

INTERNATIONAL PLATO SOCIETY

11

DEZ 2011

ISSN 2079-7567
eISSN 2183-4105

Established 1989
<http://platosociety.org/>

PLATO JOURNAL

Société Platonicienne
Internationale
Associazione Internazionale
dei Platonisti
Sociedad Internacional
de Platonistas
Internationale
Platon-Gesellschaft

LE NOMBRE « ENTIER »

(*THÉÉTÈTE* 204B8-205A10)¹

Nathalie NERCAM

RÉSUMÉ

Socrate étaie l'argumentation 203a-205e du *Théétète* par le moyen de considérations mathématiques particulières que cet article se propose d'analyser. De cet examen, il ressort que Platon accorde au philosophe et au jeune mathématicien une représentation savante du « nombre entier » comme multiplicité dynamique représentée par une figure géométrique qui manifeste le principe de cohésion dotant justement le nombre de son caractère fondamental : être « entier ». Platon montrerait que, sur cette base, la maïeutique socratique aurait permis à Théétète d'accoucher non d'une ombre de discours mais du vrai logos démonstratif propre aux mathématiciens.

ABSTRACT

In *Theaetetus* 203a-205e, Socrates argues by the means of peculiar mathematical notions which in this paper we seek to enlighten. From this analysis, it appears that according to Plato, Socrates and the young mathematician have the same representation of the integer as a dynamic multiplicity corresponding to a diagram which shows the principle of cohesion that makes precisely the number : "integer". On this basis, the Socratic dialogue would have succeed in delivering Theaetetus of the demonstrative logos which is not a shadow of discourse but a real way of reasoning good for the mathematicians.

¹ Que tous ceux qui ont rendu possible la réalisation de ce travail soient ici remerciés et tout particulièrement : pour leur enseignement à la Sorbonne, Mme Monique Dixsaut et M. Patrice Loraux, pour leurs conseils et leurs encouragements Mme Catherine Larrère et M. Dimitri El'Murr, pour ses remarques concernant la notion de partie en mathématique M. Claude Paul Bruter et pour leur inestimable et régulier soutien, Mme Anne-Marie Barlerin-Leboucher, Ms Nercam père et fils, Mme Sonia Nercam et M. André-Pierre Olivier.

A la fin du dialogue *Théétète*, entre 203a et 205e, avant d'examiner la troisième définition de la science proposée par le jeune mathématicien, Socrate présente un songe théorique, dans lequel toute réalité connaissable est constituée soit comme une totalité, soit comme une unité synthétique, composée dans les deux cas à partir d'éléments simples, irréductibles et inconnus. Socrate débout rapidement cette théorie de rêve. Cette réfutation a fait l'objet depuis le milieu du XX^e siècle d'une critique qualitativement et quantitativement importante, surtout en langue anglaise². Tous les commentateurs cherchent à apprécier la cohérence et la portée de l'argumentation prêtée par Platon à Socrate. Dans cette perspective, ils délaissent le plus souvent d'analyser la dimension proprement mathématique de cet exposé dans lequel pourtant, le philosophe recourt expressément et longuement au nombre et à la métrique. De leur côté, les épistémologues ont orienté leurs recherches vers la résolution des problèmes posés dans l'introduction du dialogue³. Dans ce cadre, leur discussion a le plus souvent pour objet de préciser les méthodes probatoires et démonstratives des deux mathématiciens Théodore et Théétète, de déterminer la portée de leurs résultats et de mesurer l'intégration de ces derniers par Euclide d'Alexandrie dans les *Eléments*, deux siècles plus tard⁴. Le passage 204b-205a n'a donc jamais été analysé du point de vue strictement mathématique⁵. Le but de cet article est de

² Au sujet de ce dialogue, le débat philosophique français est aujourd'hui assez exsangue, si l'on excepte la traduction de Michel Narcy (NARCY, 1994) et le séminaire récemment organisé à Paris par Dimitri El'Murr (séminaire platonicien de l'Université de Paris I, Panthéon-Sorbonne, janvier 2008-avril 2009). Les commentaires anglophones sont plus nombreux et divers (notamment FOWLER, 1921 ; BURNYEAT, 1978 ; BOSTOCK, 1988 ; DESJARDINS, 1990 ; SEDLEY, 2004).

³ En particulier entre 147d3 et 148b5.

⁴ Concernant ces débats épistémologiques voir : BRUNSCHVICG, 1993 ; ITARD, 1961 ; RENO, 1978, chapitre II : Platon ; LASSERRE, 1990 ; CAVEING, VITRAC, 1990 ; GARDIES, 1997 ; CAVEING, 1998, en particulier p : 164-186, VUILLEMIN, 2001 .

⁵ Glenn Raymond Morrow défend que la théorie des éléments discutée par Socrate, est d'ordre mathématique (MORROW, 1970, p : 309-333). Là n'est pas notre propos qui reste centré sur la notion particulière de nombre et de totalité, sans porter d'appréciation quant à la valeur générale de la théorie critiquée par le philosophe.

contribuer à combler un peu cette lacune, en montrant les moyens arithmétiques et géométriques qui sont justement mis en œuvre dans cette réfutation.

L'argumentation commence en 204a6-8. Théétète soutient que « l'entier » (*τὸ ὅλον*) pourrait différer du « tout » (*τὸ πᾶν*) en étant une unité, différente à ce titre, de la totalité des parties. Socrate veut au contraire le convaincre de la proposition suivante : « En ce qui a des parties, ce qui est entier (*τὸ ὅλον*) est nécessairement toutes les parties (*τὰ πάντα μέρη*) » (204a6). Le raisonnement du philosophe entre 204b et 205a sera divisé en trois séquences. Pour chacune de ces étapes, un bref résumé sera suivi d'un commentaire qui mettra en valeur la dimension mathématique des arguments socratiques.

Partie 1 : « tout » et « tous » (204b8-204d3).

Pour montrer que « tout » au singulier est équivalent à « tous » au pluriel, Socrate propose un exemple numérique : 6 (« tout » singulier) est le résultat de multiples opérations à partir de multiples nombres (« tous » pluriel).

Le philosophe ne prend en considération que l'adjectif neutre substantivé, exprimé d'une part au singulier, *τὸ πᾶν*, et d'autre part au pluriel, *τὰ πάντα*. En ce cas, il n'est pas d'autre différence, ni en qualité ni en nature, que celle du nombre. Comprendre la différence entre « tout » et « tous » c'est donc d'abord tenter de saisir la complexité du nombre.

Socrate considère les résultats d'opérations réalisées sur des entiers naturels non nuls, que le mot « total » au singulier (pour *τὸ πᾶν*) et au pluriel

(pour *τὰ πάντα*) exprime clairement en français⁶. Il propose trois types d'expressions du nombre 6⁷ :

- Celui-ci est d'abord inscrit dans l'ordre de succession des naturels et se présente au même titre que ses prédécesseurs comme un élément. L'énumération le caractérise surtout comme un ordinal, sixième rang dans la suite arithmétique de raison 1 (et moins directement comme un cardinal, nombre total des éléments listés)⁸.
- « Double trois ou triple deux » sont deux expressions équivalentes par commutativité de la factorisation de 6. Les mots « double » (*δίζ*) et « triple » (*τριζ*) tendent à jumeler les deux formules et à les symétriser. Les expressions ainsi associées se distinguent de l'énumération qui les précède et des additions qui les suivent. La langue exprime en effet dans le cas du produit, un processus d'intégration plus fort que dans celui de la suite (où les nombres sont simplement apposés) ou dans celui de la somme (où les nombres sont séparés par la conjonction de coordination). On peut remarquer que ni « 6x1 », ni « 1x6 » ne sont mentionnés par Socrate. En effet ces produits ne composent pas 6 mais expriment seulement son unicité. 6 n'étant pas un nombre premier, les formules « double trois » et « triple deux » désignent donc sa spécificité du point

⁶ On traduira dans la suite de l'étude, le grec *arithmós* par le mot « nombre ». Il s'agit dans tous les cas d'entier naturel non nul.

⁷ 204b10-c3.

⁸ 1 semble être considéré par Socrate comme un nombre comme les autres. Ce qui est aussi le cas dans *République* VII-522c5-9, *Hippias Majeur* 302a-303b9 et *Ménon* 82c7-8.

de vue de la factorisation : c'est le premier entier qui est produit de deux facteurs premiers, l'un pair, 2 et l'autre impair, 3⁹.

- Les deux dernières expressions : « quatre et deux, ou trois et deux et un » n'impliquent pas d'ordre de succession comme dans le premier cas. Les effets de symétrie manifestes dans les factorisations précédentes ne paraissent pas non plus. Socrate ne restitue que de façon incomplète les multiples additions possibles produisant 6 à partir des naturels non nuls inférieurs à ce nombre (la somme 5 + 1 fait par exemple défaut). Cette incomplétude pourrait peut-être marquer la différence entre la factorisation du nombre qui est unique par commutativité et les additions totalisant ce nombre qui sont multiples, la somme des unités pouvant être exprimée de diverses façons, à partir des cinq naturels précédents 6.

Quoiqu'il en soit de ce dernier point, il est clair que cet exposé socratique a été organisé selon trois chapitres :

- 6 est un *arithmós* comme tous les autres entiers naturels, singulier comme eux, au titre d'ordinal (et de cardinal).
- 6 est exprimé par sa factorisation commutative en nombres premiers, premier pair 2, et 3 premier impair, différent de 1.
- 6 est enfin le total de multiples sommes réalisées à partir des cinq nombres qui le précèdent.

Socrate commentant son exemple fait d'abord mention de « six », ἕξ, sans article¹⁰. Mais ce dernier est ensuite présent une première fois, en 204c6 dans une

⁹ Jules Vuillemin a démontré que la décomposition des nombres en facteurs premiers et son unicité étaient connues de Platon (VUILLEMIN, 1999).

occurrence controversée puisque le texte grec n'est pas établi de manière certaine, puis une seconde fois en 204c10. En ce second cas, le grec est sans ambiguïté : « les six », τὰ ἕξ. Le point critique de ce passage tient en la présence de ce pluriel. L'expression « les six » signifierait « les choses qui sont (τὰ ὅντα) six ». Dans le contexte mathématique qui est celui de l'exposé et plus généralement de tout le dialogue, ces « choses » ne peuvent être référées à des objets matériels comptés, car Théétète comme Socrate admettent les abstractions numériques saisies par « l'âme seule »¹¹. Il s'agit donc des nombres et des opérations dont Socrate a fait précédemment la liste. On admettra aisément que « les choses qui sont six » peuvent renvoyer aux nombres composant le total dans chaque formule proposée par Socrate. Par exemple 3, 2, 1 sont « les choses » qui sont égales à 6 dans la somme 3+2+1. Il s'agit des composants. Mais en 204c8, Socrate considère « les totaux » (τὰ πάντα). Il pourrait s'agir alors des multiples compositions qui produisent toutes 6, par exemple la somme (3+2+1), le produit (3x2)...

L'ambiguïté est donc grande en première analyse, puisque le total décline la multiplicité sur deux niveaux : multiples composants entrant dans de multiples compositions. Mais elle rend encore plus manifeste la conclusion à laquelle Socrate veut arriver : le total 6 est, dans tous les cas, l'expression d'une multiplicité d'éléments toujours reliés entre eux par des opérations mathématiques.

Tout l'intérêt de l'exposé socratique entre 204b8 et 204d3 réside précisément en ce caractère proprement opératoire des nombres, sans qu'il n'y ait pourtant aucune conceptualisation de ce fait. La chose est claire si l'on compare l'exemple numérique à l'exemple alphabétique qui le précède immédiatement¹². Le philosophe avait alors séparé d'un côté le tout, la syllabe « ΣΩ » et d'un autre côté, les deux éléments « Σ » et « Ω ». L'opération consistant à lier ces derniers pour faire le tout et qui est l'action de prononcer n'était prise en compte que de

¹⁰ 204c5.

¹¹ En 185d9-e2.

¹² 203c8-d9.

façon très marginale¹³. Au contraire, dans l'exemple arithmétique, le philosophe présente systématiquement les combinaisons possibles des éléments en vue du total. Les processus opératoires (comptage, multiplication et addition) sont ainsi mis en évidence en tant que liens dynamiques entre nombre total et nombres élémentaires, bien que ce fait ne soit jamais explicitement raisonné.

Mais il n'est pas besoin d'analyse supplémentaire pour obtenir une conclusion décisive. Si de multiples opérations sur de multiples nombres produisent le total 6, aucune d'entre elles ne détermine « le 6 » en tant qu'unité. Ni l'addition $3+2+1$, ni la multiplication 2×3 , ne définit par elle-même ou à elle seule « le nombre 6 ». Par contre chacune donne « le total 6 ». Le terme « tout » qui est « un » ne doit pas faire illusion : le nombre considéré comme un « total » n'est pas une unité et reste une multiplicité qui correspond toujours à une ou plusieurs opérations réalisées(s) sur de multiples nombres.

Partie 2 : « tout » et « tous ses constituants » (204d4-204e7).

Pour montrer que « tout » au singulier est équivalent à « tous les constituants » au pluriel, Socrate propose d'autres exemples, métriques cette fois-ci : les sous-multiples d'un étalon de mesure composant celui-ci, correspondent à sa totalité.

La phrase 204d1 sert de charnière entre les deux premières étapes de l'argumentation, la formule « selon le nombre » (*ἐξ ἀριθμοῦ*) faisant précisément

¹³ Théétète reconnaissait que la syllabe était en fait la prononciation effective des lettres qui la composent cependant que ces dernières n'avaient parfois pas même de son (203b2-5). Mais la dynamique elle-même, l'action de prononcer était sitôt dite, sitôt balayée, les protagonistes continuant de poser d'une part « le tout » et d'autre part « les éléments » sans prendre acte des liens établis entre eux.

office de pivot. Cette expression très générale puisque le mot *arithmós* est au singulier sans article, renvoie en amont à l'exemple du 6, qui vaudrait ainsi pour tout nombre, et en aval aux nouveaux exemples que Socrate propose à Théétète.

Le philosophe considère successivement « *le plèthre* », mesure d'aire de 100 pieds carrés, « *le stade* », mesure de longueur de 600 pieds¹⁴ et « *le stratopédon* »¹⁵. La définition de ce troisième terme est double : premièrement, c'est le terrain sur lequel campe une armée, deuxièmement, c'est la troupe armée campée sur ce terrain¹⁶. Ce mot est unanimement traduit en français par « armée » et en anglais par « *army* », l'écart sémantique se creusant alors avec les deux premiers termes, « *plèthre* » et « *stade* » qui sont des étalons de mesure. On peut pourtant trouver une certaine cohérence entre ces trois exemples qui renvoient à trois activités, agricole, athlétique et militaire, dans lesquelles il est de tradition que les citoyens s'illustrent et se mesurent les uns les autres en entrant en compétition. Chacune d'elles aurait pu disposer d'un système métrique particulier rapporté à un étalon peut-être unique. Platon ironiserait alors sur le thème protagoréen de « l'homme mesure de toute chose », le « pied grec » valant en l'occurrence pour dénombrer surface (pieds carrés), longueur (pieds) et nombre d'individus (« en pied » à proprement parler). Dans ce cas, le *stratopédon* fixerait le nombre d'hommes mobilisés et rangés dans une formation de combat ou de bivouac. L'hypothèse est probable car en chacun de ces exemples, Socrate distingue d'une part le nombre et d'autre part la réalité physique ; il exprime ainsi le double principe, arithmétique et matériel qui les caractériserait tous trois et qui est aussi celui des étalons concrets de mesure. Même si aucun témoignage ne permet d'affirmer aujourd'hui que le troisième exemple socratique ait pu être considéré comme une mesure d'unités individuelles, propre à l'organisation militaire, on peut toutefois admettre dans le contexte du *Théétète*,

¹⁴ Voir : WEX, 1886, chap. I et II.

¹⁵ 204d4-11.

¹⁶ Les définitions données par les dictionnaires de Bailly et de Liddell-Scott-Jones sont tout à fait convergentes.

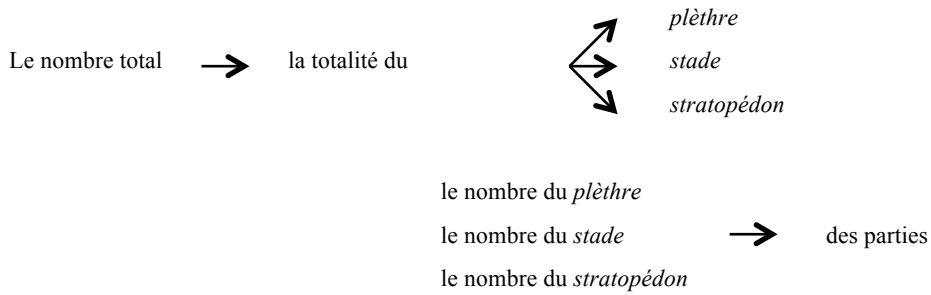
que les trois exemples fournis par Socrate désignent très probablement des étalons de mesure : aire, longueur et nombre d'unités.

Mais le nombre prend alors en quelque sorte concrètement corps. Il est à la fois « tout » et « parties » : en 204d8, le nombre total est le tout de la chose, et en 204e1, il n'est rien d'autre que des parties de celle-ci. Ainsi caractérisé, ce « nombre-tout-parties » renvoie alors assez directement à la figure géométrique qui appartient dans les démonstrations des mathématiciens grecs à deux registres, arithmétique et métrique, le géomètre utilisant des grandeurs quantifiées, exprimées en nombre de pieds. Dans la continuité des travaux de Théodore, Théétète semble avoir systématisé ce fait puisque, dans l'introduction du dialogue, il pose sans discussion que tout nombre peut être représenté par une figure, soit « carrée » (lorsque le nombre est de la forme n au carré) soit « rectangle » (dans les autres cas). Socrate dans le passage qui nous occupe ici attire l'attention sur un processus parallèle mais qui prend son point de départ dans la réalité matérielle. Des choses concrètes (étalon matériel) peuvent être rapportées au nombre comme à leur principe et pourraient donc elles aussi, être représentées par des figures. La géométrie ferait ainsi office d'intermédiaire entre arithmétique et métrique comme représentation d'une part du nombre et d'autre part de la grandeur réelle.

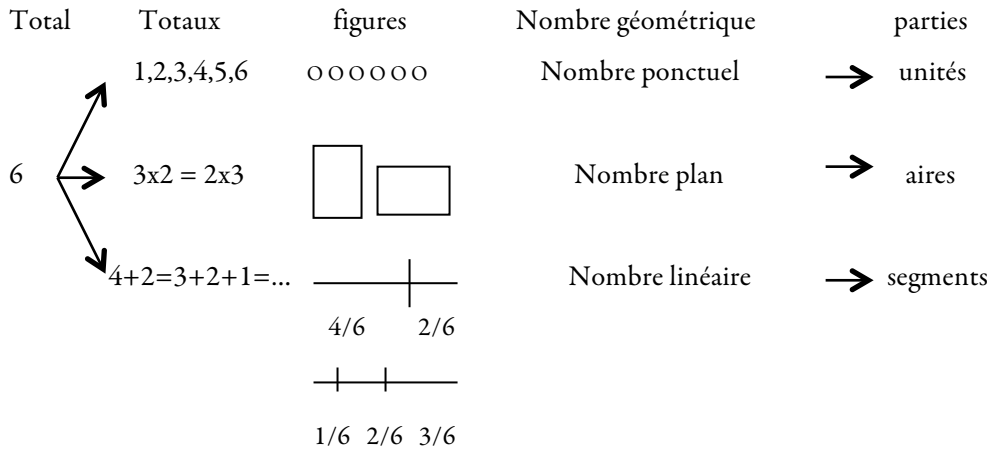
Cette médiation est vérifiée dans le texte. Remarquons d'abord que les deux propositions en 204d8 et 204e1, sont deux formules distributives :

- le nombre est le tout de chaque étalon,
- le nombre de chaque étalon correspond à des parties.

Dans la première expression, c'est la réalité matérielle qui est considérée distributivement, dans la seconde c'est le nombre qui est attribué à chaque cas concret. On obtient le schéma suivant :



Or on peut retrouver cette même distributivité si l'on reconsidère l'exemple numérique de Socrate en raisonnant par le moyen de la figure géométrique.



Les expressions du nombre 6 peuvent en effet être distribuées en trois types de figure.

La factorisation (3×2 , 2×3) renvoie directement à l'introduction du dialogue. 6 serait selon les propres termes du jeune Théétète, un « nombre

rectangle » c'est-à-dire un « nombre plan » toujours exprimé sous la forme d'un produit dont les facteurs sont inégaux.

L'addition ($4+2$, $3+2+1$, ...) n'est possible que lorsque les objets ajoutés appartiennent à la même dimension, par exemple des formes planes entre elles¹⁷. Le point n'ayant aucune dimension, c'est donc la ligne qui est le support premier et paradigmatique de cette opération. Le nombre est alors dit « linéaire » en étant représenté par un segment¹⁸.

L'énumération enfin peut désigner des êtres individuels comme dans l'introduction du *Timée* où Socrate compte « 1, 2, 3, ... » fixant à la fois le nombre de ses convives et leur rang¹⁹. La partie est alors l'unité élémentaire, sans dimension.

Les trois expressions, « nombre du *plèthre* », « nombre du *stade* », « nombre du *stratopédon* »²⁰ renverraient alors respectivement au « nombre plan », au « nombre linéaire » et au « nombre d'individus ordonnés ». La double multiplicité problématique dans l'exemple numérique de Socrate trouverait ainsi une explication. Le philosophe aurait évoqué différentes compositions du nombre (par dénombrement, multiplication, somme) pour qu'un rapport puisse être établi avec les différents étalons concrets qu'il donne ensuite en exemple, chacun d'eux correspondant à un nombre géométrique. La

¹⁷ Platon souligne à plusieurs reprises dans les dialogues, l'erreur qui consiste à croire que l'on peut comparer des grandeurs de nature différente (*Lois* VII 820a, *Ménon* 82a-84c).

¹⁸ La somme « $1+1+1+1+1+1$ » divise le « segment 6 », en 6 parties et représente ainsi les fractions $1/6$, $2/6$, $3/6$, $4/6$, $5/6$ qui ne sont pas considérées comme des nombres par les mathématiciens grecs et dont la réalité ne peut être pour eux que géométrique.

¹⁹ *Timée* 17a1-3.

²⁰ 204d4, 204d6, 204d8.

médiation de la figure, interface entre arithmétique et métrique, permettrait donc d'assembler et d'articuler les deux parties de l'exposé du philosophe, d'un côté le nombre total distribué en chaque composition et d'un autre côté la réalité matérielle distribuée en chaque étalon.

Socrate peut alors conclure : tous les composants numériques font le total du nombre, tous les éléments de la figure, représentant le nombre, font la totalité de celle-ci et toutes les parties de la chose, schématisée géométriquement, font le tout de cette dernière : *τὰ πάντα μέρη τὸ πᾶν εἶναι* (204e5).

Cette argumentation entrerait donc en résonance avec les conceptions les plus familières au jeune Théétète. Pourtant il faut bien reconnaître que Socrate n'évoque dans ce passage ni le schéma, ni le diagramme alors que par ailleurs, dans le *Ménon* par exemple, il les met lui-même en pratique²¹. Pour expliquer cette élisio, il convient de prendre en compte le caractère *élenchtique* du *Théétète*. Dans ce type de dialogue, Socrate rencontre le représentant d'une spécialité qui est alors conduit à prendre de la distance vis à vis de ses propres travaux face à la critique constructive que lui oppose le philosophe. Dans le cas du *Théétète*, il s'agit d'un jeune mathématicien qui suppose que la figure peut presque à elle seule démontrer. Comme en témoigne l'introduction du dialogue, Théétète cherche certes à raisonner. Mais ses expressions demeurent encore littéralement attachées à la construction géométrique²². Or au fil du dialogue, Socrate conduit peu à peu

²¹ *Ménon* 82b-85b.

²² Entre 147d3 et 148b3, Théétète déclare littéralement que toutes les « lignes » (*γραμμαι*) dont le « carré forme » (*τετραγωνίζουσι*) un nombre « rectangle » (*ἑτερομήκη*) ont été définies comme puissances. Les mots soulignés renvoient tous à la figure. La racine carrée est ici fondamentalement « construite » à partir de la quadrature de la ligne, procédé qui est tenu par Aristote pour être bien connu (*De Anima*, II, 2, 413a, 13-20). Maurice Caveing, a fait observer que si la définition de Théétète est une hypothèse de travail qui ouvre la voie à la généralisation et à l'axiomatisation, elle ne paraît pas encore sous la forme d'une réelle « proposition » (CAVEING, 1998, p : 185).

et de lui-même le jeune mathématicien à réaliser toute l'importance du *logos*. C'est le faire ainsi passer du déictique (prouver par le moyen du diagramme) au démonstratif (raisonner la figure en établissant par voie logique des théorèmes). L'élimination du diagramme qui est voué à s'effacer pour faire place au raisonnement est donc dans la logique même de ce dialogue *elenchtique*. La figure géométrique n'est ainsi que l'étalement implicite de l'argumentation 204d4-204e7. Le jeune géomètre peut y prendre appui, non pour s'y arrêter mais pour raisonner finalement la totalité en son principe et conclure que celle-ci, sur le modèle arithmétique n'est pas une unité mais une pluralité dynamique, équivalente à toutes les parties. Le dialogue restituerait alors cet accouchement de la pensée géométrique par le philosophe Socrate.

Partie 3 : « tout » et « entier » (204e8-205a10).

La conclusion précédente (« tout » singulier équivalent à « tous » pluriel c'est-à-dire à « tous les constituants »), s'applique au « tout » (*τὸ πᾶν*) comme à « l'entier » (*τὸ ὅλον*) car elle exprime en fait le principe d'exhaustivité requis pour toute forme de totalité quelle qu'elle soit.

Théétète ne reconnaît pas encore l'implication positive : « s'il y a l'entier alors il y a tous les constituants »²³. Pour l'en convaincre, Socrate soumet à son appréciation l'implication négative équivalente : « s'il n'y a pas tous les constituants (c'est-à-dire s'il manque quelque chose) alors il n'y a pas d'entier »²⁴.

²³ 204e8-205a1.

²⁴ 205a1-6. La phrase conclusive de l'argument (205a5-6) est problématique. Littéralement le philosophe déclare : « si quelque chose manque il n'y a ni tout ni entier, l'un comme l'autre étant devenu en même temps la même chose par la même chose ». Les traductions de ce passage assez obscur sont donc fort diverses. Celle d'H. N. Fowler montre très clairement la cohésion de l'argument et exprime la nature logique du raisonnement : s'il manque quelque chose,

Cette seconde formulation reçoit l'assentiment du jeune mathématicien. Il admet donc en conclusion que « l'entier » est bien comme « le tout », régi par le principe arithmétique et désigne tous les composants sans exception²⁵. « Tout » et « entier » expriment « la totalité » car ils requièrent et commandent le même principe d'exhaustivité. Socrate qui conduit Théétète à abandonner le diagramme pour raisonner, lui donne ainsi dès la première occasion l'exemple d'une argumentation purement logique que le jeune homme avait précisément omis de développer.

Socrate ne cherchait à mieux définir la totalité que pour bien la distinguer de l'unité synthétique. Le raisonnement que l'on vient d'analyser permet effectivement de discerner plus nettement ces deux notions :

- L'équivalence entre « tout » et « tous les constituants » exprime l'exhaustivité et signifie que la totalité demeure une multiplicité, pensée sur le modèle du nombre comme total d'opérations.
- Socrate ne définit pas la dynamique d'unité synthétique à travers une argumentation suivie ou linéaire. Mais elle peut être déduite par opposition à la totalité et sa définition peut être confirmée par le texte. L'unité synthétique est en effet précisée ponctuellement par le philosophe²⁶. Ainsi l'emploi du mot « générer » est réservé par Socrate à la décrir²⁷. Robin avait scrupuleusement traduit toutes ces occurrences par l'expression « venir à l'existence » afin de rendre claire cette idée de

il n'y a pas de tout et s'il manque quelque chose, il n'y a pas d'entier, tout comme entier sont donc « devenus identiques pour la même raison » (FOWLER, 1921).

²⁵ 205a7.

²⁶ Notamment en 203c4-5, 203e3-5, 204a1-2, 205c-e.

²⁷ Le verbe *γίγνεσθαι* est appliqué systématiquement à l'unité de forme et jamais à la totalité : *γεγονυῖαν* en 203c4, *γεγονός* en 203e4 et 204a6, *γιγνομένη* en 204a2. L'unité est donc toujours générée à partir de multiples éléments.

genèse²⁸. Les deux verbes définissant ce processus sont « assembler » (*συντίθημι*, 203c4-5) et « ajuster » (*συναρμόζω*, 204a1). Ils évoquent l'idée de combinatoire et ne sont jamais appliqués au tout ou à l'entier. L'assemblage n'est réalisé ni sur tous les éléments, ni sur une partie d'entre eux mais sur « chacun » d'eux²⁹. Le processus de genèse est donc l'ajustement de chaque élément originel à chaque autre, qui produit une unité synthétique, une intrication intime, les éléments d'origine ayant en quelque sorte fusionné les uns dans les autres.

Il est clair que l'unité dont parle Socrate dans ce passage du *Théétète* est très singulière. La dynamique qui la produit, en étant générative, se déroule nécessairement dans la durée, dans le temps et dans l'espace. Dans le cas du tout par contre, la question de la préséance ne se pose pas car le tout n'engendre pas les parties qui le composent, ni *vice versa*. Tout et parties rivalisent en quelque sorte sur un même plan pour décrire une même réalité : le tout est constitué par toutes les parties et simultanément celles-ci forment le tout.

L'argumentation socratique vise donc à montrer qu'il existe une différence de principe entre une dynamique de genèse, articulant unité et multiplicité dans un processus temporel et spatial qui dure, et une dynamique de cohésion qui solidarise immédiatement de multiples composants sous la forme d'un tout et ce quel qu'en soit l'arrangement. Un gâteau par exemple est une unité générée à

²⁸ ROBIN, 1950.

²⁹ 204a1-2. Remarquons que les notions d'exhaustivité et d'incomplétude ne s'appliquent pas dans une dynamique de genèse. D'une part ce qui est généré, est précisément un être unique et nouveau, complet ou incomplet ne signifie rien à son égard. D'autre part, dire que les éléments générateurs étaient au complet n'a pas de sens non plus. Ils étaient ce qu'ils étaient et ont, en l'état, produit ce qu'ils ont produit. La notion d'incomplétude n'est en fait revendiquée que lorsqu'il y a une normalisation ou une normalité supposée, donc une finalité elle aussi sous-entendue. Ces dernières considérations ne peuvent être établies que par une dialectique qui n'est pas arithmétique.

partir des éléments, œufs, farine, sucre, ... qui ont tous disparu en tant que tels. Mais c'est un tout ou un entier en tant que gâteau constitué de multiples parts (qui peuvent être en nombre infini jusqu'à la plus infime miette).

Ce pouvoir cohésif du « tout » qui maintient à tout instant les parties toutes ensemble, a été exemplifié par Socrate : tous les composants numériques sont « maintenus ensemble » dans le nombre total par le moyen des opérations et ce instantanément. Un processus similaire maintiendrait tous les constituants dans le tout de l'étalon. Mais l'exposé en ne portant que sur un principe qui s'applique de façon universelle à toutes les formes de totalité, s'il permet de distinguer totalité et unité générée, ne permet pas de différencier « tout » ($\pi\acute{\alpha}\nu$) et « entier » ($\delta\lambda\omicron\nu$) comme l'ont fait remarquer beaucoup d'exégètes anglophones³⁰. Ce qui limite le propos socratique sans rien lui enlever pourtant de sa pertinence : un tout est toujours équivalent à tous ses constituants. « Tout » ($\pi\acute{\alpha}\nu$) comme « entier » ($\delta\lambda\omicron\nu$) désignent cette dynamique cohésive.

En conséquence, le nombre total n'est ni le nombre entendu comme unité conceptuelle ou idéale, ni le nombre entendu comme unité générée. La dynamique qui le caractérise est processus de cohésion instantanée : $6 = 2 \times 3 = 3 + 1 + 2 = \dots$ et toutes ces opérations immédiates en leur résultat commun manifestent clairement le fait que le « nombre total » demeure une multiplicité.

La mise en évidence des connaissances mathématiques impliquées dans le passage 204b-205a permet donc de montrer que Platon attribue à Socrate un rôle important dans l'évolution des mathématiques de son temps. Entre l'ancien, Théodore, qui commente les opérations constructives réalisées sur ses

³⁰ La notion de « structure » négligée par Socrate, permettrait de distinguer « tout » et « entier » pour BOSTOCK, 1988 ; BURNYEAT, 1990 ; DESJARDINS, 1990 ; HARTE, 2002 ; SEDLEY, 2004.

diagrammes et le jeune, Théétète qui généralise les conclusions de son maître, l'intercession socratique semble agir comme un catalyseur. Car par Socrate, l'apprenti mathématicien est conduit à abandonner la figure au profit du raisonnement. Le dialogue philosophique accoucherait donc du logos démonstratif.

L'argumentation 204b8-205a10 reflète littéralement cette évolution, le schéma géométrique demeurant sous entendu sans être présenté dans la partie centrale de l'exposé et disparaissant totalement dans la partie finale où Socrate propose un raisonnement strictement logique par le moyen de la contraposée. La démonstration mathématique trouve ainsi une formalisation plus dialectique et passe du déictique cher à Théodore au démonstratif.

Par contrecoup, il faut alors réévaluer à la hausse l'apport de Théétète dans l'histoire des mathématiques. De l'argumentation étudiée, se dégage en effet nettement une représentation savante du nombre dont l'exposition est soigneusement organisée : le « nombre total » ou « nombre entier » (*πᾶν* ou *ὅλον*) est premièrement le résultat d'opérations multiples sur de multiples nombres qui, deuxièmement, en tant que tel a de multiples représentations géométriques (les opérations impliquant des diagrammes différents) et dont troisièmement les dynamiques opératoires quelles qu'elles soient ne sont jamais de « genèse » ou d'engendrement mais toujours instantanées car de cohésion. « L'entier naturel », l'*arithmós* serait ainsi ce nombre-tout-partie, qui fait correspondre une syllabe ($\Sigma\Omega$ par exemple) un total (6 par exemple) et une figure (en général un segment continu ou un parallélogramme). Ce sont donc les fondements théoriques de la représentation du nombre choisie par Euclide dans les *Eléments* qui transparaîtraient. Si l'on en croit Platon, Théétète, fort de l'enseignement socratique, en aurait probablement été l'un des premiers théoriciens.

BIBLIOGRAPHIE

Le texte d'Aristote provient de la Collection des Universités de France :

ARISTOTE : *De l'âme*, texte établi par A. Jannone, traduction et notes de E. Barbotin, Belles-Lettres, Paris, 1989 (première édition 1966).

Traductions du *Théétète* :

BURNYEAT M. F. : *The Theaetetus of Plato with a translation of Plato's Theaetetus* by M.J. LEVETT revised by M. F. BURNYEAT, Hackett Publishing Company, Indianapolis/Cambridge, 1990.

CHAMBRY E. : Platon, *Théétète, Parménide*, GF Flammarion, Paris, 1967.

DIES A. : *Platon, Œuvres complètes*, T.VIII, *Théétète*, texte établi et traduit par A. DIES, Belles-Lettres, Paris, 1976 (première édition 1926).

FOWLER H.N. : *Plato VII, Theaetetus, Sophist*, Loeb Classical Library, London/Cambridge, 1987 (première édition 1921).

NARCY M. : *Platon, Théétète*, traduction inédite, introduction et notes, GF Flammarion, Paris, 1994.

ROBIN L. : *Platon, Œuvres complètes*, T. II, traduction de L. ROBIN avec la collaboration de M. J. MOREAU, Gallimard, Paris, 1950.

Concernant le *Théétète* et en particulier l'argumentation 204b-205a :

Ouvrages :

BOSTOCK D. : *Plato's Theaetetus*, Clarendon Press, Oxford, 1988.

DESJARDINS R. : *The rational Enterprise*, Logos in Plato's *Theaetetus*, State University of New York Press, New York, 1990.

SEDLEY D. : *The midwife of Platonism*, text and subtext in Plato's *Theaetetus*, Clarendon Press, Oxford, 2004.

Articles :

MORROW G.R. : « Plato and the mathematicians: an interpretation of Socrates' dream in the *Theaetetus* (201e-206c) », *The Philosophical review*, vol. 79, n°3, 1970, p : 309-333.

Concernant les mathématiques grecques.

Ouvrages :

BRUNSCHVIG L. : *Les étapes de la philosophie mathématique*, Préface de M.J.T. Desanti, Blanchard, Paris, 1993.

CAVEING M. : *La constitution du type mathématique de l'idéalité dans la pensée grecque*, 3 tomes, Presses Universitaires du Septentrion, Lille, 1998, en particulier tome 3, « L'irrationalité dans les mathématiques grecques de Théétète à Archimède », p : 164-186.

EUCLIDE d'Alexandrie : *Les Eléments*, traduit en français du texte établi par Heiberg, introduction générale M. CAVEING, traduction et commentaire B. VITRAC, P.U.F., Paris, 1990.

GARDIES J.L. : *L'organisation des mathématiques grecques de Théétète à Archimède*, Vrin, Paris, 1997.

ITARD J. : *Les livres arithmétiques d'Euclide*, Hermann, Paris, 1961.

LASSERRE F. : *La naissance des mathématiques à l'époque de Platon*, Editions Universitaires de Fribourg / Editions du cerf, Paris, 1990.

MUGLER Ch. : *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des grecs*, Klincksieck, Paris, 1958.

RENOU X. : *L'infini aux limites du calcul, Anaximandre, Platon, Galilée*, Maspero, Paris, 1978, chapitre II, Platon.

VUILLEMIN J. : *Mathématiques pythagoriciennes et platoniciennes*, Blanchard, Paris, 2001.

WEX J. : *Métrologie grecque et romaine*, traduit de l'allemand par P. Monet, avec une préface de H. Goelzer, Klincksieck, Paris, 1886, chap. I et II.

Articles :

VUILLEMIN J. : « La méthode platonicienne de division et ses modèles mathématiques », *Philosophia Scientiae* 3, 1998-1999, p: 1-62, en particulier la note 2.

Sur les notions de totalité et d'éléments.

HARTE V. : *Plato on Parts and Wholes*, Clarendon Press, Oxford, 2002.