g, ad occasum venerit idem obliquus horizon positionem habeat l m g n, angulum efficiens a g l, Occidentalem Borealemque. Dico quod duo anguli a g l, & a f h, æquales inuicem sunt. In sphærico enim triangulo b f i, sicut se habet sinus rectus anguli b i f, complementi altitudinis poli ad sinum rectum anguli i b f, maximæ obliquitatis zodiaci, sic sinus rectus lateris b f, ad sinum rectum lateris f i. In triangulo rursus sphærico b g m, sicut sinus rectus anguli b m g ad sinum anguli g b m, sic sinus b g, ad sinum g m. Atqui duo anguli b i f, & b m g, quorum vnus est complementi altitudinis poli: alter verò altitudinis Aequatoris æquales sunt: igitur sicut sinus b f ad sinum f i, sic sinus b g ad sinum g m: & quoniam duo arcus b f & b g, æquales sunt per hypothesim: igitur sinus recti duorum arcuum f i, & g m, æquales erunt per quintum librum Euclidis. Et quoniã ipsi arcus f i, & g m, minores sunt quadrantibus: sunt enim latitudines occasuum punctorum f & g, partes videlicet quadrantum horizontis, qui sunt inter meridiani sectiones, & ipsam atque i puncta: duo idcirco arcus f i, & g m, æquales inuicem erunt. Concurrant autem in punctο o Borealι ipsi duo horizontes qui pro vno atqúe eodem sumuntur. Nam nihil interest vtrum horizonte immobili existente sphæra moueatur, an sphæra quiescente horizontem mobilem feceris. Et quoniam duo anguli d m o, & d i o, complementi altitudinis poli Borealis æquales sunt: duo igitur latera m o, & i o, sphærici trianguli m o i coniuncta vni semicirculo æqualia erunt: lateri autem m o arcum addemus g m, sed à latere i o, arcum subtrahemus f i: & erunt rursus vni semicirculo æquales duo arcus g o, & f o: quapropter in sphærico triangulo g o f angulus

a g



à g o, angulo a f o, æqualis erit, ideſt angulus à g l, angulo a f h æqualis. Poteris autem neglecta ratione ſinuum (ſi libet) duos arcus f i, & g m, æquales inuicem oſtendere. Duo enim arcus b i & b m, æquales ſunt p 14. tertij Theod. igitur f i, & g m, æquales erunt per 4. primi Menelai.

Idem ſimiliter demonſtrabis, & eadem prorſus arte de angulis qui fiunt in ſemicirculo deſcendenti. De iis verò qui fiunt ad initium Capricorni, & finem Geminorum, quoniam nullum trianguli latus hemicyclium eſſe poteſt: aliam igitur conſtruemus demonſtrationem ad hunc modum. Obliquus horizon eſto a b c d, polus mundi Boreus, qui manifeſtus eſt, eſto e, occultus verò f, ſemicirculus Occidentalis horizontis eſto b d c: reliquus autem ſit Orientalis, & Occidente a Cancri initio, habeat zodiacus poſitionem g a h, Occidente autem d Capricorni initio, habeat ipſe zodiacus poſitionem K d i. Dico, quod exterior angulus b a g, Occidentalis Borealiſq; qui ad punctum a, efficitur angulo a d k qui ad d, & Occidentalis etiam eſt, atq; Borealis æqualis eſt. Scribatur enim per a & e, maximus circulus, item per f & d, & meridianus agatur b e c f. In duobus itaq; ſphericis triangulis a b e & d c f, quoniam meridianus per polos horizontis venit, angulos rectos efficiet e b a, & f c d: duo autem latera b e, & c f, æqualia ſunt. Eſt enim b e, elevatio poli manifeſti, ef verò depreſſio occulti poli, duo præterea latera a e, & f d æqualia, complementa enim ſunt maximarum zodiaci obliquitatum. Reliqua idcirco latera cum reliquis angulis inuicem æqualia erunt, per vltimam propoſitionem tertij libri Ioannis de Monteregio: angulus igitur b a e, angulo c d f æqualis eſt. Quod etiam ex propoſitione laterum & angulorum concludere poteris, in hunc modum. Nam quoniam duo latera a e, & b e, duobus d f, & f c, alterum alteri æqualia ſunt, & ſinus laterum & angulorum eandem ſeruant proportionem: igitur ſicut ſinus totus ad ſinum anguli b a e, ita ipſe ſinus totus ad ſinum anguli c d f: acuti porrò ſunt ipſi anguli b a e, & c d f, quia latera oppoſita minora ſunt quadrantibus. æquales igitur erũt ijdem an-

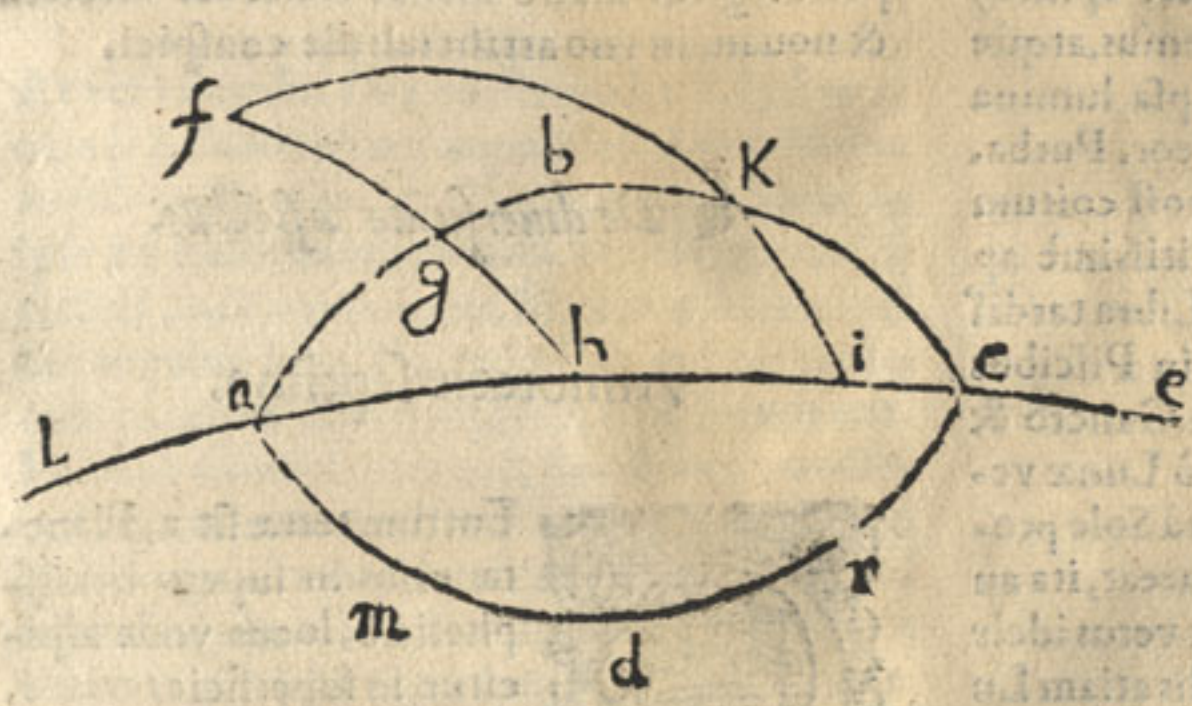


guli. Recti ſunt autem duo anguli g a e, & f d i; quoniam arcus a e, & f d, producti per polos ecliptice veniunt: detractis igitur æqualibus angulis b a e, & c d f, reliqui anguli b a g, & c d i, æquales inuicem erũt per communem ſententiam. Atqui angulus c d i, cõtrapoſito a d k

æqua

æqualis est: duo igitur anguli b a g, & a d k. Occidentales Borealesq; qui ad ipsa initia Cancri & Capricorni fiunt, ex concursu ecliptice & horizontis æquales sunt, quod demonstrandum relinquebatur.

Nunc verò facile erit demonstrare, quòd omnis angulus Occidentalis Borealisq;, qui ex cõcursu fit semicirculi ecliptice ascendentis cũ semicirculo Occidentali obliqui horizontis maior sit omni angulo Occidentali Borealiq;, qui ex concursu fit ipsius semicirculi horizontis cum semicirculo ecliptice descendẽti. Esto enim circulus a b c d ecliptica, semicirculus ipsius Borealis a b c: Australis verò c d a, æquinoctialis l a e, sitq; a initiũ Arietis, c Libræ, b Cancri, d Capricorni. Semicirculus itaque ascendens erit d a b, descendens autem b c d. Dico, quòd omnis angulus Occidentalis, Borealisq;, qui ex concursu horizontis obliqui sit cum ipso circulo ecliptice, ad puncta semicirculi ascẽdẽtis d a b, maior est omni angulo similiter Occidentali Borealiq;, qui fit ad puncta semicirculi descendentis b c d. Horizon enim obliquus f g h, in Occidentali parte angulum efficiat f g a, Occidentalem Borealemq; cum



ecliptica ad punctum g, semicirculi ascendentis, primi nempe quadrantis: in puncto autem k, secundi quadrantis angulum efficiat f K g similiter Occidentalem Borealemq; positionẽ habens f k i: duo autem puncta h & i ea sint, in quibus ipse horizon æquinoctialem intersecat. In triangulo itaq; f h i: quoniam duo anguli a h f, exterior videlicet, & h i f interior æquales sunt, quippe quòd anguli sint complementi altitudinis poli in eodem horizõte: duo igitur latera f h & f i, coniuncta uni semicirculo æqualia erunt. Et propterea duo latera f g, & f K, trianguli f g K, uno semicirculo minora erunt: ex quibus concludes quòd exterior angulus f g a, interiore f K g, maior erit. Et hac arte demonstrabis quòd huiusmodi anguli ab a in b, & à b in c, perpetuò decrescant, angulosq; primi quadrantis angulis secundi quadrantis maiores esse: à puncto autem c in d, & a d in a, in semicirculo nempe Australi huiusmodi angulos perpetuò crescere. Sumatur præterea in quadrante c d punctum quoduis r. Dico, quòd angulus qui fit ad g, punctum quoduis quadrãtis a b, maior est eo qui fit ad r. Distent enim K & r, paribus interuallis à puncto c Libræ initio. Igitur duo anguli Occidentales Borealesq; ad ipsa puncta K & r, æqualia erũt, per ea quæ superius demonstrauimus. At verò angulus qui ad g, maior est eo qui ad K: maior est igitur angulus qui ad g, eo qui ad r: & proinde angulus qui fit ad punctum quoduis primi quadrantis angulo qui fit ad quoduis punctum semicirculi descendentis maior erit. Et sumatur præterea punctum quoduis in quadrante d a, quod sit m. Dico, quòd angulus qui fit ad ipsum m, maior est omni angulo qui fit in semicirculo descendenti. Distent enim m & g, paribus interuallis ab ipso a, puncto Arietis initio: quapropter anguli ad m, & g æquales erunt. Atqui maior est angulus qui ad g, omni angulo qui fit in semicirculo descendenti. Omnis itaq; angulus factus in semicirculo ascendenti Occidẽtalis Borealisq; maior erit omni angulo Occidentali Borealiq; semicirculi descendentis. Et quoniam quemadmodum anguli ab a in c, per b perpetuò decrescunt: ita ij qui sunt in punctis à c, in ipsum à per d, perpetuò crescunt. Angulus itaq; qui fit ad initium Arietis omnium maximus erit: qui verò ad initium Libræ omnium minimus. Continet autem qui ad initium Arietis maximam zodiaci obliquitatem cum complemento altitudinis poli, sed qui ad initium Libræ is erit qui relinquitur detracto angulo obliquitatis zodiaci ex angulo complementi altitudinis poli. Et propterea Luna initium Arietis occupan

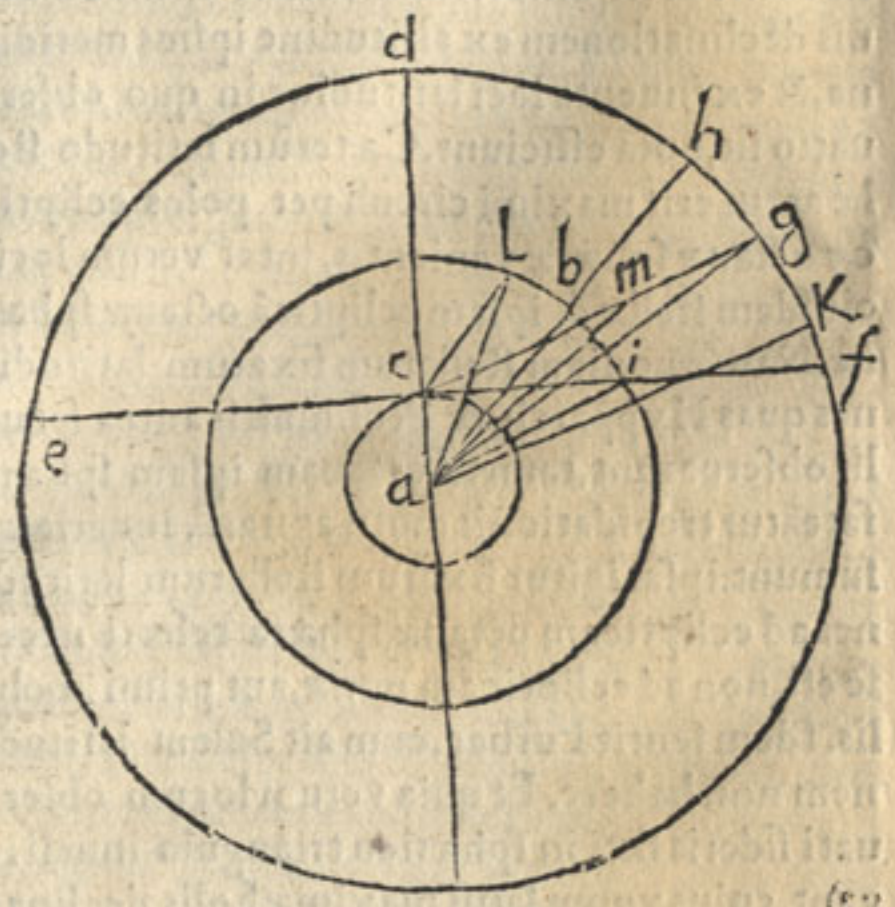
pante atque in horizõntis parte Occidentali constituta, maxima erit Solis occultatio sub ipso horizonte post coitum: minima verò in initio Libræ. Et quia horizontis & ecliptícæ inclinationes ex vtraq; parte æquales inuicem sunt, quod illico patefiet, si in ipsis intersectionibus polos intellexeris maximi cuiusdam circuli per fines quadrantum venientis: anguli igitur Occidentales atque Orientales vtriusque semicirculi ecliptícæ ascendentis, atque descẽdentis, qui cum horizonte obliquo fiunt, ea lege commutabuntur, vt Orientales vnius Occidentalibus alterius æquales sint. Orientalis itaque angulus in initio Arietis minimus, sed in initio Libræ maximus. Et propterea Luna in initio Arietis existente, & in Orientali horizontis parte ante ipsius cum Sole coniunctionem, minima erit Solis sub horizonte occultatio: maxima verò in initio Libræ. Igitur sicut noua Luna post coitum vesperi post Solis occasum, ea in Ariete existente citius apparet, ita senescens ante coitum manè ante ortum solis ob eandem causam citius idest multo ante ipsum coitum occultabitur: in Libra verò contrarium. Quod si aut citas aut tardas nouæ Lunæ apparitiones, veterisq; occultationes, non ad Solis occultationes (vt nostra fert opinio) sed potius ad celeres aut segnes ascensus, atque descensus arcuum ecliptícæ inter ipsa lumina ria referre velis, quemadmodum Geor. Purba. & Arabes: nouam igitur Lunam post coitum in Capricorno & Geminis quam citissimè apparere inquies, in Virgine verò & Libra tardissimè: veterem autem ante coitum in Piscibus & Ariete citissimè occultari, sed in Cancro & Sagittario tardissimè. Motus porrò Lunæ velocior sicut post coitum distantiam à Sole prolõgat, efficitque vt noua citius appareat, ita ante coitum distantiam contrahit: & vetus idcirco Luna tardius occultetur. Borealis etiam Lunæ latitudo causa est in his climatibus Borealibus, vt noua citius appareat, tardiusque idest non multò ante coitum vetus atque senescens occultetur. Concurrent igitur tres autoris causæ, vt in eodem die in quo Luna vetus est, noua vesperi videatur, quod si duæ tantum, secundo die apparebit: si verò vna sola, tertio die nõ autem vt in vno atque eodem die, in quo manè ante ortum Solis vetus Luna videtur, vesperi noua appareat. Nam coniunctionem fieri in semicirculo ecliptícæ ascendenti æquè causa est vt noua Luna citius appareat, ac vetus citius occultetur longiorique tempore ante coitum lateat. At minimè occultari oporteret veterem Lunam, ne dicam tardius, vt manè in eodem die ante coitum videatur, vesperique post ipsum coitum noua appareat. Quod si autor putauit illud contingere posse, quemadmodum ipsius verba enunciare videntur, quodque nonnulli se conspexisse affirmant: perperam tamẽ asseruit à tribus illis causis vnà concurrẽtibus prouenire. Albategnius autem Astronomorum diligentissimus singulas causas enarrans citæ apparitionis Lunæ post coitum tres alias adiecit. Nam habendam esset rationem (inquit) diuersitatis aspectus vt arcus zodiaci cognoscatur, qui inter locum Lunæ visum & Solem occidentem comprehenditur, & distantiam quoq; ipsius Lunæ a terra metiendam, item & veram intercapedinem inter Lunam & Solem. Cum enim Luna à Sole distat Grad. 180. plenitudinem sui luminis ostendit: & quoniam 12 in 15. faciunt 180. interuallo igitur ipsorum luminarium per 5. diuiso, luminis digiti ex partitione venient, idest duodecimæ. Et denique cõcludit Lunam post coitum infra spacium vnius diei naturalis videri non posse: igitur multò minus concedet veterem & nouam in vno artificiali die conspici.

¶ *De diuersitate aspectus.*

Annotatio septima.

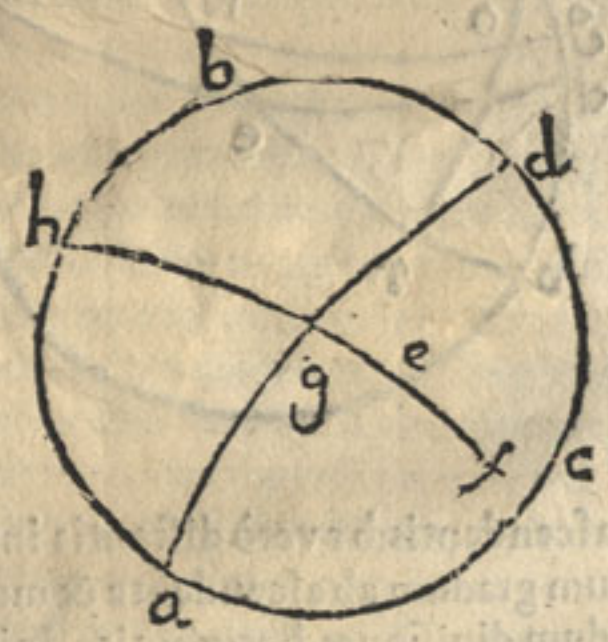
CEntrum terræ sit a, Planetæ visus in supero hemisphærio b, locus vnde aspicitur in superficie terræ c. Igitur constituto triangulo a b c, ipsius planum extendatur vsque ad firmamentum, in quo punctum supra verticem, terminus videlicet lineæ a c, in rectum productæ esto d, & horizontis linea in eodem plano sit recta e f. Producatur autem a b & c b, vsque ad g & h, in firmamento: ipse igitur planeta videbitur in g, sed eius verus locus erit in h. Apparens itaque distantia à zenith erit d g: vera porrò d h: & idcirco diuersitas aspectus in circulo alti

altitudinis erit arcus g h. Excitetur aũt à pũcto a recta linea a K, vsque ad firmamentum, rectæ c g parallela: & quoniã recta a c, terræ semidiameter insensibilis quãtitatis est respectu a K: arcus igitur g K, insensibilis censebitur quantitatis in circulo d f e: & propterea arcus h K, æqualis existimabitur arcui g h, diuersitatis aspect⁹.



At verò angulus c b a, coalterno b a K, ipsum arcum h K subtendenti æqualis est. Idem itaque angulus c b a, aspectus diuersitatem diffiniet in ipso d f e, altitudinis circulo, si in centro eiusdẽ circuli constitutus fuerit. Maximus autem erit hic angulus diuersitatis aspectus in horizonte, quãtoq; ab eo distãtior fuerit, tãto minor erit. Ponatur enim planeta in i, horizontis puncto, rectaq; connectatur linea a i, veri loci. Dico, quòd angulus a i c, diuersitatis aspectus in horizonte angulo a b c, diuersitatis aspectus ipsius eiusdem planetæ supra horizõtem maior erit. Et ponatur rursus idem planeta in alio loco altiore vt in l, rectæq; connectantur lineæ a l, c l: maior igitur erit angul⁹ a b c, angulo a l c. Quæ quidem eadem prorsus arte demonstrabis, qua superius in Theorica Solis vsi sumus, ad ostendendum diuersitatem æqualis motus & apparẽtis, idest medij & veri motus, in puncto longitudinis mediæ maximam fieri: quanto autem Sol opposito augis vicinior fuerit, tanto minorem esse. Hæc enim facile concludes, si punctum a finxeris centrum eccentrici Solis, c mundi centrum & lineam: idcirco c i mediæ longitudinis esse. At quòd quantò astrum distantius fuerit à cẽtro mũdi, tanto minorem habeat aspectus diuersitatem, statim intelliges si à centro mundi a, rectam lineam duxeris ad punctum m, positũ inter b & g. Et quoniam in triangulo a b m, exterior angulus c b a, interiore oppositoq; a m b maior est: planeta igitur visus in m, minorem habebit aspectus diuersitatẽ: & proinde maior erit diuersitas aspectus planetæ propinquioris quàm remotioris, quod erat ostendendum.

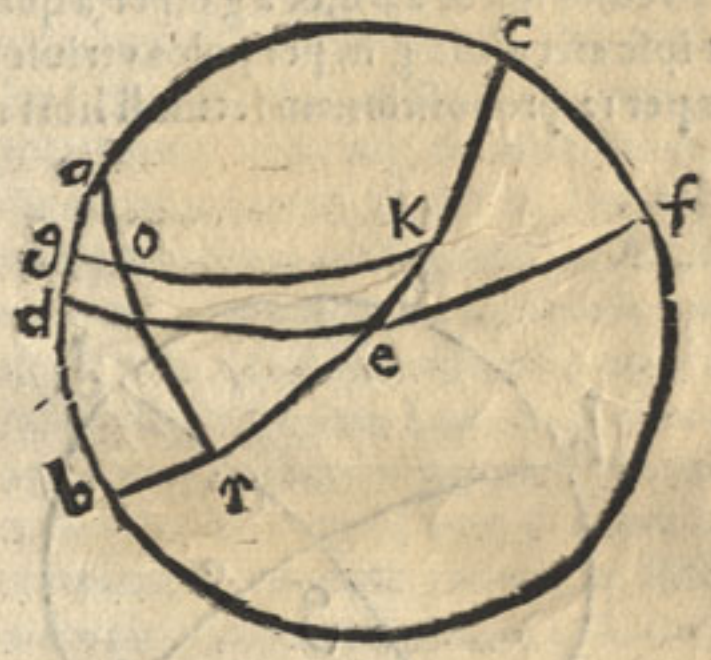
In nonagesimo gradu ecliptícæ ab ascendente nulla fit diuersitas aspect⁹ in longitudine, quia ipse nonagesimus gradus ecliptícæ semper est in circulo per zenit, & polos ecliptícæ procedẽte. Esto enim horizõtis circulus a b c, cuius polus e, segmentum ecliptícæ supra horizontẽ positum sit a d, & veniat à polo zodiaci f, circulus maximus per e, eclipticam secans in g, & horizontem in h. Dico, quòd g est nonagesimus gradus ab ascendente. Nam quoniam horizontis & ecliptícæ circuli se inuicem per æqualia secant per 15. propositionem primi libri Theod. semicirculos igitur a b d, & a g d, per æqualia secabit ipse circulus f g h, per polos vtriusqúe veniens per 12. propositionem secundi libri ipsius



Theodosij: & propterea a g, quadrãs erit: & proinde punctũ g, 90. grad. erit: ab ascendente, in quo quidem nulla diuersitas aspectus in longitudine cõtinget: propterea quòd ipse idem circulus maximus f g h, sub quo astrum videtur à polis ecliptícæ venit. Diuersitas tamen aspectus tũc habebitur in latitudine, quæ quidem non alius arcus erit, quàm ille quem superius diuersitatẽ aspectus simpliciter dictam, siue in circulo altitudinis definiuimus.

Animaduertendum est præterea, tantã esse di-

ſtantiam inter nonageſimum gradum eclipticæ ab aſcendente & meridianum, ſecundum diuiſiones horizontis, quãta eſt amplitudo ortus aſcendentis. Circulus enim a b f, ſit meridianus d e f ſemicirculus æquinoctialis, b e c ſemicirculus horizontis, ſegmẽtum eclipticæ inter meridianum & horizontem ſit g k, punctum a, ſit polus horizontis, & circulus maximus a o r, per polos eclipticæ & horizontis veniens eclipticam ſecet in o: horizontem verò in r: igitur o K & K r, eclipticæ & horizontis ſegmenta quadrãtes erunt per 15. primi Theodoſij, & 12. ſecundi: & erit idcirco punctum o, nonageſimus gradus ab aſcendente. Rurſus quoniam meridianus a b f, per polos æquinoctialis & horizõtis venit: igitur d e, & b e, æquinoctialis & horizontis ſegmẽta quadrantes erunt, per eaſdem Theod. propoſitiones 15. videlicet primi, & 12. ſecũdi. A duobus itaque quadrantibus K r, & b e, cõmunem auferemus arcum e r, & æquales relinquentur duo arcus e k, & b r. Eſt autem e K amplitudo



ortus aſcendentis: b r verò diſtantia inter nonageſimum gradum ab aſcendente & meridianũ, ſecundum diuiſiones horizontis. Igitur tanta eſt diſtantia inter 90. Gr. ab aſcendente & meridianum per horizontem quanta eſt amplitudo ortus aſcendentis. Et idcirco cum amplitudini ortus aſcendentis æqualis reperta fuerit aſtri diſtantia à meridiano per horizõtem, nulla erit ipſius aſtri in eo ſitu diuerſitas aſpectus in longitudine. Quod quidem Ioãnes de Monteregio iuſtè admonuit in libro de cometa, problemate. 5.

¶ *De Latitudine & declinatione.*

Annotatio octaua.

REcentiores Aſtronomi vera loca ſiderum in concauo ſphæræ nonæ, aut primi mobilis aſsignant. Sideris autem declinationẽ arcum maximi circuli diffiniunt, per polos mũdi ſiue æquinoctialis venientis, inter verum locum ipſius aſtri & æquinoctialem. Aſtri enim cuiuſuis declinationem ex altitudine ipſius meridiana, & ex inuenta loci latitudine in quo obſeruatio fit, notã efficiunt. Cæterũm latitudo ſtellæ arcus erit maximi circuli per polos eclipticæ octauæ ſphæræ venientis, inter verum locũ eiuſdem ſtellæ & ipſam eclipticã octauæ ſphæræ. Nam quoniam ſtellarum fixarum latitudines quas Hypparch. & Ptol. multis antea ſeculis obſeruarunt, tametſi octauam ipſam ſphærã fateãtur trepidationis motu agitari, inuariatas ſumunt: ipſas igitur fixarum ſtellarum latitudines ad eclipticam octauæ ſphæræ referri neceſſe eſt, non ad eclipticam nonæ, aut primi mobilis. Idem ſentit Purbac. cum ait Solem latitudinem non habere. Et quia verum locum obſeruati ſideris fixi in ſphærico triangulo inueſtigant, cuius vnum latus maximæ Solis declinationi æquum eſt: aliud verò complementum latitudinis eſt eiuſdem aſtri, & tertium deniq; declinationis complemẽtum, cum quidem angulum reddẽtes notum, qui ad polũ zodiaci octauæ ſphæræ efficitur: palàm igitur eſt inuentam ea arte diſtantiam ad pũctum tropici æſtiui in quo maxima Solis declinatio contingit, referẽdam eſſe, non ad initium Cancri primi mobilis: & proinde initium computationis motus ſtellarum fixarum à ſectione Verna ſumi, non ab initio Arietis primi mobilis. Et quoniam tã errantes quam inerrantes ſtellæ vnũ atque idẽ principium in tabulis habere debent, à quo ipſarum motus computentur: ſectio igitur Verna illud principium erit ſecundũ recẽtiores Aſtronomos, mobile quidem atq; vagum: quod nos minimè probamus. De hoc plura ſcripſimus in libro ſuperiori cap. 4. de declinatione Solis.

¶ *Tres planetæ ſuperiores latitudinem aliã habent ex parte ſuperficiei planæ epic. & reliqua.*

Annotatio nona.

Quo-

QVoniam centrũ epic. in plano deferẽtis cõsistit: scribit aũt Purbac. epic. superficiẽ à superficie deferẽtis quãdo qúe declinare: idcirco fortasse quispiã suspicabitur, interdũ ipsa epic. & deferẽtis plana se inuicẽ secare, alterumq́; ab altero declinare: interdũ verò vnà cõiungi, cũ re vera eadẽ epic. & deferẽtis plana semper se inuicẽ secent: nunquã verò cõiungãtur. Et quia reliqua etiã huius motus accidẽtia non satis ab ipso autore sunt expressa: hãc igitur theoricã latitudinis ab epic. ꝓueniẽtis lucidius enarrabimus, ad hũc videlicet modũ. Cẽtro epic. in nodo capitis collocato, plana ipsius epic. supficies in plana ecliptícæ superficie cõsistet: tantũ verò diameter augis veræ in superficie deferẽtis erit, in cõmuni nẽpe sectione plani ecliptícæ & plani deferẽtis. Deinde verò epicyclo, à nodo soluẽte diameter augis veræ declinare incipit à superficie deferẽtis: recedet enim aux vera versus supficiẽ ecliptícæ: oppositũ verò augis in oppositã partẽ. Diameter etiã lõgitudinũ mediarũ, quæ axis huius motus existit, superficiẽ deferẽtis intersecabit, semiaxis enim Oriẽtalis inter ipsas superficies ecliptícæ & deferẽtis relinquetur: semiaxis uerò Occidentalis extra vtrãq; superficiẽ, superficiei tamẽ ecliptícæ æquidistãs erit. Ipsa igitur epic. superficies ad deferẽtis superficiẽ inclinata erit, itẽq́; ad ecliptícæ superficiẽ in partẽ oppositi augis. Atq; ita cẽtro epic. procedẽte, aux vera, & oppositũ ipsius à superficie deferẽtis magis, atq; magis recedẽt: axis tamen huius motus ad eandẽ perpetuo accedet, ecliptícæ nihilominus æquidistãs, quousq; centrũ ipsius epic. ad punctũ deferẽtis ꝓueniat, quod maximè ab ecliptica declinat. Tunc enim diameter augis veræ à superficie deferentis quã maximè declinabit: diameter verò longitudinũ mediarũ in ipsa superficie deferentis collocabitur. Ab hoc loco in nodũ caudæ, diameter augis veræ ad superficiẽ deferentis ꝓpetuò accedet: diameter aũt lõgitudinũ mediarũ eandẽ rursus intersecabit, cæterũ permutatim. Nã occidẽtalis ipsius semidiameter inter ecliptícæ & deferẽtis superficies relinquetur, Oriẽtalis verò extra vtramq; superficiem, ipsiq́; ecliptícæ superficiei (vt antea) æquidistans erit. Centro itaq; epic. ad nodũ caudæ perueniente, ipsius epic. superficies iterũ collocabitur in superficie ecliptícæ, & diameter augis veræ in superficie deferentis. Motò autem per reliquum semicirculũ Australem, oppositum augis veræ à superficie deferentis ad Australem partem declinabit, & reliqua contingent accidentia, velut anteà. Et quoniã centro epic. in nodis existẽte ipsius superficies simul est cum superficie ecliptícæ, sed extra ipsos nodos ad eam inclinata est, superficiem verò deferentis semper intersecat: axis igitur sup quo epic. mouetur in longitudinem, bis tantũ in vna centri epicy. reuolutione axi ecliptícæ æquidistans erit, videlicet cum ipsum epic. centrum in nodis fuerit: axi aũt eccẽtrici nũquam erit æquidistãs.

Annotatio decima.

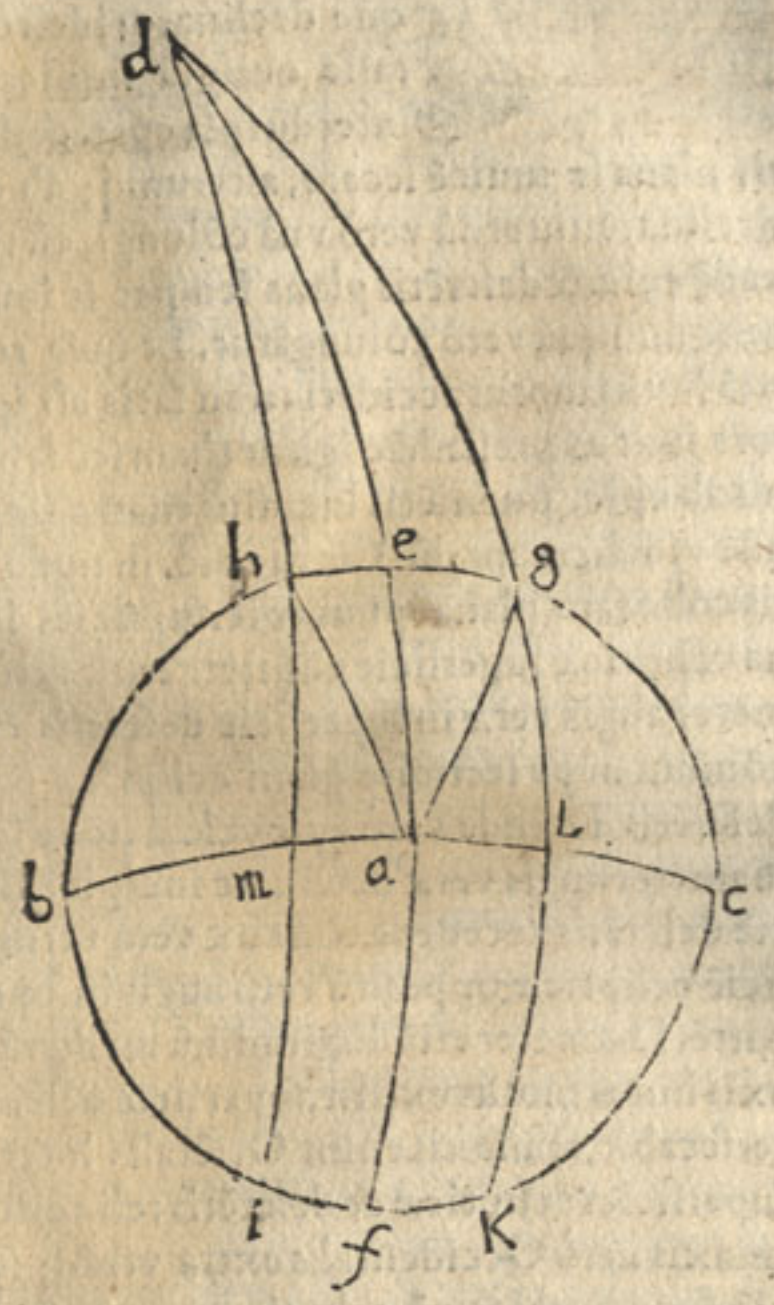
QVoniã cẽtrũ epic. in superficie deferentis existit, & ipsius epic. plana superficies deferẽtis superficiẽ semper intersecat: recta igitur linea ipsarũ superficierũ cõmunis sectio epic. diameter erit. Cẽtro itaq; epic. extra nodos existente ea medietas superficiei epic. quæ punctũ augis continet, superior videlicet inter duas superficies deferentis & ecliptícæ cõprehenditur: inferior verò in qua oppositũ augis extra vtramq; superficiem relinquetur. Dum igitur planeta in inferiori medietate epic. versatur, polus remouetur ab ecliptica, quàm deferens ab eadẽ. Quare nõ semper planeta inter deferentem & ecliptícam reperietur, quemadmodum Gerardus Cremonensis putauit. Centro autem epic. in pũcto deferentis maximæ latitudinis existente, eiusmodi cõmunis sectio diameter erit lõgitudinum mediarum: in aliis verò locis alia diameter erit. Et proinde medietas superficiei epic. vel superior quæ inter superficies deferentis, & ecliptícæ cõtinetur, vel inferior quæ extra vtrãq; relinquitur, nõ erit vna atq; eadẽ in omni situ epicycli.

¶ *Octauæ sphæræ triplex ineſt motus.*

Annotatio prima.

DE motu octauæ sphæræ secundum Alphõsum plura scripsimus in libro superiori capite de Declinatione Solis. Et quoniã illius theorica à Georgio Purbac. lucidissimè enarrata est paucula tantum in præsenti annotabimus.

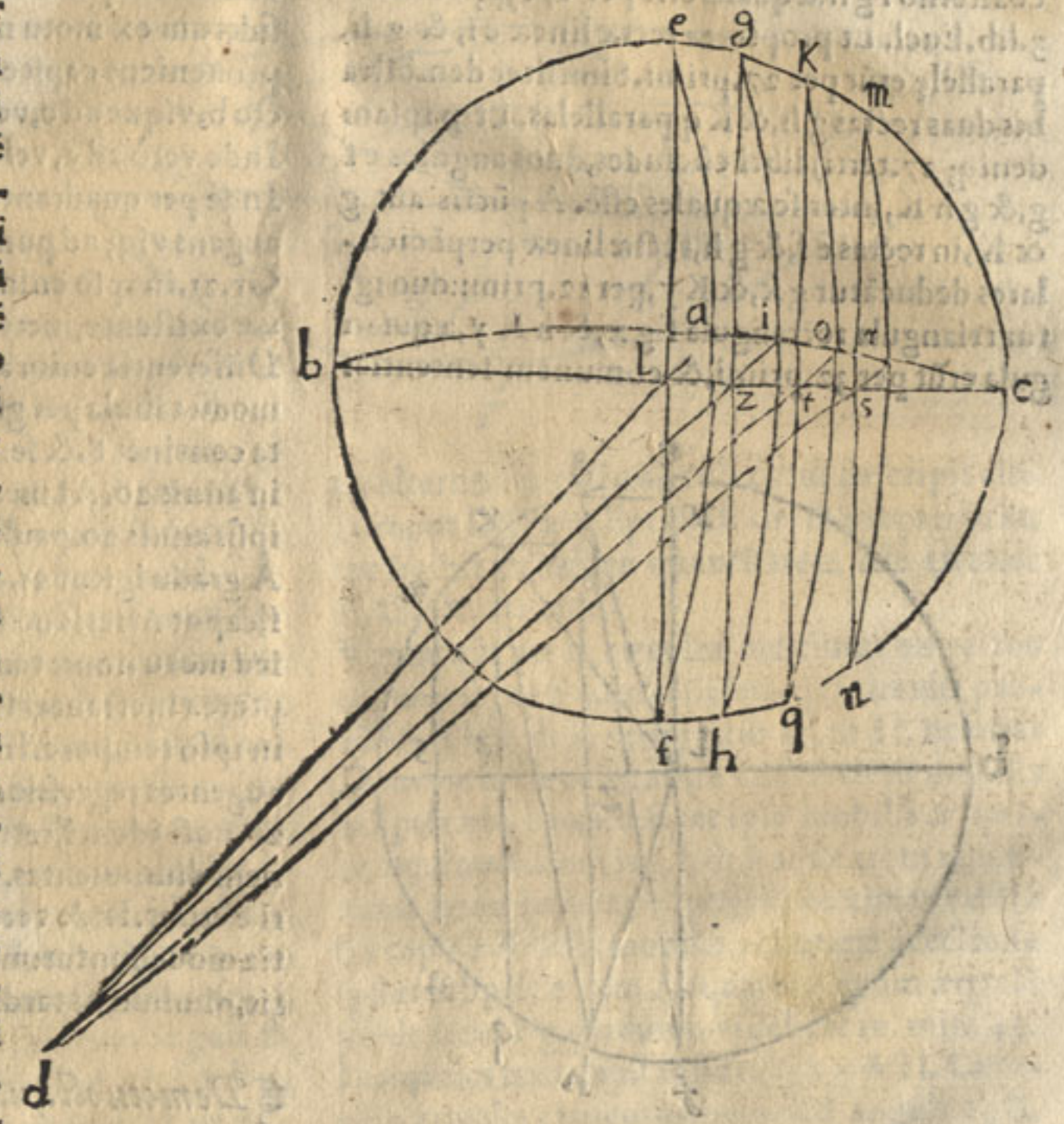
Quod ecclíptica octauæ paruos circulos fecet in alternas portiones æquales, facilè ostẽdes. Ipsi enim parui circuli æquales sunt per 33. propositionẽ. 1. lib. Theod. sunt etiam æquidistantes per 2. secũdi lib. & idcirco alternæ eorundẽ portiones æquales erũt per 22. ipsius secundi lib. Porrò vt intelligas, quando æquatio motus acce. & rece. motui nonæ addenda est, & quando detrahẽda, alterú polũ parui circuli ponemus a, & ipsius parui circuli atq; alipticæ nonæ Occidentalẽ intersectionẽ b, Orientalẽ verò c, & veniat à pũcto d, Boreali polo ipsius eclipticæ nonæ circulus maximus per a, paruũ circulũ secãs in e & f: angulus igitur cũ ea rectos efficiet, per 20. propositionẽ 1. lib. Theod. & propterea paruus ipse circulus in quadrãtes sect⁹ erit b e, e c, c f, & f b. Veniãt etiã ab ipso polo d, per duo pũcta parui circuli g & h, quorũ distantiæ ab e, æquales sint, maximi circuli, qui eundẽ circulũ ipsum paruũ ex altera parte intersecẽt in k & i: eclipticã verò nonæ in l & m. Ecliptica igitur nonæ & circulus d g K, se inuicẽ ad rectos angulos secabunt per 19. propositionẽ. 1. lib. Theod. transit igitur ecliptica nonæ per polos circuli d g K, per 17. trãsit etiã per polos parui circuli: & idcirco arcũ g c K, per æqualia diuidet in pũcto c, & arcũ g l K, per æqualia etiã in puncto l, per 12. secũdi Theod. A quadrãtibus igitur e c, & c f, detractis æqualibus circũferentijs g c, & c K, duo arcus e g, & f k, æquales relinquentur p cõmunẽ sententiã. Eadem arte cõcludes duos arc⁹ e h, & f i, æquales esse: quapropter quatuor arcus e g, f k, e h, & f i, æquales erũt inter se per cõmunẽ sententiã. Veniãt aũt à puncto a ad g, & h, maximorũ circulorũ arcus a g, & a h: duorũ igitur sphæricorũ triangulorũ a g d, & a h d, duo anguli d a g, & d a h, propter æqualitatem duorũ arcuũ g e, & e h, æquales inuicẽ erũt: lat⁹ aũt a g lateri a h, æquũ est, & latus a d, ambobus triãgulis cõmune: duo igitur anguli a d g, & a d h, æquis lateribus cõtenti æquales inuicẽ erunt per 4. primi Menelai. Et idcirco duo arcus eclipticæ nonæ a l, & a m, eisdẽ subtensi æquales inuicẽ erunt. Est aũt a l, æquatio mot⁹ acce. & re. quãdo caput octauæ sphæræ est in g aut in K, & est a m, æquatio ipsius motus quando ipsum caput est in h aut in i. Quando igitur motus acce. & re. fuerit arcus e g aut e c k, aut e c i, aut e c h, eadẽ habebitur in tabula æquatio. Additur autẽ ipsa æquatio motui nonæ quando caput est in K, quanquã in eo loco proprio motu regrediatur. Nã quando erat in c, addebatur totus arcus arcus à c, in K: igitur regressionis arcus erit c l, quo detracto ex a c, relinquetur arcus a l,



motui longitudinis adhuc addendus. At propterea detrahitur ipsa æquatio, quando caput est in h, quanquã in eo loco in cõsequẽtia progrediatur: quoniã quãdo erat in b, auferebatur totus arcus a b, à motu nonæ. In h igitur progressionis arcus in consequẽtia erit b m: quo detracto ex a b, relinquetur arcus a m, adhuc auferẽdus à motu lõgitudinis. Ipso porrò capite Arietis octauæ moto per primũ quadrantẽ parui circuli, videlicet ab e in c, crescũt quidem æquationes, sed inæqualib. cremẽtis: ipsarũ enim æquationũ differentiæ perpetuò minores fiunt. Arcus enim e g, g k, & k m æquales ponantur, ipsumq́; caput Arietis octauæ in g & K & m, & circulus maximus per polos eclipticæ nonæ & pũctũ g veniens, circulũ paruu rursus intersecet in h, ecliptică verò ipsius nonæ in i: qui aũt per k, in q intersecet paruũ circulũ, sed ecliptică nonæ in o. Ille deniq; qui per m, eundẽ circulum paruũ rursus intersecet in n: at ipsam ecliptică nonæ in r. Erit itaq; arcus a i, æquatio mot⁹ e g, & erit arcus a o æquatio motus e K: arcus verò a r, æquatio motus e m. A io igitur arcũ o r differen

ren

rentiã videlic. æquationũ a r & a o minorẽ esse arcu i o, qui differentia est æquationũ a o & a i, & ipsum deniq; arcũ i o minorẽ esse quã a i. Recta enim linea b c, cõmunis sectio existit ipsius parui circuli atq; plani ecliptícæ nonæ. Circulus aũt maximꝰ e a f, veniẽs per punctũ p, quod sphæræ centrũ sit, ipsum planũ ecliptícæ nonæ secet sup recta linea p a, paruũ verò circulũ sup recta e f quarũ quidẽ rectarũ linearũ intersectio est l, ipsius parui circuli centrũ. Maximꝰ itẽ circulus g i h, planũ ecliptícæ nonæ secet super recta linea p i, paruũ verò circulũ super recta g h, quarũ quidẽ rectarũ linearũ intersectio sit punctũ z. Præterea maximus circulus K o q, ipsum ecliptícæ planũ secet sup recta linea p o, paruũ aũt circulũ sup recta K q, quarũ rectarũ intersectio esto pũctũ t. Et maximus deniq; circulus m r n, ecliptícæ planũ secet sup recta linea p t, paruũ verò circulũ super recta m n quarũ rectarũ linearũ intersectio sit pũctũ s. Et quoniã recta linea p l, centrũ sphæræ cũ cẽtro parui circuli cõnectit, perpẽdicularis igitur est super ipsius parui circuli plano p 7. ꝓpositionẽ 1. lib. Theod. & propterea rectilineus angulus p l c, rectus erit per 2. definitionẽ 11. lib. Eucl. Triangulũ itaq; rectangulũ intelligemus p l t, in plano ecliptícæ nonæ, cuius quidẽ latꝰ p t, récto angulo subtẽsum latere p l, acutũ angulũ subtẽdẽte p t l, maius erit ꝑ 19. 1. Euc. reliquũ verò acutũ angulũ l p t, recta linea p z, per inęqualia secat. Nã si recta ipsa linea p z, angulũ l p t, in duos æquales angulos secat l p z, & z p t: igitur sicut est p t ad p l, sic erit t z ad z l, ꝑ 3. propositionẽ 6. lib. Eucl. Atqui maior ostẽsa est p t ipsa p l: igitur & t z, maior erit quam z l, quod quidẽ est impossibile. Nã quia t z, à cẽtro distãtior est, minor erit quã z l: & proinde recta linea p z, angulũ l p t, per æqualia minime secat sed per inæqualia, maiorq́; erit angulꝰ l p z, maius basis segmentũ respiciẽs ipso z p t, minꝰ segmentũ respiciẽte. Si enim angulus l p z angulo z p t, minor est: totũ igitur angulũ l p t, in duos æquales angulos secabimus per 9. ꝓpositionẽ 1. lib. Eucl. rectaq́; idcirco linea ipsum angulũ l p t, dispescẽs cadet inter z & t: & propterea iterũ impossibile cõcludemus per eandẽ 3. sexti, nẽpe partẽ segmenti t z, multò maiorẽ esse ipso segmẽto z l: quod rursus est ipossibile. Quamob

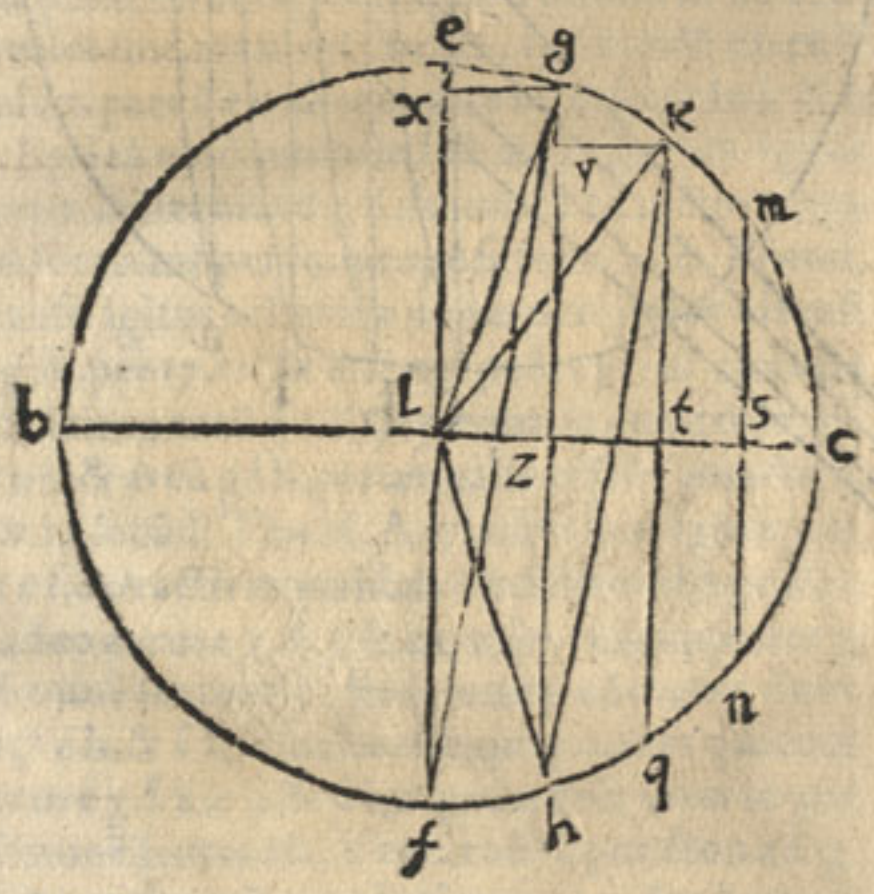


rẽ recta linea p z angulũ l p t, ꝑ inæqualia secabit, maiorq́; erit l p z quã z p t: & idcirco ecliptícæ arcus a i arcu i o, maior erit ꝑ vltimã ꝓpositionẽ 6. lib. Euclid. Similiter demõstrabitur, quoniam in triãgulo s p z angulus p z s obtusus est, exterior nempe atq; oppositus recto angulo p l z: angulus verò z s p acutus: maius idcirco esse latus p s latere p z. Atqui recta linea t s, quoniam à centro distantior, minor est quã z t: recta igitur linea p t angulũ z p s, per inęqualia secabit, maiorq́; erit angulus z p t angulo t p s. Et propterea arcus i o, arcu o r maior erit. Cresciũt itaq; æquationes motus accesꝰ & recesꝰ, quadrantis e c, per inæqualia crementa: ipsarum enim æquationum differentiæ magis atque magis contrahuntur ab a in c, quod demonstrandum suscepimus.

Lẽ-

Lemma.

QVod autem ſumpſimus rectã lineã l z, maiorem eſſe recta z t, ipſamq; z t, maiorem recta t s, facile concludemus, hac videlicet arte. Rectæ lineæ cõnectãtur f g, & h K, & quoniam duo arcus e g, & f h, æquales oſtenſi ſunt per 12. ſecundi Theodoſij: angulus igitur e f g coalterno f g h, æqualis erit per 27. ꝓpoſitionẽ 3. lib. Eucl. Et propterea rectæ lineæ e f, & g h, parallelę erũt per 27. primi. Similiter demõſtrabis duas rectas g h, & K q parallelas. Et ꝑ ipſam deniq; 27. tertij libri cõcludes, duos angulos e f g, & g h K, inter ſe æquales eſſe. A pũctis aũt g & K, in rectas e f, & g h, rectæ lineæ perpẽdiculares deducãtur g x, & K y, per 12. primi: duo igitur triangula rectangula f g x, & h K y, æquiangula erũt per 32. primi, & cõmunem ſententiã:



& idcirco latera habebunt proportionalia ꝑ 4. ſexti, ſicut f g ad h K, ſic g x ad K y. Rectæ aũt lineæ cõnectantur l g, l h, & l K: maior igitur erit angulus f l g angulo h l K: & idcirco maior erit f g quã h K, per 24. propoſitionẽ primi: & propterea maior erit recta g x quã k y. Atqui parallelæ ſunt rectæ l z, & g x, quoniã anguli a d l, & x recti ſũt. Similiter parallelæ ſũt K y, & z t, quia anguli ad z & y recti quoq; ſũt: in parallelogrãmis igitur l g, & z k, latus g x, lateri l z æquũ eſt præterea latera K y, & z t, æqualia erũt per 34. primi. Maior porrò oſtenſa eſt recta g x, quam K y. Et ꝓpterea maior erit l z, quã z t: & eadem arte concludes maiorem eſſe z t, quam t s, quod in demonſtratione fuit aſſumptum.

Quemadmodũ itaq; capite Arietis octauæ motu per quadrantẽ e c, æquationes creſcunt minoribus perpetuò deferentijs, ita per quadrãtẽ c f, ipſæ æquationes decreſcunt maioribus ꝑpetuò differẽtijs. Quoniã verò ipſum Arietis octauæ caput per quadrantem mouetur f b, ita creſcunt æquationes, quemadmodũ per e c, & per b e: rurſus maioribus differentijs decreſcũt, quẽadmodum per c f. Motus itaque inerrantium ſiderum ex motu nonæ & trepidatione octauæ proueniens capite Arietis octauæ moto à puncto b, vſque ad e, velox eſt augens velocitatem. Inde verò ad c, velox eſt diminuens velocitatẽ. Inde per quadrantem c f, tardus eſt, tarditatem augens vſq; ad punctũ h, quod à puncto f, diſtat Gr. 21. in ipſo enim gradu 21. ante f, capite octauæ exiſtente, inerrãtes ſtellæ ſtationariæ erũt. Differentia enim æqnationũ in ipſo h, quemadmodũ tabula per grad⁹ extenſa oſtendit, minuta continet 8. & ſe. 49. quantus eſt motus nonæ in annis 20. At medius motus acceſ. & receſ. in ipſis annis 20. paulò maior eſt quã vni⁹ gradus. A gradu igitur 21. ante f, vſq; ad 20. ante idem f, caput Arietis octauæ ꝓprio motu regreditur, ſed motu nonæ tantundem progreditur: & propterea inerrantes ſtellæ ſtationariæ videbũtur in ipſo tempore. Inde verò ad f retrogradæ erũt augentes regreſsionem. Et ab f vſq; ad gradum 20. poſt idem f, retrogradę quoq; erũt, regreſsionem diminuentes. A 20. in 21. rurſus ſtationariæ erunt. Inde verò vſq; ad b, iam in cõſequentia mouebuntur: motus tamen earum tardus erit, diminuens tarditatem.

¶ *De motu octauæ ſphæræ, ſecũdũ Thebith.*

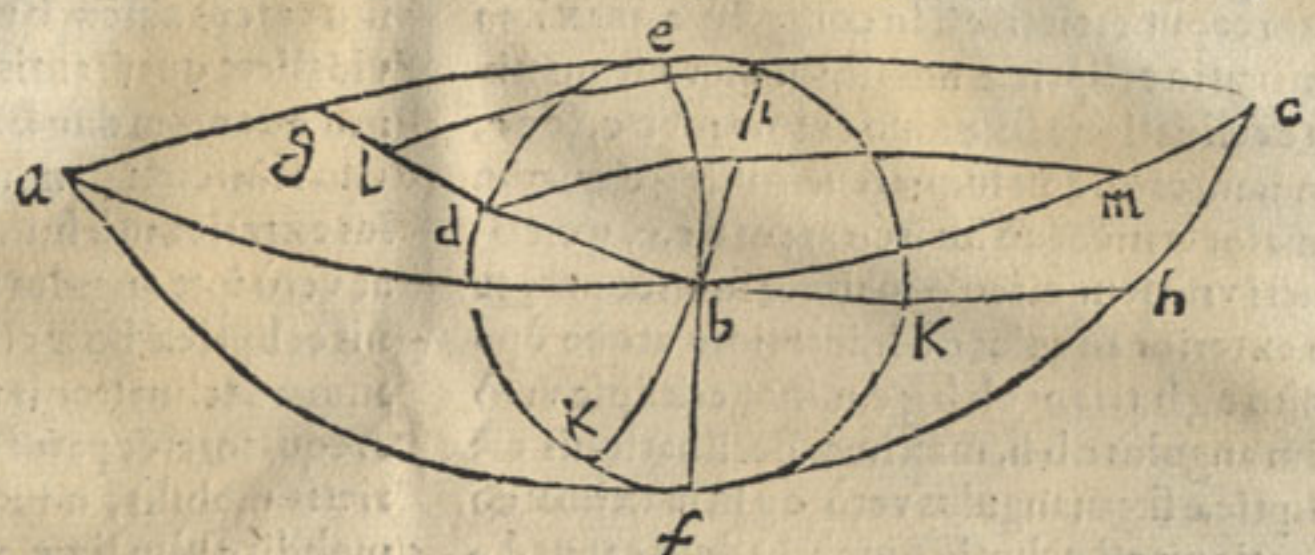
Annotatio ſecunda.

CIrculus a b c, ſit ecliptica fixa, b punctũ caput Arietis ipſius, polꝰ videlicet parui circuli d e f, in quo caput Arietis mobilis ecliptricæ verſatur. Veniatq; per idẽ b, arcus maximi circuli e b f ad rectos angulos ſuper ipſam eclipticã fixã a b c, paruũ circulũ ſecans in e & f. Sintq; a b, & b c quadrantes, punctũ a initium Capricorni, & c initiũ Cãcri. Et erunt idcirco a & c, poli circuli e b f, per primum librũ Theodoſij. Veniat etiã per a & e maximus circulus a e, quem neceſſe eſt tranſire per punctũ c, per 15. propoſitionem ipſius primi libri Theodoſij. Igitur quoniam a & c, poli ſunt circuli e b f, duo ſegmenta a e, & e c,

ec,quadrãtes erunt,& ãnguli quos ipſe circulus a e c,efficit cum e b f recti erũt:quapropter poli eiuſdem circuli a e c,in circulo erũt e b f, per 17. Secat itaq; circulus ipſe e b f,circulum a e c, tranſitq́; per eius polos:ſecat etiã paruũ circulũ d e f,& trãſit per eius polos:& ꝓpterea ipſi duo circuli a e c,& d e f,in ipſo eodẽ puncto e ſe cõtingent per quartã propoſitionẽ ſecũdi lib. Theod. Scribatur ſimiliter per a, & f,maximus circulus a f c,qui eundẽ circulũ paruum tanget in ipſo f. Circulus porrò æquinoctialis circulũ a e c,ſecet in g, Occidentali parte:circulum verò a f c in h,Orientali parte,& paruũ circulum in d & k. Et ecliptică mobilem ponemus a e c,dum caput Arietis ipſius eſt in puncto e,contactu Boreali:& quoniã a e,& e c,quadrantes ſunt:erit igitur initiũ Cãcri ipſius mobilis eclipticæ in c: Capricorni verò in a. Idem continget,quando fuerit idem caput Arietis in Auſtrali contactu f: & proinde capita Cancri,& Capricorni mobilia ſimul erunt cum capitibus fixorum. Separat aũt eclip tica mobilis ab æquinoctiali in ſitu a e c arcum b g,qui maxima eſt diſtantia mobilis ſectionis à fixa ſectione b,in ſitu verò a f c,arcũ b h. Aequales ſunt aũt ipſi arcus b g, & b h. Quod quidem facilè concludes in duobus triãgulis rectãgulis b f h, & b e g. Contrapoſiti enim anguli f b h,& e b g,æquales ſunt,& duo latera b f,& b e æqualia:igitur reliqui anguli, & reliqua latera æqualia inuicem erunt,Latus igitur b g lateri b h,æquum erit per primum lib. Menelai, quod etiam per ſinuum rectorum rationes concludere poteris. Acuti ſunt enim anguli qui ad b: & quoniam latera b e,& b f,minora ſunt quadrantibus:anguli igitur b g e,& b h f,acuti erunt. At verò in triangulo b f h,ſicut ſinus totus ad ſinũ complementi arcus b f,ſic ſinus anguli f b h, ad ſinum complementi anguli f h b. In triangulo ſimiliter b e g,ſicut ſinus totus ad ſinum cõplementi lateris b e,ſic ſinus anguli e b g, ad ſinum complementi anguli b g e: æquales igitur concludes ſinus rectos angulorum f h b,& b g e.

Et quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum anguli f h b,ſic ſinus lateris b h,ad ſinum lateris b f. Itẽ ſicut ſinus totus ad ſinum anguli b g e, ſic ſinus lateris b g,ad ſinum lateris b e,æquales ſunt aũt ſinus recti laterum b f,& b e: æquales igitur erũt ſinus laterum b h,& b g,& quia totus arcus g h, vno ſemicirculo minor eſt: duo igitur arcus b g & b h,æquales inuicem erunt.

Continet aũt vterq; eorũ gradus decem & 45. minuta:totus igitur g h,graduũ erit 21. min. 30. cui alter reſpondet æqualis in Orientali parte,



ex alterno contactu circuli parui deſcripti circa caput Libræ eclipticæ fixæ: & propterea autor ſcribit cuiuſque quantitatem eſſe circiter 21. Gr. & min. 30.

Veniat aũt per b, circulus maximus ad rectos angulos ſuper æquinoctialem,qui circulũ paruũ ſecet in i, & K: erit igitur arcus d i, quadrãs ipſius parui circuli,capite verò Arietis mobilis eclipticæ in i poſito,ſecet ipſa mobilis ecliptica æquinoctialem in l. Erit itaque arcus i l, maxima æquatio octauæ ſphęræ,maximaúe diſtãtia capitis Arietis mobilis eclipticæ à ſectione ipſius eclipticæ cum Aequatore, quam æqualẽ ponit arcui b g,graduum videlicet 10. min. 45. Inæquales enim ſunt ipſi arcus b g,& i l. Cæterùm æquales cenſentur,quia duo anguli e g b, & i l b,maximarum declinationum mobilis eclipticæ ad ſitus e & i, inſenſibiliter differunt. Duorum igitur rectangulorum triangulorũ b e g, & i b l, duo latera e b, & i b,æqualia ſunt,& duo anguli g e b,& l b i recti: duo verò ãguli ad g & l,maximarum declinationum æquales ſupponuntur, propter inſenſibilem eorum differẽtiam:idcirco latera b g,& i l,rectos angulos eorundem triangulorũ ſubtẽdentia æqualia erũt per primum librum Menelai.

Quod etiam per ſinuũ rectorum rationes oſtendere poteris. In triangulo enim rectãgulo b e g, ſicut ſinus totus ad ſinum anguli b g e, ſic ſinus lateris b g,ad ſinum lateris b e. In triãgulo præterea rectangulo i b l,ſicut ſinus totus ad ſinum anguli i l b, ſic ſinus lateris i l, ad ſinum lateris b i:& quoniam duo anguli b g e,& i l b,æquales

ſup

ſupponũtur: igitur ſicut ſinus b g, ad ſinum b e, ſic erit ſinus i l, ad ſinũ b i: & permutatim ſicut ſinus b g, ad ſinum i l, ſic ſinus b e, ad ſinum b i. Aequales ſunt aũt b e, & b i: igitur ſinus b g, & i l, æquales erunt, & quia vterque ipſorũ arcuũ b g, & i l, quadrante minor eſt: æquales igitur erunt, quod erat oſtendendum.

Dum caput Arietis eſt in contactu e, maxima declinatio eclipticæ mobilis maior eſt maxima declinatione fixæ: duo enim arc⁹ b c, & e c, quadrantes oſtenſi ſunt: arcus igitur g c, quadrãte maior erit: & duo idcirco arcus b c, & g c, cõiuncti vno ſemicirculo maiores ſunt: & propterea exterior angulus c b h, interiore atque oppoſito c g b, trianguli b g c, minor erit: ipſe verò idem angulus c b h, maximæ declinationis eſt eclipticæ fixæ: angulus verò c g h, maximæ declinationis eſt eclipticæ mobilis dum caput Arietis eſt in cõtactu e. In ſitu igitur e, maior eſt maxima declinatio mobilis quàm fixæ, quod erat oſtendendum.

Sed ponatur caput Arietis mobilis in pũcto d, ſectionis Aequatoris & parui circuli. Dico, quòd minor erit maxima declinatio mobilis quàm fixæ. Secet enim ecliptica mobilis in eo ſitu eclipticam fixam in m: quadrãs igitur erit arcus d m: & erit idcirco ipſum punctum m, maximè declinans, initium nempe Cancri in ipſo ſitu: arcus autem b m, minor eſt quadrãte, pars videlicet quadrantis b c: in triangulo igitur b m d quoniam duo latera b m, & d m, coniuncta vno ſemicirculo minora ſunt, maior erit angulus exterior m b h, interiore oppoſitoq́; b d m: at verò ipſe angulus m b h, maximæ declinationis eclipticæ fixæ eſt: angulus autem b d m, maximæ declinationis mobilis: in ſectione igitur Aequatoris & parui circuli exiſtente capite Arietis mobilis, minor eſt maxima declinatio mobilis quàm fixæ, quod erat oſtendendum.

Annotationũ in Theoricas Planetarum Georgij Purbachij, Finis.

CONIMBRICÆ.

Ex Officina Antonij de Maris.
Anno. M. D. LXXIII.

DE ERRATIS ORONTII FINAEI, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS.

Qui putauit inter duas datas lineas, binas medias proportionales sub continua proportione inueniſſe, circulum quadraſſe, cubum duplicaſſe, multangulum quodcunque rectilineum in circulo deſcribendi, artem tradidiſſe, & longitudinis locorum differentias aliter quàm per eclipſes lunares, etiã dato quouis tempore manifeſtas feciſſe.

PETRI NONII Salacienſis

Liber vnus.

SECUNDA EDITIO.

CONIMBRICAE
Excudebat Antonius à Marijs.
Anno. 1571.

QVAE PRAETER ARGVMENTORVM
Orontij confutationes in hoc libro continentur.

¶ Platonis inuentum de duobus medijs proportionalibus inueniendis, & cubo duplicando.

Archimedis demonſtratio perquàm lucida de ratione circunferentiæ ad diametrum cum veris numeris. Nam qui in libro ipſius Archimedis nuper impreſſo continentur, corrupti ſunt.

Qua ratione differentia longitudinis locorum ex motu Lunæ ſit elicienda.

Definitionum quinti libri elementorum Euclidis explicatio.

Horizontalium & Verticalium horologiorum ratio, atq; conſtructio.

Præcipuarum tabularum directionum Ioannis de Regio monte demonſtratio, & vſus.

PETRVS NONIVS SALACIENSIS

Ad Lectorem.

ELIM CANDIDE LECTOR, TE in primis admonitum, me non insectandi studio, sed veritatis aperiendæ gratia, hoc opusculum edere statuisse. Quid enim magis conuenit mathematico, quàm veritatis ipsius quam profitetur, atque disciplinæ patrocinium? Cũ autem sit boni viri officium, non artem quam tenet occultare: sed omnia potius in communem vtilitatem conferre: tum vel maxime id facere debet, cum videt homines studiosos, aliquorum ductu erroribus implicatos. Quod multis fortasse accidit, qui autoritate permoti Orontij Finæi, multa sibi persuadent, quæ quàm falsa sint, nostra diligentia facilè cerni potest. Orontij enim errores pauci sunt: sed adeò insignes vt dissimulandi non sint. Solum enim errat, cum mathematicas demonstrationes conficere audet: sed raro audet: nisi Orontij fortasse demonstrationes appeles, quas omnino palamq; à Theone, & Campano mutuatus est: quorum tamen non meminit. In his enim errare non poterat, nisi prius aut Theon, aut Campanus errassent. Sed Theon nunquam labitur, Campanus autem in libro quinto cum definitiones exponeret, vehemẽter hallucinatus est: igitur & Orontius. Quem ego iam ante annos tredecim, per literas admonere statueram, vt cõsultius & maturius inuenta sua probaret, antequàm foràs emitteret. Sed mutaui consilium, quoniam id magis eorum officium esse putaui, qui in eadem vrbe, in qua idem Orontius Mathematicas publicè docet, ijsdem artibus, & discipliinis instructi sunt. Cæterum cum nondum videam illum, vel aliorum admonitione, vel sponte sua, ab institutis erratis esse reuocatum: sed potius nouorum accessione, pristina peccata cumulasse: non id dissimulandum vlterius existima ui. Meus igitur animus est, huic incõmodo subuenire: atque omnes illos errores breuiter explicare. Hæc autem ab Orontio, eo animo accipi velim, quo ego accipiam, quoties acciderit, vt aliquis mihi errores meos indicet. Est enim proprium imbecillitatis humanę, fæpe labi: quod mihi contingere posse arbitror. Boni autem viri munus esse puto, non aliorum peccata dissimulare: sed potius omnes homines si fieri posset, ab inscitiæ tenebris, in lucem veritatis asserere.

Vale.

DE ERRATIS ORONTII FINAEI DELPHINATIS, QVI PVTAVIT INTER DATAS DVAS LINEAS, binas medias proportionales sub continua proportione inuenisse, circulum quadrasse, Cubum duplicasse, Multangulum rectilineum quodcunq; in circulo describendi artem tradidisse, & longitudinis locorum differentias aliter quàm per eclipses lunares, etiam dato quouis tempore manifestas fecisse,

PETRI NONII SALACIENSIS

Liber vnus.

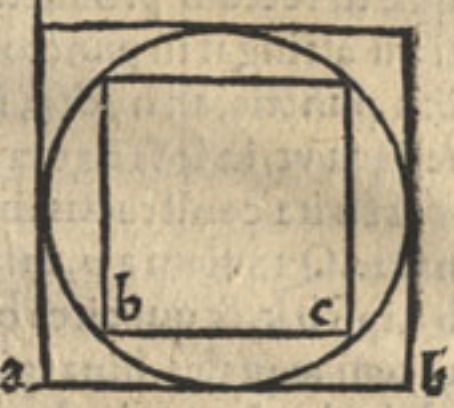
ERRATVS est ad me modò Orontij Finęi Mathematici nouus quidam liber de circuli quadratura inscript⁹. In quo quinq; illa problemata difficillima se dissoluisse iactat, quæ per omnes ætates & æuo longissimo à doctissimis viris, magna industria assiduoq; labore atq; meditatione cõquisita, nondũ tamen sunt inuenta. Vnum est, quonam modo cubicum corpus duplicari debeat, forma non variata. In quo Græci olim philosophi plurimum insudarunt. Sed cum nulla inueniendi Methodus eis succurreret, Hippocrates Chius primus inspexit, cubi duplicationem tum demum posse inueniri, cum inter duas lineas rectas, quarũ maior dupla esset minoris, duæ medię proportionales sub continua proportione inuentæ fuissent. Et proinde in aliud problema non minus difficile sunt deuoluti, in cuius inuestigationem non pauci se conuerterunt, Eratosthenes, Plato, Architas, Hieron, Philon Byzantius, Apollonius Pergeus, Diocles, Pappus & alij. Quorum demonstrationes ideo non probãtur, quòd per eas non sine alicuius mechanici instrumenti adminiculo ipsæ medię proportionales inueniri possint. Tertium difficillimũ problema est, quanam arte circulus in quadratam formam sit redigendus? In eo enim magna fuit magno Archimedi solicitudo, mittamus Hippocratem, Brisonem & reliquos mathematicos ante Aristotelem. Fecitq; ille quantum potuit, sed exactam circuli quadraturam inuenire non potuit. Solũ nanq; demõstrauit, æqualẽ esse circulũ rectangulo, triangulo cuius alterũ latus rectũ angulum continẽs, est eiusdem circuli semidiameter, alterum verò circunferentiæ æquale. Rectam autem lineam circunferentiæ æqualem non inuenit: sed certissimè comperit, quòd ipsa circunferẽtia cũ diametro collata minorem habeat rationem, tripla sesquiseptima, sed maiorem tripla super decupartiente septuagesimas primas. Vt si diameter circuli supponatur partium æqualium. 497. erit circunferentia maior quàm 1561. minor tamen quàm 1562. Igitur ex ea ratione circunferentię ad diametrum, certa circuli quadratura colligi non poterit, sed valde propinqua, & quæ eadem methodo qua vsus est Archimedes, propius ad metam accedere possit. In quarto problemate non minor est difficultas. In eo enim inuestigandum proponitur quomodo in circulo regularis quæcunq; rectilinea figura sit describenda. Euclides enim solùm tradidit artem describendi in circulo triangulum æquilaterũ, quadratum, pentagonum, hexagonum, & subinde quintidecagonum, octogonum præterea, decagonum, & duodecagonum, cæteraſq; figuras, in quibus laterum numerus duplicato semper augetur. Quòd si aliquo ingenio triangulũ isosceles constitueretur, vnũquenq; eorũ angulorum qui sunt ad basin reliqui triplum habens, possemus vtiq; in circulo rectilineũ septem æqualium laterum describere, subtenderet enim minor eius angulus septimam circunfe-

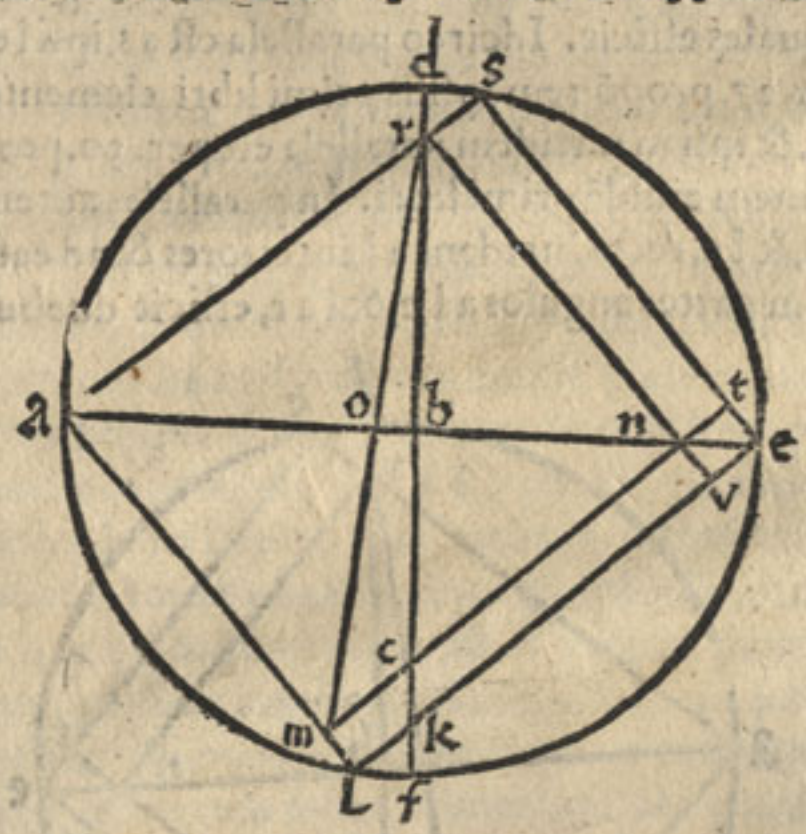
ferentiæ partem. Et si triangulum Isosceles constitueretur, vtrunq; eorum angulorum qui sunt ad basin reliqui quadruplum habēs, possemus haud dubiè rectilineum nouem æqualium laterum in circulo describere. Subtenderet enim minor angulus nonam circunferētiæ partem. Quod item facilè describeretur, si tertiam partem circunferentiæ circuli quam latus æquilateri trianguli subtendit, in tres iterum partes diuideremus. Sed nondum hæc sunt inuenta, & propterea heptagonum, nonagonum, & reliquas deinde rectilineas regulares q; figuras describere nescimus, in quibus laterum numerus duplicato semper augetur. Vltimum problema vt est arduū atq; difficile, ita eius inuestigatio vtilissima. Inquirendum enim proponit, quonam pacto differentiæ longitudinis locorum siue meridianorū interualla, aliter quā per lunares eclipses, & dato quouis tēpore cognoscantur. Nam locorum latitudines videlicet distantiæ ab æquinoctiali circulo, non solum meridiano tempore deprehendi possunt, verū etiam quolibet alio, quemadmodum excogitatum est à nobis. Sed longitudinis differentias nemo hactenus inuenire potuit, aliter quā per lunares eclipses, aut itinerum dimensionē quæ incerta est. At vero cum raro fiant eclipses, & ob globosam terræ figuram fieri non possit, vt in omnibus locis orbis eædem conspiciantur, id propterea locorum situs qui potissimū his duobus concluduntur, ac diffiniuntur, plerunq; ignorantur. Cæterū Orontius Finæus hæc omnia inuenisse putat, clarissimeq; demōstrasse: atq; idcirco diuina prouidentia factum (inquit) vt quæ præclara sunt ac difficilia, in sua differantur tempora, illisq; destinentur inuentorib⁹, quos solus Deus ad hæc nouit esse delectos. Ego verò cum puto insaniisse, aliter enim primos errores suos ante duodecim annos commissos agnouisset, & proindè hos nouos ingentesq; formidasset, quos in hoc libello apertissimè explicabo.

Modus Orontij Finæi ad inueniendum inter duas datas rectas lineas, binas alias sub eadem ratione continue proportionales.

CAPVT. I.

PVTAT ORONtius Finæus quòd non solū cubus duplicaretur, verum etiam circulus facilè quadrari posset, si inter duas datas rectas lineas binę mediæ proportionales sub continua proportione inuentæ fuissent. Ob id igitur cum propositū circulum quadrare libet, inter a b, latus quadrati circa datū circulū descripti, & b c latus quadrati in eodē circulo descripti, binas medias proportionales in hunc modum inuestigare conatur. Constituantur inquit a b, & b c, latera ad rectum angulum qui sub a b c, & centro b, interuallo autem b a, circulus describatur a d e f, vtraq; deinde a b, & b c, in continuum rectūq; producatur, donec ad puncta d, e, f, in circūferētiā ipsius circuli applicētur.





Erunt igitur a e, & d f, eiusdem circuli diametri, in eius centro b, ad rectos angulos se se inuicem dirimentes. Tunc verò recta linea c f, reliqua pars semidiametri b f, per extremam ac mediam rationem diuidatur, vt sit c K, maius segmentum, sed K f, minus. Sic igitur vt f c, ad c k, ita c K, ad K f, Erit idcirco linea b k, (inquit Orontius) secunda proportionalis linea. Cōnectatur autem e k, quæ in rectū producta circuli circunferentiam attingat in puncto l. Deinde cōnexa a l, ipsi e l, per pūctum c, parallela ducatur recta m n, quæ lineam

a l, secet in puncto m, semidiametrum vero b e, in puncto n. Lineam itaq; b n, tertiam dicit esse proportionalem: vt sit sicut a b, prima linea ad b K, secundam, ita eadem b k, ad b n, tertiã, & in eadem quoque ratione ipsa b n, ad b c, quartam lineam. Ad quod demonstrandum à semidiametro b d, lineam b r, abscindit æqualem ipsi b K. & cõnexa m r, quæ diametrum a e, secat in puncto o, atque recta a r, cõnexa quæ in rectum producta circuli circunferentiam attingat in puncto s, tandem ab ipsis r, & s punctis, ad n, & e, rectas ducit r n, s e, & reliqua vt in ipsa figura continentur.

His ita constructis in hunc modum ratiocinatur. Quoniam a b, ipsi b e, est æqualis, atque b r, ipsi b k, & qui circa b, consistunt anguli inuicem æquales, bina igitur triangula a b r, & e b k, duo latera duobus lateribus æqualia habẽt alterũ alteri: & angulos sub æquis lateribus æquales. Quapropter basis a r, basi e k, & reliquus angulus b a r, reliquo b e k, atq; reliquus a r b, reliquo b k e, per quartam primi elementorum est æqualis. Recta igitur linea a e, incidens in a s, & l e, rectas lineas, alternos angulos æquales efficit. Idcirco parallela est a s, ipsi l e, per. 27. propõnem ipsius primi libri elementorũ. & ipsi m n, itidem parallela est per. 30. propõnem eiusdẽ primi libri. In parallelas autem a s, & l e, recta incidens a l, interiores & ad easdem partes angulos a l e, & l a r, efficit duobus

rectis æquales per. 29. propõnem ipsius primi elementorum. Atqui rectus est angulus a l e. per. 31. propõnem tertij elementorum, rectus igitur & angulus l a r. Et eodem modo angulus l e s, rectus ostendetur, quòd etiam angulus a s e, rectus existat per eandem. 31. propõnem tertij elementorum. Et proinde a l, ipsi e s parallela est per. 28. primi elementorum. Rectangulum est igitur atq; parallelogrãmum ipsum a l e s, quadrilaterum. At verò quoniam in a r, & m n, parallelas recta incidit a n, angulus igitur a n m, alterno n a r, est æqualis. Similiter quoniam in easdẽ parallelas recta incidit m r, erit angulus a r m, alterno angulo r m n, æqualis per. 29. primi elementorum. Angulũ præterea qui circa o, verticẽ sub a o r, & m o n, continentur, æquales sunt per. 15. eiusdem primi libri. Aequiangula sunt igitur a o r, & m o n, triangula, & quæ igitur circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur per quartam sexti eorundem elementorum. Sicut igitur a o, ad o r, sic n o, ad o m. Similis ergo rationis sunt a o, & o n, atque ipsa r o, & o m, latera. Præterea cum sit, vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, & qui sub a o m, & n o r, continentur anguli sunt per. 15. primi elementorũ inuicem æquales. Triangula igitur a o m, & n o r, vnũ habent angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera reciproce proportionalia. Aequum est itaque triangulum a o m, ipsi triangulo n o r, per. 15. propõnem sexti elementorum. Et quoniã bases a m, & n r, in æqualibus triangulis æquales subtendunt angulos, similis igitur (inquit) coguntur esse rationis. Atqui a o, & o n, nec non r o, & o m, similis quoq; sunt rationis, est enim vt a o, ad o r, sic n o, ad o m. Proportionalia itaq; sunt eorundem triangulorum a o m, & n o r, latera. Et proinde ipsa triangula sunt inuicem æquiangula, & æquales habẽt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, per quintam sexti elementorũ. Nam sicut in triangulis æquiãgulis, similis rationis sunt quę æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam ipsius sexti, sic in triangulis quorũ latera sunt proportionalia, similis rationis latera æquales versa vice subtendunt angulos. Angulus itaq; a m o, ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, est æqualis. In rectas ergo lineas a m, & n r, rectæ incidentes lineæ a n, & m r, efficiunt alternos angulos inuicẽ æquales. Parallela est igitur n r, ipsi a m, atque ipsi e s, itidem parallela per. 27. & 30. primi elementorum. Parallelogrãmum est itaque ipsum a m n r, quadrilaterum. Ait quod & rectangulum. Anguli enim qui ad puncta a & m, continentur recti sunt, & qui ex opposito igitur cõsistũt anguli a r n,

&

& m n r, sunt recti per. 34. ipsius primi elemẽtorum. Vtrunque igitur a l e s, & a m n r, ac ipsum consequenter e t n v, quadrilaterum parallelogrãmum est atque rectangulum. Et proinde triangula a r n, & r n c, rectangula sunt, & qui ad r, & n, puncta consistunt anguli recti, quod in primis Orontius demonstrandum susceperat.

His præostensis cõcludit b r, & b n, rectas lineas esse medio loco sub eadẽ ratione cõtinue proportionales inter ipsa a b, & b c, supradictorum quadratorum latera, sicut quidem a b, ad b r, sic eadem b r, ad b n, & ipsa b n, ad b c. Cum enim triangulum a r n, sit rectangulũ, & ab angulo recto qui ad r, in basin a n, demissa perpẽdicularis b r: est igitur ipsa b r, media proportionalis inter ipsius basis segmenta a b, & b n, per corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut igitur a b, ad b r, sic eadẽ b r, ad ipsam b n. Rursum quoniam triangulum r n c, est itidem rectangulum, & ab angulo recto qui ad n, in basin r c, demissa perpẽdicularis b n, est igitur eadem b n, media proportionalis inter ipsius basis segmenta r b, & b c, per idẽ corollarium octauæ sexti elementorũ. Sicut ergo b r, ad b n, sic eadẽ b n ad b c. Atqui præostensum est vt a b, ad b r, sic eadẽ b r, ad b n. Et sicut igitur per vndecimam quinti elementorũ a b, ad b r, sic ipsa b n, ad b c. Datis ergo binis quadratorum lateribus a b, b c, quorum alterum in dato circulo, alterum vero circa, descriptum est, duas medias rectas lineas sub eadem ratione cõtinue proportionales ea arte inuenit Orontius, scilicet b r, atq; b n, quod faciendum susceperat.

Orontij corollarium.

SI has (inquit) binas lineas rectas, inter ipsa prædictorũ quadratorũ latera continue proportionales, mechanico prõptissimoq; reperire volueris artificio, sic pendẽter facito. Fabricetur in primis ex dura quapiã & electa materia gnomon quidam ipsi r e m, similis. Constitutis deinde prædictorum quadratorum lateribus, supra scripto modo datis, cuiusmodi sunt a b, & b c, ad rectũ angulum, atq; ad eas partes in quibus ad rectũ conueniunt angulum, in directum vtrinq; productis, veluti sunt b d, & b e, linea diagonalis e n, ipsius rectanguli parallelogrãmi e t n v, in directum ipsius b e, hoc est longioris productæ ad amussim collocetur, cogaturq; interius gnomonis latus venire in punctum c, ipsius lateris minoris limitem, immota semper e n, diagonio ab eiusdem b e, rectitudine. Nam reliquum & interius ipsius gnomonis latus secundam lincã proportionalẽ tibi secabit ex minore producta, interior autem eiusdem gnomonis angulus qui ad n, ipsam tertiam earundem quatuor linearum continuẽ proportionalium simul limitabit.

Orontius de cæteris lineis rectis.

QVanuis autem præmissa linearum proportionalium adinuentio ipsis propositorum quadratorum lateribus, quorum alterum circa, alterum vero intra circulũ describitur, peculiariter inseruire videatur, poterit nihilominus datis quibuscunq; lineis rectis inæqualibus, inter quas duas medias lineas rectas sub eadem ratione cõtinue proportionales inuenire operæprecium fuerit, indifferenter accommodari, immutato paululum solo constructionis exordio. Non enim semper diuidetur excessus maioris lineæ supra minorem proportionaliter, veluti c f, in ipsa antecedentis figuræ descriptione, sed tam diu solummodo, quam diu minor datarum linearum dimidium maioris superauit. Vbi nãq; minor linea dimidium fuerit eiusdem maioris, vel ipso dimidio minor, secũda linea proportionalis qualis fuit b k, aut b r, in eadem præcedenti figura, alia ratione disquirenda est, atq; toties varianda inuestigationis formula, quoties eadem minor linea variam partem quotam fecerit ipsius maioris, à numero pariter pari denominatam: aut inter earundem partium quotarum distinctiones limitata ceciderit. Quo facta complenda erit figura, vti supra descriptum est. Nam cætera vnà cum ipsa demonstratione ex omni parte manẽt eadem. Hæc autem (inquit) constructionum primordia hic sigillatim enarrare, superuacaneum ac inutile duximus, quoniam latus quadrati in circulo descripti dimidio lateris eius quadrati quod eidem circulo circunscribitur, semper est maius.

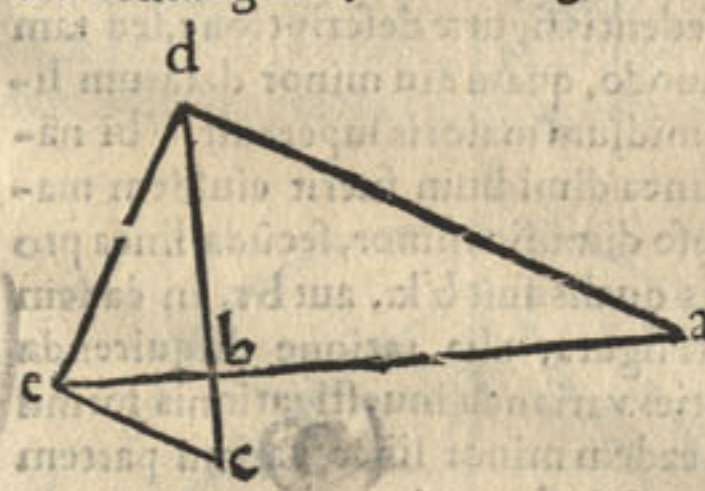
Hæc est Orontij Finæi inuentio atq; demonstratio de duabus medijs proportionalibus, eisdem verbis atq; serie, quam nos ex libro

de circuli quadratura fideliter transcripsimus, nihil enim immutandum statuimus, sed deinceps examinandum.

Modus Platonis ad inueniendum inter duas datas lineas binas medias continue proportionales, quem Orontius partim imitatur, partim perficere conatur.

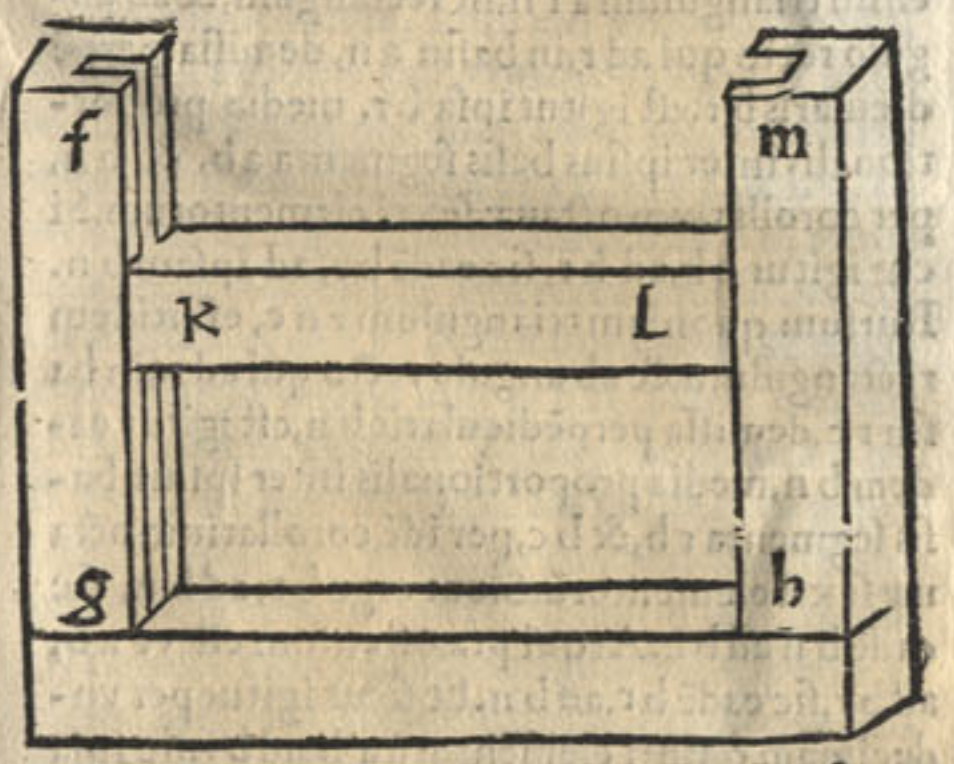
CAP. II.

VM proponeret Plato inter datas duas lineas, binas medias proportionales sub continua proportione inuenire, & alii philosophi varias methodos tentarent, inspexit ille inter datas duas lineas a b, b c, binas medias proportionales facilé posse assignari, si ipsis a b, b c, ad rectum angulum a b c, constitutis, in rectumque productis ad partes b, ab earum deinde terminis a & c, rectæ quædam lineæ in vtrasque ducerentur, quæ cum tertia linea ipsas coniungente, rectos angulos efficerent.



Producatur enim a b, b c, in d, & e, & supponatur ab a, & c, rectas lineas ita duci in ipsas a b, b c, productas, vt ad earum quædam puncta quæ sint d, & e, cum tertia linea d e, ipsas a d & c e, coniungente, rectos angulos efficiant a d e, c e d. Dico quòd b d, & b e, inter datas lineas a b, b c, mediæ sunt proportionales, sub continua proportione. Nam in triangulo rectangulo a d e, angulus qui sub a d e, rectus existit, linea vero d b, ad rectos angulos secat basin a c, in puncto b, igitur per corollarium octauæ sexti elementorum ipsa b d, media proportionalis est inter a b, b e. Similiter triangulũ d e c, rectũ angulum habet qui sub d e c, & linea b e, ad rectos angulos secat basin d c, idcirco ipsa perpẽdicularis b e, media est proportionalis inter d b, b c. Sicut igitur a b, ad b d, ita b d, ad b e, & sicut b d, ad b e, ita b e, ad b c. Quapropter per 11. quinti Euclidis quatuor lineæ a b, b d, b e, b c, continue sunt proportionales sub eadẽ ratione ipsius b d, ad b e, & idcirco ipsæ b d, b e mediæ sunt proportionales inter duas a b, b c, quod demonstrandum erat.

Cæterum quoniam Plato certa & indubitata demonstratione modum consequi non potuit, quo rectæ lineæ ducerentur ab a, & c, punctis in lineas b d, & b e, & ad ea puncta in quibus cum tertia linea eas coniungente, recti anguli efficerentur, mechanico saltẽ instrumẽto quodam, opificioq; idem molitus est. Succurrit igitur illi huiusmodi inuentio. Construatur ex dura quauis materia gnomon f g h, & excauetur alterum eius crus f g, canalisque in eo fiat quadrata forma, cui cõmittatur regula k l, sic vt moueri possit modò in f, & modò in g, semper tamen cruri g h, æquidistans. Ita enim ad rectos angulos adhærebit ipsi f g. Hoc autem cõmodius fiet, si eidem g h, alia regula h m, ad rectos angulos coaptetur, affigaturque, quæ item canalem habeat cui alterum caput regulæ K l, cõmittatur. Nã eo modo ipsa regula k l, neutiquam vacillabit, sed recta ac vniformis mouebitur. His ita constructis, si inter datas duas lineas a b, b c, binas medias proportionalis inuenire libeat, ipsis rectis lineis ad rectũ angulum coniunctis instrumentum sic coaptetur, vt latus cruris g h, contigat punctum c, & regula K l, attingat punctum a: angulus g, iaceat super b e, & angulus K, super b d. Regula igitur g h, positionem habebit c e: regula k l, positionem d a, & f g, positionem e d, Idcirco anguli ad d, & e, recti erunt & proinde sicut a b, ad b d, ita b d, ad b e, & b e, ad b c.



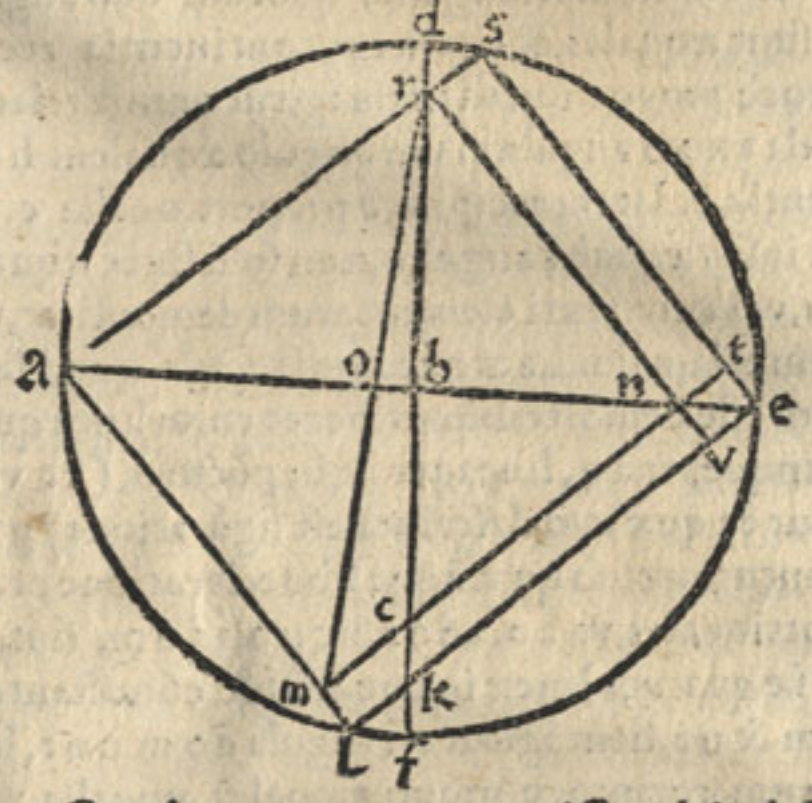
Hunc Platonis modum, & reliquorũ quoque philosophorum Eutocius Ascalonita tradidit,

didit, super secundo libro de sphæra & Cylindro Archimedis, & Georgius valla in opere illo magno expetendorum ac fugiendorum. Nouissime autem vir eruditus Ioannes Vernerus Norumbergensis eos omnes modos multo lucidius enarrauit. Cæterum Orontius Finæus sine vllo mechanico artificio, rectas lineas ducere conatur à punctis a, & c, in lineas b e, & b d, & ad ea ipsarum puncta d, & e, in quibus cum recta d e, eas coniungente recti anguli efficiuntur, quod Plato non potuit. Præterea ad Platonis imitationem gnomonem construit, quo ipsos rectos angulos ad eadem puncta efficere possit, & proinde binas medias proportionales inuenire, & cætera quæ deinceps operæ pretium erit examinare.

Orontium Finæum hallucinatum esse circa inuentionem duarum mediarum proportionalium, ob ignerantiam elementorum geometricorum sexti libri Euclidis. CAP. III.

Reprehensio prima.

REpetita Orontij Finæi demonstratione atque figuratione, vt apertius eam cõfutemus, verbũ verbo respondebimus. Igitur concedimus quadrilaterũ a l e s, parallelogrãmũ esse atq; rectãgulũ. Præterea fatemur bina triangula a o r, & m o n, æquiangula esse, & proinde quæ circũ æquales angulos sunt latera proportionalia, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtẽdũtur, velut quarta propõ. libri sexti elementorum ostendit. Et idcirco sicut a o, ad o r, sic n o, ad o m, similis ergo rationis sunt a o, & o n, atque r o, & o m, ipsorum triangulorum a o r, & m o n, latera. Nec dubitamus angulos qui sub a o m, & n o r, continentur, æquales esse. Simul etiam cõfitemur triãgula a o m, & n o r, quæ vnũ angulum vni angulo ad verticem æqualẽ habẽt, & latera circum ipsos æquales angulos reciproce proportionalia, æqualia esse, quod secũda pars. 15. sexti Euclidis demõstrat. Cæterum quum infert, quoniam bases a m & n r, in æqualibꝰ triãgulis a o m, & n o r, æquales subtendunt angulos, similis igitur cogũtur esse rationis, hoc negamus consequi. Et quum addit, a o, & o n: nec non r o, & o m, similis sunt rationis, quoniam sit vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, Sanè concedimus proportionalia esse & similis rationis ipsa latera in similibus triangulis a o r, & m o n: hoc enim iam fuerat ostensum. Sed ex hoc perperã colligit proportionalia esse triangulorum a o m, & n o r, la



tera. Quod pro vero cum recepisset, deinde licuit inferre per quintam sexti elementarum, ipsa triangula a o m, & n o r, æquiangula esse, & tandem concludere quadrilaterum a m n r, parallelogrãmum esse atque rectangulum: in quo multis modis culpandus est Orontius. Nã si modò ostenderat triangula a o m, & n o r, latera habere reciprocè proportionalia a o, o m, & r o, o n, quoniam sit vt a o, ad o r, sic reciprocè n o, ad o m: quomõ ex templò in eisdem triangulis eidem innixus fundamento, quod sit videlicet sicut a o, ad o r, sic n o, ad o m, eadem latera colligit proportionalia esse, similisque rationis, & proinde ipsa triangula æquiangula esse atque similia, quæ reciproca paulo ante demonstrauerat? Quod si tam leui sophismate capiebatur, bina triangula similia a o r, & m o n, latera habent proportionalia a o, o r, & n o, o m circum æquales angulos qui sub a o r, & m o n. Atqui eadẽ latera in duobus triangulis a o m, & n o r, æquales cõtinẽt angulos qui sub a o m, & n o r, triangula ergo a o m, & n o r, latera proportionalia habent, circũ æquales angulos qui sub a o m, & n o r, & ob id non modò reciproca sunt, verum etiam similia, Animaduertere debuisset, triangula a o m, & n o r, non posse reciproca esse simul atque similia, nisi latera lateribus æqualia essent, quod neq; assumpserat, neq; probauerat. Sic igitur factam argumentatio-

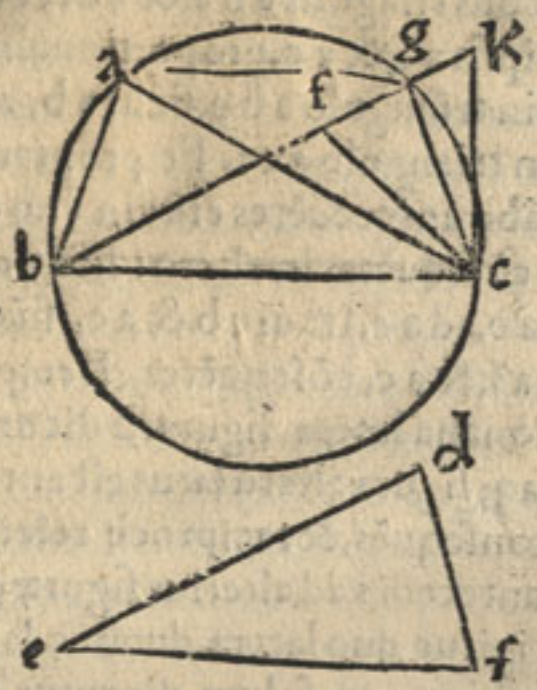
nem examinasset, diluisset que, & ab errore liberatus fuisset. Præterea cõtuendũ erat, si idcirco duo triangula a o m, & n o r, iudicanda forẽt similia atq; æquiangula, propterea quòd bina quædã alia triangula a o r, & m o n, circa se habent similia, cũ quibus videlicet latera cõmunia habent, quæ ad verticem æquales continent angulos, quum hoc item accidere necesse sit omnibus triangulis, quorum duo anguli sunt æquales, & latera eos continentia reciprocè proportionalia, iam igitur omnia triangula vnum angulum vni angulo æqualem habentia, & latera reciprocè proportionalia circa ipsos æquales angulos, non solũ forẽt æqualia, velut. 15. sexti elementorum demonstrat, verum etiam similia atque æquiangula, quod falsum esse demõstrabimus. Secet enim linea quæcunque, vt a n, lineam r m, in pũcto o, (vt vtàmur ea quæ iam descripta est figuratione) ponanturque sub quacũque libuerit ratione proportionales, vt a o, ad o r. sic n o, ad o m, sintq; ipsæ quatuor lineæ inæquales: & cõnectantur a m & n r, fient igitur triangula a o m n o r, laterum reciprocè proportionaliũ æqualia per 15. sexti elementorum, cõnectantur a r, & m n, fient idcirco bina triãgula a o r, & m o n, æquiangula per sextam eiusdem sexti, & laterũ proportionalium quæ circum æquales angulos, similisque rationis quæ æqualibus angulis subtendantur per quartam. Deinde ratiocinemur vt Orõtius, & eisdem suis verbis vtamur: sicut igitur a o, ad o r, sic n o, ad o m: similis ergo rationis sunt, a o, & o n, atque ipsa r o, & o m, latera. Præterea cum sit vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, & qui sub a o m, & n o r, continentur anguli sunt per. 15 primi elementorum æquales, triangula igitur a o m, & n o r, habent vnũ angulum vni angulo æqualẽ, & quæ circũ æquales angulos latera reciprocè proportionalia, æquum est itaque triangulum a o m, ipsi triangulo n o r, per. 15. sexti elementorum. Et quoniam bases a m, & n r, in æqualibus triangulis æquales subtẽdũt ãgulos, similis igitur cogũtur esse rõnis. Atqui a o, & o n, nec nõ r o, et o m, similis quoque sunt rationis, est enim vt a o, ad o r, sic n o, ad o m: proportionalia itaque sunt eorundem triangulorum a o m, & n o r, latera, & proinde ipsa triangula sunt inuicem æquiangula, & æquales habent angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur per quintam sexti elemẽtorum. Angulus itaque a m o, ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, est æqualis. Hactenus vt Orontius ratiocinati sumus, sed pergamus nos. Quoniam in duobus ipsis æquiangulis triãgulis a o m, & n o r, æqualis est angulus a m o, ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, igitur per quartam sexti vt a o, ad o n, ita m o, ad o r. At verò ex hypothesi & permutata proportione sicut a o, ad o n ita r o, ad o m, idcirco vt m o, ad o r, sic r o, ad o m, per vndecimam quinti elementorum. Sũt autem ex hypothesi inæquales m o, & o r, igitur m o, ipsa o r, simul est maior & minor quod est impossibile. Fallax est idcirco Orontij syllogismus. Adde quod duo triangula a o m, n o r, quum reciproca sint, æqualia erunt, sed si similia sunt & latera vnius lateribus alterius sunt inæqualia, inæqualia erunt eadem triangula, est enim eorum ratio duplex quã similis rationis latera per. 19. sexti. Orontius autem illo suo syllogismo nihil minus probare conatur, eadem triangula similia esse, simul atque reciproca, cum latera sunt inæqualia, quàm cum sunt æqualia, nam si vnum concluderet, & alterum etiam concluderet. Atqui non sũt simul æqualia ac inæqualia ipsa triangula: non sunt igitur similia sed reciproca tantum. Et propterea inspicienda erat habitudo laterum proportionalium, se se inuicem secantium, vt a n, & r m. Nam si in duobus triangulis a o r, & m o n, sicut a o, ad o r, ita foret ipsius m o, ad o n, tunc profectò duo triangula a o m, & n o r, æquiangula haberentur atque similia, non autem reciproca, essent enim duo latera a o, & o m, duobus o r, & o n, proportionalia. Cæterum hoc Orontius neque assumpsit, neque assumere debuit, propterea quòd in ipsis duobus triangulis a o r, & m o n, angulus a r m, alternor m n, est æqualis, & reliquus n a r, reliquo a n m, æqualis. Similis ergo rationis latera sunt quæ æqualibus angulis subtenduntur, vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, non igitur sicut a o, ad o r, ita m o, ad o n. Quapropter reciproca ostenduntur triangula a o m, & n o r, non similia. Hanc autem similium triangulorum & reciprocorum dissentientem naturam ac legem exemplo quopiam manifestius explicabimus, vbi triangulorum latera, lineæ fuerint rationales. Describatur rectangulum triangulum a b c, rectum habens angulum, qui ad b, latus a b sit. 4. pedum, b c, trium: idcirco a c, erit quinq; pedum per. 47. propositionem primi elementorum. Producatur a b, vsque ad d, sitque

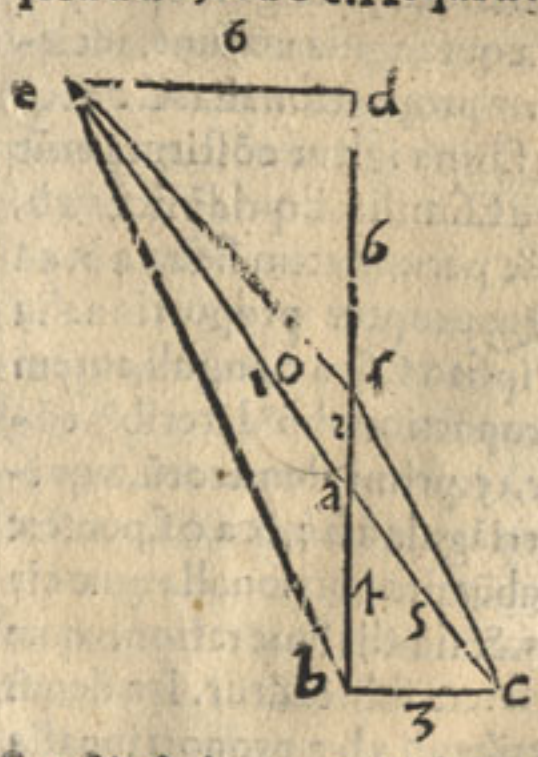
a d,

a d, octo pe dū, & à pūc to d, recta li nea excite- tur d e, rec- tū faciēs an gulū cū ipſa a d, & pro- ducatur c a, donec con- currat cum d e, in punc to e. Quo- niam angu- li ad b, & d, recti ſunt, & qui ad verticem ſunt æquales, æquiāgula igitur ſunt triangula a b c, a d e, per. 32. propoſitionē primi elementorum. Idcirco ſimilia ſunt & latera habēt proportio- nalia per quartā ſexti. Erit igitur d e, ſex pedū, & a e, decē, Secetur autē à linea a d, pars a f, duo rū pedū & cōnectātur c f, e f. Duorū itaq; triā- gulorū a b c, a f e, reciproca ſunt latera quæ cir- cū æquales angulos b a c, e a f. Nā ſicut a b. 4. ad a f, 2. ita a c, 10. ad a c. 5. Idcirco æqualia ſūt ip- ſa a b c, & a f e, triangula per. 15. propoſitionē ſexti, ſed latera proportionalia nō habēt, neq; æquiāgula ſunt. Etenim angulus e f a, maior eſt interiore e d f, per 16. propoſitionē primi ele- mentorū, & maior igitur angulo c b a, reliquus vero a e f, minor eſt angulo a e d, & minor igi- tur angulo a c b, per cōmunem ſententiam. Nō ſunt igitur æquiangula, triangula a b c, & a f e, neq; latera habēt proportionalia. Si enim late- ra habēt proportionalia, æquiangula ſunt per quintā ſexti atqui æquiangula nō ſunt, idcir- co neq; latera habent proportionalia. Cōnec- tantur autē e b, & c f, bina igitur cōſtituta erūt triangula a b c, & a c f, ſimilia. Equidē ſicut a b, ad a f, ita a e, ad a c, & permutatim ſicut a b, ad a e, ita a f, ad a c. Quapropter proportionalia ſūt a b, & a e, latera ipſis a f, & a c, anguli autem b a e, & c a f, ipſis proportionalib⁹ laterib⁹ cō- tēti ſūt æquales per. 15. primi elemētorū, æqui- angula ſunt igitur triāgula a b e, & a c f, per ſex tā ſexti, & latera habēt proportionalia quæ cir cū æquales angulos, & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtēdūtur. Ita demū bina latera a b, a e, triāguli a b e, proportionalia oſtēſa ſūt binis laterib⁹ a f, a c, triāguli a c f, nō reciprocè proportionalia: ſed duo latera a f, a e trianguli a f e, reciprocè proportionalia ſunt duob⁹ a b, b c, trianguli a b c, nō tamen ſimpli- citer dicūtur proportionalia. Latera enim fi- gurarū proportionalia dicūtur apud Euclidē quādo eadē eſt ratio inter latera vnius figuræ, quæ inter latera alterius: & ob id ſi permute- tur proportio, ambo termini antecedētes ſunt in vna earū, & ambo termini cōſequētes in al- tera. Vt in duobus triāgulis a b e, & a c f, duo la tera a b, & a e, ipſis a f, & a c, proportionalia di- cūtur, quoniā in triangulo a b e, ſicut a b, ad a e ita a f, ad a c, in triangulo a c f. Et propterea ſi permutemus, ābo antecedētes erūt in vno triā- gulo, & ambo cōſequētes in altero: ſicut enim a b, ad a f, ita a e, ad a c. Itaq; a b & a e, ſiūt an- tecedētes, ſed a f, & a c, cōſequētes. Reciprocè vero proportionalia latera figurarū dicuntur, quando in vtraq; figura alterū latus eſt antece- dēs, & alterū conſequēs, & reciprocè referūtur vnius figuræ antecedēs ad alterius figuræ con- ſequens. Vbi igitur duo latera duobus lateri- bus æqualia fuerint, non ſolum dicentur pro- portionalia, ſed etiam reciprocè proportiona- lia: ſed ſi fuerint inęqualia, fieri nullo modo po terit vt ſimul ſint proportionalia & reciprocè proportionalia, vt paulò ante demōſtrauimus. Sed cū hallucinetur Orontius omnia hæc cō- fundit, & falſa theoremata pro veris, dubia pro certis enūciat. Id genus eſt illud eius pronūcia tū, ſine vlla probatione poſitum. Et quoniam baſes a u, & n r, in æqualibus triangulis æqua- les ſubtendunt angulos, ſimilis igitur cogūtur eſſe rationis. Itaque ſentire videtur, quod ſi in duobus æqualibus triangulis vnus angulus vni angulo æqualis fuerit, ea latera quæ ipſos æqua les angulos ſubtendunt, & reliqua latera in ea- dem erunt ratione. Aliter enim intelligi non poteſt quomodo baſes duorum triangulorum ſimilis rationis dicantur, niſi ſaltem duo reli- quorum laterum in eadem ſint ratione ipſarū baſiū. Sed ſi ita velit eſſe in vniuerſū, planè deci pitur. Tūc enim baſes proportionales erūt alijs eorūdē triangulorū laterib⁹, cū æquales inuicē fuerint, quinimo & reliqua latera reliquis late- rib⁹ æqualia erūt. ſed ſi inęquales ſupponātur ba ſes, neceſſe nō eſt latera laterib⁹ ī eadē rōne eſſe.

Sint enim duo triangula a b c, & d e f, æqua lia, quorum duo anguli b a c, & e d f, æquales ſupponantur, & baſes etiam b c, & e f, æquales angulos ſubtendentes, dentur æquales. Dico duo reliqua latera trianguli a b c, duobus reli- quis lateribus triāguli d e f, æqualia eſſe, & pro- inde latera vnius trianguli lateribus alterius in eadem baſium ratione nempe æqualitatis eſſe.

Circa triangulum enim a b c, circulus deſcribatur per quintam propoſitionem quarti elementorum Euclidis, & ex tribus rectis lineis quæ ſint lateribus trianguli d e f, æquales, ſuper linea b c, quæ vni earum eſt æqualis triangulum conſtruatur ad partes b a c, per. 22. propoſitionẽ primi libri. Neceſſe eſt igitur conſtructum triangulum in eodẽ circulo deſcriptũ eſſe. Nam ſi non, cum duo ei⁹ anguli ſint ad b, & c, pũcta, aut reliquus igitur angulus non attingit ipſius circuli circunferẽtiam, aut prætergredietur eandem. Si non attingit, ſit igitur huiuſmodi triangulum b f c, duo itaque anguli e d f, & c f b, æquales erunt per octauam primi. Atqui angulus b a c, ipſi angulo e d f, æqualis eſt ex hypotheſi: igitur duo anguli b a c, & c f b, ſibi inuicem ſunt æquales per cõmunem ſententiam. Producatur recta b f, donec attingat deſcripti circuli circunferẽtiã in puncto g, & cõnectatur c g, duo igitur anguli b a c, & b g c, qui in eodem ſegmento ſunt b a g c, ſibi inuicem ſunt æquales, per. 21. propoſitionẽ tertij libri. Id propterea æquales ſunt duo anguli c f b, & b g c, per cõmunẽ ſententiam, ſed angulus c f b, cum ſit exterior, maior eſt interiore atq; oppoſito b g c, trianguli c f g, igitur impoſsibile. Iam verò ſi dicatur ex tribus rectis lineis, quæ lateribus triãguli d e f, ſunt æquales conſtructũ triangulũ pertranſire circuli circunferentiã, ſit igitur huiuſmodi triangulũ b K c, ſecetq; latus b K, ipſã circuli circũferentiã in g, idcirco cõnexa g c, oſtẽdemus eodẽ modo angulũ b a c, æqualẽ eſſe angulo k, & eidẽ angulo k, angulũ c g b, æqualẽ eſſe per cõmunẽ ſentẽtiã: & quoniã ipſe angulus c g b, exterior eſt, & K, oppoſitus atq; interior in triangulo g c k, erit iccirco maior atque æqualis quod eſt impoſsibile. Quapropter neceſſe eſt conſtructũ triangulũ in eodẽ deſcripto circulo inſcriptũ eſſe. Sit itaq; cõſtructũ triangulũ ipſi circulo inſcriptũ b g c, & cõnectatur a g, igitur ipſũ triangulũ b g c, triãgulo d e f, æquũ eſt per octauã & quartã primi elemẽtorũ. At verò triangulũ a b c, eidẽ triangulo d e f, æquũ eſt ex hypotheſi, iccirco æqualia ſunt duo triangula a b c, & b g c, per cõmunẽ ſententiã. Et quoniã in eadẽ ſunt baſi b c, propterea parallelæ ſunt a g, & b c, rectę lineę per. 39. eiuſdẽ primi libri. Angulus igitur a g b, coalterno g b c, per. 29. propoſitionẽ eiuſdẽ primi elemẽtorũ eſt æqualis. Atqui idẽ angulus a g b, æqualis eſt angulo a c b, per. 21. propoſitionẽ tertij, cõſiſtũt enim in eadẽ circũferentia a g c b, duo iccirco anguli g b c, & a c b, æquales ſunt per cõmunẽ ſentẽtiam: duæ igitur circũferentiæ a b & g c, æquales ſũt per. 29. tertij: & recta a b, rectæ g c, æqualis eſt per, 29. Addita igitur circũferentia a g, duabus æqualibus circũferentijs a b, & g c, duæ idcirco circũferẽtiæ b a g, & a g c, æquales erũt per cõmunẽ ſententiã: & propterea rectè lineæ b g, & a c, æquales erunt per ipſã. 29. tertij elemetorũ. Itaq; æquilaterũ eſt triangulũ a b c, triangulo b g c, eſt etiã triangulũ d e f, æquilaterũ eidẽ triangulo b g c, æquilaterũ eſt igitur triangulũ a b c, triangulo d e f: & propterea latera vnius lateribus alterius in rõne æqualitatis proportionalia ſunt, quẽamodũ & baſes, quod primò demõſtrandũ erat. Sed hoc in vniuerſũ accidere quibuſcũq; triãgulis æqualibus vnũq; angulũ vni angulo æqualẽ habẽtibus, neceſſe non eſt. Nã in ante ſcripta figuratione duo triangula a b c, & a f c, æqualia ſunt, baſes tamen b c, & e f, æquales ſubtẽdẽtes angulos qui ad a, in eadẽ ratione laterũ non ſunt. Eſt enim ſicut d e, ad b c, ita d a, ad a b, ob ſimilitudinẽ triãgulorũ a d e, & a b c. Atqui d a, ad a b, maiorẽ rationẽ habet quã a f, ad a b per octauam quinti: igitur d e, ad b c, maiorẽ habet rationẽ quã a f, ad a b, per. 13. propoſitionẽ eiuſdẽ quinti libri. Præterea cũ per. 19. propoſitionẽ primi maior ſit e f, ipſa d e, maiorẽ idcirco rationẽ habebit e f, ad b c, quàm d e, ad eandem b c, per octauam quinti. Habuit autem d e, ad b c, maiorem rationem quàm a f, ad a b, igitur multo maiorem





maiorem rationem habebit e f, ad b c, quàm a f, ad a b, per artem demonstrandi duodecimam. Et propterea ipsę bases e f, & b c, æqualium triangulorum a f e, & a b c, in eadem ratione non sunt ipsorum laterum a f, & a b. Similiter demonstrabitur easdem bases atque duo latera e a, & a c, in eadem ratione non esse. Maiorem enim rationem habet e f, ad b c, quàm d e, ad b c: est autem sicut d e, ad b c, sic e a, ad a c, ob similitudinem triangulorũ a d e, a b c: igitur e f, ad b c, maiorem habebit rationem quam e a, ad a c, quod demonstrandum erat. Et multo facilius eadem demonstrari possunt demonstratione ducente ad incõmodum. Nam si est vt e f, ad b c, ita a f, ad a b, igitur permutatim sicut e f, ad a f, sic b c, ad a b. Atqui vterque duorum angulorum a e f, & b c a, minor est recto, & æquales sunt anguli qui ad a, igitur æquiangula sunt ipsa triangula a b c, & a f e, per septimam sexti: sed demõstratum est æquiangula non esse, idcirco impossibile. Item si sit sicut b c, ad e f, ita a c, ad a e, igitur permutatim sicut b c, ad a c, sic e f, ad a e: & quoniam vterque duorum angulorum c b a, & e f a, recto minor non est, æquiangula idcirco erunt per eandem septimam sexti ipsa triangula a b e, & a f e, quod est absurdum. Et propterea æqualium triangulorum bases, non continuò si angulos subtendãt æquales, similis erunt rationis. Sed Orontius putauit quòd similis cogerentur esse rationis, & idcirco concludit per. 5. sexti triangula a o m, & n o r, æquiangula esse & æquales habere angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, nempe angulum a m o, ipsi o r n, æqualem esse, atque reliquum m a o, reliquo o n r. Ex his itaque concludere possumus Orontij syllogismum non demonstrationem, sed meram esse hallucinationem. & proinde circa inuentionem duarum mediarum proportionalium, ob ignorantiam elementorum geometricorum sexti libri Euclidis errasse, velut ostendendum susceperamus.

Orontium Finæum errasse circa inuẽtionem duarum mediarum proportionaliũ, ob imperitiam artis demonstrãdi. CAP. IIII.

Reprehensio secunda.

ED ob id acrius etiam obiurgandus est Orõtius, quòd si iam ex Aristotelis libris demonstrandi artẽ non didicerat, nihilominus ex vsu quotidiano cum demonstrationes ex librorum Euclidis à Theone & Campano mutuaretur, eandem artem consequi poterat. In his enim nulla principia sumuntur, quæ non destinentur in conclusionem, nihil construitur quod non deseruiat demonstrationi. At Orontius multo aliter. Inuestigaturus enim inter datas duas lineas binas medias proportionales, diuisit primò excessum maioris supra minorem per extremam ac mediam rationem, maius deinde segmentum minori duarum propositarum adiecit, & compositam lineam secundam proportionalẽ constituit, cũ huiusmodi tamen diuisionis in tota sua demõstratione, nullã præterea mentionẽ facturus esset. Quid igitur opus erat illa diuisione, si eam non amplius in probatione cõmemoraturus erat? Aut quomodo ex ea medias proportionales elicit, si non propterea quòd excessus ille ita diuisus fuerit, aut ipsa demõstrationis cõclusio, aut intermedia aliqua propositio ad eam inferendam colligatur? Quapropter si non probatur cõclusio per eã diuisionẽ, neq; refertur in eam, neq; itẽ cum ea vllum habet responsum, nihil minus præstiterit ad medias proportionales inueniẽdas, differẽtiam maioris atq; minoris in quaslibet partes siue æquales siue inæquales secare, quã per extremã ac mediã rationẽ. Adhuc enim licitũ foret per notã diuisionis atq; quadrantis finẽ, rectã quandã lineam ducere, & huic aliã æquidistantẽ per minoris lineæ extremũ, & reliqua cõstruere velut Orontius fecit. Et proinde nihil magis infringeretur demõstratio, aut infirmaretur, quã si modo illo suo cõficeretur: quinimo idẽ relinqueretur modus, eadẽq; methodꝰ si modò methodus appellãda sit falsa illa, sed patũ fallax argumẽtatio. Innumera igitur atq; diuersa inæqualiaq; bina media proportionalia, inter datas duas lineas collocarentur, quod est absurdum. Et proterea manifesto liquet argumento, errasse Orontium circa inuentionem mediarum proportionalium, ob ignorantiam artis demonstrandi, quod ostendendum susceperamus. Absurdi explicatio facilis est. Inter duas lineas rectas b f, & b c, iuxta Orontij traditionem binæ mediæ proportionales sunt b K, & b n. Sed diuidamus nos differentiam e f, non per extremam ac mediam

b rationem, sed in partes æquales c z, & z f, & construatur deinde figura ad eius imitationē: ducatur enim recta linea per punctum z, & quadrantis finem vbi est e, atque ei æquidistans agatur per c, recta quædam linea quæ semidiametrum b e, necessariò secabit, & æqualis abcisæ ponatur b i, & reliqua deinceps cōstruantur: atque valeat Orontij ratiocinatio ad ostendendum b K, & b n, medias esse proportionales inter b f, & b c. Igitur valebit vt demonstremus b z, & b i, medias quoque proportionales inter easdem haberi, nihil enim immutamus quod demonstrationem variare possit. Nam siue diuidatur differentia f c, per extremam ac mediam rationem in puncto k, siue in partes duas æquales in z, ostēdetur nihilominus quadrilaterum circulo inscriptum parallelogrāmum ac rectangulum esse. Deinde verò ex similibus triangulis, eadem prorsus arte qua vsus est Orontius duæ rectæ lineæ b z, & b i mediæ proportionales demonstrabuntur inter ipsas b f, & b c. Hoc autem absurdum esse in hunc modum ostendemus. Habet enim b f, ad b z, maiorem rationem quàm eadem b f, ad b K, per octauam quinti elementorum Euclidis: atqui sicut b f, ad b z, sic b z ad b i, & sicut b z, ad b i, sic b i, ad b c: sicut autem b f, ad b k, ita b k, ad b n, & sicut b K, ad b n, sic b n, ad b c. Igitur maiorē rationem habet b i, ad b c, quàm b n, ad b c, per duodecimam propositionem quinti eorundem elemētorum. Et propterea maior erit b i, ipsa b n, per decimam propositionem ciusdē quinti, pars suo toto quod est impossibile.

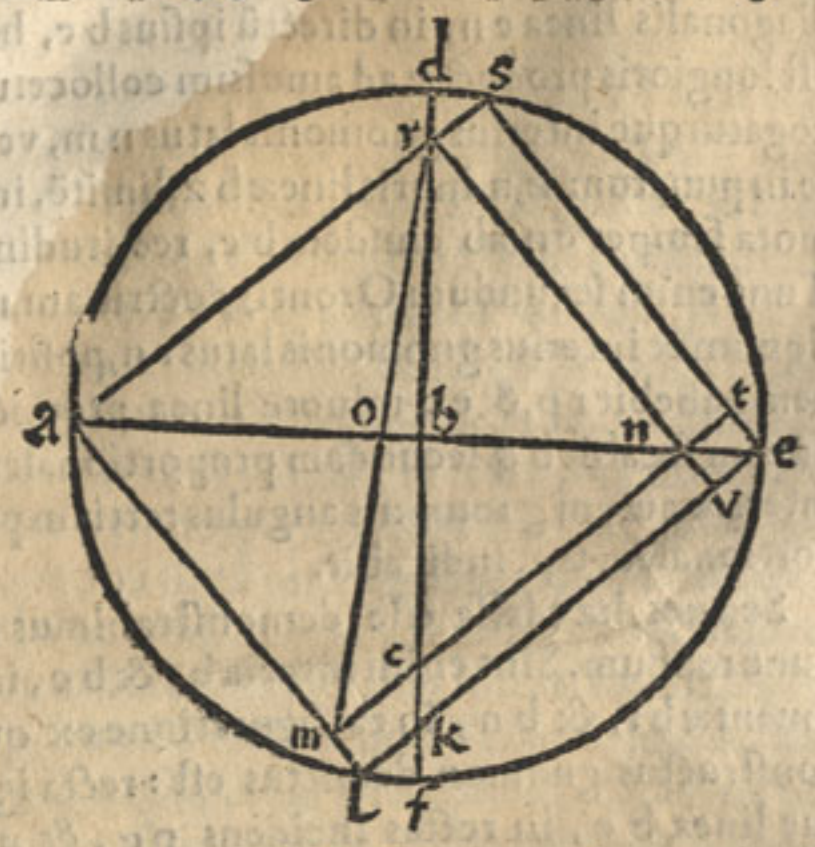
Euidenti ac necessaria ratione concludi, eas duas rectas lineas, quas Orontius Finæus medias proportionales constituit, veras non esse: sed alteram superare iustam magnitudinē, alteram non implere.

CAP. V. Reprehensio tertia.

SIT a b, vel ei æqualis b f, latus quadrati circa oblatum circulum descripti: b c, latus quadrati in eodem circulo descripti. Et diuidatur c f, harum duarum linearū differentia, per extremam ac mediam rationem: sitq; maius segmentum c K. Affirmat Orontius si ponamus b f, primā quatuor linearum cōtinuè proportionaliū, & b c, quartam, lineam b K, secundam esse proportionalem, primam vè duarum mediarum. Nos tamen euidēti ratione, per rationales quātitates ostendemus, ipsam b k, minorem esse secūda linea proportionali. Linea enim a b, latus quadrati circa oblatum circulum descripti, diametro eiusdē circuli æqualis est: & proinde diametro inscripti quadrati æqualis: igitur sicut diameter inscripti quadrati ad latus eiusdem quadrati, sic a b, aut b f, ad b c: est autem ea ratio dimidium rationis duplæ. Ponamus igitur c f, differentiam diametri & lateris eiusdē quadrati esse 4: erit idcirco b f, 8. p ℞ 32: & erit b k 2. p̄ ℞ 20. p̄ ℞ 32. Et quoniā 5 $\frac{21}{32}$ minor est radice numeri 32. cum sit ℞ 31 $\frac{1017}{1024}$ erit idcirco 13 $\frac{21}{32}$ minor ipsa b f, prima linea. At vero 4 $\frac{9}{19}$ est ℞ 20 $\frac{5}{361}$ erit igitur 4 $\frac{9}{19}$ paulo maior radice numeri 20. Præterea 5 $\frac{23}{35}$ est ℞ 32 $\frac{4}{1225}$ maior idcirco est 5 $\frac{23}{35}$ radice numeri 32. Coaceruētur hi numeri 2. 5 $\frac{23}{35}$ 4 $\frac{9}{19}$ eritque eorum summa 12 $\frac{87}{665}$ maior igitur quam b K. Quapropter b f, ad b k maiorē habet rationem quam 13 $\frac{21}{32}$ ad 12 $\frac{87}{665}$. Reducantur 13 $\frac{21}{32}$ & 12 $\frac{87}{665}$ ad vnā andēq; denominationē: igitur sicut 13 $\frac{21}{32}$, ad 12 $\frac{87}{665}$ ita 290605 ad 258144. Et proinde b f, ad b k, maiorē habet rationē quā 290605: ad 258144. Horū numerorū cubi sūt. 24541960163195125 & 17202283700649984. quorum ratio maior est ratione 17, ad 12. Atqui 17, ad 12 maiorem habet rationē dimidio rationis duplæ, cum sint eorum quadrata 299. & 144. in maiori ratione quàm dupla, cubi igitur ad cubū ratio multo maior est dimidio rationis duplæ: & proinde cub⁹ ad cubū maiorē habet rationem quā b f, ad b c. Habet autē cub⁹ ad cubū triplā rationē quàm lat⁹ ad latus: habet etiā linea b f, ad lineam b c, triplam rationē quàm eadem b f, ad secundam proportionalem: cuborum igitur latera in maiori sunt ratione quàm linea

b f

bf,& ſecunda proportionalis. Atqui demonſtratum eſt bf, ad bK, maiorem habere rationem quàm latus cubi maioris ad latus cubi minoris, & maiorem igitur rationem habebit bf, ad bK, quàm eadem bf, ad ſecundam proportionalem. Quapropter maior erit ſecunda pro-



portionalis ipſa bk. Item quoniam quatuor magnitudinum proportionalium ſicut prima ad ſecundam, ſic tertia ad quartam, idcirco per permutatam proportionē ſicut prima ad tertiam, ita ſecūnda ad quartam: eſt autem bc, quarta linea proportionalis: & bc, æqualis eſt primæ: igitur ſicut ſecunda linea proportionalis ad bc, quartam: ita be, ad tertiam. Atqui maior oſtēſa eſt ſecunda proportionalis quàm bK, propterea maiorem habebit rationem ſecunda proportionalis ad bc, quartam quàm bk, ad eandem bc: & maiorem igitur rationē habebit be, ad tertiam, quàm bk, ad bc. At vero ſicut bK, ad bc, ſic be, ad bn, ob ſimilitudinem triāgulorum kbe, & bcn; ergo maiorem rationem habebit be, ad tertiam, quàm eadem be, ad bn: quapropter minor erit tertia linea proportionalis ipſa bn. Itaque ſicut bk, non implet iuſtam magnitudinem ſecundę, ſic bn, ſuperat tertiam, quod demonſtrandum ſuſcepimus. Subijcitur autem modus quo vſi ſumus ad oſtendēdū bf, ad bK, & 8 p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32, in eadem eſſe ratione. Reliqua verò facilia ſunt atque in promptu ijs qui in elementis verſati ſunt.

Sit bf, diameter quadrati, & bc, latus eiuſdē: exceſſus autem cf, diuidatur in puncto k, per extremam ac mediam rationē: ſitque cK, maius ſegmentum, & fK, minus. Dico quòd ſicut bf, ad bK, ſic 8 p̄ ℞ 32. ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32.

cf, 4, eius dimidium. 2
Eorum quadrata 16. & 4.

Erit igitua ck, ℞ 20 m̄ 2.
Auferatur ℞ 20 m̄ 2, a 4.
Relinquetur fk, 6 m̄ ℞ 20.

Sit bf 2.
Erit igitur bc ℞ 2.
cf, vero 2 m̄ ℞ 2.

2 m̄ ℞ 2. | 2. | 4.
8.

2 m̄ ℞ 2.

×

2 p̄ ℞ 2. cōmunis multiplicator

4 m 2. Duæ enim aliæ multiplicationes tranſuerſæ ſeſe interimunt.
Igitur diuiſor eſt 2.

8.
2 p̄ ℞ 2.

16 p ℞ 128, diuidēd⁹. Igitur 8 p̄ ℞ 32, quart⁹ tēs

Poſitio prima.

¶ Ponatur enim primò cf, 4. ęqualium partium, igitur eius dimidium 2. Duo igitur quadrata, videlicet totius cf, & eius dimidij collecta, erunt 20. Idcirco cK, maius ſegmentum erit ℞ 20 m̄ 2. Quapropter fK, minus ſegmentum relinquitur 6 m̄ ℞ 20.

Poſitio ſecunda.

¶ Sed ponatur tota bf, 2, erit igitur bc latus eiuſdem quadrati ℞ 2, cum ſit medium proportionale inter 2 & 1. Auferatur ℞ 2, à 2. relinquetur exceſsus cf, 2 m̄ ℞ 2.

¶ Nunc verò quoniam qualium partium eſt fc, 2 m̄ ℞ 2, talium eſt bf, 2: igitur qualium eſt eadem fc 4, talium inuenta erit ipſa bf. 8 p̄ ℞ 32, per cōmune documentum quatuor quantitatū proportionaliū. Ducto enī 4, tertio termino proportionis in 2, ſecundum terminum, fient 8: deinde diuiſo 8, per 2 m̄ ℞. 2, primum terminū, venient ex partitione 8 p̄ ℞ 32, quartus proportionis terminus.

Itaq; qualium partium est c f. 4, talium est b f.8 p̄ ☍ 32: & quoniā qualiū est c f 4. taliū est f K 6 m̄ ☍ 20, auferemus igitur 6 m̄ ☍ 20, ab 8 p̄ ☍ 32, & relinquetur b K. 2 p̄ ☍ 20, p̄ ☍ 32. Igitur sicut b f, ad b k, sic 8, p̄ ☍ 32, ad 2 p̄ ☍ 20, p̄ ☍ 32, quod erat ostendendum.

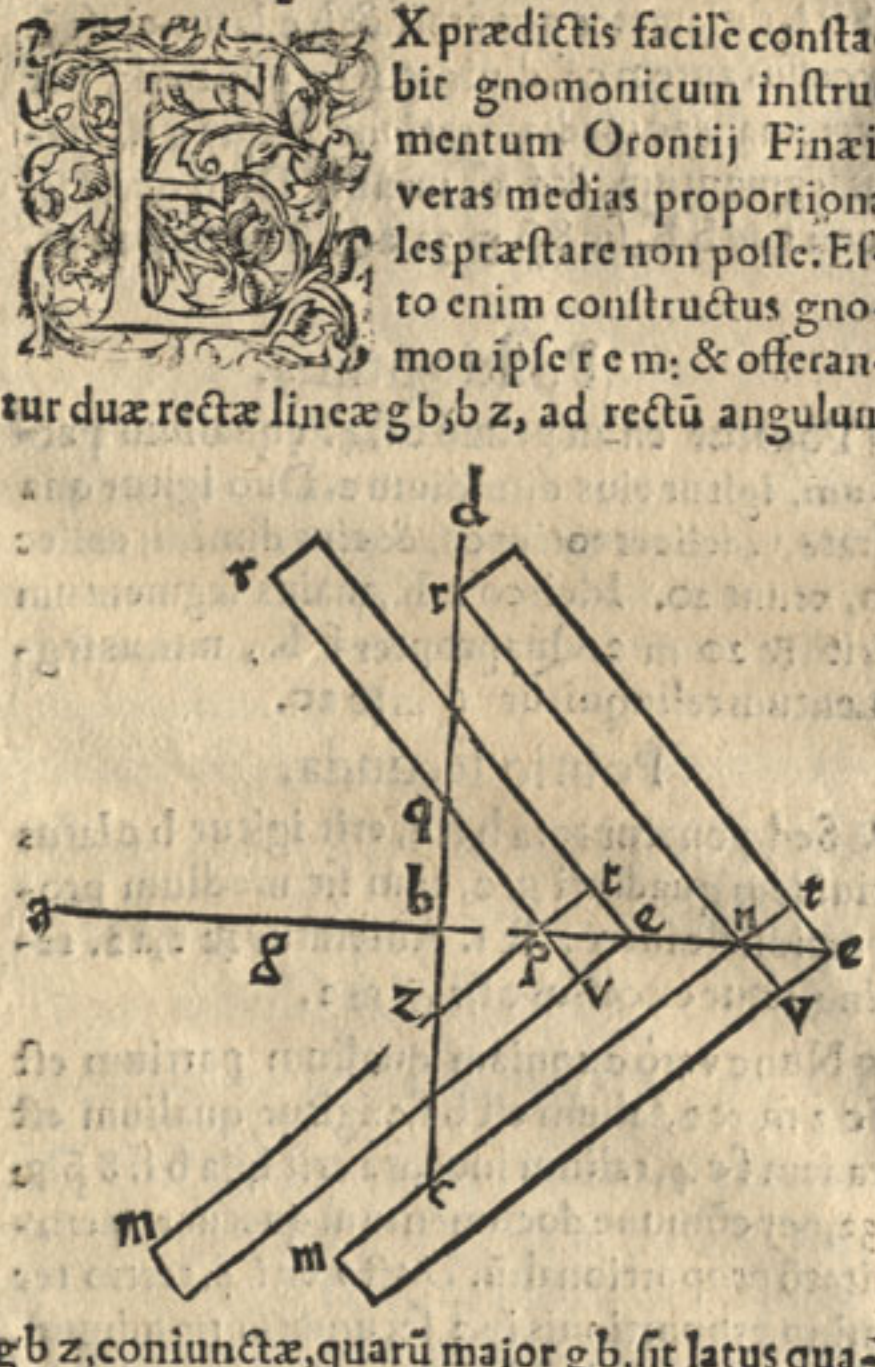
¶ Quod maior cubus ad minorem, maiorē habeat rationem quam 17: ad 12, non dubitabis, si ipsum cubum maiorem multiplicaueris in 12, & productum diuiseris per 17. Venient enim expartitione. 173237 3658578 4794 $\frac{2}{17}$ Idcirco sicut 17, ad 12, sic maior cubus ad hūc numerū, q ex partitione prouenit. Atqui excedit īdē numerus cubū minorē: igitur cub⁹ maior ad minorē maiorē habebit rationē quàm 17. ad 12.

☞ *Orontij Finæi instrumentum non veras indicare medias proportionales.*

CAP. VI.

Reprehensio quarta.

EX prædictis facilè constabit gnomonicum instrumentum Orontij Finæi, veras medias proportionales præstare non posse. Esto enim constructus gnomon ipse r e m: & offerantur duæ rectæ lineæ g b, b z, ad rectū angulum



g b z, coniunctæ, quarū maior g b, sit latus quadrati circa circulū quendam descripti, & b z, minor sit latus quadrati in eodem circulo descripti: oporteatq; inter ipsas g b, & b z, binas medias continue proportionales hoc gnomonico instrumento inuenire. Igitur velut Orō-

b f, 8 p̄ ☍ 32.
Auferatur f k, 6 m̄ ☍ 20
Relinquetur b k,
2 p̄ ☍ 20 p̄ ☍ 32.

tius docet, eo modo coaptetur instrumentū, vt diagonalis linea e n, in directū ipsius b e, hoc est longioris productæ ad amussim collocetur: cogaturque interius gnomonis latus n m, venire in punctum z, minoris lineæ b z, limitē, immota semper e n, ab eiusdem b e, rectitudine. Tunc enim secundum Orontij doctrinam, reliquum & interius gnomonis latus r n, positionem habebit r p, & ex minore linea producta lineam secabit b q, secundam proportionalem: interior autem gnomonis angulus tertiam proportionalem b p, indicabit.

Sed nos hæc falsa esse demonstrabimus in hunc modum. Sint enim inter a b, & b c, inuentæ b r, & b n, in ea figuratione ex qua constructus gnomon deductus est: recta igitur linea b e, in rectas incidens p q, & n r, æquos angulos facit q p e, interiorem, & r n e, exteriorem. Igitur parallela est p q, ipsi r n: & idcirco æquiangula similiaque sunt triangula b p q, & b n r. Similiter æquiangula sunt atque similia bina triangula b p z, & b n c: quapropter sicut b r, ad b n, sic b q, ad b p: & sicut b n, ad b c, sic b p, ad b z. Est autem ex hypothesi linea b r, æqualis lineæ b K, in prædicta figuratione: non attingit autem ipsa b k, iustam magnitudinem secundæ proportionalis, sed b n, superat tertiam: idcirco multò minorem rationem habet b r, ad b n, quàm vera secunda proportionalis ad veram tertiam. Et propterea maiorem rationem habebit b n, ad b c, quàm vera tertia ad b c, quartam: & maiorem item rationem habebit a b, prima ad b r, quàm eadem a b, ad veram secundam. Quoniam verò a b, ad b c. & g b, ad b z, in eadem sunt ratione: vtraq; enim dimidium rationis duplæ, diametri videlicet ad latus eiusdem quadrati: idcirco non sunt b q, & b p, mediæ proportionales inter ipsas g b, & b z. Quin potius b q, ad b p, minorem habet rationem, quàm vera secunda ad veram tertiam, & g b, ad b q, maiorem quam prima ad veram secundam, & b p, ad b z, item maiorem habet rationem, quàm uera tertia ad b z, quartam. Non potest itaque Orontij instrumentū, inter latera duorum quadratorū binas medias proportionales præs-

præstare, quod demonstrandum suscæpimus.

Aduertendum est autem multum interesse inter Platonis instrumentum & Orontij gnomonem. Nam per Platonis instrumentum, in vniuersum inter duas quascunque rectas lineas binæ mediæ proportionales inueniuntur, quamuis nulla præcesserit inuentio mediarum proportionalium inter duas alias eiusdem rationis lineas. Sed si per Orontij gnomonem inter datas duas linas, binas medias proportionales comperire velis, præmittenda est certissima inuentio duarum proportionalium inter alias eiusdem rationis. Tunc verò poteris inter quascunque duas consimilis rationis, binas medias proportionales inuenire, alioqui non. Non potest enim gnomonicum illud instrumentum rectè construi, nisi duæ mediæ continue proportionales inter aliquas eiusdem rationis lineas inuentæ fuerint, quod Orontius non est consequutus. Sed si iam consequutus esset, præstaret tamen per 12. propositionem sexti libri Euclidis quæstioni satisfacere, aut generali instrumento Platonis vti, quam quocunque alio particulari. Ex hoc autem cognosces solum gnomonem non sufficere, ad binas medias proportionales inter datas duas lineas in vniuersum capiendas, etiam si rectè fabricaretur. Nam si proponas tibi inter duas a b, & b c, inuentas esse duas medias b r, & b n, & deinde variaueris a b, iamque constituas g b, primam duarum propositarum, atque inuestiges inter g b, & b c, duas medias proportionales, non alias denuo indicabit gnomon, quam ipsas b r, & b n, quæ inter a b, & b c, inuentæ fuerant, quod est absurdum.

Orontium Finæum in vniuersum errasse circa inuentionem duarum mediarum proportionalium inter datas duas lineas, quarum minor dimidium maioris superat. CAP. VII.

Reprehensio quinta.

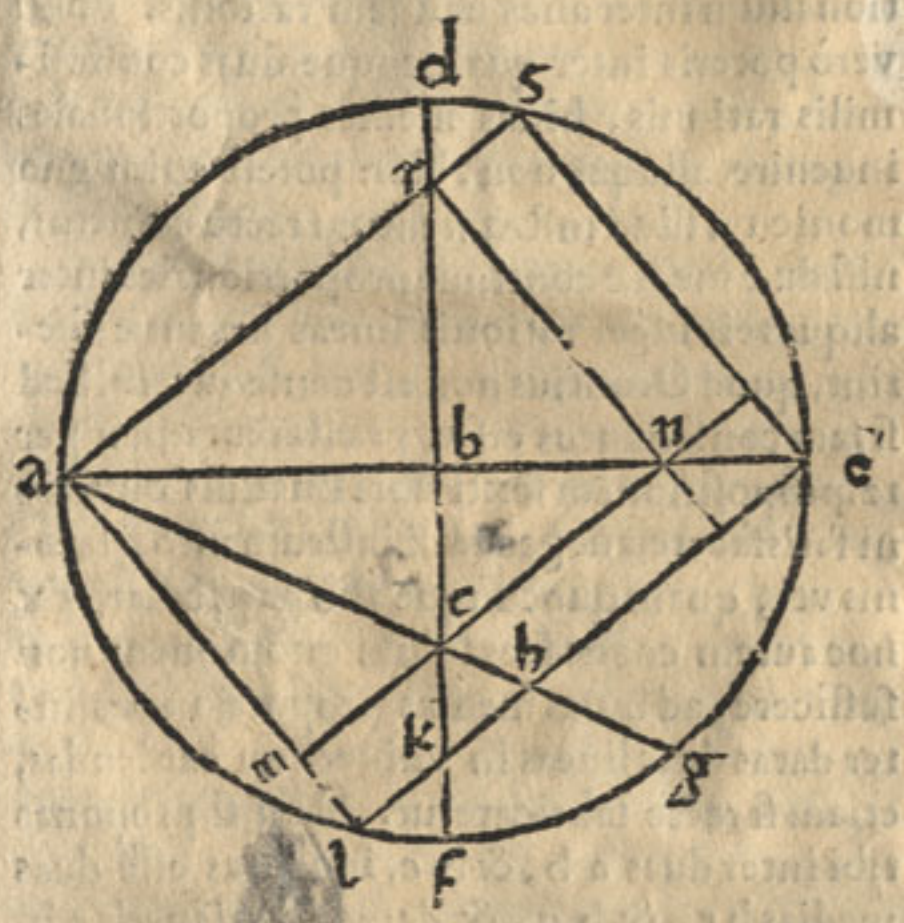
TAM verò neq; video quomodo sit excusandus Orontius, qui vel putat omnes lineas quarum minor dimidium maioris superat, incõmensurabiles esse, aut quænam dicantur cõmensurabiles, & quænam incõmensurabiles ignorat. f
Nam de cæteris lineis rectis inquit, quod quanuis latera quadratorum non sint, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum describitur, si tamen minor earum dimidium maioris superauerit, poterunt nihilominus inter ipsas, eadem arte qua vsus est, binæ mediæ proportionales sub continua proportione inueniri. In quo etiam vehementer errasse ostendemus. Proponantur enim duæ rectæ lineæ b f, & b c, inter quas oporteat binas medias proportionales sub continua proportione inuenire. Sitque earum maior b f, pedum 125. minor vero 64. sic igitur minor dimidium maioris superabit. Diuidatur excessus c f. per extremam ac mediam rationem, maius segmentum sit c K, minus verò k f. Itaque iuxta Orõtij præceptum de cæteris lineis rectis, erit recta b K, secunda proportionalis: quod per principia euidentissima falsum esse demonstrabimus. Etenim binæ magnitudines b f, & b c, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum: cõmensurabiles igitur sunt ipsæ magnitudines b f, & b c, per sextam propositionem decimi elementorum Euclidis, quapropter & b c, ipsi c f, cõmensurabilis erit per 15. propositionem eiusdem decimi libri. Hoc etiam liquidissimè constat detracto numero 64. à 125. relinquetur enim c f, 61. Atqui c f, & c K, adinuicem rationem non habent quàm numerus ad numerum, velut ostensum est à Campano super 16. noni libri elementorum, & quod etiam liquet ex sexta decimiterti;, incommensurabiles igitur sunt ipsæ c f, & c K per octauam propositionem decimi. Erant autem commensurabiles b c, & c f: idcirco b c, & c k, incommensurabiles sunt per decimam tertiam propositionem eiusdem decimi libri, aut per lẽma duodecimæ, tota igitur b k, ipsi b c, erit incõmensurabilis per decimam sextam eiusdem decimi: & b f, etiam eidem b k, incõmensurabilis per decimam tertiam. Quapropter si b f prima, incõmensurabilis est b k, secundæ, erit b K, secunda incõmensurabilis tertiæ, & tertia quoque incommensurabilis b c, quartæ. Sed est b f, 125. & secunda proportionalis 100, tertia vero 80, & quarta b c 64. igitur cõmensurabiles sunt per sextam propositionem decimi, non autem incommensurabiles. Itaque falsum est Orontij præceptum, de inuentione duarum mediarum continuè proportionalium, inter duas datas lineas quarum k c b

rum minor dimidium maioris ſuperat, Quoniam verò cum latera cuborum rationem habent ſeſquiquartam, cuborum ratio minor eſt dupla, eſt autem ratio ſeſqui quinta minor ſeſquiquarta, & ſeſquiſexta minor ſeſquiquinta, & reliquæ deinceps rationes ſuper particulares minores ſunt, reliquorum igitur cuborum ratio quorum latera rationem habent ſuper particularem ſeſquiquarta minorem, multò minor erit dupla. Minor igitur eorum cuborum numerorum, quorum latera rationem habuerint ſuperparticularem ſeſquiquarta minorẽ, dimidium maioris ſuperabit, cadentque inter ipſos cubos numeros duo medij continuè proportionales numeri, per duodecimam propoſitionem octaui libri elementorum. Et propterea ſi ponamus duas lineas b f, & b c, rationem habere duorum quorumcunque numerorum cuborum, quorum latera rationem habent ſuperparticularem ſeſquiquarta minorem, cadent inter b f, & b c, duæ mediæ proportionales, ipſæque quatuor lineæ cõmenſurabiles erunt. Sed Orontius cogetur concedere eas eſſe incommenſurabiles eſt enim noſtra demõſtratio vniuerſalis. Et non ſolum hoc licebit in ſpicere, vbi latera cuborũ numerorũ rationẽ habuerint aut ſeſquiquartã, aut aliã minorẽ ſuper particularem, ſed etiam vbi rationẽ habuerint ſuper partientem ſeſquiquarta minorem. Sic enim cuborum ratio minor erit dupla, & proinde eorum minor dimidium maioris ſuperabit. Eſt autem ſicut numerus ad numerum, ſic recta linea ad rectam lineam, quod verè aſſumitur in corollario ſextæ propoſitionis decimi elementorum: quapropter ſi ponatur recta linea ad rectam lineam, rationem habens ſicut eſt ipſorum cuborum numerorũ ratio, neceſſe eſt medias proportionales commenſurabiles eſſe. Errauit igitur Orontius turpiter in re tam clara, tamque manifeſta: & propterea quænam ſint commenſurabiles magnitudines, & quænam incõmenſurabiles ignoraſſe videtur.

Orontium Finæum etiam erraſſe circa inuentionem mediarum proportionalium inter duas rectas lineas, quarum maior dupla eſt minoris. & proinde cubũ minime duplicaſſe, euidenter demõſtratur. CAP. VIII.

Reprehẽſio ſexta.

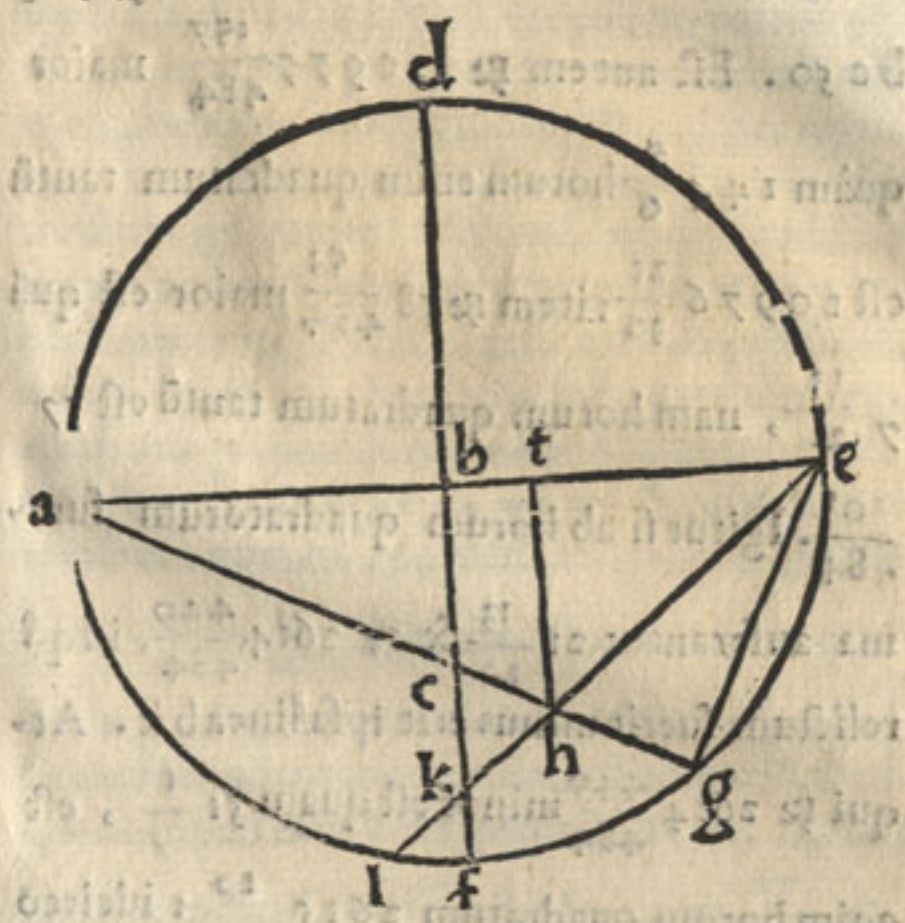
VBVM duplicaturus Orontius cuius latus eſt b c, duplam lineam a b, ad rectum coniũxit angulum qui ad b, & ſuper b, centro interuallo autem a b, circulum deſcripſit a d e f, ipſaſque lineas a b, b c, in rectũ produxit vſque ad deſcripti circuli circunferentiam, & per a, & c,



eadem duxit lineam cum ipſius circuli circunferentiam attingit in puncto g. Inquirit deinde binas medias proportionales, inter ipſas a b, & b c, in hunc modum. Rectam c g, diuidit in puncto h, per extremam ac mediam rationem, vt ſit g h, maius ſegmentum, & c h, ſegmẽtum minus. Tũc verò per e, & h, rectam lineam ducit e h, quæ eiuſdem circuli circunferentiam attingit in puncto l, & ſemidiametrum b f, ſecat in k: lineam præterea c n, parallelam ducit ipſi e k, quæ ſemidiametrum b e, ſecat in n. Poſtremò ex b d, lineam b r, abſcindit æqualem ipſi b k, & reliqua conſtruit quemadmodum in primo problemate. Ait igitur b K, aut b r, ſecundam eſſe proportionalem, & b n, tertiam: ſicut quidem a b, ad b r, ſic b r, ad b n, & b n, ad ipſam b c: idque demõſtrari poſſe, quẽadmodum in ipſo primo problemate. Et proinde cubum à linea b n, tertia proportionali deſcriptum propoſiti cubi cuius latus eſt b c, duplum eſſe affirmat. Cæterũ hic Orontij modus cum nulla alia ratione probetur, ſimiliter impro-

improbabitur, quemadmodum tertio capite atque quarto, primi problematis demonstrationem confutauimus. Et præterea quoniam fortasse putauit Orontius, quòd si iam sua ars falsa esset, mendatium tamen foret inextricabile, per principia idcirco certissima ac euidentissima statim ostendemus lineam b k, maiorem esse secunda proportionali, lineam verò b n, tertia proportionali minorem: ob id igitur descripti cubi ex b n, ad cubum ex b c, rationem esse dupla minorem.

Esto enim b f, dupla ipsius b c, & diuidatur e g, in puncto h, per extremam ac mediam rationem, sitque g h, maius segmentum, & recta e h, producta in l, secet b f, in k. Aio b K, maiorem esse secunda proportionali.



Positio prima.

¶ Sit primum e g, 8. Et quoniam æquiangula sunt, rectangula triangula a b c, a e g, latera igitur habent proportionalia quæ circũ æquales angulos. Est autem a b, dupla ipsius b c, igitur & a g, dupla est rectæ e g, idcirco ipsa a g, est 16, ideoque diameter a e, ℞ 320, & b e, semidiameter ℞ 80, recta verò b c, dimidium semidiametri ℞ 20. Quapropter recta a c, rectũ subtendens angulum qui ad b, erit 10: relinquitur ergo c g, 6: & g h, segmentum maius ℞ 45 m̃ 5, reliquum vero segmentum c h, 9 m̃ ℞ 45 & a h, 19 m̃ ℞ 45.

e g, 8.
a g, 16.
a e, ℞ 320.
a b, ℞ 80.
b c, ℞ 20.
a c, 10.
c g, 6.
g h, ℞ 45 m̃ 5.
c h, 9 m̃ ℞ 45.
a h, 19 m̃ ℞ 45.

Positio secunda.

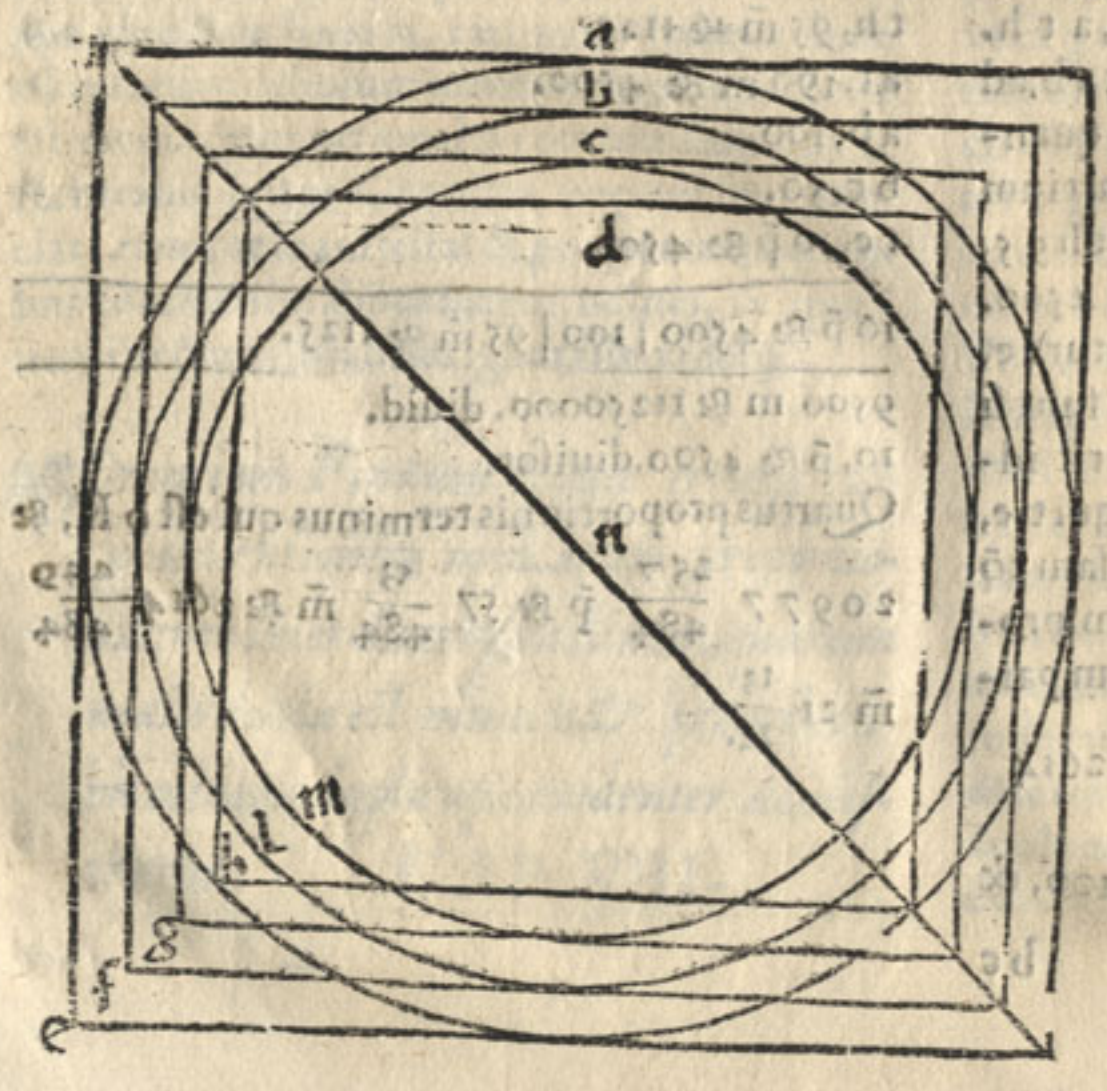
¶ Sed ponatur a b, 100 & b c, 50: ducaturque per h, ipsi b f, parallela h t. Aequiangula erunt igitur atque similia, duo triangula a b c, a t h. Idcirco sicut a c, ad a h, sic b c, ad t h, & a b, ad a t. Per communem igitur regulam quantitatum proportionalium qualium partium est a b, 100, & b c, 50, talium inuenitur t h 95 m̃ ℞ 1125: & a t, dupla ipsi⁹ t h, 190 m̃ ℞ 4500. Auferatur a t, à diametro a e, & relinquetur t e, 10 p̃ ℞ 4500. Et quoniam æquiangula sunt similiaque duo triangula b K e, & t h e, erit idcirco sicut t e, ad b e, sic t h ad b K. Atqui t e, & b e, & t h, cognitæ sunt: igitur per ipsam cõmunem regulam quatuor quantitatum proportionalium innotescet recta b k, talium partium ℞ 20977 $\frac{257}{484}$ p̃ ℞ 58 $\frac{53}{484}$ m̃ ℞ 2614 $\frac{449}{484}$ m̃ 21 $\frac{13}{22}$ qualium est b e, aut b f, 100, & b c

10 | 19 m̃ ℞ 45 | 50.
950, m̃ ℞ 112500.
t h, 95 m̃ ℞ 1125.
a t, 190 m̃ ℞ 4500.
a b, 100.
b c, 50.
t e, 10 p̃ ℞ 4500.

10 p̃ ℞ 4500 | 100 | 95 m̃ ℞ 1125.

9500 m̃ ℞ 11250000. diuid.
10, p̃ ℞ 4500, diuisor.
Quartus proportionis terminus qui est b K, ℞
20977 $\frac{257}{484}$ p̃ ℞ 57 $\frac{53}{484}$ m̃ ℞ 2614 $\frac{449}{484}$
m̃ 21 $\frac{13}{22}$.

bc 50. Est autem ℞ 20977 $\frac{257}{484}$ maior quàm 144 $\frac{5}{6}$ horum enim quadratum tantũ est 20976 $\frac{25}{36}$: item ℞ 58 $\frac{53}{434}$ maior est quã 7 $\frac{13}{22}$, nam horum quadratum tantũ est 57 $\frac{201}{484}$. Igitur si ab horum quadratorum summa auferantur 21 $\frac{13}{22}$ & ℞ 2614 $\frac{449}{484}$, id qđ relictum fuerit minus erit ipsa linea b k. Atqui ℞ 2614 $\frac{449}{484}$ minor est quam 51 $\frac{1}{7}$, est enim horum quadratum 2615 $\frac{29}{49}$: idcirco si 51 $\frac{1}{7}$ & 21 $\frac{13}{22}$ ab eadem auferantur summa, multo minus relinquetur eadẽ linea b K, Id verò quod relinquitur est 79. $\frac{29}{42}$ maior est igitur ipsa b k, quam 79 $\frac{29}{42}$. At verò cubus lineæ b f, est 1000000, & propterea cubus secundæ proportionalis est eius dimidiũ, nempe 500000, sed multò maior est cubus ipsorum 79 $\frac{29}{42}$, numerum enim excedit 506000. Quapropter minor est secunda proportionalis eisdem 79 $\frac{29}{42}$, & multò igitur minor quã b K, quod primum ostendendum suscæpimus. Per hæc autem facilè demonstrabis tertiam proportionalem maiorem esse linea b n. Nam quoniã c n, parallela est rectæ K e, æquiangula sunt igitur atque similia bina triangula K b e, & c b n: sicut igitur b e, ad b K, sic b n, ad b c. At vero maior est b k, secunda proportionali, minorem idcirco rationem habebit b e, ad b K, quàm eadem b e, ad secundam proportionalem. & minorem igitur rationem habebit b n, ad b c, quàm b e, ad secundam proportionalem. Atqui sicut b e, ad secundam proportionalem, sic tertia ad b c, quartam: & minorẽ igitur rationẽ habebit b n, ad b c, quã tertia proportionali ad eandẽ b c. Propterea minor est b n, tertia proportionali & proinde ratio cubi ex linea b n, descripti ad cubũ descriptũ ex b c, minor est quàm dupla, quod demonstrandum erat. Hanc porrò elegimus methodũ doctis mathematicis cognitam ad inuestigandum longitudinem lineæ b K, non autem per angulorum mensuram, quoniã non licuit in re huiusmodi, tabulis vti de arcu & chorda, quæ exactæ esse non possũt, sed ad alios vsus vtilissimæ.



Modus Crontij Finæi ad quadrandum circulum. CAP. IX.

VT quàm fidelissimè modum Orontij referamus, quo putauit circulũ quadrasse, artem ipsam qua vsus est, eisdem suis verbis explicatam in hunc locũ trãsferemus. Esto (inquit) datus circulus a h, cui oporteat vnum æqualem designare quadratum, alterũ verò isoperimetrum inuenire. Circa eundem itaque circulum a h: quadratũ describatur a e, per septimam quarti elementorum: intra verò eundem circulum a h, aliud describatur quadratũ d h, per sextam eiusdem quarti. Inter ipsa postmodum horum duorum quadratorum latera, vtpote a, & d, binæ rectæ lineæ sub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, per ipsius antecedentis problematis traditionem, quæ sint b, & c: vt quemadmodũ latus a, ad lineam b, sic eadem b, ad c, atque c, ad latus d. Et x ipsis consequenter rectis lineis b, & c, quadrata describantur b f, & c g, per quadragesimam sextam primi eorundem elementorũ, sintque

sintque ipsorum b f, & c g, quadratorum latera, tum inuicem, tum prædictorum quadratorum a e, & d h, lateribus æquidistantia siue parallela. In ipsis demum quadratis b f, & c g, singuli describantur circuli b l, & c m, per octauam quarti prædictorum elementorum: qui quidem circuli ob ipsam laterum hypothesin idem centrum habebunt cum circulo a h, scilicet n, & vnà cum ipsis quadratis, circa eundem diametrum constituentur. His in hunc modum constructis ait Orontius quadratum b f, æquari in primis ipsi dato circulo a h, nec non & quadratum c g, circulo b l, atque d h, quadratum, circulo c m, respondēter coæquari, ipsum præterea quadratum c g, eidē circulo a h, esse isoperimetrum.

Ita Orontius ad verbum, problemate secūdo libri de circuli quadratura, probationes autem in quinto deinde problemate apposuit, in quo quadratum b f, circulo a h, æquari tribus argumentis ostendere conatur. Primum à proportionalium numerorum æqualitate, per numeros veritati admodum propinquos ex regula Archimedis coassumptos de ratione circūferentiæ ad diametrum, quæ propemodum tripla est sesquiseptima, idq3 in hunc modum. Nam ex demonstratis ab Archimede constat, qualium partium quadratum a e est. 14, taliū circulum a h, esse 11. At verò qualium partium idem quadratum a e, est 14, talium quadratum d h, vtpote eius dimidium est 7. Earundem igitur partium quadratum a e, est 14. & circulus a h 11. & quadratum d h, 7. Atqui duobus medijs proportionalibus inter 14 & 7 inuentis, primum eorum necesse est cubicam esse radicem numeri 1372, quæ veritati admodum propinqua est 11. Est autem quadratum b f, primū medium proportionale inter quadratum a e. 14. & quadratum d h 7. erit igitur ipsum quadratum b f, partium 11. qualium quadratum a e, est 14. & quadratum d h 7. & circulus a h 11. Sic igitur vtrunque & quadratum b f, & circulus a h, est 11. & proinde æquale est quadratum b f, dato circulo a h. Eodem modo probat quadratum c g, circulo b l, æquale esse: similiter quadratum d h, circulo c m, æquale.

Secundum argumentum sumptum est ab æqualitate laterum, per easdem hypotheses ex demonstratis ab Archimede. Ponatur inquit latus quadrati a e, diameteruè circuli a h, partium æqualium 14. erit igitur ipsum quadratum a e, partium quadratarum 196. quadratum verò d h, eius dimidium, earundem partiū 98. Qualium autem partium diameter circuli a h, est 14. talium circunferentia est 44, per regulam Archimedis de mensuratione circuli, dimidium igitur circunferentiæ 22. & semidiameter 7. Atqui dimidia circunferentia in semidiametrum ducta aream circuli producit, erit igitur ipsius circuli a h, area partium 154. qualium quadratum a e, est 196. quorum numerorum ratio est sicut 14 ad 11. Radix autem quadrata numeri 154 veritati propinqua est 12. fere cum $\frac{5}{12}$. Tantum est igitur latus quadrati quod eidem circulo a h, est æquale. Sed tantum etiam inuenitur latus quadrati b f, nā qualium partium latus quadrati a e, est 14. talium latus quadrati d h, est 9 ferè cum $\frac{17}{18}$ radix nempe quadrata numeri 98. Inueniantur autem inter 14. & $9\frac{17}{18}$ duo media proportionalia sub continua proportione, erit igitur eorum primum quod est latus quadrati b f, radix cubica numeri 1949 cum $\frac{1}{9}$, videlicet numerus 12. vnà cum $\frac{12}{30}$ quæ ferè respondent ipsis $\frac{5}{12}$. Et propterea tantum esse affirmat latus quadrati b f, quantum & latus quadrati quod ipsi a h, circulo est æquale.

Tertium argumentum est ab impossibili. Quoniam si quadratum d h, maius vtcunque, aut minus daretur circulo c m, & proinde quadratum b f, circulo a h, aut maius aut minꝰ, incideremus in inconueniēs. Non enim iam quatuor illa quadrata in eadē essent continua proportione, neque circuli in eis descripti. Quin potius ob quantulācunque numerorum inæqualitatem, ipsa continua proportio qua (vt inquit) inuicem colligantur, penitus dissolueretur: vtpote si circulum c m, concederemus, partium fore 7 & $\frac{1}{10}$, aut $6\frac{9}{10}$, quem admodum ex ipsis numerorum differentijs per regulam numerorum proportionalium colligi posse affirmat. Non est igitur (concludit) circulus c m, maior aut minor quadrato d h, neq; circulus a h, ipso quadrato b f, sed modis omnibus æquale ipsum quadratum b f, circulo a h, & quadratum c g, circulo b l, atque d h, quadratum

dratum circulo emi, quod demonstrandum susceperat.

Ex his infert aduersus Archimedem, rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem esse tripla sesquiseptima, & quadratum ad inscriptum circulum minorem habere rationem quàm 14. ad 11. Hoc autem probat, quoniam quatuor quadrata a e, b f, c g, d h, sunt continuè proportionalia, & primum vltimi duplum est: ratio igitur primi ad secundũ ter sumpta duplã rationem constituit. Et propterea oportet primum & secundum cubicè multiplicata duplã rationem conficere. Idcirco cum primum quadratum sit 14. erit secundum 11 & circiter $\frac{1}{9}$. Nam si 14. in se se cubicè multiplicentur, fiẽt 2744. & 11 cum $\frac{1}{9}$ item cubicè multiplicata producunt ferè 1372. dimidiũ numeri 2744. Habet igitur quadratum a e, ad quadratũ b f, rationem prope modum quam 14. ad 11 $\frac{1}{9}$. Atqui eidem quadrato b f, ait circulum a h, æqualem ostendisse: concludit idcirco quadratum a e, ad circulum a h, rationem propemodum habere, quàm 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$. Et quoniam sicut quadratum ad inscriptum circulũ, sic quater circuli diameter ad circunferẽtiam eiusdem circuli, ita enim aut dicere voluit, aut debuit, non ad circunferentiæ dimidium: qualium igitur partium diameter est septẽ, & quater diameter 28. taliũ circunferentia erit 22 & $\frac{2}{9}$. Et proinde circunferentiam ad diametrũ concludit, maiorẽ habere rationem tripla sesquiseptima. Hoc etiam oculari inspectione atque experimento confirmat. Nam si acutissimi circini officio, septima diametri pars circũferentiæ coaptetur, vigesimam secundam partem (ait) eiusdem circunferentiæ subtẽdet, & 22. septimæ vniuersam exactè absoluent circũferentiam. Et cum arcus sit maior subtẽsa chorda, maior erit tota circunferentia 22. septimis eiusdem diametri: & idcirco circunferentiæ ad diametrum ratio maior erit tripla sesquiseptima. Quod numerorum (addit) calculo corroborari videtur. Qualium enim partiũ circunferentia est 360, talium pars vigesima secunda est 16. & minutorum circiter 22. subtensa verò chorda partium est 17. & 5. circiter minutorũ, qualiũ diameter est 120. Septima porrò ipsi⁹ diametri pars, itidẽ partiũ est 17 & minutorum 8. differens ab ipsa chorda vigesimæ secundæ partis circunferentiæ, tribus tantum minutis; quæ ex ipso chordarum calculo defeciſſe manifestum est, quoniam in diuidendis (inquit) numeris, & radicibus sæpius extrahẽdis, semper aliquid deperditur, propter quod ipsi numeri, à debita vnitatũ multitudine tandem coguntur deficere: & hinc ortum esse defectum rationis circunferentiæ ad diametrũ, quæ per sinuum rectorum numeros ad imitationem Archimedis, minor tripla sesquiseptima demonstratur: cum rei veritas (inquit) ita habeat, vt circunferentia ad diametrum rationem propemodum habeat quam 22 & $\frac{2}{9}$ ad 7. & quadratum ad inscriptum circulũ, quã 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$: & proinde qualium partium quadratum a e, est 14. talium a h, circulus, & illi æquale quadratum b f, est 11 & circiter $\frac{1}{9}$: quadratũ verò c g, ac illi æqualis circulus b l, partium 8. vnà ferè cum $\frac{19}{23}$. Et ex his rursum numerorum adminiculo colligit, ambitũ tertij quadrati c g, æqualem esse peripheriæ dati circuli a h, quemadmodum demonstrandũ susceperat.

Neque Orontium circulum quadrasse, neque rectam lineam æqualem circunferentiæ inuenisse.

CAP. X.

Reprehensio. VII.

TA nimirũ habet Orontij inuentio de circuli quadratura, quam multis modis falsam ostendemus. Supponit enim in primis duas medias proportionales inter latus quadrati dato circulo circunscripti. & latus quadrati intra eundem circulum descripti ab eo inuentas fuisse. Sed nos superius demonstrauimus, quas medias proportionales constituit, veras non esse, quin potius alteram non implere iustam magnitudi-

nitudinem, alteram verò superare. Præterea falsa est circuli quadratura Orontij, quoniam supponit ex Archimede quadratum ad circulum inscriptum, eam rationem habere quam 14 ad 11. cum tamen ea ratio exacta non sit, & probat deinde quadratum b f, æquale esse circulò a h, quoniã cubica radix est numeri 1372. quæ veritati propinqua itẽ sit 11: sed est paulò maior. Quare si propterea accipit ipsum quadratum b f, eidem circulo a h, æquale esse, quoniam cõueniat cũ Archimedis quadratura (huic enim fundamẽto, sed & soli potissimum innititur) constat ex ipso Archimede circulum a h, non implere partes 11. At vero radix cubica numeri 1372 easdẽ 11 partes excedit, numerus enim 11, in se cubicè multiplicatus tantum facit 1331 non erit igitur quadratum b f, circulo a h, æquale. Secundo argumento sumpto ab æqualitate laterum, idem contendit, & per eadem principia. Ponit enim latus quadrati a e, circuli vè a h: diametrum, partium esse 14, & supposita ratione circunferentiæ ad diametrum ex demõstratis ab Archimede, sicut 22. ad 7. aut 44. ad 14. inuenit latus quadrati quod circulo a h, est æquale, partium esse 12. vna cum $\frac{5}{12}$ ferè: sed latus quadrati b f, partium inuenit 12. vna cũ $\frac{12}{30}$ quæ ferè respondent ipsis $\frac{5}{12}$ & propterea concludit tantũ esse latus quadrati b f, quantum latus quadrati quod ipsi circulo a h est æquale. In quo potius irridendæ sunt Orontij supputationes, quàm intendendus animus ad confutandum, aut infirmandum has suas argumentationes. Nam si iam ad ostendendum quadratum b f, circulo a h, æquale esse, hac probatione sit contentus, quòd cum numeris Archimedis conueniat: demonstrauerat autẽ paulo ante, primo argumento, si quadratum a e, sit 14. fore circulum a h 11. quadratum vero b f, paulo maius esse, nempe radicem cubicam numeri 1372. quomodo igitur cõcludit modò circulum a h, quadrato b f, paulo maiorem? maiora enim sunt $\frac{5}{12}$ ipsis $\frac{12}{30}$. Enim verò si latus quadrati a e, diameter vè circuli a h, partium æqualium ponatur 14. & ratio circunferentiæ ad diametrum ea sumatur quam habẽt 22 ad 7. aut 44 ad 14. quanuis paulò minorem inuenerit Archimedes, erit proculdubio latus quadrati quod eidem circulo a h. est æquale, radix quadrata numeri 154: & proinde radix erit quadrata radicis cubicę numeri 3652264. Sed si quadratũ b f, primũ sit mediũ proportionale statuatur inter quadratũ a e, & d h, radix erit quadrata radicis cubicæ numeri 3764768 tantũ enim inuenitur, per regulam quã affert Orontius de medijs proportionalibus inter datos duos numeros inueniendis, quæ vulgatissima est: maius est igitur quadratum b f, circulo a h. Atqui ex demonstratis ab Archimede ipse circulus a h, nondũ implet numerũ 154: multò igitur maius est quadratũ b f, eodẽ circulo a h. Simul igitur cõcludere possum⁹, neq; Orõtiũ inuenisse circuli quadraturã, neq; probasse.

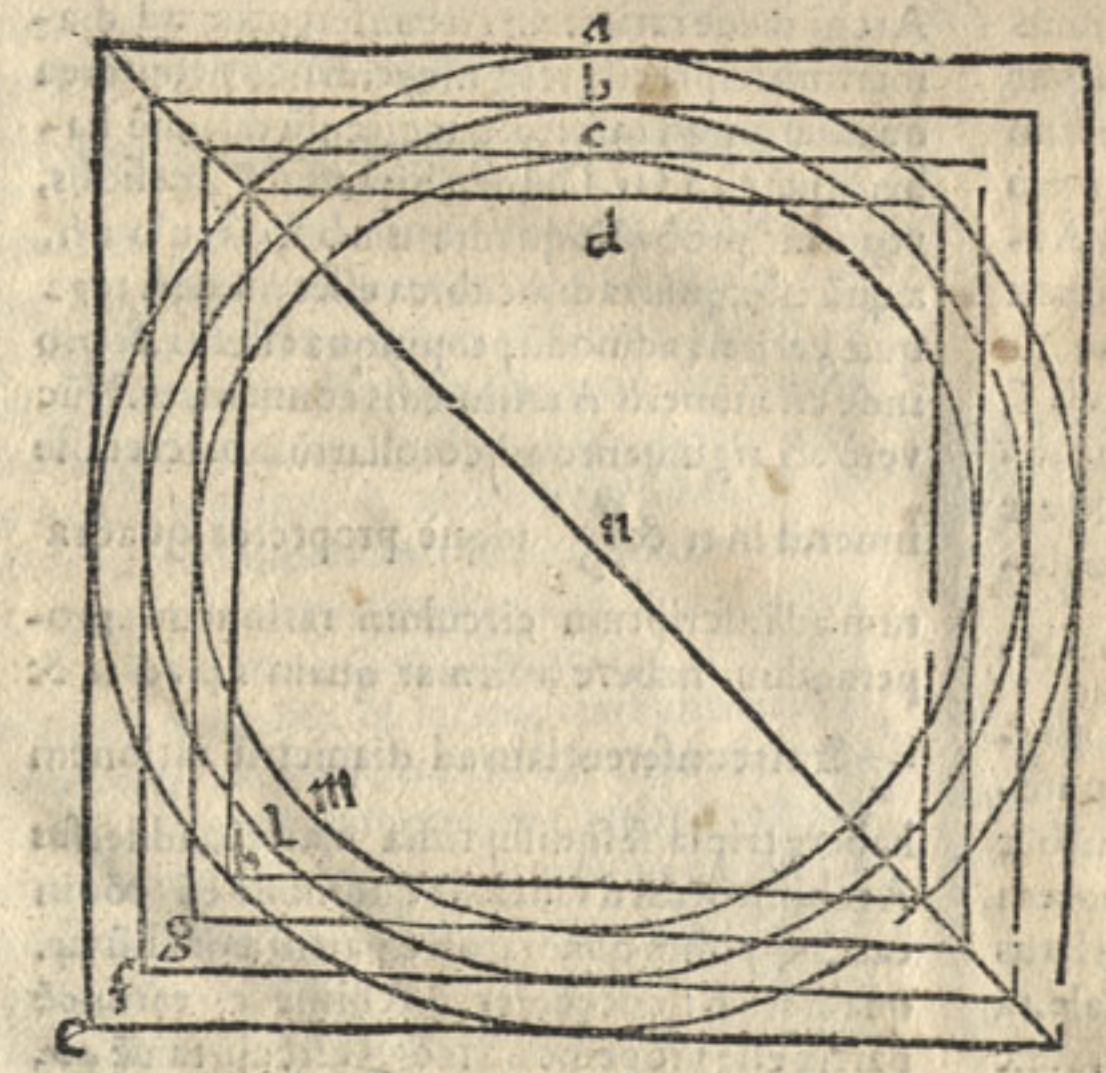
Tertium argumentũ ab impossibili sumptum, prorsus nihil probat. Nam si qualium partium quadratum a e, est 14. talium circulus a h, sit (vt supponit) 11: sintque latera quatuor quadratorum continuè proportionalia, erit idcirco quadratum b f, cubica radix numeri 1372. & circulus b l, cubica radix numeri 665. cũ $\frac{1}{2}$, quadratum c g, cubica ℞ 686, & circulus c m, cubica ℞ $332\frac{3}{4}$: quadratũ vero d h, erit 7. siue cubica ℞ 343. Damus igitur quadratũ d h, maius esse circulo c m, quandoquidẽ maior est cubica ℞ 343, cubica radice numeri 332 cũ $\frac{3}{4}$ neq; propterea vllũ sequitur absurdũ.

In corollario autẽ si quid antea astruxerat, penitus euertit: in quo certè operæpretium est videre hominis stultitiã. Supposuerat enim ex Archimede rationem circunferentiæ ad diametrum triplã esse sesquiseptimã: & propterea quadratum ad inscriptum circulũ rationẽ habere quã 14 ad 11. Deinde his suffult⁹ præsidijs, vt potuit, probauit quadratum b f, circulo a h, æquũ esse, quia radix cubica esset numeri 1372 quæ veritati admodũ propinqua esset 11, & proinde cũ numeris Archimedis conueniret. Nũc verò ab argumento ad corollariũ iam creuisse inuenit in 11 & $\frac{1}{9}$: idquè propterea quadratum ad inscriptum circulum rationem propemodum habere affirmat quam 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$ & circunferentiam ad diametrũ rationem habere tripla sesquiseptima maiorẽ aduersus Archimedẽ. Sed videam⁹ quomodo eũ cõuincat. Suppositio quadrato a e, partiũ æqualiũ 14, quadratũ b f, cõcederet Archimedes earundẽ partiũ esse propemodũ 11 & $\frac{1}{9}$ circulũ tamẽ a h, vndecim

vndecim partes nondum implere, ob id igitur quadratum a e, ad inscriptum circulum maiorem habere rationē quam 14 ad 11, sed ad quadratum b f, minorem. Nec Orontius vnquam ostendit quadratum b f, circulo a h, æquale, sed solum supposuit ex demonstratis ab Archimede ipsum circulum a h, esse 11 quadratum verò b f, cubicam esse radicem demonstrauit numeri 1372, quæ paulo maior est quàm 11 & $\frac{1}{2}$. Perperam igitur colligit rationem circunferentiæ ad diametrum tripla sesquiseptima maiorem esse, & quadratum ad inscriptum circulum, minorem quàm 14 ad 11.

Numerorum autem calculus ex tabula de arcu & chorda Archimedi non aduersatur, cuius demonstrationem de circuli mensuratione in sequenti capite adducam, vt liquidò cōstet rationem circunferentiæ ad diametrum non propterea inuentam esse ab Archimede tripla sesquiseptima minorem, quòd in diuidēdis numeris & radicibus extrahendis semper aliquid deperdatur, sed quoniam verè tripla sesquiseptima minor sit. Assumit autem Orōtius rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem esse tripla sesquiseptima, vt quadratum c g, circulo a h, ostendat isoperimetrum: & proinde cum falsas ac improbabiles sumat hypotheses, nihil concludere poterit. Sed n-q; etiam si cōcederentur, quoniam exemplis quibusdam, incertisq; numeris ratiocinatur, propositum demonstrare posset. Latera enim prædictorū quatuor quadratorum incōmēsurabilia sunt, quæ nihilominus numeros esse supponit, vt conclusionem inferat. Quomodo igitur per falsa & incerta verum ac necessarium demonstrabit? Id circo eligenda potius foret methodus quæuis alia certior ac expeditior in hūc videlicet modum. Tres rectæ lineæ a, b, c, latera trium quadratorum a e, b f, c g, sunt continuè proportionales, ex hypothesi, igitur rectangulum quod sub duabus a, et c, cōtinetur, quadrato b g, quod ex media, æquum est. Ipsum verò quadratum b g, circulo a h, (vt Orontius putat) est æquale. Circulus igitur a h, rectangulo sub a, & c, contento per communem sententiam est æquale. Est autem ipsa a, recta linea diametro circuli a h, æqualis, & est præterea ipsa c, recta linea latus quadrati c g. Idcirco ipse circulus a h, rectāgulo contento sub eiusdem circuli diametro & latere quadrati c g, æqualis est. Atqui idem circulus a h, rectangulo contento sub diametro & quarta circunferentiæ parte est æqualis, bina idcirco rectangula inuicem æqualia erunt per communem sententiam: alterum sub diametro circuli a h, & latere quadrati c g, contentum, alterum sub eadem diametro & circunferentiæ quadrante. Et proinde circūferentiæ quadrans lateri quadrati c g, erit æqualis & vniuersa circunferentia cunctis lateribus eiusdem quadrati æqualis. Itaq; isoperimeter est circulus datus a h, tertio quadrato c g, quod demōstrandū susceperat Orontius, sed neutiquā demōstrauit.

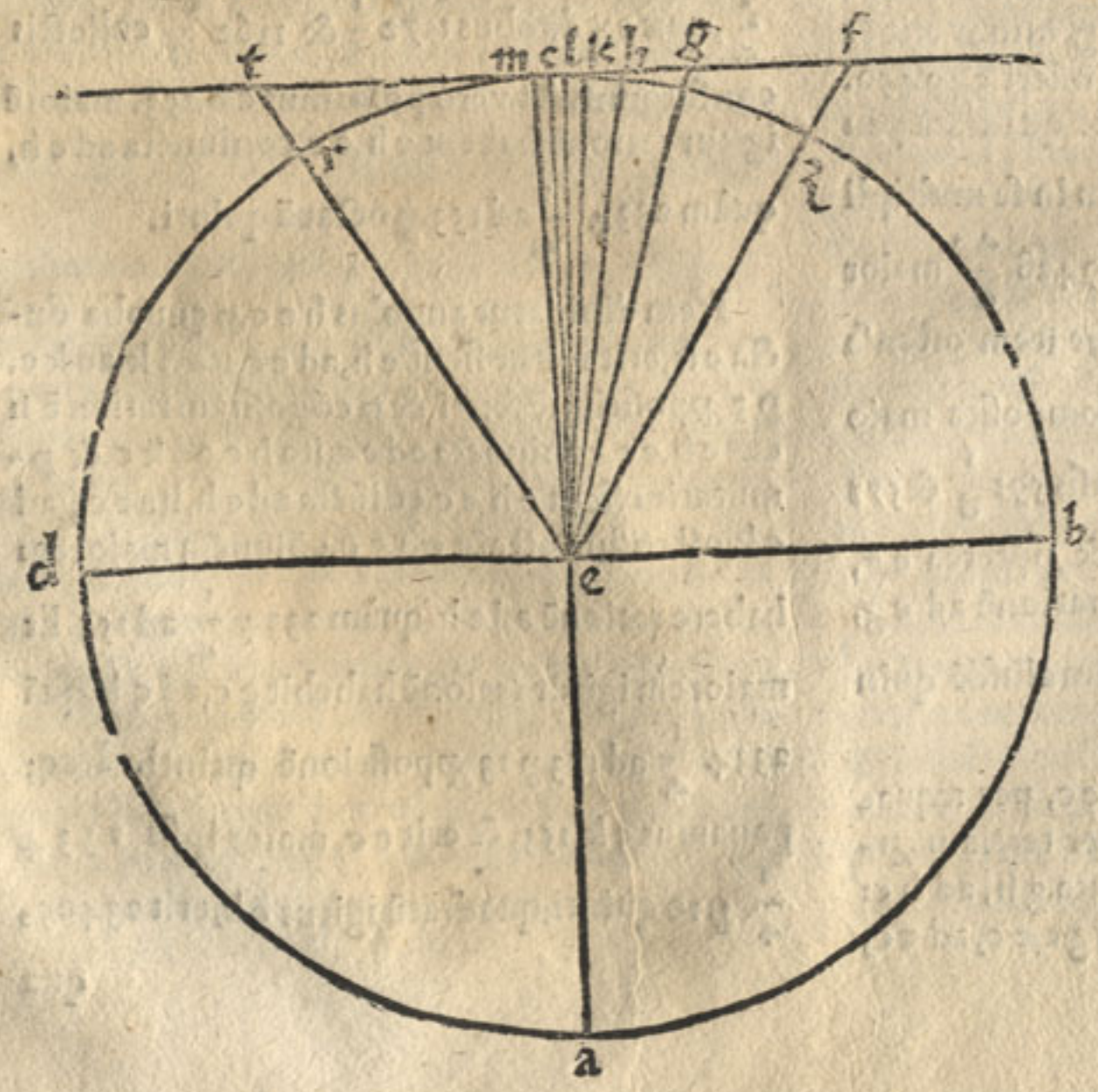
¶ Idem aliter ad impossibile demonstrabis. Enimverò si isoperimetra non sunt, sit igitur quadrans circunferentię circuli a h, latere c, maior. Quod autem sub a, & quadrante circunferentiæ continetur, circulo a h, æquum est, ipse porrò circulus quadrato b f ex hypothesi est æqualis: maius erit igitur quadratū b f, rectangulo contento sub a, & c, & propterea non erunt a, b, c, continuè proportionalia contra hypothesin. Idem sequetur absurdum si quadrans circunferentiæ circuli a h, latere c, detur minor. Idcirco isoperimetra sunt. Si forte ambigas rectangulum contentum sub diametro & quadrante circunferentiæ circulo esse æquale, id concludes ex Archimede quam facilimè. Nā sicut diameter ad semidiametrum eiusdem circuli, sic dimidia circūferentia ad quadrantē,



drantem,igitur quod sub diametro & quadrante circunferentiæ continetur rectangulum, ei quod sub semidiametro & dimidio circunferentiæ,est æquale. Atqui sub semidiametro & dimidia circunferentia rectangulum comprehensum,æquum est circulo, ex demonstratis ab Archimede: igitur quod sub diametro & quadrante circunferentiæ continetur, eidem circulo erit æquale.

Aduertendum est autem quod in hac Orõtij quadratura tantum eius insigniora errata notamus,minutula quæque prætermittẽtes. Id genus est ipsa constructio figuræ secundi problematis. Quanuis enim latera b,& c, tum inter se,tum ipsis a,& d,æquidistent,non propterea necesse est inscriptos circulos idem habere centrum. Alio igitur modo construendũ erat: sed leuissima sunt hæc.

Archimedem verè demonstrasse circuli circunferentiam ter continere diametrum,& partem præterea paulo minorem septima eiusdem diametri, maiorem verò decem septuagesimis primis: vt liquidò appareat quãtemerè quàm falso, quã ignoranter, asserat Orontius aduersus Archimedẽ, rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ tripla sesquiseptima maiorẽ esse.



CAP. XI. Reprehẽsio. VIII.

CIrculi cuius centrũ est c,diameter esto a c. Aio ipsius circuli circunferentiam triplam esse diametri, & præterea partem habere minorẽ septima eiusdem diametri, maiorẽ vero decẽ septuagesimis primis. Demõstratũ est hoc ab Archimede in libro de circuli dimensione,& ab Eutocio satis explicatum in hunc ferè modum: diameter a c, ad rectos angulos secetur super centro e,à recta linea b d, quæ item sit circuli diameter. Vniuersa itaque circunferentia per has duas diametros in quadrantes diuisa erit. Semi circũferentia præterea b c d,in tres æquales partes diuidatur b z,z r,& r d,per 15 propositionem quarti elementorum Euclidis. Quum sit b z,sexta circunferentiæ pars,b c verò eiusdem quarta,erit idcirco c z,duodecima, & c r, item duodecima. A puncto c,ipsi a c,ad rectos angulos excitetur recta linea t c f,ipsum circulum contigens:& à centro e,rectæ lineæ ducantur per z,& r,quæ cum recta t f, coincidant in f,& t. Erit igitur angulus f e c, duodecima pars quatuor rectorum angulorum,& proinde tertia pars est vnius recti, angulus etiam t e c, ei æqualis tertia pars vnius recti. Sunt autẽ æquales duo recti anguli qui ad c,& latus e c, quod æquis adiacet angulis, duobus triangulis c f e, & c t e,cõmune est: æqualia sunt igitur reliqua ipsorum triangulorũ latera, & æquales reliqui anguli per 26. propositionem primi elementorum, videlicet latus t e,lateri e f, est æquale, & t c,ipsi c f, duo præterea anguli qui ad f,&t, æquales inuicem erunt, & quoniam totus angulus t e f,tertia pars est duorum rectorum,erit similiter vterque duorum angulorum qui ad f,& t,tertia pars duorũ rectorum per 32. propositionem primi,& cõmunẽ sententiam: æquilaterum est igitur triangulum t f e, per sextam eiusdem primi, & dimidium est c f, ipsius e f.

Qualium igitur partium est e f, 306, talium est c f, 153, & quadratum quod fit ex e f, partiũ quadratarum erit 93636: quadratum vero ex c f, erit 23409. Quoniam verò quadratũ ex e f, duobus quadratis æquum est, quę ex c f, & c e, fiũt per 47. propositionem primi, auferemus igitur 23409, ab ipsis 93636, & relinquetur quadratũ e c, 70227: cuius latus quadratum paulo maius est quàm 265. est enim huius numeri quadratum 70227 tantum. Coaceruentur autem 306 & 265, erit igitur eorum summa 571: minora idcirco sunt 571. ipsis e f, e c coniunctis. Diuidatur itaque angulus f e c, per æqualia ducta recta linea e g, per 9, propositionem primi: igitur sicut e f, ad e c, ita f g, ad g c, per tertiam sexti, & per compositam rationem sicut e f, e c, coniunctæ ad e c, sic f c, ad g c. igitur permutatim sicut e f, e c, coniunctæ ad f c, sic e c, ad c g. Atqui posuimus f c, 153, & maiora ostendimus esse e f, e c, composita quàm 571. igitur e f, e c, ad f c, maiorem habebunt rationem quàm 571, ad 153, per octauam quinti: quapropter & e c, ad c g, maiorem item rationem habebit quã 571, ad 153, per 13 propositionem eiusdem quinti. Ponatur itaq; c g, partium æqualium 153, maior igitur erit e c, ipsis 571, per 10 propositionẽ eiusdem quinti: & idcirco quadratũ e g, quod duobus quadratis rectarum e c, & c g, per 47, primi est æquale, quadratis quæ fiũt ex 153: & 571, maius erit. Est aũt quadratũ numeri 153 numerus 23409: ipsorũ vero 571, quadratum est 326041: horum igitur quadratorum summa videlicet 349450, quadrato ex e g, minor erit & ipsa e g, maior radice quadrata nũeri 349450. At vero ipsorum 349450, radix quadrata paulo maior est quàm $591\frac{1}{8}$ si enim in se multiplicentur $591\frac{1}{8}$ tantum fient $349428\frac{49}{64}$ maior est igitur e g, quam $591\frac{1}{8}$ maior item ostensa est e c, quã 571. Idcirco e g, e c, composita maiora sunt quã 1162 & $\frac{1}{8}$ quæ ex ipsis $591\frac{1}{8}$ & 571 coalescũt: sed c g, posita est 153, & ꝓpterea e g, e c, coniuncta maiorem habent rationẽ ad c g, quàm $1162\frac{1}{8}$ ad 153 per octauam eiusdẽ quinti elementorum.

Rursum diuidatur angulus g e c, per æqualia ducta recta linea e h. Igitur per tertiam ꝓpositionẽ sexti sicut g e, ad e c, ita g h, ad h c: & per compositam rationẽ sicut g e, e c, ad e c, sic g c, ad h c: idcirco permutatim sicut e g, e c, ad g c, sic e c, ad c h. Ostensum est aũt quod e g, e c, coniuncta maiorem habent rationẽ ad c g, quàm $1162\frac{1}{8}$ ad 153. igitur & e c, ad c h, maiorem habet rationẽ quam $1162\frac{1}{8}$ ad 153, per 13 ꝓpositionẽ quinti. Ponatur c h, 153, erit ꝓpterea e c, maior quam $1162\frac{1}{8}$ per 10 ꝓpositionẽ eiusdem quinti. Et quoniam quadratum ipsius c h, est 23409: quadratũ verò ipsorum $1162\frac{1}{8}$ est $1350534\frac{33}{64}$ amboq; quadrata iũcta sunt $1373943\frac{33}{64}$ duo igitur quadrata e c, & c h, cõposita maiora erunt ipsis $1373943\frac{33}{64}$. Atqui quadratum rectæ e h, rectum angulum subtendẽtis, duobus quadratis e c, & c h, ęquum est, quadratũ igitur e h, ipsis $1373943\frac{33}{64}$ maius est. Et idcirco ipsa e h, maior erit quadrata radice ipsorum $1373943\frac{33}{64}$. At vero huius numeri radix quadrata maior est quàm $1172\frac{1}{8}$, si enim multiplicẽtur in se $1172\frac{1}{8}$ tantum fient $1373877\frac{1}{64}$ maior igitur erit e h, quã $1172\frac{1}{8}$ ostensa est autẽ e c, maior quam $1162\frac{1}{8}$, idcirco e h, e c, coniuncta maiora sunt quàm $2334\frac{1}{4}$, quæ ex duobus $1172\frac{1}{8}$ & $1162\frac{1}{8}$ collectis consurgunt. At verò posuimus c h, 153, maiorẽ igitur rationẽ habent e h, e c, coniuncta ad c h, quàm $2334\frac{1}{4}$ ad 153. ꝓ octauã quinti.

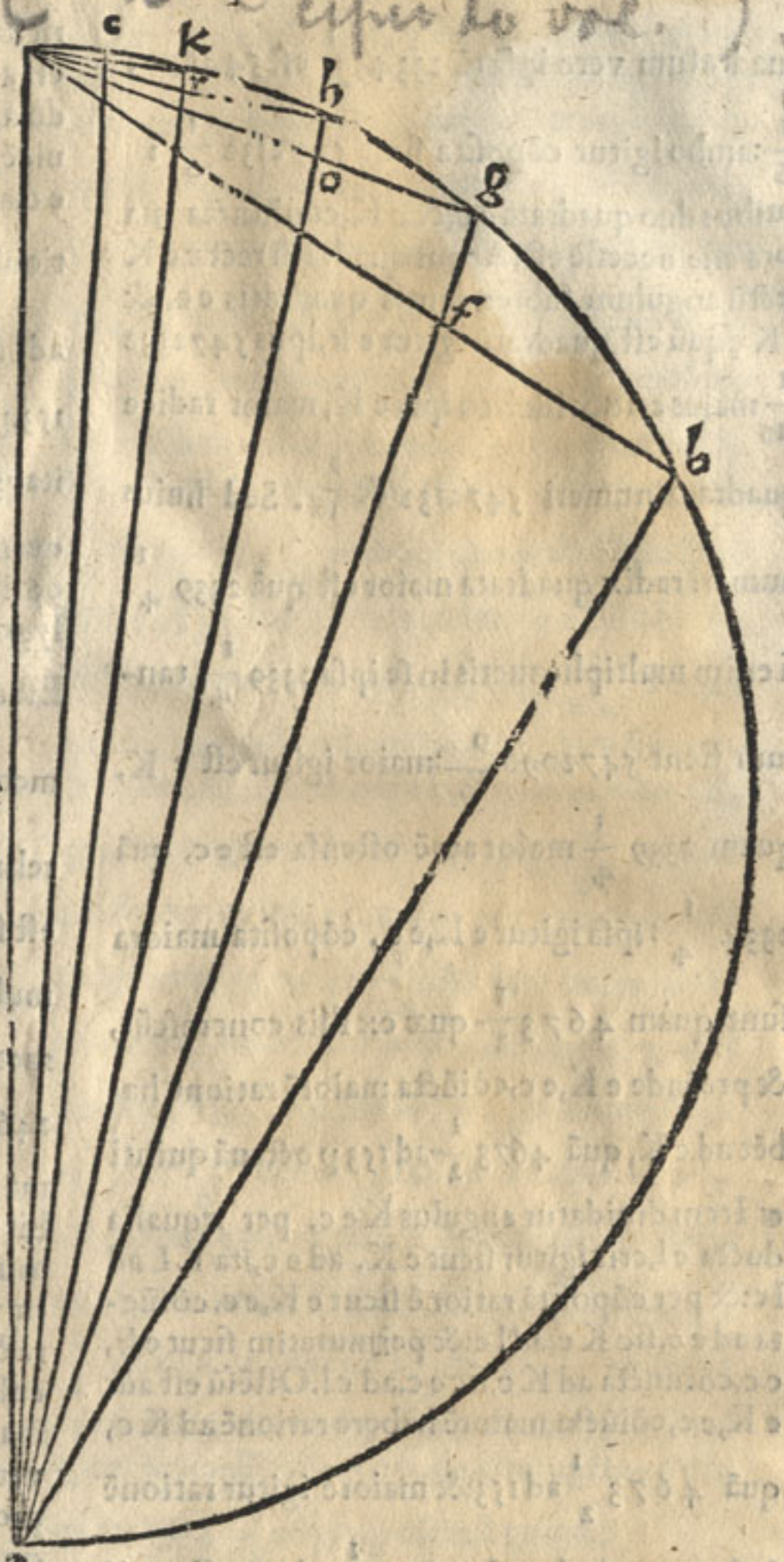
Item diuidatur angulus h e c, ꝑ ęqualia ducta e k, erit igitur sicut e h, ad e c, ita h k ad k c, ꝑ 3 ꝓpositionẽ sexti, & ꝑ cõpositam rationẽ sicut e h, e c, coniuncta ad e c, ita h c, ad k c, & ꝑmutatim sicut e h, e c, cõiũcta ad c h, ita e c, ad c k: ostensum est aũt e h, e c, cõiuncta maiorem habere rationẽ ad c h, quàm $2334\frac{1}{4}$ ad 153. Et maiorem igitur rationẽ habebit e c, ad c k, quã $2334\frac{1}{4}$ ad 153 ꝑ 13 ꝓpositionẽ quinti. Itaq; ponamus c k, 153, & erit e c, maior ipsis $2334\frac{1}{4}$ ꝑ 10 quinti: quadratũ igitur c k, erit 23409, qua

quadratum vero ipsorũ 2334 $\frac{1}{4}$ est 5448723 $\frac{1}{16}$: ambo igitur cõposita sunt 5472132 $\frac{1}{16}$: quibus duo quadrata e c, & c K, coniuncta maiora esse necesse est, Atqui quadratũ rectæ e K rectũ angulum subtendentis quadratis e c, & c K æquũ est, quadratũ igitur e k, ipsis 5472132 $\frac{1}{16}$ maius erit: & idcirco ipsa e K, maior radice quadrata numeri 5472132 & $\frac{1}{16}$. Sed huius numeri radix quadrata maior est quã 2339 $\frac{1}{4}$ si enim multiplicaueris in se ipsa 2339 $\frac{1}{4}$ tantum fient 5472090 $\frac{9}{16}$: maior igitur est e K, quàm 2339 $\frac{1}{4}$ maior autẽ ostensa est e c, quã 2334 $\frac{1}{4}$: ipsa igitur e K, e c, cõposita maiora sunt quàm 4673 $\frac{1}{2}$ quæ ex illis concrescũt, & proinde e K, e c, cõiũcta maiorẽ rationẽ habẽt ad c K, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153 p octauã quinti

¶ Item diuidatur angulus K e c, per æqualia ducta e l, erit igitur sicut e K, ad e c, ita K l, ad l c: & per cõpositã rationẽ sicut e K, e c, cõiũcta ad e c, sic K c, ad l c: & permutatim sicut e k, e c, cõiuncta ad K c, sic e c, ad c l. Ostẽsũ est aũt e K, e c, cõiũcta maiorẽ habere rationẽ ad K c, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153: & maiorẽ igitur rationẽ habet e c, ad c l, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153. Quoniã verò angulus f e c, ostensus est duodecima pars quatuor rectorum, erit eius dimidiũ g e c, pars vigesima quarta, cuius itẽ dimidium h e c, erit quadragesima octaua, atq; itẽ huius dimidium K e c, erit pars nonagesima sexta, & huius denicq; dimidiũ l e c, centesima nonagesima secũda. Cõstruatur autem angulus c e m, ipsi l e c, æqualis, erit idcirco angulus l e m, nonagesima sexta pars quatuor rectorũ. Quapropter recta linea l m, latus erit æquilateri polygoni circa circulũ descripti, latera habentis 96 per doctrinã 12 propositionis 4 Euclid. Est autẽ c m, ipsi c l, æqualis per 26 propositionẽ primi elemẽto rũ Eucli. dupla est igitur l m, ipsi c l, & dupla est a c, semidiametri e c. Atqui partes eodẽ modo multipliciũ eãdẽ habẽt rationẽ sũptæ ad inuicẽ per 15 propositionẽ quinti, est igitur sicut e c, ad c l, sic a c, ad l m. Sed e c, ad c l, maiorẽ rationẽ habet, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153, idcirco a c, ad l m, maiorẽ rationẽ habet quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153, p 13 propositionẽ eiusdẽ quinti. Ponamus itaq; a c, 4673 $\frac{1}{2}$ & per 10 propositionẽ eiusdẽ quinti erit l m, minor quã 153. Multiplicentur 96. in 153. fiẽtq; 14688. Et proinde ambit⁹ polygoni latera habẽtis 96. minor erit ipsis 14688 Est aũt diameter a c, 4673 $\frac{1}{2}$ triplũ igitur diametri erit 14020 $\frac{1}{2}$ quæ si auferãtur à 14688, relinquẽtur tãtũ 667 $\frac{1}{2}$ qui numerus minor est septima diametri parte. Nam si eũ in septẽ multiplicaueris cõsurgẽt 4672 $\frac{1}{2}$ quæ à diametro superãtur vnitate, habet igitur numerus 14688, ad 4673 $\frac{1}{2}$ rationẽ tripla sesquiseptima minorẽ, & proinde ambit⁹ polygoni habebit ad diametrũ rationẽ tripla sesquiseptima minorẽ per 8 quinti. Est autẽ circuli circũferẽtia minor ambitu polygoni per primã de sphera & cylindro, minorẽ igitur rationẽ habet circuli circũferẽtia ad diametrũ tripla sesquiseptima, quod primo ostẽdendũ erat. Demõstratio verò quã ad hoc cõcludendũ Orõtius adducit propõne secũda sui libri per numeros elicitos ex tabula sinuũ, cõstat Archimedis non esse, quod & ipse fatetur, sed prestãtiorẽ esse affirmat ea quã fecerit idẽ Archimedes. Interrogãdus igitur esset Orõtius, verè ne illa sua demõstratione concluserit rationẽ circũferentiæ ad diametrũ minorẽ esse tripla sesquiseptima, an nõ? Si cõclusit, cur igitur asseruit tripla sesquiseptima maiorẽ esse aduersus Archimedẽ? Si putat non cõcludere, cur eam in mediũ afferebat? præstaret enim propriã authoris demonstrationem recensere, & vitiũ eius indicare.

¶ Sed demonstremus secundã partẽ, videlicet circũferẽtiã ter continere diametrũ, & partem præterea decẽ septuagesimis primis maiorẽ. In circulo enim cui⁹ centrũ est e, & diameter a c,

sit b c,lat⁹ hexagōni æquilateri eidē circulo inscripti: erit igitur ipsa b c, æqualis ei quæ ex cētro,p corollarium 15. propositionis quarti elemētorū Euclidis,et ideo a c,dupla erit ipsi⁹ b c. Cōnectatur a b, fiet igitur p 31. propositionē tertij angul⁹ a b c, rect⁹, triplus existēs anguli b a c, p vltimā sexti: & propterea ipse āgul⁹ b a c,tertia pars erit vnius recti. Ponatur a c, 1560. erit idcirco b c,780,quadratū igitur a c, erit 2433600. sed quadratū b c,erit 608400. Est aūt quadratū a c,æquū quadratis a b,& b c,per 47. ppositionē primi:auferem⁹ igitur 608400 ab ipsis 2433600. & relinquetur quadratū a b,1825200.cuius latus quadratū paulo minus est quā 1351.si enim multiplicaueris in se 1351 fiēt 1825201. Itaq; ipsa a b,paulo minor erit quā 1351. Diuidatur angulus b a c, bifariā ducta a g,quæ rectā b c,secat in f, & cōnectatur c g,igitur sicut a b,ad a c,ita b f, ad f c,per tertiā sexti:& propterea sicut a b, a c cōiuncta ad a c,sic b c,ad f c,per cōpositā rationē:permutatim idcirco sicut a b, a c cōiūcta ad b c,sic a c,ad f c. Est aūt a c,1560, & ostēsa est a b,paulo minor quā 1351:igitur a c,& a b,simul collecta paulo minora sunt quā 2911:sed est b c,780, habent igitur a b, a c,cōiūcta ad b c,minorē rationē quā 2911 ad 780, p 8,quinti:idcirco & a c,ad f c, minorē habet rationē quā 2911.ad 780. per 13 eiusdē quinti. At vero bina triāgula a g c,et c f g,æquiāgula sūt:est enim angulus g a c, æqualis angulo b a g,per cōstructionē,atq; eidē b a g,æqualis est angul⁹ g c f,per 27 ter tij; æquales sunt igitur duo anguli g a c , & g c f,per cōmunē sentētiā: cōis est aūt vtriq; triāgulo rectus angulus c g a,reliquus igitur a c g,reliquo g f c,æqualis erit per 32. primi,& cōmunē sentētiā. Id propterea in eadem ratione sūt latera ipsorū triangulorum a g c,& c f g,quæ æqualibus angulis subtenduntur,p 4,sexti. Sicut igitur a c, ad f c, sic a g,ad g c. Atqui a c,ad f c,ostēsū est minorē habere rationē quā 2911.ad 780:habet ergo a g,ad g c,minorē rationē quā 2911, ad 780. p 13.propositionē quinti. Ponatur g c,780. erit igitur a g,minor quā 2911, p 10. eiusdē quinti. Et quoniā quadratū a c, æquum est duobus quadratis a g,et g c,quadratū igitur a c,minus erit quā 9082321, quæ cōsurgunt ex 8473921, quadrato numeri 2911. & ex 608400.quadrato g c,simul collectis,& pro



inde ipsa a c,minor erit quadrata radice numeri 9082321. At vero eadē radix quadrata paulo minor est quā $3013\frac{3}{4}$ cū sit horū quadratū 9082689 $\frac{1}{16}$ idcirco minor est a c quàm $3013\frac{3}{4}$. ¶ Itē diuidatur angul⁹ g a c,bisariā ducta recta a h,quæ rectā g c,secat in o,et cōnectatur c h, erit igitur sicut a g,ad a c,sic g o,ad o c,quapropter p cōpositā rationē,& deinde p permutatā,sicut a g & a c cōiūcta ad g c,sic a c,ad c o. Ostensa autē est a g, minor, quā 2911. a c verò minor est quā $3013\frac{3}{4}$. Itaq; a g & a c,cōiūcta minora sūt quā $5924\frac{3}{4}$ & proinde a g, & a c, cōiuncta minorē habebunt rationem

ad

idg c,quã $5924\frac{3}{4}$ ad 728,per octauã quíti. Et idcirco a c,ad c o,minorẽ itẽ rõnẽ habebit quã $5924\frac{3}{4}$ ad 728,p 13, eiusdẽ quinti. Atqui æquiangula sunt bina triangula a h c,& h c o,& similis rõnis sunt latera quæ æqualibus angulis subtenduntur,sicut igitur a c,ad c o, sic a h, ad h c:habet autem a c,ad c o,minorẽ rationẽ quã $5924\frac{3}{4}$ ad 728:quapropter & a h,ad h c,minorẽ habebit rationẽ quàm $5924\frac{3}{4}$ ad 728, siue minorẽ quã numerus 1823,ad 240. Habẽt enim $5924\frac{3}{4}$ ad 1823 rõnem triplam sesquiquartã, & itẽ 728,ad 240,triplam sesquiquartam,& idcirco permutatim sicut $5924\frac{3}{4}$ ad 728, sic 1823,ad 240. Habet itaq; a h,ad h c, minorem rationẽ quàm 1823,ad 240. Ponatur h c, 240, & erit idcirco a h,minor quàm 1823. Quadratũ verò a c,duobus quadratis linearũ a h,& h c,æquũ est per 47 primi,minus est igitur quadratũ a c,quã 3380929,quæ cõsurgũt ex 3323329, quadrato numeri 1823, & ex 57600, quadrato numeri 240. Et proinde ipsa a c,minor est radice quadrata ipsius numeri 3380929. Sed eadẽ radix quadrata minor est quã $1838\frac{9}{11}$ cum sit horũ quadratũ 3381252, ferè. Itaq; a c, minor est quãm $1838\frac{9}{11}$.

Rursum diuidatur angulus h a c, bifariam ducta a k, quę rectã h c, secet in r,& cõnectatur c k, igitur sicut h a, ad a c, sic h r, ad r c:& p cõpositã, deinde verò ppmutatã rationẽ, sicut h a, a c, coniũcta ad c h, ita a c, ad c r. Aequiangula sunt aũt bina triangula a c k, & c r k, igitur sicut a c, ad c r, sic a k, ad c k:& ppterea sicut h a, a c, coniuncta ad c h, sic a K, ad c K. Et quoniã c h, posita est 240, a h, vero ostensa est minor quãm 1823, et a c, minor quã $1838\frac{9}{11}$: ipsa igitur a h, a c, cõiũcta minora sunt quã $3661\frac{9}{11}$ & proinde minorẽ habent rationẽ ad c h, quàm $3661\frac{9}{11}$ ad 240: ideoq; a K ad c K, minorẽ itẽ rationẽ habebit quã $3661\frac{9}{11}$ ad 240, p 13 ppositionẽ quinti. Resoluãtur $3661\frac{9}{11}$ in vndecimas & cõflabitur numerus 40280, resoluãtur itẽ 240 in vndecimas, & conflabitur numerus 2640, quorũ ratio in minimis numeris cõstituta est sicut 1007, ad 66. Itaq; minorẽ habebit rationẽ a k, ad c k, quã 1007, ad 66. Ponatur iã c k, 66, & erit idcirco a K minor ipsis 1007. Et quoniã quadratũ a c, duobus quadratis duarũ linearũ a K, & c K, æquũ est, idcirco quadratum a c, minus erit quã 1018405, hic enim numer⁹ cõcrescit ex 4356 quadrato qđ fit ex c k, & ex 1014049, quadrato nũeri 1007, in vnũ collectis. At verò radix quadrata ipsorũ 1018405 minor est quàm $1009\frac{1}{6}$ cũ sit horũ quadratũ $1018417\frac{13}{36}$ minor est igitur ipsa a c ipsis $1009\frac{1}{6}$.

Itẽ diuidatur angulus k a c, bifariã ducta a l, quæ rectã k c, secet in t,& conectatur c l. Erit similiter sicut a k, ad a c, sic k t, ad t c,& per cõpositam rõnem deinde vero p permutatam sicut a k,& a c, simul cõiũcta ad c k, sic a c, ad c t. Aequiangula sunt autẽ bina triangula a l c, & c t l, igitur sicut a c, ad c t, sic a l, ad l c:& ppterea sicut a k & a c, cõiũcta ad c k, ita a l, ad l c. Et quoniã c k, posita est 66, & ostẽsa est a k, minor quã 1007: a c vero minor quã $1009\frac{1}{6}$, ipsa igitur a k,& a c, cõiũcta minora sunt quã 2016 & ppinde minorẽ habẽt rationẽ ad c k, quã $2016\frac{1}{6}$ ad 66: ideoq; a l, ad l c, minorẽ habebit rõnem quã $2016\frac{1}{6}$ ad 66. Ponatur iã l c, 66, minor igitur erit a l ipsis $2106\frac{1}{6}$. Est aũt quadratũ a c, æquũ duobus quadratis a l, & l c minus erit idcirco quadratũ a c, quã $4069284\frac{1}{36}$, hic enĩ numerus cõcrescit ex $4064928\frac{1}{36}$ quadrato ipsorũ $1016\frac{1}{6}$. & ex 4356, quadrato qđ fit ex l c, in vnũ collectis. At vero radix quadrata numeri $4069284\frac{1}{36}$, minor est quã $2017\frac{1}{4}$ cũ sit horũ quadratũ $4069297\frac{9}{16}$ minor est igitur a c, ipsis $2017\frac{1}{4}$. Est aũt arcus b c, sexta pars totiⁿ circũferẽtię, & g c, duodecima, & h c vigesima quarta, & k c, 48^{a}, reliqua igitur l c, erit nonagesima sexta, erit qꝫ ipsa l c, quę posita est 66, latⁿ polygoni circulo ĩscripti 96, laterũ æqualiũ. Multiplicẽtur itaq; 66, in 96 numerũ laterum polygoni, & fiet ambitus eiusdem polygoni 6336: & maiorẽ idcirco rationẽ habebit

bit ipſe ambitus polygoni ad diametrũ a c,quã 6336. ad $2017\frac{1}{4}$ per octauã quinti. Cõtinet autẽ 6336. triplum ipſorũ $2017\frac{1}{4}$, quod eſt $6051\frac{3}{4}$, & ſuperſunt $284\frac{1}{4}$ quę maiora ſũt decẽ ſeptuageſimis primis, ſuntenim decẽ ſeptuageſimæ primæ $284\frac{17}{42}$. Et propterea multo magis ambitus polygoni habebit ad diametrũ rationem maiorem tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas. Sed eſt circuli circunferentia maior adhuc ambitu polygoni, igitur multo etiam magis circunferentia ad diametrum rationẽ habet maiorem quàm ſit tripla ſuper decies partiẽs ſeptuageſimas primas, qđ erat oſtendendum. Quoniam verò vna octaua minor eſt decem ſeptuageſimis primis, ex hoc infert Archimedes circunferentiam ad diametrũ rationem habere minorem tripla ſeſquiſeptima, ſed maiorem tripla ſeſquioctaua, Cæterum Orontius quum in circulo deſcriberet polygonum 384. laterum æqualium, per numeros depromptos ex tabula ſinuũ rectorum concludit aduerſus Archimedem, rationem circũferentiæ ad diametrum minorem eſſe tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas. De quo iterum interrogandus eſſet hic Pariſiẽſis academiæ mathematicus. Putet nè verum concluſiſſe, an ſecus? Si verum concluſit, cur igitur aſſeruit rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem eſſe tripla ſeſquiſeptima? minora ſunt enim decem ſeptuageſimæ primæ parte ſeptima. Sed ſi falſum, quid opus erat falſa illa argumentatione? cum præſertim ea non ſit Archimedis. Aut quomodo erit Archimedis demonſtratione præſtantior? quemadmodum affirmat. Præterea quanuis ambitus illius polygoni laterum æqualium 384. ter contineret diametrum & partem minorem decem ſeptuageſimis primis, non propterea inferendum erat circunferentiam circuli ter continere diametrum & minus decem ſeptuageſimis primis, maior eſt enim circunferentia circuli ambitu polygoni, non æqualis, neque minor. Inæqualium autem magnitudinũ maior ad eandem, maiorem habet rationem quàm minor, ex octaua quinti Euclidis. Et propterea indoctè concludit, rationem circunferentiæ ad diametrum, minorem eſſe tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas.

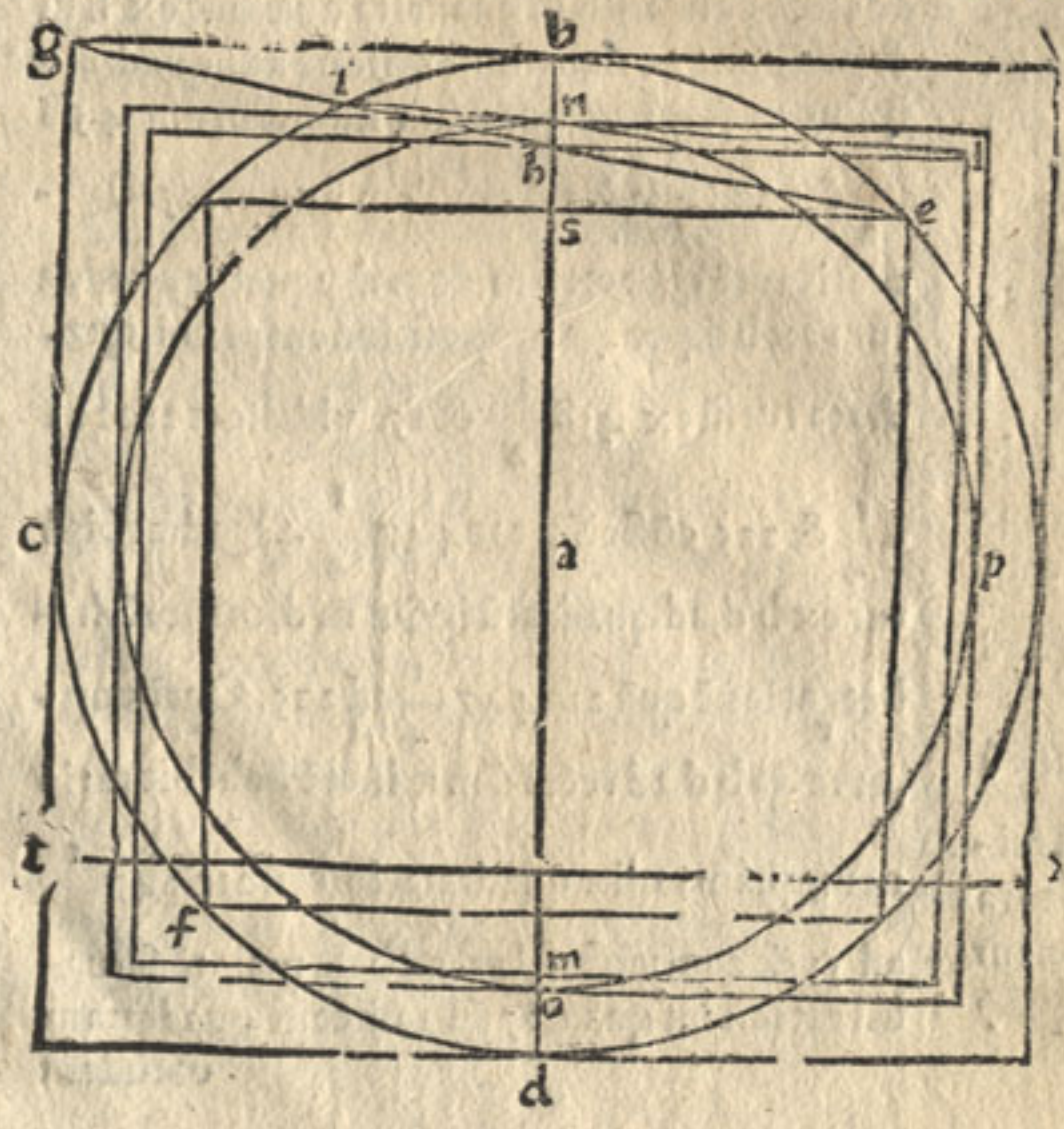
Orontium in protomatheſi non rectè tradidiſſe inuentum Archimedis de ratione circunferentiæ ad diametrum.

CAP. XII. Reprehenſio. IX.

Vm enim in operę illo ſuo quod protomatheſin appellauit, rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ tripla ſeſquiſeptima minorẽ iuxta vulgatũ Archimedis modũ demõſtrandũ ſuſcepiſſet, ideo errauit ratiocinãdo, quoniã putauit nil intereſſe, ſi pro veris ac præciſis radicibus paulo maiores caperẽtur. Cepit igitur in prima anguli diuiſione $42\frac{19}{42}$ pro radice quadrata numeri 1802, cũ tamẽ præciſa radix paulo minor ſit ipſis $42\frac{19}{42}$. Oſtẽderat autẽ quadratũ quod fit ex linea angulũ cẽtridiuidẽte, rectũq; ſubtẽdẽte, maiorẽ habere rationẽ ad quadratũ cõtingentis lineę quã 1802 ad 121: quarè cõclu ſit lateris ad latus maiorẽ eſſe rationẽ quã $42\frac{19}{42}$ ad 11. ſed parũ ſcitè. Erit enim ipſorũ laterum ratio maior ea quã præciſa radix numeri 1802, habet ad 11. & proinde maior ea ratione quã quicunq; numerus eadẽ præciſa radice mi nor habet ad 11. Sed ab his non ſequitur vt maior etiã ſit ea ratione quam $42\frac{19}{42}$ habent ad 11, neq; aliũde cõſtat. Et idcirco Archimedes ad colligẽdũ rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ minorẽ eſſe tripla ſeſquiſeptima, ſemper accipit numeros præciſis radicibus minores, quẽad modũ ad oſtẽdẽdũ qđ huiuſmodi ratio maior ſit tripla ſuper decupartiẽte ſeptuageſimas primas, ſemper accipit numeros præciſis radicibus maiores. Eundẽ errorẽ cõmiſit in tertia anguli diuiſione, quoniã accepit 169. pro quadrata radice numeri 28552, cũ præciſa radix ciuſdẽ numeri paulo minor ſit ipſis 169. Alia ei⁹ errata quantũ attinẽt ad hãc demõſtrationẽ, leuiora ſũt, ſed hominis tamen qui definitiones poſitas in initijs librorũ Euclidis ignorare videatur. Putat enĩ quæ ratio eſt duarũ linearũ lõgitudine, eãdẽ eſſe et potẽtia, qđ ſępi⁹ ĩculcat. Et id ferẽ gen⁹ eſt, qđ ſecũda parte demõſtrationi inſeruit, ad cõcludẽdũ cũ Archimẽde rationem

tionem circunferentiæ ad diametrum maiorẽ esse tripla super decupartiente septuagesimas primas. B m,ad m d,(inquit) minorem rationem obtinet,quam 458 1/2 ad 15.& coniũctim igitur per 18 quinti b m, & m d,ad ipsam d m, minorẽ tandem rationẽ obseruabunt quã 458 1/2 & 15 simul ad eundẽ numerum 15. Et quadrata rursum ex b m,& m d,ad quadratum ipsius d m,minorẽ respondẽter rationẽ habebũt, quã 458 1/2 ad 15:est enim quadratorum eadem ratio,quæ ipsorum laterũ. Ex b d, autem productum quadratum æquum est duobus quadratis ipsarum b m,& m d, per 47. primi. Igitur quadratũ quod ex b d,ad quadratũ ipsius d m, minorem pariter rationem obtinebit quã 458 1/2 ad 15: & per consequens recta b d, ad d m, minorẽ tãdẽ rationẽ longitudine seruabit quã idem numerus 458 1/2 ad præfatum numerũ 15.& cõuersim demũ ipsa m d,ad b d,maiorẽ rationẽ habebit quã 15.ad 458 1/2. Hæc Orontius.Sed videre operæpretium est quàm non demonstret,& quã falsa ingerat.Rectangulum triangulum b m d,in figura Orontij est velut in nostra a l c,est enim b d,diameter circuli, & recta d m,nonagesimam sextam circunferẽtiæ partem subtendit,angulus verò qui ad m,rect⁹ existit. Supponamus igitur ita esse quemadmodũ ex eis quæ præcesserant intulit, videlicet b m,ad m d,minorem habere rationẽ quã 458 1/2 ad 15:rectè igitur infertur per cõpositam rationẽ b m,& m d,coniuncta minorẽ habere rationẽ ad d m, quam 458 1/2 & 15 simul ad eundem numerũ 15.Sed ex his perperã colligit,quadrata rursum ex b m, & m d, minorem habere rationem ad quadratũ ipsius d m, quàm 458 1/2 ad 15.& quã etiam(si velit) 458 1/2 vnà cum 15.ad 15, quod magis cõsentaneũ videretur.Habẽt enim duo & vnũ ad vnũ minorẽ rationẽ quàm nouẽ & tria ad tria,quadrata tamen 2,& 1.idest 5.maiorẽ habẽt rationem ad 1.quã 9.& 3 ad 3:multò etiam maiorẽ quã 9 ad 3:innumeraq; sũt numerorũ exẽpla,quibus eius modi argumẽtatio infirmabitur. Quod autẽ in probationẽ adducit, quadratorũ rationẽ eandẽ fore quæ ipsorũ laterũ,falsũ esse manifestũ est ex sexto Euclidis.Nã nõ est eadẽ,sed dupla quã laterũ.Quãuis igitur vt subiũgit, quadratũ ex b d,duobus quadratis ipsarum b m, & m d,æquũ fit,nõ tamen sequitur vt quadratũ quod ex b d,ad quanratũ ipsi⁹ d m,minorẽ rationẽ habeat quã 458 1/2 ad 15:nec(quẽa dmodũ cõcludit)rectã b d,ad rectã d m, minorẽ itẽ rationẽ habere quã 488 1/2 ad 15.Atq; nõ magis,quàm si posita b m,4 & m d.3. quoniã minorẽ rationẽ habeat b m, ad m d,quã 15 ad 10. velis simili syllogismo probare minorẽ rationẽ habere b d.ad candẽ m d,quam 15 ad 10. quod cõstat esse falsũ,cũ sit b d 5.Iam verò si emẽdatius ratiocinemur, seruata priori hypothesi, fortasse enim liber deprauatus est, vt nõ semper videamur impugnare Orontiũ,sed aliquãdo iuuare,non concludetur tũc rationẽ ambitus polygoni ad diametrũ maiorẽ esse tripla super decupartiẽte septuagesimas primas. Vt si iuxta eius institutum ita dicamus,b m,ad m d, minorẽ habẽt rationẽ quàm 458 1/2 ad 15. igitur quadratũ quod fit ex b m, ad quadratum quod ex m d,minorẽ habebit rationẽ quã quadratũ ipsorũ 458 1/2 ad quadratũ numeri 15. Idcirco coniunctim quadrata quæ fiũt ex b m & m d,minorẽ habebunt rationẽ ad quadratũ ipsius m d, quam quadrata numerorum 458 1/2 & 15 ad quadratũ eiusdem numeri 15.Quadratis autẽ quæ ex b m,& m d:æquatur quadratum ex b d,per 47 propositionem primi,quadrata rursũ ex 458 1/2 & 15. videlicet 210222 1/4 & 225 cõficiũt 210447 1/4.Quadratũ igitur ex b d,ad quadratũ ipsius m d, minorẽ habet rationẽ quã 210447 1/4 ad 225. Quapropter recta b d,ad rectã d m minorẽ habebit rationem,quám radix quadrata ipsorũ 210447 1/4 ad 15: & conuersim d m, ad b d, maiorẽ seruabit rationem quàm 15 ad radicem quadratam eorũdem

eorundem 210447 $\frac{1}{4}$. Et quoniam ipsa recta linea d m, latus est polygoni intra eundem circulum descripti, laterũ æqualium 96. numerus vero 15. multiplicat⁹ in 96. producit 1440, habet igitur ambitus polygoni ad diametrum b d, maiorẽ rationẽ quã numer⁹ 1440, ad radicẽ quadratã ipsorũ 210447 $\frac{1}{4}$. Sed cum horum duorum ratio minor sit tripla super decupartiente septuagesimas primas, quanuis igitur ita ratiocinaretur Orontius concludere non posset ambitũ polygoni ad diametrũ maiorem habere rationem tripla super decupartiente septuagesimas primas. Ostendemus autẽ numerũ 1440 ad radicẽ quadratã 210447 $\frac{1}{4}$ minorẽ habere rationẽ tripla super decupartiente septuagesimas primas, in hunc modum. Duorum numerorum 223 & 71. quadrata sunt 49729. & 5041: numeri verò 1440. quadratũ est 2073600 habet autem 49729. ad 5041. eam rationẽ quã 2073600. ad 210200 ferè. Sed minor est hic quartus numerus proportionalis quã 210447 $\frac{1}{4}$, quapropter maiorem rationem habebit, 2073600 ad 210200. quã idẽ numer⁹ 2073600 ad 210447 $\frac{1}{4}$ & proinde maiorem habebit rationem 49729. ad 5041. quam 2073600. ad 210447 $\frac{1}{4}$: latus igitur quadratum numeri



49729. videlicet 223. maiorẽ rationem habere necesse est ad 71, latus quadratum numeri 5041 quàm 1440. latus quadratum numeri 2073600, ad latus quadratum ipsorũ 210447 $\frac{1}{4}$. Habent autem 223, ad 71. rationem triplam super decupartientẽ septuagesimas primas, habebunt igitur 1440. ad latus quadratũ eorundem 210447 $\frac{1}{4}$, minorem rationẽ tripla super decupartiente septuagesimas primas, quod erat ostendendũ. Et proinde liquet Orõtiũ Finæũ non rectè tradidisse in protomathesi inuentum Archimedis de ratione circunferentiæ ad diametrum.

Quadraturam aliam circuli ab Orontio excogitatam, quam in protomathesi tradidit, falsam esse. CAP. XIII.

Reprehensio. X.

ALium modum quadrandi circulũ excogitauit Orontius, traditum ab eo in protomathesi, quem ad literã subijciam. Sit descriptus (inquit) circa centrum a, circulus b c d, cuius diametiens b d: intra quem describatur quadratũ e f, per 6. quarti, & per 7. eiusdem, eidem circulo b c d, circunscribatur quadratum b g d, postmodum ab angulo e, ipsius inscripti quadrati, ad circunscripti angulum g, recta linea ducatur per primum postulatum, quæ secet dimetientem b d, in puncto h, circulum verò b c d, in puncto i. Deinde ex data linea recta quæ sit ipsius a h, dupla, per datum punctum h, quadratum rursum describatur h l m, per 46. primi, vtrique & inscripto e f. & circunscripto b g d quadrato parallelum. Erit igitur quadratum h l m, mediũ proportionale, inter ipsa e f, & b g d, quadrata: accipitur enim inter ambo quadrata, per intersectionem diametri vtriusque quadrati lateribus æquidistantis, quẽadmodum in vulgato planispherio, iuxta ipsius Ptolomæi demonstrationem, per similes diametralis & meridianæ lineæ intersectiones, inter duos circulos datos medium proportionalem describere solemus. Duabus enim magnitudinibus datis, possibile est tertiam assignare proportionalem

tionalem, per 13, sexti. Consequenter à puncto i, ad punctum l, recta ducatur i l, per idem primũ postulatum, quæ secet eundem diametrum b d, in puncto n. Et cẽtro a, interuallo autẽ a n, circul⁹ describatur n o, per tertium postulatũ. Erit itaq; circulus n o, tertia magnitudo post quadratum b g d, & inscriptum b c d, circulũ respondenter ꝓportionalis, deducitur enim ex quadrato b g d, & circulo b c d, atq; e f, quadrato quod est medium proportionale inter e f, & b g d, quadrata per intersectionem ipsius dimetientis b d. Duabus namq; magnitudinibus datis possibile est tertiam ꝓportionalẽ inuenire per 11 sexti. Circulus igitur b c d, est medium proportionale inter b g d, quadratum, & circulum n o, huic demũ circulo n o, circũscribatur quadratum n o p, per septimã eiusdem quarti. Quoniam igitur per 2, duodecimi circuli se ad inuicẽ habent, sicut quę ex dimetientibus quadrata: sicut igitur quadratum b g d, ad quadratum n o p, ita circulus b c d, ad circulum n o. Et vicissim igitur sicut quidem b g d, quadratum ad circulum b c d, sic quadratum n o p, ad circulum n o: per 18 quinti. Circulus itaq; b c d, & quadratum n o p, inter idem quadratũ b g d, & circulum n o: sunt proportionalia: ea propter & adinuicẽ æqualia. Idem quoq; (addit) licet aliter concludere, quoniam circulus a b c, & quadratum n o p, ad eundẽ circulũ n o, eandẽ habent rationem: nempe quę ipsius quadrati b g d, ad circulũ b c d: quæ autem ad eandem eandẽ habẽt rationẽ, illa sunt adinuicẽ æqualia, per 9 quinti: igitur circulus b c d, & quadratum n o p, ęquãtur adinuicem. Dato igitur circulo b c d, datum est æquale quadratũ n o p.

Subiungit autem si quispiam dixerit rectilineam quãuis figuram, potius quàm circulũ n o post quadratum b g d, atq; circulum b c d, fore tertium ꝓportionale: nihilominus deducetur propositum. Data namq; figura ad quadratũ reduci potest, per vltimã secundi: sit igitur quadratũ R S. Cum igitur quadratum d b g, sit maius extremũ, ipsum maius erit quadrato R S: & consequenter latus latere maius. Secentur igitur g t, & v x, eiusdem quadrati R S, lateribus æquales, & cõnectatur t x, per primum postulatum. Rectangulũ igitur g x, erit medium proportionale inter quadratum b g d, & quadratũ R S, fit enim ex eorundem quadratorum lateribus. Sed b c d, circulus est medium proportionale inter quadratum b g d, & præfatum quadratum R S, Igitur circulus b c d, & rectangulum g x, adinuicem æquantur. Dato itaq; rectangulo g x, æquale quadratum constituatur, per vltimam secundi: sitq; rursum n o p. Proposito igitur circulo b c d, ęquale describitur quadratum: quod facere oportebat. Rursum si quispiã morosus, vel vsq; adeo rudis negauerit quadratum h l m, ex quo n o p, quadratum proportionaliter deducitur, fore medium proportionale inter duo quadrata, quorum vnum intra circulum b c d, describitur, vt e f, alterum vero circunscribitur eidem circulo: dabo ei figurã recti lineam, vt pote octogonã descriptam intra eundem circulum b c d, quã inter ipsa quadrata medium fore proportionale probabo, ipsum demum octogonum vertam in quadratum, per vltimam secundi, & adimplebo reliqua, vt inpræmissa demonstratioae. Hæc Orõtius.

Ita igitur putauit quadraturã circuli inuenisse, ac demonstrasse: Sed tamen morosus quispiam atq; rudis, iure negabit quadratum h l m medium esse proportionale inter duo quadrata e f: & b g d, Nam si proportionalia sunt tria illa quadrata b g d, h l m, & f e, latera igitur eorum proportionalia erunt: est enim quadratorum ratio dupla quàm laterum, per 20 propositionem sexti: quapropter & ipsorum laterum dimidia, item proportionalia erunt. Secet autem recta a b, latus quadrati e f, in s, Idcirco sicut b g, ad h l, sic h l, ad s e. His verò æquales sunt quæ ex centro a, ducuntur, videlicet a b, a h, & a s: sicut igitur a b, ad a h, ita a h, ad a s. Et propterea diuisim per 17, quinti, sicut b h, ad h a, sic h s, ad s a. Atqui sicut h s, ad s a, sic h s, ad s e per 7, eiusdẽ quinti, sicut igitur b h, ad h a, sic h s, ad s e, per 11, eiusdem quinti, Aequiangula sunt autem bina rectangula triãgula h e s, & h g b, per 32, primi, ob æqualitatem angulorum cõtrapositorum qui ad h: Idcirco sicut h s ad s e, sic b h, ad b g. per 4 propositionẽ sexti. Et idcirco sicut b h, ad h a, sic b h, ad b g, per eãdem 11, quinti. Equales sunt igitur adinuicem h a, & b g, per 9 eiusdẽ quinti. Aequalis est autem a b, ipsi b g, idcirco ipsa recta linea h a, ipsi rectæ a b æqualis erit per cõmunem sententiã, pars toti quod est impossibile.

Ostendetur etiam alio modo impossibile se qui per 19, propositionem quinti, si tria illa quadrata dentur proportionalia. Erit enim sicut b a, totum ad h a, totum, sic h a, ablatum ad s a, ablatum: quapropter sicut b a, totum ad h a, totũ sic b h, reliquũ ad h s, reliquuũ. Sed sicut b h,

ad h s, sic b g, ad s e, ob similitudinem triangulorum b g h, & s e h: igitur sicut b a, ad h a, sic g b, ad s e, per vndecimã quinti, Atqui g b, ipsi b a, est æqualis, & s e, ipsi s a: igitur sicut b a, ad h a, sic b a ad s a: & propterea æqualis erit recta linea s a, ipsi h a, per nonã quinti, pars toti quod est impossibile. Et proinde quadratũ h l m, nõ est mediũ proportionale inter ipsa e f, & b g d, quadrata, quod assertum est ab Orontio. Demonstrrtio nem igitur Ptolomæi aut non intellexit, aut perperàm accõmodauit. Iam verò si aliud quadratũ inueniatur, quod inter eadẽ quadrata e f, & b g d, sit medium proportionale, cuiusmodi est id quadratum quod describitur ex recta linea media proportionali inter latera eorundem quadratorum, & ponatur eis parallelum, secabit igitur vnum eius latus rectam a b, aut ante h, aut post h, & quoniam duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt, linea idcirco ab e, ducta per sectionis punctum, non ibit recta ad g. Non deducet igitur Orontius circulum n o, tertiam magnitudinem proportionalem post quadratum b g d, & inscriptum circulũ b c d, ex duobus quadratis b g d, & e f, & circulo b c d, iuxta ipsius institutũ. Et deniq; quoquo modo id fieret, siue etiã cõcederetur quadratũ h l m, mediũ esse proportionale inter ipsa extrema quadrata b g d, & e f, adhuc nõ probat circulũ b c d, esse mediũ proportionale inter b g d, quadratũ, & circulũ n o. Citat autem vndecimãsexti, sed præter rem: nam in ea propositione tantũ docet Euclides quomodo duabus datis rectis lineis tertia proportionalis sit inuenienda. Neq; soluit obiectionẽ quã fecit, si diceretur rectilineam quãuis figuram, potius quam circulũ n o, post quadratũ b g d, atq; circulũ b c d, fore tertium proportionale, quoniã videlicet data figura ad quadratũ reducit posset. Non enim dubitamus quonã modo figura quæcunq; rectilinea ad quadratũ sit reducẽda, sed artẽ ignoramus inueniẽdi figuram rectilineã, tertiã proportionalẽ post quadratũ & circulũ. Solũ igitur probaret hæc sua solutio, si quidpiã probaret, quod circuli quadratura posibilis sit. Sed aliud est dato circulo æquũ quadratũ inuenire, quẽadmodũ propositum erat. Et proinde falsa est circuli quadratura tradita ab Otõtio in protomathesi, quod erat à nobis ostendendum.

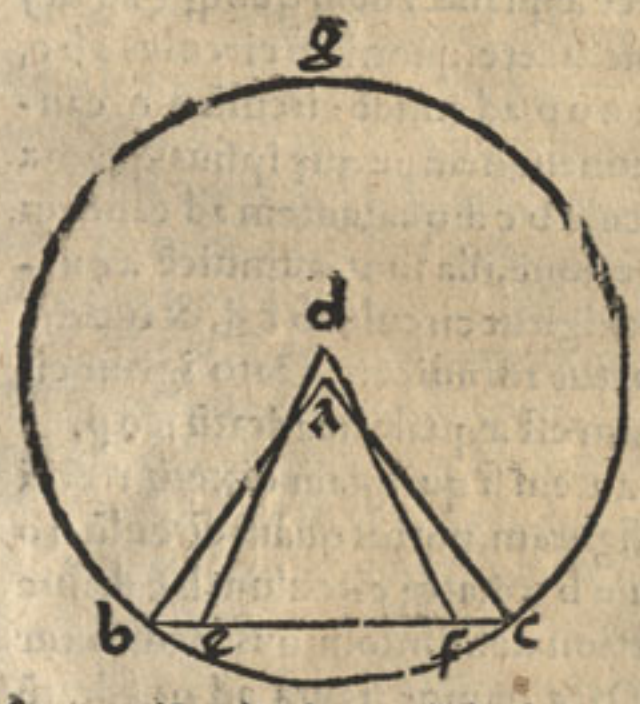
Orontij Finæi inuentũ de rectilinearũ figurarũ descriptiõe merã esse hallucinationẽ.

CAP. XIIII. Reprehensio. XI.

INtegrum librũ composuit Orontius de absoluta rectilinearũ omnium & multãgularum figurarũ, que regulares appellantur descriptione, tã intra quã extra datũ circulũ, ac super quauis oblata linea recta. Sed quũ falsis inniteretur, vanaq; ac fallacia iaceret fundamenta, quicquid cõstruxit, corruat necesse est. Secũdũ libri problema ex quo reliqua omnia pendent ad literam subijciam, ne scripta eius alio modo referendo, quicquam videar immutasse.

Problema. 2. libri de figurarum multangularũ descriptione.

DAto triãgulo isoscele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliquis cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorũ, eam rationem obseruet ad reliquũ, quam datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latusquæ per oblatum describetur isosceles, simul reddere notum.



Sit datum isosceles triãgulũ a b c, cuius vnusquisque eorũ qui ad basin b c, sunt angulorũ, duplus sit reliqui anguli qui ad a, p decimã quarti geometricorũ elementorũ: cuiꝰ inˢuper triãguli a b c, eadẽ basis b c, sit latꝰ pẽtagoni, in circulo qui eidẽ circũscribitur triangulo descripti, p vndecimã eiusdẽ quarti elemẽtorũ Ex hoc itaq; triãgulo isoscele a b c, veluti radicali & primario, cætera deducemꝰ & procreabimꝰ isoscelia triãgula: quorũ vnusquisq; corũ q ad basin erũt angulorũ, cæteras rationes multiplices, vtpote triplã, quadruplã, quintuplã, sexcuplã (& sic cõsequẽter) ad reliquũ obseruabit angulũ: quorũ præterea bases, cæterarũ multangularũ et regulariũ figurarũ latera, in eis descriptarũ circulis, qui eisdẽ circũscribẽtur triãgulis, suo prefiniẽt ordine. Quod neminẽ hactenꝰ vel

fecisse,

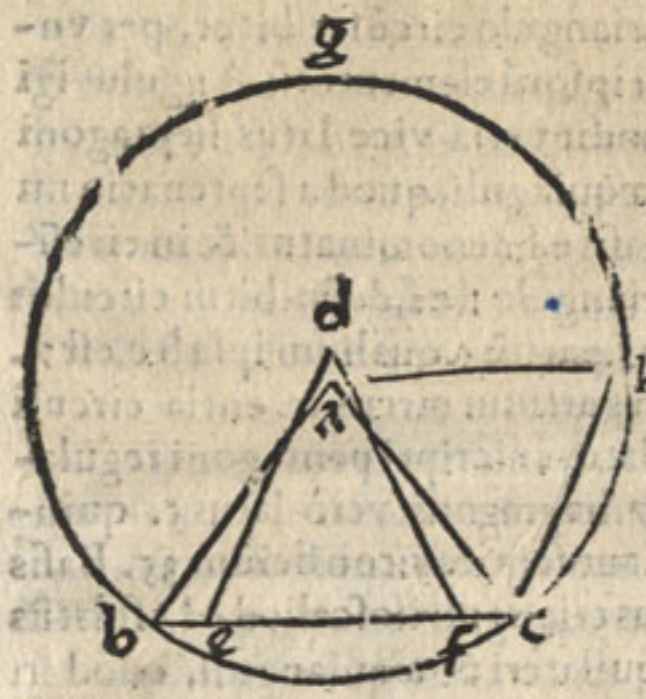
fecisse,vel excogitasse:quàm plurimos autē & proposuisse,& sæpius desiderasse compertum habemus.

In primis itaque(vt ad rem ipsam deueniamus) diuidatur basis b c, ipsius trianguli isoscelis a b c,in septem partes inuicē æquales, per antecedens problema primū:& relicta vna septima parte ad vtrosque limites ipsius b c, reliquæ quinque partes intermediæ in basin subrogentur alterius isoscelis trianguli,cuius bina latera ipsis a b,& a c,lateribus sint æqualia, sitque huiusce modi triangulum d e f, cuius basis est ipsa e f,prædictarum 5.partium. Aio itaque primum,angulum e d f,qui sub æquis lateribus ipsius trianguli d e f,comprehenditur, subtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli,descripti intra circulū eidem triangulo d e f, circūscriptum:vtrunque præterea angulū qui ad basin consistit e f,triplum fore reliqui anguli,qui sub eisdem lateribus inuicem æqualibus continetur. Cum enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales:basin quoque basi habent æqualem, per quartam primi elementorum. Bina rursum triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri,& basin basi æqualem:habent versa vice contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipsius primi elementorū. Quoties insuper duo triangula,habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum vero angulo sub æquis lateribus contento maiorem: basis vnius basi alterius respondenter est maior,per vigesimā quartam eiusdem primi elementorum. Item si eadem bina triangula habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, basin autem basi maiorem: è conuerso angulum sub æquis lateribus contentū angulo maiorem habebunt, per ipsius primi elementorum vigesimam quintam. Ex quibus haud difficilè colligere est,in quibuslibet duobus triangulis,habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data basium magnitudine,proportionatam subsequi eorūdem angulorum qui sub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc est angulos ipsos basium imitari proportionem,& è diuerso. Cum igitur præfata isoscelia triangula a b c, & d e f, habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis æqualia, & bases b c,& e f, sint adinuicē inæquales;si vnius trianguli angulus qui sub æquis lateribus cōtinetur, ab alterius trianguli basi denominetur, necessium est & reliquum angulum à reliqua basi respōdēter denominari. Tantū enim altera prędictarū inæqualium basium subtensum auget angulum,quantū minuit & reliqua:ob seruatam laterū inuecē æqualiū hypothesin. Angulus porrò b a c,subtendit basin b c,partiū 7.quæ est latus pētagoni æquilateri & æquianguli,à quinario numero partiū basis e f,denominati,& in eo circulo descripti, qui ipsi a b c,triangulo circūscribitur, per vndecimā quarti ipsorū elementorū. Angulus igitur e d f,subtendit versa vice latus heptagoni æquilateri & æquiāguli, quod a septenario numero partiū basis e f,denominatur,& in circūscripto eidē triangulo d e f,describitur circulo: vtpote basin e f,partiū 5.qualium ipsa b c,est 7. Nam qualium partium circunferentia circuli est 35:talium latus inscripti pentagoni regularis subtendit 7.heptagoni verò latus 5. quinquies enim 7.aut septies 5:conficiunt 35. Basis igitur e f,ipsius trianguli isoscelis d e f,est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunscripto eidem triangulo d e f, describitur circulo. Quod autem vterque angulorum, qui ad basin consistunt e f,ipsius isoscelis trianguli d e f,triplus sit reliqui anguli qui sub e d f continetur:fit per sese manifestum. Cū enim angulus e d f,subtendat basin e f, quæ est latus heptagoni æquilateri & æquianguli,in circulo qui ipsi d e f,triangulo circunscribitur descripti:subtēdit ergo septimā circunferentiæ partē eiusdē circūscripti circuli. Reliqui itaque duo anguli d e f,& d f e, qui sunt ad basin e f, reliquas sex partes septimas sibi vendicabunt: qui cum sint æquales ad inuicem,per quintam primi elementorum,vterque eorundem æqualiū angulorum,tres subtendet eiusdem circunferentiæ septimas. Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli,qui sub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodum ex ipsa præcedēti licet intueri figura.

¶ Item si præfata basis b c, eiusdem isoscelis trianguli a b c,in nouē partes inuicem æquales per antecedēs problema diuidatur. Et reliqua.

PVtat igitur Orontius quòd in ipsis duobus triangulis isoscelibus a b c,& d e f,quoniam duo latera æqualia a b, & a c, duobus lateribus æqualibus d e, & d f, æqualia sunt eā propterea

rationem habebit angulus b a c, ad angulū e d f quàm basis b c, ad basin e f. Et idcirco si qualiū partium b c, est 7. talium eius pars e f, est 5. fueritq; ipse angulus b a c, quinta pars duorum rectorum, sequitur vt angulus e d f, sit duorum rectorum septima: vterq; verò angulorum d f e, f e d, eiusdem anguli e d f, triplus: quæ omnino falsa esse breuissimè ac lucidissimè demonstrabo. Describatur enim super centro a, interuallo autem a b, aut a c, circulus b c g. In quo per primam quarti elemētorum Euclidis rectæ lineæ e f, quæ diametro minor existit, æqualis coaptetur, c K, & cōnectatur a K.



Isosceles est igitur triangulum a c K, & duo latera a c, & a K, æqualia sunt duobus lateribus d e, & d f, triāguli d e f, quapropter angulus e d f triāguli d e f, angulo c a K, triāguli a c K, æqualis est per octauā primi. Habet igitur angulus b a c, eandem rationem ad vtrunque angulum e d f, c a K. At verò sicut angulus b a c, ad angulum e a K, sic circunferentia b c, ad circunferētiam c K, per vltimam sexti libri, sicut igitur angulus b a c, ad angulum e d f, sic circunferentia b c, ad circunferentiam c K. Atqui per ea quæ demonstrauit Ptolomæus in primo libro magnæ constructionis capite nono, maiorem habet rationem circunferentia b c, ad circunferentiam c K, quā recta b c, ad rectam c K. Igitur maiorē rationem habebit angulus b a c, ad angulum e d f, quā recta b c, ad rectā c K, per 13 propositionem quinti. Sed sicut b c, ad c K, ita eadē b c, ad e f, per 7 propositionē ipsi⁹ quinti: æquales enim sunt c K, & e f, idcirco moiorē rationē habebit angulus b a c, ad angulū e d f, quā recta b c, ad rectā e f: falsus igitur est Orōtius, & falsæ sunt quas attulit descriptiones figurarum multangularū. Iam enim angulus e d f, latus heptagoni æquilateri & æquianguli minimè subtēdet. Nec angulus d f e, aut f e d, triplus erit ipsius e d f. Et hæc nostra demōstratio probat in vniuersum cætera quæ sequūtur de descriptione nonagoni, & aliarum figurarum, & diuisione angulorum vsque ad finem sui libri, falsa esse. Captus est autem Orontius leuissimo argumento. Quamuis enim cum duo latera vnius trianguli duobus lateribus alterius trianguli sunt æqualia, si præterea angulus angulo est æqualis, basis basi est æqualis, & si angulus angulo est maior, basis base est maior, & si angulus angulo est minor, basis base minor est, nō sequitur tamen vt anguli & bases proportionalia sint. Quemadmodū si duorū quadratorum latus lateri est æquale, quadratum quadrato æquum est, sed si latus lateri maius fuerit, quadratū quadrato maius esse necesse est, si verò latus latere minus, & quadratum etiam quadrato minus, non sunt tamen proportionalia quadrata & latera, sed semper quadratorum ratio dupla quàm laterum. Item si duarum rationum fuerit denominatio vnius denominationi alterius æqualis, æquales erūt ipsæ rationes, si maior fuerit vna denominatio altera, ratio etiam ratione maior erit, sed si minor fuerit denominatio denominatione, & ratio quoq; ratione minor erit. Non tamen necesse est vt rationes & denominationes proportionalia sint. Nā sexcuplæ rationi denominatio est 6. triplæ verò 3. dupla est igitur denominatio denominationis: sed nō est sexcupla ratio triplæ rationis dupla. His igitur & multis alijs exēplis ab eo errore auelli poterat, quando nulla demōstratio ei succurrebat. Et in eodē fuit errore quidam cōplutensis magister, qui in Thomæ Bradardini geometria ingeniosus videri voluit. Quòd si duorum illorum isosceliū triangulorū, esset angulorū ratio æquis lateribus contentorū, eademq; basiū, minimo certe negocio ea tabula de arcu & chorda construeretur, quam tot syllogismis, tantoq; labore, composuit in magna constructione Ptolemeus. Vt si exēpli gratia operæpretium foret cognoscere, quot partiū sit ea linea recta quæ quintam circunferentiæ partem subtendit, idest gradus 72. qualium est diameter 120. quoniā circuli semidiameter sextam subtēdit, habet autē sexta ad quintam eam rationē quā 5 ad 6. & est circunferentiarū ratio quæ angulorū, foret igitur partiū 72. ipsa recta linea septimā subtendēs vniuersæ circunferentiæ partē, & proinde latus decagoni quoniam dimidiū anguli subtendit foret 36. ea verò recta linea quæ quadrantē circunferentiæ subtendit foret 90. & quæ vnū tantum gradū foret 1. & ita deinceps per eosdē numeros partiū circunferentiæ diuisæ in 360. Itaque nulla

earum linearum quas suppurauit Ptolemeus irrationalis haberetur. Sed non est ita.

Orontium vehementer errasse in inuestigatione longitudinis locorum, ob ignorantiam primorũ rudimentorũ astrologiæ.

CAP. XV.

Reprehensio. XII.

NEcesse non est vt prolixè referatur modus Orontij ad inueniendas locorũ longitudines, nam is fermè est quem antè tradidit Ioannes Vernerus Norũbergensis, in annotationibus geographiæ Ptolemei, & deinde Petrus Appianus, videlicet per locum lunæ obseruatum, sed in summa tantum, Cæterum Ioannes Vernerus simplicius rem tractauit. Orõtius docet in primis quomodo ex vulgato diario numeri motus lunaris eliciendi sint, & constituenda tabula per quam singulis diebus facilè cognoscatur quota hora ac minuto, luna peruentura sit ad meridianum loci radicalis, & eiusdem verus motus tunc deprehendatur. Docet præterea quomodo constituendum sit instrumentum regulatum Ptolemęi, quod habendũ est in prõptu, simul cum horologio quopiam mobilium rotarũ, & sphæra vulgari, aut solida, aut ex armillis composita. Vt cum luna meridianum occupauerit loci longitudinis ignotæ, per tempus à meridie fluxum, quod horologium indicabit, sub globi meridiano gradus ecliptícæ collocetur, simul cum luna perueniens ad meridianũ. Tunc verò deprehendenda est per ipsas regulas Ptolomæi, eius altitudo supra horizontem & supputanda in meridiano globi, per finẽq; semi circulus ducendus à polis ecliptícæ, qui ipsius lunę locum in ecliptica cõmonstrabit. His igitur præparatis vt differẽtia longitudinis dati loci et radicalis deprehẽdatur, quoddam subiungit documentum atq; præceptum, quod ad literã subijciã. ¶ Animaduertas (inquit) lunam citius peruenire ad meridianum orientalis loci, respectu radicalis, & sub maiori propterea temporis supputatione, quàm ad ipsius loci radicalis meridianum: ad meridianũ verò occidentalis loci tardius, & sub minori tẽporis, hoc est horarum & minutorum numero. Nam in locis orientalibus citius eleuantur sydera super horizontem, quàm in occidentalibus. De vero autem lunæ motu, qui fit ab occasu per mediũ cæli versus ortũ, secus est quoniã in locis orientalibus, is erit semper minor, quã in occidẽtalibus. Interea enim dũ luna ad motum vniuersi, ab orientali ad occidentalem perducitur meridianũ, aliquid de Zodiaci lõgitudine propria latione in contrariũ perambulat: quo verus eiusdẽ lunæ motus augetur. Locus igitur ad cuius meridianũ luna sub maiori horarũ & minutorũ numero, & cũ minori motu, quã ad radicalẽ peruenisse cõperietur, orientalior erit ipso radicali. Si autẽ sub minori earum dẽ horarũ & minutorũ, sed maiori motus lunæ id acciderit supputatione: idẽ locus occidẽtalior erit radicali. Sed qua differẽtia idẽ locus datus orientalior, vel occidẽtalior fuerit ipso radicali: in hunc modũ cõprehendes. Si datus locus repertus fuerit oriẽtalior radicali, subducẽdũ est tẽpus applicationis lunæ ad meridianũ loci radicalis, à tẽpore applicationis eiusdẽ lunę ad ipsi⁹ dati loci meridianũ: sed ver⁹ lunę motus eodẽ applicationis tẽpore, sub dati loci meridiano repertus, auferẽdus est à vero motu eiusdẽ lunæ, quẽ dum ipsa luna ad radicalem perduceretur meridianũ offẽdisti. Relinquetur enim differentia tẽporis, atq; veri motus ipsius lunæ differentia duabus obseruationibus intercepta. Ipsam porrò tẽporis differentiam in partes æquatoris solito more conuertas: differẽtiæ autẽ veri motus lunaris, rectam supputabis ascensionẽ, quam ab ipsa tẽporis auferes differentia. Relinquetur enim tandem proposita longitudinis differentia: qua scilicet datus locus orientalior est radicali. At si datus locus eodem radicali fuerit occidentalior, contrariam operandi rationem prorsus obseruabis, subduces namq; tempus applicationis lunæ ad ipsius dati loci meridianum, ab eo tempore quo luna ad meridianum radicalem perducta est, atq; verũ lunæ motum sub radicali meridiano contingentem, ab eo qui tempore applicationis eiusdem lunæ ad dati loci meridianum repertus est. Et mediantibus his differentijs, ipsam longitudinalem colliges differentiam.

Ita complexus est Orontius artem inueniendi differentias longitudinum locorũ, eamq; duobus exẽplis explanat. In quibus radicalem constituit meridianũ Parisiensem, ad quẽ conferendi sint duo alij meridiani, alter ipso radicali orientalior, alter verò eodem occidentalior, vt denique eorundem meridianorum

differentia deprehendatur. Ponit igitur in primo exemplo lunam peruenisse ad meridianū dati cuiuspiam loci hora 14, vna cum 17 minutis à meridie, 15 diei Nouēbris, & inuentā esse tunc instrumento regularum atq; sphęra iuxta modū superius traditum in 20, gradu vnà cū 25 minutis Cancri. In secundo autem supponit lunam peruenisse ad meridianum dati cuiusdam loci hora 13, minuto verò 17, à meridie eiusdem 15 diei Nouembris, & occupasse tunc gradum 20, & 55, minuta ipsius Cācri. In vtroq; tamen exemplo lunam subijcit peruenisse ad radicalem Parisiensemq; meridianū hora 13 minuto ferè 47, à meridie eiusdem diei quindecimi Nouembris, obtinuisseq; tunc gradum 20, cum 40, minutis eiusdem Cancri. Sicq; cōcludit, supputatione facta, primum meridianum distare à meridiano Parisiensi versus ortum gra. 7. & mi. 14, secundum verò distare ab eodem Parisiēsi meridiano versus occasum gra. 6, mi. 59.

Quoniam verò fortasse quispiam suspicaretur lunares motus cū regulis Ptolemei, nec non sphæra, quemadmodum docuit inuētos, ob aspectus diuersitatem veros non esse, sed videri, vt hanc tolleret ambiguitatem, ita ait. Denique notandum est, dum luna sub ipso locatur meridiano, locum eius visibilem, hoc est visuali radio per a d, regulam obseruatum, designare simul verū eiusdem lunæ locum in cęlo, propterea quòd nulla tunc sit aspectus diuersitas, seu inter verum locum & visibilem differentia secundū ipsius zodiaci longitudinem.

Prolixius aliquanto quam putarā, modum tradidi Orontij ad inueniendas meridianorū differentias, sed nihil breuius oportere existimaui, vt eius improbationes atq; confutationes planè à quibuslibet vel parum in astrologia versatis caperētur. Errat, aut potius insanit Orontius, quoniam putat, sub maiori horarum ac minutorum numero lunam peruenire ad meridianum loci orientalis, quàm occidentalis. Ponamus enim vt facilius hoc à rudibus percipiatur, solem occupare initium Capricorni, & sub terra esse in meridiano cuiusdā loci nocte videlicet media, ideſt hora duodecima à meridie, lunam verò oppositum punctū obtinere, initiū scilicet Cancri, atque in meridiano esse supra terram. Et intelligamus tunc ipsam lunā moueri ad occasum motu diurno, vnà cū aliis sphæris, quæ propterea quòd simul in contrariam partē mouetur, secundū signorum consequentiam versus ortū tardius idcircò quā ipsū Cancri initium alterius loci occidentalioris meridianum occupabit. Erit autē huiusmodi mora, ea temporis portiuncula arcusve æquinoctialis, cum qua ascendit in horizonte recto pars illa zodiaci, quam interea ipsa luna pertrā sierit, quemadmodū de dierum naturaliū inæqualitate intelligere solemus. Igitur quā primum idem Cancri initiū meridianum secūdi loci occupauerit, erit procul dubio ipsi loco secundo qui primo est occidentalior, media nox ideſt 12ª à meridie: siquidē sol tunc in opposito puncto erit eiusdē meridiani, sub terra, sed vt luna perueniat ad eundē secūdi loci meridianum, adijciēda est prędicta tēporis portiuncula. Manifestū est igitur ex hoc exēplo, non sub minori, immo verò sub maiori horarum ac minutorū numero lunā peruenire ad meridianū loci occidentalis, quā orientalis. E cōtrario autē ad meridianū loci orientalioris sub minori temporis mēsura peruenire. Sydera verò fixa, quia tardissime mouētur, quota tēporis appellatione in vna die ad vnū perueniunt meridianū, tota in eadē die perueniēt ad reliquos, vt si cor leonis hoc presenti anno 1546, die Ianuarij 12, aut 13 perueniat ad meridianum Conimbricensiū hora 13. à meridie, ad meridianū etiā Parisiensium qui sunt orientaliores perueniet eadē die sub eadem temporis mēsura horarū 13 post meridiem, itemq; ad meridianum insularum fortunatarum, quæ sunt occidentaliores, & ad reliquos totius orbis meridianos, tametsi citius ad meridianos orientalium, quā occidentalium. Nec circa hæc inhistendum est rationi scrupulosę de minutis à sole motu proprio interea pertāsitis, quæ huiusmodi cōputationi nō nihil detrahere videntur: illud enim insensibile reputamus. Quòd si sub varia temporis mensura appellatione ve venirent sydera ad differētes meridianos, nihil profectò foret facilius, quā differentias longitudinū locorum qualibet die metiri. Ipsorum enim inæqualium temporum differentia, foret item longitudinū locorū differentia: at non est ita. Non enim, cum fixa sydera mouentur, sol immotus permanebit. Qua igitur ratione, huius cōtrarium planè asserat Orōtius, non intelligo, tantum video eum in magno versari errore, atq; hallucinatione, à qua ij etiam qui dumtaxat tribus aut quatuor diebus primas astronomię introductiones degustarūt se explicare possent.

Rursus in magno alio est errore, quoniam

putat verum lunæ locum in Zodiaco, à viso seu apparenti nihil differre, quoties ea constituta fuerit in meridiano, nullamq; tunc habere aspectus diuersitatem, in ecliptícæ longitudine: in quo iterũ astronomiæ prorsus ignarus videtur. Nam vt luna careat aspectus diuersitate in longitudine, locatã esse necesse est in circulo maximo transeunte per polos ecliptícæ & horizõtis. Nũquã verò meridian⁹ per polos ecliptícæ transit, nisi cũ initia Cancri & Capricorni in ipso fuerint meridiano, luna igitur in meridiano cõstituta vt aspectus diuersitate careat secundũ Zodiaci longitudinẽ, initia Cancri & Capricorni in eodẽ esse meridiano necesse est. Quapropter quoties luna in meridiano fuerit cũ alijs ecliptícæ punctis, præter ipsa Cancri & Capricorns principia, alius erit eius ver⁹ locus in longitudine Zodiaci, quàm isquẽ visus ostenderit. Tantum autẽ bis in mense initia Cãcri & Capricorni luna tenet, solũ igitur bis in mense luna in meridiano constituta, verum habebit locum secundum Zodiaci longitudinem à viso minimè differentẽ. Idq; in mẽse pluribus quàm duobus terreni orbis meridianis accidere, impossibile est, & propterea errat Orontius. Adde quòd nec locus lunæ visus in ecliptica poterit illa arte exactè deprehendi. Quid enim iuuabit eius distantiam ab Horizontis vertice per regulas Ptolemæi cũ minutis ac secundis inuenisse, si deinde ea distantia numerãda collocãdaq; est in globo illo sesquipedali, cuius partes in tot minutias partiri non poterunt? Quod si vel tantillum à justo in re hac scrupulosa deuiaueris, locum lunæ visum in Zodiaco non offendes, sed alium sensibili quadam differentia aut maiorem, aut minorẽ. Non enim parum refert cuinam meridiani pũcto semicirculus per polos ecliptícæ ductus sit coaptandus. De horologio autem mobilium rotarum multa suspicio est, nec ea immerito. Præterea cum locum solis cognitum supponat Orontius, tametsi ignorari necesse sit in meridiano nondum cognito, præstaret idcirco per altitudinem alicuius stellæ locum habentis cognitum, quemadmodum in nostro libro crepusculorum horam inuestigare: horologium igitur superuacaneũ esset. Sed iam quid opus erat globo illo sesquipedali ad inueniendum locum lunæ visum in Zodiaco, quem à vero putat nihil differre? Nam deprehensa altitudine poli & distantia lunæ à vertice cum in meridiano existit, cognita etiã ascensione recta gradus ecliptícæ simul cũ luna in ipso meridiano existentis, poterit per problema 55. tabulæ primi mobilis, aut facili quadã geometria sphæricorũ triangulorũ, locus ipsius lunæ in Zodiaco cognosci. Duobus enim lateribus vnius trianguli, simul cum angulo eisdem comprehenso cognitis, reliquum latus & reliqui anguli cognoscentur. Atqui quantum distat polus mundi manifestus à luna in meridiano constituta, ex obseruatione innotuit: distantia præterea eiusdem poli ab ecliptice polo viciniore nota est, graduũ videlicet 23. & dimidij ferè, angulus verò qui in ipso mundi polo his duabus distantijs, arcubusve circulorũ maximorũ cõcluditur, cognitus existit, quippe qui rectam ascensionẽ metiatur arcus ecliptícæ semicirculo minoris, inter initium Capricorni intercepti & punctum illud quod simul cũ luna ad meridianum peruenit: basis igitur huiusmodi triãguli, quæ complementũ visæ latitudinis lunæ existit, & angulus qui ad polũ ecliptícæ visam distantiam lunę subtendit ab initio Cãcri per Zodiaci longitudinem, innotescent. Et poterat præterea loco solis & tempore quod à meridie fluxit ignoratis, per altitudinem alicuius stellæ cognitæ, ascensionem rectam gradus ecliptícæ simul cum luna in meridiano existẽtis, absq; globi auxilio cognoscere, eius quidẽ anguli magnitudinem numeris inuestigando, qui ad mundi polum distantiam eiusdem stellæ à verticali puncto subtendit: iã igitur locus lunæ visus prædicto modo cognitus esset. Rursum per distantiam ipsius lunæ à duabus stellis cognitis, quemadmodum in septimo libro epitomæ Ioannis de monte Regio, visus etiam locus cognosceretur. Item parum scitè supputauit Orontius quota hora luna peruentura esset ad meridianum loci radicalis, neglecta æquatione dierum quæ in ipsa luna magnum habet momentum: perperàm igitur postea horis vulgaribus per horologium illud rotarum mobilium deprehensis, vsus est.

Sic igitur patet Orontium multis modis atque turpiter errasse, in inuestigatione differentiæ longitudinis locorum. Et idem quoq; multis ante annis conatus est inuenire vir doctus Ioannes Vernerus, etiam per motum lunę, sed dissimiliter, quemadmodũ in annotationibus quas in Geographiam Ptolemæi composuit, scriptum reliquit. Iubet enim vt in loco longitudinis ignotæ, ad momentum cognitum, distantia lunæ ab aliquo sydere fixo, parũ aut nihil

nihil ab ecliptica recedente per baculum astronomicum capiatur. Ea autem distantia diuidēda est per motum lunæ horarium, & exibit tēpus coniunctionis lunæ cum eodem sydere fixo. Deinde eliciēdum est ex tabulis motus lunæ eiusdem coniunctionis tempus, ad meridianum cognitæ longitudinis. Ipsa deniq; duo tēpora inuicem conferendo, eorundem locorum differentia longitudinis innotescet. Diuersita tem verò aspectus in longitudine modicam dicit esse, & propterea eam contēnendam ducit, vel deprehendendam ex quinto libro magnæ compositionis Ptolemæi: nam statim (ait) ex visa illa lunæ & eiusdem fixi sydēris distantia, vera eorum clōgatio reperietur. Sed & hunc etiam modum non nihil fallacem inuenio. Etenim si is locus in quo fit obseruatio incognitā habet longitudinem, motum solis ad eiusdem loci meridianum ignorari necesse est: tempus igitur obseruationis incognitum erit, nisi horologijs rotarum mobilium, vel alijs huiusmodi perpendatur. Item fallax est, quoniam accidet aliquando distantiam lunæ ab stella non esse omnino longitudinis, sed latitudinis, hoc autem ab oculo inspectoris non semper internosci, præsertim si luna existat apud ortū aut occasum. Neq; in ipso meridiano incognitæ longitudinis eam licebit ambiguitatē dissolue re per tabulas constructas ad meridianū cogni tæ longitudinis: necesse est enim in tempore intermedio, si diuersi sunt meridiani, latitudinē variari, sed diuersitas illa nullo modo dignosci poterit. Quòd si iam cōpertum esset ipso tempore obseruationis, lunā habere latitudinem, nondum igitur liceret distantiam lunæ à sydere fixo in ecliptica existente, aut oppositæ denominationis latitudinem habente, pro arcu longitudinis Zodiaci accipere. Aspectus verò diuersitatem in longitudine quam parui æstimat, pluris ego facio quam reliqua quę obieci. Constat enim motum lunæ in vna hora dimidiū esse circiter vnius gradus: cum igitur diuersitas aspectus in longitudine vnum gradū habere possit, si eam paruipendendam ducamus, continget aliquando in errorem duarum horarum, siue graduum 30. incidere in ipsa quæsita meridianorum differentia. Quod ait ex visa lunæ & fixi sydēris distantia, veram eorum elongationem per quintum librum Ptolemæi statim reperiri, non negamus, si modo distantia lunæ à centro terræ in eo situ cognita fuerit, & cætera dentur quæ Ptolemæus ad demonstrationē sumit: sed hæc in meridiano illo incognitæ longitudinis ignorantur, in quo fit eiusmodi obseruatio. Quapropter & veram lunæ elongationem ignorari necesse est.

Hæc tamen puto virum doctum Vernerū non ignorasse, sed despexisse tantum, atque obseruatoris iuditio reliquisse. Hunc enim inspicere oportet, quanto interuallo fixum sydus atq; luna ab ecliptica distent, & ad quales partes. Neq; vllum erit incōmodum, si per tabulas compositas ad meridianum cognitæ longitudinis, hoc perpenderit. Siquidem latitudo lunæ duodecim horario spacio, quod vniuersam complectitur longitudinem, parum varia tur: captanda igitur erit distantia lunæ a sydere aliquo fixo, æqualem ferè latitudinem habente, & ad eandē partem: visum enim interuallum insensibili excessu differet ab arcu visæ elongationis in ecliptica. Tempus elapsum à meridie indicabit eiusdem sydēris fixi, aut cuiuspiam alterius cogniti altitudo, simul cum loco solis per easdem tabulas deprehenso, idque numerorū officio, quemadmodū in libro crepusculorū. Nā maximus error qui accidere poterit, in loco solis ex tabulis elicito ad meridianū incognitæ longitudinis, dimidiū est vnius gradus. Cæterū hoc in ipsa temporum computatione duo minuta horæ non excedit. Dissimilis est ratio in Orōtij modo. In eo enim per elapsum tēpus à maridie, & ascensionem rectā loco solis debitā, is gradus eclipticæ sub globi meridiano collocatur, cum quo luna simul ad meridianum peruenit. Quarè si in cōputatione motus solis, lapsus acciderit dimidij gradus, tantundem circiter errabitur in ascensione recta, itemque in ipso gradu eclipticæ sub meridiano constituto, atque demū in loco lunæ viso, si ea in ecliptica videatur nihil minus. Atqui dimidium vnius gradus pertransit luna in una ferè hora, errabitur idcirco in differentia longitudinis locorū hora vna ferè, siue gradus 15. Sed redeamus ad Ioannis Verneri modum. Nihil in eo ambiguū relinqui video, præter aspectus diuersitatē, quam quidem hac arte examinabimus. Locum lunæ in longitudine Zodiaci visum verum esse supponemus, quanquā non sit: accepta igitur altitudine lunæ cū instrumento regularum, ex ipso vero motu lunæ, & distantia eius visa à polo horizontis in circulo altitudinis, atq; altitudine poli cognita, ad datū obseruationis tempus diuersitatem aspectus cōputabimus per quintum librū Ptolemæi;

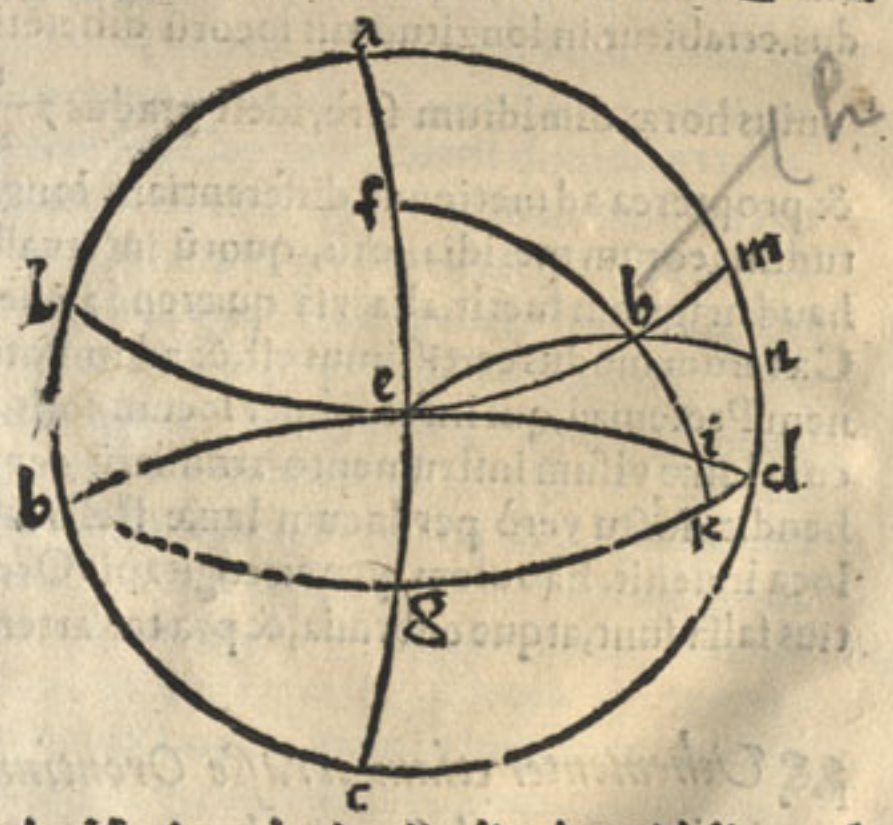
mæi:ipſam verò aſpectus diuerſitatem auferemus à loco lunæ viſo, quem verum ſuppoſuimus,ſi ea reperta fuerit inter gradum aſcendentem & nonageſimum, eandē verò adijciemus ſi inter graduni occidentem & eundem nanageſimum,& verus lunæ motus prodibit ad idē obſeruationis tempus. Neminem vero perturbari velim,quòd cum loco lunæ viſo tanquam vero,aſpectus diuerſitatem quæſiuerim. Nam non tanta eſſe poteſt differentia inter locum verum atque viſum, in longitudine Zodiaci, vt diſtantiam lunæ à centro mundi ſenſibiliter variare poſsit:idem enim fermè ſitus habebitur,vel in eccētrico, vel in epicyclo. Quapropter ſi ad locum viſum tāquam ad verum,diuerſitatem aſpectus perquiramus,eandem inueniri neceſſe eſt. Hoc itaque modo tradito a Ioanne Vernero differentia longitudinis locorum facilè poterit inuenīri. Vel inueſtigetur locus lunæ,aut per diſtantiam eius viſam à duabus ſtellis cognitis, quemadmodum ſuperius meminimus,aut inſtrumento armillarum, & addita aut ſubtracta aſpectus diuerſitate, verus eius locus prodibit. Tunc verò eliciatur ex tabulis ad meridianum cognitæ longitudinis certiſſimum tempus, quo luna eundem locum Zodiaci occupat:ipſorum enim temporū differentia,erit & meridianorum interuallum. Aduertendum eſt tamen ob fallaciam inſtrumentorū non nihil erroris ſemper accidere: in motu enim lenæ ob errorē quartæ partis vnius gradus,errabitur in longitudinis locorū differētia vnius horæ dimidium ferè, ideſt gradus $7\frac{1}{2}$ & propterea ad metiendū differentiam longitudinis eorum meridianorū, quorū interuallū haud magnum fuerit,alia via quærenda eſſet. Cæterum modus certiſsimus eſt,& ad imitationem Ptolemæi,qui interdiú per locum ſolis,locum lunæ viſum inſtrumento armillarū deprehendit,noctu verò per locum lunæ ſtellarum loca inuenit. Ea autem quæ excogitauit Orontius falſa ſunt,atque enormia,& præter artem.

Vehementer etiam erraſſe Orontium, in inueſtigandalongitudine atque latitudine eiusloci,cuius diſtantia itineris à radicali vnà cum poſitionis angulo cognita fuerit. CAP. XVI.

Reprehenſio XIII.

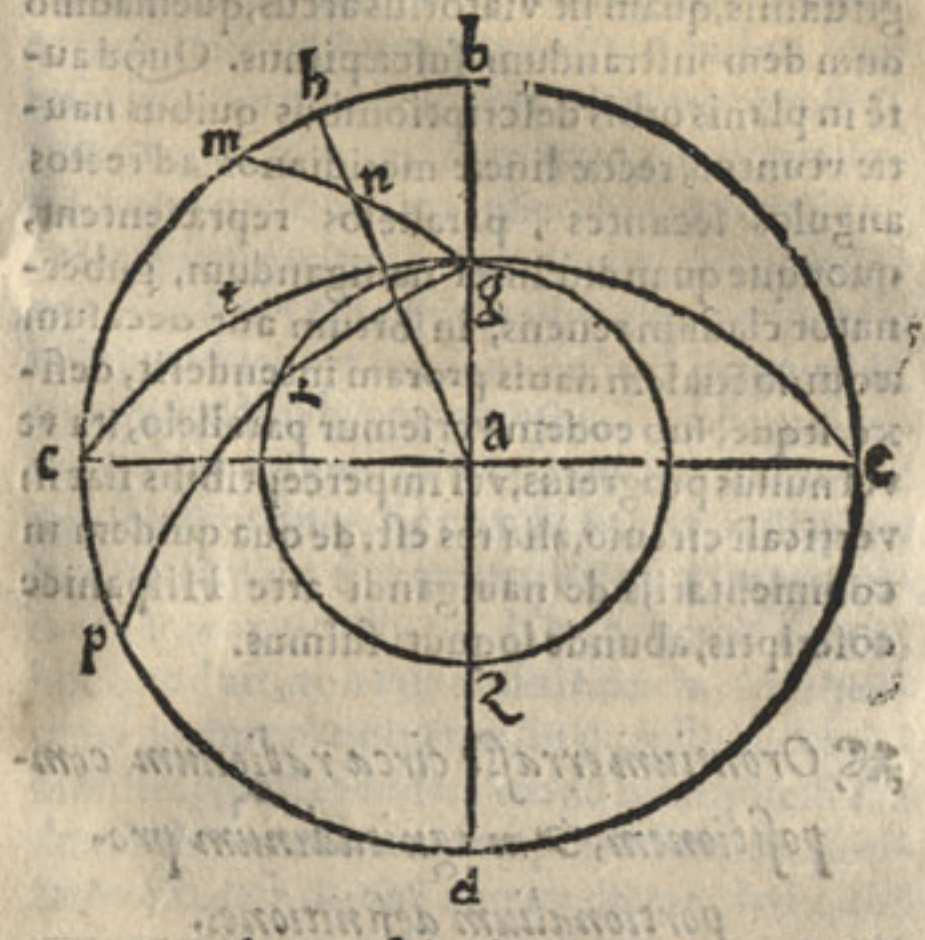
NON parui æſtimat Orontius,quòd cum vulgato aſtrolabio eorū duorū locorū intercapedines,ſimul cū poſitionis angulo, inueſtigare poſsit, quorum latitudines cum longitudinis differentia cognitæ fuerint,& viciſsim per latitudinē vnius loci cognitā,atq; itineris diſtantiā ab altero,vnà cū poſitionis angulo, differentiā longitudinis & latitudinis inueniat,idq; in tabula aſtrolabii ad alterū datorū locorū exarata: quēadmodū ex horis trāſactis à meridie,aut in vniuerſū ex diſtantia ſyderis à meridiano, eiuſdēq; declinatione,diſtantia à verticali pūcto elici ſolet:& rurſus ex ipſo interuallo atque declinatione cognitis,quantū idē ſydus à meridiano diſtet,innoteſcit. Quaſi hoc peruulgatū non eſſet atque compertum, non ſolū mathematicis,ſed etiam ijs mechanicis,qui orbis deſcriptiones in plano faciunt,mariinaſque chartas deliniant,& differentias longitudinis vel in globis,vel in aſtrolabijs,per latitudines & poſitionum angulos,aut itinerum diſtantias, metiūtur. Eſt enim apud eos cōmune & indubitatū proloquiū,idem oportere fieri in locis orbis deſcribendis,aut diſtantijs inueniendis, quod in fixis ſtellis collocandis. Vt igitur paulo altius rē hāc tractaret Orontius, operæpretiū erat generalem tabulam exarare,omnium Horizōtum parallelos ſiue Almicantarath poteſtate referentē,vt citra linearū confuſionē, quorumcunque locorum habitudines in ea conſpici poſſent. Cuius quidem tabulæ abſolutam deſcriptionē,vſum atq; demonſtrationem, in libro de Aſtrolabio tradidimus,quem iam & pleraq; alia opuſcula noſtra in publicum mitteremus,ſi hominem ſculpendi & imprimendi peritum haberemus, quales hodie ſunt in Galia atq; Germania permulti, ijq; ingenioſiſsimi. Sed in his etiā tam peruulgatis quæ affert Orōtius,vehementer errat. Ait enim in ſecūdi problematis fine, quòd ſi poſitionis angulus 90. gradus habuerit , locus datus ſub eodem erit parallelo cum ipſo loco radicali , differens ab eo ſola longitudine , & deinde in tertio. Non obliuiſcaris (inquit) oportet, quoties idem poſitionis angulus fuerit rectus tunc viatorium arcum longitudinalem eorundem locorum exprimere dieffrentiam , & ipſa

loca eandem ab æquatore posidere latitudinē. Sed hæc falsa esse & erronea clarissimè ostendemus. Angulus enim positionis vnius loci ad alterum ad verticem fit ex cōcursu meridiani cum circulo maximo ducto per alterius loci verticem. Ita accepit Ptolemæus in primo libro Geographiæ positionis angulum vnius loci ad alterū. Circuli igitur verticales descēdētes ab ipso vertice siue Horizontis polo, eius loci quē radicalem statuimus innumeros positiōnū angulos faciunt cū eiusdem loci meridiano ad idē verticis punctū. Verūtamen non recipiūt Geographi pro positionis angulo nisi aut rectū, aut acutū. Nā si circulus maximus in circulū maximum inclinatur, duos angulos facit, alterum acutum, & alterum obtusum: accipiūt igitur acutū angulum vtpotè minorem, reliquum obtusum atq; maiorē relinquentes. Maximus idcirco angulus positionis rect⁹ existit, ab eoq; efficitur verticali, qui per duo puncta ortus & occasus æquinoctialis ducitur: quin potius hunc solum circulū verticalē appellāt, cū propriè loquuntur. Hos autem positionum angulos referūt ij verticales qui in vulgato Astrolabio planisphęriovè Ptolemæi descripti habētur. Eisdēq; similes subijciūtur alij in terreni globi superficie ad stantis pedes, in eo videlicet pūcto in quo recta linea per cētrū mundi & verticē producta, ipsam gibbosam superficiē secat. Atque eorūdē sphæricorū angulorū mensuræ sunt plani quidam rectilineiq; anguli, qui vel in plano Horizontis radicalis loci, & ad eius centrum, vel in quocunq; alio plano ei æquidistante ex cōmuni sectione ipsorū maximorū circulorū efficiuntur, qui itē positionum anguli appellari possunt. Tot enim graduum eum angulum positionis sphæricūque affirmabis esse, qui ad verticem fit ex coincidentia meridiani & alterius cuiuscūq; circuli maximi, quot eum rectilineū comprehendere inueneris, quē in plano Horizontis & ad eius centrum duæ sectiones cōmunes efficiunt, quarum altera est ipsius plani Horizontis cū meridiano, altera vero eiusdem plani cum reliquo maximo circulo, quēadmodum ex primo libro Theodosij & vndecimo Euclidis facilè colligere poteris. Demonstrabis etiam per eadem principia rectam lineam meridianam & aliam ei in ipso Horizontis plano perpendicularem, cōmunes esse sectiones meridiani circuli & verticalis cum eodem Horizontis plano, non autem minoris circuli. Et propterea cū sol in verticali circulo fuerit, vmbras gnomonū proijciet in eandē rectam lineā perpendicularē extēsas. Hæc est ea linea ex qua ortus & occasus æquinoctialis cernitur, horæ videlicet sextæ in ijs horologijs, quorum vmbilici ad mundi cardines dirigūtur. Enimuerò minores circuli Horizontē secare nōpossūt per æqualia, neq; per eius cētrū venire. Quinimo parallelus circulus gradibus 45, ab æquinoctiali distās, eius latitudinis Horizōtē in vno puncto cōtingit: reliqui vero ad manifestū polū declinantes, suarū latitudinū Horizontes neq; tangere possunt, neq; secare, quòd interuallo minori ab eodē polo distent quàm ijdē Horizōtes. Sed ij paralleli qui æquinoctialē versus relinqūtur, suos secāt horizontes sed inæqualiter. Quā obrē rectus rectilineusq; angulus qui ad cētrū horizōtis fit, cū linea meridiana, eorū locorū situs ostēdit, quæ in plano verticalis circuli posita sunt, nō eorum quæ in parallelo loci radicalis. Quoties igitur angulus positiōis rectus inuētus fuerit, siue rectilineus sit, siue sphæricus, in verticali circulo primi loci radicalisq; vertic̄ secūdi loci positū esse dicem⁹, nō in loci radicalis parallelo, vt putat Orontius. Contingit enim idem verticalis circulus ipsum parallelum in vno puncto: quapropter latitudo loci radicalis maior erit latitudine secundi loci, & differentia longitudinis eorundem locorum plures gradus comprehendet, quàm viatorius arcus, quemadmodum in subiecto schemate demonstrabimus. Esto



enim Horizon loci radicalis, eius videlicet ad quē aliorū situs conferūtur a b c d, vertex e, manifestus pol⁹ f. Meridian⁹ vero a e c, æquinoctialis b g d, circulus verticalis b e d, & ipsi⁹ loci parallelus l e m. Intelligatur loc⁹ vn⁹ cuius vertex positus sit in i, pūcto verticalis circuli: & veniat

niat à polo f. per ipsũ i. quadrãs f i K, parallelũ l e m, secãs in h. Quũ meridianus a e c, veniat p polos circuli æquinoctialis, secabit igitur eũdẽ ad rectos angulos per 19. propositionẽ primi libri Theodosij, & in ipso æquinoctiali erũt meridiani poli per 21. propositionẽ ipsi⁹ primi libri. Et eodẽ modo cõcludes etiã ipsos meridiani polos in Horizõte esse. Quapropter pũcta b, & d, in quibus co nueniunt Aequinoctialis & Horizon, poli erũt eiusdẽ meridiani. Verticalis igitur b e d, rectus erit ad meridianũ per ipsam 19. propositionẽ primi libri Theodosij, & angulus positionis puncti i, ad e, verticẽ rectus habebitur. Idcirco per ea quę Geber demõstrauit sicut sinus rectus arcus f K, ad sinum rectũ arcus f i, sic sinus rectus arcus g K, ad sinum arcus e i. Maior est autẽ sinus arcus f K, sinu arcus f i, & maior igitur erit sinus arcus g K, sinu arcus e i: & quia vnusquisq; eorũ arcuũ quadrante minor existit, maior erit propterea arc⁹ g k, arcu e i. Ipse vero arcus g K, differentia longitudinis est eorum locorum quorum vertices sunt ad e, & ad i: arcus autem viatorius est e i: maior est igitur differentia longitudinis arcu viatorio, quod demonstrandum erat. Latitudinem porrò ipsius loci verticem habentis ad i, minorem esse demonstrabis latitudine radicalis loci, vt potè verticem habentis ad e, quoniã parallelus l e m, verticalem b e d, in e, puncto contingit, per quartam secundi libri Theodosij: fit igitur arcus K i, pars arcus h K, & proinde latitudo eius qui verticem habet ad i, minor erit latitudine loci radicalis. Quòd si datus locus atque radicalis sub Aequinoctiali circulo collocarentur, velut sunt ea loca quæ vertices habent sub g & K, rectus profectò esset angulus positionis vnius ad alterum, & g K, arcus foret viatorius idemque longitudinis differentia. Sed si sub alio parallelo posita fuerint, vt ad e, & h, puncta paralleli l e m, tunc verò ducto maximo circulo per e, & h, quæ Horizontem secet in n, fiet angulus positionis acutus qui sub a e n, Horizontis arcum subtendens a n: cui similis fiet in centro Horizontis a b c d, rectilineus quidam angulus qui etiam positionis angulus iure appellabitur, ex cõmunibus sectionibus plani eiusdem Horizontis cum planis meridiani & maximi circuli e h n, eundem enim Horizontis arcum a n, subtendit: differentia longitudinis erit g K, & viatorius arcus e h, pars quadrantis e n. Idem licebit inspicere in Astrolabio, atque in ipsa Orontij figuratione, in qua pũctum g, verticem radicalis loci repræsentat, n verò alterius loci verticem, cuius distantia ab ipso g, est arcus g n: acutum angulum positionis facit ad g, viatorius circulus g n m: latitudinem h n, regula indicat a n h, vice meridiani per a, mundi polum producta vsq; ad circulũ Aequinoctialẽ, quæ item differentiam longitudinis b h, inter duos meridianos ostendit a b, & a h. Sed po-



namus angulum positionis rectum inuentũ esse: vertex igitur eius loci qui huiusmodi habet positionẽ, situs erit in viatorio verticali q; circulo c g e. Si nõ, collocetur igitur in puncto r, paralleli g z r, hoc enim Orontius affirmabit: & veniat per g, & r, circulus viatorius g r p. Ipse igitur viatorius circulus g r p, angulum positionis qui sub duobus maximis circulis continetur g p, & g d, acutũ esse indicabit, partẽ videlicet recti anguli qui sub g c, & g d, & viatoriũ arcũ fore g r, eiusdẽ g p, maximi circuli segmentum, non paralleli g z r, sub quo longius sumeretur interuallum. Dum enim magnitudo anguli positionis inuestigabatur, oculus inspectoris & punctũ r, aut ei subiectus locus, atq; g, vertex loci radicalis, tribus rectis lineis ductis, triangulum constituebant. Omne porrò triangulum in vno est plano, per secundam propositionem vndecimi elementorum Euclidis. Ipsũ igitur planũ per primã primi libri Theodosij sphæram secabit secundum circuli circumferentiam, & idem circulus per 15. eiusdem primi libri, maxim⁹ erit. Nõ est igitur viatori⁹ arc⁹ paralleli segmẽtũ, neq; angulus positionis rect⁹ erit, si vertex obseruati loci ponatur ad r.

Quapropter collocati neceſſe eſt in viatorio verticaliq; circulo c g e. Ponatur itaque in t, eius puncto: ſicque rectus erit poſitionis angulus puncti t, vtpotè qui ſub ipſo verticali & meridiano continetur, gradus nonaginta comprehendens: & viatorius arcus erit g t. Latitudinem autem demonſtrabit regula à polo a, per t, veniens, minorem eſſe ea quam repreſentat b g: & proinde aliam eſſe differentiam longitudinis, quàm ſit viatorius arcus, quemadmodum demonſtrandum ſuſcæpimus. Quòd autẽ in planis orbis deſcriptionibus quibus nautæ vtuntur, rectæ lineæ meridianos ad rectos angulos ſecantes, parallelos repræſentent, quodque quandiú inter nauigandum, gubernator clauum tenens, in ortum aut occaſum æquinoctialem nauis proram intenderit, defixe ſitque, ſub eodem verſemur parallelo, ita vt vel nullus progreſus, vel imperceptibilis fiat in verticali circulo, alia res eſt, de qua quidem in commentarijs de nauigandi arte Hiſpanicè cõſcriptis, abunde loquuti ſuimus.

Orontium erraſſe circa rationum compoſitionem, & magnitudinum proportionalium definitiones.

CAP. XVII.

Reprehenſio. XIIII.

RAtio ex duabus rationibus aut ex pluribus conſtare dicitur, (quinta eſt definitio ſexti libri elementorum) quando rationum quantitates multiplicatæ aliquam efficiunt quantitatem. Eſt enim rationis quantitas ipſius rationis denominatio. Denominatio verò ea appellatur quantitas, quæ in conſequentem rationis terminum multiplicata, antecedentem producit. Exempli gratia: rationis ſeſquialteræ quantitas ſiue denominatio eſt vnum & dimidium, ſed ſubſeſquialteræ quantitas denominatio vè eſt duæ tertiæ. Nam propoſita vna magnitudine, aut vno numero, pro rationis ſeſquialteræ conſequente, vt eſt 6. ſi ipſe numerus 6. multiplicetur per vnum & dimidium, productus numerus erit nouem, qui habet ad ſex rationem ſeſquialteram. Sed eſto iam idẽ 6. conſequens terminus rationis ſubſeſquialteræ, ducaturque in duas tertias, fient igitur 4 antecedens videlicet ipſius rationis ſubſeſquialterę. Iure igitur rationis denominatio rationis quantitas dicitur, quoniam exprimit habitudinem antecedentis termini ad conſequẽtem, ideſt quantus ſit terminus antecedens cõparatus ad conſequentem. Ita Iordanus in Aritmethica, & ante eum Futocius Aſcalonita clariſsimus Archimedis interpres, ſuper ſecũdo libro de ſphæra & Cylindro, theoremate quarto. Quo quidem loco euidenter demonſtrat, vno termino medio cõſtituto inter duos cuiusuis rationis terminos, ſiue is ſit minor maiore, aut maior minore, ſiue vtroque minor, aut maior, ipſarum duarum rationum denominatrices quantitates inuicem multiplicatas eius rationis denominationem producere, quæ inter primos terminos extremoſque reperitur: & ideo concludit extremorum rationem ex rationibus intermediorum compoſitam eſſe, quod Theon inductione tantum probauerat. Futocij demonſtratio per quàm facilis eſt. Exempla verò ſunt, vt incidat inter 12. & 2. medius terminus 4. maior minore & minor maiore: igitur ratio 12. ad 2. compoſita erit ex ratione 12. ad 4. tripla videlicet, & ex ratione 4. ad 2. quæ dupla exiſtit. Multiplicetur enim 3. denominatio triplæ per 2. denominationem duplæ, fient 6. qui numerus denominatrix quantitas eſt rationis ſextuplæ, quam habent 12. ad 2. Sed ponatur inter 9. & 6. medius terminus 12. maior vtroque eorum: igitur ratio ſeſquialtera 9. ad 6. componitur ex ſubſeſquitertia, quam habet 9. ad 12. & ex dupla quę eſt ipſius numeri 12. ad 6. Quantitas enim ſubſeſquitertiæ eſt tres quartæ, quantitas vero duplæ eſt 2. multiplicentur igitur 2. in tres quartas, & fiet vnum & dimidium, videlicet quantitas rationis ſeſquialteræ. Item ſi inter 9 & 6. medius terminus intelligatur 4. vtroque corũ minor, ratio igitur ſeſquialtera compoſita erit ex dupla ſeſquiquarta, & ex ſubſeſquialtera. Si enim $2\frac{1}{4}$ quantitas rationis duplæ ſeſquiquartæ multiplicentur in quantitatem ſubſeſquialteræ quæ eſt duæ tertiæ, prodibit vnum & dimidium, rationis ſeſquialteræ quantitas: & ſimiliter in alijs. At verò Orontius cum erraret in rationum quantitate denominatione vè, non potuit non errare in earum compoſitione, & idcirco definitionem illam quintam ſexti libri peruersè intellexit, atque expoſuit.

Putat

Putat enim vtranque rationem maioris termini ad minorem, & minoris ad maiorem, candē sortiri quantitatem: idest subduplæ rationis quantitatem binarium esse, quemadmodum & duplæ: triplæ & subtriplæ quantitatem esse 3. sesquialteræ & subsesquialteræ $1\frac{1}{2}$. Et propterea inter 9. & 6. medio termino posito 12. quoniam videt quantitatem subsesquitertiæ quā putat esse $1\frac{1}{3}$ multiplicatam per 2: producere $2\frac{2}{3}$ duplæ superbi partientis tertias quantitatem, non vnū atque dimidium, cogitur idcirco affirmare, Euclidis definitionem verā esse tantūmodo, vbi rationes sunt vel omnino maioris, vel omninō minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum (inquit) foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis, tunc quantitas maioris per quantitatē minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas procreatam inde rationem ostendet. Sed fallitur Orontius. Nam maior ratio maiorem quantitatem habebit. Atqui maior est ratio tripla quàm subtripla, hoc enim patet ex octaua quinti, si 9. & vnum comparentur ad 3: necesse est igitur vt quantitas triplæ maior sit quantitate subtriplæ, & eodem modo statuendum de alijs.

Neque etiam intellexit Orontius definitiones quinti libri. Campanum prorsus sequutus. Quicquid enim in earum expositionibus posuit, ab eo omnino mutuatus est. Quoties autē incidit in definitionē quæ in traditione Cāpani non habetur, tunc sine ductore vehementius errat. Leuior tamen culpa Campani, vtpotè qui in errore non perseuerauit: & propterea cum Orontio nostra erit controuersia. In quinta definitione inquit Euclides, rationem habere adinuicem magnitudines dicūtur, quæ possunt multiplicate inuicem excedere: cuius quidem clarus intellectus hic est. Rationem definierat habitudinem quandā esse duarū magnitudinum eiusdem generis: sed quāuis linea, superficies, atque corpus eiusdem generis sint, ponuntur enim sub continuo, rationem inuicem non habent: neque linea finita ad infinitam, aut rectilineus angulus ad angulum contingentiæ vllam habet rationem. Angulus tamen rectilineus ad curuilineum rationem potest habere æqualitatis, & maioris, & minoris inæqualitatis. Planas verò figuras rectilineas & curuilineas rationem inuicem habere, compertum est: cum Hippocrates Chius lunulam exactè quadrarit, & Archimedes parabolam. Vt igitur apertius intelligeretur, quas appellaret eiusdem generis magnitudines quæ inuicem ratione conferendæ sunt, addit ex multiplicatione hoc cognosci posse. Nam si quæuis earū multiplicata alteram excedat, rationem inuicem habere dicentur eædem magnitudines, alio modo non. Et ob id sæpe numero in eorum theorematum demonstrationibus quæ ipsas sequuntur definitiones, vnam propositarum magnitudinum inter quas est aliqua ratio, toties multiplicare iubet, donec aliam excedat. Idem facit in prima decimi, & in plerisque alijs. Sed Orontius multò aliter exponit, in hunc videlicet modum, quòd si magnitudo a, magnitudini b, comparetur, & ambarum sumantur æquæ multiplicia, c quidem ipsius a, & d, ipsius b, quam rationem habuerit multiplex c, ad multiplex d, eam seruabit & a, magnitudo, ad b, magnitudinem. Non aduertit autem, hoc quod ait, non esse definitionem, sed theorema decimum quintum, in quo Euclides demonstrat, partes eodem modo multipliciū eandem habere rationem sumptas adinuicē: quintam verò definitionē non ita dicere, sed quòd rationem inuicem dicantur habere eæ magnitudines, quæ possunt multiplicate inuicem excedere. Et eodem modo errat circa sextam definitionem quæ ita habet. In eadem ratione magnitudines dicuntur esse prima ad secundā, & tertia ad quartam, quando primæ & tertiæ æque multiplicia, secūdæ & quartæ æque multiplicia, iuxta quamuis multiplicationē, vtraque vtranque vel vnà excedunt, vel vnà sunt æquales, vel vnà deficiunt sumptæ adinuicem. Definierat enim Euclides in prima & secunda partem, & partis multiplicem magnitudinem, in tertia rationem, in quarta verò proportionem, & deinde in quinta duas magnitudines rationem inuicem habentes: in sexta igitur definit quidnam sit quatuor magnitudines in eadem esse ratione, sicut prima ad secundā, sic tertia ad quartam. Hoc autē in vniuersum per euidentiora explicare non potuit, quàm per excessus aut defectus aritmethicos, multipliciumvè differentias primæ & tertiæ à multiplicibus secundæ & quartæ. Cognitum est enim ex secunda definitione quid sit magnitudinem magnitudinis multiplicem esse. Arithmetica porrò proportio simplicior est atque

planior,& multò clariorgēmetrica proportione:vtpote quæ numerorum aut magnitudinū differentias tantum respiciat, non alias tanq; diuersas habitudines Geometricæ. Et in ipta rursum Arithmetica nihil prius, nihil simplicius,aut notius,quàm absoluti excessus aut defectus,vbi nulla sit differētiarum comparatio. Præcedit enim hæc cognitio eam,qua differētiæ inuicem conferūtur,vt intelligatur sint nè æquales,an inæquales. Hinc ortum est triplex illud genus rationis videlicet æqualitatis maioris inæqualitatis, & minoris inæqualitatis. Tunc igitur quatuor (inquit) magnitudinum dicetur prima eandem habere rationē ad secūdam,& tertia ad quartam,quando iuxta quamuis multiplicationem æque multiplicia sumpta primæ & tertiæ,ad æque multiplicia secūdæ & quartæ iuxta quāuis multiplicationem sumpta,eo modo se habuerint, vt si multiplex primæ excedit multiplex secundæ, multiplex tertiæ etiam excedit multiplex quartæ: & si multiplex primę æquatur multiplici secundæ, multiplex etiā tertię æquatur multiplici quartę:& si denique multiplex primę deficit à multiplici secundæ,multiplex etiā tertiæ deficit à multiplici quartæ. Hoc autē siue excessus aut defectus sint æquales siue inæquales, dūmodo vtraq; multiplex magnitudo vtramq; multiplicem vel vnà excedant,vel vnà sint æquales, vel vna deficiant:idest dūmodo vtraq; multiplex magnitudo ad vtrāq; multiplicē vel vnà rationem æqualitatis habeant,vel vnà maioris vel vnà minoris inæqualitatis. Exempli gratia propositis quatuor magnitudinibus A prima, B secunda,C tertia:& D quarta:sumptisq; primæ & tertiæ æque multiplicibus E & F, secundum multiplicationem numeri 3: sumptis præterea secundæ & quartæ æque multiplicibus G,& K,secundum multiplicationem numeri 2: excedat E ipsum G, & vnà excedat F ipsum K: Deinde verò sumantur L & M æque multiplicia primæ & tertiæ iuxta multiplicationem numeri 4,& sumantur N & O æque multiplicia secundæ & quartæ iuxta multiplicationem numeri 7. Deficiat autem L ab N, & deficiat item M ab O. Rursum intelligantur P & Q æque multiplicia primæ & tertiæ secundum multiplicationem numeri 6,& R & T æque multiplicia secundæ & quartæ,iuxtā multiplicationem numeri 9. Aequetur autem P ipsi R,& Q etiam æquetur ipsi T:in eadem idcirco ratione dicentur esse A ad B,& C ad D, si non solum iuxta prædictas multiplicationes, sed iuxta quasuis alias,& cōsimili modo,æque multiplicia primæ & tertiæ, æque multiplicia secundæ & quartæ,vel vnà excedunt, vel vnà sunt æqualia vel vnâ deficiunt. Et ipsæ igitur magnitudines eandem rationem seruantes,proportionales appellabuntur per septimam definitionem.

P.18	Q.36	E.9	F.12	K.15	L.20
L.12	M.24	A.3	C.4	A.3	C.4
E.9	F.18	B.2	D.3	B.2	D.3
A.3	C.6	G.4	H.6	M.8	N.12
B.2	D.4				
G.4	K.8				
N.14	O.28				
R.18	T.36				

Quando verò æque multiplicium(est octaua definitio)multiplex primi excesserit multiplex secundi,multiplex autem tertij non excesserit multiplex quarti,tunc primum ad secundum maiorem rationē habere dicetur quā tertium ad quartum,Neq; hoc intelligas ita fieri oportere, iuxta quāuis multiplicationem, quemadmodum dictum est de quatuor magnitudinibus proportionalibus. Accidet enim vt æque multiplicia primi & tertij, secundum aliquas multiplicationes sumpta æque multiplicia secundi & quarti,vtraque vtranq; vel vnà excedant,vel vnà deficiant: sed nihilominus maiorem rationem dicetur habere primum ad secundum,quàm tertium ad quartum,propterea quòd secundum aliam quandam multiplicationem æque sumptis multiplicibus,multiplex primi excedat multiplex secundi,multiplex autem tertij nō excedat multiplex quarti. Vt igitur quatuor magnitudines proportionales dicantur,necesse est vt æque multiplicia iuxta quasuis multiplicationes sumpta, vel vnà excedant,vel vnà sint æqualia, vel vnà deficiant modo supradicto. Sed vt maiorem rationem dicatur habere primum ad secūdum, quā tertium ad quartum,satis est, si secundum aliquam multiplicationem multiplex primi excedit multiplex secundi,multiplex tamen tertij non excedit multiplex quarti, vt in subiecto apparet exemplo.

E.9	F.12	E.9	F.12	K.15	L.20
A.3	C.4	A.3	C.4	A.3	C.4
B.2	D.3	B.2	D.3	B.2	D.3
G.4	H.6	M.8	N.12	O.14	P.21

Sed errat Orōtius,simul cum Campano ita exponens. In eadem ratione quatuor magnitudines sunt,prima ad secundam, & tertia ad quartam,quādo primæ & tertiæ sumptis æque mul-

multiplicibus,itemq; ſecundæ & quartæ,iuxta quamuis multiplicationem ſumptis æque multiplicibus,multiplex primæ ad multiplex ſecundæ eam ſeruat rationem,quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ,ſiue ipſa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis, hæc enim de exceſſu(inquit) vel defectu proportionali veniunt intelligẽda: quòd ſi multiplex primæ ad multiplex ſecundæ maiorem rationem habuerit,quàm multiplex tertiæ ad multiplex quartæ,tunc prima magnitudo ad ſecundam maiorem rationem ſeruabit, quàm tertia ad quartam. Quæ Orontij interpretatio quum tam aperte idem per idem definiat, adeò eſt digna riſu,vt alia non egeat improbatione. Inſpicere autem debuit,quòd iuxta ſuam expoſitionem,ſextæ definitionis conuerſio quartum exiſtit theorema eiuſdem quinti libri, quod quidem per ipſam conuerſionem definitionis ſextæ a Campano & Theone demonſtratur. Quorum demonſtrationem quum Orontius mutuetur,apertiſsimè igitur idem conatur oſtendere,quod in ipſo loco pro definitione ſumit:qua nulla maior eſſe poteſt inſania. Et eodem modo hallucinatur in ijs omnibus propoſitionibus quinti libri,ad quas demonſtrandas eaſdem ſumit definitiones

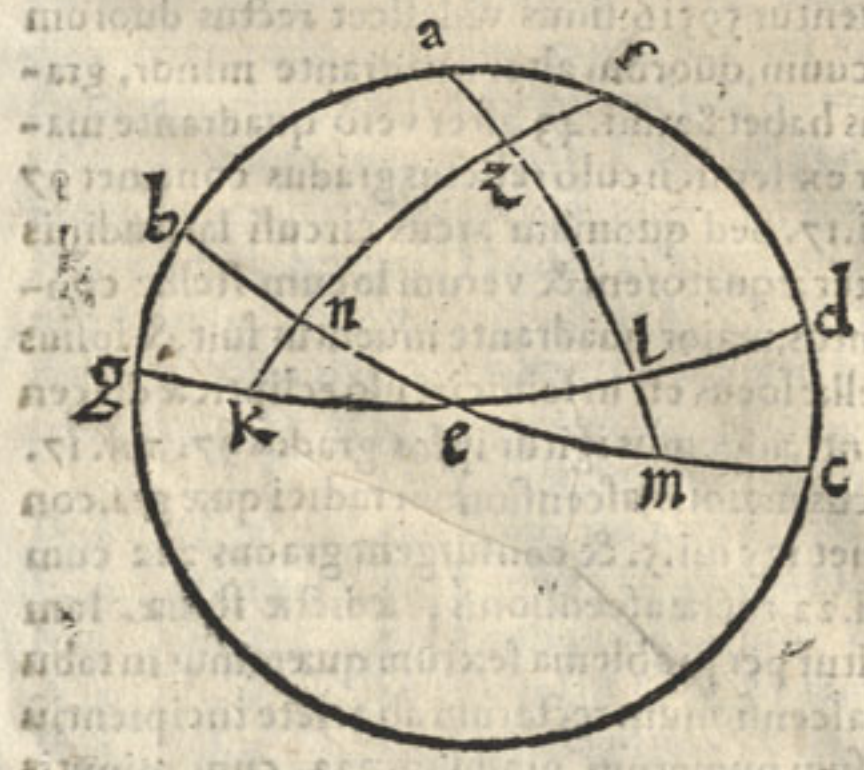
Orontium aperte erraſſe in Horologij nocturni deſcriptione.

CAP. XVIII.

Reprehenſio. XV.

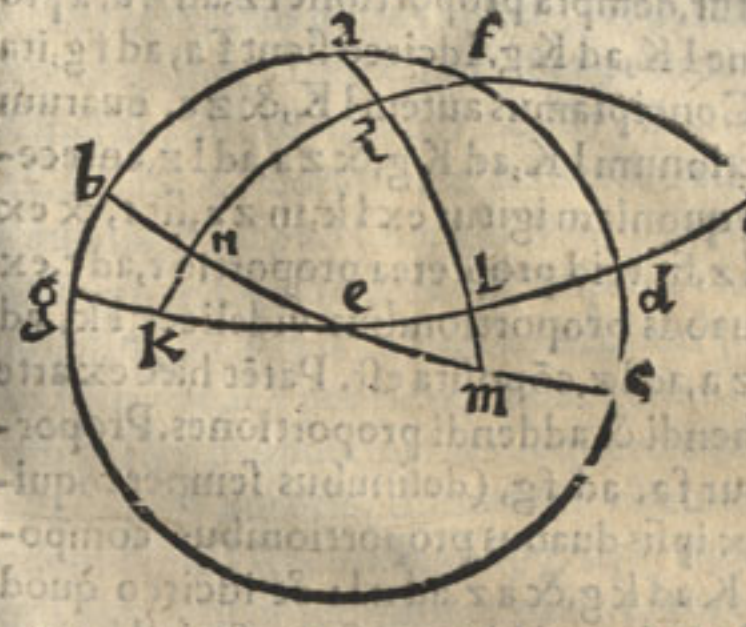
IN primo libro horologiorũ propoſitione 18.cum deſcriberet Orontius nocturnum horologium in magno fuit errore. Putauit enim eam minoris vrſæ ſtellam, magnitudinis ſecundæ, poſtremique lateris auſtralem,quæ latitudinem borealem habet gra.72.cum mi.50.& noſtra tempeſtate in ſigno Leonis ſita eſt, peruenire ad medium cæli,cum vltimo ferè gradu libræ: idque inueniſſe per doctrinam ſecundi,quarti,& ſexti problematum tabularum directionum Ioannis de Regio monte. Nos autem ſtatim oſtendemus per eadem ipſa problemata, quibus Orontius vſus eſt,eandem ſtellam ad medium cæli peruenire cum fine decimiquinti gradus Scorpij: & propterea quiſquis per horologiũ illud ab eo conſtructum elapſum tempus menſus fuerit,in errorem vnius horæ inductus erit. Enimverò locus ipſius ſtellæ fuit ſecundũ Orõtium anno 1530.ſeptimus gradus Leonis cum minutis 27,in quo ait Vernerum ſecutum fuiſſe. Intrantes igitur tabulam declinationum generalem cum gra.7 mi.27 Leonis, iuxta doctrinam ſecundi problematis,arcũ offendemus gra.19.mi.ferè 3.numerum verò multiplicandum 97017. Quoniam verò inuentus arcus & ſtellæ latitudo eandem habent denominationem,videlicet borealem,vnum alteri iũgemus, & conflabitur arcus graduum 91.mi.53 circuli latitudinis inter æquatorem & verum locum ſtellæ contentus: huius arcus ſinũ rectũ 59967. multiplicabimus per 97017 numerum multiplicãdum ſuperius ſeruatum,& à producto reiectis quinque figuris,relinquentur 58178,nempe ſinus rectus gra.75.mi.51.qui quidem arcus declinatio eſt borealis ipſius ſtellæ ad datum tempus. Et intrantes deinde tabulam cæli mediationum generalem cum gra.7.mi.27 Leonis,iuxta doctrinam quarti problematis, radicem aſcenſionum offendemus gra.125 mi.5.numerum verò multiplicandum 14995. Tabulã autem fœcundam ingrediemur cum gra.75. mi.51.declinationis ſtellæ,& numerũ 396907 ibi repertum per 14995. multiplicabimus, à producto verò quinque figuris reiectis, relinquentur 59516.ſinus videlicet rectus duorum arcuum,quorum alter quadrante minor, gradus habet 82.mi.43.alter verò quadrante maior ex ſemicirculo relictus gradus continet 97 mi.17. Sed quoniam arcus circuli latitudinis inter æquatorem & verum locum ſtellæ contentus,maior quadrante inuentus fuit,& ipſius ſtellæ locus eſt in ſemicirculo eclipticæ deſcendenti,addemus igitur ipſos gradus 97. mi.17. arcus maioris,aſcenſionum radici quæ gra.continet 125 mi.5. & conſurgent gradus 222 cum mi.22.rectæ aſcenſionis prædictæ ſtellæ. Iam igitur per problema ſextum quæremus in tabula aſcenſionum rectarum ab ariete incipientiũ ipſum numerum graduum 222. cum minutis 22.& in latere eiuſdem tabulæ offendemus decimum quintum gradum Scorpij,cũ quo propoſita ſtella ad meridianum peruenire neceſſe eſt. Quoniam autem non ſolum videtur Orontius rationes & fundamenta tabularum ignorare,ſed earum etiam vſum neſcire,quo item pacto nos ritè operatos eſſe,operæpretium exiſtimauit

ſtimauimus,ſi ipſarum generalium tabularum declinationum,& cæli meditationum,& fœcũ de quoq; compoſitiones oſtenderemus:idq; in hoc exemplo quod modò tractauimus,de inue ſtigãdo gradu eclipticæ cum quo prædicta minoris vrſæ ſtella cęlum mediat:in cæteris enim eadẽ eſt ratio. Ponamus igitur circulũ a b c d, cum eſſe colurum qui maximas diſtinguit declinationes:ſitq; b e c, ſemicirculus eclipticæ per libram deſcendens:b,initium Cancri,& e, Capricorni:ſemicirculus æquinotialis ex eadem parte ſit g e d, & punctum e, initium Libræ, a polus mundi ſeptẽtrionalis,f verò polus eclipticæ:& concipiatur ſtella z, in gradu ſeptimo cum minutis 27, leonis: veniantq; per ipſam ſtellam à polis a,& f, maximi circuli ad æquinotialem & eclipticam,videlicet f z k,eclipticam ſecans in n,& a z m, æquinoctialem ſecans in l. Erit idcirco f z k,circulus latitudinis z,ſtellæ:& arcus n z,eius latitudo f z,latitudinis complementum:arcus verò n k, eiuſdem circuli ſegmentum inter eclipticam & æquinoctialem:arcus autem z l, declinatio erit ipſius z,ſtellæ:& a z,declinationis complementum. Ponamus igitur arcum n z,cognitum eſſe, nẽpe gra.72,cum mi.50, & pporteat per tabulas directionum cognoſcere punctum eclipticæ m,cum quo z,ſtella ad medium cæli peruenit. Inueſtigabimus primum per ſecndum proble-



ma arcum declinationis z l, in hunc modum. Intrabimus enim tabulam declinationum generalem cum gradu & minuto eclipticæ quẽ denotat punctum n,& ſub titulis arcus & numeri multiplicandi offendemus arcum k n, & numerum multiplicandum qui quidem ſinus rectus exiſtit anguli e k n. Sunt autem huiuſmodi numeri hac arte adinuenti,vt in ipſa tabula collocarentur. Quoniam enim ſphæricũ triangulum e n k,rectum habet angulum ad n; & angulum n e k,maximę declinationiscognitum,latus etiam e n,cognitum eſt, quod relinquitur ex ſemicirculo,ſublato arcu longitudinis ſtellæ ex ſemicirculo eclipticæ boreali: reliqu⁹ igitur angulus e k n,& reliqua latera k n; & k e,cognita erunt. Enim verò ſicut ſinus totus ad ſinum compiementi arcus e n, ſic ſinus anguli n e K,ad ſinum cõplemẽti anguli e k n. Idcirco per regulam numerorum proportionalium & tabulam ſinuum rectorũ,anguli e k n, ſinus rectus innoteſcet:qui propterea in ipſa tabula declinationum generali pro numero multiplicando collocatur,quòd per ipſius numeri multiplicationem in quendam alium numerum,velut mox ſubiungemus, ſinus rectus arcus z l,inueniri debeat. Eodem prorſus modo inueniuntur numeri multiplicandi ad reliqua puncta quadrantis b e, qui pro reliquis tribus quadrantibus ſufficient,ob æqualitatem angulorum quos faciunt cum æquinoctiali latitudinum circuli,per puncta eclipticæ tranſeuntes, quæ à puncto tropico vtrinq; æqualiter diſtãt. Deinde verò quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum rectum complementi arcus k n, ita ſinus rectus anguli e k n,qui modo innotuit, ad ſinũ rectum complementi anguli n e k: per eandẽ igitur regulam numerorum proportionalium cognoſcetur ſinus rectus complementi arcus k n,cuius quidem recti ſinus arcus ex quadrãte ſublatus,ipſum arcum K n,relinquit, qui in eadem tabula declinationum generali colloca tur. Arcus autem e k, multis modis cognoſci poterit,vel quoniam ſicut ſinus totus ad ſinũ rectum complementi arcus e n, ita ſinus complementi arcus k n,ad ſinum complementi arcus e K:vel quia ſicut ſinus totus ad ſinum anguli n e K,ita ſinus arcus e k,ad ſinũ arcus k n, Vtroq; enim modo tribus terminis cognitis reliquus proportionis terminus cognoſcetur. Dempto igitur ipſo e K,ex ſemicirculo, is relinquetur arcus, qui in tabula cæli mediationum generali,radix aſcenſionum inſcribitur. Iungimus autem K n,arcui latitudinis n z,iuxta præceptum autoris,vt conficiatur arcus K z inter æquinoctialem & z, ſtellæ locum comprehenſus. Quoniam verò ſphæricum triangulum k z l,rectum habet angulum qui ad l, propter circulum a l, per polos ipſius equinoctialis venientem,erit idcirco ſicut ſinus totus ad ſi-

sinū anguli z K l, sic sinus arcus K z, ad sinū arcus z l. Cognitus est autē sinus anguli z k l, numerus videlicet multiplicādus, pridē seruatus: & sinus arcus K z, ex tabula sinuū rectorū cognoscitur, multiplicabimus igitur numerū sinus recti ipsius anguli l k z, per sinū rectū arcꝰ K z, productūq; diuidemus per sinū totū, quinque figuras reijciēdo, nam sinus rectus arcus z l, innotescet, & arcus ipse z l, declinationis stellæ per tabulā sinuū rectorū cognitus erit. Neminē verò perturbari velim, quòd autor productū numerū diuidat per sinū totū partium æqualium 100000, sinū tamen arcꝰ K z, & arcū z l, eliciat ex tabula eundē sinū totū supponēte partium 60000. Nam cū numerū multiplicandū qui sinus rectus exstit anguli l K z, inuestigaret, tabula sinuū rectorū vsus fuit, semidiametrū supponēte partiū æqualiū 100000: ratio igitur iporū 100000, ad numerū multiplicādum, eadē est rationi quā habet sinus arcus K z, ad sinū arcus z l, & quoniā sinus arcus K z, elicitur ex ea tabula quæ semidiametrū supponit partium æqualiū 60000, ex eadē igitur eliciēdus est arcus z l. Addit porrò vnitatē quotiēti, quādo reiectæ figuræ numerū denotāt 50000 maiorē, quoniā si numerus qui relinquitur indiuisus, dimidiū diuisoris excedit, iam absq; sensibili errore addetur vnitas quotiēti. Cognito igitur declinationis arcu z l, poterat autor vnica diuisione negociū absoluere. Etenim in hoc exēplo si sinus rectus differētiæ arcus k z, & quadrātis, per sinū totū multiplicetur, quinq; ziphrarū additione, & productū diuidatur per sinum rectū cōplementi declinationis stellæ, prodibit ex partitione sinus rectus differentiæ quadrantis, & eius arcus, qui circulo latitudinis & circulo declinationis intercipitur: ipse igitur interceptus arcus cognitus erit: differētia arcus K z, & quadrantis est gra. 1. mi. 53. cuius sinum rectū multiplicabimus per 100000, productum verò diuidemus per 24446 sinum rectū complemēti declinationis, & venient ex partitiōe 13442 sinus rectus grā. 7. mi. 44. erit igitur arcus K l, gra. 97. mi. 44. Eū itaq; adiūgemus radici ascēsionū & consurget ascensio recta quæ querebatur gra. 222. mi. 49, aliquāto quidē maior ea quæ per tabulā inuēta fuit, propterea qđ numerus elicitus ex tabula fœcūda iuxta proportionē minutorū ad 60. iusto numero sensibiliter minor est. Huius operationis fundamētū euidens est. Nam in triangulo rectangulo k z l, arcus K z, quadrante maior inuentus est, &



z l, quadrante minor: igitur arcus k l, quadrante maior erit. Concurrant autem K z, & K l, in puncto o: erit igitur l o, quadrante minor, & z o, item quadrante minor. Et propterea sicut sinus totus ad sinū arcus a z, ita sinus complemēti arcus l o, ad sinum complemēti arcus z o. Atqui complementa ipsorum arcuum l o, & z o, sunt excessus arcuum k l, & K z, supra quadrātes: igitur sicut sinus totus ad sinum arcus a z, ita sinus differentiæ quadrantis & k l, ad sinum differentiæ quadrantis & K z. Horum autem terminorum proportionaliūm primus & secundus atq; quartus cogniti sunt, tertius igitur prædicto modo innotescet. Accipiendus est autē sinus rectus arcus z a, ex tabula semidiametrū supponente partium æqualium 100000 & modus vniuersalis est. Quoties enim k z, quadrante minor inuentus fuerit, cum sit arcus declinationis minor quadrante, erit item reliquum latus rectum angulum continēs quod circulo latitudinis & circulo declinationis intercipitur quadrante minus: & propterea sicut sinus totus ad sinum complementi declinationis, sic sinus complemēti intercepti arcus, ad sinum cōplementi distantiæ stellæ ab æquinoctiali in circulo latitudinis. Sed tamen vel autori tabularum hic modus non succurrit, vel vltrò dimisit, & alium elegit difficiliorem. Animaduertit enim à terminis duorum arcuum f g, & l g, duos arcus a l, & f k, reflexos se inuicem secare in puncto z, & propterea proportio sinus recti arcus l K, ad sinum rectum arcus K g, composita erit ex proportione sinus l z ad sinum z a, & proportione sinus f a, ad sinum f g, detracta igitur proportione l z, ad z a, à proportione l k, ad K g, relinquetur proportio f a, ad f g. Ex ductu l K, in z a, fiat r, & ex ductu l z, in K g, fiat t, proportio igitur r, ad t, relinque-

l k l z
k g z a
r
t
f a l K a z
f g. k g. z l

f

linquetur,dempta proportione l z,ad z a, à proportione l K,ad K g. Idcirco ſicut f a, ad f g,ita r,ad t. Concipiamus autem l K,& z a, duarum proportionum l K,ad K g,& z a,ad l z,antecedentia: quoniam igitur ex l k,in z a,fit r, & ex k g,in l z,fit t, id propterea proportio r,ad t,ex ipſis duabus proportionibus videlicet l k, ad k g,& z a,ad l z,cõpoſita eſt. Patẽt hæc ex arte ſubtrahendi & addendi proportiones. Proportio igitur f a, ad f g, (deſinubus ſemper loquimur) ex ipſis duabus proportionibus componitur,l K ad k g,& a z,ad z l: & idcirco quod fit ex f a,in k g,ad id quod fit ex f g,in l k,eam habebit proportionem quam a z,ad z l. Si igitur vtrunque ipſorum productorum æqualiter diuidatur per f g, eadem nihilominus ſeruabitur ratio inter quotientes, quæ inter a z,& z l, & propterea ſicut id quod fit ex f a,in k g, diuiſum per f g, ad id quod fit ex f g,in l k,diuiſum per f g,ſic a z,ad z l. At verò id quod fit ex f g, in l k,diuiſum per f g, tantum id eſt quod l K, igitur id quod fit ex f a, in k g,diuiſum deinde per f g, eam habet rationẽm ad l K, quam a z, ad z l. Eſt autem arcus f a, polorum diſtantia, æqualis maximæ declinationi ecliptícæ, K g verò arcus eſt æquinoctialis inter colurum ſolſtitiorum & terminum radicis aſcenſionum, qui pridem innotuerat, per verum locum longitudinis ſtellæ cognitum: ſed arcus f g, quadrantem ſimul continet atque arcum maximæ declinationis,ſinumq; rectum habet complementi maximæ declinationis. Sicut igitur ſinus rectus complementi declinationis ſtellæ ad ſinum rectum declinationis eiuſdem,ſic productum ex ſinu recto maximæ declinationis in ſinum rectum arcus æquinoctialis intercepti à circulo latitudinis & coluro ſolſtitiorũ,diuiſũ deinde per ſinũ rectũ cõplemẽti maximæ declinationis,ad ſinũ rectũ arcus æquinoctialis intercepti à circulo latitudinis & circulo declinationis. Quapropter cõpoſiturus tabulã generalẽ ex qua eliceretur tertiꝰ terminus horũ 4, terminorũ proportionaliũ,vſus fuit hac demõſtrationis figura hoc modo. Suppoſuit arcũ b n, eſſe primũ gradũ Cancri: igitur arcũ g K, exceſsũ radicis aſcẽſionũ ſupra quadrantẽ inuenit modo ſupradicto minutorũ 55: eius ſinũ rectum 959, acceptũ ex tabula ſupponẽte ſemidiametrũ partiũ æqualiũ 60000, multiplicauit p 23924, ſinũ rectũ maximæ declinationis ecliptícæ, productũ numerum 22943116, diuiſit per 55023 ſinũ rectũ cõplemẽti maximæ declinationis: & prouenit ex partitiõe numerus 417, quẽ tertiũ terminũ memoratæ proportiõis cõſtituit, eũq; collocauit in tabula generali cælimediationũ, è regione primi gradꝰ Cãcri: et numerũ multiplicandũ, eundẽ propterea appellauit, quod deinde ſit multiplicãdus per ſecundũ terminũ, ſinũ videlicet rectũ declinationis ſtellæ iuxta doctrinã quarti problematis & præfatis demõſtrationis. Et quoniã circulus latitudinis veniẽs per finẽ 29. gradus geminorũ, ſimul cum ipſo coluro, arcũ abſcindit ex æquinoctiali,æqualẽ ipſi K g, eademq; ſeruatur diſpoſitio, numeri etiam per quos fit multiplicatio ac diuiſio ijdem permanent, ipſum propterea numerum 417 collocauit rurſum in eadẽ tabula cælimediationum generali, è regione 29 gradus geminorum: & propter eandem cauſam eundem itẽ poſuit è regione 29 gradus ſagittarij, & primi Capricorni. Eadẽ prorſus arte cũ arcũ b n, ſuppoſuiſſet decem graduum, eiuſq; radicem aſcenſionũ inueniſſet gra. 99. mi. 11. multiplicauit 9575, ſinũ rectũ graduũ 9, mi. 11. per 23924, productum numerum 229072300, diuiſit per 55023, & numerum multiplicãdũ inuenit 4163 qui etiã reſpondet 20 gradui geminorum, & ſagittarij, & decimo Capricorni: & ita deinceps operãdo, tabulã abſoluit prototo circulo. Quoniã verò ſinus rectus maximæ declinationis ſemper eſt multiplicator, & ſinus rectus cõplementi ſemper eſt diuiſor, ponemꝰ idcirco ipſũ diuiſorem eſſe 100000, & fiet propterea ſinus rectus maximæ declinationis earundem partium 43480. & labore dimidiato operabimur deinde multiplicando per 43480, & à producto quinque figuras reijciendo. Quũ igitur propoſita ſtella cognitũ locum, & declinationẽ cognitã habuerit, quatuor idcirco proportionaliũ terminorũ ſupradictorũ, primus qui ſinus rectus exiſtit cõplementi declinationis, ſecundus qui eiuſdẽ declinationis rectus eſt ſinus, & tertius ipſe numerus multiplicandus, quem modo patefecimus, cogniti erunt. Et propterea ſi idẽ numerus multiplicãdus per ſinũ declinationis multiplicetur, productũ verò per ſinũ complemẽti diuidatur, prodibit ex partitione ſinꝰ rectus arcus æquatoris à circulo latitudinis & circulo declinationis intercepti. Is autem in aſſumpto exẽplo quadrante maior exiſtit, ob rationẽ ſuperius dictã, adiungendusq; eſt radici aſcenſionum, vt aſcenſio recta ſtellæ z, nota prodeat. Sed inſpexit autor diuidẽdi opus laborioſum eſſe, & propterea tabulam quandam compo-

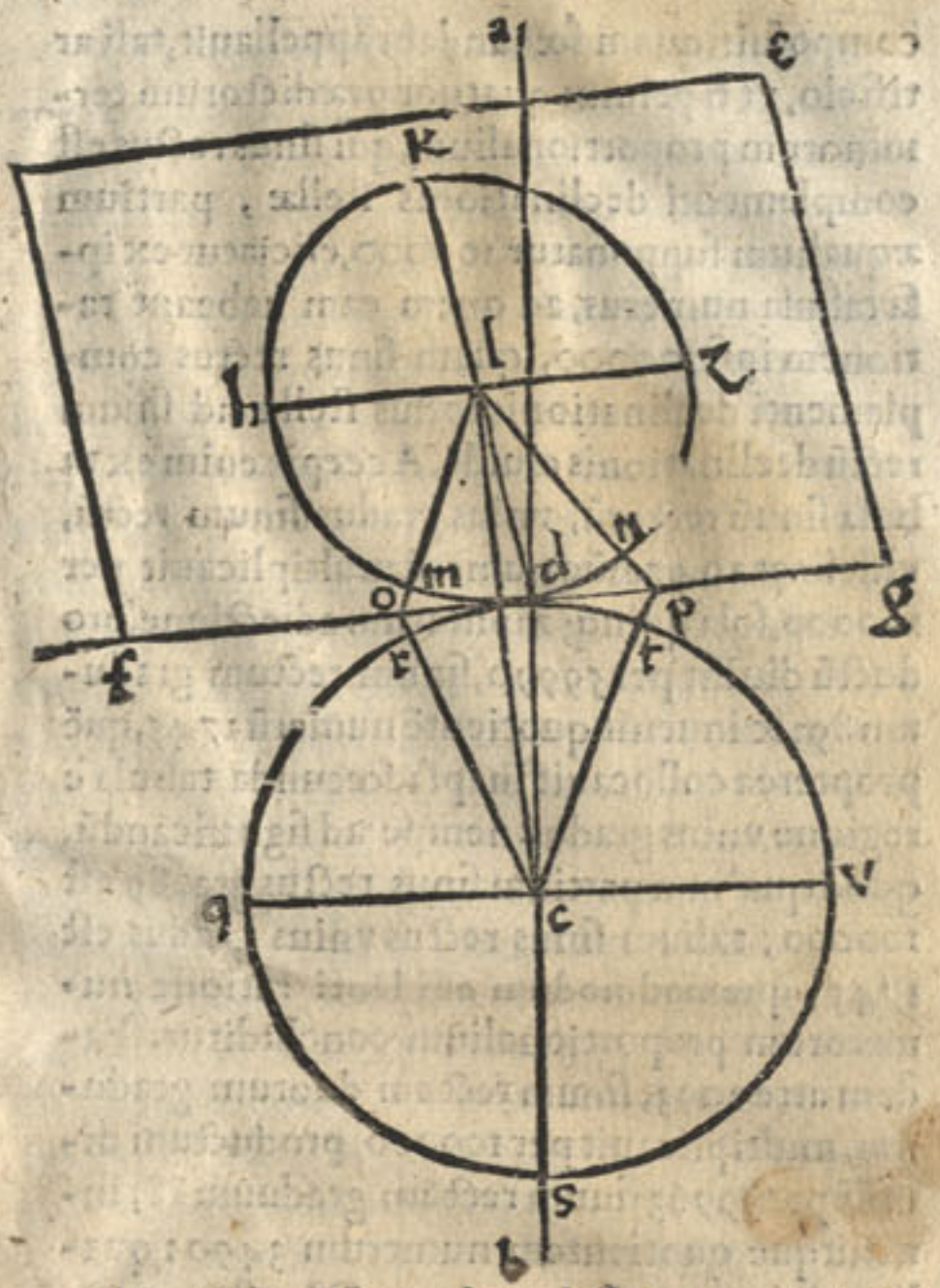
compoſuit,quam fœcundam appellauit,tali artificio, vt ſi primus quatuor prædictorum terminorum proportionalium,qui ſinus rectus eſt complementi declinationis ſtellæ , partium æqualium ſupponatur 100000,eliciatur ex ipſa tabula numerus, ad quem eam habeant rationem ipſi 100000, quam ſinus rectus complementi declinationis ipſius ſtellæ ad ſinum rectū declinationis eiuſdē. Accepit enim ex tabula ſinuū rectorū, vnius gradus ſinum rectū, videlicet 1047,hūc numerū multiplicauit per 100000,ſola quinq; ziphrarum adiectione,productū diuiſit per 59990,ſinum rectum graduum 89:& inuenit quotientē numerū 1745,quē propterea collocauit in ipſa fœcunda tabula è regione vnius gradus: nempe ad ſignificandū, quòd qualium partium ſinus rectus gra. 89 eſt 100000, talium ſinus rectus vnius gradus eſt 1745: quemadmodum euidenti ratione numerorum proportionalium concluditur. Eadem arte 2093, ſinum rectum duorum graduum, multiplicauit per 100000, productum diuiſit per 59963 ſinum rectum graduum 88, inuenitque quotientem numerum 3490: qualium igitur partium arcus gra. 88, eſt 100000, talium eſt arcus duorum graduū 3490. Poſuit igitur è regione graduum duorum ipſum numerum 3490: & in reliquis eundem ſeruauit modū. Quoniā igitur ſicut ſinus rectus cōplemēti declinationis ſtellæ ad ſinū rectū declinationis eiuſdē, ſic numerus multiplicandus ad ſinum rectum arcus æquinoctialis à circulo latitudinis &circulo declinatiōis intercepti, Inuenimus idcirco tabulā fœcundam cum arcu declinationis ſtellæ,& numerū multiplicādum per repertum in ea numerū iam multiplicabimus,à producto verò quinque figuras abijciemus,relictus enim numerus ſinus rect⁹ erit intercepti arcus à circulo latitudinis, & circulo declinationis,& propterea per tabulā ſinuū ſemidiametrū ſubijciētē partiū æqualiū 60000, ipſe arcus cognitus erit. Per hæc autē reliqua quæ in ſecūdo & quarto problemate continentur, videlicet quando arcus arcui iungēdus eſt, aut alter ab altero minuēdus, facilè innoteſcēt. Hæc (vt conijcimus) fuit autoris inuentio in his problematis,artificioſa quidem, ſed plena laboris,tam in conſtructione tabularum,quàm in vſu:& quæ in captandis partibus proportionalibus ex tabula fœcunda, cum minuta gradibus adhærent,operantem fallere poteſt. Hoc autem intueri licet in aſſumpto exemplo. Declinatio enim ſtellæ, inuēta fuit gra.75.mi.51. igitur ſin⁹ rectus partes habet 58179, cui ſi addantur quinq; ziphræ,fiēt 5817900000: hunc numerum diuidemus per 14667, ſinum rectū gra.14.mi.9. complementi declinationis, & prouenient ex partione 396666, pro vero numero qui in tabula fœcunda reſponderet arcui gra.75.mi.51,ſi ipſa tabula non ſolum per gradus integros,ſed per minuta extenſa eſſet. Sed cum partes proportionales ſequeremur iuxta præceptum autoris, numerum elicuimus ex eadem tabula fœcunda 396907,quorum numerorū differentia ſenſibilem parit errorem. Nā ſi 396666 multiplicemus per 14995, fient 5948006670, ab hoc autem numero reiectis quinque figuris relinquētur 59480,ſinus videlicet rectus gra.82.mi.27.Auferantur hi à 180, & relinquētur gradus 97,cum minutis 33, pro magnitudine arcus æquinoctialis à circulo latitudinis & circulo declinationis ſtellæ intercepti.Sic igitur aſcēſio recta graduum erit 222 cum minutis 38,cum antea inuenta fuiſſet graduum 222 cum minutis 22: excreſcent igitur minuta 16,quæ in rectæ aſcenſionis inueſtigatione negligēda nō ſunt.Et propterea exactius hoc putamus inueniri per doctrinā ſextæ propoſitionis noſtri libri Creſpuſculorum in hūc modū. Numerus 39874,qui ſinus rectus exiſtit gra. 23, mi.30 maximę declinationis multiplicetur per 29515,ſinum rectum complemēti latitudinis ſtellæ,& fient 1176881110: hunc deinde numerū multiplicabimus per 20612,ſinū verſum graduum 37.mi.27,quibus ipſa propoſita ſtella ſecūdū longitudinē zodiaci à principio Cācri diſtat,& à producto reijciemus decem figuras:relinquetur q; numerus 2456,quē auferemus à 99389 ſinu recto gra.83,cū mi.40, quos continet complementum differentiæ, quæ inuenitur inter maximā declinationem &complementum latitudinis ſtellæ,relinquētur igitur 96933,ſinus rectus graduū 75 mi.46 tanta eſt idcirco declinatio propoſitæ ſtellæ. Deinde verò vt rectam aſcenſionē inueniam⁹ iuxta documētū eiuſdē ſextæ propoſitionis,auferemus ab arcu maximæ declinationis ecliptice gra.14.mi.14. cōplementi declinationis ſtellæ,& erit ipſorum arcuum differentia gra. 9.minuta 16:cōplementum igitur gradus continet 80,mi.44:ab hui⁹ arc⁹ ſinu recto 98694, auferemus 95545,ſinū tectū latitudinis ſtellæ, & relinquetur numerus 3149,quartus proportionis terminus, quē multiplicabim⁹ per quadratū

dratum sinus totius primum terminum, decem ziphrarum adiectione. productum diuidemus per 980382038. qui fiunt ex ductu sinus recti maximæ declinationis in sinum rectum declinationis stellæ, & venient ex partitione 32120, sinus versus gra. 47. mi 15. Tanta est igitur ascẽsio recta illi⁹ arcus ecliptice, qui inter duos terminos cõprehẽditur, quorũ alter est ipsi⁹ ecliptice pũctũ, cũ quo prædicta stella cælũ mediat, alter vero Sagittarij finis: facta igitur supputatione ab initio arietis, erit eiusdẽ stellæ ascẽsio recta id quod relinquitur ex tribus quadrantibus, videlicet gra. 222. mi. 45. vtcunque igitur supputemus errauit Orontius.

Orontium Finæum falsas tradidisse horizontalium & verticalium Horologiorum descriptiones.

CAP. XIX. Reprehensio. XVI.

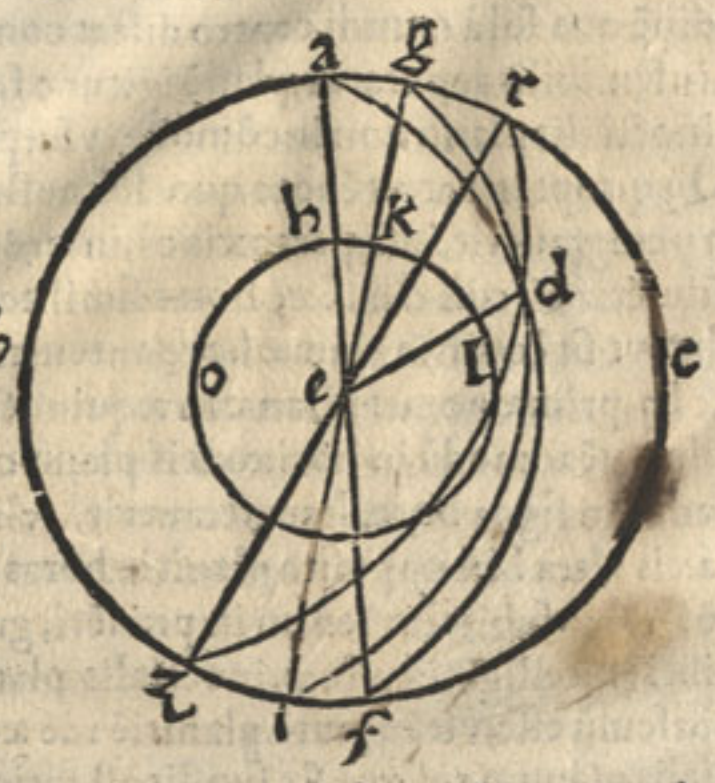
DEscriptiones etiam horologiorum tum horizontalium tum verticaliũ quas Orontius in eodem libro tradidit falsas inuenimus. Hoc autem liquidò constabit, vbi ratio construendorum horologiorũ cognita fuerit. Esto igitur in plano dati Horizõtis cuius cẽtrũ c, meridiana linea siue cõmunis sectio eiusdem horizontis & meridiani recta a b: respiciat autẽ a, partes poli manifesti, sed b, occulti: semidiameter verò futuri horologij horizontalis sit c d. Et cõcipiamus animo planum vnum æquinoctiali parallelum vt est e f, horizontis planum secare super recta linea f d g: communis autem sectio meridiani & huiusmodi plani e f, esto recta d K. Quoniã igitur ipse meridianus per polos horizontis venit, rectus insidebit eidem per 19 primi libri Theodosij: præterea quoniam plani e f, & sphære cõmunis sectio circunferentia circuli est, per primam propositionem eiusdẽ primi libri, æquinoctialis igitur & circulus ipse cuius planum existit e f, eosdem polos habebunt, per primam secundi: & idcirco rectus etiam erit meridianus ad planum e f, per eandem 19. primi: recta igitur f g, communis sectio Horizontis & plani e f, ad eundem meridianum recta erit per 19. vndecimi libri elementorum Euclidis: & idcirco anguli f d K, & f d b,



recti erunt per secundam definitionem eiusdẽ vndecimi: & proindè angulus b d K, inclinatio erit plani e f, ad horizontis planum. Eodem modo demonstrabis inclinationẽ plani æquinoctialis ad horizõtis planũ eum rectilineũ angulũ esse qui fit ad c, punctũ ex concursu b c, cũ cõmuni sectione planorũ æquinoctialis & meridiani: qui quidẽ angulus arcum altitudinis æquatoris supra horizontem subtendit in ipso centro. Ipsos autem angulos inclinationum planorum e f, & æquinoctialis ad horizõtis planũ æquales esse concludes, per decimam sextam propositionem vndecimi, & vigesimam nonam primi. Et propterea rectilineus angulus c d K, angulo altitudinis æquatoris æqualis erit. Fiat autem per vigesimam tertiã propositionem primi ad datam rectam lineam c d, ad datumq; in ea punctum c, in plano meridiani rectilineus angulus d c l, æqualis angulo cõplementi altitudinis æquinoctialis in dato horizõte: concurrere igitur necesse est d l, & c l, rectas lineas, quia duo anguli ad c, & ad d, coniuncti, vni tantum recto sunt æquales. Quoniam verò ostensum est angulos f d l, & f d c, rectos esse, descriptis igitur circulis d b K z, & d q s v, super cẽtris l, & c, interuallis d l, & d c, vtrunque eorum continget linea f g, in ipso d, per corollariũ 15 tertij. Cum igitur pũctũ a, meridia-

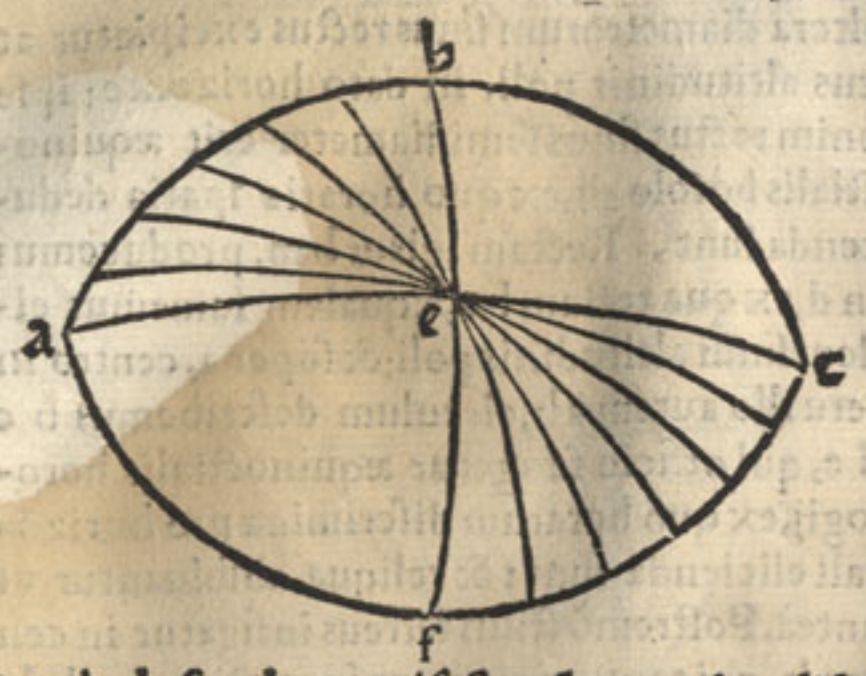
meridianæ lineæ partes manifesti poli respiciat,& angulus d c l,in plano meridiani constitutus,sit æqualis angulo complementi altitudinis æquatoris.ideſt angulo altitudinis poli, rectã propterea c l vtrinq; productã per æquinoctialis polos transire necesse est.Et idcirco perpẽdicularis erit c l, in planũ e f, & punctum l, centrum erit illius paralleli circuli cuius planum est ipsum e f,per duodecimã propositionẽ primi libri Theodosij.Angulus igitur d l c,rectus erit,vel per secundam definitionem vndecimi, vel per trigesimã secundam propositionẽ primi & cõmunem sententiam: ipsa verò recta linea c l,pars axis erit æquinoctialis circuli inter centrum mundi & centrũ concepti paralleli cõprehensa. Intelligamus præterea duos circulos maximos per ipsos æquinoctialis polos veniẽtes,horæ primæ ante meridianæ & pomeridianæ ostẽsores:manifestũ est huiusmodi circulos simul cum meridiano arcus æquales resecare ex circunferentia æquinoctialis, graduum videlicet 15.iuxta cõsuetã diuisionẽ diei per c, & l,centra,quod 19.primi Theodosij demõstrat. Sint igitur eorundẽ atq; plani e f, sectiones cõmunes rectę lineę l o,& l p,circũferẽtiã circuli d h K z,secãtes in m,& n:cõnectãtur autẽ rectæ c o & c p,circũferẽtiã circuli d q s u, secantes in r, & t, ipsæ igitur c o, & c p, cõmunes erunt sectiones plani horizontis & eorundem maximorum circulorum qui horaria interualla distingunt. Vnusquisque vero duorum arcuum d m,& d n,quindecim gradus cõprehendet circunferentiæ circuli d h K z, per 14.propositionem secundi libri Theodosij,ipsiq; arcus d r & d t,proportionales erũt eis, qui ex circũferentia horizõtis ad partes poli manifesti prædicti circuli maximi horarũ distinctores,abscindũt.Ponam⁹ itaq; arcũ d r, esse primæ horæ antemeridianæ,& d t,primæ pomeridianæ: & fingamus axẽ æquinoctialis circuli, vmbram reddere posse. Necesse est igitur centrũ solaris corporis,& ipsum æquinoctialis axẽ simulatque vmbram in contrariam partem proiectam,in plano vnius circuli maximi semper esse,quanquam oporteat vt ipsa vmbra ab obiecto aliquo corpore excipiatur. Et propterea quoties sol motu diurno agitatus,ad circũferẽtiã circuli primæ horæ ante meridianæ peruenerit,axis c l,vmbra ipsi rectę lineæ c o, in horizontis plano examussim inhærebit:in meridiano autem constitutus vmbram proijciet in d s, sed in circulo primæ pomeridianæ vmbrã ipsius axis proijciet in c p.Quoniam verò centrorum c,& l,distantia ad immensam illam longitudinẽ qua sol à mundi centro distat comparata,insensibilis reputatur,planũ igitur e f, pro æquinoctialis plano non incõmodè vsurpabitur.Quapropter toto tẽpore quo sol australia signa peragrauerit,ipsa pars axis c l,interdiu in circũferẽtia circuli d h K z, horas similiter indicabit,vt sit l o,linea primæ horę antemeridianæ,& l p,primæ pomeridianæ in æquinoctiali circulo,quẽadmodũ in horizontis plano c r,& c t.Sed cum signa borealia lustrauerit, reliqua pars axis vltra l,in opposita planitie horas etiã demõstrabit:subijcim⁹ enim in præsẽti, gratia facilioris intelligẽtiæ,Aequinoctialis planum crassiusculũ esse,vtrãq; autẽ planitiẽ idẽ æquinoctialis planum referre.Et similis est ratio de alijs horarum spatijs ante meridiẽ, & post, vsque ad quintam.Linea vero sextæ horæ tam in æquinoctialis plano,aut cuiusvis paralleli, quã in horizonte,meridianam lineam ad rectos angulos secat,quia circulus horæ sextæ simul cũ meridiano,vtroſq; circulos in quadrantes dirimit.Et propterea recta linea q v,circulum horizontis in quadrantes diuidens, sextam horam indicabit ante meridiem,& post: recta videlicet q c, sextam antè meridianã,& c v, sextam pomeridianam.Similiter in horario æquatore d h K z,recta linea h z,quæ ipsum circulũ d h K z,in quadrãtes diuidit,sextã demonstrabithorã.Ipsa verò spatia d r,& d t, æqualiũ tẽporũ,& à pũcto meridiei æqualiter distãtium, inuicem sunt æqualia.Sũt enim in duobus triangulis l d o,& l d p,duo ãguli qui ad d,ęquales recti videlicet: præterea duo anguli qui ad l, inuicem æquales , ob æqualitatem arcuum d m, & d n. Latus autem d l, commune est: duo igitur latera d o , & d p , æqualia erunt per 26. primi Euclidis. Et idcirco in duobus triangulis etiam rectangulis d c o, & d c p.duo anguli qui ad c, æquales erunt per 4 eiusdem primi,& arcus propterea d r:& d t, ęquales per 26 tertij.Et eodem modo,cõmuni coadiuuante sententia,æquales esse demonstrabuntur,arcus horæ secũdæ pomeridianæ & ante meridianæ,& quicũq; paribus tẽporum interuallis,& à meridiano æqualiter distantibus, respondent. Aduertendũ est autẽ, quod semicirculo q d v, in duodecim horarũ spatia diuiso, si deinde à punctis diuisionũ rectę lineæ per centrũ trahãtur,ipsæ rectæ lineæ reliquas duodecim horas

in reliquo semicirculo demõnstrabunt. Esto enim horizon circulus a b c, circa centrum e, descriptus, meridianus vero a d f, huius & hori

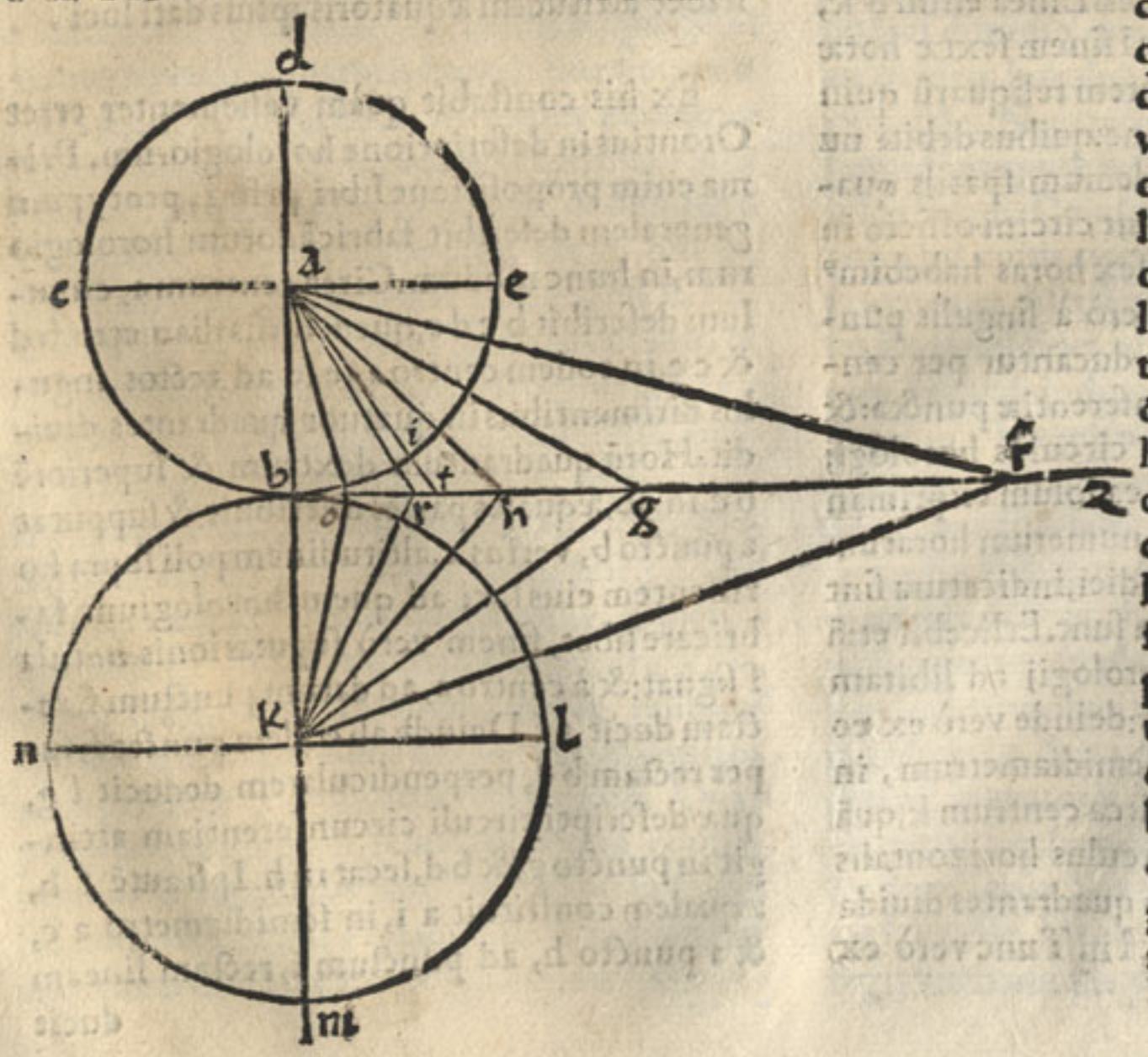


zontis sectio cõmunis sit a e f, semicirculus qui primã horã pomeridianã ostẽdit g d i, cuius & horizõtis cõmunis sectio g e i: polus manifest⁹ d, eleuatio poli super horizõtẽ arcus a d, semiaxis recta linea d e, punctũ a, angulus medię noctis. Circulus autẽ horologij horizonti cõcẽtricus sit h l o, in quo arcus h K, proportionalis est arcui a g. Quoniã igitur sol in oppositas partes vmbrã proijcit, quoties fuerit in arcu d f, vmbrã semiaxis d e, proijciet in e a, & propterea quãuis ipsa recta linea in angulum mediæ noctis vergat, meridianum tempus indicabit. Sed cum attigerit arcum d i, hora videlicet prima pomeridiana, vmbram semiaxis proijciet in lõgitudinem rectæ e g: quanquã igitur ipsa e g, ad partes propinquas angulo mediæ noctis sit inclinata, nihilominus ob prædictam causam finem primæ horæ pomeridianæ nobis ostẽdet. Rursus in ea polari eleuatione, in qua per aliquod anni tẽpus, fuerit sol interdiu in arcu d g, vmbram semiaxis in rectam linẽ e i, proijciet. Quoniam verò arcus ipse d g, à puncto mediæ noctis interuallo vnius horæ distat, recta igitur e i, finem primæ horæ post mediam noctẽ, initium vẽ vndecimæ antemeridianæ indicabit, tametsi ipsa recta linea ad partes meridiei exposita sit. Cæterũ in ea poli eleuatione in qua Horizõ circulũ Cancri contingit, in ipsa solstitij die sol veluti exoriẽs atq; occidens ad a, vmbram proijciet in e f, infinitam: tunc igitur ipsa recta linea e f, nec meridiem nec mediã noctẽ representabit. Sed in alijs regionibus in quibus naturalis dies in lucẽ ac noctẽ dissecatur, mediæ noctis linea nũcupabitur. Arcus ita q; i f, primã horã post mediã noctẽ representabit: qui quoniã angulũ f e i, in cẽtro subtẽdit æqualẽ angulo a e g, cõtraposito, æqualis erit idcirco arcui a g, primæ horæ pomeridianæ. Et eodem modo demõstrabis reliquos arcus post mediam noctem reliquis post meridiem eiusdem denominationis æquales esse, itemq; arcus ante mediam noctem reliquis ante meridiem æquales etiam. Arcus autem secundæ horæ maior est arcu primæ horæ, & arcus tertiæ maior arcu secundæ, & ita deinceps vsq; ad finem sextæ, tẽpori à meridie distantiori maior arcus in horizonte respondet, & similiter in horizontali horologio. Esto enim g r, arcus secundæ horæ in horizontis circunferentia, quem horarius circulus z d r, distinguat: igitur ipsi tres circuli z d r, i d g. & f d a, æquales arcus ab æquinoctialis circunferentia abscindunt. At verò si arcus g r, æqualis concederetur ipsi a g, aut eo minor, sequeretur per 4. tertij Theodosij arcum æquinoctialis primæ horæ maiorem esse arcu æquinoctialis secundæ, quod est absurdum & contra hypothesin: maior est igitur g r, ipso g a, & eodem modo de reliquis vsque ad sextam demonstrabitur. In horologijs autem verticalibus quorum plana ad meridiem exposita sunt, duodecim tantum horæ designantur: quoniam ipsa horologij superfities cum in plano verticalis circuli posita sit, per æstatem post sextam horam matutinã illustratur à sole: in æquinoctio autem ab exortu vsq; ad occasum illuminatur, non igitur ante sextam: reliquo tempore constat solem post sextam horã matutinã oriri, & ante sextam vespertinã occidere. Horologij centrum quemadmodum in horizontali, horizontis centrũ supponitur. Axis inclinatio supra planum ipsius verticalis horologij, angulum continet complementi altitudinis poli, in dato Horizonte. Horarum spatia distinguntur per eosdem horarios circulos per mundi polos venientes, vniuersamque æquinoctialis circunferentiam in partes æquales quatuor & viginti disterminantes. Permutantur autem horologia verticalia & horizontalia ea lege, vt si duorum locorum latitudines iunctim quadrantem conficiunt, horizontale vnius reddatur alterius loci horologium verticale, & viciſsim verticale horizontale. Esto enim a b c, horizontis semicircunferentia septentrionalis, sitque a f c, semicircunferentia verticalis circuli, qui per sectiones horizõtis & æquinoctialis incedit: meridiani quadrãs sit b e f, pũctũ

vertica-



verticale f: polus manifestus septentrionalisq; esto e, cuius altitudo supra horizontem est b e, semicirculus a e c, sextam horam ante meridianam & promeridianam demonstrabit. Ducantur reliqui quinq; circuli horarum distinctores: per eos igitur diuidetur quadrans a b, in arcus proportionales arcubus circuli horologij horizontalis circa idem centrum descripti. Et per eosdem quoq; circulos diuidetur quadrans f c, in arcus proportionales arcubus circuli horologij verticalis circa idem centrum descripti. Nam ipsorum circulorum plana per horizontis centrum venientia, horizontalium horologiorum & verticalium circunferẽtias perinde secant, atque quadrantes a b, & f c. Rursus intelligamus alium locum orbis sub eodem meridiano, cuius vertex sit ad b, septẽtrionalis horizontis semicirculus sit a f c, verticalis autem



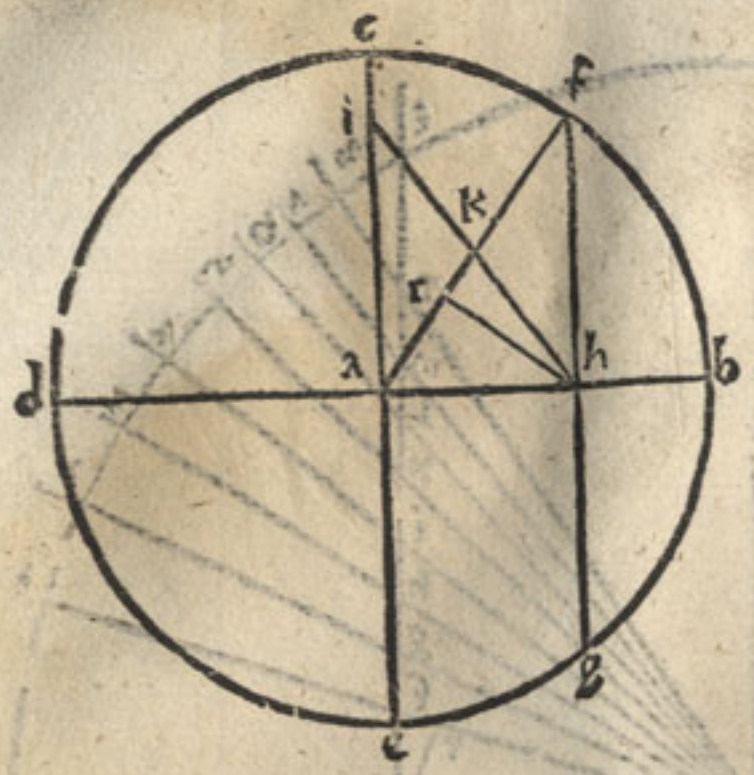
a b c. Erit igitur altitudo poli arc⁹ e f, qui antea erat altitudinis complementum: & eisdem spatijs modò diuisus erit quadrans f c, pro horologio horizontalj, quibus antea distributus erat ꝑ verticali. Similis enim seruatur circulorum situs: sed altitudo poli permutatur in altitudinis complementũ, ipsæq; latitudines compositæ 90, gradus efficiunt. Horologium igitur horizontale eius loci qui altitudinem poli habet b e, redditur verticale ad eum locum cuius altitudo est e f, & vicissim huius loci horizontale, fit illius verticale, quod demonstrandum erat.

Hactenus de ratione horizontalium & verticalium horologiorum: quorum descriptiones in vno plano faciles erunt, si triangulũ rectangulum prius in eo constituatur, cuius alter acutorum angulorum tot gradus circunferentiæ circuli subtendat, quot altitudo poli in dato horizõte habet. Sic enim latus oppositum semidiameter erit æquinoctialis horologij, ex quo horarum distributiones in horizõtali horologio deducuntur: latus verò rectum angulum subtẽdens ipsius horizontalis horologij semidiameter: & quod reliquum angulũ altitudinis æquatoris subtendit, pars axis erit inter centrum horizontis & centrum æquinoctialis horologij. At quoniam quod ad horologij horizontalis descriptionem attinet, nihil prorsus refert, siue planum æquinoctialis horologij planum horizontis intersecet, inclinationem cum eo efficiens altitudinis æquatoris quemadmodum mente cõcepim⁹ finximusq;, siue in vno eodemq; plano vterq; circulus describatur, quòd linearum intersectiones à centro æquinoctialis horologij venientium cum contingẽte linea in eisdem pũctis fiant: & proinde eadem horariorum interuallorum discrimina in horologij circunferentia. Quoties igitur horologiũ horizontale construere in animo fuerit, in plana aliqua superficie quouis interuallo, vt a b, circa centrum a, circulus describatur b c d e, qui æquinoctialis horologij officio fungetur: eum itaq; diuidem⁹ in quadrantes, ductis dia-

metris c e,& b d, se se ad rectos ãgulos super cẽ tro a,secantibus & à puncto b,super a b, per pẽ dicularem ducemus b z. Quadrantem verò b e in sex æquales partes diuidemus,quarum quæ libet quindecim gradus complectetur, & per singulas diuisionum notas, rectas lineas à cẽtro trahemus, rectam lineam b z, secantes in punctis f g, h, r, o. Supputabimus deinde in ipso b e, quadrante ab e, versus b, numerum graduum altitudinis poli in dato horizonte, & per eorum finem i, rectam lineam trahemus à centro,ipsam b z,secantem in t puncto, constructum itaq; erit rectangulum triangulum a b t,in quo quidem angulus a t b, æqualis coalternusq; angulo e a t, altitudinis poli rectam a b,respicit æquinoctialis horologi,semidiametrum:& propterea recta linea a t, rectum subtendens angulum qui ad b, semidiameter erit horizontalis horologij in data latitudine regionis. Producatur igitur recta linea d b,& super centro K, interuallo autem b K, ipsi rectæ lineæ a t, æquali,circulus horizontalis horologij describatur b l m n, qui duabus diametris b m,& l n, se se inuicem super ipso centro ad rectos angulos secantibus, in quadrantes diuidatur. Mox à centro k,rectæ trahantur lineæ,ad ipsa per pendicularis contingentis vè lineæ pũcta f, g, h, r, o: hæ enim simul cum semidiametris b k,& k l,quadrantem b l, in sex inæquales arcus dissecabunt,totidem ęqualibus horis respondentes. Linea enim b k, meridiem representabit: k l finem sextæ horæ promeridianę: reliquæ autem reliquarũ quinq; horarum fines,suo ordine:quibus debiti numeri inscribantur. Ipsis demum spatijs quadrantis b l,æqualia ponantur circini officio in quadrante b n,& reliquas sex horas habebim⁹ ante meridianas: deinde verò à singulis punctis diuisionis rectæ lineæ ducantur per centrum K,ad opposita circunferentiæ pun&a:& diuisus tandem habebitur circulus horologij in spatia horarum 24. Sed ea solum expriman tur in ipso horologio,quæ numerum horarum longissimi in data regione diei,indicatura sint reliqua enim superuacanea sunt. Etlicebit etiã circulum horizontalis horologij ad libitam mensuram prius describere:deinde verò ex eo deducere æquinoctialis semidiametrum, in hunc videlicet modum. Circa centrum k,quãtolibet interuallo vt k b,circulus horizontalis horologij describatur,& in quadrantes diuidatur,ductis diametris b m, & l n. Tunc verò ex altera diametrorum sinus rectus excipiatur arcus altitudinis poli, in dato horizonte: ipse enim rectus sinus semidiameter erit æquinoctialis horologij,ex quo horaria spatia deducenda sunt. Rectam igitur b m, producemus in d,ex qua rectam b a,æqualem sumemus eidem sinui altitudinis poli:& super a, centro,interuallo autem a b,circulum describemus b c d e, qui officio fungetur æquinoctialis horologij,ex quo horarum discrimina pro horizõtali elicienda sunt: & reliqua absoluantur vt anteà. Postremò stilus ferreus infigatur in centro k, qui tantum eleuetur super lineam k b, vt efficiat cum ea in ipso k,puncto, angulum æqualem angulo a t b,aut e a t,altitudinis poli,& eius fastigium æqualiter distet à punctis l,& n. Sic enim in plano meridiani permanebit,mundiq; axem representabit. Vel si libet, triangulum construatur ex quauis dura ac tenui materia, latera habens æqualia lateribus trianguli a b t, erigaturq; ad perpendiculum super plana superficie horologij, eo modo, vt linea a t,rectè iaceat super b k,conucniatq; a, cum b,& t cum K. Tunc verò horologio collocato ad horizontis æquidistantiam, & linea b m, posita in meridiana, punctoq; b, mediæ noctis angulum aspiciente, stili vmbra horam diei commostrabit. Verticale horologium dati loci similiter fabricetur,quemadmodum horizontale eius qui altitudinem poli æqualem habet altitudini æquatoris ipsius dati loci.

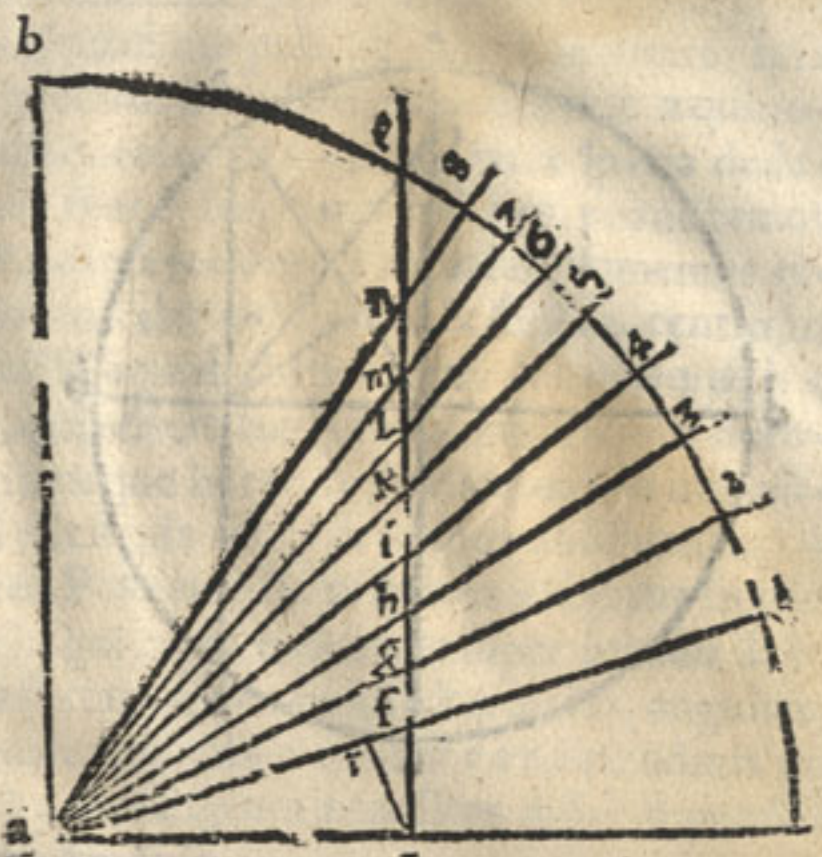
Ex his constabit quàm vehementer erret Orontius in descriptione horologiorum. Prima enim propositione libri primi, protypum generalem deseribit fabricãdorum horologiorum,in hunc modum. Circa centrum a, circulum describit b c d e,quem binis diametris b d & c e,in eodem centro a,se se ad rectos angulos dirimentibus in quatuor quadrantes diuidit. Horũ quadrantum dextrum & superiorẽ b c,in 90,æquales partes distribuit:& supputat à puncto b, versus c,altitudinem poli supra horizontem eius loci ad quem horologium fabricare libet, finem verò suputationis notula f signat:& à centro a, ad datum punctum f, rectam ducit a f. Deindè ab eodem puncto f, super rectam b d, perpendicularem deducit f g, quæ descripti circuli circunferentiam attingit in puncto g,& b d,secat in h. Ipsi autẽ f h, æqualem constituit a i, in semidiametro a c, & a puncto h, ad punctum i, rectam lineam

ducit



ducit h i, quæ rectam a f, secat in pũcto K. Erit igitur f h, sinus rectus altitudinis poli, ipsa verò a h sinus rectus complementi eiusdem eleuationis polaris. Huiusmodi autem descriptionẽ generalem protypum appellat, pro horizontalibus & verticalibus horologijs constituendis. Postea verò in secunda propositione horologium horizontale fabricaturus, ad latitudinem arcus b f, lineã æqualẽ rectæ a h, huius sui generalis protypi, semidiametrum constituit horologij: rectam autem lineam æqualem ipsi a K, aut f K, semidiametrũ ponit æquatoris horarij. Rursus in tertia propositione lineam constituit rectæ f h æqualẽ pro semidiametro verticalis horologij eiusdẽ latitudinis b f: pro semidiametro verò æquatoris horarij, lineam ponit ipsi a k, aut K f, æqualem: in quibus euidenter errat. Sunt enim per quartam primi duæ rectæ lineæ a f, & h i, inuicem æquales: & duo anguli h a f, a h i æquales: item duo anguli qui ad f, & i, æquales: quapropter duo anguli K f h, K h f, æquales erunt per 29 ipsius primi libri & cõmunẽ sententiã: æqualis est igitur a k, ipsi h K, & f k, eidẽ h k, æqualis etiã per sextã eiusdẽ primi: dimidium est igitur a K, ipsius a f, & h k, ipsius h i. Et propterea quoties loci latitudo arcus videlicet b f, dimidio quadrãtis maior fuerit, veluti in Parisiensi latitudine, & plerisque alijs, erit vterque æqualiũ angulorũ k a h, & k h a, dimidio recti anguli maior: reliquus igitur a k h, recto minor erit per 32 propositionem primi & communem sententiam. Quapropter si rectam a h, semidiametrum constituamus horizontalis horologij ad latitudinem b f, non erit a K, aut æqualis k h, semidiameter æquatoris horarij, ex quo spatiorum horariorum discrimina eliciuntur. Sed deducemus à puncto h in rectam a f, perpendicularem h r, quæ propterea quòd angulus a k h, est acutus, cadet inter a, & k: erit itaque ipsa h r, semidiameter æquatoris horarij, & a r, pars axis. Liquet autem eandẽ h r, sub minori angulo subtensam, minorem esse recta h K, aut a K, & angulum a h r, qui relinquitur ex recto altitudinem æquatoris siue latitudinis complementum repræsentare, non h a K, aut a h K, vt ex dictis Orontij infertur. Quòd si latitudo b f, dimidio quadrantis minor supponatur, erit angulus a K h, recto maior: cadetque propterea perpendicularis ex h deducta inter K, & f. Et erit ipsa perpendicularis æquatoris horarij semidiameter, minor etiam eadem K h, aut a k. Tantum enim vbi loci latitudo dimidio quadrantis æqualis fuerit, cadet perpendicularis in K: & vterque angulorum K a h, a h K, dimidiũ recti erit: rectaque linea a h, semidiameter erit horologij horizontalis, a K verò æquatoris horarij semidiameter. Ex his manifestum est etiã errasse in descriptione verticalis horologij. Enimverò si latitudo loci est b f, erit a f h, angulus complementi latitudinis eiusdem loci: quapropter si f h, constituatur semidiameter horologij, erit perpendicularis h r, semidiameter æquatoris horarij, & f r, pars axis, quemadmodum superius demonstrauimus. Erit autem a K, semidiameter æquatoris horarij, vbi latitudo loci dimidio quadrantis æqualis fuerit: ibi enim idem horologium, horizontale est atque verticale. Nec minus falsa sunt quæ affert in septimã propositione eiusdem primi libri horologiorum. Describit enim meridiani quadrãtem a b c, cuius circunferentiam b c, in 90 partes æquales distribuit: & trahit à centro a, rectas lineas ad fines arcuum singulorum climatum. Secat deinde ex a c, partem a d, pro futuri horologij magnitudine: & à puncto d, super a c, perpendicularem erigit d e, ipsi a b, parallelam quæ lineas ex centro ductas secat in pũctis f, g, h, i, K, l, m, n. Ait igitur rectam a d, semidiametrum fore horizontalium horologiorum: perpendicularem d f, semidiametrum verticalis horologij primi climatis: d g secundi, d h tertij, & ita de cæteris: subtensam autem a f, æquatoris horarij dimetiem em primi climatis, a g secundi, a h tertij, a i quarti, & ita de reliquis. Sed hæc omnia apertissimè cõstat falsa esse. Est enim a f, semidiameter horologij horizontalis primi climatis, & perpendicula-

dicularis d f, ſemidiameter æquatoris horarij: a d verò pars axis eſt. Rurſus a f, ſemidiameter horologij verticalis eiuſdem climatis primi, & a d, ſemidiameter æquatoris horarij, reliqua autem d f, pars axis. Quòd ſi ponamus a d, ſemidiametrum horologij horizontalis, deducenda erit idcirco ex d, in a f, penpendicularis d r, quæ ſemidiameter fiet æquatoris horarij, & a r, pars axis. Et ſi rectam d f, ſemidiametrum conſtituamus verticalis horologij, erit adhuc ipſa d r æquatoris horarij ſemidiameter. Patent hæc ex ſupra oſtenſis. Et falſa ſunt igitur quæcunq; alia horologia per huiuſmodi Orontij fundamenta conficiuntur. Reliqua autem inclinata, & pẽdula ſolaria horologia ab eo tradita, examinandi otium nõ eſt.



FINIS.

BIBLIOTHECA DA UNIVERSIDADE

PETRI NONII
SALACIENSIS, DE CREPVSCVLIS
LIBER VNVS.

ITEM Allacen Arabis vetuſtiſsimi, de cauſis Crepuſculorum Liber vnus, à Gerardo Cremonenſi iam olim Latinitate donatus, & per eundem PETRVM Nonium denuò recognitus.

SECVNDA EDITIO.

BIBLIOTHECA DA UNIVERSIDADE

CONIMBRICAE.

Excudebat Antonius à Mariis.

Anno 1573.

AD PERQVAM SVBLIMEM ET POTENTISSIMVM LVSITANIAE REGEM Ioannem. III. Aphricum, Æthiopicum, Arabicum, Persicum, Indicũ, in opus de Crepusculo PETRI NONII, Geographi, præfatio.

NCIDIT NVPER SERMO DE Crepusculis Rex inuictissime coram Principe integerrimo, vitæ sanctimonia & literarũ cognitione ornatissimo, fideiq; nostrę acerrimo defensore, Infante Henrico illustrissimo fratre tuo. Qui cũ nullum tẽpus intermittat, quin semper aut animarũ saluti prospiciat, aut optimos quosq; authores euoluat, aut literatorum hominum colloquia audiat, Astronomię theorematis mirum in modum delectatur: non illius quidem fluxę fidei, & penè iam explosę, quę de iudicijs ad vitá fortunamq; pertinẽtibus agit: sed quæ de syderum cursu deq; vniuersa cœli ratione disputat. Eũ tu rex humanissime decem ab hinc annis, mathematicis scientijs instituendum à me curasti. Didicit ille diligentissime breuiq; tẽpore, Arithmetica & Geometrica Euclidis elementa, Sphęræ tractatũ, Theoricas planetarũ, partem magnæ astrorũ compositionis Ptolemęi, Aristotelis mechanica, Cosmographica omnia, Priscorum quorũdam instrumẽtorũ vsum, & nõnullorum etiam quę ego ad nauigandi artẽ excogitaueram. Quod si in eis diutius versatus fuisset, equidem perfectus in mathematicis euasisset. Sed oportebat eũ sacris initiari inaugurariq;, & in præclara studia Theologiæ incũbere. Quotidie tamen problema aliquod scisciatur, arduum difficile & ingeniosum. Quoniam vero per tempus non licet, geometricis demonstrationibus operam dare, demonstrandi onus mihi imponit. Quæsiuit autem diebus superioribus de Crepusculorũ longitudine in diuersis climatis. Nec defuere qui ex tempore non solum rem absoluere tentarent, verum etiam & inuenisse (quando multos habemus Gorgias Leontinos) asseuerarent. Quumque nihil aliud prętercquàm tritum quiddam atq; peruulgatũ, & à nemine (quod sciam) hactenus demonstratum, in medium proferri viderem, libuit rem hanc per mathematicæ artis certissima euidentissimaq; principia, enodatius explicare. Igitur meditando & inuestigando, ea inueni quæ nusquam legeram, & quę nisi demonstratione mihi innotuissent, plane supra fidem erant:

erant: nempè cum primam Capricorni partem sol fuerit ingressus, dies augeri, sed crepuscula minui incipiunt: priusquam vero totam Zodiaci hyemalem quartam absoluat, breuissimum crepusculum agit, in Horizonte Olyssipponensi, vigesima quinta die Februarij (vt certissimus calculus indicauit) nostra ætate: inde rursus augentur vsque ad tropicum æstiuum. At habitantibus sub æquatore, quæ regio latissime sub tuo patet imperio, cum supra verticem fertur, æquinoctij tempore, breuissima crepuscula fiunt: reliqua omnia ad vtrumque tropicum in dies maiora: adeo est diuersa crementi crepusculorum ac dierum ratio: & pleraque alia demonstraui scitu dignissima iucundissimaque. Porro hęc mea demonstrandi methodus alia est fateor aliquando, ab ea qua prisci illi authores Menelaus, Ptolemęus, & Geber viri doctissimi vsi sunt: sed ab Euclide & Theodosio haud quaquam aliena. Cæterum vtrum facilior aut ad opus expeditior, eruditi omnes expendent. Hęc verò quanquam perexigua, & quę iustum volumen non attingant, ob cõmunè tamen vtilitatè publicanda esse censui. Quippe qui vt harum liberalium artium studiosis aliqua ex parte prodesse possim, in huiusmodi studijs assidue versor. Adiunxi vetustissimi arabis Allacen opusculum quoddam à Gerardo Cremonensi iam olim in Latinum translatum, in quo crepusculorum causæ examussim examinantur. Sed id adeo deprauatum & mendis corruptum inueneram, vt plus in alieno codice castigando, quàm meo de integro cudendo sudauerim. Hęc autem tibi Rex sapientissime, scientiarum patrono & cultori dedicare volui, qui literas literatosque omnes tueris, foues, & prouehis. Non vt tua maiestate digna minutula hæc censerem: sed vt occasionem aliquam nanciscerer excusandi me quòd interpretationem Vitruuij tam diu sim moratus: nam præ aduersa valetudine inchoatum opus & supra quàm dimidiatum non absolui: partim etiam quod magnanimo Principi Infanti Ludouico fratri tuo literarum studiosissimo, quotidiana lectione Aristotelis libros exponam. Nec enim satis esse putauit, ad expugnandam Tunetem, munitissimam Aphricę vrbem, cum Carolo Imperatore transfretasse, in omni belli expeditione, & prelij incursu, strenuissimum se præbuisse: nisi intermissa studia reuocasset, Arithmeticam, Geometriam, Musicam, & Astrologiam mire percalluisset: etiam vero nunc reliquarum scientiarum ornamento animum excolere non cessat: non vt plerique nostra ętate Philosophi qui mathematum ignorationem pro compendio ducunt. Sed debui ego (fateor) nihilominus toto animo delegato mihi officio vacare: nulla mihi apud regem meum iusta excusatio. At ignoscès tu Rex Christianis-

tianiſsime clementiſsimeque: preſertim quòd breui vt ſpero promiſſum opus abſoluam. Valeat & quãdiutiſsime nobis viuat inclyta maieſtas tua. Olyſsippone, Anno ab orbe redempto M.D.XLI. Decimo quinto Cal. Nouemb.

ANTONII PINARII IN LAVDEM operis carmen.

Cinthia quæ rapidis nocturna crepuſcula bigis
Proferat, aut rutilos Sol vbi pungit equos
Quam certis medius conſtet regionibus aer
Aethereo quæ ſint ſydera fixa polo.
Omnia ſollerti veſtigans ordine Petrus
Nonnius Herculea dat tibi lector ope.
Tolle humiles animos, terrarumque exue curis
Pectora, non magnus magna libellus habet.

BIBLIOTECA DA UNIVERSIDADE DE LISBOA

PETRI NONII Salacienſis incipit.

IOANNES DE SACROBVSTO Spheræ vulgatæ author, Stoſlerus in elucidatione aſtrolabij, cæteriq; quos ego legerim aſtrologi, qui de crepuſculis loquũtur, Crepuſculũ diffiniunt, lucẽ dubiam, mediam inter diẽ ac noctẽ. Quare in qualibet die bina crepuſcula eſſe neceſſe eſt, alterũ matutinũ quod ſub auroram fit, alterũ veſpertinũ quod ſub veſperã. Matutinũ porrò tunc initiari, aut veſpertinũ finiri affirmãt, quum ſol ante exortũ, aut poſt occaſum gradibus decẽ & octo ab horizonte abeſt, cius quidem circuli maximi mundanæ Speræ, qui per verticẽ regionis atq; ſolem meat. Igitur quoties eam temporis intercapedinẽ metiri libuerit, quam crepuſculũ ſibi vendicat, obſeruandum erit, quanto temporis ſpacio zodiaci gradus ſoli oppoſitus, ex parte orientis gradibus decem & octo ſupra horizontẽ extollatur: nam idipſum eſt quod veſpertino crepuſculo debetur. Rurſum condiſcendum quanto tẽpore idẽ gradus oppoſitus ſoli, quum à parte horizõtis occidentali, ſub æquali arcu eleuatus fuerit, in occaſum veniat: ipſum enim tẽpus quod interim fluxerit, matutini crepuſculi longitudinẽ diffiniet. Quanquã vero huiuſmodi tempora ſupputationibus arithmeticis, iuxta geometricas demonſtrationes arcuum & angulorũ ſphæricorũ, cõmode colligi poſſent: nihilomin⁹ aſtronomi quia faciſe hoc modo propoſitũ aſſequi poſſunt, in tympanis aſtrolabij pro varia poli mundi ſublimitate, ipſa tẽpora perquirũt. Atqui ſuppoſito primo illo fundamento, quod ſol ſub horizonte depreſſus gradibus decem & octo, ſcilicet ante exortũ illuſtrare incipiat ſuperũ hemiſphærium, matutino crepuſculo, ſed poſt occaſũ veſpertinũ crepuſculũ finiat, modus quo vtũtur ad mẽſurãdas crepuſculorũ intercapedines, certiſsim⁹ eſt. Manifeſtũ eſt enĩ ex eis quæ cũ à nobis, tũ ab alijs alibi demõſtrata ſũt, oppoſita per diametrũ eclipticæ pũcta, æquas dierũ ac noctiũ viciſſitudines habere: æqualiaq; tẽporũ ſpatia pũctui deſcẽdẽti, atq; oppoſito aſcẽdẽti reſpõdere altitudine æquali. Igitur ſub vnũ idẽq; tẽporis interuallũ, eclipticæ gradus quẽ ſol ipſe occupat, gradib⁹ decẽ & octo ſub horizõte deprimitur, atq; oppoſit⁹ eleuatur. Quare nõ incõmode ex oppoſitorũ graduũ aſcẽſu aut deſcẽſu, crepuſculorũ lõgitudines eliciũtur: quod recẽtiores aſtronomi obſeruãt.

Appendix. I.

Et quoniã æquales altitudines ãte meridiana, & pomeridiana, æqualia habẽt tẽporũ interualla, ab exortu & ab occaſu: hinc infertur, vniuſcuiuſq; eiuſdẽ diei crepuſcula, matutinũ & veſpertinũ, æqualia inuicẽ eſſe.

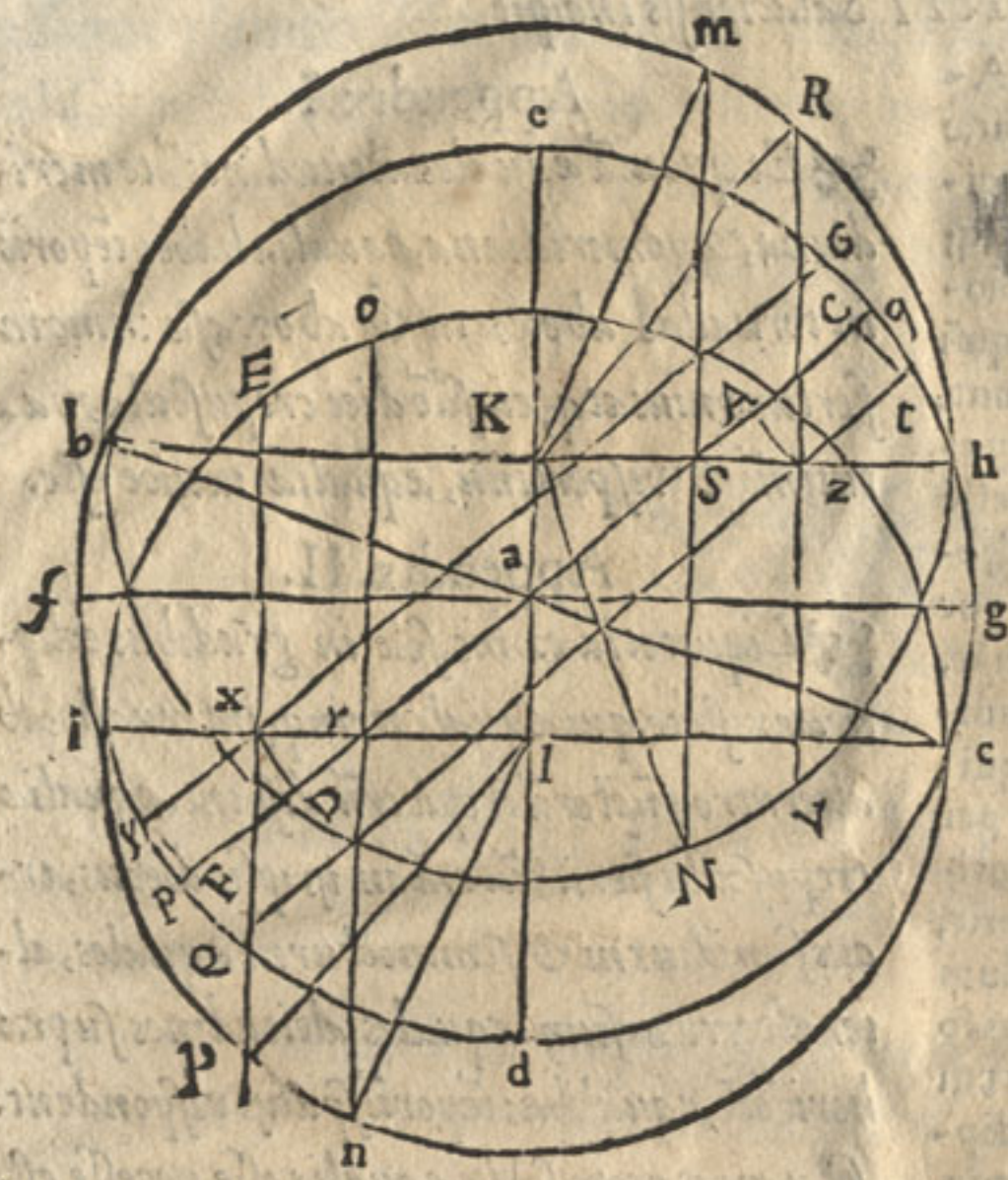
Appendix. II.

Liquet etiã ex his, ſole in gradibus eclipticæ exiſtẽte, qui æqualiter vtrinq; interuallo, ab alterutro pũctorũ tropicorũ diſtant, æqualia crepuſcula fieri. Sũt enĩ in ijs ipſis diebus, arcus ſemidiurni & ſeminocturni æquales, alter alteri: rurſum æquales altitudines ſupra horizõtẽ, æqualibus tẽporũ ſpatijs reſpondent. Quare et crepuſcula æqualia eſſe neceſſe eſt.

Lemma ſiue aſſumptio.

Oppoſitæ eclipticæ punctæ per diametrũ, noctes diebus æquales viciſſim habere, & reliqua quæ aſſumpſimus demonſtrare.

Phere ęcẽtrũ eſto a, axis e d, poli igit̃ e, d: pũcta eclitipcę p dia metrũ oppoſita, ſint b, c, & veniat meridian⁹ per b, veniet igitur & p c, quũ meridiãnus & ecliptica nõ niſi p ęqualia ſe inuicẽ ſecẽt, p 15. primi Theodoſij: cões ſectiões ęquatoris, & eorũ ęquidiſtãtiũ, qui p b, c, pũcta motu diurno deſcribũtur, cũ meridiano e b d c, ſint b h, f g, ic: igit̃ habebũt eoſdẽ polos e, d, p primã propõnẽ ſecũdi li. Theodoſij. Secabitq; idẽ ipſe meridianus e b c d, circulos ipſos ęquidiſtãtes, per eq̃lia et ad rectos ãgulos p 19. propõnẽ primi. Pręterea axis e d, p pẽdicularis



eritin eorum plana, & per eorum cen tra tranſibit, per. 12. primi: idcirco rec ta f a g, per cẽtrum veniens, diameter ęquatoris fiet, a t b h, i c, duorum prędictorum circulorum æquidiſtantiũ erunt diametri, & K, l, puncta, in com munibus ſectionibus axis, eorum centra. Quoniam vero in triangulis a b K. a c l. duo anguli ad a, equales ſũt per. 15. propoſitionem primi libri Euclidis, & anguli ad K. l. centra recti. prę terea latera a b, a c: eos ſubtendentia equalia, neceſſe eſt per. 26. propoſitionem primi, reliqua latera vnius trianguli, reliquis lateribus alterius equalia eſſe: igitur b K, l c. ſemidiametri equales: & circuli ipſi æquidiſtantes qui ex b, c. punctis deſcribũtur: æquales quoq; per diffinitionem. Sint autem huiuſmodi circuli b m N, i n o. Porro ſecet horizon quiuis obliquus deſcriptũ meridianum ſuper recta linea p q: circulũ b m N. ſuper recta m s N: & reliquum circulum i n o, ſuper recta n r o. Igitur m b N. erit arcus diurnus, reliquus vero m h N, nocturnus, eorum qui polũ e, manifeſtum habent. Similiter n i o, diurnus, & reliquus arcus n c o nocturnus erit. Pręterea intelligamus bina triangula a K s, a l r. quorum anguli ad K. l, recti ſunt, & anguli ad a: æquales per 15. primi: latera autem a K, a l, equalia oſtenſa ſũt: igitur per. 26. propoſitionem primi. K s. & l r. rectæ lineę æquales inuicem ſunt. At quoniam tam horizon quàm circulus b m N, meridianum ſecat ad rectos angulos per. 19. propoſitionem primi libri Theodoſij: ipſorum cõmunis ſectio m s N, ſecabit meridianum ad rectos angulos per 19. propoſitionem. 11. Euclidis. Eſt autem recta linea b s h, circuli b m N, diameter, in plano meridiani ſita: igitur anguli quos b s h, & m s N, ad pũctũ s, faciunt, recti ſunt. Simili quoq; argumento probabitur, eos angulos quos rectæ n r o, i r c, ad punctum r, faciunt rectos eſſe. Quapropter in duobus triangulis K m s, l n r, rectangulis, duę rectæ m s, n r, inuicem ęquales erunt per 47. propoſitionem primi Euclidis, & communem ſententiam: idcirco anguli m k s, n l r, æquales per. 8. propoſitionẽ primi: & arcus m h, n i, ęquales

æquales per.26. propositionem tertij. Et quoniam semicircūferentiæ b m h, i n c, æquales sūt, idcirco per cōmunē sententiam reliqui arcus b m, n c, æquales erūt. Porro arcus b m. semidiurnus est puncti ecliptice b, & m h, eiusdē seminocturnus: reliquorum vero i n, semidiurnus, & n c, seminocturnus: igitur semidiurnus vnius puncti, seminocturno oppositi æqualis est, & vicissim seminocturnus semidiurno, quod demonstrasse oportuit. Hoc etiam simpliciori syllogismo demonstrari poterat: Satenim erat ostendisse, angulos ad s, & r, rectos esse, & rectas k s, l r, æquales: nam eo modo rectæ b s, c r, æquales fiūt, sinusq; versi arcū b m, n c, in ipsis circulis æqualibus: & quæ relinquuntur s h, r i. æquales, sinusq; versi arcuū m h, n i. Quòd autē arcus seminocturni in eodē circulo inter se æquales sint: semidiurni similiter æquales alter alteri, manifeste liquet cōnexa k N: nam per 47. & 8. propositionem primi, in duobus triangulis k m s, k N s, fient anguli ad k, punctum æquales: idcirco arcus seminocturni æquales erūt per 26. tertij, & per cōmunem sententiam: semidiurni etiā alter alteri æquales. Quod etiā per solā 12. se. li. Theod. ostendi potest, prior verò pars per. 22.

Ræterea concipiamus animo, pūctum ecliptice b, descendisse ex horizonte, arcumq; sui æquidistantis transegisse m R, sed punctum c. ascendisse, arcumq; sui æquidistantis absoluisse n P. Secet autem circulus æquidistans horizonti qui per R venit, in hemispherio infero, planum meridiani super recta Q z t, circulū verò b m N, super recta R z v: fietq; arcus q t, aut p Q æqualis arcui occultationis pūcti b, in circulo verticali, quū est ad R: rursum secet circulus alius horizonti æquidistans, qui per P. venit in supero hemispherio, planum quidem meridiani super recta y x G: circulum porro i n o, super recta P x E: fietq; similiter arcus q G, aut p y, æqualis arcui ascensionis puncti c, in circulo verticali, quum est ad P. Dico quòd si arcus temporum m R, P n, æquales supponātur, necesse est q t, arcum occultationis, arcui p y, eleuationis supra horizontem æqualem esse: & vicissim si arcus ipsi occultationis & eleuationis inter se æquales dentur, necesse est arcus temporum m R, n P, inuicem æquales esse. Deducātur ex punctis t, z, y, x in rectam p q per pēdiculares t C, z A, y F, x D: & detur primum arcus m R, n P, inter se æquales esse. Igitur quoniam duo arcus m h, n i, æquales ostēsi sunt, duo reliqui R h, P i, æquales erunt per communem sententiam: id circo angulus R k z, trianguli, z K R, angulo P l x. trianguli x l P, æqualis erit per 27. tertij: anguli autem ad z, x æquales sunt, nempe recti, & K R, L P, semidiametri æquales: igitur K z, l x,

per.26. primi,inter ſe æquales erunt: ex ijsitaq;detractis K s,l r,ęqualibus, duæ rectæ s z,r x, ęquales relinquentur per cõmunem ſententiam. Quoniam vero in triangulis A z s, D x r, anguli ad s,r,æquales ſunt, quod per 15.propoſitionem.28.&.29.primi Euclidis facilè probabitur, & angulus ad A.D,recti,& ipſa latera s z,r x,vt modo demonſtrauimus æqualia, idcirco latus A z, lateri D x, per.26.primi ęquale erit:atqui t C,parallela eſt ipſi A z,& y F,paralella ipſi D x, per. 28. propoſitionem primi. & duæ rectæ y G,Q t,ipſi p q.paralellę per.16. propoſitionem.11.igitur per 34.propoſitionem primi & cõmunem ſententiã duę rectę y F,t C.inter ſe ęquales erũt: Hæ autem ſinus recti ſunt arcuum t q,p y.igitur ipſi arcus t q,p y,æquales erunt:quorum vnus eſt occultationis punctib, ſub horizonte, quum eſt ad R.alter vero eleuationis puncti c, in hemiſpherio ſupero, quum eſt ad punctum P.ſui paralelli. Sed ponantur arcus t q,p y,ęquales:dico quòd duo arcus m R,n P.quibus occultationis tẽpora,& æqualis eleuationis metiũtur, inter ſe æquales erunt. Vtemur enim ad hoc demonſtrandum eadem ipſa deſcripta figuratione,in qua perpendiculares t C,y F, æqualium arcuum ſinus recti,æquales inuicem eſſe comprobantur:igitur perpẽdiculares z A, x D.inter ſe æquales erũt per.34.propoſitionem primi Euclidis & communem ſententiam:anguli verò ad s, r, puncta in ipſis triangulis A z s,D x r, ęquales oſtenſi ſunt,& duo anguli ad A,D,recti:propterea duo latera s z, r x,inter ſe ęqualia erũt per.26.primi: At duas rectas K s,l r.æquales eſſe demonſtrauimus,igitur per communẽ ſententiam K z, l x. ęquales inuicem erunt: idcirco in duobus triangulis K R z,l P x,rectangulis latus z R,lateri x P,æquale erit per 47. propoſitionem primi & communem ſententiã: igitur in eiſdem triangulis rectangulis,anguli ad K,l,puncta ęquales erunt per.8.propoſitionem primi:ideoq; arcus R h.P i.ęquales per.26.propoſitionem tertij.Hos denique auferemus ex m h,n i.ęqualibus,& relinquẽtur duo m R,n P,æquales quibus tempora occultationis & æqualis eleuationis metimur,quod demonſtraſſe oportuit.

Idẽ aliter demonſtrare. Omniũ duorum punctorum oppoſitorum ex diametro ſphęrę,neceſſe eſt tantum vnũ eorum eleuari ſupra horizontẽ,quantum alterum ſub horizonte occultatur. Ducatur enim circulus maximus per verticem & alterum ipſorum pũctorum,qui neceſſariò per alterum trãſibit, alioqui non eſſent oppoſita ex diametro,& perueniet huiusmodi circulus ad punctum oppoſitum vertici. Huius autem circuli duos ſemicirculos intelligamus, alterum totum ſupra horizontem, alterum verò inter ipſa duo puncta oppoſita,ex arcu occulta

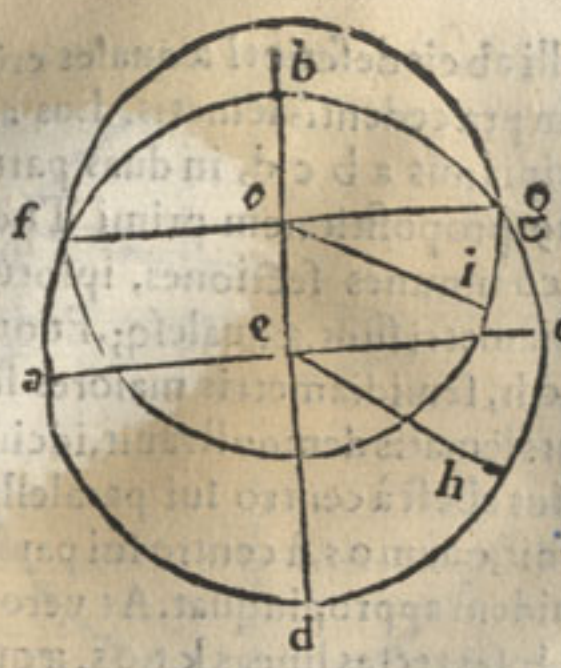
cultationis conflatum quadrante minore, & alio arcu quadrante maiore ſupra horizontem. Hunc porrò arcũ qundrante maiorem à duobus illis ſemicirculis auferemus, & per cõmunẽ ſententiam duo arcus occultationis & eleuationis ipſorum punctorum oppoſitorũ ęquales relinquentur. Quòd tempora ſint ęqualia demonſtratur. Moueatur enim ſphęra, & attigat alterum eorum horizontem. Neceſſe eſt igitur alterum etiam in horizonte eſſe, alioqui non eſſent oppoſita ex diametro. Sic igitur patet in vno eodemq; tempore alterum deprimi, & alterum eleuari vſquè ad vtrosq; horizontis contactus, quod demonſtraſſe oportuit.

QVod autem ſub æqualibus eleuationibus à parte orientali atq; occidua, in vna eadẽq; die æqualia labantur tempora, & viciſsim ęqualia temporum ſpacia non niſi ſub æqualibus eleuationibus fluant facilè demonſtrabimus. Concipiamus enim circulum quẽuis ex eis qui horizõti æquidiſtãt, ſecare circunferentiam circuli i n o, quem c. punctum motu diurno deſcribit, ab ortu quidẽ ſuper P, at ab occaſu ſuper E: quapropter P, E, puncta æqualibus arcubus ſupra horizontem eleuari neceſſe eſt. Dico q̃ arcus n P, orientalis arcui E o, occidentali æqualis eſt. Secet enim ipſe circulus horizõti ęquidiſtans planum meridiani ſuper rectam y x G, ſecabit igitur & circulum i n o, ſuper recta P x E: porro eũdem ſecuit horizon ſuper recta n r o, igitur ipſæ duę rectę lineę P x E, n r o. ęquidiſtantes erunt per 16. propoſitionem 11. Euclidis. Quare ſi puncta o P, coniungantur, duo anguli ad o, P, alterni ęquales fient per 29. propoſitionem primi. Idcirco arcus n P, E o, inter ſe æquales erunt per 26. propoſitionẽ tertij. Sed arcus temporum n P, E o, ſint ęquales: dico q̃ P, E, puncta ſupra horizontem æqualiter eleuabuntur. Cõnectatur enim P E, & per punctũ x. communem ſectionem rectarũ P E, ic. ducatur in plano meridiani, recta linea, y x G, æquidiſtans ipſi p q, horizõtis diametro per 31. propoſitionem primi Euclidis. Igitur ſi P o, puncta per lineam rectam cõiungantur, alterni anguli ad P, o, ſuper ęqualibus circunferentijs deducti, per 27. propoſitionem tertij æquales erunt: igitur paralellę ſunt ipſę rectæ lineæ n o, P E, per 27. propoſitionem primi. Quoniam verò rectæ lineæ y x G, P x E, ſeſe inuicem ſecant in vno erunt plano per. 2. propoſitionẽ. 11. Euc. Huiuſmodi autẽ planũ, ſecundũ circuli circunferẽtiã ſphęrã ſecare neceſſe eſt per primam propoſitiònem primi Theo. atqui duę ipſæ rectæ y x G, P x E, duabus rectis p r q, n r o, paralellæ ſunt: igitur plana ex eis deducta per. 15. propoſitionem

11. Euc. paralella erunt. Itaq; circulus qui ex y x G, P x E, rectis lineis sese secantibus deducuntur, horizonti æquidistat: arcus igitur quibus huiusmodi circulus ab horizontis ambitu, secundum verticales abest, inter se æquales sunt. Quapropter ipsa P, E, puncta circuli in o, æquales supra horizontem altitudines habebunt, æqualesq; ipsis arcubus y p, G q, quod demonstrasse oportuit. Aduerte q̃ arcus inter circulos æquidistantes eorum circulorum maximorum qui per polos ipsorum æquidistantium veniunt, inter se æquales sunt, quéadmodum 14. secũdi libri Theodosij probat. Sunt enim descendentes arcus circulorum maximorum æquales per 27. tertij Euclidis quia rectæ lineæ subtensæ per poli diffinitionem æquales, igitur per cõmunem sententiam arcus inter æquidistantes æquales. Præterea intelligere oportet, quòd omnis recta linea in diametrum circuli perpendicularis, interiacentis circunferentiæ sinus rectus existit. Ipsa enim deducta perpẽdicularis totius rectæ subtensæ dimidia pars est per tertiam propositionem tertij Euc. quare per quartam primi & 26. aut 28. tertij, dimidiũ erit eius rectæ quæ sub duplici arcu subtẽditur. Quòd autẽ in vno circulo aut duobus æqualib⁹ æquales arcus æquales habeant sinus 27. tertij &. 26. primi probant: viciſsimque demonstrabitur æquales sinus æqualibus arcubus respondere.

Idem aliter demonstrare. Describatur in sphæra circulus æquidistas horizonti interuallo æquali complemento eleuationis puncti dati. Et quoniã hic circulus & paralellus æquinoctialis per motum sphæræ descriptus in ipsis duobus punctis æqualis eleuationis sese intersecant, secabit itaq; meridianus vtranque portionem inter ipsa duo puncta in partes æquales per propositionẽ 12. secũdi lib. Theod. Eas autem auferemus ab arcubus semidiurnis æqualibus, & æquales arcus relinquentur per communem sententiã. Conuersionem verò ita demonstrabimus. Si arcus temporum dãtur æquales, æqualiter igitur distabunt à pũcto meridiei: describatur æquidistans horizõti per alterum ipsorum punctorũ. Dico quòd transibit per reliquum. Si non, sequitur per 12. secundi lib. Theo. partem æqualem toti, quod est impossibile. Quapropter si tempora fuerint æqualia, altitudines erũt æquales, quod erat ostendendum.

Aterum vt innotescat æquales dies noctesque fieri alterum alterũ, solę ecliptice pũcta possidẽte, quę æquali vtrinque interuallo ab alterutro tropicorum punctorum distant, solum demonstrare oportebit, quod huiusmodi pũcta motu diurno agitata, vnũ eundemque circulum describant. Igitur concipiamus in exigua hac depic-



ta figuratio ne circunfe rẽtiã a b c d, in quadran tes diuisam duabus dia- metris a c, b d, sese ad rectos angulos super centro e, inter secantibus, ecliptica esse: a c, com- munem sectionem plani huius circu- li, & eius coluri qui æquinoctia distin- guit: præterea & æquinoctialis: b d, cõ munem sectionem eiusdem plani at- q; coluri solsticia indicantis. Erunt igi tur a, c, æquinoctialia puncta b, d. tro- pica: sumantur autem puncta f, g quę vtrinque æquali interuallo distent ab ipso b, aut d, puncto. Dico quòd ipsa f, g, puncta motu diurno vnum eun- demque circulum describunt. Cõnec- tatur enim recta f g, quę diametrũ b d, secet super o, puncto: & quoniam pla- num coluri qui per tropica puncta ve- nit, æquatoris planum secat, esto recta e h, in communi sectione ipsorum pla norũ: & à pũcto o quod in plano eius- dem coluri existit: recta linea excite- tur o i, rectæ e h, paralella per. 31. pro- positionẽ primi Euc. quare binę rectæ lineæ f g, o i, sese ĩtersecãtes in vno erũt plano per. 2. propositionem. 11. Quo- niam vero rectæ o g, e c. paralellæ sũt, ob ęqualitatem arcuum a f. c g. æquos angulos alternosque apud circunferen tiam suscipientium. & o i. e h. paralel-

lę quoq;, plana idcirco quę ex f g. o i. & a c. e h. deducuntur, inuicem æqui- distare necesse est. Atqui communis sectio plani & sphęræ: circunferentia circuli est, per primam propositionem primi libri Theo. Venit igitur per f. g. puncta circulus ęquatori ęquidistans: at is est qui motu diurno describitur.

Idẽ aliter demonstrare ad impos- sibile. Super polo mundi circulus des cribatur ęquinoctialis paralellus per alterum duorum punctorum veniẽs. Dico quòd transibit per reliquum. Si non, sequitur partem æqualem esse to ti per 12. secundi lib. Theo. & in hunc modũ demonstrabis puncta quę ęqua li distant interuallo à puncto tropico æquales habere declinationes.

Corrolarium.

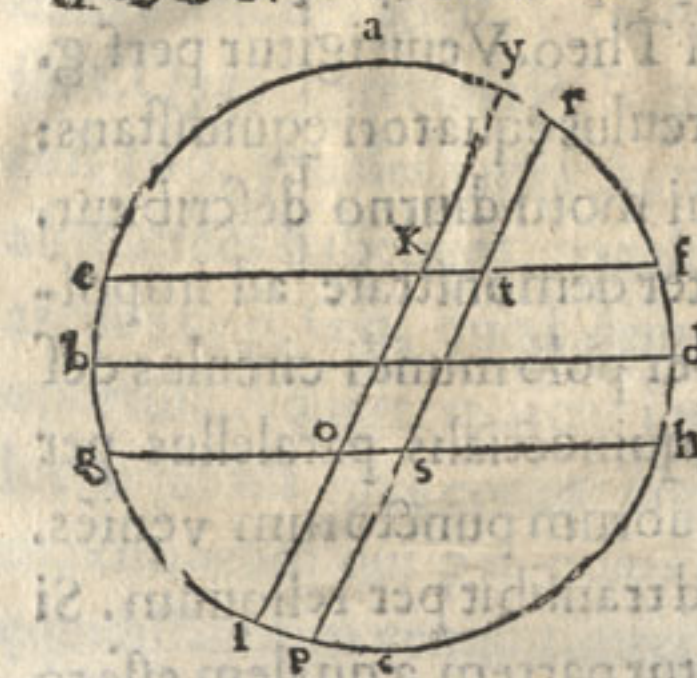
ET quoniam velut ex prima parte lématis liquet, circuli ex oppos- tis eclipticę pũctis ęquales sunt: ex hac vtique manifestum est, eos quoq; ęqui distantes qui à punctis describuntur: quæ ab alterutro pũctorum' æquinoc- tialiũ vtrinque ęqualiter distant: æqua les esse.

Appendix. III.

Præterea colligitur, pũctis vtrinque æqua liter ab alterutro punctorũ æquinoctialiũ dis tantibus, inæqualia crepuscula deberi; maio- ra quidem punctis septẽtrionalibus, in regio- ne septẽtrionali, minora vero pũctis australi- bus: sed in regione australi ècontrario.

Esto

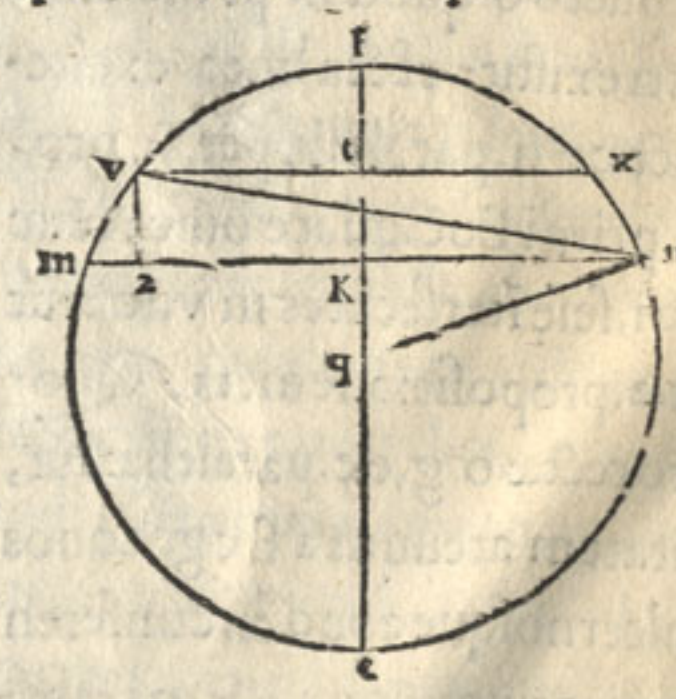
Sto enim meridianus circulus a b c d, æquatoris sectio recta a b d, rectæ e f, g h, sectiones sint duorũ quorũuis circulorum paralellorum, quos sol motu diurno describit, quum



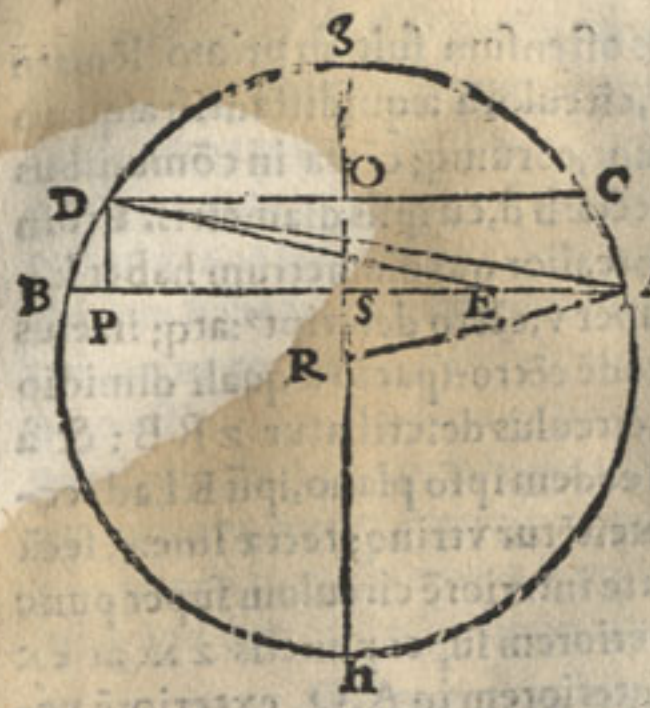
grad⁹ ecliptícæ obtinet, qui æquali vtrinq; interuallo ab alterutro pũctorum æquinoctialiũ distant: polus boreus sit a. manifestusq; habeatur: sectio horizontis esto diameter l y, hæc autem secet rectas e f, g h, in punctis k, o. Præterea sub horizonte circulus quidam concipiatur, ei æquidistans, a quo sol matutinum crepusculum auspicatur: huius atque meridiani cõmunis sectio, esto recta linea p r, puncta vero in quibus hæc rectas e f, g h, secat, sint s, t. Igitur quoniam per propositionem 16. 11. Euclidis rectæ e f, g h, circulorum æquidistantium communes sectiones, paralellæ sunt: rursum per eandem propositionem l y, p r, paralellæ, idcirco duæ rectæ lineæ o s, k t, per. 34. propositionem primi, inter se æquales erunt. At vero circulus meridianus per polos æquatoris, & circulorum ei æquidistantium transit per primam secundi Theodosij: item per polos horizontis & ei æquidistantium: igitur per 19. propositionem primi omnes eos circulos ad rectos angulos secabit: idcirco communes sectiones horizontis & circulorum æquidistantium æquatori, super punctis K o, plano descripti meridiani, ad rectos angulos erunt per 19. propositionem. 11. Euc. Præterea communes sectiones æquidistantis horizonti & æquidistantium æquatori, ipsi quoque meridiano super punctis s, t, ad rectos angulos. Et quæ super k, t, eum arcum borealis paralelli intercipiunt, qui matutini crepusculi longitudinem diffinit: sed quæ super o, s, arcum australis paralelli intercludunt, qui similiter matutini crepusculi intercapedinem indicat. Quoniam vero concepta ecliptícæ puncta vtrinque æqualiter ab alterutro punctorum æquinoctialium distant, paralelli ab eis descripti æquales erũt, per correlarium præcedentis lẽmatis. Eos autem secat meridianus a b c d, in duas partes æqualiter per. 19. propositionem primi Theo. igitur e f, g h, communes sectiones, ipsorum paralellorum diametri sunt, æqualesq;. Et quia portiones e K, o h, semidiametris maiores sũt, quod prima pars lẽmatis demonstrauit, idcirco recta K t, longius abest à centro sui paralelli, à quo certe recedit, quàm o s, à centro sui paralelli distet, cui quidem appropinquat. At vero demonstratũ est, ipsas rectas lineas k t, o s, æquales inuicem esse: igitur rectæ lineæ quæ super punctis K, t, ipsi meridiano ad rectos angulos insistunt, maiorem arcum circunferentiæ paralelli cõprehẽdunt, quàm quæ super o, s. Et longior igitur mora crepusculi, cũ sol boreale pũctum ecliptícæ occupat, quàm cum illud australe, quod æquali interuallo ab æquinoctiali pũcto distat: hoc autem in regione boreali, sed in australi e contrario, vt conuersis paralellorum nominibus, ex hoc ipso schemate manifeste liquet.

Lemma.

VT autem demonstremus, rectas lineas perpendiculares ad planum meridiani, super punctis K, t, maiorem arcum circuli æquidistantis resecare, quàm quę ad rectos angulos insident ipsi meridiano super pũctis o, s: ipsos circulos æquidistantes concipiamus, quorũ alterq diametrum habet e f nẽpe borealis, esto e f m, super cẽtro q, descriptus: alter vero qui.



Diametrum

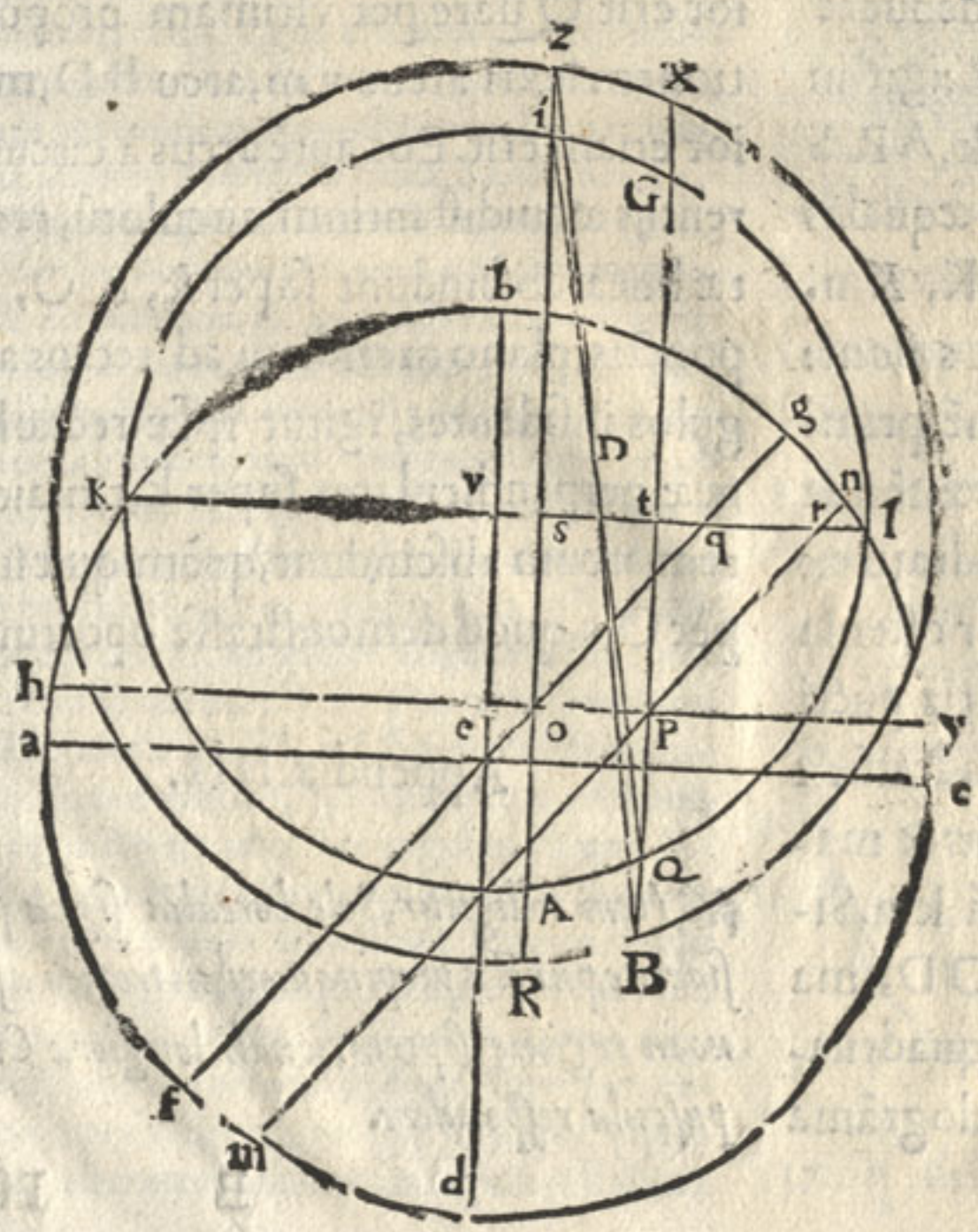


metrũ habet, g h, esto A g h, super cẽtro R. Porro ip sę perpẽdiculares lineę v tri q; deductę, quę super K, t, sint m n, v x, & quæ super o, s, sint A B, C D: & quoniam hę ad planum meridiani rectæ sunt, in quo quidem e f, g h, circulorum æquidistantium diametri sitæ sunt, idcirco per secundam diffinitionem 11. Euc. anguli ad puncta k, t, in plano circuli e f m, recti erunt. Similiter anguli ad o s, puncta, in plano circuli A g h, recti. Ex pũctis v. D, super m n, A B, ad rectos angulos deducãt v z, D P, & cõnectãt q n. A R: igit in duob⁹ triãgulis rectãgulis n q k, A R S quia semidiametri q n, A R. æquales sunt. bina quadrata quę ex q K, K n. binis quadratisquę ex R s. A s fiunt: æqualia sunt, per 47. propõnẽ primi Euc. & cõmunẽ sententiã. est autẽ quadratũ ex R s, minus quã quadratũ ex q K, quippe quod R s, minor ostensa sit quã q K, ob maioré distantiã pũcti K, à cẽtro sui circuli, igitur quadratũ ex A s, quadrato ex k n, mai⁹ erit: & maior igitur A s, recta linea quã k n. Similiter demõstrabitur, rectã O D, maiorẽ esse recta t v: atqui duo quadrilatera O D P S, t v z K. parallelogrãma sunt per. 28. propositionẽ primi Euc. igitur per. 34. æqualis est O D, ipsi P s & t v, ipsi K z. idcirco recta P s, recta K z. maior erit per cõmunẽ sentẽtiã: Quare & tota A P, tota n z. maior: abscindatur ab A P, maiori, recta E P. minori æqualis, & cõnectantur E D, A D, v n. Quoniã vero K t, æqualis est ipsi v z, & O s, rectę D P, æqualis quoq; per. 34. propõnẽ primi, ostensæ autẽ sunt æquales K t, O s, idcirco rectæ lineę D P, v z, interse æquales erunt. Quapropter in duobus triangulis rectangulis E D P, n v z, angulus D E P, angulo v n z, per. 4. propositionẽ primi æqualis erit. At vero ipse angulus D E P, angulo D A P, maior est per 16. propositionem primi, igitur & angulus v n z. ipso angulo D A P, maior erit. Quare per vltimam propositionem sexti arcus v m, arcu B D, maior etiam erit. Eos autẽ arcus à circũferentijs æquidistantium circulorũ, rectæ lineæ abscindunt super k, t, O, s, punctis, plano meridiani ad rectos angulos insidentes, igitur ipsæ rectæ lineæ perpendiculares super k, t, maiorem arcum abscindunt, quàm quæ super O, s, quod demonstrasse oportuit.

Appendix. IIII.

Item colligitur, Sole borealia signa possidente, punctis propinquioribus tropico æstiuo, in regione septentrionali longiora Crepuscula respondere.

ESto enim meridianus circulus a b c d. ſuper cētro e, deſcriptus, in quadrātes q̄ diuiſus, p̄ diametros b d, a c, ad rectos āgulos ſeſe ſecātes, quarū quidē a c, eſto cōis ſectio meridiani & æquinoctialis, & b d, cōis ſectio horizōtis recti eorū qui degūt ſub a: duæ rectæ h y, K l, ſint diametri duorū circulorū æquidiſtantiū æquatori: ita tamen vt is qui diametrū habet K l, propinquior ſit tropico æſtiuo, quā qui diametrū habet h y: & cōmunis ſectio horizontis obliqui loci borealis eſto recta f g, Dico longiora crepuſcula fieri, cū ſol eū parallelum deſcribit, cuius diameter eſt K l, quā cum eum qui diametrū habet h y. Eſto enim recta m n, cōmunis ſectio circuli cuiuſdam æquidiſtantis horizōti, à quo cū iam luceſcit, matutinū crepuſculū ſol auſpicatur. Secet autē ipſa m n, rectas k l, h y, ſuper pūctis r, p: itē eaſdē ſecet recta f g, in pūctis o, q: quare per ea quæ in præcedenti appendice demōſtrauimus, duæ rectæ lineæ o p, q r, inter ſe æquales erūt. Præterea ab o, & p, pūctis in plano meridiani, perpendiculares excitētur, quæ diametrū K l, in pūctis s, t, ſecēt. Igitur o s, p t, æquidiſtantes erunt per. 28. propoſitionem primi. Sunt autem K l, h y, cōmunes ſectiones meridiani & circulorum æquidiſtantiū æquidiſtātes: igitur s t, o p, æquales erūt, & æqualiter à centris diſtabunt: quippe quòd



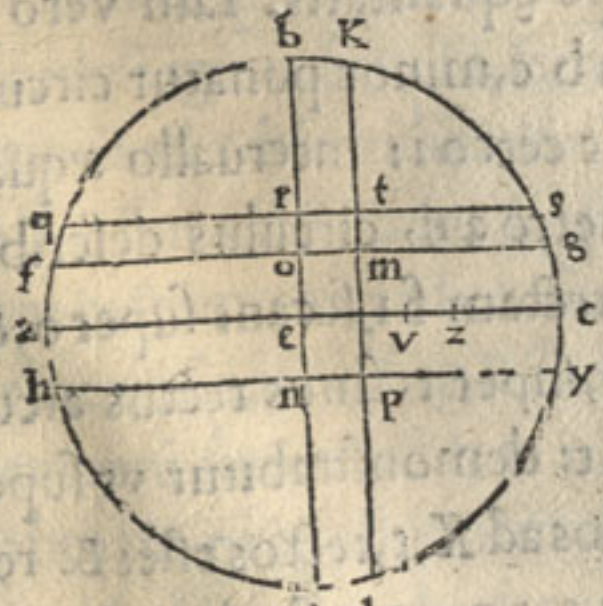
velut ſuperius oſtenſum fuit in primo lēmate rectæ K l, h y, circulorū æquidiſtantiū æquatori diametri ſunt, eorumq; cētra in cōmunibus ſectionibus rectæ b d, cū ipſis diametris. Proinde circulus borealior qui diametrum habet k l, eſto k i l A, ſuper v, cētro deſcript⁹: atq; in eius plano ſuper eodē cētro: ſpacio æquali dimidio diametri h y, circulus deſcribatur z R B: & à punctis s, t, in eodem ipſo plano, ipſi K l, ad rectos angulos excitētur vtrinq; rectæ lineæ, ſecātes ex vna parte interiorē circulum ſuper punctis i G, & exteriorem ſuper punctis z x: at ex altera parte interiorem in A, Q, exteriorē vero in R, B: cōnectanturque i Q, z B, quarum quidem interſectio eſto D, punctum. Igitur in triangulo i D z, angulus A i D, exterior, angulo i z D, interiore maior eſt per. 16. propoſitionem primi. Quapropter maiorem rationē habebit rectus angulus ad angulum i z D, quā ad angulum A i D, per. 8. propoſitionem quinti libri: atqui in æqualibus circulis, anguli eandem rationem habent ipſis circunferentijs in quibus deducuntur per vltimam propoſitionē ſexti: igitur & maiorem rationem habebit quadrans circuli exterioris ad arcum R B, quam qudrans interioris ad arcum A Q per. 13, propoſitionem quinti. At vero maiorem arcum circuli interioris reſecant rectæ lineæ, quæ ex punctis q, r, à centro v, remotioribus, ad rectos angulos excitantur ſuper diametro k l, quàm A Q vt lemma prȩcedentis appendicis demonſtrauit, igitur maiorē habebit rationem quadrans circuli exterioris ad arcū R B, quā quadrās interioris ad arcū cōprehēſū ſub duabus rectis lineis, quæ ad rectos angulos deducūtur ex q r, q quidē arc⁹, inter horizōtē & ei æqdiſtātē cōprehēditur. Porro circulus exterior æqualis eſt ei æqdiſtāti, q diametrū habet h y, qq́; à tropico æſtiuo lōgius abeſt & arcus R B, æqualis cōprobatur arcui q in eodē ipſo parallelo inter horizōtē et ei ęqdiſtātē cōprehēditur, p ea quæ in primo lēmate demōſtrauimus. Igitur & maiorē rōnē habebit quadrās paralleli remotioris à tropico æſtiuo, ad arcū iter horizōtē & ei æquidiſtantē, quā quadrās paral-

paralleli propinquioris, ad arcum inter horizõtem & circulum ipsum qui ei æquidistat. Quoniam vero temporum spacia partibus æquatoris & eorum circulorũ qui ei æquidistãt, æqua proportione respondent: & maiorem igitur rationem habebit spatium sex horarum ad longitudinem crepusculi paralelli remotioris à tropico estiuo, quam ad longitudinem crepusculi paralleli propinquioris. Quare per decimã propositionem quinti, crepusculum paralleli propinquioris tropico estiuo, longius esse necesse est, quod demonstrasse oportuit.

Appendix. V.

Habitantibus sub æquatore, sole obtinente ecliptice puncta quæ vtrinque æqualiter ab alterutro punctorum æquinoctialiũ distant æqualia crepuscula fiunt. sed quæ inæqualiter, inæqualia. Longiora vero respondent remotioribus punctis, sed breuiora propinquioribus. Et sicut sinus rectus complementi declinationis puncti propinquioris, ad sinum complementi puncti remotioris, ita sinus rectus arcus longitudinis crepusculi pũcti remotioris, ad sinũ arcus longitudinis crepusculi pũcti propinquioris.

Sto enim vt in præcedenti figuratiõe circul⁹ a b c d, meridianus: diameter a c, sectio æquatoris & meridiani: diameter b d, sectio horizõtis recti eorũ qui degunt sub a, æquatoris pũcto: b, polꝰ boreꝰ, d, austrinus: duæ rectæ f g, h y, sint diametri duorũ paralellorum, quos sol describit cum æquali vtrinq; interuallo ab alterutro pũctorũ æquinoctialiũ distat: horũ cõmunes sectiones cũ diametro b d, sint pũcta o n, cẽtra videlicet cõcep-



torũ parallelorũ, vt in primo lẽmate ostẽsũ est. Deinde circulus quidã intelligatur sub horizõte recto ei æquidistãs, qui initiũ matutini crepusculi, vespertiniq; finẽ definiat, huiꝰ cõis sectio atq; meridiani esto recta K l, quæ quidẽ rectas f g, h y, in signis m, p, secet. Manifestũ est ex eis quæ ostẽsa sũt in tertia appẽdice, rectas o m, n p, inter se æquales esse, & vtrãq; earũ æqualẽ sinui recto eius arcꝰ qui in suo paralello lõgitudinẽ crepusculi diffinit. Et quoniã ipsi paralleli æquales sunt vt ex corrolario primi lẽmatis liquet, idcirco intercepti arcꝰ inter se æquales erũt: itaq; crepuscula ipsa inter se æqualia quod primũ demõstrasse oportuit. Præterea esto recta q s, diameter circuli cuiusdã ex æquidistãtibus, qui borealior sit quã is cuius diameter posita est f g: eius cẽtrũ esto r: secet autẽ rectã K l, in pũcto t. Rursum liquet ex eis quæ super tertia appẽdice demõstrauimus, rectam r t, æqualẽ esse sinui recto eius arcus, qui in suo parallelo lõgitudinẽ crepusculi diffinit. Quare bi nos intelligemus meridianos per fines huius arcus veniẽtes, qui ex circũferẽtia æquatoris arcũ ei proportionalẽ abscindẽt, per 14. propositionẽ libri secũdi Theo. ipsaq; tẽpora lõgitudinis crepusculi cõmostrabũt: horũ vero meridianorũ vnus erit ipse rectus horizon, alter sub terra descriptus. Sumatur autem in semidiametro e c, recta quedã e z, æqualis sinui recto ipsius arcus æquatoris. Idẽ quoq; intelligatur in eo parallelo, cuiꝰ diameter est f g, esto enim recta e v, quã statim ostẽdemꝰ minorẽ esse quã e z, æqualis sinui recto illius arcus æquatoris, qui proportionalis existit arcui, quẽ duo cõcepti meridiani ex eo parallelo abscindũt, qui diametrũ habet f g. Et quoniã arcubus circulorum similibꝰ existentibus, & eorũ sinus recti, & ipsorũ circulorũ semediametri proportionales sunt: erit idcirco sicut a e, semediameter æquatoris ad f o, semidiametrũ paralelli propinquioris, ita e v, ad o m: præterea sicut q r, semidiameter paralelli remotioris ad a e, semidiametrũ æquatoris, ita r t, aut æqualis o m, ad e z: igitur per 23. propositionẽ quĩti libri Euc. sicut q r, ad f o, ita e v, ad e z. est autem q r, sinus rectus cõpleméti declinationis pũcti q, remotioris borealioris q;, & f o, sinus rectus cõpleméti declinationis pũcti f, æquatori propinquioris: at e v, æqualis est sinui recto arcus æquatoris qui lõgitudinẽ crepusculi metitur, sole obtinẽte pũctũ ecliptice propinquiꝰ: recta vero e z, æqualis posita est sinui recto arcꝰ æquatoris qui lõgitudinẽ crepusculi demõstrat, sole existẽte in pũcto borealio-

ri:minor eſt aũt qr,quã f o,igitur minor e v,quã e z,& arcus quoq; arcu minor:quod etiã velut in appendice quarta demonſtrari poterat. Quare patet quòd habitantibus ſub æquatore, ſole poſsidente puncta quæ inæqualiter ab eo diſtant, inæqualia crepuſcula fiunt:longiora quidem reſpondent punctis remotioribus, ſed breuiora propinquioribus. Et ſicut ſinus rectus cõplementi declinationis puncti propinquioris, ad ſinũ rectũ cõplemẽti puncti remotioris, ita ſinus rectus arcus crepuſculi, qui in æquatore puncto remotiori reſpõdet, ad ſinum arcus crepuſculi qui in æquatore puncto propinquiori debetur:quod ſecundo demonſtraſſe oportuit.

Lemma.

Sinus recti & verſi quoque ſimilium arcuum eandem habent rationem & circulorum ſemidiametri.

Sto enĩ circulus a b c, cuius cẽtrum d, Diameter b c, & circulus f g h, cuius centrum i, diameter g h, in quibus a b, f g, ſint ſimiles arcus proportionales vè. a e, f K, ſint ſinus recti ipſorũ ſimilium arcuum:b e, g k, ſinus verſi. Aio quòd ratio a e, ad f K, & b e, ad g K, eſt ſicut ratio ſemidiametri b d, ad ſemidiametrum g i. Cõnectantur enim a d, & f i: & aut circulus a b c, æqualis eſt circuli f g h, aut inęqualis. Sit primum ęqualis:igitur ſemidiametri a d, f i, ęquales erunt. Sũt autẽ binę rectę a e, f K. perpendiculares in diametros b c, g h, per diffinitionem ſinus recti & tertiá propoſitionẽ tertij Euc. igitur bina triangula e a d, k f i, rectos habebũt angulos qui ad e, k:quoniá vero arcus a b, f g, ſimiles dantur, igitur per vltimá diffinitionẽ tertij, angulus a d e, angulo f i K, æqualis erit: quare per. 32 propoſitionẽ primi, et cõmunẽ ſententiá, duo illa triangula æquiangula erũt: & latera idcirco habebũt proportionalia, quæ ęqualibus angulis ſubtenduntur, per quartam propoſitionẽ ſexti libri: eſt igitur ſicut a d, ad f i, ita a e, ſinus rectus arcus a b, ad f K ſinũ rectũ arcus f g, & e d, ad K i: atqui a d, ęqualis eſt ipſi f i. ęqualis igitur a e, ipſi f k, & e d, ipſi K i, quod etiam ſola. 26. propoſitio primi libri concludere poterat:auferantur autẽ ex ęqualib⁹ ſemidiametris rectę e d, k i, ęquales:igitur per cõmunẽ ſententiá b e, ſinus verſus arcus a b, rectæ g k, ſinui verſo arcus f g, ęqualis relinquetur: idcirco harũ omnium rectarũ ratio eadẽ erit, nempe ęqualitatis. Iam vero ſi circulus a b c, minor ponatur circulo f g h, ſuper cẽtro i: interuallo æquali ſemidiametro a d, circulus deſcribatur r s o, rectam f i, ſecans ſuper o, & rectam g i, ſuper r: ſinus rectus arcus o r, eſto o t: demonſtrabitur vt ſuperius angulos ad *K*, t, rectos eſſe: & rectas lineas i t, t r, o t, ipſis d e, e b, a e, ęquales eſſe: ipſaq; triágula K f i, t o i,

per

per,32.propositioné primi,& cõmunẽ sententiá,equiangula esse:idcirco late ra habebũt proportionalia,quę æqualibus angulis subtẽdũtur, per quartam propositionẽ sexti libri. quare vt recta f i,ad o i,ita f K,ad o t,& K i,ad t i: est autẽ f i,rectę g i,equalis, & o i.ipsi r i: igitur per septimã propositionẽ quinti,vt g i,ad r i:ita k i,ad t i.quapropter vt g i,ad r i,ita reliqua g K, ad reliquã r t,per 19.propositionem quinti: itaq; per septimam propositionem quinti quoties oportuerit repetitam,propositum concludetur.

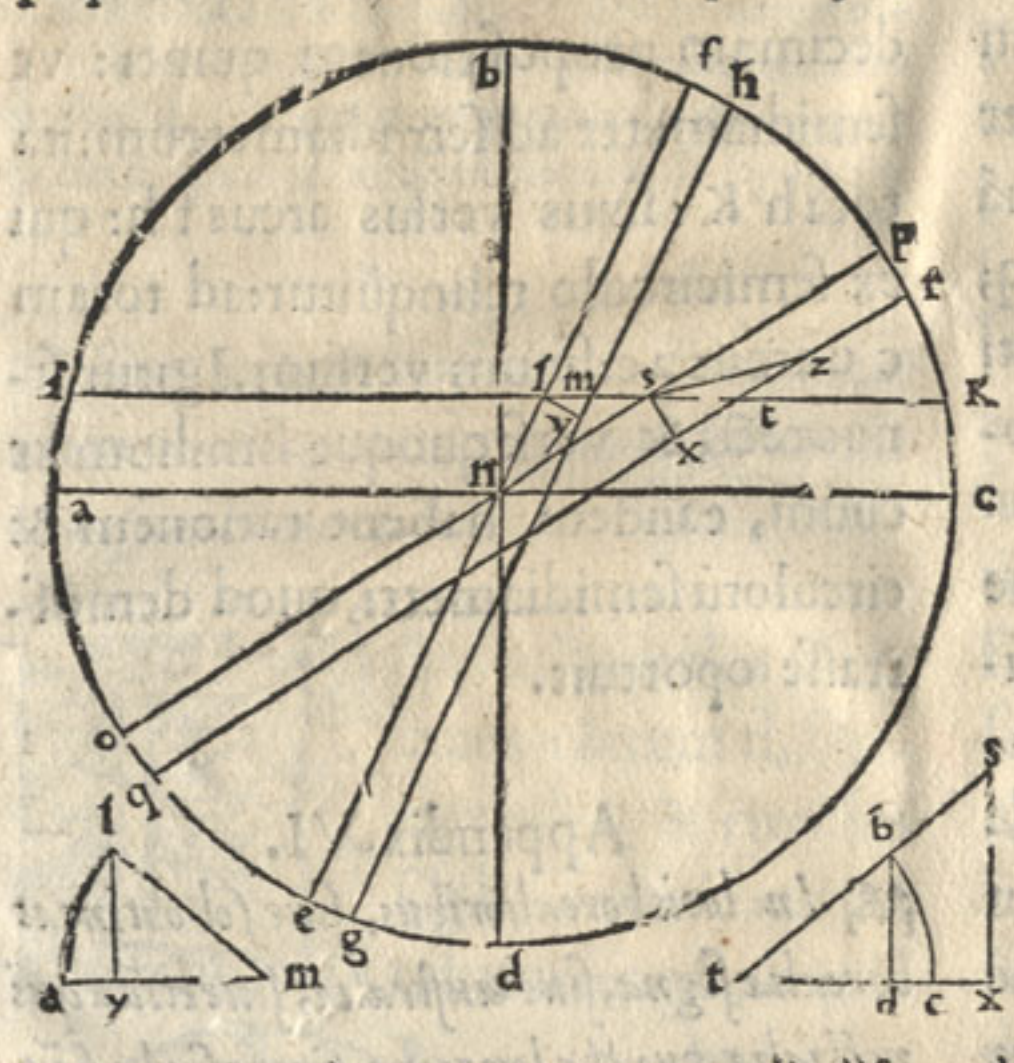
Idem quoque simplicius absque cõstructione circuli r s o,in vniuersũque demonstrari poterit. Etenim anguli ad i,d,cẽtra,æquales sunt per vltimã diffinitionẽ tertij libri Euc.anguli vero ad K , e, recti per diffinitionẽ sinus recti,& tertiam propositionem eiusdem libri tertij,igitur reliquus angulus ad f,reliquo ad a per.32 propositionem primi & cõmunẽ sententiam equalis erit. Quamobrem bina triangula k f i,e a d.latera habebunt proportionalia quę equalibus ãgulis subtẽdũtur:est igitur sicut f i, semidiametri maioris ad a d,semidiametrũ minoris: ita f k sinus recti arcus f g,ad a e, sinum rectum arcus a b,& sic K i: cõplementi sinus versi g K:ad e d: complementũ sinus versi b e: idcirco per septimam propositionem quinti: vt g i:ad b d:ita K i:ad e d:quare per 19. propositionem eiusdem quinti libri Euclidis, sicut g i,semidiameter ad b d semidiametrum. ita g K sinus versus arcus g f,ad b e :sinum versum arcus a b:quoniam vero vt modò demõstra uimus & per septimam quinti vt semidiameter h i: ad semidiametrum c d: ita K i :ad e d:idcirco per duodecimam propositionem quinti: vt semidiameter ad semidiametrum:ita tota h K : sinus versus arcus f h: qui ex semicirculo relinquitur:ad totam c e arcus a c:sinum versum. Igitur sinus recti & versi quoque similium arcuum, eandem habent rationem & circulorũ semidiametri, quod demõstrasse oportuit.

Appendix. VI.

In locis borealioribus, siue sol obtineat borealia signa, siue australia, siue etiã æquinoctialia puncta, longiora Crepuscula fiũt. Præterea sicut sinus rectus complementi minoris altitudinis poli ad sinum complementi maioris, ita differentia sinuum versorum seminocturni veri & manifesti loci borealioris, ad differentiam sinuum versorum seminocturni veri atque manifesti reliqui loci.

EStO enim meridianus circulus a b c d, circa centrũ n, æquatoris cõmunis sectio recta a c, diameter paralelli cuiusuis borealis, quem sol describit, cũ per borealia signa incedit, esto i k, recta b d, axis sphęræ: b, punctum polus boreus: d, australis: sectio eius horizontis supra quem polus ipse boreus arcu b f, eleua-

tur,esto e f,sed sectio horizontis eorum quibus idem polus altius extollitur,esto,o p. Aio primum,hac ipsa die qua sol motu diurno concep tum parallelum describit,in loco borealiori lõ gius crepusculum ha beri. Recta enim q r, sectio communis sit meridiani & eius circuli qui horizonti boralioris loci æquidistat: recta g h, sectio communis meridiani & circuli æquidis tantis horizonti reliqui loci, qui ad æquatorẽ propius accedit. Arcus autem f h, æqualis po-



natur arcui p r,& vterquæ eorum æqualis distantiæ solis ab horizonte,cum superũ hæmisphærium scilicet ante exortum illuminare incipit,aut post occasum illustrare desinit. Præterea à punctis l, s, in communibus sectionibus diametrorum e f,o p,cum recta i K,perpendiculares l y,s x, deducãtur in rectas lineas g h, q r. Igitur bina triangula rectangula contemplabimur y l m,x s t, in quibus latus l y, lateri s x,æquum est:nam vtrumque eorum sinui recto arcus f h,aut p r,æquale existit,vt ex eis quę antea demonstrauimus liquet: & angulus l m y angulo a n e altitudinis æquatoris æqualis est, per secundam partem 29. propositionis primi libri Euc.bis sumptam. Item angulus s t x,similiter ostendetur æqualis angulo a n o, reliquæ altitudinis æquatoris: est autem ipse angulus a n e,angulo a n o,maior,igitur angulus l m y, angulo s t x,maior est. Porro lat⁹ t x,lateri m y æquale esse non potest:nam quum anguli ad y, x,recti sint,& ipsa latera l y, l x, æqualia, duo anguli l m y, s t x,per quartam propositionem primi inter se æquales essent. Nec eo minor es-se potest,quando quidem producta ipsa recta linea t x,ex parte t, donec æqualis fieret ipsi m y,vt in pũcto z,cõnexaq; s z, essent in duobus triãgulis y l m, x s z,duo anguli l m y,s z x inter se æquales per quartam propositionẽ primi: at vero angulus s t x,angulo s z x, maior est per 16.propositionem primi: & maior igitur esset angulo l m y,per communem sententiam. At quia huius oppositum modo demonstrauimus,relinquitur rectã t x,recta m y, maiorem esse & maiora igitur erũt bina quadrata ex s x,t x,quam quadrata ex l y, m y, idcirco in duobus illis triangulis rectangulis y l m, x s t,maius erit quadratum ex s t, quam ex l m,per 47, propositionem primi Euc. & communem sententiam: & ideo recta ipsa linea s t,maior erit quam l m, centro propinquior. Propterea per pendiculares insidentes ipsius meridiani plano super punctis l m,minorem arcum circunferentiæ paralleli resecabunt,quam quæ super punctis s t,insistunt,per ea quæ in lemmate appendicis tertiæ demonstrauimus. Et quoniam hæ communes sectiones sunt concepti paralelli,cum horizonte loci borealioris, & ei æquidistante sub terra: illæ vero cominunes sectiones eiusdem paralleli cum horizõte reliqui loci,& ei æquidistante. Igitur sole obtinẽte borealia signa, in locis borealioribus lõgiora crepuscula fiunt, quod primũ demonstrasse oportuit. Secundum quod proposuimus hoc modo demonstrabimus. Manifestum est enim ex eis quæ in primo lẽmate,& appendice tertia ostensa sunt, communes illas sectiones quæ fiunt à concepto parallelo solis, tam cum horizontibus, quam cum eis æquidistantibus,super plano descripti meridiani perpendiculares esse. Igitur communis sectio eiusdem paralleli & horizontis loci borealioris, cũ diametro i k,rectos angulos faciet super punctos, ipsaque communis sectio ad punctum s, terminata,sinus rectus erit arcus veri seminocturni,qui quidem ab occasu solis vsque ad angulum mediæ noctis computari solet:vel ab angulo mediæ noctis vsque ad exortum. Idcirco recta s K,eiusdem arcus seminocturni sinus versus. Præterea communis sectio concepti paralleli & circuli æquidistantis ipsi horizonti loci borealioris,super puncto t,cum recta i k,rectos angulos faciens,sinus rectus est arcus seminocturni manifesti: & recta igitur t K, eius arcus sinus versus erit. Eum autem appellamus seminoctutnumm manifestum, qui ex semi-

noctur-

nocturno vero relinquitur, crepuſculi intercapedine ſubtracta. Erit idcirco recta linea s t, differentia ſinuum verſorum ſeminocturni veri, & ſeminocturni manifeſti. Eodem modo demonſtrabitur rectam l m, differentiam eſſe duorum ſinuum verſorum, quorum vnus reſpondet arcui ſeminocturno vero, & alter ſeminocturno manifeſto reliqui loci, qui ad æquatorẽ vergit, cuius altitudo poli eſt arcus b f. Porro huius arcus complementum eſt arcus c f, angulum ſubtendens in circuli centro f n c, æqualẽ quidẽ angulo l m y, ex oppoſito iacenti in parallelogrãmo, vt propoſitio 34. primi libri Eu. probat. Similiter arcus c p, complementũ exiſtit arcus b p, altitudinis poli loci borealioris, angulumq; ſubtendit p n c, æqualẽ angulo s t x, in parallelogrãmo ex oppoſito iacenti. Iam vero his ita conſtitutis, hoc modo demõſtrationẽ noſtram concludemus: in triangulo y l m, ſicut ſinus rectus anguli l m y, ad ſinum totũ, ita recta l y, ad rectam l m, rurſum in triangulo x s t, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x: & quia rectæ l y, l x, inuicem ſunt æquales, erit igitur ſicut ſinus totus ad ſinũ anguli s t x, ita s t, ad rectam l y, per ſeptimam propoſitionem quinti. Quare per. 23. propoſitionem eiuſdem quinti libri, ſicut ſinus anguli l m y, ad ſinum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam l m. Atqui ſinus anguli l m y, æqualis eſt ſinui complementi arcus b f, & ſinus anguli s t x, æqualis ſinui complementi arcus b p, ipſe autem arcus b f, altitudo eſt primi loci minorq;, arcus vero b p, altitudo ſecundi loci maiorq;. Igitur ſicut ſinus rectus cõplemẽti minoris altitudinis poli, ad ſinũ rectũ cõplemẽti maioris altitudinis, ita differentia ſinuum verſorũ ſeminocturni veri & manifeſti loci borealioris, ad differentiam ſinuum verſorũ ſeminocturni veri & manifeſti loci minoris altitudinis, quod demonſtrandum propoſuimus. Iterumque hoc priorem partem oſtendit. Quanquam vero preſentẽ demonſtrationẽ ordinauimus ad parallelum ſolis borealem, nihilominus abſq; vlla varietate eandẽ accõmodare poterimus ad auſtrales parallelos: ſimiliter & ad æquatorem circulũ, in quo quidẽ ipſæ rectæ lineæ quas diximus differẽtias eſſe ſinuũ verſorũ ſeminocturnorũ verorũ & manifeſtorũ, ſunt etiã æquales ſinibus rectis magnitudinum crepuſculorum. Siquidem vtraque earum ad æquatoris centrum terminatur.

Lemma.

ASſumebatur in demõſtratione ſinum rectũ anguli l m y, ad ſinũ totum, & rectam l y, ad rectam l m, in eadẽ eſſe ratione. Prẽterea quod in triangulo x s t, ſicut idem ſinus totus ad ſinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x. Hoc autem vt oſtendatur, recta m y, in rectum extẽſa, ſuper puncto m, interuallo l m, arcus anguli l m y, deſcribatur a l. Deinde ſuper puncto t, ad menſuram ſemidiametri l m, arcus b c, anguli s t x, deſcribatur, & à puncto b, ſuper rectam t x, perpẽdicularis deducatur b d. Igitur prior lemmatis pars liquidiſsime conſtat: eſt enim eadem recta l y, ſinus rectus anguli l m y, & recta l m, ſinus totus, nẽpe circuli ſemidiameter. Poſterior quoque pars manifeſta eſt: nã bina triangula x s t, d b t, æquiãgula ſunt, per 32. propoſitionẽ primi & cõmunẽ ſententiam: igitur per quartam propoſitionẽ ſexti libri vt b t, ſinus totus priori ęqualis, ad b d, ſinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x.

Sed vt noſtrę appendicis demonſtratio id concludere poſsit, quod ſecũdo demonſtrandũ propoſuimus, operę pretium eſt, has omnes rationes ad eum ſinum totum referre, qui ſemidiametro deſcripti meridiani ſit ęqualis. Quapropter rectas lineas l m, m y, extendemus in rectum, ad æqualitatem ſemidiametri deſcripti meridiani:

diani: similiter & s t, t x, & super centris m, t, circunferentias in quibus anguli l m y, s t x, subtendãtur, describemus: earũ vero sinus rectos deducem⁹ hoc est perpẽdiculares in rectas m y, t x, quas ad ęqualitatẽ semidiametri meridiani produximus. Igitur quẽadmodũ circa bina triãgula x s t, d b t, demõstrauimus, ostẽdemus & in his figurationibus, quòd sicut sinus rectus anguli l m y, ad sinũ totũ, nempe circuli semidiametrũ ęqualẽque semidiametro descripti meridiani, ita l y, ad l m. Rursum sicut sinus totus, eiusdẽ meridiani semidiametro æqualis, ad sinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x, ob ęqualitatem angulorum, & similitudinem triangulorum. Ex his itaque quod appendix proposuit, rectè concluditur. Nam propositio 23. quinti libri probat, quod sicut s t, ad l m, ita sinus rectus arcus ãguli l m y ad sinũ rectũ arcus ãguli s t x, id que in circulis ęqualib⁹ descripto meridiano: est aũt sinus anguli l m y, æqualis sinui cõpleméti arcus b f, & sinus ãguli s t x, ęqualis sinui cũpleméti arcus b p, siquidem in æqualibus circulis æquales anguli in ęqualibus arcubus subtenduntur, per 26. propositionem tertij: æqualesque arcus æquales habẽt sinus, vt in primo lémate. Idcirco per septimã propositionẽ quinti cõcluditur, rectã s t, ad rectã l m, & sinũ cõpleméti arcus b f, ad sinũ complementi arcus b p, eandem rationem habere.

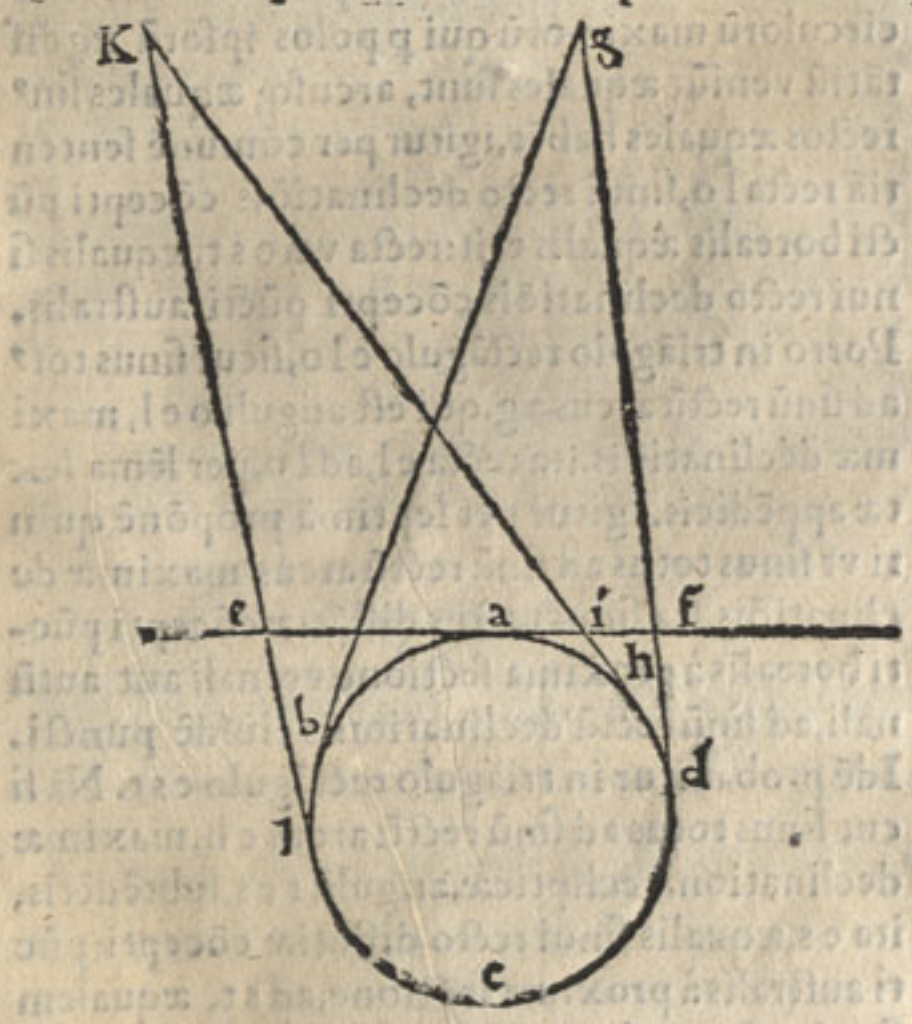
PARS SECVNDA.

PROPOSITIO PRIMA.

Arcum distantiæ solis ab horizonte, in principio crepusculi matutini aut fine vespertini, stabilem esse non posse, sed pro tẽporũ vicissitudine necesse sit variari, demonstrare.

SED certè primũ illud fundamentũ falsum existimari debet. Nulla enim distãtia solis ab horizonte in hemisphęrio infero, quæ crepusculum efficit, certa & stata esse potest. Nam crepusculum matutinũ tunc auspicatur, cum in nostro hemisphærio aêr splendescere incipit. Porro tunc incipit, cum lumen solis in superficie horizontis primum reflecti potest. Tunc autem potest, cum aêr cui occurrit, non omnino purus est: sed ob vaporũ permistionẽ crassior densiorq; quã qui à terra nimium abest. Quod si vapores accidat à terra multum distare, reflectetur tunc temporis lumen solis à maiori arcu sub horizonte: sed si parum à minori. At vero manifestũ est, summam vaporum elevationem varietatem suscipere, & excelsiorem aliam alia pro temporum vicissitudine fieri. Igitur nec arcus ipse verticalis

ealis circuli, quo sol ab horizõte distat, certus, statusque permanebit. Hoc autem vt lucidius constet, operæpretium est vt causas crepusculi referamus. Esto enim a b c d, maximus terrę circulus, intra superficiem maximi cuiusdam circuli verticalis, qui ante diluculum per solẽ & regionis verticem meat. Centrũ visus sit a, recta linea e a f, descriptum circulũ tangat in pũcto a. Intelligatur autem hoc ipso nocturno tẽpore conus vmbræ terræ d f g b. Aêr igitur intra huiusmodi vmbræ conum consistens, non illuminabitur à sole. Sed quanquam radius solaris perueniat ad punctum f, & ad alia puncta extra vmbrã, aêr tñ illic existens idcirco non apparebit illuminatus, quia propter magnã à terra distantiam, purior tenuiorque est, quàm vt reflexionem efficere possit. Igitur concipiamus solẽ moueri ad principium vsq; crepusculi matutini, quãdo scilicet aêr splendescere in-



cipit. Referatq; iterũ circulus a b c d, maximũ terræ circulum, sub eo verticali qui ipso tẽporis momento per solẽ meat, & a, punctũ centrũ visus, in quo quidem recta linea e a i, cum tangat: conus vmbræ terræ erit h i K l. Quapropter quũ ab ipso i, puncto lumen solis primum reflectatur ad visum, aêrque qui apud i, primũ videatur illuminatus: summa vaporum eleuatio quæ aêrem crassiorem reddit, ob idque visibilem eum efficit, erit apud i. Quoniam vero huiusmodi vaporum summa altitudo variabilis est, quippe quæ nõnunquam minus distet à terra quam i. & nõnunquam magis, iuxta variam solis actionem in eam materiam ex qua vapores suscitat: certum est vt quisque facile demonstrare poterit, quod cũ minus distiterit à terra quàm i, & minus quoque distabit ipse sol ab horizonte: sed si magis similiter & maiori arcu ab horizonte distabit. Non poterit igitur distantia solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini, aut vespertini finẽ, certa stataq; permanere, quod erat demõstrandũ. Cæterũ Strabo ad calcẽ secundi libri Geographiæ, hãc distantiã statuit gradus habere 17 & dimidiũ. Nã circa Borysthenẽ inquit, secundum vrsales locos horizontis, in omnibus fere æstiuis noctibus illuminatur à sole, ab occasu vsq; ad ortũ, circũuertẽte se luce. Abest enim æstiuus tropicus ab horizõte, vnius animalculi semis & duodecima parte, quantũ distat sol ab horizõte secundũ intẽpestã noctẽ. Ex quibus elicitur polũ borealẽ in eis locis, eleuari supra horizontẽ gradibus 48. & dimidio. Quippe distantiã inter æquinoctialẽ & tropicũ quatuor sexagesimas partes maximi circuli habere posuit, nẽpe gradus 24. Igitur distantiã æstiui tropici à polo boreali, gradus 66. eo tẽpore habuisse necesse est: ex ijs detractis $17\frac{1}{2}$, qui sunt in dimidia parte atq; duodecima vni⁹ signi relinquntur gradus $48\frac{1}{2}$ altitudinis poli supra horizontẽ, quod itẽ ex eo numero stadiorũ colligitur, quo ea loca ab æquinoctiali distare supposuit. Refert etiã idem author, Hipparchũ dixisse, ad Borysthenem & Galliam totis æstiuis noctibus solis splendorem ab occasu ad ortum ambientem illucescere. Verumtamen omnia illa ambigua mihi sunt: præsertim quòd secum pugnare videantur. Allacen vero huiusmodi distantiam solis ab horizonte, gradus habere subiecit 19. nulla ratione suffultus. Deinde Vitelo eo iunior, & à quo vniuersum fere ingens illud opus suum de ratione videndi mutuatus est, gradus etiam 19. continere scribit, idq; instrumento armillarum aut tabulis per obseruationem astronomicam deprehendisse. Denique recentiores omnes prædictam distãtiam gradus 18. habere subijciunt. Quod si vnusquisque horum authorum tantam verè deprehendit distantiam solis ab horizonte in principio crepusculi matutini, quantam asseruit: negare iam non possumus eã variabilẽ esse: sin minus, nulla eorum authoritate moueri debemus, quo minus huiusmodi distantiam varietatem suscipere credamus. Verũ dũ artẽ tradere molimur,

Strabo.

Hipparchus.

Allacen.

Vitelo.

qua huiusmodi distantia recte deprehendi possit, tantã interea eam esse supponemus, quantã recentiores astrologi, graduum videlicet. 18.

Propositio. II.

Concepti puncti ecliptícæ declinationẽ inuenire. Ratio enim sinus totius ad sinum rectum maximæ declinationis, sicut ratio sinus recti arcus distantiæ à sectione vernali aut autũnali, ad sinum rectũ declinationis eiusdem puncti.

Circulus a b c d, esto colurus solstitia distinguens: b, d, poli ecliptícæ: f, p, æquatoris poli: huius & ecliptícæ communis sectio sit recta a c, recta vero g h, eiusdem coluri & æquatoris cõmunis quoq; sectio. Hæ igitur cõmunes sectiones quia circulorum maximorum Diametri sũt p Theodosiũ, super centro mũdi e, se intersecabunt. Porro circuli æquatori æquidistantis, per conceptum ecliptícæ punctum venientis communis sectio, atque descripti coluri, esto aut recta y K, aut q r: harum vero & rectæ a ç, intersectiones sint pũcta l, s: à quibus super rectam g h, ad rectos angulos deducãtur binæ rectæ lineæ l o, s t. Igitur quoniam æquatoris & ecliptícæ poli in ipso coluro sunt, vtrũque circulum colurus ad rectos angulos secat per 19. propositionẽ primi libri Theodosij: quare eorum cõmunis sectio plano eiusdẽ coluri ad rectos angulos erit: eius vero extrema puncta ad initia arietis & Libræ terminari necesse est. Simili quoque ratione demonstrabitur, communes sectiones circulorũ æquidistantiũ & ecliptícæ eidẽ plano coluri super punctis l s, ad rectos ãgulos esse. Igitur si posuerimus a, initiũ Cãcri, & c, initiũ Capricorni, erit cõmunis sectionis quæ super l, pars ad ipsum l, terminata, sinus rectus distantię cõcepti pũcti borealis ab initio Cancri: & recta e l, æqualis sinui recto cõplementi quadrãtis, nẽpe distãtiæ cõcepti pũcti ab initio Arietis, aut libræ, per 28. & 34. propositionẽ primi libri Euc. Similiter communis sectionis quæ super s, pars ad ipsum s, punctum terminata, sinus rectus erit distantiæ concepti pũcti australis ab initio Capricorni: recta vero e s, æqualis sinui recto distãtię ab initio Arietis aut libræ. At quoniã rectæ lineæ g h, y K, parallelæ sunt per 16. propositionẽ 11. Euc. recta autẽ l o, sinui recto arcus y g, parallela per 28. propositionẽ primi, idcirco per 34. propositionẽ eadẽ recta linea l o, ipsius arcus y g, sinui recto æqualis erit. Atqui vt in primo lẽmate demõstrauimus, arcus inter circulos æquidistãtes eorum circulorũ maximorũ qui ꝑ polos ipsorũ æq distãtiũ veniũt æquales sunt, arcusq; æquales sin⁹ rectos æquales habẽt, igitur per cõmunẽ sententiã recta l o, sinui recto declinatiõis cõcepti pũcti borealis æqualis erit: recta vero s t, æqualis sinui recto declinatiõis cõcepti pũcti australis. Porro in triãgulo rectãgulo e l o, sicut sinus tot⁹ ad sinũ rectũ arcus a g, qui est anguli o e l, maximæ declinatiõis, ita recta e l, ad l o, per lẽma sextæ appẽdicis. Igitur per septimã propõnẽ quinti vt sinus totus ad sinũ rectũ arcus maximæ declinatiõis, ita sinus rectus distãtiæ cõcepti pũcti borealis à proxima sectione vernali aut autũnali, ad sinũ rectũ declinationis eiusdẽ puncti. Idẽ probabitur in triãgulo rectãgulo e s t. Nã sicut sinus totus ad sinũ rectũ arcus c h, maximæ declinationis ecliptícæ, angulũ t e s, subtẽdẽtis, ita e s, æqualis sinui recto distãtiæ cõcepti pũcti australis à proxima sectione, ad s t, æqualem sinui recto declinationis eiusdẽ pũcti. Quapropter multiplicabimus sinũ rectũ arcus ecliptícæ quo conceptum punctũ à proxima sectione abest, in sinũ rectũ maximæ declinationis, productũ diuidem⁹ per sinũ totũ, vltimas quinq; figuras abijciẽdo, & prodibit ex huiusmodi partitione sinus rectus declinationis cõcepti pũcti ecliptícæ: idcirco ꝑ tabulã sin⁹ recti declinatio ipsa innotescet: borealis quidẽ si cõceptũ pũctũ locũ habuerit in signis borealibus, australis si in australib⁹. Sed si declinatio nota proponeretur, & arcus distantiæ ignotus, illorũ quatuor terminorũ proportionaliũ primũ in quartum perducere oporteret, productũq; per secũdum

diuide

diuidere, ex huiusmodi enim partitione tertius terminus notus prodiret, nempe sinus rectus quæsitæ distantiæ. Hæc documenta numerorum proportionalium eliciuntur ex 16. propositione sexti libri, aut 19. septimi Euclidis. Et ex hac demonstrandi arte liquet, ecliptícæ puncta quæ æquali distant interuallo, ab alterutra sectione aut vernali aut autũnali æquales declinationes habere. Sunt enim duo illa triangula e l o, est, æquiangula: quapropter si arcus distãtiarũ ponãtur æquales, vel per 4. sexti vel 26. primi rectã o l, rectę s t, æqualẽ esse cõcludemus. Idcirco sinus recti declinationũ æquales: & arcus quoque ipsi æquales, quod per alios syllogismos demonstrari solet. Præterea ex hac manifestũ est, puncta ecliptícæ quæ ab alterutro tropicorũ pũctorũ æquali distant interuallo, æquales declinationes habere: sub vno enim circulo æquatori æquidistante cõprehẽdũtur. Nam recta linea communis sectio ecliptícæ & æquatori æquidistantis, quæ super l. colurũ ad rectos angulos secat in ipso l. puncto cum diametro a c, rectos angulos facit. per secũdã diffinitionem vndecimi libri. Igitur per ea quæ in primo lẽmatę demonstrauimus, ipsa cõmunis sectio in duos sinus rectos æquales æqualiũ arcuum, qui ad a. punctũ terminãtur, super l. pũcto diuisa est. Hoc etiam seorsum demonstrauit eiusdem primi lẽmatis postrema pars.

Propositio. III.

Instrumentum quoddam construere, ad obseruationes astrorum valde opportunum, quo vid licet eorum eleuationes exactius deprehendi possint.

COnstruatur enim Astrolabium quàm exacte fieri possit: dioptramq; habeat, hoc est regulam quæ super centro voluitur, quàm rectissimam: ad hanc tabellæ vt fieri solet erectæ sint: quarum meatus maiores non sint quàm vt per ea lucidiora fixa sydera distincte videri possint. Esto exempli gratia huiusmodi astrolabij plana vna atque circularis superficies a b c d, diametrisque a c, b d in quadrantes diuisa: eius centrum sit e, punctum. Super hoc intra ipsam circunferentiam, quantouis interuallo (pari aut impari nihil refert) alius intra alium circulorũ quadrantes describantur numero 44. Exterior quadrãs vt a b, in nonaginta æquales partes diuidatur. Interiorũ vero ei proprior in partes æquales 89. Sequẽs deinde in 88. & qui hũc proxime sequitur in 87. et ita deinceps hoc ordine progrediatur, donec ad vltimũ interiorum minimũq; perueniatur, qui in partes æquales 46. secabitur. In quolibet quadrante singulæ denæ partes tenuissimis quibusdã lineolis, parũ circũferẽtiã prætergredictibus notentur. Nã nisi Astrolabiũ in gẽtis magnitudinis esset, si quinæ aut denæ partes numeris distinguerẽtur, præ nimia interuallorũ angustia, magna cõfusio accideret. Numerus autẽ partiũ quas vnusquisq; quadrans habet, prope vnũ eius extremũ iuxta semidiametrũ scribatur. Vt si supputatio fiat ab a, versus b, super ipso b, pũcto 90, scribãtur notis algoristicis: subt⁹ vero iuxta diametrũ e b, reliqui numeri suis debitisq; locis collocabũtur. Igitur hac arte numerus graduũ nonaginta quẽ vnusquisq; quadrãs etiã interior habere intelligitur, & si in pauciores partes diuisus proponatur, omnẽ aliquotã partẽ actu habet, quæ à quouis numero nonaginta minori denominatur: nempe dimidiã partẽ totus, tertiã, quartã, quintã, sextã, septimã, octauã, nonam, decimã, vndecimã, duodecimam, & reliquas singulatim vsque nonagesimam, quã exterior quadrãs actu habet. Nã quod à minorib⁹ partibus ad maiores progrediendo vsq; ad quadragesimã sextã, aliquotas partes habeat, videlicet nonagesimã, octogesimam nonam, octogesimam octauam, & reliquas, nemo inficiabitur. At quod & cæteras quoque habeat, quæ ab ijs numeris denominantur, qui inter vnitatem sunt atq; 46, hinc facile constare poterit, quod qui numerũ aliquẽ in numerum diuidit, diuidit & in subduplũ, sub quadruplũ, cæterosq; numeros sub multiplices quos diuidẽs numer⁹ habet: vt q diuidit in nonagĩta, diuidit ẽt in

quadraginta quinque, & qui in 88, diuidit & in 44, & ita deinceps in cæteris. Atqui singuli numeri à 23. vsque 45. subdupli sunt eorũ qui in serie numerorũ disponũtur à 46. vsque 90. vno semper intermisso: & hi quoq; aliorũ minorũ multiplices sunt, & ita in reliquis, alij ad alios eodẽ modo se habent, vsque ad vnitatem. Igitur numerus ipse graduũ nonaginta quẽ in vnoquoq; quadrante contineri intelligimus, p prædictas diuisiones omnẽ aliquotã partẽ habet à dimidia vsq; ad nonagesimã. Hactenus de instrumenti structura: vsus vero per quã facilis erit. Libeat enim nocturno tẽpore, cuiusuis stellæ altitudinẽ supra horizontẽ ex amussim deprehendere: attollemus huiusmodi Astrolabiũ insublime supra oculũ, ita vt ex armilla suspensoria pũcto b, affixa libere pẽdeat, & eius latus a b, ad stellã ipsam dirigemus, dioptrãq; sensim sursum atq; deorsum versus torquebimus, quoad per vtrunq; foramen obseruatã stellã p spiciamus. Quoniã vero vix vnquã dioptra descriptis quadrantibus superponitur, quin secundũ aliquã diuisionis notã aliquẽ eorũ intersecet, considerabimus numerũ partiũ integrarũ quẽ abeisa portio habet, numerũ præterea in quẽ totus ipse quadrans diuisus fuerit, & per cõmune documentũ numerorũ proportionaliũ, has partes in nonagesimas partes quadrantis, quas gradus appellare consueuimus, hoc modo conuertemus. Multiplicabimus earũ numerũ in nonaginta, productũ diuidemus per numerũ partiũ totius quadrantis, & prodibit ex ea partitione numerus graduũ quẽ ille partes habẽt. Sed si numer⁹ aliquis ex diuisione relinquatur (vt sepe numero cõtingit) multiplicabimus eũ in sexaginta, productũ diuidemus per prædictũ numerum partium totius quadrantis, cõmunem diuisorem, & prouenient minuta prima. Relictũ quoquo numerum ex huiusmodi partitione iterum multiplicabimus in sexaginta, productumq; diuidemus per cõmunẽ diuisorẽ: & prouenient secunda minuta: & ita deinceps fiet quoadusque aut nihil ex partitione relinquatur, aut minutiæ quæ ex partitione prouenium, ob earũ paruitatẽ contẽni debeant. Exẽplum: obseruata altitudine alicuius stellæ, habeat in Astrolabio extrema linea diopræ per centrum veniens, quam fiduciæ lineam Astronomi appellant, eam positionem quam diameter f g: secetque quadrantem i r, partium æqualem 87. in puncto o, & ipse arcus altitudinis o i, partes comprehendat triginta. Igitur multiplicabimus 30. in 90. fientq; 2700. hunc numerum diuidemus per 87. & venient ex partitione gradus 31. sed relinquentur 3. hũc numerum multiplicabimus in 60. & fient 180. denique diuidemus 180. in 87. communem diuisorem, & venient ex partitione minuta prima duo, numerusq; relictus erit 6: hunc deinde multiplicabimus in 60. ad colligenda minuta secunda, fienq; 360. hæc diuidemus per 87, & prodibũt ex partitione minuta tertia quatuor: sed relictus numerus erit 12. hoc igitur ducto in 60. productoq; diuiso per cõmunem diuisorẽ, venient minuta quarta octo, at relinquẽtur ex partitione 24. Et eadem prorsus arte progrediemur quoad libuerit. Cæterum vt huiusmodi instrumentum obseruationibus solis cõmodius inseruire possit, fiant in erectis tabellis alij duo meatus angustissimi: per eos enim interdiu radius solis ingrediens, eius altitudinem supra horizontem certius cõmõstrabit.

Propositio. IIII.

Per meridianam solis altitudinem, eleuationem poli supra horizontẽ loci in quo fit obseruatio, latitudinẽ vè regionis inuenire.

PEr locum solis cognitũ eius declinatio habeatur, hęc vero quadranti adiungatur, si australis fuerit; sed auferatur si borealis: numerus enim qui ex huiusmodi adiectione aut subtractione prodierit, distantia solis erit à polo mundi arctico. Deinde sit ne polus horizontis inter solẽ & polum arcticum, an econtrario sol inter horizontis polum & mundi polũ arcticũ constitutus sit, ex vmbra meridiana in superficie horizontis porrecta eliciemus. Nam si ea vergat ad septentriones, manifestũ est polũ horizontis inter solem & ipsum borealẽ polũ sitũ esse: sed si ad austrũ, necesse est solem inter polum mundi arcticum & horizontis polum positionem habere. His itaq; præcognitis obseruabimus per Astrolabiũ, cuius constructionẽ in præcedenti propõne docuimus, maximã solis altitudinem: hanc vero meridiano tempore eũ habere necesse est: huius maximæ altitudinis solis cõplemẽtum, nempe distantiam inter polũ horizontis & solem in Astrolabio supputabimus, quam auferemus ab eo arcu quo sol à polo mundi arctico

arctico distat, si polus horizontis inter ipsos inuentus fuerit: at eandem adijciemus, si econtrario sol inter polum horizontis & mundi polū arcticū locū habuerit: arcus enim qui aut eiusmodi subtractione relictus fuerit, aut additione co[illegible]tus, distantia erit poli horizontis à polo n[illegible]arctico. Iam igitur loci quē incolim⁹ latitudo ignorari non poterit. Nam si is arcus quadranti æq[illegible]alis fuer[illegible]erit nimirū horizontis polus sub Aequa[illegible]ore collocatus. Si vero inæqualis: differentia eius à quadrante latitudo loci nuncupabitur: borealis quidem si inuentus arcus quadrante minor fuerit: at australis si maior. Vbi autē meridiana solis altitudo quadranti æqualis fuerit, loci latitudo in quo id deprehensum fuerit, & declinatio solis inuicem æquales erunt. Porro latitudinem loci altitudini poli mundi supra horizontem æqualem esse, sola communis sententia demonstrat. Cæterum meminisse oportet, quædam esse loca quibus sol ad quoddam tempus nec oritur, nec occidit, sed perpetuo eleuatus cernitur: supra quorum horizontes duas altitudines meridianas habet, alteram maximam, alteram minimā intra quatuor & viginti horas. In his vtemur etiā maxima altitudine, nihilque operatio variabitur. Possunt præterea interdiu locorum latitudines inueniri citra meridiem. Nos enim vt in eo commentario quod ad artem nauigandi, materno sermone conscripsimus videre licet, artem excogitauimus, qua omni diei tempore, hora & meridiani positione ignotis existentibus, eleuatio poli mundi supra horizontem, simul atq; hora, & ipsa meridiani positio inueniantur: idque etiam si medio aberrantes pelago, aut in solitudinibus degentes, non solū horam & meridiani positionem ignoraremus, verum etiam & solis locum eiusque declinationem, & denique annum atque diem in quo huiusmodi obseruatio fit.

Propositio. V.

Ex data loci latitudine altitudine vè poli suprahorizōtem, astri meridianum possidentis declinationem deprehendere.

PER tertiam propositionem obseruetur examussim propositi astri altitudo cum meridianum occupauerit. Tum vero si recesserit à polo horizontis ad partes poli manifesti qui eleuatus cernitur, iungemus complementum altitudinis eiusdē astri, arcui latitudinis loci in quo fit obseruatio numerus enim ex his duobus conflatus si quadrantem non superauerit, erit ipsius astri declinatio. Sed si quadrante maior inuētus fuerit, auferemus eum à semicirculo, & relinquetur propositi astri declinatio, eiusdem denominationis cum latitudine loci. At si recesserit à polo horizontis ad partes poli occulti, facta collatione inter latitudinem loci & complementum altitudinis astri: si æqualia inueniantur, propositum astrum declinatione carebit. Sed si inæqualia, auferatur minor numerus à maiori, relinqueturque ipsius astri declinatio, eiusdem denominationis cum ea quam latitudo loci habet, si latitudo ipsa maior inuenta fuerit, sed oppositæ si maior. Verumenim vero si nulla distātia reperta sit inter astrum & horizontis polum, astri declinatio latitudini loci æqualis erit, & ad eandem partem. Huius & præcedentis propositionis demonstrationes quoniā facillimæ sunt, consulto prætermisimus.

Propositio. VI.

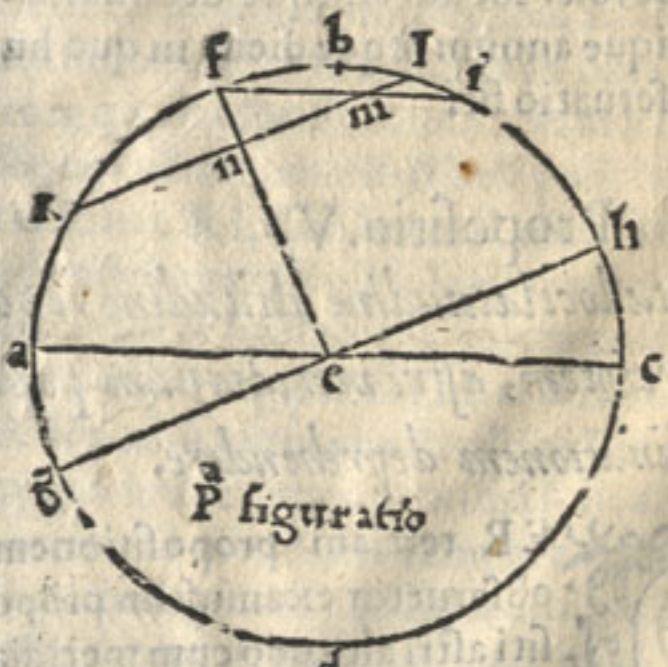
Ex longitudine latitudineque stellæ datis, eius declinationem, & vicissim ex latitudine atque declinatione eius longitudinem, rectamque ascensionem inuenire. Nam sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinibus rectis maximæ declinatiōnis Ecliptica & complementi latitudinis stellæ, ita sinus versus longitudinis eius ab alterutro punctorum tropicorum initium capientis, ad quandam rectam lineam, quam non ab re argumentum declinationis appellabimus. Ea enim æquali existente sinui recto complementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, nulla prorsus habebitur declinatio. At vero si inæqualis fuerit, erit nimirum ipsarum rectarum differentia, sinus rectus quæsitæ declinationis: eiusdem quidem denominationis

cum latitudine, si minor: sed oppositæ si maior. Porro si latitudo borealis fuerit, computari debet stellæ longitudo à capite Cancri, secundum signorum consequentiam, si modo in Ecliptice medietate descendenti posita fuerit: contra vero si in ascendenti. Sed â capite Capricorni ordine contrario si australis.

Aliter. Si concepta stella intra polum Ecliptice Arcticum sita est, & eum æquidistantem Australem qui ab Ecliptica arcu maximæ declinationis vndique recedit: quomodo se habet quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinibus rectis maximæ declinationis Ecliptice, & complementi latitudinis stellæ: ita sinus versus longitudinis eius à capite Cancri, ad quandam rectam lineã. Quæ æquali reperta sinui recto complementi differentiæ duorum arcuum, quorum vnus est ispa maxima declinatio, alter vero distantia proposite stellæ à polo Ecliptice borealis, nulla prorsus habebitur declinatio. At eidem si nui recto inæquali existente: erit nimirum ipsarum rectarum differentia, sinus rectus quæsitæ declinationis: borealis quidem si minor, australis autem si maior. Sed si proposita stella in concepto circulo posita sit, quartus proportionis terminus sinus rectus erit suæ declinationis australis. Iam vero si extra eum, quartus terminus proportionis simul cum sinu recto eius arcus quo stellæ latitudo maximam declinationem excedit, sinum rectum declinationis australis conficiet.

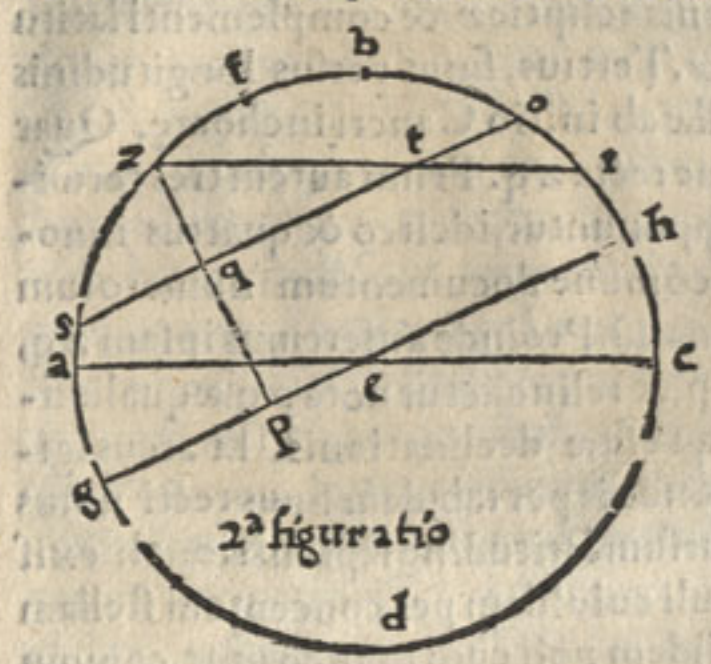
Verum enimuero proposita stella latitudine carente, sicut sinus totus ad sinum rectum maximæ declinationis Ecliptice, ita sinus rectus eius arcus quo distat à proxima sectione aut vernali aut autũniali, ad sinum rectum declinationis quã habet.

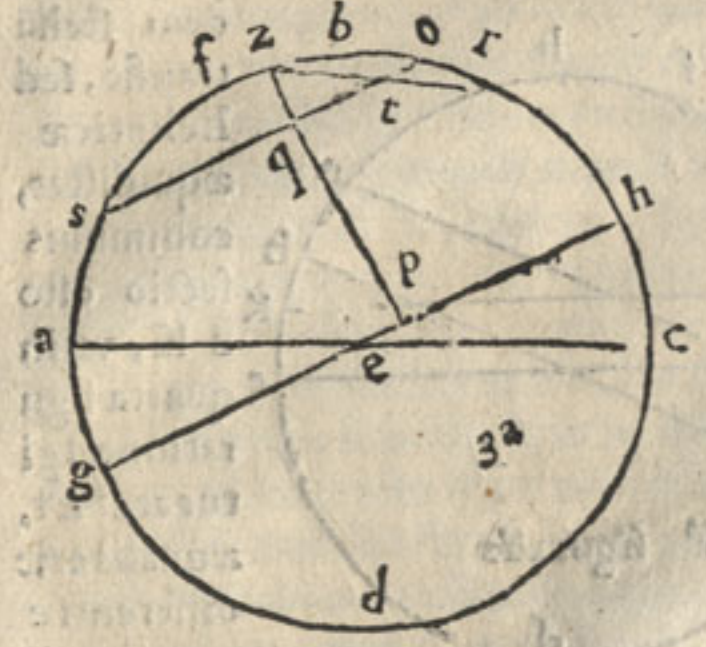
ET si multis modis id quod præsens problema inquirendum proponit, inuenire possemus: malumus tamen ea demonstrandi arte, eisque figurationibus vti, quibus ab initio huius opusculi vsi sumus: nec iniuria. Nã præterhoc quod iuxta hanc methodum pauciſsimis multiplicationibus ac diuisionibus negotium absoluitur. habent huiusmodi schemata pulchrũ quoddam, quod alibi meis demonstrationibus quoad potui, immiscere consueui. Referũt enim adeo vere in plano vnius meridiani cælestiũ circulorum superficies, vt in eisdem velut in instrumento quodam, absque numerorum exercitio quod inquirendũ proponitur, cognoscere possimus. Esto igitur circulus a b c d cuius centrum e, colurus qui per principia Cancri & Capricorni venit, punctum f, polus mundi Arcticus, b, polus Ecliptice proximus: recta a c, sectio Ecliptice: g h, sectio Æquatoris. Ponamus præterea eam stellam cuius declinationem metiri volumus, latitudinẽ borealẽ habere, æqualemq; complemento maximæ declinationis Ecliptice, vt in prima figuratione: eumq; circulum intelligamus ipsi Ecliptice parallelum qui per centrũ stellæ trãsit: eius sectio esto f i: circulus ille deinde cõcipiatur æquatori parallelus, quẽ stella ipsa motu diurno describit: eius sectio esto k l. Igitur recta linea horũ duorum circulorum communis sectio, ad stellamque



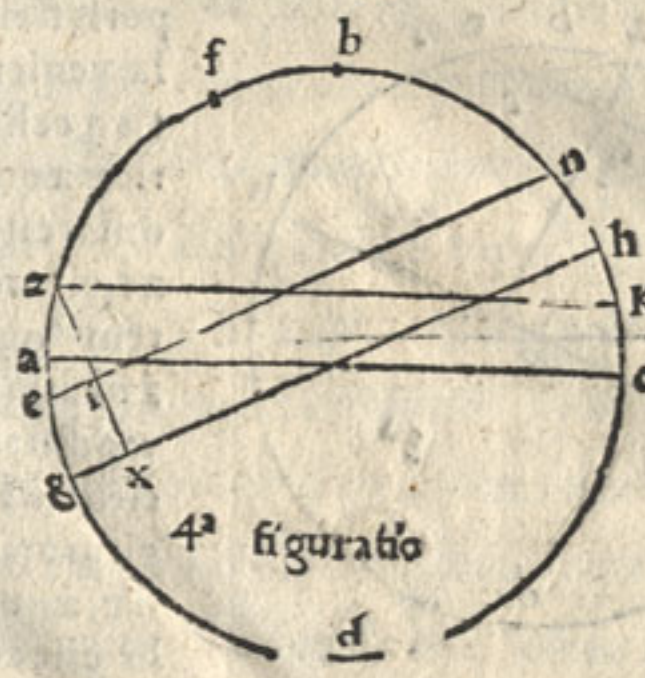
lamque propoſitam terminata, plano deſcripti coluri ſuper puncto m, rectarum f i, K l, interſectione, ad rectos angulos erit, per 19. propoſitionē primi Theodoſij, & vndecimi Euc. Itaque recta f m, ſinus verſus erit diſtantiæ propoſitæ ſtellæ ab initio Cancri in ipſo cōcepto parallelo Eclipticæ, quam quidem computare debemus ſecundum conſequentiam ſignorum, ſi locū habet in ſemicirculo Eclipticæ deſcendēti, ſed contra ſi in aſcendenti, vt huiuſmodi diſtantia ſemicirculo minor euadat. Cōnectatur autē f e, quæ rectā K l, ſecet ſuper pūcto n. Quoniā vero rectę lineæ g h, k l, parallelæ ſunt: item a c, f i, parallelæ per 16. propoſitionē vndecimi libri Euc. Idcirco angulus f m n, triāguli n f m, angulo a e g, maximæ declinationis eclipticæ æqualis erit per primam partem 29. propoſitionis primi libri Euclidis bis aſſumptam: angulus autē f e h, rect⁹ eſt, quia f g, f h, quadrātes, quod item decima primi Theo. demōſtrat: igitur angulus f n m, per ſecundam partē eiuſdē vigeſimæ nonæ propoſitionis primi rectus etiā erit. Quapropter in ipſo triangulo f n m, ſicut ſin⁹ totus ad ſinū rectum arcus anguli f m n, ita recta f m, ſinus verſus longitudinis ſtellæ ab initio Cancri inchoatæ, in concepto parallelo latitudinis, ad rectam f n, per lēma ſextæ appendicis. Atqui ſicut idem ipſe ſinus totus nempe ſemidiameter a e, ad ſinum rectum complementi latitudinis ſtellæ, ſemidiametrum videlicet concepti paralleli latitudinis, ſic ſinus verſus longitudinis eiuſdē ſtellæ ſecundus gradus eclipticæ computatæ, ad rectam f m, per lēma quintæ appendicis: idcirco ratio ſinus verſi longitudinis ſtellæ ſecundum eclipticæ gradus, ad rectā f n, ex eiſdem rationibus componitur, eis quas habet ſinus totus ad ſinū rectū arcus anguli f m n, angulo maximæ declinationis æqualis, & ad ſinum rectum cōplementi latitudinis ipſius ſtellæ. Proterea per 23. propoſitionem ſexti libri ſeptima quinti adiuuante, ſicut quadratum ſinus totius ad rectangulum contentum ſub ſinibus rectis maximæ declinationis Eclipticæ & complementi latitudinis ſtellæ, ita ſinus verſus longitudinis quā habet, ad rectam f n. Quoniā autem complementum latitudinis ſtellæ æquale ponitur arcui b f, polorum interuallo, & ipſe b f, arcui a g, maximæ declinationis eclipticæ æqualis eſt per communem ſententiam: hinc fit vt nulla relinquatur differentia inter maximam declinationem & cōplementum latitudinis ſtellæ: igitur totus quadrans g f, complemē-

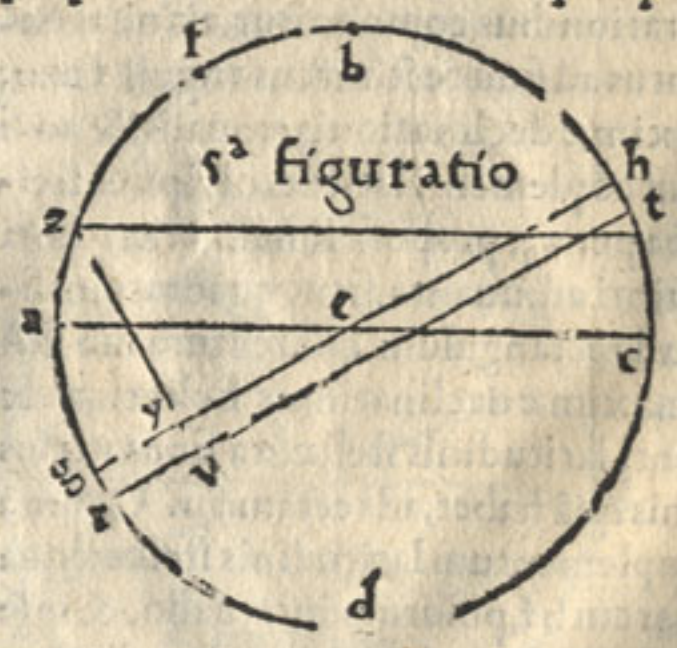
tum differētiæ quodāmodo appellarī poteſt ipſorum æqualium arcuum: & ſinus totus e f, huiuſmodi complementi ſinus rectus. Hic vero rectam f n, quartum proportionis terminū recta e n, excedit: deinde ipſa e n, ſinui recto arcus g k, æqualis eſt per 28. & 34. propoſitionē primi: at vero g k. & declinationis ſtellæ arcus, æquales ſunt, æqualesq; habent ſinus rectos per ea quæ in primo lēmate demonſtrauimus. Igitur per communem ſententiam ſubtracta recta f n, quarto proportionis termino è recta e f, ſinu toto quem ſinum rectum complementi differentiæ duorū prædictorū arcuum appellauimus, relinquetur ſinus rectus quæſitæ declinationis. Atqui per commune documentum numerorum proportionalium quartus ipſe proportionis terminus innoteſcit: igitur & ſinus rectus quæſitæ declinationis notus relinquetur. Quare & ipſa declinatio per tabulam ſinus recti nota. Sed ponatur vt in ſecunda & tertia figuratione, latitudo ſtellæ itē ſeptentrionalis, eiuſq; cōplemētum maximæ declinationi inæquale: ſectio circuli per cētrum corporis ſtellæ venientis q eclipticæ æquidiſtat eſto z r, ei⁹ autem qui æquatori æqdiſtat eſto s o. Igitur arc⁹ b z, æqualis erit cōplemento latitudinis ſtellæ: eſt autem b f, æqualis maximæ declinationi eclipticæ: idcirco arcus z f, differētia maximæ declinationis eclipticæ & complementi latitudinis ſtellæ. Ducatur autem à puncto z, recta linea z p, perpendicularis





cularis in g h: quoniã vero f g, aut f h, quadrans exiſtit, erit ipſa recta z p, ſinus rectus complementi arcus z f. Porro rectarum z p, s o, interſectio ſit ſuper puncto q, itaque recta linea p q, æqualis erit ſinui recto arcus ſeptentrionalis g s, ipſe vero arcus g s, æqualis declinationi propoſitæ ſtellæ: recta igitur z q, differẽtia erit duorũ ſinuum rectorum, quorum vnus eſt declinationis ſtellæ, alter vero complementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, nempe maximæ declinationis eclipticæ, & complemẽti latitudinis eiuſdem ſtellæ. Atqui anguli trianguli q z t, ęquales ſunt angulis trianguli n f m, primæ figurationis: eſt enim angul⁹ ad t, æqualis angulo maximæ declinationis: præterea angulus ad q rectus. Igitur concludemus quẽadmodum in ipſa prima figuratione quatuor terminos ſub eadẽ ratione proportionales. Quorũ primus, quadratũ ſinus totius. Secundus, rectangulum contentum ſub ſinibus rectis maximæ declinationis eclipticæ & complementi latitudinis ſtellæ. Tertius, ſinus verſus longitudinis eiuſdẽ ſtellæ ab initio Cancri inchoatę. Quartus denique recta z q. Primi autem tres terminι noti ſupponuntur, idcirco & quartus innoteſcet per cõmune documentum numerorum proportionaliũ. Proinde auferemus ipſam z q, ab recta z p, & relinquetur nota p q, æqualis ſinui recto quæſitæ declinationis. Et arcus igitur declinationis per tabulam ſinus recti notus euadet. Rurſum latitudine ſeptentrionali exiſtente, circuli cuiuſdam per conceptam ſtellam ducti, cui ijdem poli cum mundo ſunt, communis ſectio eſto recta g h: eius autem qui per eandem ſtellã tranſit, ſed Eclipticæ æquidiſtat, communis ſectio eſto z K, vt in quarta figuratione. Igitur arc⁹ z f, æqualis erit differentiæ maximę declinationis Eclipticæ. & complementi latitudinis ſtellæ. Deducatur à puncto z, ſuper rectam g h, perpẽdicularis z x: igitur recta ipſa linea z x, quartus terminus proportionalis fiet memoratæ proportionis. Porrò ſupponatur ſinum rectum cõplementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, quorum vnus eſt maxima eclipticæ declinatio, alter vero complementum latitudinis ſtellæ, ipſi perpendiculari z x, æqualẽ eſſe. Dico rectam lineam g h, ſectionem Aequatoris eſſe: propoſitamque ſtellam declinatione carere. Nam ſi non eſt recta g h, æquatoris ſectio, erit igitur alia, vel ſupra, vel infra, verumtamen ei æquidiſtans vt neceſſe eſt per 16. propoſitionẽ 11. libri. Eſto huiuſmodi linea recta e n, quæ rectam z x in puncto i, ſecet. Igitur quoniam anguli ad x, recti ſunt, anguli quoque ad i, recti erunt, per 29. propoſitionem primi. At vero arcus e f, inter polum mundi & æquatorem quadrans eſt, idcirco arcus e z, complementũ erit arcus z f, & recta i z, eius ſinus rectus. Erat autem per hypotheſim recta z x, æqualis ſinui recto complementi arcus z f, æquales igitur inter ſe i z, z x, per communem ſententiam, pars & totum, quod eſt impoſsibile. Non poteſt idcirco æquator colurum ſecare ſupra g, nec etiam infra propter idem incommodum: ſecabit igitur eum ſuper recta ipſa linea g h. Quapropter propoſitam ſtellam declinatione carere neceſſe eſt. Præterea ponamus latitudine ſicut in cæteris ſeptentrionali exiſtente, differentiaq; prædicta z f, circulum ductum per conceptam ſtellam æquatori æquidiſtantem, ſecare vt in quinta figuratione planum coluri ſuper recta linea r t, communi eorum ſectione: ſinũque rectum complementi arcus z f, eſſe lineam z y, quã producemus in rectum donec ſecet rectam lineam r t, in puncto v. Erit igitur quartus terminus proportionis recta linea z v, quæ quidem rectã z y, ſuperabit differẽtia y v æquali ſinui recto arcus g r. Eſt autem ipſe arcus g r, ęqualis declinationi ſtellæ: æqualesq; arc⁹ æquales ſinus rectos habent, per ea quæ in primo lẽmate demõſtrauimus: idcirco ſublata recta z y, ab recta z v, quarto termino, quoties ea minor inuenta fuerit, recta y v, æqualis ſinui recto declinatio-



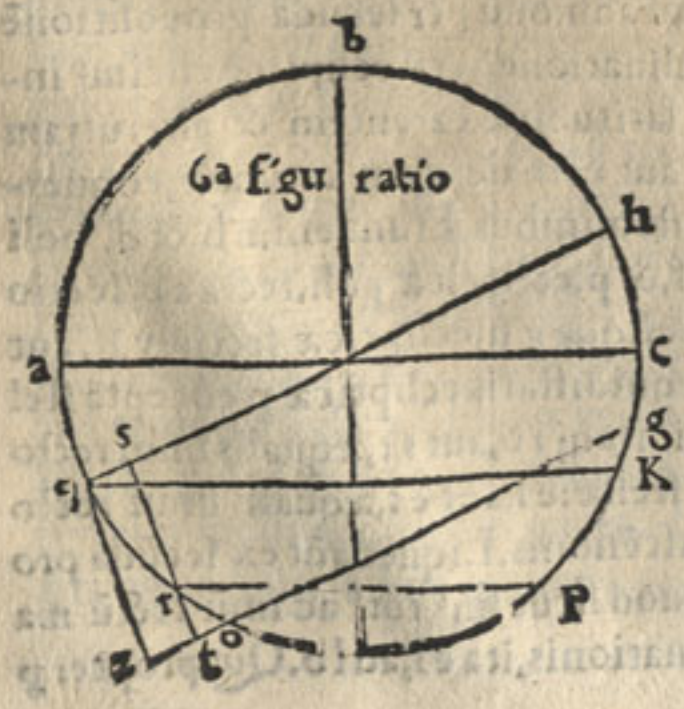


clinationis ſtellæ nota relinquetur:& declinatio deniq; per tabulã ſinus recti innoteſcet.Neceſſe eſt autẽ huiuſmodi declinationẽ Auſtralem eſſe.Nã recta z v,quartus proportionis terminus non poſſet ſuperare rectã z y,ſinũ rectũ arcus z g,niſi circulus æquidiſtans æquatori p ſtellã ductus,colurũ ſecaret infra g h.Porro latitudine exiſtẽte Auſtrali in eiſdẽ figurationib⁹ propoſitũ aſſequemur. Sed ponemus pũctũ b,eſſe polũ eclipticæ Auſtralẽ:f,vero polũ mũdi Antarcticum:longitudoq; ſtellæ cõputabitur ab initio Capricorni, ſecundum ſignorum conſequentiam,aut contra: & inuenta declinatio oppoſitam denominationẽ habebit priori.

Aliter quoque quẽadmodum propoſuimus ſtellarum declinationes,earũ longitudines atq; rectæ aſcenſiones inueniri poſſunt:idq; via parum à prima diuerſa. Nam ſi latitudo ſeptentrionalis fuerit,tres primi proportionis termini minime variabũtur,quartus etiã intactus ſeruabitur,propterea quod vn⁹ idẽq; arcus cõplemẽtũ latitudinis ſtellę nũcupabitur,& diſtãtia eius à polo eclipticæ ſeptẽtrionali. Quare quũ ita acciderit,vna eadẽq; demõſtratio fiet. Sed ſi latitudo auſtralis fuerit,minorq; arcu maximæ declinationis,in eiſdẽ figurationib⁹ propoſitũ demõſtrabitur:dũmodo in eis intelligatur circulum æquidiſtantem eclipticę per cõceptã ſtellã venientem,ſecare colurũ inter a, & g, pũcta. At vero habeat propoſita ſtella latitudinem auſtralẽ,æqualẽque arcui maximæ declinationis.Ponemus turſum punctũ b, eſſe polũ eclipticæ ſeptentrionalẽ,a c,ſectionẽ eclipticę at q h,æquatoris ſectionem:a,initiũ Cancri:c. finẽ Sagittarij:ſectio circuli æquidiſtantis eclipticæ per ſtellam venientis eſto q k:recta autẽ o g,ſectio æquidiſtantis æquatori qui per eam quoq; ducitur:extẽdatur præterea hęc ad partem o,& in eam à puncto q,perpendicularis deducatur q z,vt in ſexta figuratione.Igitur q z, erit quart⁹ proportionis terminus æqualisq; ſinui recto arcus q o declinatiõis nẽpe auſtralis propoſitæ ſtellæ: quod p 34. propõnem primi facile oſtẽdi poterit, deducta prius perpẽdiculari à pũcto o, in q h. Denique ponamus conceptã ſtellã latitudinẽ auſtralẽ habere,maiorẽ arcu maximæ declinationis: ſectio circuli æquidiſtantis eclipticæ per eam venientis eſto r p:ſectio æquidiſtãtis æquatori per eam quoque venientis,ſit o g:in quã à pũcto r,perpendicularis deducatur r t:ipſa deinde perpẽdicularis deducta extendatur,donec occurrat rectæ q h, ſuper s,puncto. Igitur r t,erit quartus proportionis terminus:arcus vero q r, exceſſus quo ſtellæ latitudo arcũ a q, maximæ declinationis ſuperat:recta r s, eius ſinus rect⁹: totaq; ipſa s t,ex his duabus rectis lineis cõſtãs æqualis eſt ſinui recto arcus o q, declinationis ſtellæ,vt iterũ per 34.propoſitionem primi demõſtrari poterit.Quapropter quarto portionis termino cognito,iũgemus eũ ſinui recto differentiæ latitudinis ſtellæ & maximæ declinationis eclipticæ: numerus enim conflatus ſinus rectus erit quæſitæ declinationis:& ipſa igitur declinatio per tabulam ſinus recti innoteſcet.

Cæterum ſi propoſita ſtella latitudine caruerit, multò facilius eius declinationẽ ſupputabimus.Secunda enim propoſitione demõſtratũ habetur,quod ſicut ſinus totus ad ſinũ rectũ maximæ declinationis eclipticę, ſic rectus ſinus arcus diſtantiæ ſtellæ latitudine carentis à ſectione vernali aut autũnali,ad ſinũ rectũ ſuæ declinationis.Igitur p cõmune documẽtũ numerorũ proportionaliũ ex cognita ſtellæ diſtãtia,ei⁹ decinationẽ,& viciſsim ex declinatiõe diſtãtiã qua ab alterutra ſectiõe abeſt eliciem⁹.

Per latitudinem quoque & declinationem ſtellæ,eius longitudinẽ ab initio Cancri ſecundum ſignorum conſequentiã aut contra facile ſupputabim⁹.Nã latitudine exiſtẽte ſeptẽtrionali,ſi eius complementũ æquale proponatur arcui maximæ declinationis eclipticæ, vt in prima figuratione,auferemus à ſinu toto ſinum rectũ declinationis,& relinquetur quart⁹ proportionis terminus notus.Sed ſi inæquale fueritq; declinatio borealis vt in ſecũda & tertia, auferem⁹ à ſinu recto cõplemẽti differẽtiæ ipſorũ arcuũ inæqualiũ ſinum rectũ ipſius declinationis borealis propoſitæ,& relinquetur quartus terminus notus. At vero ſi rurſum inæquale,& declinatio auſtralis proponatur vt in quĩta,adijciemus ſinui recto complementi prædictæ differentiæ ſinum rectum propoſitæ declinationis auſtralis:& conflabitur quartus terminus notusq;.Demũ ſi inæquale & ſtella de-



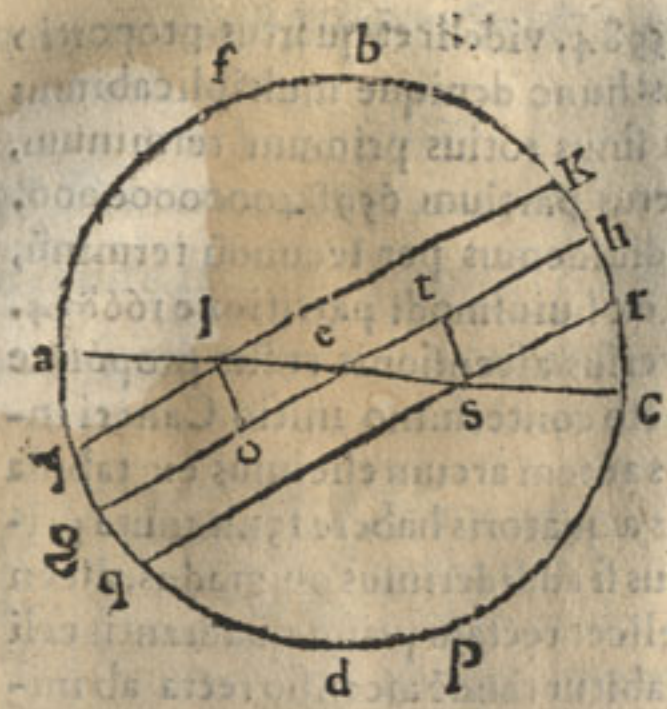
clinatione caruerit vt in quarta, ipſe quartus terminus erit ſinus rectus cõplementi prædictæ differentiæ. Quũ igitur quartus termin⁹ quolibet horũ modorũ notus euaſerit, multiplicabimus eũ in primum, & productũ diuidemus per ſecundũ & prodibit tertius terminus notus, videlicet ſinus verſus longitudinis ſtellæ ab initio Cancri ſecundũ ſignorum conſequentiam aut contra, igitur eius arcus per tabulam ſinus innoteſcet. Et conſimili prorſus modo ſi latitudo Auſtralis extiterit, quartus proportionis terminus inueſtigabitur: eumq; in primum perducendo & productum per ſecundum diuidendo, prodibit tertius terminus, nempe ſinus verſus lõgitudinis ſtellæ ab initio Capricorni ſupputatæ ſecundum ſignorum ſucceſsionem aut contra: per tabulam igitur ſinuum arcus ipſe longitudinis notus euadet.

Correlarium.

Et quoniã quotidie per ſolis radiũ meridianum altitudo poli ſupra horizontẽ deprehendi poteſt. & per eius cognitionẽ nocturno tempore ſtellarum declinationes indagari poſſunt, vt quinta propoſitio docuit, earumque latitudines haud quaquam variantur. Hinc manifeſtum eſt quonam modo veræ ſtellarum longitudines quauis nocte inueniri debeant.

RVrſum per declinationẽ & latitudinẽ ſtellæ cognitã, rectam eius aſcenſionẽ in eiſdẽ figurationibus inueſtigabimus, nominibus tantũ permutatis: b, punctũ intelligemus poluũ mũdi Arcticũ: f, polum Eclipticæ proximũ: a c, ſectionẽ æquatoris: g h, ſectionẽ Eclipticæ: rectã f i, primæ figurationis, ſectionem circuli ducti per centrũ corporis ſtellæ æquatoriq; æquidiſtantis: ſed K l, ſectionem circuli æquidiſtantis eclipticæ, per centrũ quoq; ſtellæ veniẽtis: & cõſimili modo in cæteris figurationibus. Quotiesigitur declinatione boreali exiſtente, eius cõplementũ æquale proponatur maximæ declinationi eclipticæ vt in prima, auferemus à ſinu toto ſinũ rectũ latitudinis ſtellæ, nẽpe rectã e n & relinquetur quart⁹ terminus notuſq;. Sed ſi inæquale, & non ſolum declinatio borealis fuerit, verũetiam latitudo vt in ſecunda & tertia, auferemus à ſinu recto complemẽti differentiæ maximæ declinationis & complemẽti declinationis ſtellæ, ſinũ rectũ latitudinis, rectã videlicet p q, & relinquetur quartus terminus notus. At vero ſi rurſus inæquale, & latitudo proponatur auſtralis vt in quinta, adijciemus ſinui recto cõplementi prædictæ differentiæ rectam y v, ſinũ rectũ propoſitæ latitudinis & colligetur quartus proportionis terminus notus. Demũ ſi inæquale & propoſita ſtella latitudine cauerit vt in quarta, ipſe ſinus rectus complementi prædictæ differentiæ erit quart⁹ terminus. Quum igitur quartus proportionis terminus quolibet horũ modorũ notus euaſerit, multiplicabimus eũ in quadratũ ſinus toti⁹ primũ proportionis terminũ, productũ diuidemus per eũ numerũ qui fit ex ductu ſinuũ rectorũ maximæ declinationis ecliptice & cõplemẽti declinationis ſtellæ, qui quidẽ ſecũd⁹ proportionis terminus ſtatuitur, & prodibit ex ea partitione tertius proportionis terminus not⁹, ſinus verſus videlicet aſcẽſionis rectæ ab æquatoris pũcto initio Capricorni coorienti inchoatæ: igitur per tabulã ſinuũ, aſcẽſionis arc⁹ innoteſcet. Cõputabitur autẽ huiuſmodi arcus ſecundũ motũ diurnũ ſi ſtella ipſa in eis ſignis quæ à principio cãcri in finẽ Sagittarij deſcendũt, poſita fuerit: ſed cõtra ſi in ſignis aſcẽdẽtibus. Simili proceſſu ſi declinatio ſtellæ auſtralis proponatur aſcẽſionẽ rectã inueſtigabimus: ſed ea ſumet initiũ à pũcto æquatoris principio cãcri coorientis: cõputabiturq; ſecũdũ motũ diurnũ ſi ſtella ipſa reperta fuerit in ſignis ſemicirculi aſcẽdẽtis: cõtra vero ſi in reliquis ſignis ſemicirculi deſcẽdẽtis. Cæterũ ſi propoſita ſtella declinatione caruerit, vt in ſeptima figuratione, aſcẽſionẽ eius rectã inueſtigabim⁹ per latitudinẽ, quẽadmodũ per ſecũdã propoſitionẽ ex ſola declinatione, arcũ ecliptice elicim⁹ inter ſtellam latitudine carentem & alterutram ſectionem aut vernalem aut autũnalẽ, conuerſis tantum nominibus. Erunt enim b, & d, poli æquatoris: f, & p, ecliptice poli, recta a c, ſectio æquatoris: reliqua g h, ecliptice ſectio: y K, aut q r, ſectio æquidiſtãtis ecliptice p cõceptã ſtella ducti. Erit itaq; l o, aut s t, æqualis ſinui recto latitudinis ſtellæ: e l, aut e s, æqualis ſinui recto arc⁹ rectæ aſcẽſionis. Liquet aũt ex ſecũda propoſitione quod ſicut ſin⁹ tot⁹ ad ſinũ rectũ maximę declinationis, ita e l, ad l o. Quapropter p

commune



commune documẽtũ numerorũ proportionalium ex primo secũdo & quarto termino cognitis, tertiꝰ innotescet: & arcꝰ ipse ascẽsionis rectę per tabulã sinuũ cognitꝰ quoq;. Cõputabitur autem huiusmodi arcus à proxima æquatoris & ecliptícæ sectione. Hæc præterea septima figuratio accommodari poterit ad rectam ascensionem stellæ latitudine carentis inuestigandam, quod per quartã præcedentem figurationem sub maioribus numeris supputare docuimus. Esto enim a b c d, circulus æquinoctialis: diameter g h, sectio Coluri per puncta tropica venientis: recta y K, sectio circuli cuiusdam ipsi Coluro æquidistantis, qui per stellam ducitur: recta a c, sectio circuli declinationis ipsius conceptæ stellæ. Igitur per ea quæ in primo lemmate demonstrauimus, arcus y g, æqualis erit arcui Ecliptícæ inter stellam & punctum tropicum: perpendicularis vero l o, æqualis sinui recto eiusdẽ arcus: deinde recta e l, æqualis sinui recto complemẽti declinationis propositæ stellæ: siquidem declinationis circulus colurum & ei æquidistantem secat: sunt autem huiusmodi communes sectiones rectæ quædam lineæ ad planũ æquatoris perpẽdiculares, super punctis e, l, quarum vna terminatur ad mundi polum, altera ad conceptam stellam: porro arcus a g, est ascensio recta ipsius stellæ à puncto æquatoris proximo puncto tropico contermino supputata, ad motum mundi aut contra. Quoniam vero in triangulo e l o, sicut sinus totus ad sinum rectum arcus anguli l e o, ita recta e l, ad rectam l o: per lemma sextæ appendicis: ipse autem angulus l e o, arcui a g, subtenditur: erit idcirco sicut sinus totius ratio ad sinum rectæ ascẽsionis stellæ, ita ratio sinus recti complemẽti declinationis eiusdem stelæ ad sinum rectum arcus ecliptícæ quo eadẽ à puncto tropico abest. Quapropter multiplicabimus quartũ terminum in primũ additione sola quinque ziphrarũ: productũ diuidemus per tertiũ, nẽpe sinũ rectũ cõplementi declinationis: & numerus proueniens sinus rectus erit arcus a g, ascensionis videlicet stellæ. Propterea per tabulam sinuum ascensio ipsa cognita fiet.

Reliqua quoque pars huius sextæ propositionis quæ longitudines refert semper ad caput Cancri, huiusmodi inquisitioni rectæ ascensionis accommodari potest, nominibus etiam commutatis.

Ed horũ omniũ quæ demõstratione stabilita sunt, nonnulla subiungemus exẽpla. Supponamus Spicam virginis locũ habere in decimo octauo minuto primo decimi septimi gradus libræ: duos etiã gradus latitudinis australis: oporteatq; eius declinationem inuenire. Sinus rectus graduum 88. quos habet complementum latitudinis, partes continet 99939. qualium sinus totus habet 100000. Sinus vero rectus maximæ declinationis ecliptícæ partes habet 39874: horum duorum numerorũ ductus 3984967686. nempe secũdus memoratę proportionis terminus: arcꝰ lõgitudinis ab initio Capricorni supputatus cõtra signorũ successionẽ gradus cõtinet 73. minuta prima 42. eius finꝰ versus 71934 tertius terminus. Igitur multiplicabimus hunc tertiũ terminũ in secũdũ, & fiẽt ex ipsa multiplicatione 286654665524724. hũc numerum diuidemus per quadratũ sinus totius primum terminum, sola abiectione decẽ vltimarũ figurarũ: & prouenient ex ea partitione 28665. & vnius partis fere dimidium, quartus scilicet proportionis terminus. Quoniã vero differẽtia maximæ declinatiõis ecliptícæ & cõplemẽti latitudinis predictæ stellæ gradꝰ habet 64. & $\frac{1}{2}$ huius differẽtiæ cõplemẽtũ gradus cõtinebit 25. & $\frac{1}{2}$, cuiusquidẽ sinus rectus 43051. Et quia quartꝰ proportiõis terminꝰ 28665. minor est quã 43051. sinus rectus cõplemẽti prædictæ differẽtiæ, latitudoq; propositæ stellæ australis existit: eius quoq; declinatio australis erit: auferemꝰ itaq; vnũ numerũ ab altero, & relinquẽtur 14386. quẽ deniq; numerũ sinũ rectũ esse

quæsitæ declinationis necesse est, iuxta secundæ figurationis demonstrationem. huic respondent in tabula sinuum rectorum, gradus octo & minuta prima 16. quos habebit australis declinatio Spicæ virginis.

Præterea supponamus stellam luminosiorē lancis septentrionalis Libræ gradus octo habere, minuta vero prima 30. latitudinis septētrionalis: itē gradus septē, minuta 18. declinationis australis: oporteatq; eius verū locū indagare. Igitur cōplemētū latitudinis gradus habet 81. minuta 30. eius sinus rectus partes semidiametri cōtinet 98901. sinus rectus maximę declinationis ecliptice 398 74: horū duorū numerorū ductus 39425784 74. secūdus proportionis terminus. Differētia maximę declinationis & cōplemēti latitudinis gradus habet 58: huius differētię cōplemētū gradus 32: eius sinus rectus partiū erit 52991. Et quoniā latitudo est borealis, declinatio vero australis vt in quinta figuratione adijciemus ipsis 52991. sinū rectū declinationis propositæ stellæ partes videlicet 12706. & cōflabitur quartus proportiōis termin⁹ 65697: hunc multiplicabimus in quadratum sinus totius primum proportionis terminum, & fient 6569700000000000: hic deniq; numerus diuidetur per secundum terminum, & prodibit ex ea partitione tertius, nempe 166660. sinus versus longitudinis stellæ ab initio Cācri inchoatæ: porro huic numero respondet in tabula sinuū, arcus graduū 131. primorūq; minutorū 48 quibus dā secūdis minutis additis. Igitur proposita stella collocabitur iuxta premissas hipotheses intra minutū quadragesimū nonū, duodecimi gradus signi Scorpij. Eius autē ascēsionē rectā hoc modo supputabimus: cōplemētū declinationis gradus habet 82. minuta prima 42: huius arcus sinus rect⁹ partes 99189: porro hūc numerum multiplicabimus in 39874. sinum rectū maximæ declinationis ecliptice, & fiēt 3955062186 nempe secundus proportionis terminus. Deinde à gradibus 82. minutis primis 42, cōplemēti declinatiōis propositę stellæ auferemus gradus 23. minuta prima 30. maximæ declinationis, & relinquentur gradus 59. minuta prima 12. differētiæ: hui⁹ præterea differētiæ cōplementū gradus cōtinebit 30. minuta prima 48. quorū sinus rectus partes habet 51204. cui quidē numero adijciemus 14780, sinū rectū latitudinis stellæ, iuxta demōstrationē quintæ figurarionis. quia declinatio borealis existit & latitudo australis: & cōflabitur ex eis numerus partiū 65984. videlicet quartus proportionis terminus: hunc denique multiplicabimus in quadratū sinus totius primum terminum, & fiet numerus partium 6598400000000000. Eum igitur diuidemus per secundū terminū, & prodibūt ex huiusmodi partitione 166834. nēpe sinus versus ascensionis rectæ propositæ stellæ à puncto contermino initio Cancri inchoatæ. Eius autem arcum elicimus ex tabula sinuū gradus æquatoris habere 131. minuta prima 56: quibus si addiderimus 90. gradus, ascensionem videlicet rectam primi quadrantis ecliptice, conflabitur tandē ascensio recta ab initio Arietis inchoata graduum 221. primorum minutorum 56. quam ipsa luminosior stella lācis septentrionalis Libræ habet.

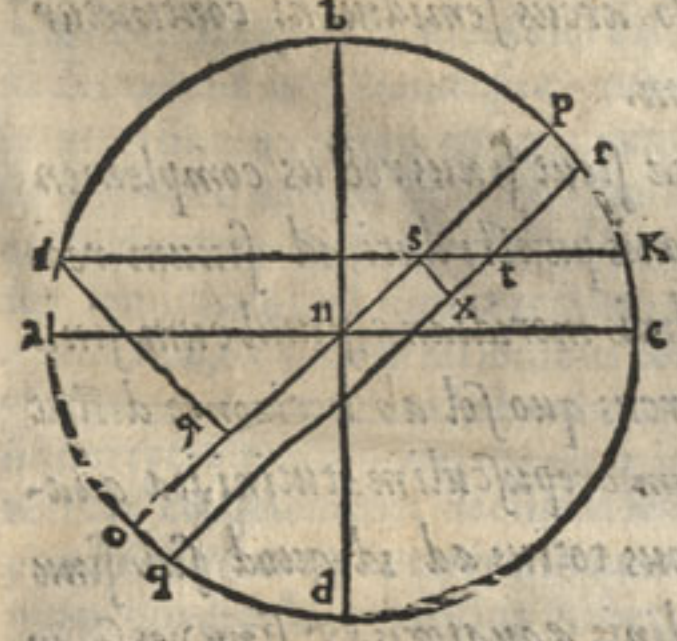
Et per reliquam quoque partem propositionis quæ longitudines sēper refert ad caput Cācri, haud lōgiore syllogismo declinationes supputari possunt, hoc videlicet modo. Habeat Canis maior gradus 39. minuta prima 10. latitudinis australis: lōgitudinis vero ab initio Cancri gradus 7. minuta 18: oporteatq; eius declinationem metiri. Igitur cōplementū latitudinis gradus habebit 50. minuta 50: huius arc⁹ sinus rectus partes habet 75531: hunc numerū multiplicabimus in 39874. sinū rectum maximæ declinationis, fiētq; 3011723094. nempe secundus proportionis terminus: hunc præterea perducemus in 814. sinum versum graduū 7. minutorum 18. quos habet distantia propositæ stellæ à capite Cancri, tertiū videlicet proportionis terminū, numerūq; productū 2442507429234. per quadratū sinus totius primū terminū diuidemus, decē vltimas figuras abijciēdo, & prouenient ex huiusmodi partitione partes semidiametri 244. At quoniā latitudo ipsius stellæ ad austrū subijcitur, maiorq; quā sit arcus maximæ declinationis ecliptice gradibus 15. minutis 40. horū graduū & minutorū sinum rectum 27004 cum 244. quarto termino in vnā summam colligemus fientq; 27248: huic numero respondent in tabula sinus recti gradus 15. minuta 49. quos necesse est habere Canis maioris declinationē iuxta præmissas hipotheses. Nos enim stellarum loca quibus in his exemplis vsi sumus, ex vulgata ephemeride accepim⁹, perinde ac vera essent: & si non dubitemus fixa ipsa sydera longius progressa esse, quàm Alfonsinus Abacus demonstret: in qua quidem re Albategnij opinionem, sicuti multis obseruationibus deprehendimus, quam proxime ad veritatē

ratem accedere putamus. Sed de his aliâs:

Propositio. VII.

Dierum ac noctium, & Crepusculorũ magnitudines, in quouis Horizonte obliquo breuissimo calculo computare.

Dierum ac noctium & crepusculorum lõgitudines, multis modis inuestigari possunt: attamen is nobis perplacet, quem in istis figurationibus excogitauimus, quia cæteris facilior, veramq; rei ipsius imaginem refert. Igitur sinũ rectũ altitudinis meridianæ solis quã ex declinatione eius & altitudine poli eliciemus, in sinum totũ multiplicabimus: productũ numerũ diuidemus per sinũ rectũ cõplemẽti altitudinis poli, & prodibit ex ea diuisione numerus quidã, quẽ perducemus in sinũ totũ, productũ vero diuidemus per sinũ rectum cõplemẽti declinationis puncti ecliptice dati, & prodibit ex ea partitione sinus versus arcus semidiurni. Igitur arcus ipse semidiurnus per tabulã sinuũ innotescet: hũc auferem⁹ à duodecim horarũ spatio, & relinquetur nota magnitudo seminocturni. Porro crepusculi longitudinem ita supputabimus: sinum rectum graduum decem & octo perducemus in sinum totum, productum numerum diuidemus per sinum rectum complementi altitudinis poli eiusdem horizontis obliqui, & eũ numerũ qui ex huiusmodi partitione prouenerit adijciemus illi numero qui ex prima partitione prodijt, cõpositũ autẽ ex eis perducemus in sinum totum, productũ denique diuidemus per sinum rectum complemẽti declinationis propositi puncti ecliptice, & prodibit ex ea partitione sinus versus cuiusdã arcus, qui longitudinem arcus semidiurni complectitur simul cum crepusculo: igitur totus huiusmodi arcus innotescet. Quapropter auferemus ab hoc magnitudinẽ arcus semidiurni, vt longitudo crepusculi nota relinquatur. Atque vt hanc operationem per verisima euidentissimaq; mathematicæ artis principia demõstremus, sextæ appendicis figuratio resumatur, in qua circulus a b c d, circa centrum n, descriptus meridianus existit: recta a c, communis sectio æquinoctialis & ipsius meridiani: i K, communis sectiõ parralleli descripti à sole ad diem: o p, sectio horizontis obliqui: q r, sectio circuli ei æquidistantis sub quo sol illuminare incipit superum hemisphærium apud initium crepusculi matutini: puncta s, t, intersectiones rectæ i K, cũ o p, q r, & ex puncto i, super recta linea o p, horizontis sectione ad rectos angulos recta i R, deducatur: præterea ex pũcto s, super q r, recta s x. Deinde triãgulũ rectãgulũ i R s, cõtẽplabimur, in quo sicut sin⁹ rectus anguli i s R, ad sinum totũ ita recta i R, ad rectam i s. At vero ãgulus i s R, notus existit, nempe



æqualis angulo altitudinis æquatoris: & recta i R, sin⁹ rectus altitudinis meridianæ, nota quoque, igitur per commune documentum numerorum proportionalium, recta i s, sinus versus arcus semidiurni, in partibus semidiametri maximi circuli sphæræ nota fiet: & quoniã in eisdem partibus dimidium diametri i k, videlicet sinus rectus complementi declinationis puncti dati, nota est: ratio igitur semidiametri paralleli puncti dati, ad sinum versum arcus semidiurni innotescet. Propterea supponemus huiusmodi semidiametrum partes æquales habere 100000. & per commune documentum numerorum proportionalium recta i s, sinus versus arcus semidiurni, in eisdem partibus cognita erit: igitur & arcus ipse semidiurnus notus: hũc auferemus à semicirculo, & nota relinquetur magnitudo arcus seminocturni. Rursum triangulum s t x, rectum habet angulum s x t, angulũ vero x t s, angulo altitudinis æquatoris æqualem, notumque: præterea latus s x, sinum rectũ graduum 18. quibus sol ab horizonte distat notum: igitur simillimis argumẽtis prioribus, recta s t, innotescet: quare tota i t, nota reddetur, quæ certè sinus versus existit arcus compositi ex arcu semidiurno, & arcu longitudinis crepusculi. Quamobrem ab eo arcu auferemus arcum semidiurnum notum per priores syllogismos, & relinquetur nota longitudo crepusculi, quod demonstrasse oportuit.

Propositio. VIII.

Sicut sinus rectus complementi declinationis punctidati, ad sinum rectum altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris & sinu verso arcus semidiurni continetur rectangulum.

Præterea sicut sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad sinum rectum altitudinis meridianæ, simul cum sinu recto eius arcus quo sol ab horizonte distat apud initium crepusculi matutini, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus compositi ex arcu semidiurno, & arcu longitudinis crepusculi rectangulum continetur.

Aliter. Sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris & sinu recto complementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus semidiurni, ad sinum rectum altitudinis meridianæ.

Item. Sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu etiam recto cõplementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus compositi ex arcu semidiurno & arcu crepusculi, ad rectam quandam lineam compositam ex duobus sinibus rectis, quorum vnus est altitudinis meridianæ, alter vero eius arcus quo sol ab horizonte distat in initio crepusculi matutini.

Repetatur enim præcedentis propositionis schema. Et quoniam recta i s, sinus versus est arcus semidiurni in dato parallelo, esto in recta a c, æquatoris diametro, recta a z, sinus versus ei proportionalis. Proinde quemadmodũ superius demõstrauimus, sicut is, ad i R, ita sin⁹ totus ad sinum rectũ altitudinis æquatoris: & sicut dimidiũ diametri i k, ad rectam i s, ita semidiameter æquatoris, hoc est ipse sinus totus ad rectam a z, sinum versum arcus semidiurni, per lemma appendicis quintæ. Quare ea ratio quam habet dimidiũ diametri i K, ad i R, ex duabus rationibus composita erit, quarum vna eadem est ei rationi, quam habet sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, altera vero eadem ei, quam idem ipse sinus totus ad sinum versum arcus semidiurni habet. Atqui ex eisdem duabus rationibus conficitur ratio quadrati sinus totius, ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus semidiurni, per 23. propositionem sexti libri Euc. igitur sicut dimidium diametri i K, sinus videlicet rectus complementi declinationis concepti puncti ecliptic æ, ad rectam i R, sinum rectum altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius, ad id rectangulum quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus semidiurni continetur: quod demonstrasse oportuit. Itaque quoties metiri libuerit, iuxta præsens documentum longitudinem arcus semidiurni, per tabulam subijcientem sinum totum partium æqualium 100000. adijciemus sinui recto altitudinis meridianæ concepti puncti, ziphras decem, numerum productum diuidemus per sinum rectum complementi declinationis eiusdem puncti. Deinde numerum qui ea partitione prodierit, diuidemus per sinum rectum altitudinis æquatoris, numerus enim qui ex hac secunda partitione proueni-

prouenerit, sinus versus erit arcus semidiurni concepti pũcti, pro data eleuatione polari: per tabulam denique sinuum, arcus ipse semidiurnus notus habebitur.

Sed vt secundum demonstremus, producatur recta linea i R, vsque ad punctum v, in recta linea q r. Et qnoniam recta linea i t, sinus versus est arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi in dato parallelo, esto in diametro æquatoris recta a g, sinus versus arcus ei proportionalis in ipso æquatore. Erit igitur sicut i t, ad i v, ita sinus totus ad sinum rectum arcus anguli altitudinis æquatoris. Præterea sicut dimidium diametri i k, nempe sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad rectam i t, ita a n, sinus totus, ad rectam a g, sinum versum arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi. Quapropter ratio sinus recti cõplementi declinationis puncti dati, ad rectam i v, quę quidem ex i R, sinu recto altitudinis meridianæ constat, & ex R v, sinu recto arcus distãtiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini, ex duabus rationibus componi intelligetur: quarum vna eadem est ei quam habet sinus totus ad sinum rectũ altitudinis æquatoris: altera vero eadem ei quam ipse sinus totus habet ad sinum versum arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi. Atqui ex his duabus rationibus conficitur ratio quadrati sinus totius, ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi per 23. propositionem sexti Euc. igitur sicut sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad rectam compositam ex sinibus rectis altitudinis meridianæ & arcus distantiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi rectangulum continetur: quod secundo demonstrasse oportuit. Proinde ad mensurandũ longitudinem crepusculi, sinus rectos altitudinis meridianæ & arcus distantiæ solis ab horizonte, in vnum colligemus: numero ex eis cõposito decem ziphras adijciemus, conflatũque numerum per sinum rectum complementi declinationis puncti dati diuidemus, & numerũ qui ex huiusmodi partitione prouenerit, per sinum rectum altitudinis æquatoris diuidemus: numerus enim qui ex hac secunda partitione prodierit, sinus versus erit arcus compositi ex semidiurnõ & arcu crepusculi. Ipse vero integer arcus longitudinem temporis complectitur, ab initio crepusculi matutini ad meridiem vsque, idcirco auferemus ab eo spatium temporis semidiurni, & relinquetur nota crepusculi intercapedo.

Reliquorum vero duorum documentorum demonstrationes in hũc modũ fient. Est enim sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita recta i s, ad rectam i R, sinum rectũ altitudinis meridianæ: præterea sicut sinus totus ad sinum rectum complementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus semidiurni, ad rectam i s. Ratio itaque sinus versi arcus semidiurni ad sinum rectum altitudinis meridianæ, ex eisdem rationibus composita intelligetur, quas quidem habet sinus totus & ad sinum rectum altitudinis æquatoris, & ad sinũ rectum complementi declinationis propositi puncti. Hæ autem eam conficiunt rationem, quam quadratũ sinus totius habet, ad id quod sub sinibus rectis altitudinis æquatoris & complementi declinationis rectangulum continetur: igitur sicut sinus versus arcus semidiurni ad sinũ rectum altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius ad rectangulum contentũ sub sinibus rectis altitudinis æquatoris, & complementi declinationis propositi puncti, quod demonstrasse oportuit. Proinde lodgitudinem arcus semidiurni propositi pũcti in quouis horizonte, iuxta hanc demonstrationem, hoc modo inueniemus: sinui recto altitudinis meridianæ adijciemus ziphras decem: conflatum numerũ diuidemus per eũ qui fit, ex ductu sinus recti altitudinis æquatoris, in sinum rectum cõplementi declinationis dati puncti: numerus autem qui ex ea partitione prouenerit, sinus versus erit arcus semidiurni concepti puncti in dato horizonte.

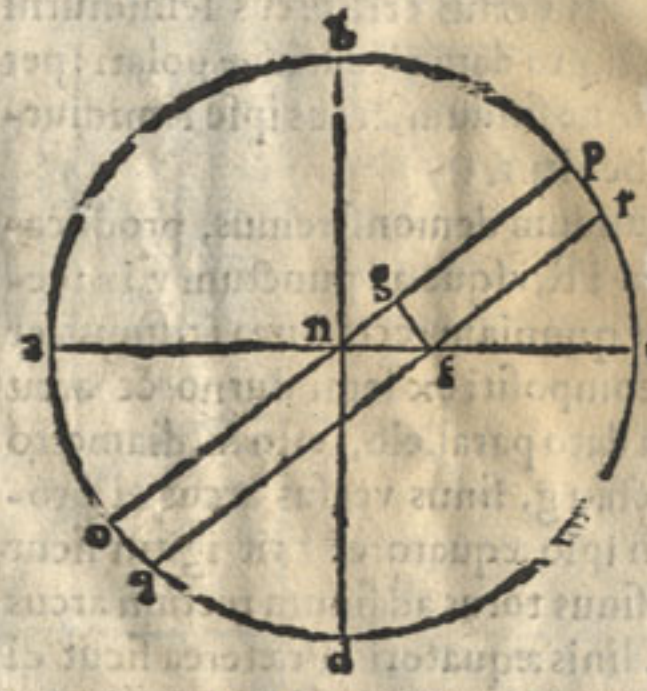
Præterea quoniam manifestum est ex superioribus demonstrationibus, quod sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita recta i t, ad rectam i v, conflatam ex sinibus rectis altitudinis meridianæ puncti dati, & arcus distantiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini: item sicut sinus totus ad dimidium diametri i k, sinum videlicet rectũ complementi declinationis propositi puncti, ita a g, sinus versus arcus compositi ex semidiurno & crepusculino, ad rectam i t. Igitur ratio quadrati sinus totius ad rectangulum contẽtum sub sinibus rectis altitudinis æquatoris & comple-

complementi declinationis dati puncti, eadē est ei rationi quam habet sinus versus arcus cō positi ex semidiurno & crepusculino, ad rectā compositam ex sinibus rectis altitudinis meridianæ & arcus distātiæ solis ab horizōte apud initium crepusculi matutini. Et per hāc quoq; magnitudinem crepusculi hoc modo supputabimus: numero composito ex sinibus rectis altitudinis meridianæ & arcus distantiæ solis ab horizonte, adijciemus decem ziphras: conflatum numerum diuidemus per eum qui fit ex ductu sinus recti altitudinis æquatoris, in sinū rectum complementi declinationis dati puncti: numerus autem qui ex ea partitione prodierit, sinus versus erit arcus compositi ex semidiurno & crepusculino: igitur auferemus ab arcu integro arcum semidiurnum, & relinquetur crepusculi longitudo.

Propositio. IX.

Sole obtinente æquinoctialia puncta, in horizonte obliquo crepusculi longitudinem computare. Etenim sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita sinus rectus longitudinis crepusculi (cum sol pūcta æquinoctialia tenet) ad sinum rectum arcus distantiæ solis ab horizonte, apud initium crepusculi matutini.

Inum rectum distantiæ solis ab horizōte perducem' in sinum totum, productū diuidemus per sinum rectū altitudinis æquatoris, numerus enim qui ex huiusmodi partitione prouenerit, sinus rectus erit longitudinis crepusculi, cum sol æquinoctialia puncta ingressus fuerit. Ad hoc demonstrandum vtemur precedenti figuratione: & intersectionem rectarum q r, a c, nota f, signabimus, à qua quidem super recta linea o p, rectam f g, ad rectos angulos deducemus. Igitur in triangulo f g n, sicut sinus totus ad sinum rectum anguli f n g, qui æqualem arcū habet arcui altitudinis æquatoris, ita recta n f, ad rectam f g, æqualem sinui recto arcus distantiæ solis ab horizonte in initio crepusculi: est autem recta n f, parallela sinui recto ar

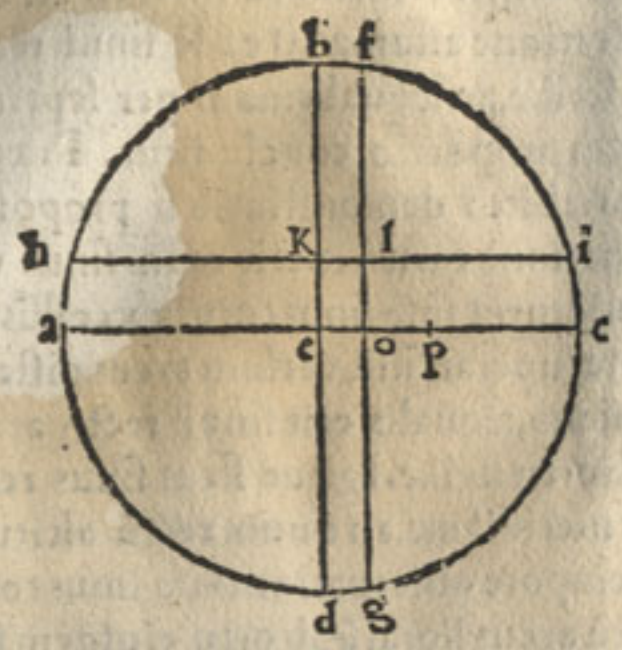


cus crepusculi, p vltimā partē 28. propositionis primi libri Eucl. idcirco ei æqualis p propositionem 34. eiusdē libri primi. Itaque per septimam propositionem quinti, vt sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, sic sinus rectus longitudinis crepusculi, ad sinum rectum arcus distantiæ solis ab horizonte in initio crepusculi matutini aut fine vespertini. Quapropter numerus qui fit ex ductu secundi termini proportionis in tertium, ei qui fit ex ductu primi in quartum æqualis erit, per 16. propositionē sexti libri Euc. aut 19. septimi. Igitur si primum in quartum perduxerimus, & productum ex eis per secundum diuiserimus, tertij termini longitudo nota prodibit: per tabulam denique sinuū arcus ipse crepusculi innotescet.

Propositio. X.

In locis sub æquatore circulo positis crepusculi longitudinem metiri. Etenim sole in ipso æquatore existente, arcus distantiæ solis ab horizonte recto, cum illustrare incipit superum hemisphærium, matutini crepusculi longitudo fit. Verum extra æquinoctialem circulum constituto, sicut sinus rectus complementi declinationis, ad sinum rectū arcus distantiæ ab horizonte recto, ita sinus totus ad sinum rectum arcus longitudinis crepusculi.

Irculus enim a b c d, circa centrum e, descriptus esto meridianus, recta a c, sectio æquatoris: b d, sectio horizontis recti: f g, sectio eius circuli æquidistantis horizonti



zõnti rẽ
to, qui ini
tiũ crepuſ
culi matu
tini, aut
veſperti-
ni finem
diffinit:
h, i, ſit ſec
tio paral-
leli deſcri
pti à ſole,
extra æ-
quinoctialem conſtituto: huius autem rectæ li
neæ & rectarũ b d, f g, interſectiones, ſint punc
ta k, l, rectarũ vero a c, f g, interſectio dicatur o.
Manifeſtum eſt cum ſol puncta æquinoctialia
ingreſſus fuerit, motuque diurno æquatorem
circulum deſcripſerit, quod vnus idemq; arcus
erit diſtantia eius ab horizonte recto in verti-
cali circulo, & ipſi⁹ æquatoris arc⁹ qui crepuſ
culi lõgitudinẽ diffinit: eritq; recta e o, æqua-
lis ſinui recto huiuſmodi arcus. Sed eſto iam ſol
extra æquatorẽ, eũq; parallelũ deſcribat, cuius
diameter h i. Igitur recta K l, æqualis erit ſinui
recto arcus b f, æqualis quoque ſinui recto arc⁹
longitudinis crepuſculi, in deſcripto parallelo
per 34. propoſitionem primi libri. Eſto itaque
recta e p, ſinus rectus proportionalis arcus in
æquinoctiali circulo: igitur ſicut h K, ſemidia-
meter concepti paralleli ad ſinũ rectũ arcus cre
puſculini in eodẽ ipſo parallelo, ita a e, ſemidia
meter æquatoris ad e p, ſinum rectum arcus lon
gitudinis crepuſculi ei proportionalis. Idcirco
ſicut h K, ad ſinũ rectũ arc⁹ b f, ita a e, ad e p, per
ſeptimã propõnẽ quinti: atqui p ea quæ oſtẽſa
ſunt in primo lẽmate b f, & diſtãtia ſolis ab ho-
rizõte recto apud initiũ crepuſculi, æquales ar
cus ſunt, æqualesq; ſinus habẽt: propterea ſicut
a e, ſin⁹ tot⁹ ad e p, ſinũ rectũ magnitudinis cre
puſculi, ita h K, ſemidiameter cõcepti paralle-
li, nẽpe ſinus rectus cõplemẽti declinationis lo
ci ſolis, ad ſinũ rectũ ei⁹ arc⁹, quo ipſe ſol abeſt
ab horizõte recto, apud initiũ matutini crepuſ
culi, aut veſpertini finẽ, per candẽ ſeptimã pro
poſitionẽ quinti. Quare perducemus in ſinũ to
tum ſinũ rectũ arcus diſtantiæ ſolis ab horizõ-
te: productũ diuidemus per ſinũ rectum cõple-
menti declinationis cõcepti puncti: numerus
enĩ q ex huiuſmodi partitione prodierit, ſin⁹
rect⁹ erit arc⁹ lõgitudinis crepuſculi: igitur &
arc⁹ cui reſpõdet p tabulã ſin⁹ recti ínoteſcet.

Propoſitio. XI.

*Arcum ſtellæ ſemidiurnũ & eius diſ-
tantiã à meridiano inuenire. Sinus enim re
ctus altitudinis meridianæ cuiuſuis ſtellæ
eandẽ habet rationẽ ad ſinũ rectũ altitudi-
nis eius tẽpore obſeruationis, quã ſinus ver-
ſus arcus ſemidiurni eiuſdẽ ſtellæ ad exceſ-
ſum quo ipſe ſuperat ſinũ verſum diſtan-
tiæ à meridiano.*

*Aliter. Sicut ſinus verſus arcus ſtellæ
ſemidiurni ad ſinũ verſũ arcus diſtãtiæ eiuſ
dẽ à meridiano, ita ſinus rectus altitudi-
nis meridianæ ad exceſsũ quo ipſe ſuperat
ſinum rectum altitudinis quam ſtella ipſa
habet tempore obſeruationis.*

Circulus a b c d, circa centrũ
e, deſcriptus eſto meridia-
nus. Diameter a c, ſectio æ-
quatoris: recta h y, ſectio pa
ralleli deſcripti à concepta
ſtella: recta f g, ſectio hori-
zontis obliqui, in quo ipſa
concepta
ſtella ortũ
habet atq;
occaſũ: rec
ta denique
k l, ſectio
circuli cu
iuſdã hori
zõti æqui-
diſtantis, q
p eãdẽ ſtel
lã tempore
obſeruatio
nis deſcri-
bi intelligitur: pũcta autẽ in quibus recta h y,
rectas f g, K l, ſecat, ſint m n. Manifeſtũ eſt ex
19. propõne primi libri The. & 11. Eu. rectas li-
neas cõmunes ſectiones, in quib⁹ planũ cõcep
ti paralleli horizõtẽ & ei æquidiſtãtẽ ſecat, ſu-
per pũctis m, n, plano deſcripti meridiani ad re
ctos ãgulos eſſe. Igitur rectos ãgulos faciẽt p ſe
cũdã diffinitionẽ ũdecimi cũ recta h y, quã ex

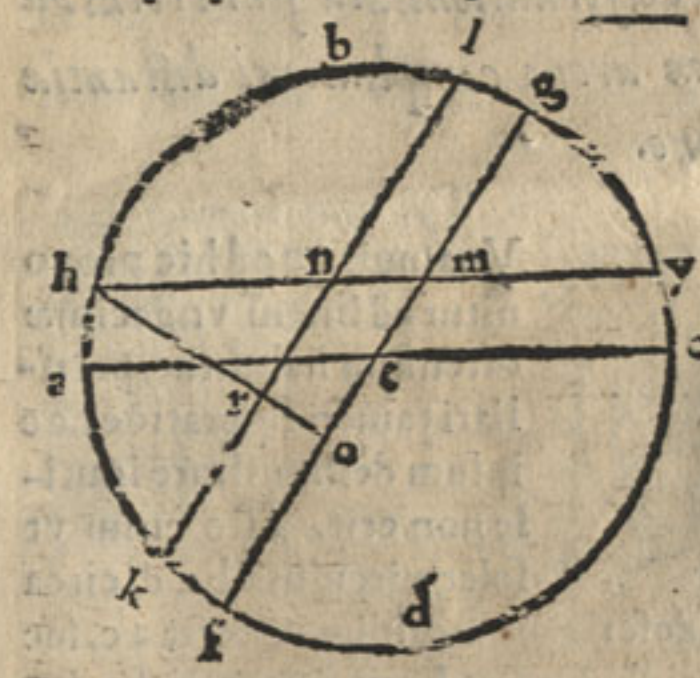
prædicta 19.cõstat descripti paralleli diametrũ esse. Quapropter ea que super m,ad pũctũ exortiuũ terminabitur,& ad occiduum ex altera parte. Itaque per ea quæ in primo lẽmate demõstrauimus,vtraq; eius portio sinus rect⁹ erit tam arc⁹ stellæ semidiurni, quã seminocturni: alterius vero sectionis cõis portio pũctui n, & obseruatæ stellæ interiacẽs,arc⁹ vtriusq; distãtię á meridiano sin⁹ rectus erit in descripto parallelo. Proinde supponemus b, polũ mũdi esse semper apparentẽ:fietq; recta h m, sinus versus arcus semidiurni,& m y,reliqua pars diametri, sinus versus arc⁹ seminocturni cõceptæ stellæ: recta vero h n,sinus versus arc⁹ distantiæ ab h, pũcto meridiei:at n m,differẽtia sinuũ versorũ arcus semidiurni & arcus distãtiæ eiusdẽ stellę à pũcto meridiei. Deducatur autẽ ab ipso h,pũcto in rectã f g,ad rectos ãgulos recta linea h o, secãs K l,in r,pũcto. Igitur ipsa h o, sinus rect⁹ erit arcus h f,altitudinis meridianæ: recta porro o r,æqualis sinui recto arcus f k,qui æqualis existit altitudini stellæ supra horizõtẽ tẽpore obseruationis. Deinde triangulũ contẽplabimur h o m,cuius quidẽ latera h o,h m,recta n r, basi parallela,in pũctis n,r,secat. Quapropter p secũdã propositionẽ sexti & cõpositã proportionẽ,sicut h o,sinus rect⁹ altitudinis meridianæ,ad o r,sinũ rectũ altitudinis stellæ tẽpore obseruationis,ita h m,sinus versus arcus semidiurni ad n m,differẽtiã ipsius h m,& h n,sinus versi arcus distantiæ stellæ â pũcto meridiei. Horũ quatuor tria nota sunt, sinus videlicet rect⁹ altitudinis meridianæ:nã eius arcus ex notitia eleuationis æquatoris supra horizontẽ, & declinationis stellæ ilico innotescit:sinus etiã rectus altitudinis stellæ tempore obseruationis notus supponitur: item sinus versus arcus semidiurni stellæ,eo modo quo in septima aut octaua propositione vsi sumus cognoscitur: igitur per cõmune documentũ numerorũ proportionalium,differentia ipsa n m,cognita reddetur. Hãc vero a sinu verso arcus semidiurni auferemus:& recta h n,sinus versus arcus distantiæ stellæ á meridiei pũcto nota relinquetur:& arcus ipse per tabulã sinuũ denique notus fiet, quod inuestigandum proposuimus. Rursum cõ simili probatione,aut per quartam sexti illucescet,quod sicut h m,sinus versus arcus semidiurni ad h n,sinum versum arcus distantiæ stellæ á meridiano,ita h o,sinus rectus altitudinis meridianæ ad h r,excessum quo ipsa h o, superat rectam o r,sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis. Nihil autẽ interest an o r, in demonstratione assumatur eadẽ sinui recto altitudinis stellæ,an æqualis:nam per septimã quinti eadem proportio concluditur. Præterea nihil variabitur demonstratio si proposita stella declinatione caruerit:erit enim sinus versus arc⁹ semidiurni ipse sinus totus:excessus autem quo ipse superat sinũ versum arcus distantiæ á meridiano,æqualis erit sinui recto arcus horarum ab ortu stellæ. Igitur sicut sinus rect⁹ altitudinis meridianæ,ad sinum rectũ altitudinis stellæ tempore obseruationis:ita sinus totus ad sinũ rectũ arcus horarũ ab ortu eiusdem stellæ. In sphera quoque recta propositio vera est nam vna eadẽque recta linea sinus rectus erit altitudinis meridianæ,& sinus versus arcus semidiurni in descripto parallelo: reliqua vero quæ differentia existit inter sinus versos arcus semidiurni,& arcus distantiæ stellæ à meridiano in eodem parallelo,a qualis est sinui recto altitudinis quã habet tẽpore obseruationis. Quapropter sicut sinus rect⁹ altitudinis meridianæ ad sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis:ita sinus versus arcus semidiurni ad differẽtiam ipsius & sinus versi arcus distãtiæ à meridiano. Quoniã vero huiusmodi sinus versus arcus semidiurni,in descripto parallelo stellæ sinus totus est,predicta autẽ differẽtia æqualis est sinui recto arcus horarum ab ortu stellæ in eodem parallelo: idcirco in sphæra recta semper quemadmodum in sphæra obliqua, quum proposita stella declinatione caret: nẽpe sicut sinus rectus altitudinis meridianæ, ad sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis, ita sinus totus ad sinum rectum arcus horarum ab ortu eiusdem stellæ.

Propositio. XII.

Proportio differentiæ sinuum rectorum altitudinis meridianæ solis aut stellæ, & eius quam habet tempore obseruationis, ad sinum versum arcus distantiæ à meridiano, est sicut proportio rectanguli contenti sub sinibus rectis complementi declinationis eiusdem stellæ & complementi altitudinis poli:ad quadratum sinus totius.

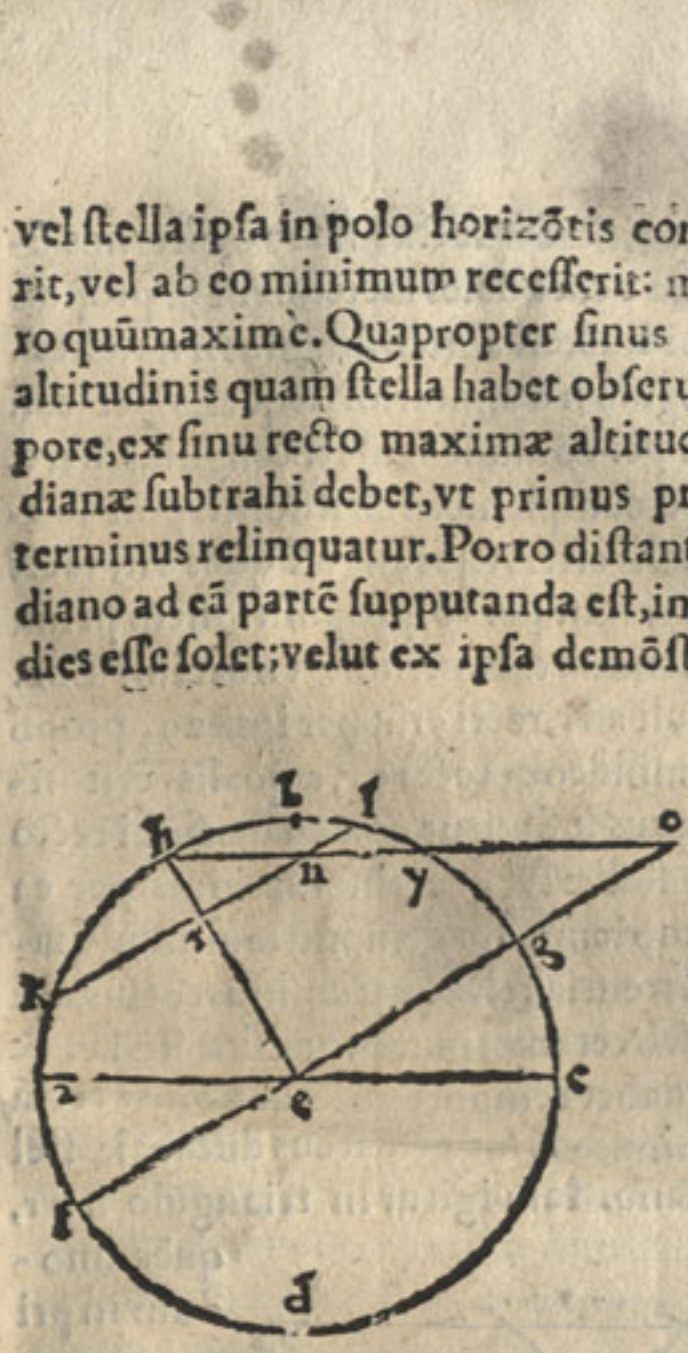
Repe-

REpetatur præcedens figuratio:& contemplemur triangulum r h n, in quo angulus h r n,rect⁹ est per 29, propositionē primi:angulus autem h n r, æqualis angulo g e c,complementi altitudinis poli per eandem.Igitur per lēma sextæ appendicis sicut h r,ad h n, ita sinus rectus complemēti altitudinis poli ad sinum totum. Atqui sicut ipsa recta linea h n,sinus versus distantiæ stellæ á meridiano in descripto parallelo,ad sinum versum arcus huiusmodi distantiæ proportionalis in æquatore, ita semidiameter descripti paralleli nempe sinus rectus cōplemēti declinationis eiusdēstellę,ad semidiametrum æquatoris sinū videlicet c torum per lēma quinte.Quapropter per 23 propositionem sexti



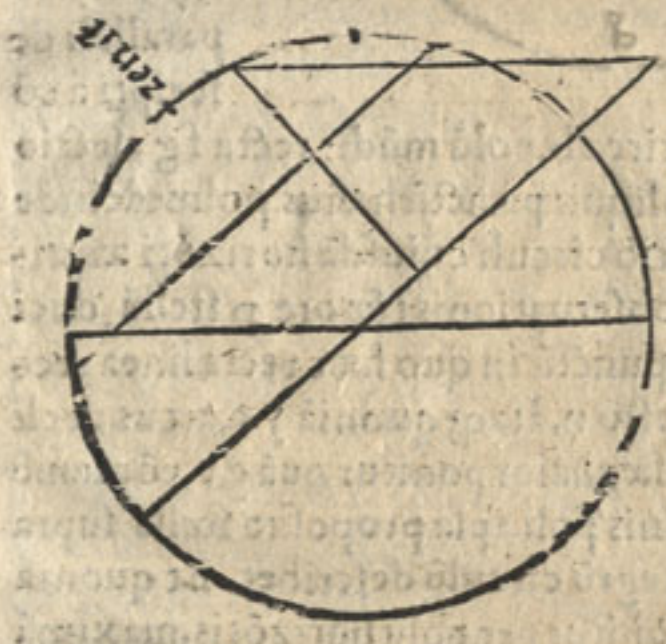
sicut h r,ad sinū versum arc⁹ æquatoris proportionalis arcui paralleli distantiæ stellæ á meridiano,ita rectangulū contētū sub sinibus rectis cōplementi altitudinis poli & cōplementi declinationis eiusdē stellæ,ad quadratum sinus totius.At vero recta ipsa linea h r, differentia est sinuum rectorum altitudinis meridianæ & ei⁹ quam tempore obseruationis eadem stella habet:igitur sicut differentia sinuum rectorū duarum prædictarū altitudinum ad sinū versum distantiæ stellæ à meridiano,ita rectangulum cōtentū sub sinibus rectis cōplementi altitudinis poli,& cōplemēti declinatiōis eiusdē stellæ ad quadratū sinus totius.Præsens autē propositio in vniuersum vera est,siue proposita stella in dato horizōte ortū habeat atq; occasū,siue super eū integrā reuolutionē perficiat.Stella enī quæ declinationē habet maiorē cōplemēto altitudinis poli supra horizontē,tote nocta verti cernitur circa polū,si regio & stella ipsa ad eandem partē vergant,nempe aut ad boream, aut ad austrū. Verūtamē duas altitudines meridianas eā singulis diebus habere necesse est: alterā maximā: alteram minimā. Maxima erit, quū

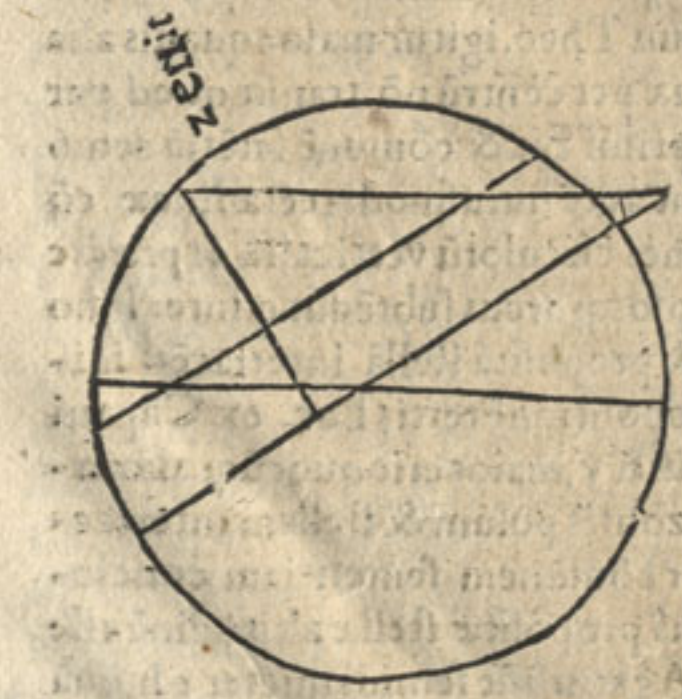
vel stella ipsa in polo horizōtis cōstituta fuerit,vel ab eo minimum recesserit: minima vero quūmaximè.Quapropter sinus rectus eius altitudinis quam stella habet obseruationis tēpore,ex sinu recto maximæ altitudinis meridianæ subtrahi debet,vt primus proportionis terminus relinquatur.Porro distantia á meridiano ad eā partē supputanda est,in qua meridies esse solet;velut ex ipsa demōstratione liquet. Esto enim vt in



precedenti circul⁹ a b c d, cui⁹ cē trū e,meridianus: diameter a c, sectio çquatoris: recta h y, sectio paralleli descripti á cōcepta stella circa b,polū mūdi: recta f g, sectio horizōtis obliqui: punctū h,eius polus:deinde recta k l,sectio circuli cuiusdā horizōti æquidistātis,qui obseruationis tēpore p stellā duci intelligitur:punctū in quo hæc recta linea rectā h y,secat esto n.Itaq; quoniā y c,arcus declinationis stellæ,maior ponitur quā g c,cōplemētum altitudinis poli,ipsa proposita stella supra horizōtē integrū circulū describet. Et quoniā ea transire ponitur per polū horizōtis,maximā altitudinē circuli quadrantē habebit, cū ad h, peruenerit:minimā vero arcū g y,cū ad y, pūctū:in quo rursus descripti paralleli circūferētia meridianū secabit.Hoc enim ex eo cōstat, qđ recta h y,ipsi⁹ paralleli diameter est per 19.propositionē primi Theo.igitur maior quauis alia recta linea quæ per centrū nō transit quod per 20.propōnē primi Eu.& cōmunē sētētiā demōstrabitur.Sunt autē huiusmodi rectæ lineæ cōmunes sectiones circulorū verticaliū & prædicti paralleli : ipsosq; arcus subtēdūt q inter h,horizōtis polū & propositā stellā interiacēt: igitur per 27.propositionē tertij Euc. ex Cāpani traditiōe,arcus h y,maior erit quocūq; alio arcu inter horizontis polum & stellam interiecto. Quare per cōmunem sententiam concludemus minimā propositæ stellæ altitudinē esse sub arcu g y.Agatur aūt semidiameter e h,quā secet K l,in pūcto r:& extēdantur h y, f g, donec cōcurrēt ad o.Quoniā itaq; parallelæ sunt

a c,h o,in eas incidēs recta linea e o,alternos ā-gulos h o e,o e c,æquales faciet,per 29. propoſitionē primi Euc.eſt autem angulus h n r,exterior ipſi angulo h o e,interiori æqualis per eandem:igitur per cōmunē ſentētiā angulus h n r, angulo o e c,complemētū altitudinis poli ſubtēdēti æqualis eſt. Atqui anguli quos e h, facit cum f g,recti ſunt per 10.propoſitionem primi Theo.& ſecundā diffinitionē vndecimi Euc. Igitur anguli ad r,recti erūt per ipsā 29. propoſitionē primi:ideoq; recta e r, æqualis erit ſinui recto arcus k f,igitur & æqualis ſinui recto altitudinis ſtellæ tēpore obſeruationis per ea quæ in primo lemmate demonſtrauimus. Itaque h r,differentia relinquetur ſinus totius,altitudinis videlicet maximæ propoſitæ ſtellæ, & eius quam habet tempore obſeruationis: recta autem h n,ſinus verſus erit arcus diſtantiæ ſtellæ à meridiano. Iam igitur in triangulo h n r, quēadmodum in prima figuratione,propoſitā proportionem concludemus. Proinde ſiue polus horizōtis colloce tur inter æquatorē & ſtellæ parallelum,ſiue inter hūc & polū apparentē demonſtratio generalis eſt, vt in ſubiectis figurationibus licebit inſpicere: in quibus per propoſitiones 28.& 29. ſecūdi libri Theo. liquido conſtat,alterā altitudinē meridianā maximam eſſe: alteram vero minimā. Aduerte qđ ſi propoſita ſtellæ declinatiōe careret nihil opus eſt cōpoſitione proportionū:deducta enim in prima figuratione à pūcto a,perpendiculari recta linea ſuper f g, perſpicuum erit per lēma ſextæ appēdicis & præmiſſas hipotheſes atq; conſtructiones,differentiam ſinuum rectorum altitudinis meridianæ & eius quam ſtella ipſa habet obſeruationis tempore,eandem habere rationem ad ſinū verſum diſtantiæ à meridiano,quam ſinus rectus complementi altitudinis poli ad ſinum totū.





Propoſitio. XIII.

In horizonte recto,ſicut ſinus rectus altitudinismeridianæ,cōplemēti ve declinatiōis ſolis aut ſtellæ,ad ſinū rectū altitudinisquā habet tēpore obſeruationis.ita ſinus totus ad ſinūrectum arcus complementi diſtantiæ à meridiano.

Vuamuis quod hic propo nitur ad finem vndecimæ oſtenſum habeatur, peculiari tamen figuratiōe hoc ipſum demonſtrare inutile non erit. Eſto enim vt ſolet circulus a b c d, circa centrum e,deſcriptus meridianus:recta a c, ſectio æquatoris:b d,ſectio horizōtis recti: f g, ſectio paralleli deſcripti à ſole aut ſtella:h y, ſectio circuli æquidiſtātis ipſi horizonti recto, qui per ſolem aut ſtellam obſeruatā ipſo obſeruationis tēpore trāſit:ſecet autem recta f g, rectas h y,b d,in punctis l.K. Igitur per ea quæ ſuperius demonſtrauimus,recta f K,ſinus rectꝰ erit cōplementi declinationis, aut altitudinis meridianæ eiuſdē ſtellæ,nempe arcus f b. Quoniam vero recta l K,æqualis eſt ſinui recto arcus b h,idcirco æqualis etiam erit ſinui recto altitudinis aſtri obſeruationis tempore, per cōmunem ſententiā. Atqui eadem ipſa f K, ſemidiameter eſt deſcripti paralleli,ſinusq; totus:et l K,æqualis ſinui recto arcus diſtantiæ ſtellæ

ab

ab exortu,aut ab occasu,seu complementi distantiæ à meridiano in eodem hoc ipso parallelo. Quapropter per septimam propositionem quinti,sicut sinus rectus altitudinis meridianæ complementi ve declinationis solis aut stellæ, ad sinum rectum altitudinis quam habet tempore obseruationis,ita sinus totus ad sinū rectum complementi distātiæ à meridiano, quod erat demonstrandum.

Propositio. XIIII.

Ex altitudine solis aut stellæ cognitæ supra horizontem horam diei æqualem elicere: & vicissim ex hora cognita altitudinem solis aut stellæ indagare.

INterdiu ex altitudine solis, eius distantiam à meridiano per præcedentes supputabimus. Noctu vero ex altitudine stellæ atque declinatione cognitis, similiter distantiam eius à meridiano inquiremus: sed eam semper computabim⁹ à meridiano ad stellam ordine cōtrario ei quo mundus incedit,siue ea ad ortum vergat, siue ad occasum:ita enim regularū multiplicatione liberabimur. Vt si stella distet ad occasum gradibus 40. auferemus eos à 360. relinquētur gra. 320. quibus obseruata stella distare dicetur à meridiano ad eam partem ad quam motu proprio zodiacus ducitur, sed in contrariam partem primi motus. Deinde ascensiones rectas solis & stellæ per sextam propositionē supputabimus: ex eisdemque colligemus, quanto arcu æquatoris sol distet ab obseruata stella,secundum ordinem signorum. Nam dum ascensio recta solis maior reperitur ascensione recta stellæ,earum differentia,quæsita ascensionalis distantia est: sed si minor,ascensionum differētia de toto circulo dempta,quæsitam distantiā notam relinquit. Iam vero has ambas distantias in vnam summam colligemus,videlicet distantiam stellæ à meridiano,& distantiam solis ab ipsa stella: compositus enim arcus si integro circulo minor fuerit,aut quod ab eo relinquitur dempto circulo,si maior: distantia solis erit à meridiano,à meridie ad solem secundum signorum ordinem supputata: hora igitur ignorari non poterit. Quoties autem ascensio recta stellæ, ascensioni rectæ solis æqualis inuenta fuerit,sol & stella æqualiter à meridiano distabunt,& ad easdem mundi partes aut ad ortum aut ad occasum. Et quoties suarum rectarum ascensionum differentia, semicirculus fuerit, distantia stellæ à puncto meridiei,distantiæ solis ab angulo mediæ noctis æqualis fiet,& econtrario,sed ad oppositas partes. Hinc elicitur ratio conficiendi horariū vniuersale nocturnū, per distantiam alicuius stellarum semper apparentium à meridiano.

Sed quum ex cognito numero horarū æqualium,altitudinem solis aut stellæ propositæ inuestigare libuerit: principio ex notitia arcus semidiurni loci solis,& arcus dati tēporis, perpendemus sit ne datum ipsum tempus diurnū, an nocturnum. Si diurnum,per 12. propositionem altitudinē solis cognoscem⁹. Habet enim eam rationem quadratum sinus totius,ad rectangulum contentum sub sinibus rectis complementi declinationis solis, & complementi altitudinis poli,quam sinus versus arcus distantiæ solis à meridiano,ad differentiam sinuū rectorum altitudinis meridianæ,& eius quam sol ipse habet obseruationis tēpore. Igitur per cōmune documentum numerorum proportionalium ex primis tribus terminis notis, quartus innotescet. Itaque subtracto quarto ipso termino ex sinu recto altitudinis meridianæ,quā quotidie ex altitudine poli & solis declinatione scimus,sinus rectus altitudinis solis quæ dato tempori respondet,notus relinquetur: igitur eius arcus per tabulam sinuum cognitus erit. At vero si datum tempus nocturnum esse inueniatur,numerum horarum in gradus conuertemus: & ex eorum numero distantiam solis à meridiano,secundum ordinem signorum sumptā eliciemus: præterea distantiam ascensionalem solis ab stella nobis proposita,modo supra declarato,ex rectis ascensionibus: minoremq; distantiam à maiori subtrahemus: residuus enim arcus distantia erit stellæ à meridiano: ea quę supputabitur à meridie ad signorum successionem,si distantia solis à meridiano maior reperiatur: contra vero si minor. Iam igitur ex notitia arcus semidiurni stellæ & eius distantia à meridiano,facile cognoscem⁹, sit ne stella ipsa sub horizonte an supra. Quod si supra horizontem reperiatur,atq; in angulo mediæ noctis constituta, minimam altitudinem habere pronunciabimus,vt in 12. propositione ostēsū

est:eamq; relinqui necesse est, complemento declinationis stellæ ex altitudine poli sublato: verum hoc eis tantum quæ semper apparent accidere potest. Porro si proposita stella nihil à meridiano distare inueniatur, eius altitudinē meridianam maximamq;, per conuersionem quartæ aut quintæ propositionis inquiremus. Alibi autem dum modo supra terram, ex distantia inuenta, per 12. propositionem eius altitudinem cognoscemus. Harum omnium supputationum rationes neminem puto esse astrologiæ adeo ignarum, qui ex se absque præceptore intelligere non possit.

Iam in exemplo hæc omnia faciliora videbuntur. Habeat sol gra. 20. mi. 12. declinationis borealis: eleueturq; supra horizontē Olysipponensium gra. 36. & oporteat iuxta doctrinam præsentis propositionis autemeridianum tempus aut pomeridianum supputare. Quoniam eleuatio poli arctici in eo horizonte gradus habet 38. mi. 40. idcirco altitudo æquatoris gra. habebit 51. minu. 20. his addemus gra. 20. minu. 12. declinationis solis: & conflabitur arcus graduum 71. minu. 32. altitudinis meridianæ: huius sinus rectus partes continet 94850. ab hoc autē numero auferemus 58778. sinum rectum gra. 36. altitudinis solis, & relinquentur 36072. eorum differentia: hic vero numerus vt ex 12. propositione liquet primus terminus proportionis erit: eum igitur multiplicabimus in quadratum sinus totius & fient 360720000000000. Præterea 93849. sinū rectum complementi declinationis solis multiplicabimus in 78079. sinum rectum complementi altitudinis poli, fientque 7327636071. nempe tertius terminus: per hunc deniq; diuidemus productum ex primo in quartū, & prodibunt 49227. sinus versus arcus distantiæ solis à meridiano, nempe secūdus terminus: huic autem in tabula respondent gra. 59. minu. 29. Igitur gra. 15. pro hora computatis, solem à meridiano distare promulgabimus ipso temporis momento, horis tribus, minutis fere 58. vnius horæ.

Præterea ponamus solem occupare initium Tauri: & distare à meridiano horis quatuor æqualibus: oporteatq; eius altitudinem inuenire. Declinatio solis per secundam propositionem supputata gradus habet 11. mi. 30. Igitur complementum eius gra. 78. mi. 30. cuius quidem complementum sinus rectus 97992. hūc porro numerum multiplicabimus in 78079. sinum rectum complementi altitudinis poli, fietque 7651217468. tertius proportionis terminus: hunc deinde multiplicabimus in 50000. sinum versum propositæ distantiæ solis à meridiano secundum proportionis terminum: & fient 382560873400000. hunc denique numerum diuidemus per quadratū sinus totius quartum terminum, decem vltimas figuras abijciēdo: & prodibunt ex ea partitione 38256. primus videlicet terminus memoratæ proportionis. Quoniam vero huiusmodi numerus differentia est sinuum rectorum altitudinis meridianæ, & eius quam sol ipse habet quum dato tēpore à meridiano distat: auferemus ab 88968 sinu recto gra. 62. mi. 50. altitudinis meridianæ, 38256 partes quas prædicta differentia cōtinet: relinquenturque 50712. sinus rectus altitudinis solis: huic autem numero respondent in tabula gra. 30. minuta 28. Igitur quum sol principium Tauri occupauerit, receſſeritque à meridiano Olysiponensium horis quatuor æqualibus, eleuatus cernetur supra horizontē ipsis gra. 30. mi. 28.

Rursus ponamus eo temporis momēto, quo sol tenet gra. 15. mi. 13. Geminorum, Lucidam coronæ septentrionalis ad occidentem vergere, eleuarique supra horizontem gra. 41. eiusq; declinationem borealem esse, gradusq; habere 28. mi. 51. præterea ascensionem rectam habere à sectione vernali inchoatam graduum 227. mi. 44. oporteat autem ex his quota hora sit elicere. Igitur altitudo meridiana obseruatæ stellæ gradus habebit. 80. mi. 11. eius sinus rectus 98535. ab hoc auferemus 65605. sinum rectum gra. 41. & relinquentur 32930. hanc autē differentiam, primum proportionis terminū, in quadratum sinus totius quartum terminum, multiplicabimus, fiēt que 3293000000000000. Præterea 87588. sinum rectum gra. 61. minu. 9 quos habet complementum declinationis obseruatæ stellæ, multiplicabimus in 78079. sinū rectum complementi altitudinis poli, fient 6838783452. tertius videlicet terminus memoratæ proportionis: per hunc denique diuidemus eum numerū qui ex multiplicatione primi in quartum prodierat: venientq; ex ea partitione 48152. sinus versus distantiæ eiusdem stellæ à meridiano versus occidentem: quibus respondent in tabula gra. 58 mi. 46. Hanc itaque distantiam auferemus á toto circulo, & relinquentur gra. 301. mi. 14. quibus item dissabis; sol à meridiano: sed supputatio fiet in contrariam

trariam partem:habet autem aſcenſio recta ſolis gra.73 mi.57.ſtellæ vero gra.227.minu.44 diſtantia igitur aſcenſionalis ſolis ab ipſa ſtella gradus habebit eodem ordine ſumptos 206. minu.13.Porro ex his duabus diſtantijs confla bitur numerus graduum 507. minu.27.à quo ſubinde auferemus gradus 360.totius circuli ſũmam,& relinquentur tandem gra.147.mi.27., quibus tunc temporis ſol diſtabit à meridiano horis videlicet 9. minut. 49. ſecun. 48. ante meridiem.

Præterea inquiramus eodem ipſo tempore de quacunque ſtella,cuius declinatio & aſcenſio recta nota ſit ex præcedentibus, ſit ne ſub terra,an ſupra,& quantam habeat eleuationẽ ſupra horizontem:verbi gratia de ea ſtella quę latine vocatur vociferans, arabice Alramech, cuius quidem declinatio borealis ſupponatur gra.21.minu.45.aſcenſio recta gra.207. minu. 17. Quoniam quidem aſcenſio recta ſolis gradus habet 73.minu.17,erit idcirco diſtantia aſcenſionalis gra.226,minu.40.ab his ſubtrahemus diſtantiam ſolis à meridiano gra.147.mi. 27.& relinquentur gra.79.minu.13.quibus cõcepta ſtella diſtabit à meridie verſus occaſum. Atqui vt magnitudo arcus ſemidiurni ipſius ſtellæ innoteſcat,multiplicabimus 92880.ſinũ rectum cõplemẽti ſuæ declinationis in 78079. ſinum rectum complementi altitudinis poli:& fient 72 51977520.per hunc igitur diuidemus 95672000000000.qui fiunt ex ductu quadrati ſinus totius in 95672 ſinum rectum graduũ 73,minu.5.quos habet altitudo propoſitæ ſtellæ meridiana,& venient ex partitione 131925. ſinus verſus arcus ſemidiurni eiuſdem ſtellæ, quod octaua propoſitio demonſtrat. Porro ipſi numero partium reſpondent in tabula gra. 108.minu.37.pro magnitudine arcus ſemidiurni:ipſa igitur concepta ſtella eleuata cernetur ſupra horizontem.Hoc etiam abſque computatione arcus ſemidiurni ex ſola declinatione elici poteſt.Nam quum ea borealis eſſe ſupponatur,neceſſe eſt per ea quæ ſuperius demonſtrauimus huiuſmodi ſtellæ arcum ſemidiurnũ quadrantem ſuperare:habet autem eius diſtantia à meridiano gra.79.minu.13.igitur eleuata conſpicietur ſupra horizontem. Verumtamen quoties diſtantia ſtellæ á meridiano quadrante maior fuerit,neceſſe erit arcum eius ſemidiurnum computare,vt perpendere poſsimus ſit ne ſub horizonte an ſupra. Iam igitur vt in aſſumpto exemplo ex cognita diſtantia ſtellæ à meridiano,eius altitudinem deprehendamus, iuxta præſentis propoſitionis inſtitutũ 81291. ſinũ verſum gra.79.minu.13,quibus ſtella diſtat à meridiano,multiplicabimus 1725:977520. productum ex multiplicatione ſinus recti cõplementi altitudinis poli in ſinum rectum cõplementi declinationis ipſius ſtellæ : & fient 5895205045783 20. hunc denique numerum diuidemus per quadratum ſinus totius, prodibuntque ex ea partitione 58952.nempe differentia ſinuum rectorum altitudinis meridianæ & eius quam ſtella habet obſeruationis tempore. Igitur auferemus 58952 à 95672.ſinu recto altitudinis meridianæ eiuſdem ſtellæ,& relinquentur 36720. ſinus rectus graduum 21. mi. 33.eleuationis ſupra horizontem.

Propoſitio. XV.

Longitudinẽ Crepuſculi indagare.

IN initio crepuſculi matutini aut fine veſpertini, obſeruetur cum Aſtrolabio cuius conſtructionem in tertia propoſitione docuimus, altitudo cuiuſuis ſtellæ quæ per ſextam, declinationem & aſcenſionem rectam cognitã habeat: & per præcedentem ſupputetur arcus horarum æqualium ante meridiem aut poſt:ſupputetur etiam per ſeptimam aut octauam longitudo arcus ſemidiurni loci ſolis:differentia enim vtriuſque arcus,erit crepuſculi intercapedo magnitudo ve.Exemplum:Olyſsippone labente anno ſalutis 1541.prima die menſis Octobris veſperi, ſereno cœlo,ex ſumma vrbis arce, quum nihil ſplendoris iam eſſet in parte occidua, obſeruaui ſtellam cordis Scorpij tendentem in occaſum,eamque quinque gradibus ſupra horizontem eleuatam deprehendi. Et quoniam eius locus eſt finis quarti gradus Sagittarij, quod Albategnij ſententiæ & noſtris etiam alijs obſeruationibus conuenit,erit idcirco eius declinatio gra.24.mi.56.aſcenſio recta gra.241. mi.10 proinde 8715.ſinum rectum gra.5. auferemus à 44463 ſinu recto gra.26.minu.24. altitudinis meridianæ eiuſdem ſtellæ,& relinquetur differentia ſinuum rectorum 35748.hanc itaq; differentiam multiplicabimus in quadratum ſinus totius:productum diuidemus per eum numerum qui fit ex ductu 90679.ſinus nẽpe recti

ti complementi declinationis prædictæ ſtellæ, in 78079. ſinum rectum complementi altitudinis poli, & venient ex partitione 50492. ſinus verſus gra. 60. mi. 19. diſtantiæ ipſius ſtellæ á meridiano. Et quoniam ſol occupabat eo tempore finem gradus 18. libræ, cuius aſcenſio recta gra. 196. mi. 35. differentia igitur ipſarum rectarum aſcenſionum gra. 44. mi. 35. fuit itaque diſtantia ſolis à meridie ſecũdum motum diurnum gra. 104. mi. 54. ab ijs detrahemus arcum ſemidiurnum ſolis, gra. 84. mi. 18. & relinquentur gra. 20. mi. 36. pro crepuſculi magnitudine, nempe hora vna, mi. 22. ſe. 24. Verumtamen ſi exactæ rationis examini ſtare velimus hæc ſũma maiuſcula eſt quam crepuſculi longitudo. Nam crepuſculum veſpertinum non incipit, priuſquã centrum ſolis minutis 14. ſub horizõte occultetur: oportebit igitur per octauã propoſitionem tempus à meridie ſupputare ad cẽtrum ſolis ipſis 14. mi. ſub horizonte conditũ: hoc deinde ſubtrahemus ab inuenta diſtantia, relinqueturq; vera crepuſculi longitudo.

Propoſitio. XVI.

Ex data longitudine crepuſculi diſtantiã ſolis ab horizonte elicere.

SVperius in octaua propoſitione demonſtratum eſt, quod ſicut quadratum ſin⁹ totius, ad rectangulum contentum ſub ſinibus rectis cõplementi altitudinis poli, & complementi declinationis loci ſolis, ita ſinus verſus arcus compoſiti ex arcu ſemidiurno & arcu crepuſculi, ad quandam rectam lineam cõpoſitam ex duobus ſinibus rectis, quorum vnus eſt altitudinis meridianæ, alter vero eius arcus quo ſol ab horizonte diſtat in initio crepuſculi matutini, aut fine veſpertini. Igitur computabimus per ſeptimam aut octauam, magnitudinem arcus ſemidiurni loci ſolis: ei addemus arcum longitudinis crepuſculi: compoſiti arcus ſinũ verſum multiplicabimus in eũ numerum qui fit ex ductu ſinus recti complementi altitudinis poli in ſinum rectum complementi declinationis loci ſolis: productum diuidemus per quadratum ſinus totius: & exibit ex partitione numerus quidam partiũ diametri, à quo auferemus ſinum rectũ altitudinis meridianæ ſolis: & relinquetur ſin⁹ rectus arcus circuli verticalis, quo centrũ ſolis ab horizonte abeſt, in principio crepuſculi matutini aut fine veſpertini: ipſe igitur arcus per tabulam innoteſcet. Exemplũ: in eadem die declinatio ſolis eſt gra. 7. mi. 5. eius cõplementum gra. 82. mi. 55. cuius complementi ſinum rectum 99236. multiplicabimus in 78079. ſinũ rectũ cõplementi altitudinis poli, & numerũ qui ex ipſa multiplicatione prodierit multiplicabimus in 125713. ſinum verſum arcus compoſiti ex ſemidiurno & crepuſculino, qui inuentus fuit gra. 104. mi. 54. productum vero diuidemus per quadratum ſinus totius, abijciendo decem vltimas figuras, & venient 97405. ab ijs auferemus 69779. ſinum rectum graduum 44. mi. 15. quos continet altitudo ſolis meridiana, & relinquentur 27626. pro ſinu recto arcus occultationis ſolis ad finem crepuſculi. His autem in tabula reſpondent gradus circunferentiæ circuli 16. minuta duo: igitur nota magnitudo arcus occultationis ſolis ad finem crepuſculi, quod inueſtigandum propoſuimus.

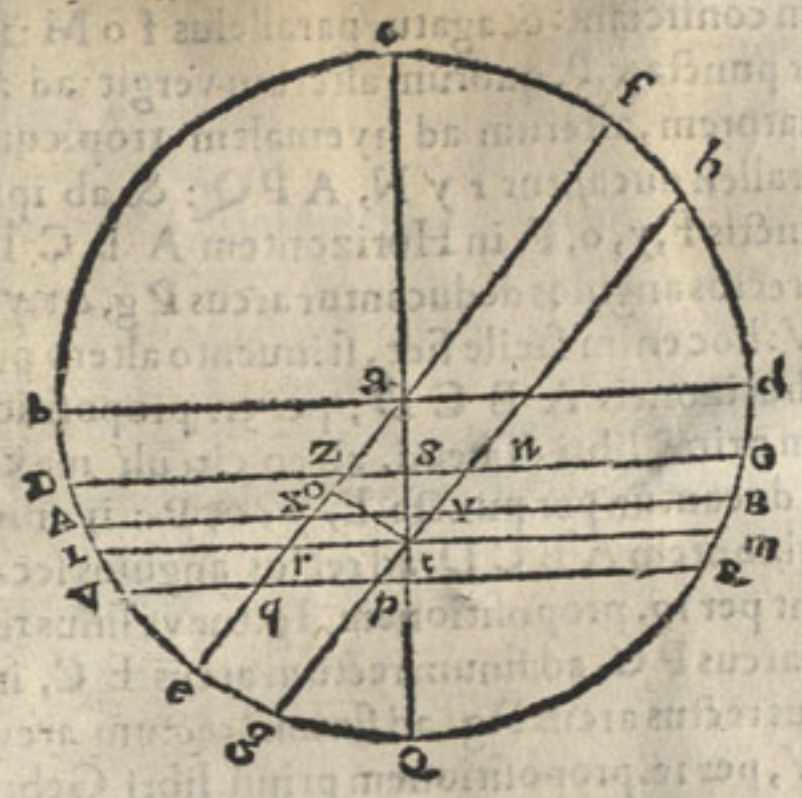
Propoſitio. XVII.

Rationem augmenti & decrementi crepuſculorum aperire.

LOnge diuerſam rationem inuenimus crepuſcula ſeruare in augmento & diminutione á dierum & noctium progreſſu. Dies enim augentur ſemper ab initio Capricorni vſque ad Cancrum: & in ipſo Arietis initio noctibus æquãtur. Crepuſcula vero ab initio Capricorni minui incipiunt, & in dies minora fiunt, ſenſibili ſemper differentia, vſque ad id eclipticæ punctũ, in quo ſicut ſinus rectus altitudinis poli ad ſinum totum, ita ſinus rectus arcus occultationis ſolis ad duplũ ſinus recti declinationis eiuſdem puncti. Priuſquam tamen in ipſa diminutione perueniatur ad æquatorem, offendemus punctum eclipticæ cuius arcus crepuſculinus æquabitur crepuſculo æquatoris. Igitur decreſcunt deinceps crepuſcula, quamuis inſenſibili fere quantitate, vſque ad punctum quoddã eclipticæ ante initium Arietis, in quo crepuſculũ

fit

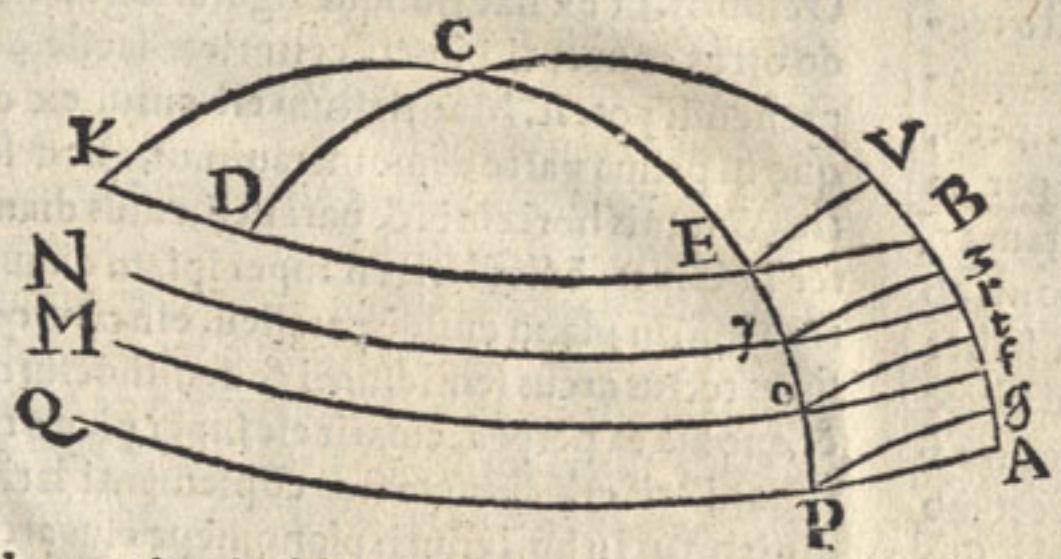
fit omniū breuiſsimum quod eſſe poteſt. Inde vero creſcunt ſemper vſque ad Cancri initiū. Porro omnia hæc ordinatim demōſtrabimus. Præterea ipſum eclipticæ punctum inueſtigabimus in hyemali quadrante, in quo crepuſculum fit crepuſculo æquatoris æquale: & illud quoque vltra hoc ante Arietis initium inquiremus, in quo ſol breuiſsimum crepuſculum efficit. Principio igitur deſcribemus me-



ridianum b c d Q, ſuper a centro, in quo e f, ſectio horizontis obliqui: g h, ſectio circuli ei æquidiſtantis: e g, aut f h, arcus occultationis ſolis in principio crepuſculi matutini, aut fine veſpertini: c Q, ſectio horizontis recti habitantium ſub b: ipſa b d, ſectio æquatoris. Concipiamus deinde circulum quendam æquatori æquidiſtantē, venientē per cōmunem ſectionem horizontis recti & æquidiſtantis horizontis: eius & meridiani communis ſectio eſto recta linea l t m: diuidatur a t, in duas partes æquales in puncto s, & agatur recta linea D G, per s, parallela ipſi b d: manifeſtū quidem eſt per ea quæ in prima parte demōſtrauimus, rectam a s, æqualem eſſe ſinui recto arcus declinationis ab æquatore, eius paralleli qui diametrum habet D G, nempe ſinui recto arcus b D, aut d G: excitetur autē à pūcto t, perpendicularis t o, in e f: & agātur alij duo paralleli, quorū vn⁹ ſecet meridianū ſup recta v R, infra l m, alter vero ſup recta A B, inter D G, & l m: ſecet præterea e f, ipſorum parallelorum diametros ſuper punctis x, r, q: & eaſdē ſecet g h, ſuper punctis n, y, t, p. Igitur per ea quæ ſuper quarta appendice demonſtrauimus, plures gradus circūferentiæ paralleli abſcindūt perpēdiculares ſuper p q, quā quæ ſuper r t: & quæ ſuper r t, plures quā quæ ſuper x y: & quæ deniq; ſuper his plures grad⁹ intercludunt quàm quæ ſuper z n. Eſt enim duplex ratio ſenſibilis diminutionis ab initio Capricorni vſq; ad eum parallelum qui diametrū habet D G: quod ipſi circuli auſtraliores, minores ſint, & quod in eiſdem ipſæ rectæ lineæ ſuper quarū terminis perpēdiculares cōmunes ſectiones erectæ ſunt, magis diſtant à centris: hoc namque fuit duplex medium demonſtrationis appendicis quartæ. Atqui per lēma ſextæ appendicis, ſicut ſinus rectus anguli t a o, altitudinis poli, ad ſinum totum, ita o t, æqualis ſinui recto arcus e g, occultationis ſolis, ad rectam lineam a t, duplam ipſius a s, æqualis nempe ſinui recto declinationis puncti D, aut G: igitur ex trib⁹ terminis cognitis, cognoſcetur a t: & dimidia eius pars a s, innoteſcet: quapropter ex tabula ſin⁹ recti arc⁹ b D, declinationis concepti puncti eclipticæ deprehēdetur. Exempli gratia in horizonte Olyſsipponēſi, ſinus rectus altitudinis poli partes habet 62478. per hunc igitur numerū diuidemus id quod fit ex multiplicatione ſinus totius in 27626. ſinū recti arcus occultationis ſolis, & prodibūt ex partitione 44217. huius numeri pars dimidia partes habet 22108 ½, ſinus rectus gra. 12., mi. 46. declinationis puncti D, aut G: ex declinatione autem cognita, cognoſcetur per ſecundam punctum eclipticæ cui ea reſpondet, nempe grad. 3. minu. 40. Scorpij: & gra. 26. minu. 20. Aquarij. Igitur decreſcūt crepuſcula ſenſibili ſemper differentia, à bruma vſque ad quintam diem Februarij noſtra ætate: at decreſcente die augeri incipiunt augmento ſenſibili à 17. die Octobris. Et ex hac quoque figuratione latitudo ortus concepti puncti eclipticæ facile deprehendi poteſt. Manifeſtum eſt enim ex eis quę in prima parte demonſtrauimus, quod ſectio cōmunis horizōtis & paralleli, cuius diameter D G, perpēdicularis eſt ſuper ipſam diametrū D G, in plano eiuſdē paralleli, efficiturque ſinus rectus arcus ſemidiurni & ſeminocturni, & quoniā ea perpēdicularis eſt ſuper plano meridiani, erit etiā ſinus rectus cōplementi latitudinis ortus in horizontis plano, nēpe eius arcus horizontis qui comprehenditur inter pūctū e, & interſectionem circunferentiæ horizontis cum concepto parallelo. Quapropter recta linea e z, ſinus verſus erit complementi latitudinis ortus, & reliqua a z, æqualis ſinui recto latitudinis ortus concepti puncti eclipticæ, ipſum parallelū deſcribētis cuius diameter D G. Igitur magnitudinem rectę a z, in hunc modū

inueſtigabimus: quoniam angulus z a s, æqualis eſt angulo altitudinis poli, erit reliquus angulus a z s, æqualis angulo altitudinis æquatoris. Atqui per lemma ſextæ appendicis ſicut ſinus rectus anguli a z s, ad ſinum totum, ita a s, ſinus rectus declinationis concepti puncti ecliptícæ, ad rectam a z, ſinum rectum latitudinis ortus eiuſdem puncti: harum vero quatuor quantitatum tres primæ dantur notæ: igitur per cõmune documentum numerorum proportionalium, quarta innoteſcet: per tabulam itaque ſinus recti, ipſe arcus latitudinis ortus cognitus euadet.

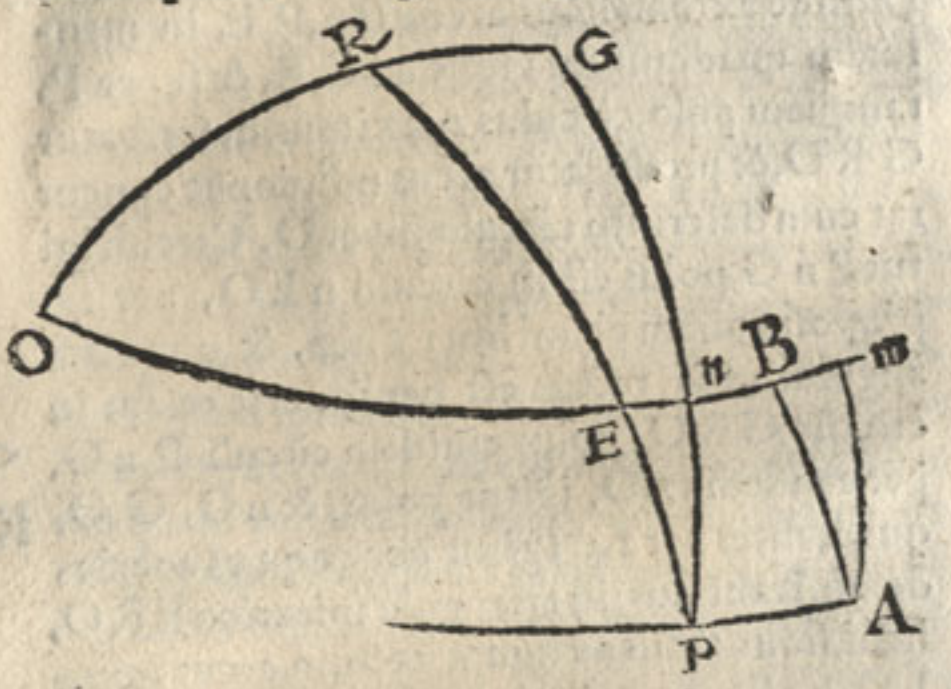
His itaque oſtenſis deinceps demonſtrabimus, quòd non fiat cõtinua crepuſculorũ diminutio ad æquatorẽ vſq;. Quin potius priuſquã ſol ingrediatur Arietis initiũ, in quodã ecliptícæ pũcto hyemalis quadrãtis, qđ ſtatim indicabimus, crepuſculũ fiat æquale ei quod ſol efficit in æquinoctiali circulo cõſtitutus: in pũctis autẽ ecliptícæ intermedijs, his ſemper minora. Quare neceſſe eſt vt finis decremẽti crepuſculorũ ſit in vno ipſorũ punctorũ intermediorum, in quo crepuſculũ fiet omniũ breuiſsimũ. Inde vero creſcẽtibus ſemper crepuſculis, ſoleq; perueniente ad Arietis initiũ, crepuſculũ habebitur priori æquale, perpetuaq; ſerie augebuntur vſq; ad Cancri initiũ. Eſto enim circulus æquinoctialis B D K: obliquus horizon A B C D, & ipſum B, æquinoctialis ortus: eſto præterea B E, arcus longitudinis crepuſculi qđ ſol facit, quum Arietis initiũ occupat: veniat autem per E, punctũ, horizon P E C K, priori horizõti ſimilis, hoc eſt æqualis altitudinis poli, eumq; ſecans ſuper C, à parte Aquilonis. Et quoniam anguli C B E, C E D, altitudinum



æquatoris interſe æquales ſunt, erũt igitur duo arcus B C, C E, iuncti ſemicirculo æquales per decimam propoſitionem primi libri Menelai. Atqui maior eſt angulus B E C, obtuſus exiſtens angulo E B C, acuto: & maior idcirco arcus B C, arcu E C, per ſeptimam: igitur B C. quadrante maior eſt, & E C, quadrante minor. Aſſumatur itaque arcus o C, æqualis ipſi B C, vt duo arcus E C, o C, iuncti ſemicirculum conficiant: & agatur parallelus f o M: itẽ per puncta y, P, quorum alterum vergit ad æquatorem, alterum ad hyemalem tropicum, paralleli ducantur r y N, A P Q: & ab ipſis punctis E, y, o, P, in Horizontem A B C D, ad rectos angulos deducantur arcus P g, o t, y z E V: hoc enim facile fiet, ſi inuento altero polo horizontis A B C D, per 31. propoſitionem primi libri Theod. ab eo circuli maximi ducantur per puncta E, y, o, P: ij enim horizontem A B C D, ad rectos angulos ſecabunt per 19. propoſitionem. Igitur vt ſinus rectus arcus P C, ad ſinum rectum arcus E C, ita ſinus rectus arcus P g, ad ſinum rectum arcus E V, per 12. propoſitionem primi libri Gebri: quod etiam per ſuperiores demonſtrationes oſtendi poterit. Nam per eam demonſtrandi artem, qua modo vſi ſumus ad oſtendendum ſinus rectos declinationis concepti puncti ecliptícæ & ſuæ latitudinis ortus, eandem habere rationem quam ſinus rectus altitudinis æquatoris & ſinus totꝰ, vel quẽadmodum ratiocinati ſuimus circa inquiſitionem declinationum punctorũ ecliptícæ, & longitudinis crepuſculi æquinoctialis, manifeſte liquet quod in triãgulo rectangulo ſphærico, ſinꝰ recti laterũ & ſubtẽſorũ angulorũ eodem ordine ſunt proportionales: & p 23. propoſitionẽ quĩti Euc. id etiã de õni alio triãgulo cõcludemꝰ: quapropter p 11. propoſitionẽ quinti, ſicut ſinꝰ rectꝰ arcus P C, ad ſinũ rectũ arcus P g, ita ſinus rectus arcus E C, ad ſinũ rectũ arcus E V: igitur per permutatã ſicut ſinus rectus arcus P C, ad ſinum rectũ arcus E C, ita ſinus rectus A g, ad ſinum rectũ arcus E V. Nec quempiam perturbari velim, quod ſolum circa latera minora quadrantibus occupati ſuimus, quando eadem recta linea arcũ minorem quadrante & quod ei deeſt ad ſemicirculũ ſubtendit. Sed vtcũq; theorema illud demõſtretur, proceſsꝰ noſter minime propterea variabitur. Itaq; ſicut ſinꝰ rectꝰ arcꝰ P C,

P C, ad sinum rectum arcus E C, ita sinus rectus arcus P g, ad sinũ rectũ arcus E V: at vero minor est sinus rectus arcus P C, sinu recto arcus E C, quia minor est sinus rectus arcus P C, quam sinus rectus arcus o C, ipsi porro arcus o C, E C, eundem habent sinum rectum: minor igitur & sinus rectus arcus P g, sinu recto arcus E V. Est autem ipse arcus E V, occultationis arcus in principio crepusculi matutini, quum sol æquatorem posidet: minor igitur P g, quã occultationis arcus quũ sol parallelum A P Q, describens matutinũ crepusculũ inchoat. Quapropter priusquã sol motu primi cœli perueniret ad punctũ P, crepusculũ illius diei inchoauerat. Sunt autem omnes ipsi arcus parallelorum inter binos horizontes æqualiũ altitudinum poli comprehensi arcus B E, crepusculo æquatoris proportionales: longius igitur crepusculum paralleli A P Q, vergentis ad tropicum hyemale, quàm crepusculum æquinoctiale. Verũ enimuero crepusculũ paralleli fo M, & crepusculũ æquinoctiale æqualia esse demõstrabimus: nã vt sinus rectus arcus o C, ad sinũ rectum arcus E C, ita sinus rectus arcus o t, ad sinum rectũ arcus E V, atqui eadẽ recta linea sinus rectus est arcuum o C, E C, igitur æquales sunt interse sinus recti duorũ arcuũ o t, E V: idcirco æquales ipsi arcus o t, E V: propterea arc⁹ o t, occultatio solis erit in principio crepusculi matutini quũ sol parallelum fo M, describit: est itaq; o f, crepusculi longitudo: at vero arc⁹ fo, B E, proportionales sũt: igitur crepusculũ quod sol facit, quũ parallelũ describit fo M, & crepusculũ æquinoctiale æqualia sunt quod demonstrasse oportuit. Cæterũ crepusculũ paralleli r y N, & quælibet alia crepuscula eorũ parallelorum, qui inter fo M & æquinoctialem circulũ positi sunt, ipso crepusculo æquinoctialis minora esse necesse est: manifestum est enim per eadem principia, quod sicut sinus rectus arcus y C, ad sinum rectũ arcus E C, ita sinus rectus arcus y z, ad sinũ rectũ arcus E V: atqui maior est sin⁹ rectus arcus y C, sinu recto arcus E C, quod y C, cõstitutus sit inter E C, & o C, arcus semicirculum conficientes: maior igitur sinus rectus arcus y z, sinu recto arcus E V. Quapropter maior erit arcus y z, quam E V: est autem E V, arcus occultationis solis in principio crepusculi matutini, ergo y z, maior ipso arcu occultationis: itaque nondum crepusculum matutinum inchoabitur, quum sol motu primi cœli peruenerit ad y: at vero proportionales sunt arcus y r, & E B, mensurã crepusculi æquinoctialis: igitur breuius crepusculum efficitur quum sol parallelum describit r y N, quàm quum æquatorem posidet, au parallelum fo M, quod item demonstrandũ proposuimus. Et hac etiam demonstrãdi arte probabitur, quod sole existente in signis borealibus, punctis borealioribus longiora crepuscula debeantur, quod in prima parte per alia media ostensum est.

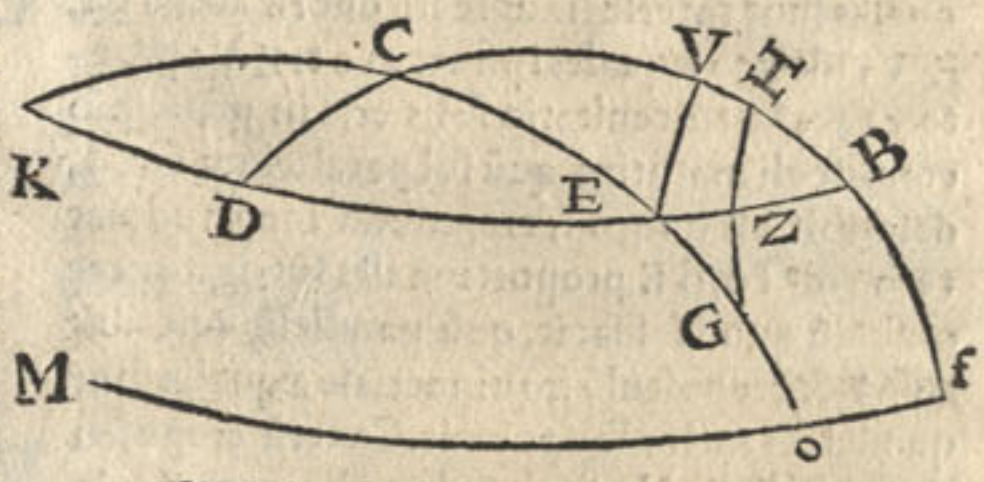
SEd priusquam reliqua prosequamur, id quod assumpsimus demonstremus: nẽpe arcus circulorum æquidistantium inter similes horizontes comprehẽsos, proportionales esse. Veniant enim meridiani per A, & P, secantes æquatorem super m, & n: igitur anguli ad m, n, recti p



19 propositionem primi Theo. ipsi vero arcus A m, P n, declinationis æquales sunt per communem sententiam, & anguli ad B E, æquales, at reliquorum arcuum, A B, P E, coniuncti semicircunferentia minores, præterea m B, n E, coniuncti etiam semicircunferentia minores. igitur A B, P E, latitudines ortuum eiusdem puncti ecliptice in similibus horizontibus æquales. item m B, n E, differentiæ ascensionales seu differentiæ quadrantis & semidiurni alter alteri æquales per 16. propositionem primi libri Menelai. his itaque adiecto cõmuni arcu B n, duo arcus m n, B E. æquales fient per communem sententiam, atqui proportionalis est arcus A P, arcui m n, per ea quæ in primo lemmate demonstrauim⁹, seu per 14. propositionem secundi libri Theo. igitur proportionalis est ipse arcus A P, arcui B E, & similiter de reliquis demonstratio fier.

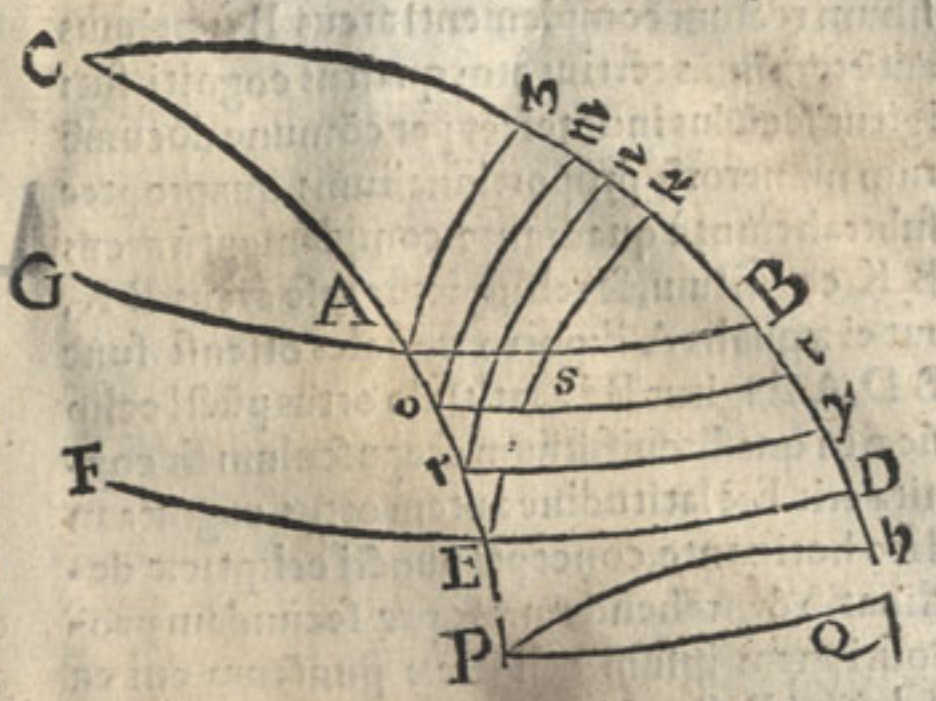
Quòd si studiose lector penes te non sint Menelai sphęrica, poteris hoc ex præmissis demonstrationibus alio modo colligere. Nam in triangulo rectangulo P n E, sicut sinus totus ad sinũ rectum anguli E, ita sinus rectus arcus P E, ad sinum rectum arcus P n. Similiter in triangulo A m B, sicut sinus totus ad sinum rectum anguli B, ita sinus rectus arcus A B, ad sinum rectũ arcus A m: eadem autem est ratio sinus totius ad sinum rectum anguli E, & ad sinum etiam rectum anguli B, per septimam propositionẽ quinti Euclid. igitur sicut sinus rectus arcus P E, ad sinum rectum arcus P n, ita sinus rectus arcus A B, ad sinum rectum arcus A m, per 11. propositionem quinti Euc. porro æquales sunt ipsi arcus P n. A m: igitur per septimam & nonam eiusdem quinti libri concludemus sinus rectos arcuum P E, A B, æquales esse, & ipsos quoque arcus, quia vterque quadrante minor, æquales esse necesse est. Deinde extendemus arcus P n, P E, in mensuram quadrantum vsque ad G, R, & super P, tanquam polo, circulus maximus describatur G R O, & producatur arcus n E, donec concurrat cum descripto circulo super O. Circuli igitur P n G, polus est in circulo n E O, per 17. propositionem primi libri Theo. & quoniam angulus ad G, rectus est per 19. erit etiam in circulo G R O, polus eiusdem circuli P n G, per eandem 17: O, igitur polus, & n O, G O, quadrantes per 24. Igitur per ea quæ superius demõstrauimus, in triangulo sphærico E R O, sicut sinus totus ad sinum rectum arcus anguli O, ita sinus rectus arcus E O, ad sinum rectum arcus E R. At vero n G, arcus anguli O, complementum existit arcus P n, & ipse E O, complementum arcus n E, arcus denique E R, complementum arcus P E: quapropter sicut sinus totus ad sinum rectum complementi arcus P n, ita sinus rectus complementi arcus n E, ad sinum rectum complementi arcus P E. Itidem demonstrabitur in quocunq; alio triangulo rectangulo cuius latera quadrantibus sint minora. Iam igitur ita concludemus id quod assũpsimus: sicut sinus totus ad sinũ rectũ complemẽti arcus A m, ita sinus rectus complementi arcus n E, ad sinum rectum complemẽti arcus P E, per septimam propositionem quinti: & sicut sinus totus ad sinum rectum cõplementi arcus A m, ita sinus rectus complementi arcus m B, ad sinum rectum complementi arcus A B: igitur per 11. propositionem quinti sicut sinus rectus cõplementi arcus n E, ad sinũ rectum complementi arcus P E, ita sinus rectus cõplementi arcus m B, ad sinum rectum complementi arcus A B: idcirco per permutatam proportionem sicut sinus rectus complementi arcus n E, ad sinum rectum complementi arcus m B, ita sinus rectus complementi arcus P E, ad sinũ rectum arcus A B: æqualia autem sunt ipsorum arcuum P E, A B, cõplementa: igitur & complementa arcuũ n E, m B, interse æqualia, & arcus n E, arcui m B, æqualis, quod per theoremata Menelai cõcisius demõstratur.

Sed redeamus ad institutũ & inquiramus pũctũ illud ecliptícæ, in quo quũ sol extiterit, crepusculũ efficiet crepusculo æquinoctiali æquale. Erat autẽ in descripta figuratione arc' B E, longitudo crepusculi æquinoctialis, quod etiam debetur pũcto ecliptícæ perallelũ fo M, describenti: E V, arcus occultationis solis in principio crepusculi. Et quoniam arcus E C, quadrante minor est: arcus vero o C, reliqua



pars semicirculi: describemus super puncto C, tanquam polo arcum circuli maximi C Z H, secantem æquatorem in puncto Z, ipsos autẽ horizontes super G, H. Igitur anguli ad G, H, recti sunt per 19. primi libri Theod. & arcus C G, C H, quadrantes per 24. Atqui in duobus triangulis B Z H, G Z E, anguli ad Z, cõtra positi æquales sunt, quod sola communis sentẽtia probare sufficit: anguli ad E, B, æquales etiam, quia æqualium altitudinum æquatoris in similibus horizontibus: & reliqui ad G, H, recti. Quapropter per 17. propositionem primi libri Menelai æqua sunt latera quæ æqualibus angulis subtenduntur: æquales igitur arcus C Z, Z H. Hoc idem concludemus, si (vt paulo ante) rẽ ipsam proportionibus persequamur: nam ab arcubus B C, C E, semicirculo æqualibus,

bus,& à duob⁹ H C,C G,itē ſemicirculo æquā libus detractis communibus H C, C E,duo arcus B H,G E,æquales relinquentur: ſunt autē ipſi anguli ad Z,æquales:igitur proportionum viam progredientes arcus B Z,Z E,æquales demonſtrabimus:rurſus G Z,Z H,æquales. At vero in triangulo B E V,ſicut decima propoſitio demōſtrauit,vt ſinus rectus anguli B, altitudinis æquatoris ad ſinum totum, ita ſinus rectus arcus E V,occultationis ſolis ad ſinum rectum arcus B E:idcirco per commune documentum numerorum proportionalium,ex tribus terminis cognitis quartus cognoſcetur,nempe ſinus rectus arcus B E:ipſe igitur arcus B E,longitudinis crepuſculi æquinoctialis notus, & dimidia eius pars B Z,cognita quoque. Porro in triangulo B Z H,ſicut ſinus totus ad ſinum rectū anguli B,altitudinis æquatoris,ita ſinus rectus arcus B Z,ad ſinum rectum arcus Z H: quapropter ex tribus cognitis quartus Z H, innoteſcet:& totus ipſe arcus G H,cognitus. Quoniā vero ſicut ſinus rectus arcus G H,ad ſinum rectum arcus E V,ita ſinus rectus arcus G C,ad ſinum rectū arcus E C: igitur ex tribus cognitis, quartus innoteſcet, nempe ſinus rectus arcus E C,& ipſe arcus E C,cognitus quoque: eum itaque detrahemus à ſemicirculo,& relinquetur arcus o C,notus: ideoque differentia o E, cognita,quæ quidem latitudini ortus quæſiti puncti eclipticæ æqualis exiſtit. Iam igitur ex latitudine ortus cognita in dato horizōte, cognoſcetur declinatio puncti parallelum f o M, deſcribentis,& per ſecundam propoſitionem ipſum eclipticæ punctum cui ea reſpondet.



cultatio ſolis in principio breuiſsimi crepuſculi:ſunt autem omnes ipſi arcus parallelorum inter deſcriptos horizontes intercepti proportionales,& breuiſsimum crepuſculum eſt E D: igitur quum ſol deſcribit parallelum r y,priuſquam motu primi cæli perueniat ad r, punctū matutinum crepuſculum inchoat: arcus itaq; r n,circuli verticalis quo adhuc occulitur ſub horizonte Q B C,minor eſt quam E K, ſolis occultatio crepuſculina. Atqui ſicut ſinus rectus arcus E K,ad ſinum rectum arcus r n, ita ſinus rectus arcus E C,ad ſinum rectū arcus r C: maior autem primus terminus ſecundo,& maior igitur tertius quarto. Similiter demonſtrabitur quod ipſe ſinus rectus arcus E C,maior ſit ſinu recto arcus o C,& cuiuſcunque alterius arcus quem vel in C,vel in oppoſitam partem, paralleli ſolis diſtingunt. Quapropter ſi rectus ſinus arcus E C,maior exiſtit ſinibus rectis eorū arcuum quos proxima puncta collateralia finiunt,eum quadrantē eſſe neceſſe eſt. Iā igitur breuiſsimi creduſculi quantitatē facile cognoſcemus:ſecet enim arcus E k, arcum æquatoris A B,in pūcto s: manifeſtū eſt ex eis quæ paulo ante demonſtrauimus,arcus A s,B s,æquales eſſe: rurſus E s,k s,interſe æquales. Quoniā vero in triangulo rectangulo s B K,ſicut ſinus rectus anguli B,altitudinis æquatoris ad ſinum totum,ita ſinus rectus arcus k s, dimidiæ occultationis crepuſculinæ ad ſinum rectum arcus B s,dimidiæ longitudinis breuiſsimi crepuſculi:idcirco ex tribus terminis notis quartus innoteſcet,nempe ſinus rectus arcus B s:per tabulam igitur ſinus recti arcus B s,cognitus erit: & totus A B, cognitus quoque, propterea ipſa breuiſsimi crepuſculi longitudo nota. Rurſum in ipſo triangulo rectangulo s B k, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum complementi arcus B K, ita ſinus rectus complementi arcus k s,ad

Vnc tranſeamus ad inueſtigandum quantitatē breuiſsimi crepuſculi quod in dato horizonte eſſe poteſt, & punctum eclipticæ in quo illud fiat. Eſto igitur æquinoctialis circul⁹ B A G,obliquus horizon Q B C:efficiat autem ſol breuiſsimum crepuſculum, quum parallelum deſcribit D F,& ſit eius menſura arcus æquatoris A B: veniat autē per A,horizon P A C, priori ſimilis: & ipſius crepuſculi breuiſsimi arcus in parallelo D F,eſto E D. Aio primum arcum E C, eſſe quadrantem. Deſcribantur alij quiuis paralleli vt o t,r y,P Q:& deducantur in horizonte Q B C, perpendiculares arc⁹ A z,o m,r n,E K,P h. Igitur arcus E k, eſt oc-

 ſinum

ſinum rectum cõplementi arcus B s: primus autẽ terminus tertius atq; quartus cogniti ſũt: igitur ſecũdus innoteſcet per cõmune documẽtum numerorũ proportionalium: quapropter ſubtrahemns à quadrante complementũ arcus B K,cognitum,& relinquetur ipſe arcus B K, aut ei æqualis A E:porro æquales oſtenſi ſunt B D,A E,igitur B D,latitudo ortus pũcti eclip ticæ in quo breuiſsimum crepuſculum fit cognita erit Ex latitudine autem ortus cognita in dato horizonte,concepti puncti eclipticæ declinatio deprehendetur,& per ſecundam propoſitionem ipſum eclipticæ punctum cui ea debetur. Poſtquã igitur quæ propoſuimus geometricis demonſtrationibus inueſtigauimus: reliquũ eſt vt ea omnia numeris perſequamur. In primis itaq; ſolem æquatorem poſsidere ponamus,& ſupputemus in dato horizonte longitudinem crepuſculi,exempli gratia,vbi polus arcticus eleuatur gra.38.mi.40.præterea pũctum illud eclipticæ inquiramus in quo iterũ æquale crepuſculũ fit.Igitur multiplicabimus 27626.ſinum rectum occultationis ſolis in ſinum totũ,productũ diuidemus per 78079. ſinũ rectũ altitudinis æquatoris, & prouenient 35382. ſinus rectus arcus lõgitudinis crepuſculi:quibus reſpõdent in tabula gra.20.mi.43. ſe 20.huius dimidium gradus habet 10.mi.21. ſe. 40.ſinus rectus,partes 17985.hũc numerũ multiplicabimus in 78079.productũ diuidemus in ſinũ totũ:& venient 14042.ſinus rectus gra.8. mi.4.ſe.20.igitur duplus arcus gra.16.mi.8.ſe. 40.eius ſinus rectus 27806.per hũc diuidemus eũ numerũ qui fit ex multiplicatione ſinus totius in 27626.ſinũ rectũ arcus occultationis:& venient 99353.quibus reſpõdent gra.83.mi.29 fere:hos auferemus á ſemicirculo & relinquentur gra.96.mi.31.& ab his rurſus auferem⁹ gra. 83.mi.29.& relinquetur gra.13.mi.2. latitudinis ortus:eius ſinũ rectũ 22551.multiplicabim⁹ in 78079.productũ diuidemus per ſinũ totũ,& venient ex partitione 17607.& dimidiũ: ſinus rectus gra.10.mi.8.ſe.30.declinationis. Demũ multiplicabimus in ſinũ totũ 17607. & dimidiũ:productũ diuidemus per 39874. ſinũ rectũ maximæ declinationis eclipticæ: & venient 44158.ſinus rectus gra.26,mi.12. ſigni Libræ: aut gra.3.mi.48.ſigni Piſciũ. Igitur decima die in cẽſis Octobris & duodecima Februarij in ãno cõmuni,crepuſcula fiũt æqualia noſtra ætate ijs quæ rurſus ſol efficit quũ primã Arietis partẽ aut libræ ingreſſus fuerit:hoc autẽ in horizõte Olyſsipponenſi.Præterea vt longitudinem breuiſsimi crepuſculi,& punctum eclipticæ in quo fiat cõmoſtremus,multiplicabimus ſinum totũ in 13946.ſinum rectum graduum 8.mi.1. dimidij arcus occultationis:productumque diuidemus per 78079.ſinum rectum altitudinis æquatoris:& veniẽt ex partitione 17861,ſinꝰ rectus gra.10.mi.17.ſe.20.quos habet dimidia longitudo breuiſsimi crepuſculi.Igitur breuiſsimum crepuſculum gra.20.mi.34.ſe.40. Sed vt punctum eclipticæ inueniamus in quo ipſum fiat,multiplicabimus 98391. ſinum rectũ complementi dimidiæ longitudinis crepuſculi in ſinum totum: productum diuidemus per 99022.ſinum rectum complementi dimidij arcus occultationis, & venient ex partitione 99363.ſinus rectus gra.83.minu.32.quos habere neceſſe eſt complementum latitudinis ortus quæſiti puncti eclipticæ:his igitur detractis à quadrante relinquetur arcus latitudinis ortus graduum 6.min.28. eius autem ſinum rectum 11262.multiplicabimus in 78079. productum diuidemus per ſinum totum:& veniẽt 8793.ſinus rectus grad.5.mi.2.ſe.40.declinationis auſtralis. Proinde multiplicabimus 8793. in ſinũ totum:productum diuidemus per 39874. ſinũ rectum maximæ declinationis: & venient ex partitione 22052.ſinus rectus graduum 12. mi. 44.ſigni Libræ, aut gra.17.minu.16.ſigni Piſcium. Igitur breuiſsima crepuſcula noſtra ætate 26.die Septẽbris & 25.Februarij in ipſo horizonte Olyſsipponenſi. Aduertendum eſt autem impoſsibile non eſſe, vt in aliqua regione fiant duo crepuſcula breuiſsima in duobus diebus continuis:vt ſi exẽpli gratia in aliqua die anni arcus E C,eſſet gra.90.mi.15.& in proxima die fuiſſet r C,grad.89.minu.45. ſed ipſos duos dies in quibus breuiſsima crepuſcula fieri poſſe affirmamus,continuos non eſſe, prorſus impoſsibile eſt:ſequeretur enim vt in die intermedia crepuſculum fieret breuius breuiſsimo.Nec vero neceſſe eſt arcum E C, quadrantem eſſe,etiam ſi vnum tantum breuiſsimũ crepuſculum habeatur E D,in hyemali quadrante,rurſus in autũnali.Sed aut quadrans erit ipſe arcus E C, aut quadrante maior aut minor minima tamen differentia.Ita enim eius ſinus rectus maior erit ſinu recto cuiuſcunque alterius arcus circuli P A C,qui ad C, punctũ terminatur.Quamuis igitur eum ſemper quadrantem ſubijciamus,nulla propterea diuerſitas ab exacta ratione fiet.

Tabula

Tabula arcuum crepusculorum ad initia signorum provaria poli arctici sublimitate.

Polares.	Capri.		Sagit. Aqua.		Scorp. Pisces.		Libra. Ari.		Virgo. Taur.		Leo. Gemi.		Cácer.	
elevationes.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.
3 0	20	5	19	35	18	46	18	36	19	33	21	16	22	15
3 3	20	48	20	15	19	22	19	14	20	19	22	20	23	31
3 6	21	37	20	42	20	5	19	58	21	15	23	38	25	5
3 9	22	39	21	58	20	54	20	49	22	21	25	15	27	6
4 2	23	51	23	4	21	52	21	49	23	41	27	19	29	47
4 5	25	16	24	21	23	00	23	00	25	18	30	5	33	39
4 8	27	1	25	55	24	21	24	23	27	16	33	56	40	3
5 1	29	8	27	48	25	54	26	2	29	49	40	13	*nox tota.*	

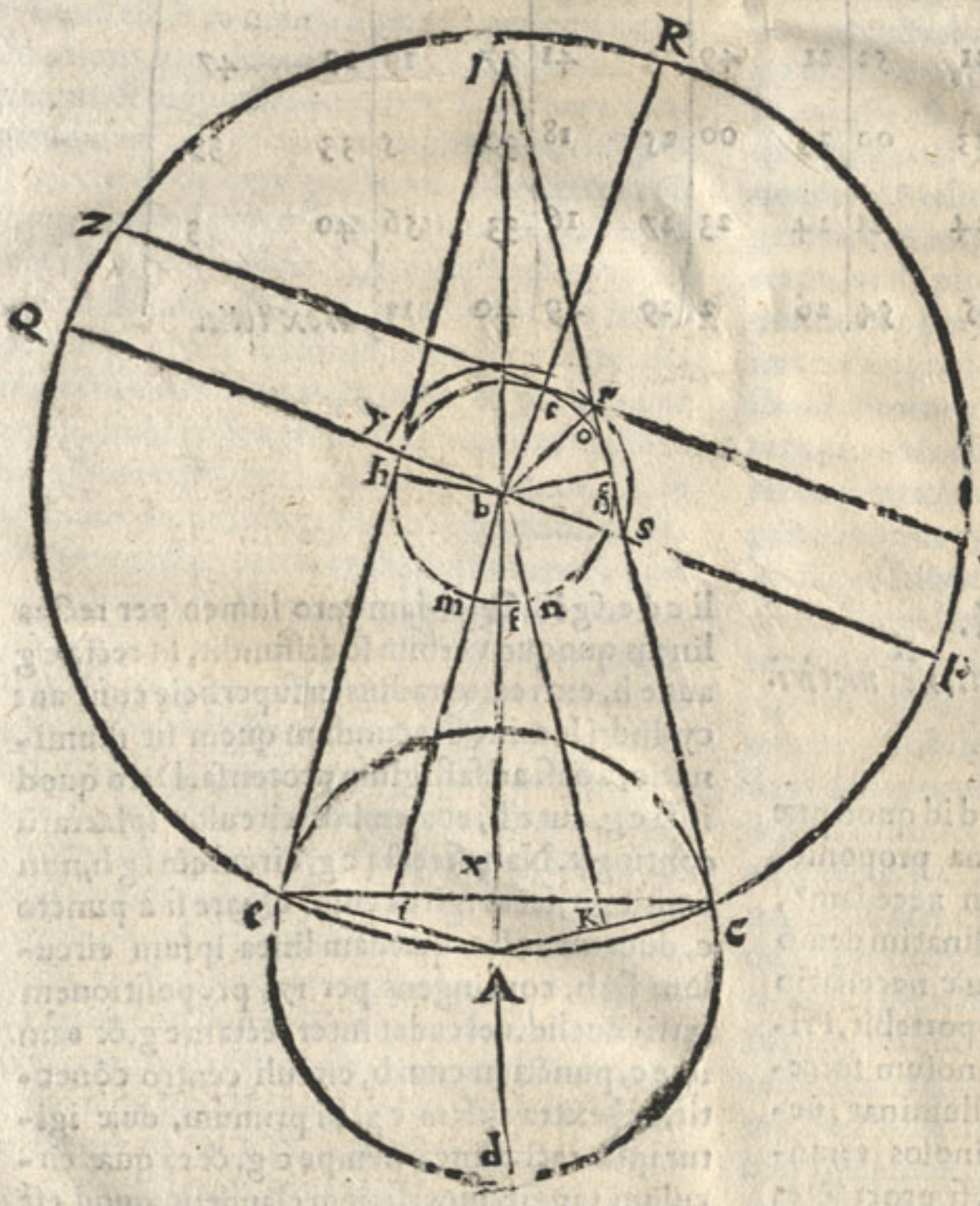
Propositio. XVIII.

Summam vaporum eleuationē metiri.

PRiusquam ad id quod præsens problema proponit, explorandum accedam⁹, nonnulla ordinatim demō strabimus, quæ necessario præmittere oportebit. Primum, si luminosum sphæricum aliud sphæricum corpus illuminat, necesse est extremos radios luminosos vtranque sphæram contingere. Quod si procidētes radij vtrunque corpus contingunt, eos extremos esse longissimos que necesse est. Illuminet enim sphæra cuius centrum A, eam sphæram cuius centrum b: & cōnexa recta A b, agatur per eam planum vtranque sphæram secans: manifestum est ex prima primi Theo. communes sectiones plani & sphærarum circulos esse maximosque. Igitur sint huiusmodi circuli c d e, f g h. Quoniam vero lumen per rectas lineas quoquo versum se diffundit, sit recta c g aut e h, extremus radius in superficie coni aut cylindri luminosi secundum quem fit illuminatio, à basi ad fastigium protensa. Dico quod ipsa c g, aut e h, eos ambos circulos sphærarū contingit. Nam si recta c g, circulum f g h, non contingit, secat igitur eum. Quare si à puncto c, ducatur recta quædam linea ipsum circulum f g h, contingens per 17. propositionem tertij Euclid. vel cadet inter rectam c g, & eam que c, punctum cum b, circuli centro cōnectit, vel extra ipsam c g. Si primum, duæ igitur ipsæ rectæ lineæ nempe c g, & ea quæ circulum tangit, superficiem claudent, quod est impossibile. Si detur secundum, quum per ipsam contingentem rectam lineam, & per alias quoque inter eam & c g, cadētes lumen diffundatur, non erit igitur c g, extremus radius: neque item longissimus. Nam quælibet aliarum remotior est, Iōgiorq; per octauā propositionē tertij. Quapropter necesse est vt recta ipsa c g, extremus radius circulū contingat in pūcto g.

Simi-

Similiter demonſtrabitur quod contingat circulum c d e,in puncto c:ex oppoſito enim eadem incõmoda inferuntur.Igitur extremus radius qui prodit à corpore luminoſo ſphærico in corpus ſphæricum quod ab eo illuminatur, vtrunque corpus contingit.Rurſus ponatur recta m g,ipſos circulos tãgere ſuper pũctis c g. Dico quod radius c g, extremus erit longiſimusque.Si non,prodeat igitur vel ad g, ab alio puncto: vel ab c,ad aliud: vel quouis alio modo,igitur duæ rectæ lineæ ſuperficiem claudẽt quod eſt impoſsibile.Quare ſi recta linea vtrãque ſphæram tangat,extremus radius erit, longiſimusque,quod demonſtraſſe oportuit.



Ecundũ.Luminoſum ſphæricũ ſphærici minoris pluſquam dimidium illuminat, ſub eodemque cono comprehenduntur verticem habente in minorem ſphærã. Illuminet enim ſphæra maior cuius centrum A,minorem ſphæram cuius centrum b:& connexa a b:agatur per eam planum vtranque ſphæram ſecans:ſint itaque cõmunes ſectiones ipſi circuli c d e,f g h:extremi autem radij illuminatam partem comprehendentes ſint c g,e h:portio illuminata ſit arcus g f h. Aio hanc ſemicirculo maiorem eſſe. Eſto enim punctum f,in communi ſectione rectę A b,& arcus g f h: & coniungantur A c, A e, b g,b h:prætẽrea abſcindãtur a rectis A c, A e, maioribus,e i,c k,ipſis b h,b g,minoribus æquales per tertiam primi:& coniungantur b i, b k: ſecent autem hæ arcum g f h, in punctis m n. Quoniam vero recta e h,ipſos circulos contingit per primum demonſtratum,idcirco anguli A e h,b h e,recti erũt per 18. tertij:igitur A e,b h, parallelæ per 28.primi: atqui æquales factæ ſunt e i, b h: propterea anguli A e h,i b h,æquales erũt per 34. propoſitionem primi:rectus igitur angulus i b h:quapropter arcus h m,quadrans.Similiter demõſtrabitur arcũ g n, quadrantem eſſe. Totꝰ igitur arcus g f h, ſemicirculo maior, & reliquus arcus g h,ſemicirculo minor: recta autẽ b f,partẽ circuli illuminatã in duo æqualia ſecat. Nam v in duobus triãgulis A i b,A k b, duo anguli ad i,& K,puncta recti ſunt,rectæ vero A i,A K, æquales:idcirco per 47.propoſitionem primi & cõmunẽ ſentẽtiã: reliqua latera ęqualia erũt. igitur per octauã anguli A b i, A b K,æquales erunt:arcus igitur f n,f m,æquales per 26. tertij:quare per cõmunem ſententiam arcꝰ f g arcui f h,æqualis. At vero rectas lineas A b, c g, e h, in rectum productas ad vnũ punctum concurrere breuiſsime demonſtrabitur . Anguli enim ad i,k,recti ſunt: igitur anguli ad A,acuti:idcirco per quintum poſtulatum primi libri duæ rectæ A b, e h, in rectum productæ concurrent ad partem b h: concurrant igitur in puncto l: ſimiliter demonſtrabitur rectas A b,c g, concurrere ad eandẽpartẽ. Cæterum quod huiuſmodi concurſus in ipſo pũcto l,fiat,ex eo liquet quod duo anguli l b h, l b g,æquales ſunt,quia duobus qui ad A, ſiunt

æquales

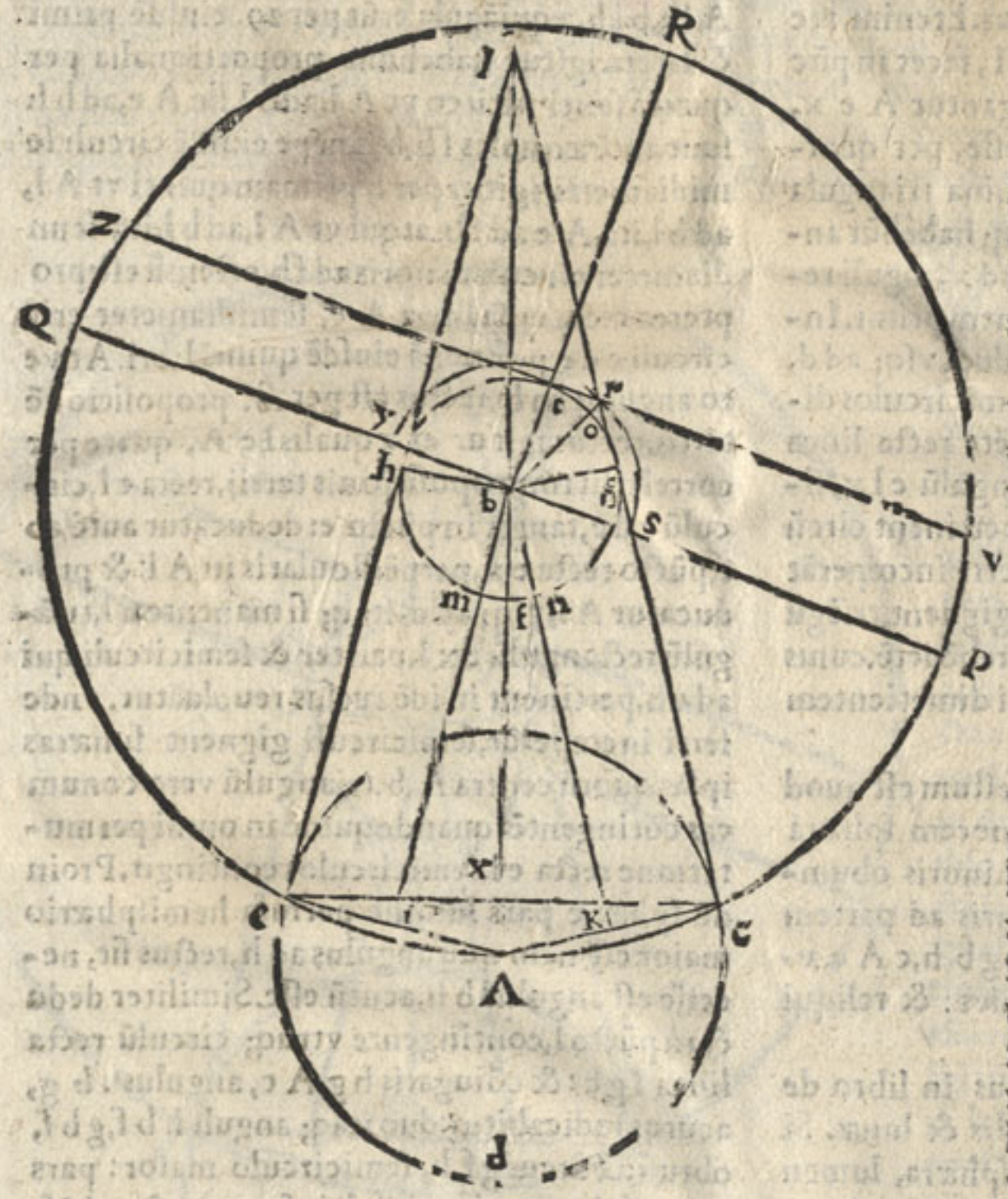
æquales per 28.& 29. primi anguli verò quos ad g h,puncta rectæ b g,b h, faciunt, æquales: nempe recti. Igitur producta recta c g,duo triangula æqualia fiēt super ipsis basibus b g, b h, æqualibus per 26.propositionem primi. Necesse igitur est concursum fieri in ipso l, puncto: alibi enim si fieret,esset pars æqualis toti quod est impossibile. Iam igitur quod in vno plano de arcubus circulorū demōstrauimus,deq; rectis lineis in effigiē metæ ad vnū punctum cōcurrentibus,ad solida trāsferemus. Etenim recta e c,cōnectatur quæ rectam A l, secet in pūcto x: & bina triangula intelligantur A e x, A c x,quæ necesse est æqualia esse, per quartam primi: igitur per eandem bina triangula e l x,c l x,æqualia erūt,æqualesq; habebūt angulos qui ad x: idcirco ipsi qui ad x,anguli recti sunt per decimam diffinitionem primi. Intelligamus autē rectam A l,produci vsq; ad d, vt circulū ipsum maiorem in semicirculos diuidat. Præterea cōcipiam⁹ manēte recta linea d l,cōmuni axe,rectangulū triangulū e l x, simul & semicirculos qui ad e h.pertinent circū duci,donec in idē rursus vnde ferri incœperāt reuertātur: semicirculi sphæras gignent,triāgulū vero conū vtrāq; sphærā cōprehēdētē,cuius quidem basis,circulus quidā qui dimetientem habet e c.

Correlarium,Ex hoc manifestum est quod sicut partis maioris sphæræ minorem sphærā illuminantis ad partem ipsius minoris obumbratam,ita partis non illuminantis ad partem illuminatam. Sunt enim anguli g b h,c A e,æquales: igitur arcus e c,g h, similes: & reliqui quoque arcus proportionales.

Aliter vt Aristarchus Samius in libro de magnitudinibus & distantijs solis & lunæ. Si sphæra à maiore quam ipsa sit sphæra, lumen assumat, maius dimidio lumine persunditur: ambęque sphæræ ab eodem cono comprehendūtur. Sphæra enim cuius centrum b,à maiore quam ipsa sit sphæra lumine perfundatur,cui⁹ cētrū A: alio lumine perfusam partē sphæræ cuius centrū b,maiorē esse hemisphærio: ambasq; sphæras ab eodē cono comprehendi. Coniū gantur enim A b,& per ipsam A b,agatur planum vtranque sphæram secās: sintque cōmunes sectiones,circuli c d e,f g h, maximiq; per primū librum Theodosij: & protracta A b,in rectum recta linea inueniatur b l,per 12.propositionē sexti libri Euc.ad quam recta ipsa A b eā habeat rationē quam differentia semidiametrorū prędictorū circulorū ad f b,minoris circuli semidiametrū: igitur per cōpositā rationē 18 propositione quinti libri ostēsam, sicut semidiameter maioris circuli ad semidiametrū minoris,ita A l,ad b l. Deinde à pūcto l, recta linea deducatur l h,quæ circulū f g h,super h,puncto contingat per 17.propositionē tertij: & extēsa ipsa l h,in rectū,cōnexaq; b h,ducatur per A, pūctū ipsi b h,parallelus recta linea A e,per 31. propōnem primi. Quapropter bina triangula A l e,b l h,æquiāgula erūt per 29. eiusdē primi & latera igitur habebunt proportionalia per quartā sexti: idcirco vt A l,ad b l,sic A e,ad b h sunt autē æquales f b,b h,nēpe eiusdē circuli semidiametri: igitur per septimam quinti vt A l, ad b l,ita A e ad f b: atqui vt A l,ad b l,ita semidiameter circuli maioris ad f b,ostensū est: propterea recta ipsa linea A e, semidiameter erit circuli c d e,per nonā eiusdē quinti libri. At vero angulus l h b, rectus est per 18. propositionē tertij,rectus igitur ei æqualis l e A, quare per correlariū 16.propositionis tertij,recta e l,circulū c d e,tangit in pūcto e: deducatur autē ab e,pūcto recta e x,perpēdicularis in A l: & producatur A l,vsq; ad d: itaq; si manente d l,triāgulū rectangulū e x l,pariter & semicirculi qui ad e h,pertinent in idē rursus reuoluātur, vnde ferri incœperūt,semicirculi gignent sphæras ipsas quorū centra A, b: triangulū verò conum eas cōtingentē: quandoquidē in omni permutatione recta e l,semicirculos contingit. Proinde sphæræ pars lumine perfusa hemisphærio maior est: nam quū angulus ad h,rectus sit, necesse est angulū l b h,acutū esse. Similiter deducta à pūcto l,contingente vtrūq; circulū recta linea l g c: & cōiugatis b g,A c, angulus l b g, acutus iudicabitur: duo itaq; anguli h b f,g b f, obtusi,& arcus g f h, semicirculo maior: pars igitur sphæræ minoris sub ipso arcu cōprehēsa hemisphærio maior: qd demōstrasse oportuit.

Ertium præmittendum. Ex cognita distātia cētrorum prædictarum sphærarū, & ratione semidiametrorum, arcū maximi circuli minoris sphæræ, sub quo pars eius illuminata comprehenditur, numeris indicare. Vtamur enim ipsa eadem figuratione: ratio autem A e, ad b h, cognita supponatur: & A b, centrorum distātia, in eisdē partib⁹ semidiametrorū nota:

propoſitumque ſit arcum g f h, ſub quo minoris ſphæræ pars radijs illuſtrata comprehenditur, patefacere. Igitur quoniam ratio rectæ A e, ad b h, nota ſupponitur, recta A i, earum differentia, in partibus eiſdem diametrorum maioris & minoris ſphæræ nota erit: at vero & in ipſis quoque partibus diſtantia A b, nota datur: igitur ratio A b, ad A i, etiam nota fiet: angulus autem ad i, rectus exiſtit: igitur



in triangulo rectangulo A i b, ſicut recta A b, ad rectam A i, ita ſinus totus ad ſinum rectum anguli A b i, per lemma ſextæ appendicis: horum quatuor terminorum proportionaliũ tres primi ſunt noti: idcirco reliquus notus: multiplicabimus enim differentiam ſemidiametrorum in ſinum totum: productumque numerũ diuidemus per diſtantiã centrorũ: proueniet q; ex huiuſmodi partitione numerus partium quas habet ſinus rectus arcus f m, angulũ A b i, ſubtendentis: & ipſe igitur arcus f m, per tabulam ſinus recti innoteſcet. Quare quum oſtenſum ſit arcum h m, quadrantem eſſe, totus arc⁹ f h, ex eis cõflatus cognitus erit. Atqui demõſtrauim⁹ ſuperius arc⁹ f g, f h, æquales eſſe: igitur tot⁹ arc⁹ g f h, ſecũdũ quẽ minor ſphæra a maiore illuminatur cognita redoetur, quod erat demõſtrandũ. Hinc colligi poteſt quãta terræ portio ſole illuſtretur, ſuppoſita ex quinto libro magnæ cõpoſitionis Ptolemęi, diſtãtia cẽtrorũ partiũ 1210. qualiũ ſemidiameter terrę eſt pars vna, et ſolis ſemidiameter quiq; et dimidiũ.

IAm vero his prętmiſsis fũdamẽtis, quãto interuallo à terra diſtent ſummi vapores, qui aerem condenſant, ſpiſſantque facile demonſtrabimus. Repetatur hæc ipſa figuratio qua paulo ante vſi ſumus. Sphæra cui⁹ centrũ A, eſto corpus ſolare: ſphæra cui⁹ cẽtrũ b, eſto terræ globus. Intelligatur autẽ circulus quidã maxim⁹ A P R Q, ſuper b, centro mũdi deſcriptus interuallo A b, per horizõtis polũ duct⁹ & ſolis centrũ apud initiũ crepuſculi matutini: communis ſectio plani hui⁹ cõcepti circuli cũ ſole eſto circul⁹ c d e: cũ terra vero circul⁹ f g h: ab arcu e c, radij ſolares procidãt e l, c l, terrã contingẽtes ſuper pũctis g, h, igitur ſub arcu g f h, pars terreni globi radijs ſolaribus illuſtrata cõprehẽditur: ſed ſub reliquo arcu g h pars vmbra obcecata. Eſto præterea pũctum R, horizontis polus: & connectatur b R, circulum f g h, ſecans ſuper puncto t, in quo centrũ viſus collocatur: recta deinde P Q, per centrum mũdi veniens, eſto communis ſectio horizontis & deſcripti circuli A P R Q: recta vero z t v, eiuſdem circuli communis ſectio & alterius cuiuſdam circuli quẽ ſenſibilem horizontẽ appellamus, qui ob terreni globi paruitatem à cõcepto horizõte quod ſolã ratione percipitur inſenſibili differẽtia diſtat ei parallelus. At vero quãuis horũ horizontum diſtantia reſpectu eius interualli quo ſolã terra abeſt, perexigua ſit, nihilominus ſuorũ diametrorũ magna quidẽ differẽtia.

Nam

Nam qui ratione percipitur, mundum totū in duo ſecat,& ad ſtellarū fixarum ſphęram pertinet.ſed qui ſenſu vſurpatur,ex Procli ſententia duum millium ſtadiorum dimeticntem habet. at vt Macrobius putat trecentorum tantum & ſexaginta, centum enim & octoginta ſtadia(inquit) nō excedit acies cōtra vidētis, ſed viſus cū ad hoc ſpatiū venerit,acceſſu deficiētis in rotūditatē recurrēdo curuatur. Albertus magnus eū mille ſtadiorum ſtatuit,ſed ſenſibilem appellat,alia ratione. Verūtamen ſiue diameter ſenſibilis horizontis,tantam longitudinem habeat,quantam ſuppoſuit Proclus, ſiue minorem vt Macrobius,nihil propterea demōſtratio noſtra variabitur.Nā orientē ſolē & occidentem intuemur,atq; ſtellas, Quonā vero modo authores intelligendi ſint, quum viri dendi terminos ad prædictas diſtantias præfiniunt,aut maiores, aut minores,ad aliam doctrinam determinare pertinet. Reuertamur ad inſtitutū, duæ rectæ P Q ,z v, æquidiſtantes ſunt per 16. propoſitionem 11. Eucli. angulus, igitur angulus b t v, rectus etiam, quod item per primum librum Theo.concludi poſſet.recta idcirco z v, circulum tangit in puncto t,per correllarium 16. propoſitionis tertij.Quoniam vero ab aēre puro tenuiq; non fit luminis reflexio:concipiamus animo ſphæram vaporum, à terra mariq; aſcēdentiū, qui aerem vſq; eo ſpiſſant,condenſantq;,vt ſolis lumen reflexionem efficere poſsit:nam quod vltra hanc ſphæram verſus cœlū eſt,quanquā nocturno tēpore illuminetur à ſole,ob reflexionis defectum viſibile non eſt. Eſto autē y r s,arcus circuli maximi huiuſmodi ſphæræ ſuper b,centro deſcripti:eū ſecet recta z v, ſuper r, puncto. Igitur quamuis ante crepuſculum matutinum,ab omni puncto arcus r s,lumen ſolis reflectebatur,nullus tamen radius peruenire potuit ad t,centrum viſus,quia ſub recta linea t v,nulla recta linea ſumi poteſt,quæ circulū non ſecet, quēadmodū in 16.propoſitione tertij Euclidis demōſtratur: erat idcirco terræ globoſitas impedimēto, quo minus videretur quod ſub ipſa recta linea t v, collocabatur. At etiā quicquid intra turbinatā terræ vmbrā g l h,continetur aſpici non poteſt. Primū igitur punctū quod illuminatū apparet,in principio crepuſculi matutini,quū illuceſcit,eſt r. Nā neq; in eo aēre tenuiſsimo,liquidiſsimoq; exiſtit,qui lumen ſolis nobis minime reddit:neq; intra terrę vmbrā:neq; ſub ſēſibilis horizōtis planitię. Itaq; cōnectatur b r, recta linea quæ circulū terræ ſecet in o, pūcto: fiet idcirco ipſa o r,ſūma vaporū altitudo qui à terra in ſublime attollūtur, cuiꝰ lōgitudinē in hūc modū perſcrutabimur. Angulus P b t,rectꝰ exiſtit,angulus vero A b P,depreſsionis ſolis ſub horizōte,notꝰ per precedētē propōnē:totꝰ igitur angulus A b t,notꝰ: ab hoc ſubtrahemus angulū A b g,notū etiā,nēpe dimidiū terræ arcū ſolle illuſtratū ſubtendētē,& relinquetur angulus g b t,notus. Porro angulus quē b g,cū recta g l,circulū contingēte ad pūctū g,facit, rectꝰ eſt per 18. propōnē tertij:angulus etiā ad t, rectus:igitur bina triāgula b r g,b r t, æqualia habent latera per 47.propōnē primi & cōmunē ſententiam:æquiāgula idcirco ſunt ipſa triāgula per octauā primi & angulus t b r, dimidium anguli t b g: at innoruit iam ipſe angulus t b g, innoteſcet igitur & t b r: quare reliquus angulus t r b,trianguli b r t,cognitus erit: eſt autem ſicut ſinus rectus anguli t r b, ad ſinum totum, ita recta b t,ad rectam b r,per lemma ſextæ appendicis:& harū quatuor quantitatū duæ primæ notæ ſunt: tertia vero,recta nempe linea b t,quot ſtadia habeat cognoſcitur, ſuppoſito numero ſtadiorum totius orbis f g h,ex Ptolemæo aut Eratoſthene,ſuppoſita etiam proportione eiuſdem circuli ad diametrum ex Archimede. Quare per commune documentū numerorum proportionaliū,numerus ſtadiorū rectæ b r,cognitus erit : ab eo autem auferemus numerū ſtadiorum ſemidiametri: & relinquetur nota recta o r,diſtantia videlicet qua editiſsimi vapores à terra abſunt, quod inueſtigandū propoſuimus. Sed vt facilius hoc idē computari poſit,intueri oportet,quod ſi ſol non prius illuminare inciperet ſuperum hemiſphæriū,quā æqualem arcum haberet ſub horizonte differētiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati,crepuſculum matutinū non fieret: lamberet enim eius ſupremus radius horizontem exortiuum. Atqui matutinū crepuſculum fit: igitur priuſquam ſub æquali arcu occultetur ipſi differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, ſuperum hemiſphæriū illuminare incipit. Eſt itaque ſemper arcus occultationis ſolis ſub horizōte,apud initiū crepuſculi matutini aut veſpertini finē,maior differētia quadrātis & dimidij arcus illuminati. Ipſa igitur differētia ab arcu occultationis ſubtracta,arcum relinquet æqualē ei q inter pūctū in quo radius ſolis globū terreņū tāgit,& cētrū ſēſibilis horizōtis interia

cet in quod visus omnes cõfluunt, quẽ admodum in ipsa figuratione animaduertere licet: nam duo anguli n b g, P b t, recti sunt: à quibus detracto communi angulo P b g, duo anguli n b P, g b t, æquales relinquuntur: porro idẽ ipse angulus n b P, relinquitur, subtracto angulo A b n, differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, ab angulo A b P, occultationis solis, in principio crepusculi matutini: idẽ enim iuditiũ habetur de angulis & de arcubus, quippe quod arcus angulorum sint mensura. Quoties igitur summam vaporum altitudinem metiri libuerit, multiplicabimus in sinum totum differentiam semidiametrorum solis & terræ adijciendo quinque ziphras: productum diuidemus per distantiam centrorũ, & proueniet sinus rectus differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati: eius arcum subtrahemus ab arcu depressionis solis, & relinquetur arcus inter centrum sensibilis horizõtis & punctum illud in quo radius solis terrenum orbem tangit: deinde dimidij huius arcus complementum sumemus: & per ipsius complementi sinum rectum diuidemus eum numerum, qui ex ductu sinus totius in numerum stadiorum semidiametri terræ fit: equidem proueniet ex partitione distantia summorum vaporum à centro terræ: sublata igitur semidiametri mensura, suprema ipsa altitudo in quam vapores attollun tur nota relinquetur.

Ptolemæi & Marini sententia de mẽsura terræ

AVdertendum est autem circa mensuram semidiametri terræ, quod ex sententia Ptolemæi & Marini vni gradui cælesti in terrestri supficie quingenta stadia respondent: quare vniuersus terræ circuitus secundum maximum eius circulum, centũ octoginta mille stadia cõprehẽdet. Sed Plinius & Strabo septingenta stadia numerant in quo libet gradu: ita vt tota circunferentia stadiorum sit ducentorum quinquaginta duorũ millium: tantamq; Eratosthenem deprehendisse aiunt. Cleomedes tamen obseruationem & computationem Eratosthenis memorat, ex qua tantum ducenta quinquaginta millia stadia eliciuntur: eius obseruationis & demonstrationis summa hæc est. Supponatur Sienem & Alexandriam sub eodem esse meridiano: interuallumque inter ambas ciuitates quinque millium stadiorum. Præterea Sienem sub tropico æstiuo collocatam esse. Itẽ radios solis apud terram parallelos esse, quod á multis demonstratum habetur: coincidunt enim, sed ob eorum immensam longitudinem æquidistantes apparent: vndè fit vt arbores etiam vmbras iaciant quantum ad sensum paribus interuallis distinctas: in quo Plinius errauit. Nam quod vmbræ parallelę sint, amplitudo solis causa non est, sed immensa eius distantia. Quippe si perexiguus sol esset, ad eandem tamen intercapedinem positus, modo eius radij ad terram peruenire possent, nihilominus vmbras arborum iaceret, paribus interuallis disiunctas. Hoc obiter monuisse sat sit: nũc ad Eratosthenis obseruationem redeamus. Gnomone in Alexandria recto existente ad horizontis planum: sole principium Cancri tenente, meridiano tempore acutus angulus qui à radio solis ad verticem Gnomonis fit, quinquagesimæ circuli parti subtensus inuenitur: hic autem æqualis censetur alterno angulo qui super centro terræ ex duabus rectis lineis coincidentibus fit, quarum altera in rectum ducta per Sienẽ transit, & ad solem vsque pertingit: altera per Alexandriam, cum Gnomone vnam rectam lineã constituit ad cœlum extensa. Quapropter arcus terrestris circuitus inter Sienem & Alexãdriam, similis habebitur ei qui in cœlo inter ipsorum locorum vertices comprehenditur, eundem angulum ad terræ centrum suscipienti: quinquagesimam igitur partem maximi circuli terræ, inter Sienem & Alexandriam esse necesse est: totus idcirco ambitus ducentorum quinquaginta millium stadiorum. Magnũ certe discrimen inter Ptolemæi & Eratosthenis sententias, nisi stadiorum mensura (vt puto) in æqualis fuerit. Arabes quoque suas habent de hac re opiniones quas asseuerant. Vtcunq; sit, sequemur nunc Eratosthenis authoritatem, & suppositа ex Archimede proportione circunferentiæ circuli ad diametrum, numerum stadiorum semidiametri terræ inueniemus 39773 fere.

Plinius. Strabo.

Eratosthenis obseruatio ex Cleomede.

PRæterea animaduertendũ quod de distantia cẽtri terræ à cẽtro solis variant authores. Ptolemæus enim eam posuit partiũ 1210. quarum semidiameter terræ est vna, & semidiameter solis

Plinij error.

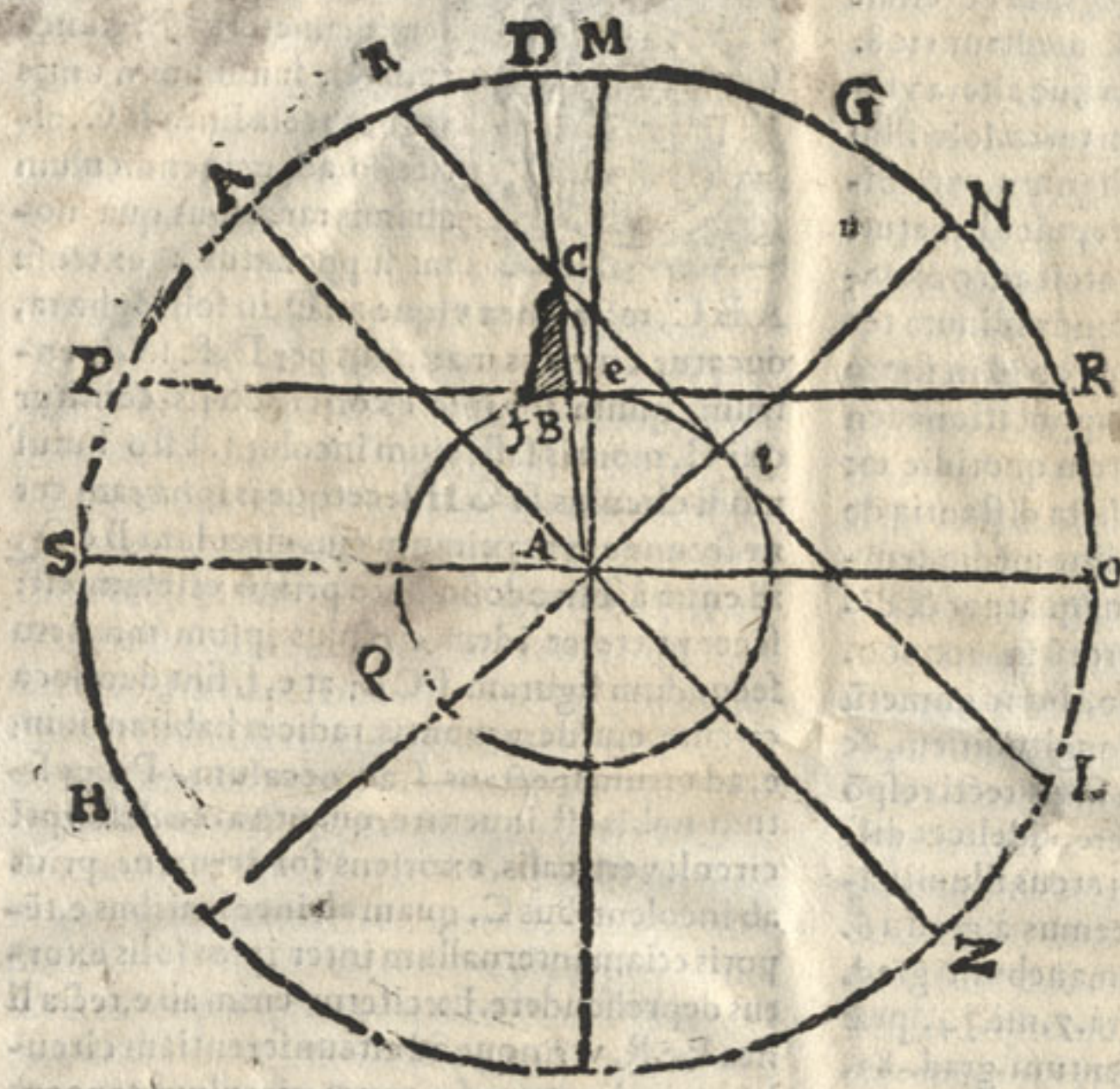
Albategnius. lis quinq; & dimidium. Albategnius cõtendit maximam esse, partium 1146. mediam 1108. minimâ vero 1070. sed siue vna siue altera vtamur, ad cognoscendum partem terræ solo illustratam, nihil propterea nota dignum variabitur. Nam neque principium crepusculi matutini aut vespertini finis, oculis potest adeo exacte examinari, quin aliquot secunda minuta tẽporis omittantur. Verum neque ob id in supremorum vaporum altitudinis supputatione sensibilis diuersitas fiet. Posset autem quotidie ex argumento solis cognito, prædicta distantia deprehendi, sed præstat longitudine media semper vti. Multiplicabimus igitur quatuor & dimidiũ differentiã semidiametrorũ in 100000. sinum totum, fientque 450000. hunc numerũ diuidemus per 1108. mediam longitudinem, & venient 406. quibus in tabula sinus recti respõdent arcus minuta prima 14. fere, videlicet differentia quadrantis & dimidij arcus illuminati: ipsa deinde 14. minu. auferemus à grad. 16. mi. 2. occultationis solis, & remanebunt grad. 15. mi. 48. horum dimidium gra. 7. mi. 54. præterea huius dimidij complementum grad. 82. minu. 6. sinus rectus 99050. multiplicentur autem stadia 39773. semidiametri terræ in sinum totum, fient 3977300000. diuidatur is numerus per 99050. veniẽt ex partitione 40154. stadia: ab his detrahemus 39773. & relinquetur summa vaporum altitudo stadiorum 381: at si altissimi vapores in 400. stadia assurgerent, arcus occultationis in grad. 16. minu. 24. excresceret. Non sunt igitur hæc incomperta & inextricabilia vt Plinius putat libro secundo cap. 23. in quo loco ita legendum censeo. Posidonius non minus cccc. stadiorum à terra altitudinem esse, in quam nubila ac venti nubesque perueniant: inde purum liquidumque & imperturbatæ lucis aërem: non xl. vt habent vulgata exemplaria: sed neque istantum locus ob mathematicarum artium ignorationem deprauatus legitur.

Locus Plinij emendatus.

Propositio. XIX.

Ex data montis altitudine, arcum circuli verticalis inuenire, quo prius solem prospiciunt qui in montis cacumine habitant, quã qui ad eius radices: præterea tẽporis interuallũ inter ipsos solis exortus deprehẽdere.

Entrum terræ esto A, eius semidiameter A B, punctum C, summum montis iugum, recta linea B C, altitudo ad perpendiculum ab imis radicibus, quæ nota supponatur: extensa A B C, recta linea vsque ad D, in solis sphæra, ducatur circulus maximus per D, & solis centrum, quum sol ipse exoriens ab ijs cernitur qui C, montis fastigium incolunt. Esto huiusmodi circulus D G H: secetque is sphæram terræ secundum maximum eius circulum B e Q, id enim à Theodosio libro primo ostẽsum est: secet præterea idem circulus ipsum montem secundum figuram f C e: at e, f, sint duo loca circum eiusdem montis radices habitantium: e, ad ortum spectans, f, ad occasum. Propositum nobis est inuenire, quanto arcu descripti circuli verticalis, exoriens sol cernatur prius ab incolentibus C, quam ab incolentibus e, tẽporis etiam interuallum inter ipsos solis exortus deprehendere. Excitetur enim ab e, recta linea P e R, vtrinque ad circunferentiam circuli verticalis extensa, terræ circulum tangens in ipso e, puncto: præterea deducatur ab C, recta linea C t L, eundem tangens super t, similiter vtrinque extensa ad K L, in eiusdem circuli verticalis circunferentia: & agantur semidiametri A e M, A t N, super quas à centro perpendiculares excitentur S A O, V A Z, diametri. Igitur recta S A O, diameter erit horizontis habitantium in loco e: punctum M, vertex seu horizontis polus, per primum librum Theod. recta autem P e R, in plano sensibilis horizontis apparentis vbi sita, ex qua syderum ortus atque occasus cernuntur. Similiter V A Z, diameter horizontis incolentium locum t, sed K t L, linea apparentis horizontis, ex qua syderum ortus cernitur atq; occasus, N, punctum vertex, arcus vero O R, L Z, quia tota terra velut punctum atque centrum existit respectu cœli, insensibilis quantitatis sunt. Itaque quum sol exoriens, ex O, puncto illustrauerit locum e, æstimabitur in R, quemadmodum & exoriens in Z, locum t, radijs illustrans æstimabitur in L. Atqui ex eadem recta linea K t L, pariterque sol exoriẽs cernitur ab incolentibus t, & ab incolentibus C, prius autem cernitur ab eis qui in t, habitant, quam ab eis qui in e. igitur prius cerni ne cesse est ab eis qui in summo mõtis cacumine



habitant, quam ab eis qui circum radices: erit autem harũ aparitionum differẽtia ipse arcus OZ. quẽ in hunc modũ cognoscemus. Enimuero recta linea BC, montis altitudo, secundũ mensuram semidiametri terræ nota supponitur: igitur tota AC, nota: at in triãgulo Atc, angulus ad t, rectus existit, per 18. propositionẽ tertij libri Euel. igitur per lemma sextæ appendicis, vt AC, ad At, ita sinus totus ad sinum arcus anguli ACt: per commune itaque documentum numerorum proportionalium, ex tribus proportionis terminis notis, quartus innotescet, nempe sinus rectus arcus anguli ACt: id circo per tabulam sinus recti eius arcus notus habebitur: eum autem auferemus à quadrante & arcus anguli reliqui CAt, cognitus relinquetur: arcus igitur DN, innotescet: porro hic insensibili differentia excedit arcũ MN, quippe quod e, prope B, sit, aut in ipso B, vt supponimus: idcirco arcus MN, notus. Atuero à duobus quadrantibus MO, NZ, dempto communi arcu NO, æquales relinquuntur MN, OZ: propterea & ipse arcus OZ, cognitus erit, quod inuestigandum proposuimus. Rursus ex cognito arcu OZ, montis altitudinem facile deprehendemus. Aequales enim censentur duo arcus OZ, DN, vt demonstrauimus: subtensus

igitur angulus CAt, notus: reliquus autem acutus notus relinquitur per communem sententiam & 32. propositionem primi Eucl. Iam igitur in memorata proportione ex tribus terminis cognitis, nempe sinu toto, semidiametro At, & sinu recto arcus anguli ACt, innotescet latus AC, à quo auferemus semidiametrum AB, & relinquetur cognita montis altitudo BC. Verba quidẽ complura sunt, sed opus dicto citius absoluitur. Multiplicetur enim mensura semidiametri terræ in sinum totum: productum si diuidatur per distantiam summi verticis montis à cẽtro terræ, quæ conflata est ex diametro & altitudine, prodibit sinus rectus complementi arcus sub horizonte eorum qui circũ radices habitãt: sed si per ipsũ sinũ rectũ cõplementi arcus occultationis diuidatur, prodibit distantia summi verticis à centro terræ. Exempli gratia: supponatur ex sententia quorũdam arabum vniuersum terræ circuitum milliaria italica continere 24000. esto autem alicuius montis altitudo ad perpendiculum ab imis radicibus milliaria octo: oporteatque arcum circuli verticalis inuenire, quo prius solcernitur ab incolentibus montis fastigium quam ab eis qui in ipsius montis radicibus habitant versus ortum. Multiplicentur 3818. milliaria quæ semidiameter terræ continet in sinum totũ, fiĕtque 381800000. diuidatur hic numer⁹ per 3826 milliaria quæ sunt à centro terræ vsque ad mõtis cacumen, & prodibũt ex partitione 99791. sinus rectus graduum 86. primorum minu. 16. se. 20. circiter: erit igitur complementũ gra. 3. minuta prima 43. se. 40 nẽpe quarta fere pars graduum 15. quibus gradibus & minutis occultatur sol sub horizonte habitantium apud radices montis, quũ iam cernitur ab eis qui summum cacumen inhabitant: porro ipsi arcui respondent in circunferentia terræ 250. fere italica milliaria, per quæ sine vllo impedimento visus eorum pertinget qui in montis cacumine habitant. Quoniã vero gradus quindecim non

sunt

sunt in alio circulo interualli horarij mensura, præterquam in æquatore & ei æquidistantibus: non sunt propterea ipsi gra.3.mi.43.sc.40 vnius horæ quarta pars. Quapropter recte quidem Allacen quum in huiusmodi specie inter vtrunque solis exortum quartam horæ partē præfiniret, lectorem admonuit, ita supponendum esse ijs qui in geometricis demonstrationibus parum versati fuissent. Cæterum ex cognita loci latitudine ad radices montis positi, solisque declinatione ad diem, per octauam propositionem, nonam, aut decimam, illico innotescet, quanto temporis spatio ab inuento occultationis arcu sol emergat. Huius quoq; propositionis conuersionem eadem methodo demonstrabimus: nam excognita loci latitudine ad radices montis positi, solis declinatione ad diem, & temporis interuallo ante exortum, scitur arcus occultationis, nempe O Z, æqualis arcui D N: insensibilem enim supponimus differentiam inter D, & M: igitur angulus C A t, cognitus, quo dempto ab angulo recto, relinquetur angulus A C t, cognitus: idcirco in morata proportione cognoscetur latus A C: auferemus igitur ab eo semidiametrum A B, & relinquetur cognita summi verticis altitudo ad perpendiculum. Exempli gratia, habeant imæ radices montis alicuius borealissimi, latitudinem ab æquinoctiali circulo vt solet cōnumeratam, gra.80. eius autem summum cacumen radijs solaribus illustretur, ad tertiam vsq; noctis partem, mane & vesperi, quum sol ipse initium Arietis aut Libræ occupat, oporteatque per hæc, supremam montis altitudinem ad perpendiculum cognoscere. Quoniā vero per nonam propositionem sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita sinus rectus arcus temporis ante exortum, ad sinum rectum arcus occultationis solis eidem tempori respondentis: multiplicabimus idcirco 17364. sinum rectum graduum 10. quos continet altitudo æquatoris in 86602. sinum rectum grad. 60. qui sunt in quatuor horis æqualibus, tertia noctis parte, fientque 1503757128. hunc numerum diuidemus per sinum totum, & prodibūt 15037. & vnius partis plusquam dimidium: quibus respondet arcus graduum 8. minu. 39. fere: tantus itaque erit arcus O Z, aut D N: totidem etiam gradus & mi. habebit arcus B t: & ad tantam distantiam videbitur summum mōtis iugum à loco t, si videndi acies potens fuerit: nihil enim obstaculo erit, quo minus & à summo montis vertice cernatur t, & ab ipso t, idē montis fastigium. Proinde auferemus à 90. gradus 8. minu. 39. magnitudinem videlicet C A t, & relinquentur grad. 81. minu. 21. pro magnitudine anguli A C t: præterea multiplicabimus 39773. terræ semidiametrum ex Eratosthenis sententia, in sinum totum, productum diuidemus per 98862. sinum rectum anguli A C t, & prodibunt stadia 40230. distantia summi verticis à centro terræ: subtrahemus ab ijs semidiametrum, & relinquentur 457. stadia, quæ necesse est habere prædicti montis altitudinem, ab imis radicibus ad perpendiculum, iuxta præmissas hipotheses. Nam si sol extra æquatorem constitueretur, aliud euenire necesse esset: quippe quod non posset idem mons per singulas noctes, ad vnam atque eandem præfinitam temporis mensuram illuminari. Ex his constare arbitror, fabulosum esse illud quod in primo libro meteororum de monte Caucaso Aristoteles scribit. Is enim longe breuiori interuallo ab æquatore distat, nempe qui vtrique pelago immineat & Pontico & Caspio, muniens Isthmū qui ea dirimit, vt ex Ptolemæo & Strabone facile intelligi potest, quod etiam ex solo Aristotele coniectari licet: nam ad exortum inquit æstiualem vergit, & ab ijs cernitur qui Mæotici lacus ostium nauigant, & ab eo loco quem Bathea hoc est profunda ponti vocant. Fieri autem non posset vt Caucasi summæ partes ad tertiam vsque partem noctis radijs solaribus illustrarentur, nisi in immensam & prorsus incredibilem celsitudinem assurgerēt: quod numeris periculum facienti statim liquere poterit. Minus etiam credibile id quod Pomponius Mela mōtanis Arabiæ tribuit: qua in altū abit (inquit) adeo ædita vt ex sūmo vertice à quarta vigilia ortum solis ostendat: loci latitudine, vt ex supputatione constare potest, non consentiente. Idem de Casio monte refert Plinius, sed falsum etiam atque pugnans: quum eius altitudinem per directum subijciat quatuor tantum millium pass. Cleomedes æditissimū mōtem affirmat in altitudinem assurgere quindecim tantum stadiorum ad perpendiculum. Alacen octo M. pass. Plinius non credit Dicæarcho dicenti, altissimum montem ratione perpendiculi inuenisse M. ccl. pass. quoniam quosdam alpium vertices nouerit, longo tractu nec breuiore L. millibus passuum assurgere. Hi autem ad tertiam fere noctis partem sole illustrabuntur, si in tantam latitudinem ab æquatore

in

in polum arcticum positi sint, quantam in exẽplo sumpsimus: nam 457. stadia, 57. millia passuum conficiunt. Hic finem imposuimus libello de crepusculis. Reliqua opuscula nostra breui (vt speramus) in lucem edemus. De astrolabio opus demonstratiuũ. De triangulis sphæricis. De planisphærio geometrico. De proportione in quintum Euclidis. De globo deliniando ad nauigandi artem, & nõnulla alia quæ hodie molimur.

¶ Authores qui à nobis in hoc libello citantur.

Euclides. *Aristoteles.*
Theodosius. *Strabo.*
Menelaus. *Pomponius mela.*
Archimedes. *Plinius.*
Aristarchus Samius. *Macrobius.*
Ptolemeus. *Proclus.*
Albategnius. *Cleomedes.*
Geber. *Albertus Magnus.*
Allacen. *Ioãnes de Sacrobusto.*
Vitello. *Ioannes Stofler.*

FINIS.

ALLACEN ARABIS VETVSTISSIMI

Liber de crepusculis, Gerardo Cremonensi interprete,

Stẽdere volo in hoc tractatu quid sit crepusculũ, & quæ causa necessario faciens eius apparitionẽ. Inde vero progrediar ad cognoscẽdum vltimum quod eleuatur à superficie terræ, de vaporibus subtilibus ascendẽtibus ex ea. Dico ergo quod crepusculum matutinum & crepusculum vespertinum sunt similis figuræ. Vnum namque eorum ex accessione luminis solis, & alterum ex ipsius recessione contingit. Vtrorumque vero colores diuersi sunt, propter diuersitatem horizontum in quibus sol est apparens. Quoniam sol quando est in horizonte orientali non multum eleuatus, est illic color eius alius à colore ipsius in vicinibus, quando est secundum æqualitatem illius altitudinis in horizonte occidentali. Et similiter radij eius qui videntur in crepusculo, & quod videtur in æthere de luminibus eius. Et ipse coloratus est sequens illud, secundum quod est sol in vtrisque partibus eius. Nam quod ex illo est in oriente, color est albedo & claritas: & quod est in occidente est ad rubedinem aliquãtulum vergens. Quæres vero sit illud illuminans, & qualiter sit apparens illic, & quæ causa necessario faciat ipsum, ad illud præmittemus propositiones exponentes illud cuius volumus declarationem. Ex illo quidem est, quia sphæra orbis tota semper est splendida & luminosa ex luminari maiori quod est sol, nisi quantum obtegit tenebra contingens ex terra, in figura piramidis quod est nox. Et ego non significo in hoc libro per illud quod accidit de huiusmodi receptione luminis ex sphæris stellarum, nisi quod cum sphæra propter claritatem aeris, & subtilitatem ætheris, & tenuitatem eius nõ suspenditur aliquid de lumine solis, sicut videmus ipsum suspendi cum corporibus altis, quæ sunt stellæ: quia illuminantur & deferunt nobis illud quod recipiunt ex lumine: & consequuntur ipsum visus nostri in eis: & quamuis dissentiant in stellis, in luna tamen non dissentiunt. Visus autem non consequuntur quod in eis est de luminibus, nisi quod ipsæ procul dubio sunt spissioris & vehementioris corporeitatis quam æther in quo sunt. Et hoc patet per significationes, quod quædam earum tegunt nobis quasdam, quia eclipsant eas: aer vero non tegit nobis aliquid ex eis quæ sunt post ipsum. Et propterea videmus quod tota nox est secundum habitudinem vnam, in qua non illuminatur nobis ex æthere aliquid, quãuis sciamus secundum scientiam nostrã, quod quam plurimum eius est luminosum non tectum soli. Et videmus quod illud quod ex eo so

li apparei,& nihil aliud tegit, eſt in viſione ſicut illud quod terra tegit, quod piramis tenebræ continet. Et non facit neceſſario æqualitatem vtriuſque ad viſus noſtros, niſi illud quod diximus de ſubtilitate aeris & quod non perducit illuminationē eius,& perducit nobis tenebroſitatē ipſi⁹. Tūc autē nō ceſſat habitudo vmbræ apparere nobis ſecūdū ſimilitudinē ipſius, quouſq; incipiat ab oriēte ſplēdor diluculi & lumen ſparſum, cuius principiū eſt in primis cum ſuperficie horizontis. Et illius principij non eſt nobis cauſa niſi ſol, cum ſit cauſa illuminationum. Et non eſt nobis illud principiū ſol ipſe,nec radius eius tantū,quoniā iā præmiſ ſimus quod radij eius per tranſeunt vſq; ad ætherem totum,quem videmus aut ad plurimū eius:& non diuerſa eſt eius habitudo in illa hora ab alia habitudine ante illud. Verum tamen radij eius ſuſpenduntur tūc cum aliquo corpore ſpiſſiore aere, ducit ergo nobis cum ſpiſſitudine ſua radiū quem induit. Et dico quod illud quo ſuſpenſus eſt radius in illa hora non eſt terra,neq; extremitates plagarum eius diſtinctæ à nobis, quoniam quum videns eſt ſuper æqualitatem terræ, non peruenit eius viſus niſi quaſi ad 23. milliaria ab omni parte. Et quoniam accidit ei vt ſit ſuper altiorem montium qui eſſe poteſt,& ille non pertranſit octo milliaria,ſecūdū quod dixerunt ſapientes,intēdentes hoc, viſus non pertranſit tūc niſi 250. milliaria fere. Et hoc manifeſtū eſt ex eo quod neceſſariū facit forma terræ. ſed altitudo loci viſus à ſuperficie eius,hoc eſt ſpatium quod diximus, abſcindit orbem in quarta horæ. Oportet ergo vt oriatur ſol paululū poſt crepuſculū matutinū per quartā horæ ad minus:illud vero quod eſt inter apparitionem crepuſculi & apparitionē ſolis eſt plus hora multo. Hoc autem quod diximus non eſt niſi propinquitas propter eum qui non eſt exercitatus in geometricis. In veritate vero viſus non peruenit ad punctum terræ quod iam illuminatum eſt à ſole,niſi cū ipſe peruenerit & cōprehenderit cornu ipſius ſolis: quoniam duæ lineæ contingētes punctū circuli à duabus partibus diuerſis coniunctæ ſunt linea vna ſecundū rectitudinē. Quando ergo illuminatum apparet nobis,tūc non eſt illud terra ipſa,propter id quod dixim⁹: nec eſt aer implens totam ſphæram,quoniam vt præmiſim⁹, ſuper totum aerem aut plurimum eius, ſemper eſt cadens radius ſolis nocte & die: & non apparet illud in ipſo propter ipſius ſubtilitatem.

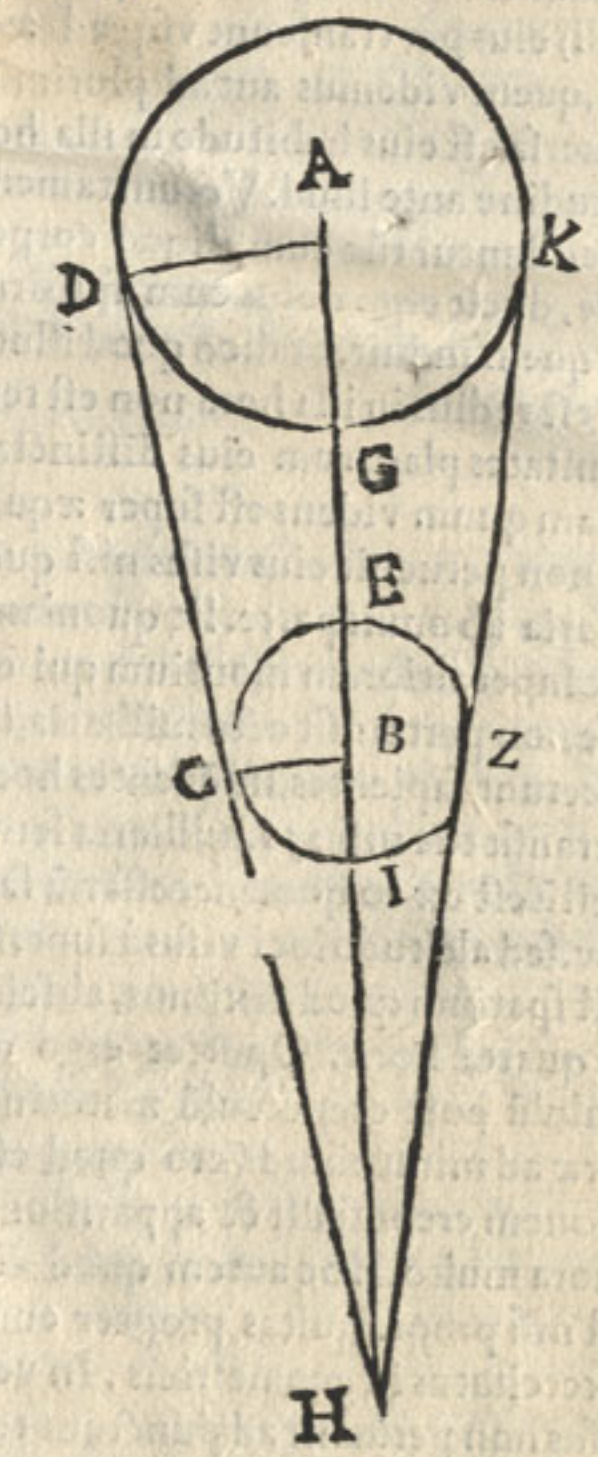
Et ſuper terram nōn eſt cōrpus ſpiſsius aere, niſi vapores aſcendentes,quibus non deeſt ſemper quin illuminentur à ſole. Tunc vero quando piramis vmbræ ab eo remouetur, quod de vaporum ſphæra terrā cōtinente viſus noſtri conſequūtur,& recipit eos corpus ſolis, & cadunt ſuper eos radij eius,ſuſpēditur cum eo radius: & defert ipſum nobis,& conſequūtur ipſum viſus noſtri:& videtur à nobis eius lumen, ſicut videmus ipſum apparere in nubibus ex coloratione humiditatum aſcendentiū,& ſicut colores qui in roribus videntur in forma portionis circuli & aliorum modorum. Quando ergo volumus ſcire quāta ſit vltima eleuatio illorū vaporū à ſuperficie terræ,tunc ad eam cognitionem præmittuntur quatuor res,quarū nulla excuſatur,& preter ipſas nulla alia re indigemus:ita vt fieri nō poſsit per minus,nec ſit neceſſariū plus. Illa autē quatuor ſunt corpus terræ: corpus ſolis,lōgitudo cētri ſolis à cētro terræ in ōni ſitu,& quāta ſit depreſsio ſolis ab horizonte donec appareat crepuſculū matutinū. Corpus autē terræ eſt ſicut inſtrumētū omniū aliorū:& quantitas circuli magni continentis eam ſecūdū quod dixerunt ſapientes,& ſignifi cauerūt illud per propoſitiones certas,eſt viginti quatuor mille milliaria. Et dixerunt quod per quantitatem qua ſemidiameter terræ eſt pars vna,eſt medietas diametri ſolis quinq; partes & medietas partis:& per eam eſt longitudo centri ſolis à centro terræ in longitunine media,non in omni ſitu mille & centum & circiter decem partes: & quod depreſsio ſolis ab horizonte cū oritur crepuſculum eſt 18. gradus,& iam inuenitur ſuper 19. & ſuper hoc fabricabo computationem noſtrā:quoniā cum narrator rei eſt cum additione in ea,dignior eſt vt recipiatur ſermo eius,quū non cōtradicit ei alius. Quādoquidē narrator cū additione ſcit quod non ſcit alius,& conſequitur quod non cōſequitur alius. Nā qui narrat de aliquo quod viderit illud antequā viderit ipsū alius, dignior eſt vt conſequatur quod intēdit,quando non exiſtimatur de eo ſuſpitio. Præmittam igitur ad illud quod inter manus meas eſt, propoſitiones quaſdam multi iuuaminis.

DIco ergo quod omnium duarum ſphærarum æqualiū, inter quas non eſt aliud corpus quod vnam earum alteri abſcondat,illud qđ ex vnaquaq; earū verſa facie reſpicit alterā eſt medietas eius æqualiter. Et ſigui

V. errata ra 1ª ed.

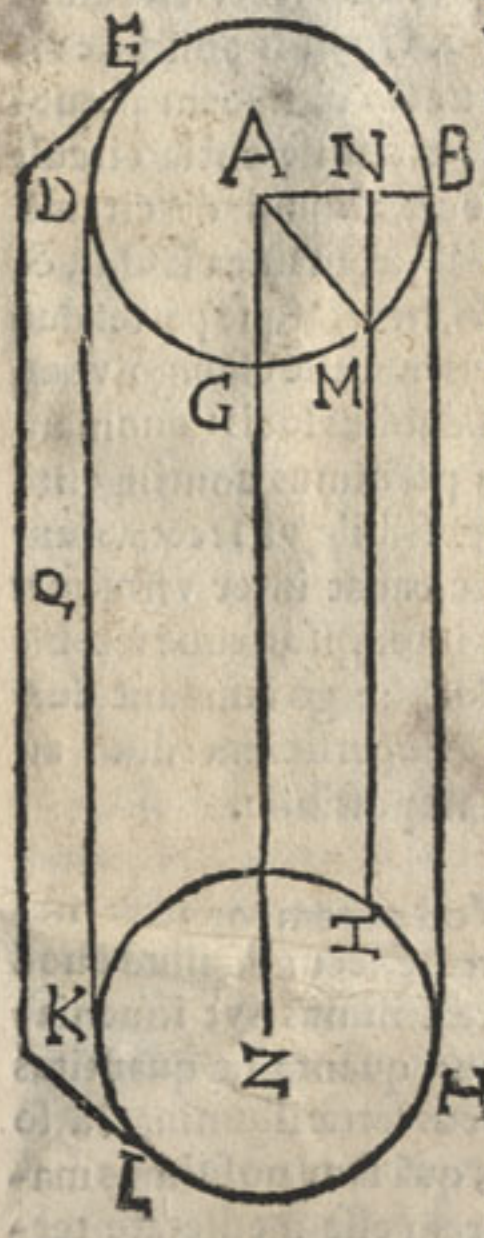
fico per versã faciẽ vnius respectu alteri us, quod si vna earũ est luminosa, & alte ra recipiẽs lumen, illuminatur & relucet medietas recipientis lumen. Cuius exem plum est vt sint duæ sphæræ A, et B, ęqua les: & pono vt aliqua superficies plana trã seat per cẽtrũ vtriusq; : secabit ergo duas sphæras super duos circulos æquales & in supficie vna: sint ergo illi duo circuli A G H, B D C: & cõ tinuabo A, cũ B: & protrahã duas lineas A G, B D, perpẽdiculares super lineam A B: ergo ipsæ sunt æquidistantes: & cõtinuabo G, cũ D. Et quoniã duæ lineæ A G, B D, sunt æquales & æqui distãtes, duæ lineæ A B, G D, similiter erũt æquales & æquidistantes: ergo duo anguli G, & D, sunt recti: ergo linea G D, est cõtingẽs duos circulos. Et quãdo nos protrahemus G A, & B D, secundũ rectitudinẽ, ad duas circũferentias duorũ circulorũ, vsq; ad duo puncta E, & Z, deinde cõtinuauerimus E, cũ Z, erit recta linea E Z cõtingens duos circulos: & erit vnaquæq; duarũ portionũ G H E, D C Z, quarũ vna est versa facie ad alterã medietas circuli: quoniã vnamquãq; earũ secat diametrus circuli. Et similiter cõtingit in omnibus superficiebus planis quæ transeũt per duo cẽtra duarũ sphærarũ. Iã igitur declaratũ est, quod lineæ egrediẽtes ex vna duarũ sphærarũ ad alterã contingũt vtrasq; simul, & cõprehendũt ex vnaquaq; earũ medietatem & illud est quod declarare voluimus.

QVod si vna duarum sphærarum est maior altera, tũc illud quod ex minore versa facie respicit maiorẽ est plus medietate minoris: & quod ex maiore versa facie respicit minorẽ est minus medietate maioris. Cuius exemplũ est vt sint duæ sphæræ A, & B: & sphæra A, sit maior: protraham ergo superficiem planam transeuntem per centrum vtriusque: secabit ergo vtranq; earum in duo media super duos circulos A G D, B E Z: & continuabo A, cum B: & protraham ipsam secundum rectitudinem in partem H: & ponam proportionem medietatis diametri circuli A G D, ad medietatem diametri circuli B E Z, sicut proportio A H, ad B H: eius vero acceptio est propinqua ex tractatu sexto & quinto Euclidis: & protrahã à puncto H, lineam contingentem circulum A G D, quæ sit linea H C D. Dico ergo quod ipsa contingit etiam circulum B E Z. Quod patet quia continuabo A, cum D, per lineam A D: ergo est ꝑpendicularis super lineã H D: & protrahã à puncto B, perpẽdiculare super lineã H C D: quæ sit linea B C. Et quoniam duæ lineę B C, A D, sũt perpendiculares super lineã H D. sunt æqdistantes: & quia linea B C, est æquidistans ipsi A D, quæ est basis trianguli: erit ergo ꝓportio A D, ad B C, sicut ꝓportio A H, ad H B. Et iam posuimus proportionẽ A H, ad H B, sicut proportionẽ medietatis diametri circuli A G D, ad medietatem diametri B E Z, ergo linea B C, est medietas diametri circuli B E Z, ergo pũctũ C. est sup circũferẽtiã circuli B E Z, & duos D, C, posuim⁹ rectos. ergo linea H C D, cõtígit minorẽ circulũ. Nos vero iã ꝓtraxim⁹ eã cõtígẽtẽ maiorẽ, ergo ipsa est cõtingẽs vtros-



vtrosq; simul. Et protraham similiter ex puncto H, lineam contingentem duos circulos similiter in parte Z, quæ sit linea H Z K: est ergo qđ ex circulo A, maiore versa facie respicit circulum B, minorem portio D G K: & est minor medietate circuli, quoniam angulus H A D, est minor recto, quoniam ipse est in triangulo vno: & est triangulus D A H, cum angulo, A D H, recto: ergo est portio D G, minor quarta circuli, & similiter portio G K, æqualis ei: ergo portio D G K, est minor medietate circuli. Et quoniam linea B C, est æquidistans lineæ A D, est angulus C B H, æqualis angulo D A H: ergo erit portio C L, similis portioni D G: & tota portio C L Z, similis portioni D G k: ergo vnaqueque earum est minor medietate circuli: remanet ergo portio C E Z, maior medietate circuli: & illud est quod ex circulo minore versa facie respicit circulum maiorē: ergo duæ portiones C E Z, & D G K, sunt ex duobus circulis qui versa facie se respiciunt. Et significo quidē per hoc, quod aliquid portionis vnius non cooperitur ex circulo altero, & portio C E Z, est maior medietate circuli, & portio D G K, minor: & illud est qđ voluimus declarare.

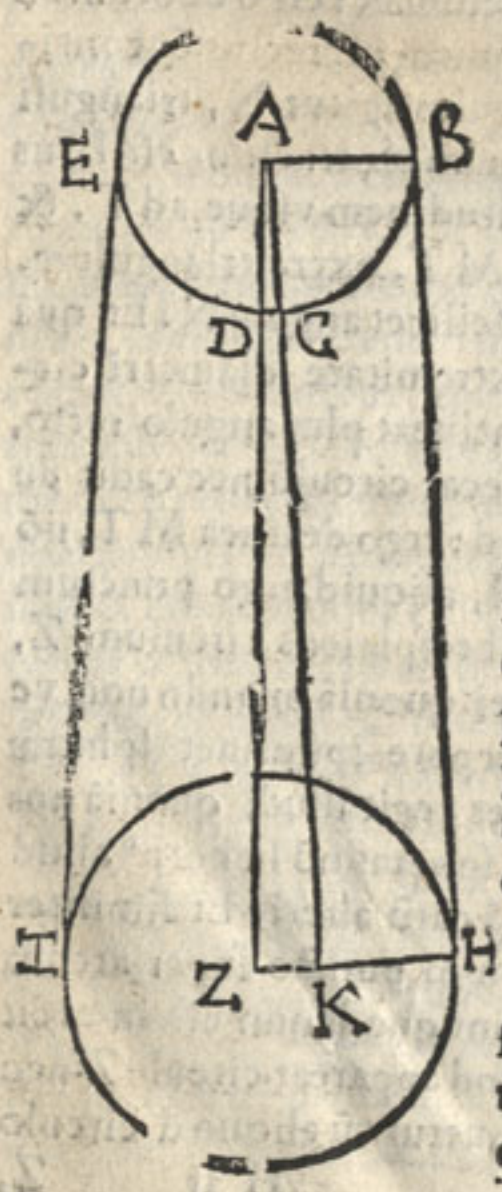
ET dico quod quando sunt duo circuli æquales, & protrahūtur duæ lineæ quarū vnaqueq; est cōtingēs duos circulos simul secundū formam quā præmisimus, tūc in vnaquaq; duarum portionum quarum vna versa facie respicit alteram, non est locus qui velet aliquid ex circulo vno circulo alteri: & quod in reliquis duabus portionibus duorum circulorum quæ non sunt facie ad faciē se respicientes, non est locus qui appareat circulo alteri. Cuius exemplum est, quod sint duo circuli A B G D E, & Z H T K L: & protrahantur duæ lineæ B H, & D K, contingentes duos circulos simul: ergo duæ portiones B G D, & H T K, sunt quæ se facie ad faciem respiciunt: earū sunt quæ se facie ad faciem respiciunt: earū portiones B E D, & H L K, sunt se non facie ad faciem respicientes. Dico ergo quod non est in portione B G D, punctum quod aliquid ex circulo Z H, velet circulo A B: & quod non est in portione B E D, punctum quod appareat penitus circulo Z H, & quod



tota ipsa portio est velata circulo Z H: & neque est in portione H L K, punctum quod appareat circulo A B. Cuius demonstratio est, qđ ego continuabo A, cum Z, per lineam A G Z: & signabo super arcum B G D, punctum qualiter velim, quod sit pūctum M: si ergo fuerit pūctum M, à puncto G, ad partem B, tunc protrahā ex puncto M, lineam æquidistā tem lineæ B H: & si fuerit punctum M, à puncto G, ad partem D, tunc protraham ex puncto M, lineam æquidistantē lineæ D k: sit ergo M T. Dico igitur quod linea M T, tota est extra circulum B M G D E, de qua non cadit aliquid in eo. Cuius demōstratio est, quod ego cōtinuabo A, cū B, & protrahā lineā M T, secundum rectitudinem donec concurrat cum linea B A, super punctum N: ergo duorum angulorum ad N, vnusquisq; est rectus: & continuabo M, cū A: angulus igitur N, trianguli A N M, est rectus, & iam protractum est latus N M, secundum rectitudinem vsque ad T, & prouenit angulus A M T, extra triangulum, qui est maior recto, scilicet angulo N. Et quā do protrahitur ab extremitate diametri circuli, quæ cū ipsa contineat plus angulo recto, tunc illa linea non secat circulū, nec cadit de ea intra ipsum aliquid: ergo de linea M T, nō cadit in circulo A M, aliquid, ergo punctum M, facie ad faciem est respiciens circulum Z, & non velat aliquid ei: quoniā quando non velat ei aliquid ex corpore ipsiusmet sphæræ A M, tūc nulla alia res tegit illud, quoniā nos posuim⁹ vt īter duas sphęras nō sit corp⁹ aliud ab eis, quod tegat vnā earū alteri. Et similiter ostendetur hoc in omni puncto super arcum H T K. Et dico iterum quod non est in arcu B E D, punctum quod appareat circulo Z: nec est posibile vt cōtinuetur cū aliquo đ circulo

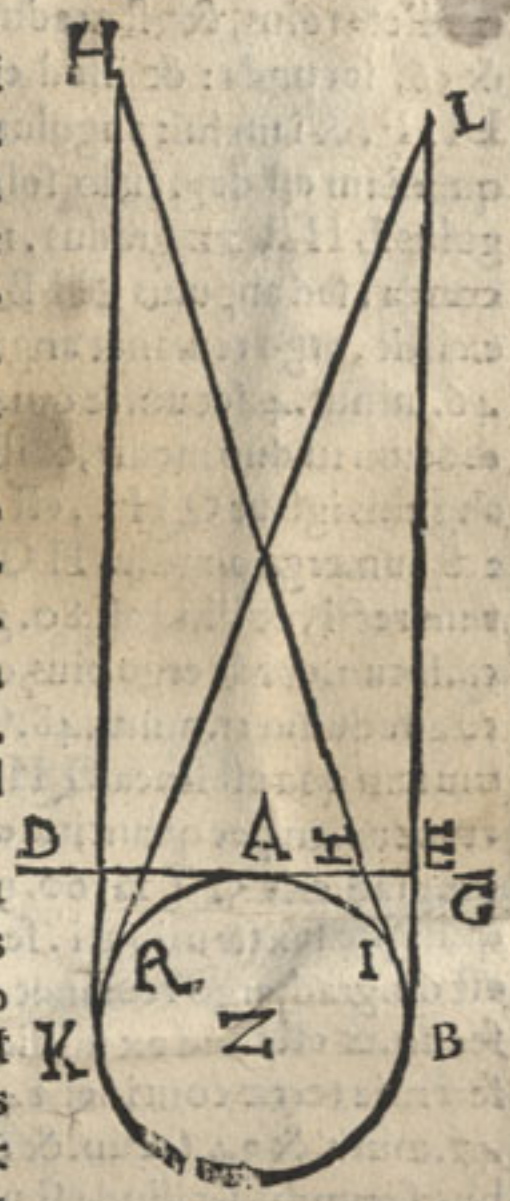
Z, per lineam, nisi & linea illa secet circulum A B, & cadat intra ipsū. Quod si possibile est tunc protrahemus à puncto E, lineam peruenientem ad aliquid de circunferentia circuli H T K L, & non secet aliquid de circulo A E D: & si fuerit possibile, sit linea E Q L, & protraham lineam D K, in vtrasque partes duarum extremitatum eius: necesse est ergo vt occurrat lineæ E Q L in duobus locis: quoniam linea D K, quam iam posuimus contingentē duos circulos non est possibile vt secet vnum duorum circulorū, nec cadat inter vtrosque: & quoniam non cadit inter ipsos, tunc secabit lineā E L, in duobus locis: ergo iam sunt duæ lineæ rectæ continentes superficiem: illud autem est contrarium & impossibile.

QVod autem oportet nos facere, secundū illud quod præmisimus, vt inueniamus quanta sit quantitas arcus terræ illuminati à sole, quā iam posuimus maiorem esse medietate terræ. Ponam ergo duos circulos solis & terræ, super quos secat vtrosque vna superficies plana, quales sunt A B G D E, Z H T. Circulus ergo A, sit terræ, & circulus Z, solis: & protraham duas lineas contingentes vnūquenque eorum, sicut diximus, quæ sint duæ lineæ B H, & E T,



igitur portio B G D E, ex terra, est illuminata sole, sicut iā ostendimus: & illud est plꝰ medietate circuli. Quādo ergo volumus scire quantitatem eius tunc nos cōtinuabimus A, cum B, & cum Z, & Z, cū H: ergo B A, & H Z, sunt æquidistantes, quoniā vtræque sunt perpendiculares super lineam B H, contingentem duos circulos. Et secabo ex linea H Z, quod sit æquale lineæ B A, & sit linea H K: & continuabo A, cum K: ergo A K, est perpendicularis super H Z, quoniam est æquidistans ipsi B H, cum continuet totum quod est inter extremitates duarum linearum B A, & H K, æqualium & æquidistantium: ergo angulus k, est rectus. Et propterea qđ linea H Z, est quinque partes & medietas partis, per quantitatem qua linea B A, est pars vna, remanet linea k Z, quatuor partium & medietatis vnius partis ex illa quantitate: & per eandem inuenitur linea A Z: 1110. in medijs longitudinibus: ergo per quantitatem qua linea A Z, subtensa angulo recto est 60. grad. est linea K Z, 14. mi. & tres quintæ vnius minuti: ergo angulus K A Z, est 14. minu. excepta tertia parte quintæ partis vnius minuti, per quantitatem qua angulus rectus est 90. gra. & illud est quātitas arcus G D: sed arcus B G, est 90. grad. quoniam angulus B A G, est rectus: ergo arcus B D, est 90. gra. & 14. minu. excepta tertia parte quintæ partis vnius minuti: & arcus D E, est æqualis arcui B D, ergo totus arcus B G D E, illuminatus est 180. partes, & 27. minuta & quatuor quintæ & tertia quintæ vnius minuti cum propinquitate: & illud est quod voluimus declarare.

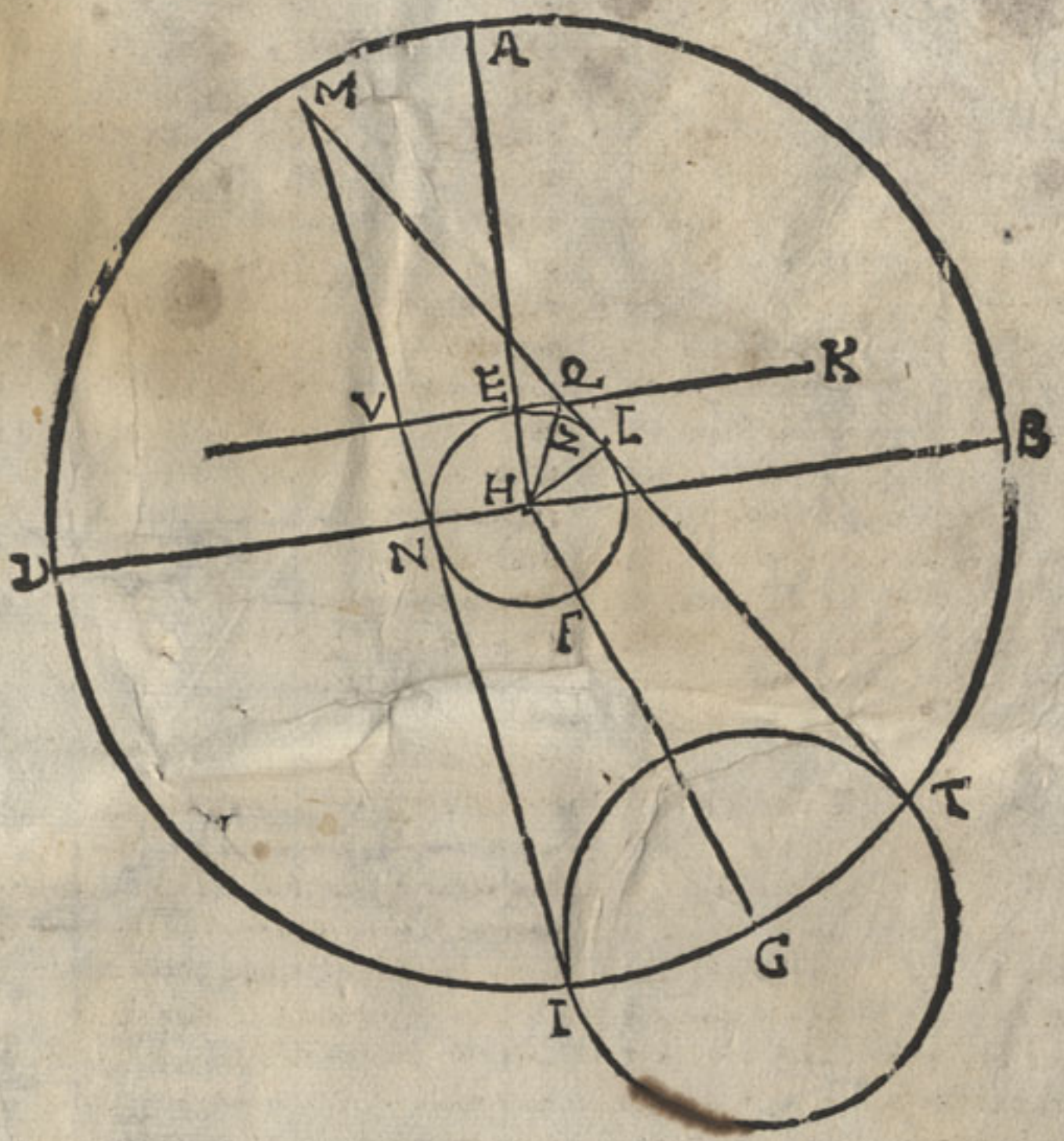
INcipiamus ergo nunc ex eo quod intendimus de causa apparitionis crepusculi, & formæ apparitionis eius nobis, & figurationis ipsius in horizonte orientali. Ponam ergo circulum signatum super sphæram terræ, & super quam abscindit terram superficies plana transiens per zenit capitum & per Z, centrum terræ & solis circulum A B, & locum visus A: & faciā transire super punctum A, lineam contingentem circulum: & prolongabo duas extremitates eius in duas partes, super quam sint G D. Manifestum est igitur quod super totum quod cadit sub linea G A D, ad partem B, non est cadens visus, quoniam terra velat illud nobis: quia extensio visus non est nisi super lineam rectam. Et Euclides quidem iam declarauit, quod non egreditur à puncto contactus linea inter lineam contingentem & inter circulum: visus ergo non cadit sub linea G A D: sed cadit super illud quod eleuatur ab ea. Et ponā formam piramidis tenebræ euenientis ex vmbra terræ, parum ante crepusculum quando est depressio solis plus 19. gradibus per minutum vnum, verbi gratia aut circiter, super quā sint



BELR: totũ enim quod cadit in hac piramide designata cuius caput est L, & basis ipsius terra est tectum soli, non apparens ei, neque illuminatũ ab eo, & est in veritate tenebrosũ: & quod cadit exterius ab ea est apparens soli, & super ipsum sunt cadentes radij eius & lumen eiꝰ. Verum tamen quod ex corporibꝰ est subtile valde non perducit ad visus nostros illud quod ex radio indoit, propterea qđ æquantur in visibus nostris illud quod ex aëre subtile est intra piramidem, & quod est extra ipsum: & videtur æther totus in forma luminis & tenebræ. Et nos quidem scimus quod illud quod continet nos ex aëre, & quod est propinquum nobis est tenebrosum non apparens soli, & quod procedit in incæssu in altum, aut dextrorsum: aut siniſtrorsum, & anterius & posterius est luminosum apparens soli: & sunt ambo cum illo apud nos æqualiter in tota comprehensione visus: & non apparet aliquid visibus nostris ante solis ortum, & post solis occasum, nisi sit eleuatum à superficie horizontis, & nisi sit extra piramidem vmbrę, & nisi sit spissius aêre subtili. Manifestum est igitur quod non apparet aliquid visibus nostris in habitudine splendoris & illuminationis nisi per aggregationẽ trium conditionum in eo. Vna quarum est vt non sit sub linea G A D: quoniam si est sub ea, prohibet sphæra terræ inter ipsum & visum, quia nõ comprehendit ipsum visus luminosum neque tenebrosum. Et alia est vt non sit in piramide vmbræ: nam si est in ea, est tenebrosum, propterea quod priuatum facie solis, & illumination̄e sua ab ea. Et alia est vt sit spissiꝰ aere subtili implente sphæram: quoniam iam sciuimus quod aêr altior extra piramidem est cadens super lineam G A D: & cum illo non apparet nobis in eo aliquid luminis propter tenuitatẽ & subtilitatem suam: & propterea quod videmus in hoc loco, & est parum ante crepusculũ illud quod comprehendimus de sphæra, tectũ non illuminatum: & non diuersificatur pars eius à parte. Et scimus quod non est in eo punctum neque locus vnus in quo agregentur istę conditiones tres. Sed pũctum E, est vbi occurrit vltimo statui piramidis linea G A D, & iã posuimus in eo duas conditiones: quoniam nõ est sub linea G A D, nec est intrans piramidẽ: ergo est cadens super ipsum radius solis. Non ergo facit necessariam tenebrositatem eius in oculis nostris tunc, nisi priuatio eius à conditione tertia, quæ est spissitudo. Iam ergo certificatur quod aër vbi est punctum E, in hoc loco est subtilis, & non perueniunt ad ipsum vapores spissi ascendentes de terra, qui sunt spissiores aëre. Deinde postquam eleuatur sol parum, & fit depressio eius ab horizonte 19. gradus tantum, & fit forma piramidis & figura eiꝰ sicut illa super quã sunt I T H K, & apparet in horizonte res luminosa, & non fuerit ante illic res luminosa, scimus quod ille est primus locorum & hospitiorum in quo agregantur cõditiones tres prædictæ: quoniam ante illud parum per illud cui non est quantitas, non fuit illic aliquid de lumine: & primus locorũ in quo agregatur vt non sit sub linea G A D, nec sit intrans piramidem tenebræ, est punctum T. Ergo punctum T, est primus locorum in quo inuenta est conditio tertia, & est illic spissitudo aeris: ergo punctum T, est vltimus status vaporum, & summa ascensio eorum: & non abreuiantur ab eo, neque pertranseũt ipsum. Quoniam si abreuiarentur ab eo, esset punctum T, in aere subtili, & non appareret nobis in eo aliquid de lumine, sicut non apparet in eo qui est post ipsum ad partem E: & si pertransirent ipsum, illuminaretur nobis pũctum E, ante hoc: quoniam non ponimus in eo quod est inter T, & E, in his duobus locis rem sensibilem. Ergo punctum T, est vltimus status ad quem perueniunt vapores ascendentes in altum, & occursus lineæ G A D, contingentis sphæram terræ cum linea H I. Quando ergo volumus scire lõgitudinem eius à facie terræ, tunc nos describemus altitudinis circulum transeuntem per centrum solis, quando eius depressio ab Horizonte est 19. gradus, & illud est apud ortũ crepusculi, super quem sint A B G D: secãbit ergo sphæram terræ super circulum E Z N, & linea A E H, sit pertransiens per zenith capitũ & per centrum terræ, perpẽdicularis ad lineã

B H D: ergo linea B H D, secat terram in duo media, apparens & occultum. Apparens ergo est illud quod est supra ipsam ad partem A, & occultum quod est ad partem G: & non dicimus hoc nisi dilatando & apropinquando. Veritas vero est quod apparens non est nisi illud quod est super lineam V E Q k, protractam contingentem sphæram super punctum visus. Verumtamen non est apud hunc orbem terræ magna quantitas. Et ponam arcum B G, 19. graduum, qui sunt depressio solis apud ortum crepusculi: super punctum ergo G, est centrum solis: faciam igitur illic super ipsum punctum circulum, cum longitudine quincupli & medietatis eius quod est æquale lineæ E H, qui sit circulus T I: & super ipsum scilicet punctum G, secat solem, orbis A B G D, & continuabo lineam H G: deinde protraham duas lineas contingentes duos circulos solis & terræ continentes illuminatum terræ à sole, quæ sunt duæ lineæ quæ sunt T L M, & I N M, contingentes terram super duo puncta L, & N, & sunt termini piramidis vmbræ: ergo linea T L M, occurrit lineæ E K, super punctum Q. ergo punctum Q, secundum quod ostendimus in figura quæ est ante hanc, est locus luminosus apud ortum crepusculi: & est vltimus status ascensionis vaporum. Cum ergo volumus cognoscere longitudinem eius à superficie terræ, tunc continuabimus H, cum Q, per lineam H Z Q, & continuabo H, cum L: ergo portio L F N, est illuminata, quod facie ad faciem respicit solem. Iam ergo ostendimus quod ea est 180. gradus & 27. minuta & 52. secunda, & arcus F L, est medietas eius, & est gradus 90. & 13, minuta & 56, secunda: & illud est quantitas anguli L H F, & iam fuit angulus B H F, 19. gradus quoniam est depressio solis, ergo remanet angulus L H B, 71. gradus, 13. minuta, & 56. secunda. sed angulus E H B, est 90. quia rectus existit, ergo remanet angulus E H L, 18. grad. 46. minut. 4. secun. & quia linea Q H, diuidit eum in duo media, & illud est manifestum: angulus igitur Q H E, est 9. graduum, 23. mi. 2. secun. ergo angulus H Q E, est complementum recti, & illud est 80. graduum, 36. minut. 58. secun. corda ergo eius, quæ est linea E H, est 59. graduum 11. minu. 48. secundorum, per quã titatem qua est linea Q H, 60. graduum, verum tamen per quantitatem qua est linea H E 60. grad. erit Q Z H, 60. grad. & 48. minu. & quinque sextæ minuti. sed linea H Z, ex illis est 60. grad. ergo remanet Z Q, 48. mi. & 50. secun. & est illud ex milliaribus quibus circunferentia terræ continet 24000. milliaria 51. & 47. minu. & 34 secun. & 6. partes ex 11. partibus secundi. Et illud est vltimum ad quod eleuantur & perueniunt vapores ascendentes ex terra, & illud est quod volumus. Hic est finis eius quod intendit in hac epistola, quædam enim sequuntur in Arabico, quæ ego prætermisi, quia in illis nulla est vtilitas: non enim continentur in eis nisi quædam in quibus laudat deum modo sarracenorum, & reprehendit quosdam qui quærebant, quinam fructus esset in hoc quod ipse dixit in hac epistola. Dicit enim illos esse redarguendos qui non cõprehẽdũt insensibilia per sensibilia. & quia in eis quæ dicit nulla est vtilitas, ideo ea prætermisi.

BIBLIOTHECA DA UNIVERSIDADE


M
A
K
V
Ξ
Q
L
Σ
B
H
D
N
Γ
T
G
I

UNIVERSIDADE LIVRARIA DA

NONII

DE ARTE

V IG

Sala
Gab.
Est.
Sb.
R
58
5