

MARTIM PORTUGAL V. FERREIRA  
Coordenação

# A Geologia de Engenharia e os Recursos Geológicos

VOL. 1 • GEOLOGIA DE ENGENHARIA



Coimbra • Imprensa da Universidade

## APLICAÇÃO DO MODELO HIPERBÓLICO NO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE UM SOLO RESIDUAL GRANÍTICO

ANDRADE PAIS, LUÍS JOSÉ<sup>1</sup>

**PALAVRAS CHAVE:** solo residual, estruturação, modelo hiperbólico.

**KEY WORDS:** residual soil, bonding, hyperbolic model.

### RESUMO

Tenta-se aplicar o modelo de comportamento hiperbólico à deformação experimental de um solo residual por formulação matemática, mesmo considerando a forte heterogeneidade nas suas propriedades, com a aproximação através de métodos estatísticos. Tendo por base que o solo é um corpo contínuo e adoptando métodos próprios para a análise das distorções influenciadas por deformações volumétricas, torna-se necessário ter um sistema para a análise do comportamento do solo desde o início do carregamento até à rotura, assumindo que o comportamento plástico dos solos é muito complicado.

Adopta-se a lei hiperbólica, por meio de ajustamentos da escala das deformações à curva de tensão-deformação teórica, por via de formulações empíricas alternativas e através de parâmetros correctivos; a convergência é forçada em pontos singulares da curva experimental, com a combinação de valores de rigidez em vários estágios de deformação (JARDINE *et al.*; SHIBUYA *et al.*, 1991) citados por VIANA DA FONSECA (1988). A modelação hiperbólica permite reproduzir os valores dos módulos de deformabilidade tangente inicial, de modo consistente em condições  $K_0 \leq 1$ , mas assume dificuldades de ajustamento à curva experimental quando o provete conserva alguma estruturação.

---

<sup>1</sup> Universidade da Beira Interior – DEC, Edifício 2 das Engenharias, Calçada da Fonte do Lameiro; 6201-001 Covilhã.

## ABSTRACT: The Hyperbolic modelling applied to the mechanical behaviour of a residual granitic soil

It is attempted to apply the hyperbolic model to the mechanical behaviour of a residual granitic soil, despite its heterogeneity, using a mathematical formulation with the support of statistical methods. Considering that the soil is a continuous body, adequate methods are used for the analysis of the distortion with its induced significant volumetric counterpart. It is considered necessary to have a system for the analysis of the behaviour of the soil from the beginning of the loading to the rupture assuming that the elasto-plastic behaviour of the soil is complex.

The hyperbolic law is used through adjustments of the deformations introducing corrective parameters to the theoretical stress-strain curve forcing the approximation of the theoretical and experimental curves. The convergence is forced in singular points of the experimental curve, with the combination of rigidity values in several deformation stages (JARDINE *et al.*; SHIBUYA *et al.*, 1991) as mentioned by VIANA DA FONSECA (1988). The hyperbolic modelling allows to reproduce the values of the modules of the initial deformability tangent in a consistent way, under the conditions of  $K_0 \leq 1$ . It is reported that this adjustments are more difficult if the sample keeps being structured.

### 1. MODELO HIPERBÓLICO

O modelo hiperbólico é de fácil utilização com parâmetros que, embora não reproduzam correctamente as condições in-situ por não satisfazerem as condições anisotrópicas, têm significado físico. É válido para tensões de pico do critério de rotura  $(\sigma'_1 - \sigma'_3)_{\text{máx}}$  (ALMEIDA e SOUSA, 1996) citado por VIANA DA FONSECA (1996). HARDIN e os seus colaboradores (1970) usaram para representar as curvas de tensões – deformações uma hipérbole do tipo:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_a}{a + b\epsilon_a}$$

228

sendo  $\epsilon_a/(\sigma_1 - \sigma_3) = a + b\epsilon_a$  uma recta cujos módulos de deformabilidade inferidos desta variação hiperbólica com a extensão axial ( $\epsilon_a$ ) dependem do grau de regressão dos troços de curva, para dedução dos parâmetros modeladores.

Atendendo que as curvas tensão – extensão axial ( $\sigma - \epsilon$ ) se aproximam de uma hipérbole, considerando-se a rigidez dada por incrementos, temos:

$\sigma = \epsilon/a$ , para pequenas deformações e  $\sigma = 1/b$ , para grandes deformações, com a tensão máxima de compressão a ser atingida antes da curva tender assintoticamente para a tensão desviatória última, para uma margem de 0,7 a 0,9, para o coeficiente de rotura ( $R_f$ ) (fig. 1).

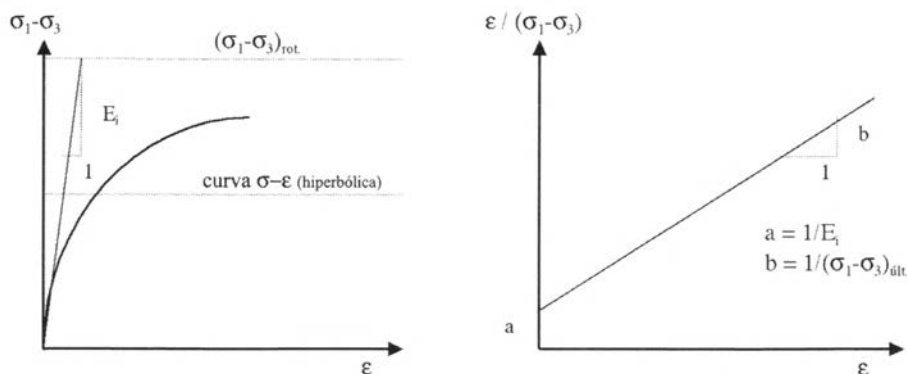


Fig. 1 – Representação hiperbólica da curva tensão – deformação, modelo hiperbólico (KONDNER *et al.*, 1963), citado por VIANA DA FONSECA em 1988.

Demonstra-se a aplicabilidade do modelo hiperbólico na análise de elementos finitos e estabelece-se uma metodologia para determinar os parâmetros  $a$  e  $b$ , relacionados com o módulo de deformabilidade e a tensão última ou assintótica, a partir dos resultados dos ensaios triaxiais, (ANDRADE PAIS, 1998). O valor  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{ult}}$ , determina-se a partir dos ensaios triaxiais por assimilação hiperbólica, relacionando-se com  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{rot}}$ , por:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{rot}} = R_f (\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{ult}},$$

sendo,  $R_f$  o coeficiente de rotura que pode variar entre 0,5 e 0,9, (VIANA DA FONSECA 1988).

## 2. MODELAÇÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS TRIAXIAIS SIMPLES “CID” E “CIU” EM AMOSTRAS ESTRUTURADAS DE SOLO RESIDUAL GRANÍTICO - LPC(I).

Trata-se os valores dos ensaios triaxiais de modo a obter uma relação entre o módulo de deformabilidade tangente e o estado de tensão em causa. Nos ensaios de corte não drenados em provetes saturados com medição da pressão de água nos poros (CIU), o volume do provete mantém-se constante, considerando os valores do coeficiente Poisson constantes e iguais a 0,5.

Neste tipo de solo residual granítico que preserva a estrutura da rocha original, pode haver três comportamentos distintos do alinhamento hiperbólico, devido à cedência da estruturação durante o corte a diferentes tensões efectivas de confinamento, tanto nos ensaios drenados como nos ensaios não drenados:

–  $E_{hi}$  (0-12 a 14%) de  $q_f$  – módulo deduzido a partir da zona de baixas tensões distorcionais aplicadas, pela baixa extensão axial ainda incrementada, pelo que a estruturação estará em grande parte ainda preservada.

–  $E_{hf1}$  (32-55%) de  $q_f$  – módulo deduzido a partir de um estado distorcional correspondente a  $K_0=0,5$  (VIANA DA FONSECA, 1996), onde os valores alinham hiperbolicamente sobre a forma da recta  $\epsilon_a/(\sigma_1-\sigma_3)=a + b\epsilon_a$ .

–  $E_{hf2}$  (75-90%) de  $q_f$  – correspondente ao módulo de deformabilidade perto da rotura, impondo uma extensão axial em que os valores aqui deduzidos para a tangente inicial, estarão fortemente afectados pela desestruturação na fase de consolidação (caso de “CIU200”, “CIU400” e “CID300”), para os quais a tensão isotrópica de consolidação ( $\sigma_c$ ) é superior à tensão de desestruturação do solo residual, que se situa neste caso para  $\sigma_c$  entre 120 e 200 kPa.

Recorreu-se à correlação linear do tipo da figura 1, através do método dos mínimos quadrados; os passos dados e resultados estão indicados na Tabela I.

Um melhor ajustamento final, de modo que a assíptota horizontal  $q = (\sigma_1-\sigma_3)_{\text{último}}$  da hipérbole se ajuste à curva experimental na parte final, foi forçado com a utilização da resistência última correspondente à extensão axial de 16%. A rigidez estrutural é subestimada para tensões de consolidação baixas, quando se recorre à instrumentação externa e o crescimento do módulo de deformabilidade tangente inicial ( $E_i=1/a$ ) é menos acentuado por este facto. A dependência da tensão efectiva de consolidação parece ser menos sensível ao tipo de instrumentação (VIANA DA FONSECA, 1996). A amostragem não garante a integridade estrutural neste tipo de solo, o que aliado à instrumentação externa no ensaio, leva a que o módulo de rigidez tangencial ( $E_i$ ) seja determinado no ramo rectilíneo dos primeiros incrementos. A selecção deste ramo é importante na influência de  $E_i$ , pela resposta constitutiva (LADE, 1988).

Para as tensões efectivas de consolidação isotrópica superiores, e após se ter vencido a reserva estrutural, o ajustamento é melhor, verificando-se por vezes dificuldade para o ajustamento assíptótico para a tensão última  $[(\sigma_1-\sigma_3)_{\text{últ}}=1/b]$ .

Tabela I – Parâmetros da modelação hiperbólica para os ensaios “CIU” e “CID” para a amostra LPC(I), estruturada.

$\sigma'_c$ (kPa)	CIU (I)					CID (I)		
	50		100		200	400		600
	75-90% de $q_f$	75-90% de $q_f$	0-12% de $q_f$	75-90% de $q_f$	75-90% de $q_f$	32-55% de $q_f$	0-14% de $q_f$	75-90% de $q_f$
a (1/Pa)	8,48E-05	9,28E-05	3,81E-05	3,63E-05	2,31E-05	7,04E-05	1,69E-04	6,37E-05
b (1/kPa)	8,73E-03	5,18E-03	8,18E-03	3,38E-03	2,32E-03	6,71E-03	5,37E-03	1,64E-03
r	0,9984	0,9965	0,9979	0,9999	0,99945	0,998	0,978	0,986
$E_i=1/a$ (kPa)	11792,5	10775,9	26267,4	27548,2	43290,4	14204,5	5917,2	1598,68
$(\sigma_1-\sigma_3)_{\text{últ}}=1/b$ (kPa)	114,54	193,05	122,18	295,86	431,03	149,03	186,21	609,76
$(\sigma_1-\sigma_3)_{\text{últ}}$ (kPa)	98,79	157,11	141,32	225,35	310,02	121,57	97,35	423,86
$\epsilon_a$ (%)	16	16	16	15	15	16	16	16
$(\sigma_1-\sigma_3)_{\text{rot}}$ (kPa)	106,17	175,35	175,35	268,96	375,37	135,02	135,02	510,43
$R_f$	0,93	0,9	0,9	0,87	0,87	0,9	0,72	0,83

Deve-se tal facto, em grande medida, à não linearidade destes materiais residuais (VIANA DA FONSECA, 1996), particularmente para níveis distorcionais elevados. Seguem-se as curvas comparadas dos resultados dos ensaios triaxiais e as modeladas hiperbolicamente.

Para “CIU50” (fig. 2) é ténuo o efeito da estrutura, por defeitos ou erros de contrapressão e/ou heterogeneidade dos provetes, com distúrbios da amostra que a faz aproximar do comportamento mecânico de uma amostra do mesmo solo mas desestruturada, sendo contudo incipiente um primeiro ramo rectilíneo inicial para baixas extensões axiais, mais visível em “CIU100” e “CID60” (fig. 3 e 4). Na modelação hiperbólica verifica-se que a curva do ensaio realizado “CIU”, para a tensão efectiva de consolidação de 100 kPa, dá um mau ajustamento (fig. 3).

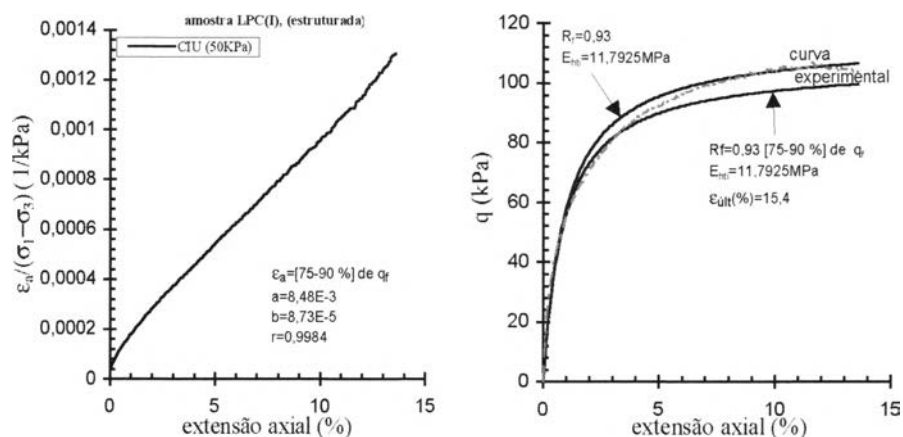


Fig. 2 – Variação de  $q$ , com a extensão axial e a modelação hiperbólica do provete ensaiado “CIU” para a tensão efectiva de consolidação isotrópica de 50 kPa.

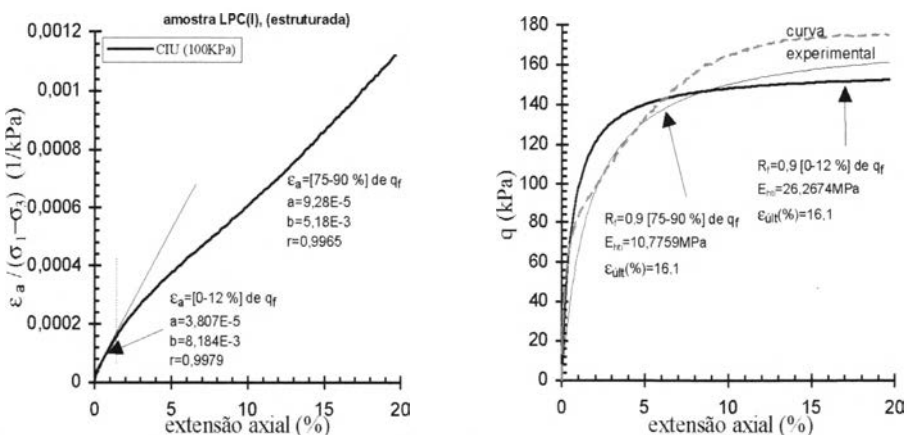


Fig. 3 – Variação de  $q$ , com a extensão axial e a modelação hiperbólica do provete ensaiado “CIU” para a tensão efectiva de consolidação isotrópica 100 kPa.

A não linearidade para os ensaios de corte, com tensões de consolidação isotrópica de  $\sigma'_c=50$ ,  $\sigma'_c=60$  (drenado-CID) e  $\sigma'_c=100$  kPa, resulta do comportamento constitutivo destes materiais residuais, para níveis distorcionais mais reduzidos, enquanto a estrutura se encontra preservada (fig. 2 a 4).

Para as tensões efectivas de consolidação superiores a 100kPa, depois de vencida a resistência devida à estruturação, o ajustamento é melhor, verificando-se por vezes dificuldade no ajustamento para a tensão última ( $(\sigma'_1-\sigma'_3)_{ult}$ ). Tal facto deve-se em grande medida à não linearidade do comportamento constitutivo destes materiais residuais, particularmente para extensões elevadas (fig. 5 a 7).

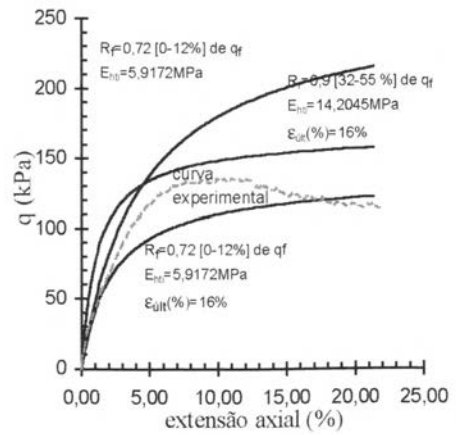
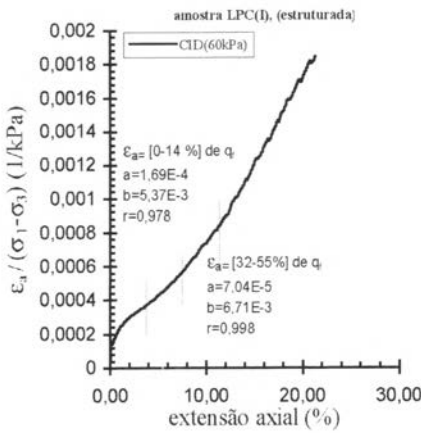


Fig. 4 – Variação de  $q$ , com a extensão axial e a modelação hiperbólica do provete ensaiado “CID” para a tensão efectiva de consolidação isotrópica 60 kPa.

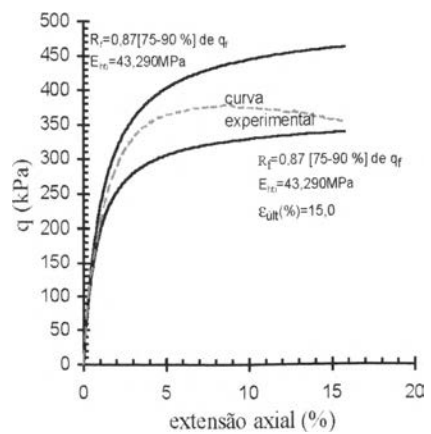
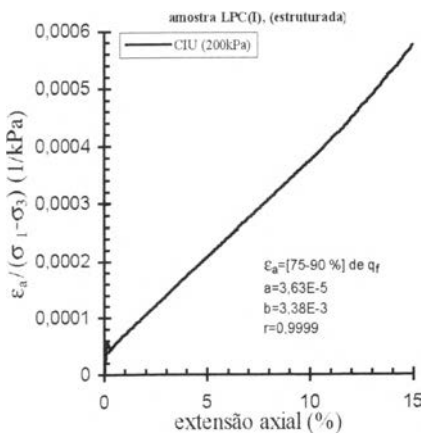


Fig. 5 – Variação de  $q$ , com a extensão axial e a modelação hiperbólica do provete ensaiado “CIU” para a tensão efectiva de consolidação isotrópica 200 kPa.

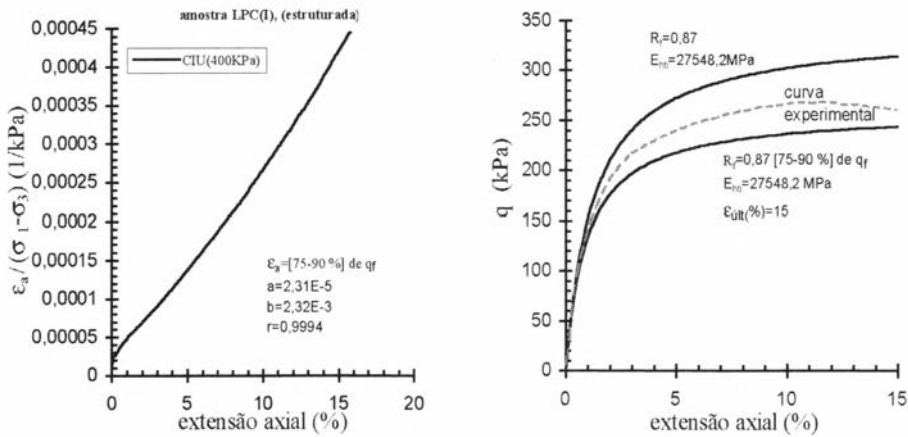


Fig. 6 – Variação de  $q$ , com a extensão axial e a modelação hiperbólica do provete ensaiado “CIU” para a tensão efectiva de consolidação isotrópica 400 kPa.

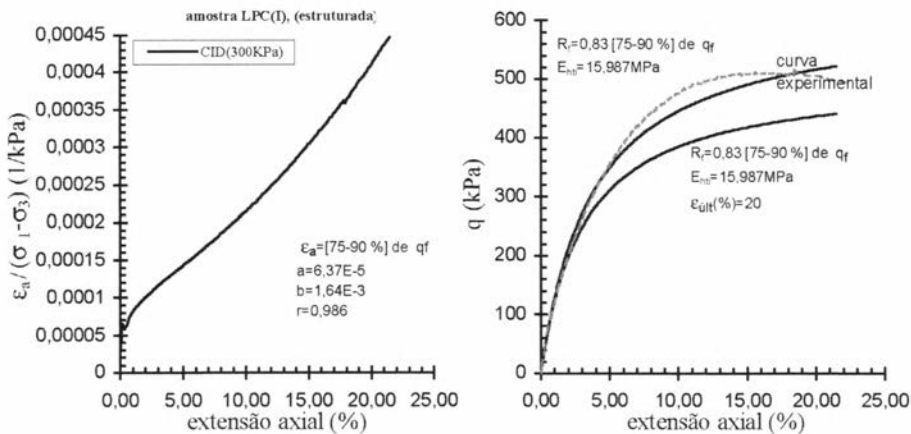


Fig. 7 – Variação de  $q$ , com a extensão axial e a modelação hiperbólica do provete ensaiado “CID” para a tensão efectiva de consolidação isotrópica 300 kPa.

### 3. MÓDULOS DE DEFORMABILIDADE TANGENTE INICIAL NOS ENSAIOS TRIAXIAIS DEDUZIDOS PARA A FORMULAÇÃO HIPERBÓLICA

Verifica-se um grande incremento para o módulo de deformabilidade tangente inicial para os teste realizados a tensões de consolidação efectiva isotrópicas inferiores à tensão de cedência estrutural, baixando após a cedência do “cimento” estrutural. Os módulos de deformabilidade para os provetes desestruturados apresentam-se mais consistentes com um material mais homogéneo.



A determinação do módulo tangente inicial a partir da formulação do tipo hiperbólico de primeiro grau, quando se tomam os pontos de ajuste, na gama da tensão desviatória entre 75 a 90% de  $q_f$  (Tabela II), conduz a valores muito baixos de deformabilidade inicial para tensões de consolidação baixas, para as quais as ligações de “cimento” estrutural ainda estão parcialmente intactas; daí a dificuldade em modelar os solos estruturados com uma lei deste tipo. São necessários outros modelos (JARDINE *et al.*, 1984).

Tabela II – Módulos de deformabilidade para os provetes destruído e estruturados (LPC), obtidos em testes triaxiais e por modelação hiperbólica.

Série	Referência	Módulos elásticos				Módulos pseudo-elásticos	
		$\sigma'_c$ (kPa)	$E_{ti}$ (MPa)	$E_{seti}$	$E_{hti}$ [75-90]% $deq_f$	$E_{hti}$ [0-12]% $deq_f$	$E_{hti}$ [32-55]% $deq_f$
CIU (I)	CIU50	50	16,555	24,065	11,793 (MPa)	—	—
	CIU100	100	39,738	96,245	10,776 (MPa)	26,267 (MPa)	—
	CIU200	200	15,664	12,928	27,548 (MPa)	—	—
	CIU400	400	46,428	114,908	43,290 (MPa)	—	—
CID (I)	CID69	60	3,828	22,419	—	5,917 (MPa)	14,204 (MPa)
	CID300	300	12,398	29,453	15,987 (MPa)	—	—
CIU (D)	corde 0	50	10,837	23,35	—	—	—
	corde 1	100	21,842	22,101	—	—	—
	corde 2	200	15,003	76,371	—	—	—
	corde 3	400	13,579	31,338	—	—	—

Um incremento na tensão de confinamento isotrópica tende simultaneamente a levar as partículas a aproximarem-se entre si e quebrar algumas ligações entre elas. O primeiro efeito tende a incrementar o módulo de deformabilidade inicial e o segundo efeito, pelo contrário, provoca uma quebra na rigidez.

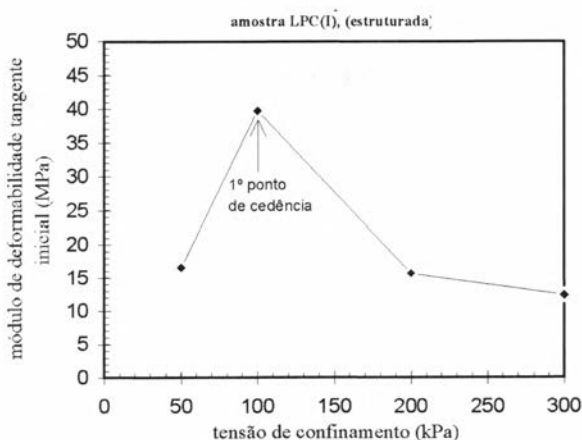


Fig. 8 – Variação do módulo de deformabilidade tangente inicial, para os diferentes testes “CIU” a diferentes tensões de consolidação efectiva isotrópica; amostra LPC(I), estruturada.

Para grandes tensões isotrópicas de compressão, a rigidez inicial depende da porosidade inicial. Para solos residuais densos, o aumento de contactos tende a compensar a diminuição de rigidez esperada pela quebra das ligações estruturais e assim tem-se um primeiro incremento na rigidez até à cedência do cimento e depois mantém-se constante. Esta compensação não ocorre para solos com estrutura aberta e moles, como é o caso do solo residual granítico ensaiado, diminuindo progressivamente a rigidez (fig. 8), após a cedência do cimento estrutural (MACCARINI, 1993). Foi observado o mesmo efeito em solos artificialmente estruturados (MACCARINI, 1987; LEROUÉIL e VAUGHAN, 1990).

#### 4. CONCLUSÃO

O modelo hiperbólico, de fácil programação e com parâmetros de significado físico, não reproduz correctamente as condições in-situ por não satisfazer as condições de cedência do corpo estrutural e pela existência de heterotropia no solo. Para tensões efectivas de consolidação isotrópica superiores, depois de vencida a “reserva estrutural”, o ajustamento da curva teórica à experimental é melhor, verificando-se por vezes dificuldade para o ajustamento assintótico na tensão última.

Na modelização hiperbólica, verifica-se que as curvas dos ensaios realizados “CIU” e “CID”, para as tensões efectivas de consolidação mais baixas, 50, 60 e 100 kPa, dão maus ajustamentos, notando-se um primeiro ramo rectilíneo inicial para baixas extensões axiais. Para as tensões efectivas de consolidação superiores a 100 kPa, depois de ultrapassada a reserva estrutural, o ajustamento é melhor.

Os efeitos da desestruturação são independentes do modo como se atinge a cedência, por compressão, corte ou expansão. Os efeitos são semelhantes: decréscimo da rigidez, decréscimo do pico de resistência, interligado ao decréscimo da tensão de préconsolidação virtual e decréscimo da compressibilidade.

Por outro lado os valores calculados pela modelização hiperbólica, consideram-se os valores  $E_{ht}$  algo conservadores, podendo em projecto ser considerados com um factor de segurança ainda que baixo, que subestimam os valores de rigidez encontrados nos provetes ensaiados com preservação do “cimento” estrutural e com tensões de consolidação ( $\sigma'_c$ ) baixas.

#### AGRADECIMENTOS

O autor está bastante grato pela colaboração do Professor Luís J. Leal Lemos, do Professor Luís M. Ferreira Gomes e ao “Centro de Investigação de Engenharia Civil” do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra e ao DEC da Universidade da Beira Interior.

## BIBLIOGRAFIA

- ANDRADE PAIS, Luís J.A (1998) – Comportamento Mecânico de um Solo Residual Granítico da Covilhã. Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- HARDIN, B.O.; DRNEVICH, V.P. (1970) – Shear modulus and damping in soils: I-measurement and parameter effects; II-design equation and curves. Technical Reports UK 27-70-CE-2 e 3. College of Engineering, university of Kentucky, Lexington, Kentucky
- JARDINE, R.J.; SYMES, M.J.; BURLAND, J.B. (1984) – The measurement of soil stiffness in the triaxial apparatus. *Géotechnique*, Vol. 34, Nº 3, pp. 323-340.
- LADE, P.L.; OVERTON, D.D. (1989) – Cementation effects in frictional material. *Jour. Geot. Eng. DIV*, Vol.115, GT10, pp. 1373-1387, ASCE.
- LEROUEIL, S.; VAUGHAN, P.R.(1990) – The general and congruent effects of structure in natural soils and weak rocks. *Géotechnique* 40, Nº3, pp. 467-488.
- MACCARINI, M. (1987) – Laboratory Studies of a Weekly Bonded Artificial Soil. Ph D Thesis, Imperial College of Science and Technology, London.
- MACCARINI, M.(1993) – A comparison of direct shear box tests with triaxial compression tests for a residual soil. *Geotechnical and Geological Engineering*, 11, pp. 69-80.
- VIANA DA FONSECA, A. (1988) – Caracterização Geotécnica de um Solo Residual do Granito da Região do Porto. Dissertação para obtenção do grau de Mestre em estruturas de Engenharia Civil na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- VIANA DA FONSECA, A. (1996) – Geomecânica dos Solos Residuais do Granito do Porto. Critérios para Dimensionamento de Fundações Directas. Dissertação para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto.