

INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL EM AÇÃO

CASOS DE APLICAÇÃO

RUI CARVALHO OLIVEIRA
JOSÉ SOEIRO FERREIRA
(EDITORES)

IMPRESA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
COIMBRA UNIVERSITY PRESS

CASO 1

OTIMIZAÇÃO DE PLANOS DE EXPLORAÇÃO FLORESTAL EM BALDIOS DO NORTE DE PORTUGAL

Adelaide Cerveira

Departamento de Matemática
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
cerveira@utad.pt

Isabel Martins

Departamento de Ciências e Engenharia de Biosistemas
Instituto Superior de Agronomia
isabelinha@isa.ulisboa.pt

Artur Mota

Associação Florestal de Ribeira de Pena
eng.artur.mota@gmail.com

João Bento

Departamento de Ciências Florestais e Arquitetura Paisagista
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
j_bento@utad.pt

Teresa Fonseca

Departamento de Ciências Florestais e Arquitetura Paisagista
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
tfonseca@utad.pt

RESUMO

Este estudo descreve uma abordagem em programação linear inteira para a gestão de uma área florestal de pinheiro bravo localizada no Perímetro Florestal do Barroso, em Ribeira de Pena, na região Norte de Portugal. Esta área é composta por baldios, maioritariamente constituídos por parcelas de povoamentos florestais e matos. A gestão destes baldios, da responsabilidade das direções dos baldios e do Instituto de Conservação da Natureza e das Florestas, foi realizada até há bem pouco tempo de forma essencialmente empírica, com base na experiência e sensibilidade dos técnicos deste instituto. O problema da gestão dos baldios abordado neste estudo consiste em determinar onde e quando intervir e que tipo de intervenção fazer tal que, tendo em consideração um conjunto de restrições, o volume de madeira a retirar seja máximo. As intervenções estão sujeitas a restrições de natureza silvícola, operacional, organizacional e ambiental. Considera-se ainda um grupo de restrições que contribuem diretamente para a sustentabilidade da floresta. As restrições ambientais, de natureza espacial e mais complexas do que as restantes, consistem em limitar as áreas das clareiras. Estas restrições foram formuladas de diferentes formas de acordo com os modelos básicos *path*, *cluster* e *bucket* descritos na literatura para a gestão florestal com restrições de clareiras. Estes modelos têm um número muito elevado de variáveis e restrições para instâncias grandes, podendo a sua resolução por *branch-and-bound* ser difícil, o que não aconteceu com o caso de estudo, que é de dimensões médias. Os resultados computacionais indicam que a abordagem proposta é uma ferramenta útil para apoiar a gestão dos baldios, sendo facilmente adaptável a outras áreas florestais, com outras espécies e geridas por outras entidades. A recente atualização dos Planos de Gestão Florestal dos baldios de Ribeira de Pena foi feita com base em planos de gestão obtidos com a abordagem proposta.

PALAVRAS-CHAVE

Gestão florestal, Pinheiro bravo, Programação linear inteira, Restrições espaciais, Restrições não espaciais.

1. Introdução

O pinheiro bravo (*Pinus pinaster* Ait.) é uma das principais espécies florestais em Portugal, ocupando 23% da área continental e 193 mil hectares no norte do país. A maior mancha florestal desta espécie ocorre no vale do rio Tâmega, no concelho de Ribeira de Pena, no distrito de Vila Real. Esta mancha é formada maioritariamente por terrenos comunitários, designados por baldios, constituídos essencialmente por povoamentos florestais e vegetação arbustiva espontânea (matos). A gestão destes baldios, da responsabilidade conjunta dos órgãos gestores eleitos pelas Assembleias de Compartes¹ e do Instituto de Conservação da Natureza e das Florestas² (ICFN), foi feita até há bem pouco tempo de forma essencialmente empírica, com base na experiência e sensibilidade dos técnicos do ICFN. Embora os baldios possam fornecer uma diversidade de produtos, serviços e outros benefícios, historicamente, os rendimentos obtidos, que revertem a favor das entidades gestoras, estão diretamente relacionados com a madeira proveniente do corte das árvores.

Numa floresta para produção de madeira, distinguem-se dois principais tipos de corte: corte cultural e corte final. O corte cultural, também designado por desbaste, consiste na remoção das árvores mais defeituosas e debilitadas. Este corte tem por objetivo aumentar o espaço de crescimento das árvores mais vigorosas e antecipar a mortalidade das árvores mais fracas e, assim, incrementar a quantidade e a qualidade do material lenhoso que não é removido. No caso do pinheiro bravo, o corte cultural tem início entre os 15 e os 20 anos de idade, podendo prolongar-se, com uma periodicidade não inferior a cinco anos, até próximo da idade em que se realiza o corte final. O corte final, também designado por corte raso ou de realização, é um corte após o qual é necessário proceder a uma replantação ou sementeira. No caso do pinheiro bravo, tem-se adotado fazer este corte em povoamentos com cerca de 45 anos ou, em estações de melhor qualidade, com idades inferiores, de forma a garantir que a idade da explorabilidade absoluta (idade em que a produção de material lenhoso por unidade de área é máxima) já tenha sido atingida e a madeira retirada tenha dimensões adequadas para ser classificada

¹ A Assembleia de Compartes de um ou mais baldios é constituída pelos moradores das freguesias a que pertencem os baldios, que tenham direito ao seu uso e fruição.

² Ex-Autoridade Florestal Nacional.

como de serração. No entanto, recentemente, tem havido uma tendência para fazer o corte raso bastante mais cedo, por ser a produção de estilha (aparas de madeira) a principal utilização da madeira cortada. Numa floresta dividida em parcelas de gestão, é comum sujeitar cada parcela em toda a sua extensão à mesma decisão de intervenção (nomeadamente, desbaste, corte raso ou não intervenção).

A programação matemática tem sido uma ferramenta poderosa para modelar e resolver problemas de gestão florestal. De acordo com Bento 1994, as primeiras aplicações nesta área, com recurso à programação linear, surgiram nos anos 50 do século passado (Arimizu 1956, Yoho e Row 1958 cit. Bare 1971), coincidindo com o final dos anos 60 e o início da década de 70 o aparecimento de dois sistemas que, pela sua operacionalidade, rapidamente se expandiram: MAX-MILLION (Clutter 1968 cit. Bare 1971, Ware e Clutter 1971) e TIMBER RAM (Navon 1971). Nos anos 70, assistiu-se a um grande entusiasmo e houve um alargamento das utilizações destes sistemas para fora dos Estados Unidos, surgindo dois novos instrumentos, MAX2 (Clutter et al. 1978) e MUSYC (Johnson e Jones 1979 cit. Iverson e Alston 1986), e, nos anos 80, os Serviços Florestais Americanos adotaram o sistema FORPLAN (Kent et al. 1987). Com a disponibilização alargada dos Sistemas de Informação Geográfica e com o recurso a capacidades informáticas ininterruptamente em crescimento, abriu-se, a partir dos anos 90, um largo campo de desenvolvimento de aplicações suportadas em referenciais geográficos. Desde então recorreu-se com vantagem à programação linear inteira, nomeadamente para a modelação de restrições ambientais (veja-se Weintraub et al. 2000 e 2007 para uma revisão das principais e vastas abordagens publicadas).

As restrições ambientais têm vindo a ser consideradas para responder às novas exigências da sociedade associadas à proteção do ambiente, nomeadamente aos níveis da criação de *habitats* favoráveis à fauna e à flora, da promoção da diversidade, da manutenção da qualidade do solo e da água, e da preservação da beleza paisagística. Restringir as áreas das clareiras tem sido uma prática comum em muitos países para regular a atividade florestal sujeita a estas exigências. Uma clareira é uma região contínua de floresta que se encontra desarborizada ou com árvores de pequenas dimensões. Esta região

pode resultar de cortes rasos realizados no mesmo ano ou em anos diferentes desde que o intervalo de tempo entre estes anos não exceda o tempo de exclusão. No tempo de exclusão, a altura do coberto florestal que se desenvolve a seguir aos cortes rasos é ainda muito reduzida, podendo toda a região contínua intervencionada ser considerada uma clareira. As restrições que dependem das relações de adjacência entre as parcelas, como é o caso das restrições de clareiras, são habitualmente referidas como restrições espaciais. As restrições que não dependem destas relações são não espaciais.

Descrevem-se neste trabalho abordagens em programação linear inteira para apoiar a gestão de baldios para produção de madeira, em que se consideram as restrições ambientais que restringem as áreas das clareiras. A área de estudo encontra-se localizada no Perímetro Florestal do Barroso, no concelho de Ribeira de Pena, e é constituída pelos baldios de Canedo, Seirós, Melhe, Santa Marinha Norte e Santo Aleixo. A produção de estilha é a principal orientação da gestão. Para garantir intervenções mais assíduas, o plano de exploração é estabelecido para períodos de cinco anos, possibilitando uma gestão mais atenta e oportuna. Parte deste trabalho resultou de uma parceria estabelecida em 2004 entre o Departamento de Ciências Florestais e Arquitetura Paisagista (CIFAP) da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD) e a Associação Florestal de Ribeira de Pena (AFRP).

Na Secção 2 resume-se o processo de colaboração com as entidades gestoras dos baldios da área de estudo que decorreu durante a realização deste trabalho. Na Secção 3 apresenta-se o problema de otimização da gestão dos baldios, e nas Secções 4 e 5 descrevem-se os modelos que são usados para formular o problema. Na Secção 4 apresentam-se os modelos sem as restrições associadas às clareiras e na Secção 5 formulam-se estas restrições. Um exemplo de uma floresta com nove parcelas retirado do caso de estudo é usado para fins ilustrativos. Na Secção 6 descreve-se o caso de estudo. Na Secção 7 discutem-se os resultados computacionais e na Secção 8 estabelecem-se as conclusões.

2. Processo de colaboração com as entidades gestoras dos baldios

No âmbito da parceria estabelecida em 2004 entre o CIFAP da UTAD e a AFRP, fez-se o inventário das existências florestais dos povoamentos de pinheiro bravo cogерidos pelos técnicos do ICFN e da AFRP, com o objetivo de planejar a exploração da floresta com a caracterização atualizada dos povoamentos. Para o planeamento das atividades de exploração, verificou-se de imediato que a utilização de técnicas empíricas poderia não conduzir às soluções mais adequadas em termos de produção de madeira. As instituições parceiras, AFRP e CIFAP-UTAD, decidiram então ensaiar a utilização de técnicas de otimização. Os técnicos da Direção Regional das Florestas do Norte do ICFN diretamente ligados à gestão da área de estudo não só disponibilizaram informação como também ajudaram a fundamentar o problema da gestão dos baldios. Os órgãos cogestores, Presidentes dos Conselhos Diretivos dos Baldios e Presidentes das Juntas de Freguesia, foram também envolvidos no processo.

Quando, a partir de 2009, passou a ser obrigatória a apresentação de Planos de Gestão Florestal (PGF) nas áreas públicas e comunitárias (Decreto-Lei 16/2009), a AFRP, responsável pela elaboração dos PGF dos baldios, encontrou no trabalho entretanto desenvolvido, um suporte sólido para a revisão e a atualização das versões iniciais. Os PGF foram apresentados e explicados em sessões públicas aos Compartes (em 2012), que os aceitaram com entusiasmo, acabando por adotá-los para o planeamento da exploração dos respetivos baldios.

3. Descrição do problema

O problema da gestão dos baldios, abordado neste estudo, consiste em determinar onde (em que parcelas) e quando (em que anos do horizonte de planeamento) se deve intervir e que tipo de intervenção se deve fazer (corte raso, desbaste ou não intervir) tal que, tendo em consideração um conjunto de restrições espaciais e não espaciais, o volume de madeira a retirar no horizonte de planeamento seja máximo. Escolheu-se maximizar o volume de madeira, em vez de uma expressão financeira do resultado da exploração, porque, como o caso de estudo se refere a uma área geográfica restrita, com

grande homogeneidade ecológica, de exploração orientada para a produção de madeira de pequenas dimensões e para um período de referência muito curto (cinco anos), o preço da madeira mantém-se aproximadamente constante. Neste trabalho, considera-se que as intervenções estão sujeitas a restrições de natureza silvícola, operacional e organizacional. Consideram-se ainda restrições relacionadas com a persistência das áreas de floresta nos baldios (restrições de sustentabilidade) e restrições ambientais.

As restrições silvícolas impedem o desbaste ou o corte raso em parcelas cuja idade ou densidade são desadequadas à intervenção. Os desbastes não são feitos em parcelas com menos de 15 anos ou mais de 55 anos, ou com grau de ocupação florestal correspondente a valores do índice *SDI* inferiores a 60%. A ocupação do espaço pelo coberto florestal pode ser quantificada por este índice, do inglês *stand density index*, que relaciona o número de árvores com o diâmetro médio destas (Reineke 1933). Tem sido estipulado que o início da mortalidade das árvores ocasionada por competição intraespecífica ocorre com o valor de *SDI* de 60%. Neste trabalho, considera-se que os cortes rasos não são feitos em parcelas com menos de 15 anos. Os valores assumidos têm por base a silvicultura média praticada na região nas últimas décadas. Estas restrições impõem ainda, em cada parcela, intervalos mínimos de 5 anos entre intervenções, ou seja, no horizonte de planeamento, uma parcela não pode ser sujeita a duas intervenções.

As restrições operacionais impedem que, sempre que se intervém num baldio, o volume total de madeira a retirar seja inferior a um limite mínimo, que se considerou ser 250 m³, de acordo com informação disponibilizada por técnicos do ICFN.

As restrições organizacionais impõem, para as receitas obtidas em toda a floresta, distribuições equilibradas ao longo do horizonte de planeamento. Quanto às receitas obtidas em cada baldio, não é desejável a ocorrência de intervenções muito díspares. Estas restrições impõem também que se retire madeira de cada baldio em cada triénio.

As restrições de sustentabilidade garantem que o volume de madeira em pé e o acréscimo anual da produção de madeira no último ano não sejam inferiores aos valores observados no início do primeiro ano. Estas restrições,

que podem ser aplicadas globalmente a toda a floresta ou individualmente a cada baldio, impedem uma extração comprometedora de madeira no horizonte de planeamento.

Todas estas restrições são não espaciais.

As restrições ambientais, que são usadas para impedir uma redução significativa da qualidade ambiental, impõem um limite máximo nas áreas das clareiras de 10 ha, de acordo com as orientações regionais para a floresta (Plano Regional de Ordenamento Florestal). Considerou-se um tempo de exclusão de três anos, que corresponde ao período que a espécie necessita para regenerar e desenvolver-se até atingir uma altura média de 30 cm. As restrições ambientais são de natureza espacial.

Para reduzir os custos operacionais associados ao corte raso, pode ser importante limitar, para cada baldio, o número de clareiras a formar em cada ano, o que também foi considerado neste trabalho. Tal como as restrições ambientais, estas restrições operacionais são também de natureza espacial.

4. Modelos sem restrições de clareiras

Nesta secção, propõe-se formular o problema da gestão dos baldios sem as restrições espaciais (restrições de clareiras), mais complexas do que as restantes. Este problema exige soluções inteiras e, por isso, vai ser formulado em programação inteira (linear). O horizonte de planeamento é dividido em cinco períodos anuais e, para cada ano, cada parcela da floresta está sujeita a uma decisão (desbaste, corte raso ou não intervenção).

A notação usada é a seguinte: j – índice das parcelas da área de estudo; i – índice dos baldios; t – índice dos períodos (anos); V – conjunto das parcelas; B – conjunto dos baldios; B_i – conjunto das parcelas do baldio $i \in B$ ($B_i \subset V$); $T = \{1, \dots, 5\}$ – horizonte de planeamento constituído por cinco períodos consecutivos; C_j^t – volume de madeira em pé (m^3) na parcela $j \in V$ no período $t \in T$; D_j^t – volume de madeira para desbaste (m^3) na parcela $j \in V$ no período $t \in T$; Vp_j^t – volume de madeira em pé (m^3) na parcela $j \in V$ no último período, se esta parcela é sujeita ao desbaste no período $t \in T$; Ac_j^1 e Ac_j^5 – acréscimos anuais da produção de madeira ($m^3 \text{ano}^{-1}$) na parcela $j \in V$ nos períodos 1 e 5, respetivamente; $Ac_d_j^t$ – acréscimo anual da

produção de madeira ($\text{m}^3\text{ano}^{-1}$) na parcela $j \in V$ no último período, se esta parcela é sujeita ao desbaste no período $t \in T$; A_j – área (ha) da parcela $j \in V$; I_j – idade (anos) da parcela $j \in V$ no período 1; SDI_j^t – valor do índice da densidade SDI (%) da parcela $j \in V$ no período $t \in T$; t_j^1 – primeiro período $t \in T$ em que a parcela $j \in V$ tem $SDI_j^t \geq 60\%$; m_i – volume máximo de madeira (m^3) que se pode remover no baldio $i \in B$ no horizonte de planeamento T , $\sum_{j \in B_i} \max_{t \in T: I_j + t \geq 16} \{C_j^t\}$.

Os parâmetros C_j^t , D_j^t , Vp_j^t , Ac_j^1 , Ac_j^5 e Acd_j^t são calculados de acordo com modelos de crescimento e de produção adaptados ao caso de estudo (Secção 6). O parâmetro C_j^t coincide com o volume de madeira em pé que pode ser removido em corte raso na parcela j e no período t na ausência de intervenção prévia. O parâmetro D_j^t corresponde a uma fração de C_j^t , sendo dependente das características biométricas das parcelas (*e.g.* idade) e das prescrições silvícolas de controlo da densidade. Os parâmetros Vp_j^t e Acd_j^t são, respetivamente, o volume de madeira em pé e o acréscimo anual da produção de madeira previstos para a parcela j no período 5 se esta parcela é sujeita ao desbaste no período t . Os parâmetros Ac_j^1 e Ac_j^5 são os acréscimos anuais da produção de madeira esperados para a parcela j nos períodos 1 e 5, se não tiver havido nenhuma intervenção. O parâmetro SDI_j^t varia com a idade e o crescimento das árvores, sendo modificado com a realização de desbastes.

Considerem-se as seguintes variáveis de decisão: x_j^t (variável de corte raso) e z_j^t (variável de desbaste), que assumem o valor 1 se, respetivamente, o corte raso ou o desbaste é efetuado na parcela j no período t e 0 caso contrário; y_i^t (variável de intervenção), que assume o valor 1 se alguma intervenção (corte raso ou desbaste) é realizada no baldio i no período t e 0 caso contrário; w_i , que é um majorante do volume da madeira a retirar do baldio i , em qualquer período do horizonte de planeamento.

Para o problema sem as restrições de clareiras, propõe-se a formulação (1) – (18), em que Ω e Δ nas restrições (7) – (9) são parâmetros pertencentes a $[0,1]$. Nas restrições (3), $|B_i|$ é o número de parcelas do baldio i .

$$\max \sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} (C_j^t x_j^t + D_j^t z_j^t) \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{t \in T} (x_j^t + z_j^t) \leq 1 \quad \forall i \in \mathbf{B}, j \in B_i \quad (2)$$

$$y_i^t \leq \sum_{j \in B_i} (x_j^t + z_j^t) \leq |B_i| y_i^t \quad \forall i \in \mathbf{B}, t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{t'=t}^{t+2} y_i^{t'} \geq 1 \quad \forall i \in \mathbf{B}, t = 1, 2, 3 \quad (4)$$

$$\sum_{j \in B_i} (C_j^t x_j^t + D_j^t z_j^t) \geq 250 y_i^t \quad \forall i \in \mathbf{B}, t \in T \quad (5)$$

$$\sum_{j \in B_i} (C_j^t x_j^t + D_j^t z_j^t) \leq w_i \quad \forall i \in \mathbf{B}, t \in T \quad (6)$$

$$w_i \leq (1 + \Omega) \sum_{j \in B_i} (C_j^t x_j^t + D_j^t z_j^t) + m_i (1 - y_i^t) \quad \forall i \in \mathbf{B}, t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} (C_j^{t+1} x_j^{t+1} + D_j^{t+1} z_j^{t+1}) \geq (1 - \Delta) \sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} (C_j^t x_j^t + D_j^t z_j^t) \quad (8)$$

$\forall t \in T : t < 5$

$$\sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} (C_j^{t+1} x_j^{t+1} + D_j^{t+1} z_j^{t+1}) \leq (1 + \Delta) \sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} (C_j^t x_j^t + D_j^t z_j^t) \quad (9)$$

$\forall t \in T : t < 5$

$$\sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} V p_j^t z_j^t + \sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} \left(1 - \sum_{t \in T} (x_j^t + z_j^t) \right) C_j^5 \geq \sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} C_j^1 \quad (10)$$

$$\sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} A c d_j^t z_j^t + \sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} \left(1 - \sum_{t \in T} (x_j^t + z_j^t) \right) A c_j^5 \geq \sum_{i \in \mathbf{B}} \sum_{j \in B_i} A c_j^1 \quad (11)$$

$$\sum_{t \leq t_j^1 + 1} (x_j^t + z_j^t) = 1 \quad \forall i \in \mathbf{B}, j \in B_i : t_j^1 < 5 \quad (12)$$

$$\sum_{t \leq 5} (x_j^t + z_j^t) = 1 \quad \forall i \in \mathbf{B}, j \in B_i : t_j^1 = 5 \quad (13)$$

$$x_j^t = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}, j \in B_i, t \in T : I_j + t < 16 \quad (14)$$

$$z_j^t = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}, j \in B_i, t \in T : I_j + t < 16 \text{ ou } I_j + t > 56 \text{ ou } SDI_j^t < 60 \quad (15)$$

$$x_j^t, z_j^t \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathbf{B}, j \in B_i, t \in T \quad (16)$$

$$y_i^t \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathbf{B}, t \in T \quad (17)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}. \quad (18)$$

A função objetivo (1) maximiza o volume da madeira a retirar dos baldios no horizonte de planeamento. As restrições (2) garantem que em cada parcela, em todo o horizonte de planeamento, ou se faz um corte raso ou se desbasta ou não se intervém.

As restrições (3) identificam, para cada baldio, os períodos em que se realizam intervenções. De notar que $\sum_{j \in B_i} (x_j^t + z_j^t)$ representa o número de parcelas do baldio i sujeitas ao corte raso ou a desbaste no período t . Se ocorrerem intervenções no baldio i no período t então, pela desigualdade $\sum_{j \in B_i} (x_j^t + z_j^t) \leq |B_i| y_i^t$, $y_i^t = 1$ (qualquer que seja o número das parcelas sujeitas a intervenção), caso contrário, por $y_i^t \leq \sum_{j \in B_i} (x_j^t + z_j^t)$, $y_i^t = 0$.

As restrições (4) obrigam a que haja, em cada baldio, pelo menos uma intervenção por triénio. As restrições (5) asseguram que em cada baldio se retira pelo menos 250 m³ de madeira em qualquer intervenção.

As restrições (6) definem, para cada baldio, um majorante do volume de madeira a retirar numa intervenção. Este majorante não deve exceder $(1 + \Omega)$ vezes o volume a retirar em cada período em que se faz uma intervenção (restrições (7)). Se há intervenção no baldio i no período t então, pelas restrições (3) e (17), $y_i^t = 1$ e, neste caso, w_i não pode exceder $(1 + \Omega)$ vezes o volume a retirar em t . Caso contrário, também pelas restrições (3) e (17), $y_i^t = 0$ e, assim, w_i não fica limitado pelo volume retirado em t , que é nulo, mas antes pelo volume máximo de madeira que se pode remover m_i . As restrições (6) e (7) garantem intervenções equilibradas em cada baldio em termos de volume de madeira a retirar e, portanto, em termos de receita.

As restrições (8) e (9) obrigam a que o volume total de madeira a retirar em cada período esteja entre $(1-\Delta)$ e $(1+\Delta)$ vezes o volume obtido no período anterior, assegurando assim uma regularidade da receita total obtida ao longo do horizonte de planeamento.

As restrições (10) garantem que o volume total de madeira em pé existente no final do horizonte de planeamento é pelo menos igual ao valor registado no início do horizonte, $\sum_{i \in B} \sum_{j \in B_i} C_j^1$. De notar que aquele volume nas parcelas sujeitas ao desbaste é dado por $\sum_{i \in B} \sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} V p_j^t z_j^t$ e nas parcelas sem qualquer intervenção por $\sum_{i \in B} \sum_{j \in B_i} \left(1 - \sum_{t \in T} (x_j^t + z_j^t) \right) C_j^5$. Relativamente às parcelas sujeitas a corte raso, o volume de madeira em pé no final do horizonte de planeamento é insignificante e, por isso, não é considerado.

A descrição das restrições (11) é similar. Estas restrições garantem que o acréscimo anual da produção de madeira no final do horizonte de planeamento não é inferior ao registado no início do horizonte, $\sum_{i \in B} \sum_{j \in B_i} A c_j^1$. O

acréscimo anual da produção de madeira no final do horizonte de planeamento nas parcelas sujeitas a corte raso não é considerado e nas parcelas sujeitas ao desbaste é $\sum_{i \in B} \sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} A c d_j^t z_j^t$. Nas parcelas sem intervenção

o acréscimo é dado por $\sum_{i \in B} \sum_{j \in B_i} \left(1 - \sum_{t \in T} (x_j^t + z_j^t) \right) A c_j^5$.

As restrições (12) asseguram que uma parcela que registre um valor de *SDI* superior ou igual a 60% é sujeita ao corte raso ou ao desbaste até ao período a seguir àquele em que este valor é observado pela primeira vez, ou até este período se for o último (restrições (13)). As restrições (14) e (15) estabelecem as idades limites de corte raso e desbaste. As restrições (15) também estabelecem que as parcelas com valores de *SDI* inferiores a 60% não estão sujeitas ao desbaste. As restrições (16) a (18) definem a natureza das variáveis. As restrições silvícolas correspondem às restrições (2), (12) a (15), as restrições operacionais às restrições (5), as restrições organizacionais às restrições (4), (6) a (9) e as restrições de sustentabilidade às restrições (10) e (11). A formulação (1) – (18) será referida por FA.

Alternativamente à função objetivo (1), propõe-se maximizar o menor volume relativo de madeira a retirar por baldio. Seja

$$p_i = \frac{\sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} (C_j^t x_j^t + D_j^t z_j^t)}{m_i} \text{ o rácio entre o volume total de madeira a remover}$$

e o volume máximo de madeira que pode remover-se no horizonte de planeamento, para cada baldio $i \in B$. A nova formulação maximiza o menor destes rácios ($\max \min \{p_i : i \in B\}$). Seja p a variável de decisão que é um minorante dos rácios p_i .

Considerem-se então as restrições (19) e (20)

$$\sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} (C_j^t x_j^t + D_j^t z_j^t) \geq m_i p \quad \forall i \in B \quad (19)$$

$$p \geq 0 \quad (20)$$

e a função objetivo (21)

$$\max P. \quad (21)$$

Com a formulação (21) e (2) – (20) pretende evitar-se, sempre que possível, planos de exploração ótimos em que a proporção do volume de madeira a retirar nuns baldios seja bastante inferior à de outros baldios. Esta formulação será referida por FB. Facilmente se conclui que o volume total ótimo obtido por FB é inferior ou igual ao obtido por FA.

Na formulação seguinte, designada por FAI, as restrições de sustentabilidade (10) e (11) relativas a toda a floresta são substituídas pelas restrições de sustentabilidade (22) e (23) relativas a cada baldio.

$$\sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} V p_j^t z_j^t + \sum_{j \in B_i} \left(1 - \sum_{t \in T} (x_j^t + z_j^t) \right) C_j^5 \geq \sum_{j \in B_i} C_j^1 \quad \forall i \in B \quad (22)$$

$$\sum_{j \in B_i} \sum_{t \in T} A c d_j^t z_j^t + \sum_{j \in B_i} \left(1 - \sum_{t \in T} (x_j^t + z_j^t) \right) A c_j^5 \geq \sum_{j \in B_i} A c_j^1 \quad \forall i \in B. \quad (23)$$

As restrições (8) – (9) são eliminadas, não sendo substituídas por restrições similares para cada baldio, porque não têm de ocorrer intervenções todos os anos em cada baldio. Note-se que as restrições (22) – (23) implicam as restrições (10) – (11), isto é, se a sustentabilidade de cada baldio é assegurada então a sustentabilidade de toda a floresta também o é. A implicação recíproca não é verdadeira. Como as restrições (8) – (9) estão ausentes em FAI, não se

pode estabelecer uma relação de ordem entre os volumes totais ótimos obtidos por FA e FAI. Note-se ainda que FAI não tem restrições que misturam variáveis associadas a baldios diferentes ou a parcelas de baldios diferentes. Seja FAI_i a formulação resultante de FAI em que a função objetivo e as restrições estão associadas apenas ao baldio i . O plano de gestão para cada baldio obtido com FAI pode também ser obtido com FAI_i e, por isso, é independente dos restantes baldios.

As formulações FA, FB e FAI (Tabela 1) têm $O(|V||T|)$ variáveis e restrições (Tabela A1 do Anexo).

Tabela 1: Função objetivo e restrições das formulações FA, FB e FAI

Formulação	Função objetivo	Restrições
FA	(1)	(2) – (18)
FB	(21)	(2) – (20)
FAI	(1)	(2) – (7), (12) – (18), (22) – (23)

5. Modelos com restrições de clareiras

Nesta secção, formulam-se as restrições associadas às clareiras. Na literatura tem-se discutido a abordagem designada por *Área Restriction Model* (ARM) (Murray 1999) para limitar as áreas das clareiras. Esta abordagem permite a agregação das parcelas para corte raso desde que a área de cada região contínua sujeita ao corte raso não exceda a área máxima imposta para uma clareira. A abordagem clássica designada por *Unit Restriction Model* (URM) requer uma prévia agregação das parcelas tal que a área de qualquer par de parcelas adjacentes excede esta área máxima (Murray 1999, Murray e Snyder 2000). Neste caso, a formulação impede que parcelas adjacentes sejam selecionadas simultaneamente para corte raso. Ambas as abordagens exigem soluções inteiras e, por isso, os problemas são formulados em programação linear inteira ou programação linear inteira mista. Para estes problemas, têm sido usados métodos exatos em programação inteira ou, para reduzir os obstáculos computacionais resultantes do uso destes métodos, têm sido propostas heurísticas. A abordagem ARM produz melhores soluções, dada a

sua maior flexibilidade (Murray e Weintraub 2002) mas, pode ser mais difícil de resolver.

Três formulações ARM básicas são descritas na literatura: a formulação *path* (Martins *et al.* 1999, McDill *et al.* 2002, Murray e Weintraub 2002, Crowe *et al.* 2003), com um número exponencial de restrições, a formulação *cluster* (Martins *et al.* 1999 e 2005, McDill *et al.* 2002, Goycoolea *et al.* 2005, Vielma *et al.* 2007), com um número exponencial de variáveis, e a mais recente formulação *bucket* (Constantino *et al.* 2008), com um número polinomial de variáveis e restrições. Provou-se teoricamente que a formulação *cluster* é mais forte do que a formulação *path* (Goycoolea *et al.* 2009) e a formulação *bucket* (Martins *et al.* 2012), ou seja, a relaxação linear da formulação *cluster* dá melhores majorantes do que as relaxações lineares das restantes formulações. Goycoolea *et al.* 2009 implementaram as três formulações num sistema comercial de *branch-and-bound* e obtiveram soluções próximas das ótimas para um conjunto de instâncias relativamente grandes. Estes autores mostraram que não há uma formulação mais forte do que a outra entre as formulações *path* e *bucket*.

Nas formulações *cluster* e *bucket*, uma clareira é constituída por parcelas sujeitas ao corte raso no mesmo período, enquanto na formulação *path*, uma clareira pode formar-se gradualmente no tempo de exclusão. Para impedir a ocorrência de clareiras no tempo de exclusão com área superior ao valor máximo, as primeiras formulações restringem as áreas das clareiras em cada período e não permitem a ocorrência de clareiras adjacentes a estas durante o tempo de exclusão. A formulação *path* restringe apenas as áreas das clareiras no tempo de exclusão. As formulações *cluster* e *bucket* podem ser assim mais restritivas do que a formulação *path*. Para uma descrição resumida das três formulações veja-se Goycoolea *et al.* 2009. Para uma descrição mais detalhada veja-se McDill *et al.* 2002 (formulação *path*), Goycoolea *et al.* 2005 (formulação *cluster*) e Constantino *et al.* 2008 (formulação *bucket*).

As relações de adjacência entre parcelas, necessárias para modelar as restrições de clareiras, podem ser descritas por um grafo $G = (V, E)$ cujos nós em V representam as parcelas da área de estudo e cujas arestas em E correspondem a pares de parcelas adjacentes. Neste trabalho, considera-se que

duas parcelas são adjacentes quando a fronteira comum é um conjunto de pontos não discreto (adjacência forte). Existem outras definições de adjacência, como por exemplo, quando a fronteira comum é pelo menos um ponto. No caso da adjacência forte, o grafo G é planar, isto é, pode ser representado por uma figura planar em que as arestas não se intercetam. Para exemplificar, na Figura 1, está representada uma sub-região dos baldios Melhe e Seirós e o grafo correspondente.

Exemplo

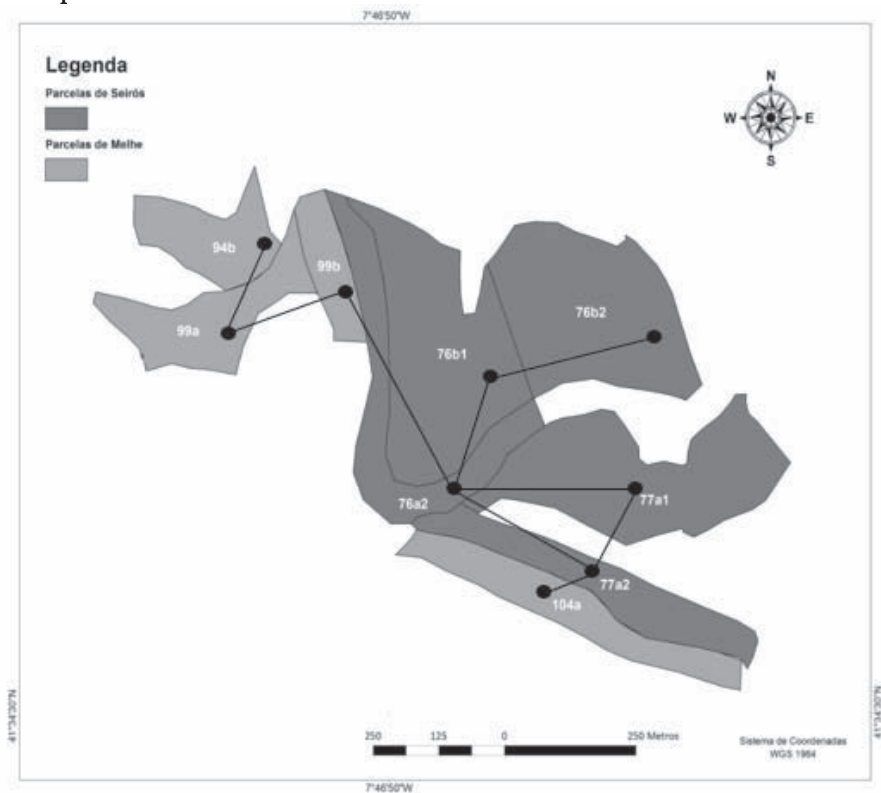


Figura 1: Sub-região dos baldios Melhe e Seirós e o grafo correspondente. As áreas das parcelas (em ha) são as seguintes: 76a2 – 4.88; 76b1 – 9.23; 76b2 – 8.93; 77a1- 8.81; 77a2 – 4.34; 94b – 3.13; 99a – 4.04; 99b – 1.92; 104a – 4.24. As parcelas têm mais de 15 anos no período 1

Usando os modelos descritos na secção anterior, a formulação *path* é a única que não necessita de novas variáveis. Para incluir as restrições (operacionais) do número de clareiras, a formulação *cluster* é a mais adequada, dado que permite contabilizar naturalmente este número. Decidiu-se

apresentar as três formulações, por qualquer uma delas constituir uma abordagem útil para apoiar o problema da gestão dos baldios.

Descrevem-se a seguir as variáveis e restrições que são necessárias para limitar as áreas das clareiras segundo as formulações *path*, *cluster* e *bucket*.

5.1 Formulações *Path* e *Cluster*

Seja A_{\max} a área máxima de uma clareira. Designe-se por *cluster* uma região contínua formada por parcelas com pelo menos a idade mínima para corte raso (15 anos). Um *cluster* é *admissível* se a sua área for inferior ou igual a A_{\max} . Caso contrário, é *não admissível*. Um *cluster* não admissível é *minimal* quando não contém outros *clusters* não admissíveis. Qualquer *cluster* corresponde a um subgrafo conexo do grafo G .

Exemplo (continuação) Considere-se a sub-região representada na Figura 1. Seja $A_{\max} = 10$ ha. O conjunto $\{76a2,77a2\}$ é um *cluster* admissível e $\{76a2,77a2,104a\}$ é um *cluster* não admissível minimal.

Formulação *path*

A formulação *path* garante que em qualquer *cluster* não admissível minimal haja pelo menos uma parcela que não seja sujeita ao corte raso durante o tempo de exclusão. Para cada período t , seja \mathfrak{R}^t o conjunto dos *clusters* não admissíveis minimais (veja-se Goycoolea *et al.* 2009 para um procedimento que determina \mathfrak{R}^t).

Exemplo (continuação) Seja $A_{\max} = 10$ ha. Para $t \in T$,

$$\mathfrak{R}^t = \{\{76a2,76b1\}, \{76a2,77a1\}, \{76b1,76b2\}, \{77a1,77a2\}, \{76a2,99a,99b\}, \\ \{76a2,77a2,99b\}, \{76a2,77a2,104a\}\}. \quad \bullet$$

Se r é o número de parcelas de um elemento R de \mathfrak{R}^t , então no máximo $(r - 1)$ parcelas podem ser cortadas em R no tempo de exclusão (que começa no período t e acaba em $t + 2$), o que é exigido pelas restrições (24).

$$\sum_{t'=t}^{t+2} \sum_{j \in R} x_j^{t'} \leq |R| - 1 \quad t = 1,2,3, \forall R \in \mathfrak{R}^t \quad (24)$$

Estas restrições asseguram assim que a área de cada clareira a formar no tempo de exclusão não excede A_{\max} .

O número de restrições (24) pode aumentar exponencialmente com o número de parcelas. No entanto, se NCN é o número máximo de parcelas dos *clusters* não admissíveis minimais, o número destas restrições é $O\left(T\|V\|^{NCN}\right)$ (Tabela A2 do Anexo). As formulações FA, FAI ou FB com as restrições (24) serão designadas por FA-*path*, FAI-*path* e FB-*path*, respetivamente.

Formulação cluster

A formulação *cluster* seleciona *clusters* admissíveis para corte raso em cada período e impede que *clusters* admissíveis adjacentes sejam selecionados durante o tempo de exclusão. Seja, para cada período t , o conjunto \mathfrak{S}^t constituído pelos *clusters* admissíveis (veja-se Goycoolea *et al.* 2009 para um procedimento que determina \mathfrak{S}^t).

Exemplo (continuação) Considere $A_{\max} = 10$ ha. Para $t \in T$,

$$\mathfrak{S}^t = \{\{76a2,76b1,76b2, 77a1,77a2,94b, 99a, 99b, 104a, \{76a2,77a2\}, \{76a2,99b\}, \{77a2,104a\}, \{94b, 99a\}, \{99a, 99b\}, \{94b,99a,99b\}\}. \bullet$$

Seja \mathfrak{N} o conjunto das cliques maximais do grafo G . Um conjunto de parcelas adjacentes entre si corresponde a uma clique em G . Uma clique é maximal se não está contida em outra clique. Se o grafo G é planar, não contém cliques com cinco ou mais nodos (Diestel 2000) e, neste caso, \mathfrak{N} pode ser determinado por um algoritmo polinomial.

Exemplo (continuação) Tem-se:

$$\mathfrak{N} = \{\{76a2,76b1\}, \{76b1,76b2\}, \{76a2,99b\}, \{77a2,104a\}, \{94b,99a\}, \{99a,99b\}, \{76a2,77a1,77a2\}\}. \bullet$$

Considerem-se as seguintes variáveis de decisão: cl_s^t , que assume o valor 1 se a região $S \in \mathfrak{S}^t$ é sujeita ao corte raso no período t e 0 caso contrário. As restrições (25) – (27) são adicionadas às formulações FA, FAI ou FB.

$$x_j^t = \sum_{\substack{S \in \mathfrak{S}^t: \\ j \in S}} cl_s^t \quad \forall j \in V, t \in T : I_j + t \geq 16 \quad (25)$$

$$\sum_{t'=t}^{t+2} \sum_{\substack{S \in \mathfrak{S}^t: \\ S \cap C \neq \emptyset}} cl_s^{t'} \leq 1 \quad t = 1,2,3, \forall C \in \mathfrak{N} \quad (26)$$

$$cl_s^t \in \{0,1\} \quad \forall t \in T, S \in \mathfrak{S}^t. \quad (27)$$

As restrições (25) garantem que a parcela j é sujeita ao corte raso no período t quando um *cluster* que a contém é sujeito ao corte raso em t . As restrições (26) impedem que *clusters* adjacentes sejam selecionados para cortar no tempo de exclusão (as restrições (2) asseguram a seleção de *clusters* disjuntos entre si). Estas restrições garantem assim que a área de cada clareira não excede A_{\max} no tempo de exclusão. As restrições (27) indicam a natureza das novas variáveis.

O número de clareiras a formar no baldio i e no período t é dado por $\sum_{S \in \mathfrak{S}^t \cap B_i} cl_s^t$. Assim, se se pretender limitar este número, as seguintes restrições

são consideradas

$$\sum_{S \in \mathfrak{S}^t: S \cap B_i = S} cl_s^t \leq Ncl_{\max} \quad \forall B_i \in B, t \in T \quad (28)$$

em que Ncl_{\max} é o número máximo de clareiras a formar por período e por baldio.

O número de variáveis cl_s^t pode aumentar exponencialmente com o número de parcelas. No entanto, se NC é o número máximo de parcelas dos *clusters* admissíveis, o número destas restrições é $O(|T||V|^{NC})$ (Tabela A2 do Anexo). As formulações FA, FAI ou FB com as restrições (25) – (27) serão designadas por FA-*cluster*, FAI-*cluster* e FB-*cluster*, respetivamente.

5.2 Formulação *Bucket*

Como cada parcela é sujeita ao corte raso no máximo uma vez, a área a cortar na floresta no horizonte de planeamento é constituída por regiões contínuas que não se intercetam. Assim, cada uma destas regiões corresponde a um conjunto de parcelas que pode ser identificado por um dos seus elementos, por exemplo, o de menor índice. Considere para cada parcela k o conjunto $S_k = \emptyset$, designado por *bucket*. A formulação *bucket* atribui parcelas a S_k nalgum período (a parcela k e, eventualmente, parcelas $j > k$), transformando S_k numa região sujeita ao corte raso nesse período, ou deixa

S_k vazio. As parcelas são atribuídas a S_k de maneira a que os *buckets* não vazios não sejam adjacentes no tempo de exclusão e tenham área inferior ou igual a A_{\max} .

Considerem-se as seguintes variáveis de decisão: cl_j^{kt} , que assume o valor 1 se a parcela $j \in V$ pertence a S_k ($k \in V$) no período $t \in T$ e 0 caso contrário; v_C^{kt} , que assume o valor 1 se alguma parcela da clique $C \in \mathfrak{N}$ pertence a S_k ($k \in V$) no período $t \in T$ e 0 caso contrário. Note-se que se não existem regiões contínuas com j e k ($j \geq k$) cujas áreas são inferiores ou iguais a A_{\max} , então j não será atribuída a S_k em nenhum período e, neste caso, não vale a pena definir a variável cl_j^{kt} . Consequentemente, também não se definem as variáveis v_C^{kt} para as cliques $C \in \mathfrak{N}$ tais que a variável cl_j^{kt} não existe para qualquer nodo $j \in C$. Seja $El(k)$ o conjunto das parcelas $j \geq k$ tais que existem regiões contínuas que incluem ambas as parcelas (k e j) e cujas áreas são inferiores ou iguais a A_{\max} (veja-se Constantino *et al.* 2008 para um procedimento que determina $El(k)$).

Exemplo (continuação) Considere $A_{\max} = 10$ ha. Tem-se:

$$El(99b) = \{76a2,94b,99a,99b\}. \quad \bullet$$

As variáveis cl_j^{kt} não são definidas para os períodos t em que as parcelas k e j não têm a idade adequada para o corte raso, isto é, $I_k + t < 16$ e $I_j + t < 16$. Consequentemente, também não se definem as variáveis v_C^{kt} para as cliques C tais que não existem nodos $l \in C$ em que $I_l + t \geq 16$ e $l \geq k$. Para simplificar o texto, estas condições não são incluídas na descrição da formulação.

As restrições (29) – (36) são adicionadas às formulações FA, FAI ou FB.

$$x_j^t = \sum_{\substack{k \leq j; \\ j \in El(k)}} cl_j^{kt} \quad \forall j \in V, t \in T \quad (29)$$

$$cl_j^{kt} \leq cl_k^{kt} \quad \forall j \in V, k \leq j : j \in El(k), t \in T \quad (30)$$

$$cl_j^{kt} \leq v_C^{kt} \quad \forall C \in \mathfrak{N}, j \in C, k \leq j : j \in El(k), t \in T \quad (31)$$

$$v_C^{kt} \leq cl_k^{kt} \quad \forall C \in \mathfrak{N}, k \leq j \text{ e } k \in El(j) \text{ para algum } j \in C, t \in T \quad (32)$$

$$\sum_{t'=t}^{t+2} \sum_{\substack{k \leq j \text{ e } k \in El(j), \\ \text{para algum } j \in C}} v_C^{kt'} \leq 1 \quad t = 1, 2, 3, \forall C \in \mathfrak{N} \quad (33)$$

$$\sum_{j \in El(k)} A_j c l_j^{kt} \leq A_{\max} c l_k^{kt} \quad \forall k \in V, t \in T \quad (34)$$

$$c l_j^{kt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in V, k \leq j : k \in El(j), t \in T \quad (35)$$

$$v_C^{kt} \geq 0 \quad \forall C \in \mathfrak{N}, k \leq j \text{ e } k \in El(j) \text{ para algum } j \in C, t \in T. \quad (36)$$

As restrições (29) garantem que a parcela j é sujeita ao corte raso no período t quando é atribuída a algum S_k em t . As restrições (30) garantem que qualquer S_k não vazio contém k . As restrições (31) definem a relação entre as variáveis $c l_j^{kt}$ e v_C^{kt} . As restrições (32) forçam as variáveis v_C^{kt} a ser zero quando S_k é vazio. As restrições (33) asseguram que não existem *buckets* não vazios adjacentes no tempo de exclusão (as restrições (2) garantem que os *buckets* não vazios são disjuntos entre si). As restrições (34) garantem que as áreas dos *buckets* não vazios não excedem A_{\max} . Fica assim assegurado que a área de cada clareira não excede A_{\max} no tempo de exclusão. As restrições (35) e (36) definem a natureza das variáveis.

Note-se que a integralidade das variáveis $c l_j^{kt}$ juntamente com as restrições (31) implica a integralidade das variáveis v_C^{kt} em pelo menos uma solução ótima. Note-se também que os *buckets* não vazios podem corresponder a regiões descontínuas dado que não há restrições que garantam a sua conectividade. No entanto, cada uma destas regiões é constituída por regiões contínuas com áreas inferiores ou iguais a A_{\max} .

Esta formulação não permite contabilizar naturalmente o número de clareiras a formar em cada ano. Note-se que $\sum_{k \in V} c l_k^{kt}$ representa o número de regiões sujeitas ao corte raso no período t , contínuas ou descontínuas, sendo apenas clareiras aquelas que são contínuas.

As formulações FA, FAI ou FB com as restrições (29) – (36) serão designadas por FA-*bucket*, FAI-*bucket* e FB-*bucket*, respetivamente. O número de variáveis e restrições destas formulações é $O(|V|^2|T|)$ quando o grafo G é planar (Tabela A3 do Anexo).

Como já foi referido, FAI não tem restrições que misturam variáveis associadas a baldios diferentes ou a parcelas de baldios diferentes. No entanto, como existem baldios adjacentes na área de estudo (Figura 2), algumas restrições ambientais têm variáveis associadas a parcelas (versões *path* e *bucket*) ou a *clusters* (versão *cluster*) de vários baldios. Consequentemente, os planos de gestão ótimos obtidos por FAI-*path*, FAI-*cluster* e FAI-*bucket* para cada baldio não são independentes dos restantes baldios, exceto para Canedo, que não tem baldios adjacentes.

6. Caso de estudo

A área de estudo, que se localiza no concelho de Ribeira de Pena, ocupa cerca de 1393 ha e é constituída pelos baldios de Canedo (B_1), com 121 ha, Seirós (B_2), com 165 ha, Melhe (B_3), com 341 ha, Santa Marinha Norte (B_4), com 306 ha e Santo Aleixo (B_5), com 465 ha. A espécie predominante das parcelas destes baldios é o pinheiro bravo.

Os dados sobre o estado dos povoamentos foram obtidos com base na informação recolhida em inventários florestais realizados entre 2004 e 2010 (Mota, 2011). Para além da constituição da base de dados com as características dos povoamentos, criou-se também um sistema de informação, assente em cartografia digital, para delimitação das parcelas e posterior representação das áreas a submeter ao plano de cortes. A delimitação teve em conta as divisões de planeamento (talhões) assumidas pela Direção Regional de Florestas do Norte e a homogeneidade dos povoamentos. Como as orientações regionais para a floresta impõem um limite máximo para as clareiras de 10 ha, procedeu-se a nova divisão de forma a garantir parcelas com áreas não superiores a este valor. A divisão foi realizada na aplicação informática ArcGIS 9.3 (ESRI-*Environmental Systems Research Institute*), com base em ortofotomapas obtidos a partir de uma cobertura aerofotográfica efetuada em 2006 pelo ICFN e numa folha *raster* georreferenciada da Série M888 da Carta Militar do Instituto Geográfico do Exército. A área de estudo ficou constituída por 209 parcelas (Figura 2) com áreas compreendidas entre 0.61 ha e 10 ha (área média de 6.67 ha).

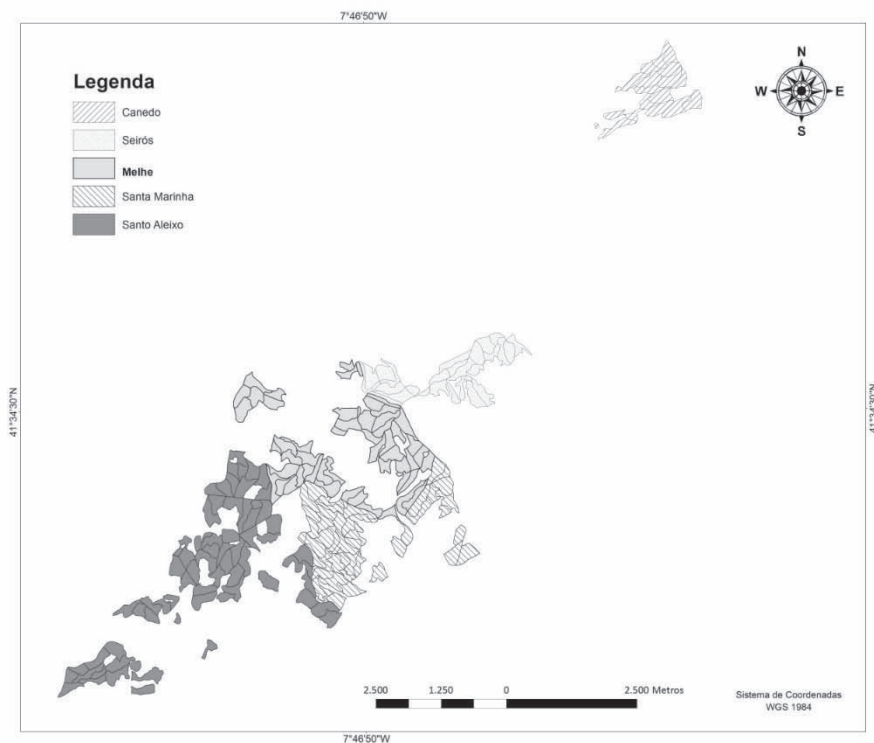


Figura 2: Enquadramento geográfico da área de estudo, com indicação dos baldios e das parcelas que os constituem

O horizonte de planeamento, com a duração de cinco anos, foi definido entre 2012 e 2016 (períodos 1 a 5). A projeção do crescimento de cada parcela para o horizonte de planeamento foi realizada de acordo com modelos de crescimento e de produção desenvolvidos para o pinheiro bravo (Marques 1991, Moreira e Fonseca 2002, Luís e Fonseca 2004, Fonseca *et al.* 2012a, Fonseca *et al.* 2012b).

Na tabela 2 descrevem-se sumariamente os baldios que constituem a área de estudo³. Para cada baldio i , apresenta-se o número de parcelas, $|B_i|$, e a

área média das parcelas, $\frac{\sum_{j \in B_i} A_j}{|B_i|}$. Apresentam-se também algumas medidas relativas ao início do período 1: a idade média ponderada pelas áreas da

³ A descrição individual das parcelas, que não é apresentada por ser demasiado extensa, pode ser fornecida pelos autores.

parcelas, $\frac{\sum_{j \in B_i} I_j A_j}{\sum_{j \in B_i} A_j}$; o índice de densidade *SDI* médio ponderado pelas áreas das parcelas, $\frac{\sum_{j \in B_i} SDI_j^1 A_j}{\sum_{j \in B_i} A_j}$; o volume em pé, $\sum_{j \in B_i} C_j^1$; e o acréscimo anual da produção de madeira, $\sum_{j \in B_i} Ac_j^1$.

Tabela 2: Descrição sumária dos baldios no início de 2012

Baldio	Nº parc.	Área média (ha)	Idade média (anos)	SDI Médio (%)	Volume em pé (m³)	Acréscimo anual da prod. madeira (m³ano ⁻¹)
Canedo	17	7.1	35.6	43.4	41161	2682
Seirós	25	6.6	38.5	25.7	29749	2266
Melhe	53	6.4	29.0	32.0	70262	6310
Sta. Marinha	46	6.5	32.0	26.5	61906	5029
St. Aleixo	68	6.8	32.4	36.4	124391	9544

Em 2012 não há parcelas com valores de *SDI* iguais ou superiores a 60% em qualquer baldio, pelo que não há madeira disponível para desbaste neste ano. De referir que, no horizonte de planeamento, valores de *SDI* superiores ou iguais a 60% ocorrem apenas em parcelas do baldio de St. Aleixo, a partir de 2013 inclusive.

Neste trabalho, consideraram-se os parâmetros $\Omega = \Delta = 0.2$ para as restrições (7) – (9), valor que permite variações aceitáveis nos volumes de madeira retirada globalmente em toda a floresta ou individualmente em cada baldio.

7. Resultados computacionais

Os vários modelos foram implementados e resolvidos no sistema comercial de *branch-and-bound Xpress Optimizer Version 22.01.0* (disponível em <http://www.fico.com/en/Products/DMTools/Pages/FICO-Xpress-Optimization->

Suite.aspx). Limitou-se o tempo de execução do algoritmo em 7200 segundos. Usou-se um computador i5-2500 3.3GHZ/3.7Turbo com 8GB de RAM.

A Tabela 3 apresenta o número de variáveis e restrições dos vários modelos, bem como informação sobre o desempenho do algoritmo de *branch-and-bound* (número de nós analisados, tempo de execução, *gap*) e o valor da função objetivo da solução obtida. O *gap* associado a uma solução é a diferença relativa entre o respetivo valor da função objetivo e o melhor majorante determinado até ao momento.

Tabela 3: Dimensão dos modelos, desempenho do *branch-and-bound* e valor da função objetivo da solução obtida. Os valores entre () são os volumes totais de madeira a retirar

Formulação	Dimensão		<i>Branch-and-bound</i>			F.O.
	Nº var.	Nº rest.	Nº nós	Tempo (s)	<i>Gap</i> (%)	
FA	2120	365	157073	66	0.0	49109m ³
FA- <i>path</i>	2120	1935	30274	14	0.0	48944
FA- <i>cluster</i>	3270	2043	23763	12	0.0	48944
FA- <i>bucket</i>	6050	7908	17871	9	0.0	48944
FB	2121	370	4130023	7200	1.07	0.1085 (47718m ³)
FB- <i>path</i>	2121	1940	3608835	7200	1.42	0.1075 (47003)
FB- <i>cluster</i>	3271	2048	5995822	7200	2.56	0.1075 (47022)
FB- <i>bucket</i>	6051	7913	1934406	7200	2.39	0.1059 (46248)
FAI	2120	365	10503	3	0.0	49070m ³
FAI- <i>path</i>	2120	1935	12395	4	0.0	48291
FAI- <i>cluster</i>	3270	2043	34465	9	0.0	48291
FAI- <i>bucket</i>	6050	7908	12211	5	0.0	48291

É de salientar que o número de variáveis e restrições não é elevado. Por um lado, o número total de parcelas (Tabela 2) e o número de períodos são relativamente baixos. Por outro lado, as parcelas são relativamente grandes tendo em conta que $A_{\max} = 10$ (Tabela 2) e, por isso, o número de *clusters* não admissíveis minimais (versão *path*) e o número de *clusters* admissíveis (versão *cluster*), 314 e 230, respetivamente, não são elevados.

O algoritmo terminou com a obtenção de uma solução ótima com os modelos FA e FAI e apresentou um *gap* superior a 1% ao fim de duas horas com os modelos FB. Ou seja, o plano de exploração ótimo é mais difícil de determinar quando se pretende maximizar o menor volume relativo de madeira a retirar por baldio. Os modelos FA conduziram a planos de exploração com volumes totais de madeira a remover superiores aos obtidos

pelos correspondentes modelos FAI. Assim, as restrições de sustentabilidade dos modelos FAI relativas aos baldios (restrições (22) e (23)) causaram uma redução dos volumes totais ótimos obtidos pelos modelos FA, tendo sido por isso mais restritivas do que as restrições similares relativas à floresta (restrições (10) e (11)) e as restrições de regularidade da receita total (restrições (8) e (9)). Os volumes totais de madeira a remover mais baixos foram obtidos com os modelos FB.

A inclusão das restrições ambientais não diminuiu significativamente o volume ótimo de madeira a remover. Este valor decresceu 0.3% com os modelos FA, 1.6% com FAI e cerca de 1.5% com os modelos FB. Estas pequenas diferenças são explicadas pelo facto de ocorrer um número reduzido de clareiras com área superior a 10 ha nos planos de exploração obtidos com os modelos sem as restrições ambientais. É de salientar também que aquelas restrições não dificultaram a resolução do problema, o que não surpreende, pois o número de variáveis e restrições associadas às versões *path*, *cluster* e *bucket* não é elevado. Apesar das restrições *path* poderem ser menos restritivas, os planos de exploração ótimos obtidos com FA-*path* e FAI-*path* são iguais aos obtidos com as versões correspondentes *cluster* e *bucket*. Os modelos FB não foram resolvidos até à otimalidade, havendo ligeiras diferenças entre os planos de exploração obtidos.

A seguir são apresentados resultados computacionais mais detalhados sobre os modelos FA e FAI com as restrições ambientais. Como estes resultados são comuns às versões *path*, *cluster* e *bucket*, os modelos FA-*path*, FA-*cluster* e FA-*bucket* serão referidos indistintamente por FA-, os modelos FAI-*path*, FAI-*cluster* e FAI-*bucket* por FAI-. Relativamente a FB, são apresentados resultados com uma versão, por não existirem diferenças relevantes entre as versões *path*, *cluster* e *bucket*. Selecionou-se a versão *cluster* para se analisar o impacto das restrições (28). Nas Tabelas 4 a 6 descrevem-se os planos de exploração obtidos com estes modelos, discriminando, por baldio, os tipos de intervenção a realizar (corte raso «CR» ou desbaste «Db»), as idades mínima e máxima das parcelas sujeitas a intervenção no período em que esta ocorre, a área sujeita a intervenção e o volume de madeira a remover em cada ano do horizonte de planeamento.

Tabela 4: Plano de exploração obtido com FA-*path*, FA-*cluster* e FA-*bucket*

Baldio	Intervenção			Volume de madeira a remover (m ³)					
	Tipo	Idades das parcelas (anos)	Área (ha)	2012	2013	2014	2015	2016	Total
Canedo	CR	45	8.4	0	0	3630	0	0	3630
Seirós	CR	46 a 48	24.7	0	2315	0	2746	0	5062
Melhe	CR	43 a 46	28.3	0	6029	0	0	5272	11301
Sta. Marinha	CR	41 a 44	6.9	1053	0	0	1101	0	2154
St. Aleixo	CR	39 a 46	49.0	6199	0	4054	5928	4898	21079
	Db	26 a 39	43.7	0	0	2158	1450	2110	5718
<i>Total</i>			161.0	7252	8344	9842	11225	12280	48944

Observa-se que o volume total de madeira a retirar aumenta ao longo do horizonte de planeamento com FA-. A amplitude total dos volumes de madeira a retirar anualmente em toda a floresta é de 5028 m³. Note-se que as parcelas são ainda bastante jovens em 2012 (Tabela 2) e, por isso, o volume de madeira em pé em cada período é em geral crescente no horizonte de planeamento. Os cortes rasos são responsáveis pela maior parte do volume de madeira a remover (88.3%). Este tipo de intervenção ocorre em 8.4% da área total, em parcelas com idades entre 39 e 48 anos. Como já foi referido, as parcelas que atingem 60% de *SDI* no horizonte de planeamento pertencem ao baldio de St. Aleixo e, por isso, os desbastes ocorrem apenas neste baldio. Este tipo de intervenção realiza-se em parcelas com idades entre 26 e 39 anos, em 3.1% da área total.

Tabela 5: Plano de exploração obtido com FAI-*path*, FAI-*cluster* e FAI-*bucket*

Baldio	Intervenção			Volume de madeira a remover (m ³)					
	Tipo	Idade das parcelas (anos)	Área (ha)	2012	2013	2014	2015	2016	Total
Canedo	CR	38 a 41	7.3	0	0	2452	0	0	2452
Seirós	CR	44	7.6	0	0	1943	0	0	1943
Melhe	CR	42 a 46	37.5	0	6808	0	0	7228	14036
Sta. Marinha	CR	43 a 45	33.4	0	0	5218	0	6217	11435
St. Aleixo	CR	41 a 46	27.3	0	0	3076	4928	4768	12772
	Db	26 a 39	43.7	0	0	2733	810	2110	5653
<i>Total</i>			156.8	0	6808	15422	5738	20323	48291

No plano de exploração ótimo obtido com FAI-, em que as restrições de regularidade da receita total (restrições (8) e (9)) não são consideradas, a distribuição do volume total de madeira a retirar ao longo do horizonte de planeamento é mais irregular do que a observada com FA-. A amplitude total dos volumes de madeira a retirar anualmente em toda a floresta é de 20323 m³. O volume total de madeira a retirar é nulo no primeiro ano, oscila acentuadamente nos anos seguintes, e o maior valor é obtido no último ano. Note-se que, em cada baldio, tem de haver receita em cada triénio (restrições (4)), mas quanto mais tarde se intervém numa parcela maior é o volume de madeira a retirar devido ao crescimento das árvores. Em termos de mercado, a solução proposta por este modelo pode ser uma opção menos adequada por corresponder a picos na oferta de madeira.

Comparando com FA-, observou-se um aumento do volume de madeira a remover de mais de 400% no baldio de Santa Marinha e de cerca de 24% em Melhe. Nos baldios de Canedo, Seirós e Santo Aleixo, o volume total de madeira a remover diminuiu, tendo esta diminuição sido mais acentuada em termos percentuais em St. Aleixo (cerca de 73%).

Tabela 6: Plano de exploração obtido com FB-*cluster*

Baldio	Intervenção			Volume de madeira a remover (m ³)					
	Tipo	Idade das parcelas (anos)	Área (ha)	2012	2013	2014	2015	2016	Total
Canedo	CR	38 a 45	14.9	0	0	5803	0	0	5803
Seirós	CR	47 a 52	18.8	1364	0	0	1191	1394	3949
Melhe	CR	41 a 46	27.4	3702	3690	0	0	3132	10524
Sta. Marinha	CR	41 a 43	28.3	2791	0	3182	3009	0	8981
St. Aleixo	CR	38 a 46	29.6	0	3545	0	4870	4898	13313
	Db	25 a 39	36.5	0	1907	0	1450	1094	4451
<i>Total</i>			155.5	7857	9142	8985	10520	10518	47022

No plano de exploração obtido com FB-*cluster*, há uma distribuição equilibrada da receita total no horizonte de planeamento com tendência para aumentar. A amplitude total dos volumes de madeira a retirar anualmente em toda a floresta é de 2663 m³. Comparando com FA-, observa-se que a quantidade de madeira a remover aumenta nos baldios de Santa Marinha e Canedo, sendo este aumento mais acentuado em termos percentuais em Santa

Marinha (mais de 300%) e diminui nos restantes baldios, com o decréscimo mais acentuado em St. Aleixo (cerca de 67%). Estas alterações causaram uma redução do volume total de madeira a remover de 3%, aproximadamente. A área sujeita ao desbaste diminuiu, pelo facto de uma das parcelas que atinge 60% de *SDI* estar sujeita ao corte raso em vez de ao desbaste.

É de salientar que a idade das parcelas no ano em que são sujeitas ao corte raso é semelhante em todos os modelos.

Na Tabela 7 são apresentados os rácios p_i do volume de madeira a retirar relativamente ao volume máximo que se pode retirar em cada baldio para os planos de exploração descritos nas Tabelas 4 a 7.

Tabela 7: Rácios p_i do volume total de madeira a retirar relativamente ao volume máximo que se pode retirar no horizonte de planeamento

Baldio	FA-	FAI-	FB- <i>cluster</i>
Canedo	0.074	0.050	0.118
Seirós	0.163	0.112	0.108
Melhe	0.138	0.053	0.108
Sta. Marinha	0.025	0.135	0.106
St. Aleixo	0.117	0.146	0.109

Os rácios p_i variam entre 0.106 e 0.118 com *FB-cluster*, entre 0.025 e 0.163 com *FA-* e entre 0.05 e 0.146 com *FAI-*. A variação da amplitude total destes valores (0.012, 0.096 e 0.138 para *FB-cluster*, *FAI-* e *FA-*, respetivamente) reflete a variação do volume total de madeira a remover em toda a floresta nos planos de exploração obtidos (maiores amplitudes estão associadas a maiores volumes).

Nas Tabelas 8 e 9 descrevem-se os baldios em termos de idade média das parcelas, volume em pé e acréscimo anual da produção de madeira no final de 2016, para os planos de exploração apresentados nas Tabelas 4 a 6.

Com os modelos em que as restrições de sustentabilidade são aplicadas globalmente a toda a floresta, *FA-* e *FB-cluster*, observa-se que, em cada baldio, o volume em pé no final do horizonte de planeamento é superior ao volume em pé inicial, o que não acontece com o acréscimo anual da produção de madeira, que é inferior nos baldios de Canedo, Seirós e Santo Aleixo (Tabela 2). Quanto à idade média das parcelas, os valores no final do horizonte de

planeamento que são inferiores aos iniciais estão mais próximos destes com os modelos FAI-, em que as restrições de sustentabilidade são aplicadas individualmente a cada baldio (Tabela 2).

Tabela 8: Descrição sumária dos baldios no final de 2016 para os planos de exploração ótimos obtidos com FA-*path*, FA-*cluster*, FA-*bucket*, FAI-*path*, FAI-*cluster* e FAI-*bucket*

Baldio	Modelos FA-			Modelos FAI-		
	Idade média (anos)	Volume em pé (m ³)	Acrésc. anual madeira (m ³ ano ⁻¹)	Idade média (anos)	Volume em pé (m ³)	Acrésc. anual madeira (m ³ ano ⁻¹)
Canedo	36.5	47674	2656	37.1	48896	2688
Seirós	35.1	31535	2111	40.5	34669	2271
Melhe	29.3	84042	6464	28.1	81154	6311
Sta. Marinha	35.1	80999	5511	31.2	71454	5029
St. Aleixo	31.9	136299	9090	33.8	145807	9544
<i>Total</i>	-	380549	25832	-	381980	25843

Tabela 9: Descrição sumária dos baldios no final de 2016 para o plano de exploração obtido com FB-*cluster*

Baldio	Modelo FB- <i>cluster</i>		
	Idade média(anos)	Volume em pé (m ³)	Acrésc.anual madeira (m ³ ano ⁻¹)
Canedo	34.3	45247	2527
Seirós	36.9	32599	2167
Melhe	29.5	84365	6480
Sta. Marinha	32.0	73273	5121
St. Aleixo	33.7	146425	9536
<i>Total</i>	-	381909	25831

A Figura 3 apresenta, como exemplo, o mapa do baldio de St. Aleixo com o plano de exploração ótimo obtido com os modelos FA-.

As restrições de sustentabilidade e as restrições ambientais estão ambas relacionadas com a proteção da floresta. Para avaliar a importância das restrições de sustentabilidade no problema da gestão dos baldios, foi feito um estudo com todos os modelos em que uma ou ambas as restrições de sustentabilidade foram eliminadas. A Tabela 10 sumariza os resultados obtidos com os modelos FAI-. Os resultados obtidos com as formulações FA- e FB-*cluster* são semelhantes aos de FAI- e, por isso, não são apresentados.

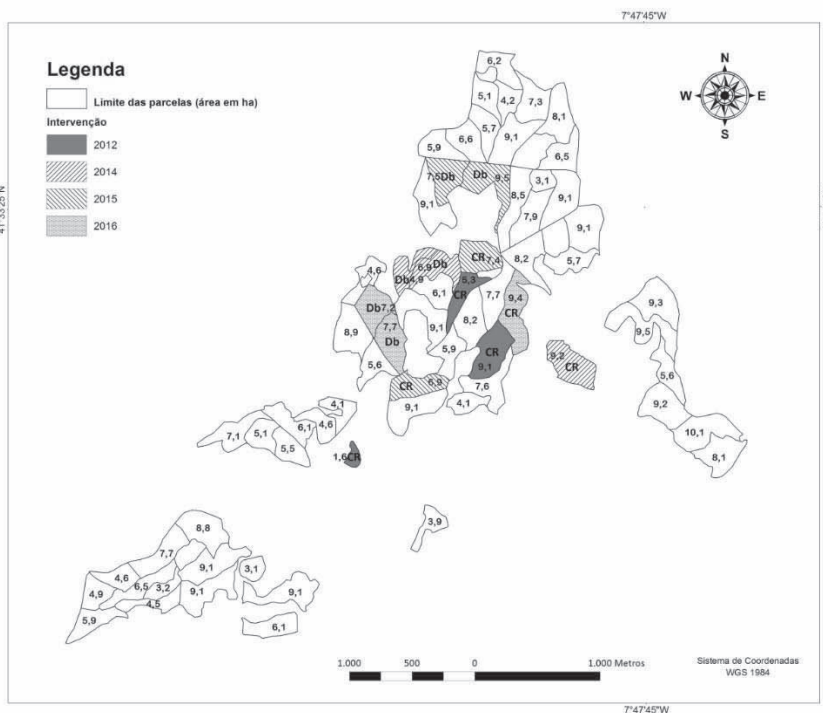


Figura 3: Plano de exploração ótimo para o baldio de St. Aleixo obtido com FA-*path*, FA-*cluster* e FA-*bucket*. As áreas das parcelas e os tipos de intervenção (CR – corte raso e Db - desbaste) são apresentadas

Tabela 10: Influência das restrições de sustentabilidade nos planos de exploração obtidos com FAI-*path*, FAI-*cluster*, FAI-*bucket*

Modelo FAI-	Volume removido (m ³)	Área desbaste (ha)	Área corte raso (ha)	Idade média final (anos)	Vol. em pé final (m ³)	Acrésc. anual madeira final (m ³ ano ⁻¹)
FAI-	48291	43.7	113.1	32.9	381979	25842
FAI- s/(23)	101598	35.9	299.7	28.2	327499	22181
FAI- s/(22)	48291	43.7	113.1	32.9	381979	25842
FAI- s/(22) e s/(23)	325204	14.1	1138.5	7.7	71615	5006

Observa-se que sem as restrições do acréscimo anual da produção de madeira (restrições (23)), as intervenções por corte raso acentuam-se e por desbaste diminuem, com consequências para a idade média, o volume em pé e o acréscimo anual no final do horizonte de planeamento, que diminuem.

Com as restrições do acréscimo anual e sem as restrições do volume em pé (restrições (22)), não há alterações. As restrições do acréscimo anual mostraram-se, assim, mais efetivas para garantir a persistência das áreas de floresta nos baldios. A diminuição mais acentuada da idade média das parcelas, do volume em pé e do acréscimo anual da produção de madeira no final do horizonte de planeamento ocorreu sem as duas restrições, parecendo assim que ambas as restrições são importantes para garantir uma floresta mais sustentável.

Como já foi referido, pode ser operacionalmente vantajoso restringir, para cada ano, o número de clareiras a formar, isto é, o número de regiões sujeitas ao corte raso. Na Tabela 11 apresenta-se, para cada baldio, o número de clareiras a formar no horizonte de planeamento, para os planos de exploração descritos nas Tabelas 4 a 6.

Tabela 11: Número de clareiras a formar no horizonte de planeamento, para os planos de exploração ótimos obtidos com FA-, FAI- e FB-cluster

Baldio	FA-					FAI-					FB-cluster				
	2012	2013	2014	2015	2016	2012	2013	2014	2015	2016	2012	2013	2014	2015	2016
Canedo	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	3	0	0
Seirós	0	2	0	2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
Melhe	0	2	0	0	2	0	3	0	0	3	2	1	0	0	1
Sta. Marinha	1	0	0	1	0	0	0	3	0	3	1	0	2	1	0
St. Aleixo	3	0	1	2	1	0	0	1	2	1	0	2	0	2	1
<i>Total</i>	4	4	2	5	3	0	3	7	2	7	4	3	5	4	3

Apesar das soluções obtidas com os modelos FA-, FAI- e FB-cluster não apresentarem, em geral, muitas clareiras, efetuaram-se alguns testes computacionais com a versão *cluster* para analisar o impacto das restrições (28). Atendendo a que nas soluções obtidas o maior número de clareiras a formar por ano e por baldio é três, considerou-se $N_{cla}_{max} = 2$. Na Tabela 12 apresenta-se o volume total de madeira a remover no horizonte de planeamento e a Tabela 13 indica, para cada baldio, o número de clareiras a formar em cada ano, relativamente aos planos de exploração ótimos obtidos. O modelo FB-cluster não foi resolvido até à otimalidade, tendo o algoritmo de *branch-and-bound* terminado com um *gap* de 1.03% ao fim de 7200 segundos.

Tabela 12: Volume total de madeira a remover no horizonte de planejamento, em que

$$Ncla_{max} = 2$$

Baldio	Tipo de intervenção	Volume de madeira a remover (m ³)		
		FA-cluster + (28)	FAI-cluster + (28)	FB-cluster + (28)
Canedo	CR	3630	2452	5821
Seirós	CR	5062	1943	4048
Melhe	CR	11301	13682	10524
Sta. Marinha	CR	2209	11425	9140
St. Aleixo	CR	21047	12772	12401
	Db	5635	5653	5570
<i>Total</i>		48884	47927	47504

Tabela 13: Número de clareiras a formar no horizonte de planejamento, em que $Ncla_{max} = 2$

Baldio	FA-cluster + (28)					FAI-cluster + (28)					FB-cluster + (28)				
	2012	2013	2014	2015	2016	2012	2013	2014	2015	2016	2012	2013	2014	2015	2016
Canedo	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	0	0
Seirós	0	2	0	2	0	0	0	1	0	0	0	2	0	1	0
Melhe	0	2	0	0	2	2	0	0	2	2	2	1	0	0	1
Sta. Marinha	1	0	0	1	0	0	0	2	2	2	0	1	0	2	1
St. Aleixo	2	0	2	2	1	0	0	1	2	1	2	0	1	2	1
<i>Total</i>	3	4	3	5	3	2	0	6	6	5	4	4	3	5	3

Comparando com os resultados apresentados nas Tabelas 4 a 6, observa-se que o volume total de madeira a remover reduziu ligeiramente em relação aos modelos FA-cluster e FAI-cluster (cerca de 0.6%) e aumentou cerca de 1% em relação a FB-cluster. De notar que com FB-cluster, o algoritmo de *branch-and-bound* terminou com um gap inferior ao registado sem as restrições (28) (Tabela 3). Comparando com os resultados da Tabela 11, observa-se que em alguns baldios aparecem clareiras em anos em que não tinham sido propostos cortes rasos.

Foram também efetuados testes computacionais considerando $A_{max} = 20$ ha. Neste caso, em que há maior flexibilidade na formação das clareiras, obtiveram-se planos de exploração com menos e maiores clareiras por ano e por baldio.

Como seria de esperar, os planos de exploração obtidos com os modelos propostos têm características diferentes entre si e, por isso, podem satisfazer de

forma diferente os interesses e expectativas das entidades envolvidas na gestão dos baldios. Para descrever resumidamente o plano de exploração ótimo associado a cada modelo, selecionaram-se as seguintes seis características principais: 1) maximização da explorabilidade ao nível da floresta, 2) uniformização da explorabilidade ao nível dos baldios, 3) manutenção da sustentabilidade ao nível da floresta, 4) manutenção da sustentabilidade ao nível dos baldios, 5) regularização da receita no horizonte de planeamento e 6) limitação do número de clareiras a formar por ano e por baldio. As duas primeiras características estão associadas aos objetivos (1) e (21), respetivamente, e são avaliadas pelo volume de madeira a remover em toda a floresta no horizonte de planeamento (caraterística 1) e pela amplitude total dos valores do rácio entre o volume total de madeira a remover e o volume máximo de madeira que se pode remover no horizonte de planeamento para os diversos baldios (caraterística 2). As terceira e quarta características estão associadas às restrições de sustentabilidade (10) – (11) e (22) – (23), respetivamente. Um modelo tem cada uma destas características se garantir que as restrições correspondentes são satisfeitas. A quinta característica está associada às restrições (8) – (9) e pode ser avaliada pela amplitude total dos volumes anuais de madeira a remover em toda a floresta. A caraterística 6 está associada às restrições (28) e tem a ver com a possibilidade da formulação contabilizar e limitar o número de clareiras a formar por ano e por baldio.

A Tabela 14 descreve as características principais dos planos de exploração ótimos obtidos com os diversos modelos. As características associadas a cada modelo estão assinaladas com «✓». Não há nenhuma formulação que tenha todas as características. As formulações que maximizam a explorabilidade ao nível da floresta (modelos FA e FAI) não asseguram uma uniformização da explorabilidade ao nível dos baldios (modelos FB) e vice-versa. É evidente que as formulações que garantem a sustentabilidade ao nível dos baldios também asseguram a sustentabilidade ao nível da floresta (modelos FAI), mas o recíproco não é verdade (modelos FA e FB). Os modelos FAI não asseguram a regularidade da receita no horizonte de planeamento e os modelos nas versões *path* ou *bucket* não limitam o número de clareiras a formar por ano e por baldio.

Tabela 14: Características principais dos planos de exploração ótimos obtidos com os modelos FA, FB e FAI nas versões *path*, *cluster* e *bucket*. As características associadas a cada modelo estão assinaladas com «✓»

Caraterística	FA- <i>cluster</i>	FB- <i>cluster</i>	FAI- <i>cluster</i>	FA- <i>path/bucket</i>	FB- <i>path/bucket</i>	FAI- <i>path/bucket</i>
Maximização da explorabilidade ao nível da floresta	✓		✓	✓		✓
Uniformização da explorabilidade ao nível dos baldios		✓			✓	
Manutenção da sustentabilidade ao nível da floresta	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Manutenção da sustentabilidade ao nível dos baldios			✓			✓
Regularização da receita no horizonte de planeamento	✓	✓		✓	✓	
Limitação do número de clareiras a formar por ano e por baldio	✓	✓	✓			

8. Conclusões

O objetivo deste trabalho consistiu em propor uma ferramenta útil para apoiar a gestão dos baldios de pinheiro bravo localizados no concelho de Ribeira de Pena, na região Norte de Portugal. A gestão destes baldios, da responsabilidade dos órgãos gestores eleitos pelas Assembleias de Compartes e do ICFN, foi feita até há bem pouco tempo de forma essencialmente empírica. A descrição do problema da gestão dos baldios resultou de um processo interativo com técnicos das entidades gestoras, que também colaboraram na recolha e tratamento dos dados. Durante este processo, apresentaram-se e discutiram-se soluções de problemas de otimização que iam sendo ajustados de forma a contemplar os interesses e as expetativas daquelas entidades.

A ferramenta proposta neste trabalho consiste em modelos de programação linear inteira que otimizam o plano de exploração dos baldios para períodos de cinco anos. Escolheu-se maximizar o volume de madeira a retirar, em vez de uma expressão financeira do resultado da exploração, porque, para o caso

de estudo, o preço da madeira mantém-se aproximadamente constante. Em alternativa, propôs-se maximizar o menor volume relativo de madeira a retirar por baldio. Consideraram-se restrições de natureza silvícola, operacional, organizacional, ambiental e, ainda, restrições de sustentabilidade, diretamente relacionadas com a persistência das áreas de floresta nos baldios. Propôs-se aplicar as restrições de sustentabilidade globalmente a toda a floresta ou individualmente a cada baldio. As restrições ambientais, que limitam as áreas das clareiras, foram formuladas de acordo com os modelos básicos *path*, *cluster* e *bucket* descritos na literatura. O plano de exploração ótimo é mais difícil de determinar quando se pretende maximizar o menor volume relativo de madeira retirada por baldio. As restrições ambientais não dificultaram a resolução dos modelos, dada a dimensão da área de estudo ser média e as parcelas terem áreas relativamente grandes.

Alguns dos planos de exploração obtidos pelos modelos propostos foram adotados pelas entidades gestoras dos baldios, com benefícios imediatos, nomeadamente em termos da exploração de madeira, não colocando em risco a sustentabilidade e as condições ambientais da floresta. Certamente que terá sido necessário fazer adaptações pontuais, para ultrapassar imprevistos próprios das atividades desenvolvidas em espaços abertos. Seria desejável no futuro generalizar o uso destas abordagens para fundamentar as opções de base dos Planos de Gestão Florestal nas áreas públicas e comunitárias. As Associações Florestais e os Gabinetes Técnicos Florestais das Câmaras Municipais, com responsabilidades na elaboração dos PGF, são constituídos maioritariamente por técnicos da área da Engenharia Florestal que saberão interpretar e ajustar as soluções obtidas.

Relativamente à área de estudo, seria desejável fazer uma divisão mais detalhada dos baldios, de forma a obter parcelas com menores dimensões e, assim, tornar a gestão daquela área mais flexível. Os princípios orientadores de gestão traduzidos neste trabalho revelam uma atitude cuidadosa relativamente à extração da madeira ao longo do horizonte de planeamento (devido às restrições de sustentabilidade e ambientais). Após a concretização dos cinco anos para os quais se fez o planeamento, poder-se-á colocar a questão da necessidade de contribuir para a regularização da distribuição das classes de

idade das parcelas, tornando mais efetiva a persistência das áreas de floresta nos baldios. As abordagens propostas não têm em conta riscos provenientes de fatores de incerteza como por exemplo os incêndios. O risco de incêndio também depende de fatores inerentes às características das parcelas, podendo por isso ser modificado através das decisões de gestão. Como os incêndios são cada vez mais frequentes e devastadores em Portugal, seria desejável incorporar o risco de incêndio nestas abordagens.

Agradecimentos

Os autores gostavam de salientar o apoio dado pelos técnicos do ICNF diretamente ligados à gestão da área de estudo, nomeadamente o Eng.º Rogério Rodrigues (Diretor Regional das Florestas do Norte) e o Eng.º António Martinho (Chefe da Unidade de Gestão Florestal do Tâmega); ao nível das Unidades de Baldio, o apoio dado pelos Órgãos cogestores, Presidentes dos Conselhos Diretivos dos Baldios de Melhe e de Seirós e Presidentes das Freguesias de Canedo, Santo Aleixo e Santa Marinha; e o apoio dado pela AFRP e pelo Município de Ribeira de Pena, cujo técnico (coautor desta publicação) participou no desenvolvimento deste trabalho, no âmbito de provas académicas; o apreço ao Prof. Cat. Carlos Pacheco Marques (UTAD), pela coordenação dos inventários florestais realizados na área de estudo, e o agradecimento aos alunos de Eng. Florestal da UTAD envolvidos na recolha de informação. Os autores gostavam de agradecer aos dois revisores pelos importantes comentários e sugestões que contribuíram para melhorar este documento.

ANEXO

A tabela A1 indica as dimensões dos modelos FA, FB e FAI. A tabela A2 indica o número máximo de restrições *path* e variáveis *cluster*, e a tabela A3 o número máximo de restrições e variáveis *bucket*. $|V|$, $|B|$, $|T|$ e $|N|$ denotam o número total de parcelas da área de estudo, o número de baldios, o número de períodos e o número de cliques maximais do grafo que representa a floresta, respetivamente.

Tabela A1: N° máximo de restrições e variáveis das formulações FA, FB e FAI ($|\mathbf{B}| \leq |V|$)

Formulação	N° max. restrições	N° max. variáveis
FA	$5 V + 5 \mathbf{B} T + 2 T $	$ V T + \mathbf{B} T + \mathbf{B} $
FB	$5 V + 6 \mathbf{B} T + 2 T $	$ V T + \mathbf{B} T + \mathbf{B} + 1$
FAI	$5 V + 5 \mathbf{B} T + 2$	$ V T + \mathbf{B} T + \mathbf{B} $

Tabela A2: N° máximo de restrições *path* e variáveis *cluster*. *NCN* - número máximo de parcelas dos *clusters* não admissíveis minimais; *NC* - número máximo de parcelas dos *clusters* admissíveis

N° max.	
Restrições <i>path</i>	$ T \sum_{k=1}^{NCN} \binom{ V }{k}$
Variáveis <i>cluster</i>	$ T \sum_{k=1}^{NC} \binom{ V }{k}$

Tabela A3: N° máximo de restrições e variáveis *bucket* ($|\mathcal{S}| \in O(|V|)$ num grafo planar, Diestel 2000)

Formulação	N° max.
Restrições <i>bucket</i>	$2 V T + \mathcal{S} T + 5 \mathcal{S} V T + V ^2 T $
Variáveis <i>bucket</i>	$ V ^2 T + \mathcal{S} V T $

BIBLIOGRAFIA

BARE, Bruce, Application of operation research and forest management: a survey, Quantitative science paper 26, Center for quantitative science in Forestry, Fisheries and Wildlife. University of Washington, 1971.

BENTO, João Santos, *Oferta sustentada de material lenhoso de pinheiro bravo, uma aplicação a nível nacional*. Tese de Doutoramento apresentada à Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 1994.

CLUTTER, Jerome L., Fortson, James e Pienaar, Leon, MAX MILLION II – *A computerized forest management planning system, user's manual*, School of Forest Resources, University of Georgia, 1978.

CONSTANTINO, Miguel, Martins, Isabel e Borges, José Calvão, "A new mixed integer programming model for harvest scheduling subject to maximum area restrictions", *Operations Research* 56(3), 2008, pp. 542-551.

CROWE, Kevin, Nelson, John, Boyland, Mark, "Solving the area-restricted harvest-scheduling model using the branch and bound algorithm", *Canadian Journal of Forest Research* 33(9), 2003, pp. 1804-1814.

DIESTEL, Reinhard, *Graph Theory. Graduate texts in Mathematics*, Edição 2, Springer, 2000.

FONSECA, Teresa Fidalgo, Parresol, Bernard, Marques, Carlos Pacheco e de Coligny, François, *Models to implement a sustainable forest management – an overview of the ModisPinaster model*, Sustainable Forest Management / Book 1.InTech - Open Access Publisher, 2012a.

FONSECA, Teresa Fidalgo, Cerveira, Adelaide e Mota, Artur, "An integer programming model for a forest harvest problem in *Pinus pinaster* stands", *Forest Systems* 21 (2), 2012b, pp. 272-283.

GOYCOOLEA, Marcos, Murray, Alan T., Vielma, Juan Pablo e Weintraub, Andres, "Evaluating approaches for solving the area restricted model in harvest scheduling", *Forest Science* 55(2), 2009, pp. 149-165.

GOYCOOLEA, Marcos, Murray, Alan T., Barahona, Francisco, Epstein, Rafael e Weintraub, Andres, "Harvest scheduling subject to maximum area restrictions: exploring exact approaches", *Operations Research* 53(3), 2005, pp. 90-500.

IVERSON, David, Alston, Richard, *The genesis of FORPLAN: a historical and analytical review of Forest Service planning models*, General Technical Report, INT-214. US Forest Service. Intermountain Research Station, 1986.

KENT, B., J. Kelly, W. Flowers, Jr, *Experience with the solution of USDA Forest Service FORPLAN models. The 1985 Symposium on Systems Analysis in Forest Resources*, Ed. P. Dress, R. Field, 1-19, The Georgia Center for Continuing Education, 1987.

LUIS, Jaime Sales e Fonseca, Teresa Fidalgo, "The allometric model in the stand density management of *Pinus pinaster* Ait. in Portugal", *Annals of Forest Science* 61, 2004, pp. 1-8.

MARQUES, Carlos Pacheco, "Evaluating site quality of even-aged maritime pine stands in northern Portugal using direct and indirect methods", *Forest Ecology Management* 41(3-4), 1991, pp.193-204.

MARTINS, Isabel, Alvelos, Filipe e Constantino, Miguel, "A branch-and-price approach for harvest scheduling subject to maximum area restrictions", *Computational Optimization and Applications* 51(1), 2012, pp. 363-385.

MARTINS, Isabel, Constantino, Miguel e Borges, José Calvão, "A column generation approach for solving a non-temporal forest harvest model with spatial structure constraints", *European Journal of Operational Research* 161(2), 2005, pp. 478-498.

MARTINS, Isabel, Constantino, Miguel e Borges, José Calvão, 1999. *Forest management models with spatial structure constraints*, Working Paper No. 2/1999, Centro de Investigação Operacional, Faculdade de Ciências de Lisboa, 1999.

MCDILL, Mark E., Rebain, Stephanie A. e Braze, Janis, "Harvest scheduling with area-based adjacency constraints", *Forest Science* 48(4), 2002, pp. 631-642.

MOREIRA, Adelina Mónica e Fonseca, Teresa, "Tabela de produção para o Pinhal do Vale do Tâmega", *Silva Lusitana* 10, 2002, pp. 63-71.

MOTA, Artur, *Plano de exploração para Pinus pinaster Ait. dos baldios de Ribeira de Pena, Perímetro Florestal do Barroso*. Tese de Mestrado apresentada à Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2011.

MURRAY, Alan T. e Weintraub, Andrés, "Scale and unit specification influences in harvest scheduling with maximum area restrictions", *Forest Science* 48(4), 2002, pp. 779-789.

MURRAY, Alan T. e Snyder, Stephanie., "Spatial modeling in forest management and natural resource planning", *Forest Science* 46(2), 2000, pp. 153-156.

MURRAY, Alan T., "Spatial restrictions in harvest scheduling", *Forest Science* 45(1), 1999, pp. 45-52.

NAVON, Daniel I., 1971, *Timber RAM a long-range planning method for commercial timber lands under multiple-use management*, Research paper PSW-70, U.S. Forest Service. Pacific Southwest Forest Range Experiment Station, 1971.

REINEKE, Lester Henry, "Perfecting a stand-density index for even-aged forests", *Journal of Agricultural Research*, 46, 1933, pp. 627-638.

VIELMA, Juan Pablo, Murray, Alan T., Ryan, David M., Weintraub, Andrés, "Improving computational capabilities for addressing volume constraints in forest harvest scheduling problems", *European Journal of Operational Research* 176(2), 2007, pp. 1246-1264.