

este planeta projectado durante oito dias consecutivos sobre o sol. Demais, mercurio, quando se projecta sobre o sol, subtende um arco de 12" e um objecto projectado assim sobre o sol escapa á vista inerme.

Como quer que fosse, é certo que, se taes observações tiveram lugar effectivamente, não deram consequencias uteis.

Já noutra parte (37) fallámos do debate a que entre os modernos deu lugar a descoberta das manchas solares e mostrámos então com Arago que foi John Fabricius, astrónomo hollandez, o primeiro que as observou com attenção, tirando d'essas observações consequencias uteis. Na obra que citámos então (38), diz John Fabricius:

«Imaginámos receber os raios solares por um pequeno orificio, n'uma camara escura e sobre um papel branco, e vimos bem distinctamente a mancha (39) em fórma de nuvem alongada. Durante trez dias impediu o máo tempo, que continuas-

(37) Pag. 45.

(38) *De maculis in Sole observatis et apparente earum cum Sole conversione Narratio, et Dubitatio de modo educationis speciarum visibilium.*

(39) Refere-se á mancha que havia divisado directamente no sol.

«semos estas observações. Passados estes dias, vi-
 «mos a mancha, que havia caminhado obliquamente
 «para o occidente. Divisámos então no bordo do
 «disco solar uma outra menor, que no espaço d'al-
 «guns dias chegou até ao meio; finalmente ap-
 «pareceu uma terceira e desappareceu a primeira
 «em primeiro lugar e as outras alguns dias depois.
 «Fluctuavamos entre a esperança e o receio de não
 «tornar a vel-as; mas, passados dez dias, tornou
 «a primeira a apparecer no oriente. Comprehen-
 «demos então que ella fazia uma revolução; e *desde*
 «*o começo do anno* ficámos firmemente convencidos
 «d'esta ideia e mostrámos estas manchas a outras
 «pessoas, que ficaram convencidas como nós. To-
 «davia tinhamos uma dúvida, que não nos permittia
 «escrever acêrca d'este ponto e que até nos levava
 «a arrepender-nos do tempo que havíamos consu-
 «mido em taes observações. *Viamos que estas man-*
 «*chas não conservavam entre si as mesmas distancias,*
 «*que variavam a sua fórma e a sua velocidade; ficá-*
 «*mos porém ainda mais satisfeitos quando percebemos*
 «*a razão de tal. Como é verosimil, por estas observa-*
 «*ções, que taes manchas estejam sobre o proprio corpo*
 «*do sol, que é espherico e solido, devem tornar-se me-*
 «*nores e retardar o seu movimento, chegando aos bor-*
 «*dos do disco.*»

É devida a Galileu sem dúvida alguma a des-

coberta das fâculas e a Scheiner a das lúculas e a da penumbra.

Sobre a natureza das manchas são diversas as opiniões que encontramos nas paginas da historia.

Eram nuvens para Galileu. «Se a terra fosse luminosa por si mesma, offereceria a quem fosse observada de longe as mesmas apparencias que nos offerece o sol. Confôrme uma ou outra região se achasse detraz d'uma nuvem, divisariamos manchas, ora n'uma, ora n'outra porção do disco apparente; e a maior ou menor opacidade da nuvem diminuiria mais ou menos a luz terrestre. Em certas épocas haveria poucas manchas, depois poder-se-ia ver muitas; alongar-se-iam aqui e encurtar-se-iam acolá; suppondo fixo o nosso globo, acompanhariam a terra na sua rotação; e, como a profundidade seria muito pequena, relativamente á largura, diminuiria consideravelmente o seu diametro quando se approximassem do limbo»: dizia Galileu.

Foram depois os *corpos escuros fluctuantes* de La Hire.

Gascoigne suppol-as produzidas por um numero maior ou menor de corpos quasi diaphanos em conjuncção. Como notou Crabtree, de tal hypothese segue-se que as fórmias das manchas variariam continuamente, *como varia um bando d'aves*.

Foram consideradas por Derham effeitos *d'erupções vulcanicas* e *cratéras* por Wollaston.

Segundo Lalande, eram rochedos enormes.

Wilson explicava a apparição das manchas suppondo que um fluido elastico, elaborado na propria massa escura do sol, elevava-se atravez da materia luminosa, desviando-a para todos os lados e descobrindo uma porção do globo interior e escuro. Formavam-se assim taludes que constituíam a penumbra. Emquanto ás fâculas, confessava que não sabia explical-as.

Na hypothese de W. Herschel sobre a constituição physica do sol admittia-se que, de tempos a tempos, formavam-se aberturas nas atmospheras. Formando-se nas duas atmospheras uma abertura em linha recta com a terra, sendo menor a largura angular da abertura da photosphera apparece simplesmente o nucleo da mancha negra; no caso contrario apparece esta com nucleo e com penumbra. Formando-se sómente a abertura na photosphera, apparece simplesmente a penumbra.

Depois da descoberta de Kirchoff duas opiniões appareceram no campo da sciencia: a das causas externas e a das internas. Apresentaram a primeira Kirchoff, que considerava causas apparentes, Balfour-Stewart, Lœvy e Warren de la Rue, que se inclinavam a causas reaes; a segunda é de Faye,

que começa estabelecendo que *a ideia das causas externas conduz a hypotheses inconciliaveis com os factos*. Sem entrarmos n'esta questão, recommendamos a leitura d'uma extensa memoria que sobre o sol e a respeito d'um artigo do *Macmillan's Magazine* escreveu Faye no n.º 4 do tomo 67 de *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* (27 de julho de 1868).

Chega algumas vezes a ser superior a 50 o numero das manchas solares, como viu Herschel em 20 de abril de 1801, e têm sido observadas algumas de extensão muito superior á da terra.

Variam as suas fórmas e approximam-se ou afastam-se rapidamente, umas das outras, as diversas partes d'um grupo. Conduziram ao conhecimento d'estes phenomenos os trabalhos de Laugier, de Secchi, de Chacornac, de Dawes, de Carrington, de Faye e d'outros.

O movimento apparente é do oriente para o occidente. Uma observação attenta mostra não só um movimento de rotação commum a todas, mas tambem movimentos proprios de cada uma em longitude e em latitude.

O tempo decorrido entre duas passagens consecutivas d'uma mesma mancha no mesmo ponto do disco solar não é o da duração da rotação real, pois resulta da combinação d'este movimento com o da

translação da terra; todavia o conhecimento d'aquelle tempo, que designaremos por t , conduz ao d'esta duração T pela fórmula (40).

$$T = \frac{at}{a+t},$$

designando a o anno sideral, isto é, 365^{d.m.}, 25637.

Ha desigualdades que alteram a posição apparente das manchas e cuja expressão é

$$\left(p + \frac{dR}{R} + \beta \right) \text{tang } \rho \dots \dots \dots (a),$$

em que p designa a profundeza das manchas, dR o erro commettido no semidiametro R do disco solar, effeito já da irradiação, já dos erros da observação, β a constante da refração solar e ρ a distancia angular da mancha ao centro do disco (41).

A influencia de dR póde ser determinada pela comparação do diametro observado com o diametro dado pelas passagens de mercurio.

(40) Ed. Dubois, *Cours d'Astronomie*.

(41) *Comptes rendus etc.*, n.º 4 do tomo 67 (27 de julho de 1868).

A de β é muito insignificante, como indicam as seguintes considerações feitas por Faye:

1.º Quando as manchas não têm nucleo e estão quasi reduzidas a simples pontos, é claro que desaparece a influencia de p e em tal caso as medidas não indicam desigualdade alguma; o que mostra que a influencia de β , se não é insensível, é pelo menos muito pequena;

2.º O padre Secchi, persuadido de que a refração solar devia ser muito forte, limitava-se a observar o centro do orificio superficial da penumbra, para desembaraçar de qualquer influencia de p as suas medidas, e chegou a reconhecer que não se havia manifestado a refração solar;

3.º A determinação directa da profundidade das manchas por um processo independente da refração solar, como o de Wilson, conduz a profundezas, cujas médias concordam com as deduzidas da desigualdade (a), sendo desprezada a quantidade β .

É ainda bem significativa a concordancia entre as medidas effectuadas por Wilson, pelo padre Secchi, por Tacchini e por Faye.

Assim as manchas solares são ainda de immensa importancia para o conhecimento da constituição physica do sol. Parece que resolvem o debate entre Faye e o Dr. Peters, director do Observatorio de Hamilton College, acérca do poder refringente

da atmospherá solar. Uma outra circumstancia confirma o resultado a que chegou Faye em tal questão: distinguem-se claramente nas vizinhanças dos bordos os menores accidentes da superficie solar sem outra confusão além da resultante da perspectiva e das variações muito notaveis do brilho relativo das diversas partes vistas sob inclinações muito differentes nos bordos e no centro, e não teriam lugar assim as cousas, se a atmospherá solar fosse dotada d'um grande poder refringente. A analyse espectral veio ainda apoiar estas conclusões; pois, quanto mais profunda fôr a atmospherá solar, maior será também a differença dos caminhos percorridos nas suas camadas pelos raios luminosos tomados nos bordos e nos centros; o que não póde conciliar-se com a identidade dos espectros solares tomados ali ou aqui.

As desigualdades, de que vimos de fallar, haviam desacorçoado os astrónomos; mas as observações desembaraçadas de taes irregularidades mostram nos movimentos das manchas uma constancia e uma regularidade quasi mathematica.

Foi assim estabelecida a fórmula seguinte:

$$T = \frac{21600'}{857',6 - 157',3 \text{ sen}^2 \lambda'}$$

designando T a duração da rotação em dias me-
dios e λ a latitude (42).

Para determinar a duração da rotação havia re-
corrido Laugier a observações separadas sómente
por intervallos de 1, 2, 3 e, quando muito 8 dias.
Eis os resultados a que o conduziram as observa-
ções de duas manchas, uma desde 24 até 27 de
maio de 1837 e outra desde 20 até 28.

Emquanto á primeira, a observação de 24 com-
parada com a de 27 deu-lhe.... $24^d 6^h 43^m 12^s$,
a de 25 com a de 27..... $24^d 4^h 4^m 48^s$,
e a de 24 com a de 25..... $24^d 6^h 43^m 12^s$;
emquanto á segunda,
a de 20 com a de 28..... $26^d 7^h 26^m 24^s$,
a de 21 com a de 28..... $26^d 1^h 12^m$,
a de 20 com a de 27..... $26^d 8^h 38^m 24^s$,
a de 20 com a de 26... .. $26^d 11^h 30^m$,
e a de 23 com a de 27..... $26^d 1^h 40^m 48^s$.

N'este quadro d'observações ha uma singulari-
dade que não póde ser attribuida por fórma al-
guma a erros d'observação e que deve ser tomada
como a expressão exacta dos movimentos proprios
das manchas solares: a observação da primeira
mancha dá constantemente para a duração da ro-

(42) *Comptes rendus* etc., n.º da nota ant.

tação 24 dias mais uma fracção do dia e a da segunda 26 dias mais uma fracção.

Para determinar com toda a segurança estes movimentos proprios, Laugier mediu directamente o arco da esphera solar que separava duas manchas, chegando aos resultados seguintes:

em 29 de junho de 1838 a distancia angular	
entre as manchas era de	45°47',
em 30 era de	44°29',
em 2 de julho do mesmo anno era de	46° 2',
em 3	» 46°39',
e em 4	» 46°32';

em 24 de maio de 1840 observou entre outras duas manchas a distancia angular de 78° 30', que em 27 estava reduzida a 73° 32'.

Attribuindo esta differença de 4° 58' ao deslocamento d'uma das manchas, viu Laugier que a sua velocidade relativa era de 111 metros por segundo.

Citamos ainda como exemplo o deslocamento e a variação da fórma d'um grupo de manchas solares observado desde o dia 22 até ao dia 27 de maio de 1869. Este grupo, que estava situado no hemispherio austral, começou a transportar-se de 2° 17', pouco mais ou pouco menos, para os pólos. As suas duas extremidades estavam bem distantes desde o dia 22 até ao dia 23, foram-se depois approximando até ao dia 27, caminhando o grupo cêrca de 5°

para o equador. No dia 23 havia sido invadido por pontos de materia branca, que foram occupando cada vez mais espaço, por fórma que no dia 27 estava o grupo reduzido a uma mancha bastante consideravel e a um archipelago d'outras quasi imperceptiveis.

Observando durante muitos dias consecutivos as differenças da declinação e da ascensão recta entre uma mesma mancha e o centro do disco solar e deduzindo pelas fórmulas conhecidas as da longitude e da latitude, teremos uma série de pontos que representarão a órbita apparente d'essa mancha sobre o disco solar, ou, mais rigorosamente, a projecção d'essa órbita sobre um plano perpendicular ao raio visual tirado da terra para o centro do sol. Tal projecção é, em geral, uma curva oval muito semelhante a uma ellipse. Todas as manchas que podem ser observadas simultaneamente percorrem órbitas semelhantes e parallelas.

São consideraveis as variações por que passam a fórma, a curvatura e a inclinação de tal órbita sobre a ecliptica. No fim de novembro e no começo de dezembro é uma linha recta, em que o ponto da apparição das manchas é menos elevado que o da desaparição. Vae-se curvando pouco a pouco esta linha, que toma depois a fórma oval. Durante o inverno e durante a primavera a sua convexida-

de está voltada para o pólo boreal; mas vae variando a sua inclinação, até que no começo de março é parallela á ecliptica a corda que une os pontos da apparição e da desapparição. Continúa a variar a inclinação no mesmo sentido e a curvatura vae diminuindo, até que no fim de maio e no começo de junho está reduzida outra vez a uma simples linha recta; mas a sua inclinação é precisamente contrária á que tinha lugar seis mezes antes e o ponto da apparição é mais elevado que o da desapparição. Torna a curvar-se e toma outra vez a fórma oval; mas a convexidade fica agora voltada para o pólo austral. Vae diminuindo a sua inclinação, até que no começo de setembro é parallela á ecliptica, como no começo de março, a corda dos pontos da apparição e da desapparição. Diminuem depois a curvatura e a inclinação, até que no fim de novembro e no começo de dezembro tem a fórma que já dissemos.

Observam-se todos estes phenomenos em todas as manchas e reproduzem-se em cada anno na mesma ordem e com os mesmos periodos de crescimento e de diminuição. É pois extremamente provavel e verosimil, tão provavel e verosimil como são todas as leis da natureza descobertas pelo homem, que a causa de todos estes phenomenos é regular, constante e uniforme. A causa mais regular, mais constante e mais uniforme é incontestavel-

mente o movimento de rotação do sol, que taes phenomenos mostram ser um globo. Observamol-o como observamos a acção da attracção universal.

Se as manchas solares podem deixar em trevas esta questão, vêm illuminal-a as fâculas e as lúculas. Se é insufficiente a descoberta de John Fabricius, extinguem toda a dúvida as de Galileu e de Scheiner.

O sol não dorme em ethereo leito; obedece a uma contínua rotação ao redor d'um eixo.

Eis realisada a suspeita de Jordano Bruno. Teve a Inquisição poder para aniquilar a cabeça de Jordano Bruno na fogueira, que tantas vezes foi o theatro das suas delicias, que outras tantas foi o altar do seu culto e em que se reflectia a sua alma raivosa; mas succumbiu perante a natureza. O sol continúa a sua rotação e a intelligencia humana a sua colheita no campo da natureza inteira.

Eis confirmada a conjectura de Képler, que escreveu na sua obra *De stellâ martis*: «o corpo do sol é magnetico; gyra ao redor de si mesmo.» Chamar-lhe-íamos propheta, se tal palavra podesse apparecer n'um dictionario astronómico.

Para determinar o movimento de rotação do sol, apresentou Sonrel um methodo tão simples, como engenhoso (43). «Imaginemos-nos, diz elle, imagi-

(43) *Comptes rendus* etc., n.º 9 do tom. 69 (30 de agosto de 1869).

«nemos-nos transportados a um astro que gyre ao
 «redor d'um eixo com uma velocidade igual a vinte
 «cinco vezes a da terra, pouco mais ou pouco me-
 «nos, e observemos ahi os accidentes da superficie
 «d'esta. Independentemente de pontos cujas dis-
 «tancias mútuas variam sómente por effeitos de
 «perspectiva, distinguiremos um grande numero
 «de manchas cujas posições relativas variam. Não
 «temos os pontos fixos no estudo do sol; mas po-
 «demos recorrer ás manchas. Ora que reconhece-
 «ceríamos na terra? Deslocamentos em latitudes
 «mui pequenos na proximidade do equador, deslo-
 «camentos que vão augmentando até á latitude de
 «15 a 20 grãos conforme as manchas e depois uma
 «diminuição gradual até ás latitudes elevadas. N'este
 «intervallo a mancha ou o grupo pareceria appro-
 «ximar-se, ora do pólo, ora do equador; e o predo-
 «minio d'um ou d'outro d'estes movimentos seria
 «muitas vezes indicio d'uma nova phase do pheno-
 «meno. N'um dia da nossa nova estação, isto é,
 «n'uma hora terrestre *quasi* (44) a mancha cyclo-

(44) Segundo a hypothese de que partimos, um dia d'esta nossa estação é inferior a uma hora terrestre e por isso acrescentamos um *quasi*, que não se lê na memoria que vamos transcrevendo. É uma linguagem mais mathematica.

«nica teria percorrido um arco bem pequeno da sua
 «trajectoria. No fim de $12^d 12^h$ a mancha desappa-
 «receria para, no fim do mesmo tempo, tornar a ap-
 «parecer no bordo opposto da terra. Reconhecel-a-
 «iamos sempre? Estariamos, pelo contrario, expos-
 «tos a não tornar a divisar a mancha seguida com
 «assiduidade, mas cuja latitude, cuja velocidade de
 «rotação e especialmente cuja fórma teriam sido
 «modificadas até ao ponto de desfigural-as? Ora,
 «uma mancha terrestre dura algumas vezes 15 ou
 «20 dias terrestres e transporta-se do equador até
 «50 ou 60 grãos de latitude. Procurando determi-
 «nar, segundo o deslocamento diurno da mancha
 «em longitude, o movimento de rotação terrestre,
 «chegaremos a valores variaveis com a latitude (45).
 «O observatorio do sol conduz ao mesmo resultado.
 «A curva que exprime tal variação tem dois pon-
 «tos de inflexão e o segundo, correspondente a um
 «minimo relativo do coefficente angular da tan-
 «gente, dá simultaneamente a latitude em que a
 «mancha seguiu um meridiano e o movimento em
 «longitude n'esta latitude, isto é, o movimento an-
 «gular da rotação terrestre. A observação d'outras

(45) Mostra-o tambem a fórmula da pag. 120, quando se trata do sol.

«manchas forneceria curvas analogas; mas a posição dos pontos de inflexão variaria d'uma para a outra. Não sendo muito consideravel a extensão de tal variação, a fórma geral da curva subsiste na média e o valor deduzido d'ella para a rotação angular da terra seria, se não inteiramente exacto, pelo menos, o mais proximo possivel. Voltemos ao sol.

«As nossas observações têm abrangido manchas situadas entre 40 grãos de latitude heliocentrica boreal e 32 grãos de latitude heliocentrica austral. Construindo a curva que exprime a variação do movimento angular da rotação das manchas solares com a latitude, apparece um factio curioso e sorprendente. É precisamente a inversa da que forneceria a applicação de tal methodo de investigação á terra. Applicando tal methodo á nossa atmosphera, obtem-se uma curva levemente dissymetrica. Pela mesma fórma, applicando-o á atmosphera solar, obtem-se uma certa dissymetria na curva, cujos ramos conservam ambos todavia o mesmo character geral.

«O ramo boreal da curva dá, para o espaço que o sol percorre na sua rotação durante um dia solar médio, 828' na latitude de $27^{\circ} 30'$; o ramo austral dá 839' na latitude de 19° . Independentemente da dissymetria, a differença de 11' entre

«estes dous valores explica-se, crêmol-o, pela difficuldade das observações e pela irregularidade dos movimentos nas diversas épocas. O primeiro numero dá, para a duração da rotação, $26^d 1^h 55^m 12^s$; o segundo dá $25^d 18^h$; e a média de taes valores é $25^d 22^h 4^m 48^s$, que é, segundo crêmos, o mais proximo da realidade.

«Este methodo permite, como deixámos dicto, determinar a velocidade de rotação d'um astro cuja superficie esteja coberta por uma atmospherica, em que se produzam differenças de temperatura, condensações e consequentemente correntes. Póde applicar-se principalmente ao estudo dos planetas taes como marte, jupiter e saturno, embora este trabalho se torne muito delicado por causa da pequenez d'estes astros.»

Para a duração total da rotação solar Laugier deduziu da observação de 29 manchas distinctas o valor de $25^d 8^h 9^m 36^s$.

O movimento de rotação do sol dá uma explicação completa dos movimentos das manchas solares e das diversas fórmas que, nas diversas épocas do anno, tomam as suas órbitas apparentes.

Galileu suppoz, durante muito tempo, que o eixo da rotação solar era perpendicular ao plano da eclipica, e, na sua obra *Dialogo* etc., falla d'uma inclinação; mas nem um valor approximado indica.

Scheiner, na sua obra *Rosa Ursina*, fixou o pólo da rotação solar na distancia cêrca de 7° do pólo da ecliptica.

Laugier chegou ao valor de $7^{\circ} 9' 2''$ para a inclinação do equador solar sobre a ecliptica.

Carrington, em 1854, chegou ao valor de $7^{\circ} 17' 18''$ para esta inclinação.

Na obra acima citada de Scheiner conduz á posição dos nós do equador solar a indicação da época do anno em que os pólos de rotação ficam nos bordos do disco.

Laugier achou $75^{\circ} 8'$ para a longitude do nódo ascendente do equador solar, a contar do equinoxio de 1840.

Carrington viu que, em 1854, esta longitude era igual a $73^{\circ} 28'$.

Não apparecem manchas em todo o disco do sol.

Galileu estabeleceu em 28 grãos de declinação boreal e austral, a partir do equador solar, os limites além dos quaes não apparecem manchas algumas, limites que Scheiner estendeu até 30 grãos.

Em julho de 1777 observou Messier no hemispherio boreal uma mancha negra, cuja declinação era de $31^{\circ} 20'$ e, passados trez annos, observou Méchain outra no mesmo hemispherio em $40^{\circ} 20'$.

Laugier augmentou a *zona manchada* do sol com $1^{\circ} 20', 40'$ em cada hemispherio.

Ha poucos annos, o director do Observatorio de Napoles presumiu ter visto uma mancha em 46 grãos de declinação austral; o que foi confirmado por Carrington.

As lúculas são observadas em todas as declinações, até nas vizinhanças dos pólos. O contrario tem lugar nas grandes fáculas.

Cassini e Maraldi criam que no hemispherio austral formavam-se mais manchas que no boreal e em 1707 lebravam-se de ter visto n'este hemispherio apenas a de abril de 1705; mas muitas memorias posteriores mostram que effectivamente não ha semelhante differença.

J. D. Cassini pensou reconhecer que as manchas de maio e de junho de 1688 occupavam no sol exactamente os pontos em que já haviam apparecido outras e suppoz ter observado até algumas já observadas por Scheiner e por Hevélius.

Em 1778 disse Lalande a este respeito:

«Ha manchas muito consideraveis que tornam
«a apparecer nos mesmos pontos do disco solar,
«emquanto que outras, igualmente consideraveis,
«apparecem em pontos um pouco differentes.»

Pouco depois do meiado do seculo actual R. Wolff fixou a periodicidade, a que parecem sujeitas as manchas solares, em 11 annos, um mez e 10 dias, proximamente, com o intervallo de cêrca de 5 an-

nos entre um maximo e um minimo no numero e na intensidade d'estas manchas.

Em tempos remotos foram consideradas as manchas solares, a *insólita pallidez do sol*, como signaes de lucto, com que se cobria este astro por algum facto funesto.

«Ille etiam extincto miseratus Caesare Romam:

«Cum caput obscura nitidum ferrugine textit,

«Impiaque aeternam timuerunt secula noctem,

diz Virgilio alludindo á morte de Julio Cesar (46); e Plinio expõe assim estas ideias: fiunt prodigiosi «et longiores Solis defectus, qualis occiso dictatore «Cæsare; et Antoniano bello, totius penè anni pallore continuo.»

Scheiner pretendia explicar pelas manchas solares o eclipse que diz-se ter sido total para a terra inteira na occasião da morte de Jesus Christo.

O astrónomo de Slough acreditava a influencia das manchas sobre a agricultura. Segundo W. Herschel, as colheitas são tanto melhores, quanto maior é o numero das manchas que apresenta o disco solar.

* . *

(46) Georg., liv. 1.º v 466, 467 e 468.

O sol é um planeta. O monarca é semelhante aos vassallos! Lei admiravel!

O sol é cercado por uma atmosphaera como os planetas.

A sua superficie apparente é manchada como a d'estes corpos.

É dotado d'um movimento de rotação.

Os planetas são para o sol o que para elles são os satellites.

E o movimento de translação? Não antecipemos as ideias.

O sol é um planeta.

* *

Diversos processos podem ser empregados para a determinação da *parallaxe equatorial do sol*: o das opposições de marte, o das passagens de venus, o da equação lunar do sol, o da equação parallactica da lua e o da velocidade da luz.

O conhecimento d'esta parallaxe conduz ao d'outra qualquer e consequentemente ao da distancia do sol á terra, que é de cerca de 156 milhões de kilómetros.

* *

Pretendia Anaxágoras que o sol não era maior que o Poloponneso.

Eudoxio, o grande philosopho de Cnide, dava-lhe um diametro nove vezes maior que o da terra.

Conta Cléomedes que os epicuristas, seus contemporaneos, sustentavam que o diametro real do sol não excedia a um pé.

Hoje sabe-se que o diametro solar é de 1428000 kilómetros. Se o centro do systema terrestre coincidissem com o do globo solar, a distancia de 384000 kilómetros, que separa a terra da lua, ficaria ainda comprehendida n'este globo, cuja superficie iria terminar ainda além da lua na distancia de 330000 kilómetros.

Se tudo isto é prodigioso, mais prodigioso é ainda o numero

2 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000,

numero dos kilogrammas que pésa o sol. Se n'um dos pratos d'uma immensa balança estiver o sol, deverão estar no outro 350000 globos terrestres, para haver equilibrio.

* * *

CAPITULO TERCEIRO

Astronomia Estellar

Classificação das estrellas segundo a ordem da intensidade da luz.

Estrellas *fundamentaes*, *temporarias*, *perdidas*, *variaveis* ou *periodicas*, *duplas*, *multiplas* e *agrupadas*. Constituição physica. Côr, brilho e calor. Parallaxe annua e distancia á terra. Movimento proprio.

«Twinkle, twinkle, pretty star,
«How i wonder what you are!»

Versos populares que em Inglaterra cantam as crianças com o mesmo sentimento com que, em toda a parte, os repetem os profundos pensadores da humanidade; sentimento inspirado pelas estrellas, que para os seculos passados foram apenas bellezas e segredos da natureza; sentimento que dirige o

sabio nas viagens ultra-planetarias; sentimento que Soares de Passos exprime assim:

Estrellas que brilhaes n'essas moradas,
 Quaes são nossos destinos?
 Vós sois, vós sois, as lampadas sagradas
 De seus umbraes divinos.
 Pullulando do seio omnipotente,
 E sumidas por fim na eternidade,
 Sois as faiscas de seu carro ardente
 Ao rolar atravez da immensidade.

A attenção e os trabalhos dos observadores modernos dirigem-se para a Astronomia Estellar. É util e curioso desviar os olhos da vida ruidosa do nosso mundo para «ir contemplar novas naturezas «n'outras espheras» (47).

Como o anatômico tem descido com o escalpello e com o microscopio até ás profundezas immensamente pequenas do organismo, tem assim o astrónomo subido com o calculo e com o telescopio ás regiões immensamente grandes do vasto imperio da natureza. Vae aquelle estudando, uma por uma, cada célula em cada metamorphose; este vae estudando assim, uma por uma, cada provincia celeste em cada phase.

(47) Camille Flammarion, *Études et lectures sur l'Astronomie*.

Marchemos para as estrellas, como Mahomet marchou para a montanha. Prescrutemos essas *lampadas sagradas dos umbraes divinos*.

Bayer e W. Herschel classificaram as estrellas segundo a ordem da intensidade relativa da sua luz. Bayer designou pela primeira letra do alphabeto grego, α , a estrella mais brilhante de cada constellação, por β a segunda e assim successivamente. As tábuas de W. Herschel theoreticamente differem pouco das cartas d'aquelle jurisconsulto astrónomo: são mais completas, mais exactas e mais minuciosas e a comparação estende-se algumas vezes a estrellas de constellações differentes.

As estrellas visiveis pela vista inerme acham-se classificadas hoje em ordens de grandeza, dizendo-se as da primeira estrellas de 1.^a grandeza, as da segunda estrellas de 2.^a grandeza e assim successivamente. As outras chamam-se *telescópicas*, porque só pelo telescópio podem ser observadas. São subdivididas tambem em ordens de grandeza.

* *

Ha muitas estrellas que se observam facilmente quasi sempre. Pelo conhecimento da sua altura e da sua declinação determinam ou rectificam os astrónomos e os maritimos a hora sideral. São ver-

dadeiros pharóes, brilhantes signaes que fixam a triangulação celeste. São estas as estrellas *fundamentaes*, cujo numero diz A. de Guynemer ser 36. São as principaes a estrella *polar*, *sirius*, *procyon*, *régulus*, α d'*aquario*, *castor*, *pollux*, *aldébaran*, β de *tauro*, *cabra*, α d'*andrómeda*, de *cysne*, de *perseu*, de *lyra*, de *virgo* e de *libra*, γ de *pégaso*, *arcturus*, α , β e γ d'*aguia*, α e β d'*orion* e outras.

Desde 1750 até 1762 foram as posições d'estas estrellas objecto dos trabalhos de Bradley em Greenwich; em 1818 reduziu Bessel, astrónomo de Königsberg, as suas ascensões rectas ao anno 1755; desde 1836 até 1850 procedeu Airy a novas investigações n'este ponto; e finalmente conseguiu Le Verrier chegar a uma determinação exacta.

Fallámos, em paginas que ahi ficaram, d'essa pretendida lei da incorruptibilidade dos céos e dissemos então ter sido semelhante lei um *simple sonho do Stagyrita*. Não é unica prova d'esta asserção o phenomeno que então expúnhamos; apoiam-na com toda a segurança outros não menos curiosos e de consequencias tão uteis. São tambem provas d'esta asserção esses astros que, n'um certo instante, apparecem subitamente n'um ponto do firmamento com um bilho admiravel, superior ao de muitos outros, e que vão perdendo esse brilho, pouco a pouco, até sumirem-se para sempre, como seres

ephemeros, e alguns talvez sómente durante periodos longos. São as estrellas *temporarias*.

Ha muito já desde que têm sido observados phenomenos tão curiosos. Segundo Ed. Biot, os annaes chinezes encerram um grande numero de taes observações, desde o anno 613 antes da era christã até ao anno 1222, espaço comprehendido na collecção ma-tuan-lina. Fallámos já d'uma d'estas estrellas observada por Hipparco (48).

Na sua obra *Études et lectures sur l'Astronomie*, de 1869, apresenta Camille Flammarion a seguinte lista d'estrellas *temporarias*, que estão completamente ao abrigo de qualquer dúvida, indicando pelo signal —?— aquellas cujas aparições não estão ainda classificadas:

- No anno 134 antes da era christã uma que appareceu em *escorpião*,
 no anno 123 da era christã uma que appareceu em *ophiucus*,
 no anno 173 uma em *centauro*,
 » 369 » ?
 » 386 » *sagittario*,
 » 389 » *aguia*,
 » 393 » *escorpião*,

- no anno 827 uma em *escorpião* (?),
 » 945 uma entre *cephéu* e *cassiopeia*,
 » 1012 uma em *aries*,
 » 1203 » *escorpião*,
 » 1230 » *ophiucus*,
 » 1264 uma entre *cephéu* e *cassiopeia*,
 » 1572 uma perto da estrella α de *cassiopeia*,
 » 1578 uma em ?
 » 1584 » *escorpião*,
 » 1600 » *cysne*,
 » 1604 » *ophiucus*,
 » 1609 » ?
 » 1670 » *raposa*,
 » 1848 » *ophiucus*,
 » 1866 » *corôa boreal*.

John Herschel pensa que a primeira d'estas estrellas é a que Plinio diz ter sido observada por Hipparco.

A de 827 foi observada em Babylonia por astrónomos arabes. O seu brilho igualava o da lua nas quadraturas.

A de 1572, que é a mais memoravel de todas, foi uma estrella realmente gigantesca com um brilho que excedia toda a cohorte celeste, pelo que Tycho-Brahé comparou-a a um diamante. Apareceu em dezembro de 1572 e, segundo declara Tycho-Brahé, que escreveu a historia de tal estrella, ao pé d'ella

desmaiavam sirius, lyra e jupiter, chegando até a ser vista ao meio dia. Em março de 1573 occupava um lugar médio entre as estrellas de 1.^a grandeza; descia para 2.^a em abril; e assim foi indo até descer á ultima. Em março de 1574 havia desaparecido á vista inerme. Provavelmente, antes de desaparecer, passou pelo brilho e pela dimensão das estrellas telescopicas; mas em semelhante estado não pôde ella ser observada, pois, como já dissemos, foi posterior a esta época a invenção do telescopio. Se é sorprendente tal phenomeno, não são menos sorprendentes as ideias que acêrca d'elle appareceram então. Cardan disse que esta estrella era a mesma que tinha guiado os Magos a Belém e Theodoro de Béze declarou á Europa consternada que tal apparição vinha annunciar a segunda vinda do Homem-Deus. Os calculos de Stoffler e de Leovicio indicavam o nascimento do anti-christo, o proximo fim do mundo e os preparativos do juizo final e faziam já ouvir os primeiros sons da trombeta da justiça divina. Á pobre estrella foram attribuidas as desgraças todas d'esses tempos nos paizes em que foi observada e hoje nem um vestigio tem que possa defendel-a.

Ma-Tuan-Lin indica no seu catalogo a de 1578 tão grande como o sol.

A de 1600 desapareceu sómente em 1621. Cas-

sini tornou a vel-a de 3.^a grandeza em 1655 e Hévélius dez annos depois. John Herschel collocou-a entre as estrellas *variaveis*, de que logo nos occuparemos; mas Argelander considerou-a uma das estrellas *novas* que não haviam desaparecido ainda.

A de 1604 *viveu* 15 mezes e hoje nem se vê o seu *cadaver*, nem restos alguns. Foi ella observada por dous illustres astrónomos, Képler e Galileu.

A de 1670 apresentou o singular phenomeno d'extinguir-se e de reanimar-se muitas vezes antes de sumir-se completamente.

No dia 28 de abril de 1848 Hind descobriu na constellação *ophiucus* uma estrella de 5.^a grandeza, que apresentava uma côr amarello-avermelhada. Foi um astro ephemero, que em 1850 desceu insensivelmente até 12.^a grandeza.

Na noute de 12 de maio de 1866 Birmingham, em Irlanda, e na noute seguinte Courbebaisse, engenheiro chefe de pontes e de calçadas, em Rochefort, e Schmidt, em Athenas, descobriram uma estrella nova na constellação da *corôa boreal*. Era bastante brilhante, pois quasi igualava em brilho a *perola* da *corôa*. Depois d'estes dias foi diminuindo o seu brilho lentamente, na razão de meia grandeza por dia, até ao dia 20 e mais lentamente ainda depois até ao fim de junho, época em que chegou a

9.^a grandeza, cessando ahi as suas variações apreciaveis.

Contamos esta estrella como temporaria, apesar de estar averiguado que era a estrella 2765^a do grande catalogo de Argelander, porque os phenomenos n'ella operados são da mesma ordem que os das temporarias. Effectivamente as considerações seguintes mostram que a estrella nova de 1866 era a 2765^a d'aquelle catalogo:

1.^a A estrella nova ficou reduzida a 9.^a grandeza e d'esta grandeza era a 2765^a do catalogo de Argelander;

2.^a segundo Stone, a posição média da estrella nova, no 1.^o de janeiro de 1866, correspondia ás coordenadas

ascensão recta $15^{\text{h}}53^{\text{m}}53^{\text{s}},8$
e distancia polar $63^{\circ}41'52'',9$

e as da outra estrella que consideramos, sem a correcção devida ao movimento proprio, de que logo trataremos, seriam no mesmo dia

ascensão recta $15^{\text{h}}53^{\text{m}}54^{\text{s}},5$
e distancia polar $63^{\circ}41'49'';$

3.^a segundo communicações de Graham, no ca-

talogo de Wollaston ha uma estrella cuja posição média em 1790 era dada pelas coordenadas

ascensão recta. . $14^{\text{h}}51^{\text{m}}$ e distancia polar. . $63^{\circ}29'$,

coordenadas que, reduzidas a 1866, são

ascensão recta. . $15^{\text{h}}54^{\text{m}}$ e distancia polar. . $63^{\circ}42'$,

que coincidem quasi com a da estrella nova;

4.^a no grande globo celeste de Cary está marcada uma nebulosa muito perto d'esta estrella, nebulosa que não vem indicada no catalogo de W. Herschel;

5.^a John Herschel diz que n'um antigo globo celeste de Bordin, que contem as posições de 6000 estrellas, segundo as observações de seu pae, de Maskeline, de Wollaston e d'outros, apparece uma estrella de 9.^a grandeza exactamente no lugar da estrella de que nos occupamos.

Todas estas considerações vêm com outras em *Monthly Notices*.

Achando-se esta estrella no prolongamento da linha $\alpha\gamma\delta$, fórma com $\epsilon\delta$ um triangulo rectangulo, de cujo angulo recto é ϵ o vertice.

A lista das pag. 139 e 140 mostra que na mesma constellação têm apparecido estrellas novas em

épocas diferentes. Em *escorpião* têm apparecido cinco, sendo as épocas da sua apparição separadas por intervallos comprehendidos entre 376 annos, desde 827 até 1203, e 527, desde 134 annos antes da era christã até 393. Em *ophiucus* têm apparecido quatro, sendo os intervallos das apparições comprehendidos entre 1107 annos, desde 123 até 1230, e 244, desde 1604 até 1848. Em *cassiopeia* e entre esta constellação e *cepheu* têm apparecido trez, sendo de 319 annos o intervallo comprehendido entre as desappareições das duas primeiras e 308 entre as da segunda e da terceira. Se estas estrellas são apparições successivas e mais ou menos periodicas de certas estrellas, do que se havia lembrado Petit, no seculo actual, provavelmente entre 1880, correspondente ao periodo de 308 annos, e 1891, correspondente ao de 319, deve ser observada outra estrella nova n'esta constellação.

Montucci, discutindo esta lista, deduziu d'ella um quadro de progressões arithmeticas muito engenhosas, do qual resultava que muitas estrellas temporarias são simples apparições d'estrellas que no espaço de 7 annos e 9 mezes, pouco mais ou pouco menos, percorrem uma órbita desconhecida. Eis o quadro de taes progressões, tão rigorosas quanto póde exigir-se em questões de datas tão vagas:

Progressões arithmeticas	Epocas correspondentes
369 = 369	369
369 + 3 × 7,75 = 392,25	393
392,25 + 56 × 7,75 = 826,25	827
826,25 + 24 × 7,75 = 1012,25	1012
1012,25 + 28 × 7,75 = 1229,25	1230
1229,25 + 45 × 7,75 = 1578	1578
1578 + 4 × 7,75 = 1609	1609
1609 + 8 × 7,75 = 1671	1670

A este quadro póde ainda juntar-se a seguinte progressão, apezar de conduzir a uma differença um pouco mais consideravel que as precedentes:

$1671 + 23 \times 7,75 = 1849,25$, a que corresponde a época 1848.

Feliz brinquedo do espirito ou aturado e paciente estudo, jogo do acaso ou producto de repetidos ensaios, esta concepção, se não tem o character de verdadeira theoria, é realmente d'um engenho admiravel. Não deve ser guardada como objecto de curiosidade; é assumpto de sérias reflexões. Progri-dam as observações sobre estes astros transitorios e consulte-se devidamente este quadro.

Todas estas estrellas foram observadas na via lactea ou nos seus limites exteriores, excepto a de 1012, que appareceu em *áries*.

Um outro phenomeno que nos parece intima-

mente ligado com este, tão curioso pelo menos, é a desaparição completa de certas estrellas. Se parecem *nascer* as estrellas novas, parecem estas *morrer*.

Durante o cêrco de Troia foi extincta uma das *pleiades*.

Segundo Ullugh-Beigh, em 1437 não se viam nos lugares indicados estrellas do catalogo de Ptolomeu. Entre outras cita a 11.^a de *lobo*, uma d'*auriga* e 6 vizinhas do *peixe austral*, sendo 4 de 3.^a grandeza.

Nos annaes officiaes da China vêm indicadas desaparições de muitas estrellas.

W. Herschel notou que depois de Flamsteed foram extinctas muitas. Foram entre outras a 9.^a e 10.^a de *tauro*, de 6.^a grandeza; a 55.^a d'*hercules*, que no catalogo de Flamsteed é considerada de 5.^a grandeza, que W. Herschel viu rubra no dia 10 d'outubro de 1781 e branca, como uma estrella ordinaria, no dia 11 d'abril de 1782 e de que não observou vestigio algum mais desde 24 de maio; as estrellas 80.^a e 81.^a d'esta mesma constellação, de 4.^a grandeza; e a 42.^a das estrellas de *virgo*.

Têm sido observados tambem estes phenomenos em *leão*, *balança*, *ursa-menor* e n'outras constellações.

Comparando estas apparencias com as das es-

trellas temporarias, notamos certa relação de analogia entre ellas, excepto no periodo da duração.

Terão tido lugar em todos esses corpos os phenomenos que a Geologia mostra nas differentes épocas do planeta que habitamos?

O estudo dos espectros dos corpos terrestres mostra a constituição physica e a composição chimica dos corpos celestes e não pôde assim tambem o estudo das differentes phases, por que têm passado a terra, mostrar as que têm tido lugar em todos os outros corpos do universo?

Pôde afirmar-se que esses astros, considerados hoje extinctos, são corpos opacos que vão percorrendo as suas órbitas segundo as leis da harmonia e do movimento.

Quem sabe se em alguns d'esses corpos distantes da terra é esta ainda vista como um ponto luminoso?... Se n'outros está a sumir-se?... Se n'outros é considerada extincta?...

«Existem nos espaços celestes corpos opacos tão «consideraveis e talvez tão innumeraveis como as «estrellas» (49): tal é a opinião de Laplace, de Bessel, de Struve, de Peters, de Schumacher e d'outros sabios.

(49) Laplace, *Exp. du syst. du monde.*

«Um corpo escuro póde ser o centro attractivo
«de corpos luminosos como de massas planeta-
«rias» (50).

Não são estes os unicos factos de transformações
no universo. É opinião nossa, ha muito já, que a
natureza é composta d'um limitado numero d'ele-
mentos, que podem combinar-se por diversas fór-
mas em numero infinito, e obedece a novas e in-
cessantes transformações. Novas fórmulas resultam
constantemente de novas combinações.

«Omnia mortali mutantur lege creata,
«Nec se cognoscunt terræ vertentibus annis (51)»

é uma lei que o sabio tem visto confirmada pelos
trabalhos de todos os seculos. A sua acção não tem
por limites os da terra; vae até aos confins dos es-
paços planetarios, passa além e vae exercer-se so-
bre cada um de todos os corpos do universo. A na-
tureza é o Protheu Supremo.

Reina tambem a vida em muitos d'esses corpos,
se não em todos. «Os espaços celestes já não de-
«vem ser considerados a séde da eterna tranquill-
«dade, do repouso absoluto e da silenciosa incor-

(50) A. de Guynemer, *Dict. d'Astr.*

(51) M. Manilii, *Astronomicon.*

«ruptibilidade; são pelo contrário o vasto theatro
«d'uma vida immensa, d'uma vida universal, que
«arrasta no seu turbilhão cada mundo. Nada lh'es-
«capa. Decorrem os periodos; mas tudo muda, trans-
«forma-se tudo e move-se tudo na natureza» (52).

Onde transformação, ahi movimento; pois qual-
quer transformação movimento é. O movimento é
a primeira lei do universo. Qualquer particula ma-
terial move-se, porque é material, porque a força
é como o espirito da materia e porque o movimento
é a manifestação da materia.

Factos de transformação ou de movimento ou
de transformação e de movimento, que é o mesmo,
são as estrellas *temporarias* ou *variaveis*, isto é, es-
trellas cujo brilho varía periodicamente. N'alguns
d'estes astros singulares a passagem do maximo
para o minimo d'intensidade e a volta do minimo
para o maximo operam-se em pouco tempo; n'ou-
tros porém são muito consideraveis semelhantes pe-
riodos.

No dia 13 d'agosto de 1596 David Fabricius
descobriu no collo da *baleia* uma estrella de 3.^a
grandeza, que desapareceu, passados dous mezes.
Considerou-a elle uma estrella nova.

(52) Camille Flammarion, *Ét. et lect. sur l'Astr.*

Em 1603 Bayer marcou na mesma constellação uma estrella de 4.^a grandeza com a letra *o*; mas não attendeu á singularidade de ser o lugar d'esta estrella exactamente o mesmo que o da observada por David Fabricius. Escapou-lhe assim a glória d'uma das mais bellas descobertas da Astronomia moderna.

No começo de dezembro de 1638 J. Phocylides Holwarda, professor em Franecker viu, durante um eclipse da lua, esta estrella que excedia então as de 3.^a grandeza. No meiado do verão de 1639 já Holwarda não pôde descobrir tal estrella; porém mais tarde, no dia 7 de novembro d'esse anno, tornou a vê-la no seu lugar. Descobriu assim Holwarda unicamente pelas suas observaões que podia haver estrellas sujeitas a alternativas periodicas de desapareição e de reaparição.

Ás de Holwarda seguiram-se as observaões de Fullenius, professor tambem em Franecker. Em 1641 esta estrella começou a tornar-se visivel sómente a partir de 23 de setembro e, passado um anno, foi vista novamente. Em agosto de 1644 não havia vestigios alguns d'ella.

Em fevereiro de 1647 viu Jungius ser esta estrella de 3.^a grandeza e não a encontrou desde julho até novembro de 1648.

Vieram depois as observaões assiduas e minu

ciosas d'Hevélius. A primeira série d'observações, exposta na *Historia miræ stellæ*, abrange o intervallo comprehendido entre os annos 1648 e 1662, intervallo em que tal estrella foi de 3.^a grandeza muitas vezes e muitas outras invisivel.

Não passavam d'aqui as observações quando em 1667 Boulliaud discutiu attentamente as observações comprehendidas entre 1638 e 1666, chegando aos resultados seguintes:

1.^o o tempo decorrido entre duas desapareições successivas d'esta estrella é de 333 dias;

2.^o a duração do maximo brilho é quasi invariavel e anda por 15 dias;

3.^o o instante da mais rapida variação da intensidade é aquelle em que a estrella começa a entrar na 5.^a grandeza.

Verificou-se ainda depois o seguinte:

1.^o não chega em todos os periodos ás mesmas grandezas; pois algumas vezes chega á 2.^a e outras vae sómente até á 3.^a;

2.^o é variavel a duração da sua apparição; pois n'alguns annos tem sido vista esta estrella durante mais que quatro mezes e n'outros durante trez mezes sómente;

3.^o a duração do periodo ascendente da luz não é igual á do descendente; pois gasta esta estrella para ir da 6.^a grandeza ao maximo da intensidade,

ora mais, ora menos, que para voltar d'este maximo áquella grandeza.

São altamente importantes os trabalhos de W. Herschel *sobre as estrellas periodicas*. Em maio de 1780 apresentou á Sociedade Real de Londres uma memoria sobre as variações da intensidade da estrella α da *baleia* (53). Foi esta a primeira memoria que apresentou a esta Sociedade. Passados 11 annos, em dezembro de 1791, communicou á mesma Sociedade novas observações sobre esta *admiravel* estrella. A attenção do illustre astrónomo de Slough havia-se dirigido principalmente para os valores absolutos dos maximos e dos minimos da intensidade. Eis os resultados relativos aos

maximos:

em outubro de 1779 foi quasi de 1.^a grandeza, excedeu α d'*aries* e pouco inferior foi *aldébaran*;

em 1780 chegou apenas a ser de 3.^a grandeza, igualando δ da mesma constellação;

em 1781 o seu brilho foi um pouco inferior ao de 1718;

(53) *Phil. Transact.*, tomo LXX.

em 1782 subiu até 2.^a grandeza, sendo tão brilhante como β ;

em 1783 foi menos brilhante que δ ;

em 1789 e em 1790 esteve entre 3.^a e 2.^a grandeza;

e aos minimos:

em 1777 foi invisivel;

em 1783 escapou até a um telescopio que mostrava as estrellas de 10.^a grandeza;

e em 1784 foi observada n'uma época em que não excedia a 8.^a grandeza.

Em 1779 a duração do seu maximo brilho foi d'um mez inteiro e de 20 dias em 1782: resultados muito differentes dos de Boulliaud.

Não foi acceto por todos o numero de dias que Boulliaud estabeleceu para o periodo das desappareições. J. Cassini adoptou o numero 334. W. Herschel pensou que sómente podia conseguir uma concordancia razoavel entre as diversas datas dos maximos inscriptas nas collecções academicas, admitindo um periodo mais curto ainda que o de Boulliaud, periodo que fixou em 331 dias.

Temos-nos demorado muito sobre esta estrella, por ter ella sido, como já dissemos, objecto de trabalhos aturados d'astrónomos distinctos, além de

que nas outras estrellas temporarias têm sido observados phenomenos analogos.

Eratósthènes, 250 annos antes da era christã, dizia que a estrella mais brilhante d'*escorpião* era a da garra boreal e hoje tal estrella é menos brilhante que a da garra austral e muito menos ainda que *antáres*.

A estrella α d'*hercules*, que é periodica tambem, foi objecto das observações de W. Herschel em 1795 e em 1796 e d'uma memoria inserta no tomo LXXXVI de *Phil. Trans.* O maximo brilho d'esta estrella é de 3.^a grandeza, o minimo de 4.^a e 60^d e 8^h são o tempo necessario para a estrella passar por todas as variações da intensidade e voltar a um certo estado.

A estrella α do collo de *cysne* sobe de 11.^a grandeza até 5.^a e é de 404^d a duração do periodo correspondente. Foi Kirch quem descobriu que ella era periodica e Maraldi quem determinou este periodo.

A estrella 30.^a d'*hydra*, que foi reconhecida periodica por Maraldi, varia entre 4.^a grandeza e a desaparição. O seu periodo, determinado por Maraldi e depois melhor ainda por Pigott, é de 494^d.

Algol ou β de *perseu* foi reconhecida variavel entre 2.^a e 4.^a grandeza por Montanari e por Maraldi. O seu periodo foi fixo por Goodricke em 2^d 20^h 48^m.

O periodo de δ de *cephæu*, que varia entre 3.^a e 5.^a grandeza, quando muito, foi fixo por Goodricke em 5^d 8^h 37^m.

Goodricke determinou tambem o periodo de β de *lyra*, estrella que varia entre 3.^a e 5.^a grandeza. É de 6^d 9^h este periodo.

Muitas outras poderamos citar. John Herschel eleva a 45 o numero das estrellas cuja periodicidade está bem estabelecida.

Mais paginas ainda dedicadas a trabalhos de W. Herschel. Poucos pontos d'Astronomia, se os ha, podem tocar-se sem apresentar-se o nome augusto de vulto tão venerando.

Ha astros que á vista inerte parecem uma estrella só; mas em que o telescópio descobre duas, trez, quatro, cinco e até seis, de grandezas diversas. São as estrellas *duplas* e *multiplas*, ligadas entre si pela força que prende ao sol os planetas todos.

É devida ao célebre astrónomo de Slough tal descoberta, que conduziu a muitos dos resultados mais maravilhosos e mais importantes, não só da Astronomia, mas tambem da Philosophia Natural.

É certo que antes d'elle havia escripto Lambert :
 «observando-se os grupos em que se acham muito
 «condensadas as estrellas, decidir-se-ha talvez se
 «algumas *fixas* fazem em pouco tempo as suas re-
 «voluções ao redor d'um centro commum de gra-

«vidade»; é certo que Michell, recorrendo ao calculo das probabilidades, estabeleceu que «ha uma «grandissima probabilidade, certeza quasi, de que «as estrellas *duplas e multiplas* formam systemas «reaes e sujeitos á influencia da lei geral»; mas é certo tambem, e não menos, que a verdadeira demonstração d'esta verdade apparece nos trabalhos de W. Herschel.

Não são effectivamente simples *pares opticos* as estrellas duplas; são *pares physicos* tambem. Movem-se estas estrellas ao redor do seu centro commum de gravidade; todavia o que se observa facilmente é apenas o movimento da menor ao redor da maior.

Eis decretada a universalidade da gravitação! E a unidade da força por que não?... O fino pó, depositando-se lentamente nas delicadas pétalas de flôr mimosa, não obedece assim á mesma lei que domina a materia nos espaços planetarios e que vae ainda além ligar as estrellas em forte laço?... E por que não a unidade da materia?... Se na natureza tudo é movimento, se a força é unica e as leis as mesmas, por que ha-de ser diversa a essencia da materia?...

São leis admiraveis que a Philosophia Natural ha-de ir estabelecendo, abrangendo o universo inteiro.

Não foi assim d'um brilhante futuro tal descoberta de W. Herschel?

São reconhecidas hoje nos dous hemispherios perto de 2000 estrellas duplas por John Herschel, Bessel, Dunlop, Argelander, Encke, Gall, Preuss, Otto Struve e outros.

A estrella ξ d'*ursa-maior* percorre em 61 annos, pouco mais ou pouco menos, uma órbita, cuja excentricidade é 0,43.

A ζ d'*hercules*, composta d'uma estrella de 3.^a e d'outra de 6.^a grandeza, faz a sua revolução em 36 annos, sendo 0,44 a sua excentricidade.

A η de *corôa*, que se decompõe n'uma estrella de 5.^a e n'outra de 6.^a grandeza, faz a sua revolução de 66 annos n'uma órbita, cuja excentricidade é 0,47.

E muitas outras poderíamos citar, se tivesse de ser completo o nosso trabalho n'este ponto.

A estrella tripla mais notavel do nosso hemispherio é γ de *leão*, cuja revolução é de 1200 annos.

As estrellas ζ de *cancer* e ξ de *lyra* são systemas triplos.

Como exemplos de systemas quadruplos citamos α d'*andrómeda* e ϵ de *lyra*. Esta póde ser desdobrada facilmente em duas por uma luneta de força mediocre e cada uma das suas componentes des-

dobra-se ainda em duas, sendo observada com uma luneta de mais forte amplificação.

A estrella θ d'*orion* é quintupla. Segue o movimento d'um astro mais consideravel.

Em virtude de todas as observações das estrellas temporarias e das duplas, póde affirmar-se que ao redor das estrellas circulam corpos escuros semelhantes aos planetas do nosso systema. Em 1862 descobriu A. Clarke, em Chicago, um companheiro escuro de *sirius*, distante d'esta estrella cêrca de 8". Bessel havia previsto a existencia d'este corpo, como havia indicado a d'um companheiro de *procyon*, pois em taes estrellas as differenças d'ascensão recta e de declinação correspondentes a épocas differentes; feitas todas as correcções, são tão consideraveis, que não podem ser attribuidas a erros das observações. O distincto astrónomo de Kœnigsberg attribuiu estas differenças á attracção d'um corpo invisivel, de massa consideravel e vizinho da estrella. Partindo d'esta hypothese, Peters determinou em Altona, por meio dos desvios em ascensão recta, a órbita de *sirius* ao redor do seu companheiro e exprimiu pela fórmula seguinte a correcção q , que deve fazer-se na ascensão recta d'esta estrella:

$$q = 0^s,127 + 0^s,00050(t - 1800) + \\ + 0^s,171 \text{sen}(u + 77^\circ 44')$$

sendo o angulo u dado pela equação

$$7^{\circ},1865(t-1791,431)=u-0,7994 \operatorname{sen} u,$$

em que $7^{\circ},1865$ é o movimento médio de *sirius* ao redor do centro de gravidade do systema.

Segundo as observações de Safford em Cambridge, deve applicar-se ás declinações observadas a correcção

$$q' = 0'',56 + 0'',0202(t-1800) + 1'',47 \operatorname{sen} u + \\ + 0'',51 \operatorname{cos} u \text{ (54).}$$

Eis outra prova da universalidade da gravitação. O companheiro de *sirius* foi annunciado e descoberto em virtude dos movimentos d'este astro, como pelos movimentos d'urano foi descoberto o planeta neptuno.

Certo é que «se não existisse a attracção, dever-se-ia invental-a» (55).

Todos estes phenomenos estão em admiravel

(54) F. Brünnow, *Traité d'Astronomie Sphérique et d'Astronomie Pratique*.

(55) Ch. Nagy, *Cons. sur les comètes ou Élémt. d'une Comét.*

harmonia com as estrellas *agrupadas*, que Messier indicou. Têm estas a apparencia de pequenos cometas; mas pelos telescopios são decompostas em myriades d'estrellas agrupadas ao redor d'um centro mais luminoso. Muitas apresentam uma fórma completamente redonda, como uma reunião d'estrellas constituida em familia celeste, sujeita a leis particulares, parecendo que 5000 d'estes astros não occupam uma superficie maior que a decima parte do disco lunar.

A constellação das *pleiades* offerece á vista inerte uma reunião de 6 ou 7 estrellas e ás lunetas 50 ou 60 com os intervallos correspondentes.

Em *cancer* ha um grupo d'estes astros, a que se deu nome de *colmeia*.

Combine-se o que se lê nas paginas da historia da terra com o que se lê no livro estrellar e apparecerá assim a theoria completa do universo.

*
*

Flores diamantinas dos campos celestes, pedras preciosas do ceruleo manto do Criador e *luzeiros accesos por mão invisivel para delicias dos nossos olhos*, foram as estrellas para os antigos; hoje são, e vamos mostral-o, hoje são verdadeiros sóes acompanhados, como o nosso, por um cortejo de plane-

tas. Nem admira que *primitivamente* hajam sido consideradas assim as estrellas; «segundo as apparencias, devia crer-se primitivamente que o sol e a lua eram os unicos corpos em movimento no espaço *entre o céo e a terra* e que as estrellas estavam presas, *fixas* a um firmamento cristallino, «abóbada celeste que gyrava toda ao redor de «nós» (56). As espheras cristallinas estão já em estilhaços, como em estilhaços vão sendo postos agora os grilhões da fé que roxeavam os pulsos da sciencia. Se no fim do seculo xvi Vallesius Covarobianus tentou reconstruil-as, é certo que o seu systema não teve adeptos. F. Arago condemna-o com a severidade com que condemna a Astrologia.

As estrellas não nos escondem a sua natureza intima; dão-nos indicações d'ella, até as mais completas, porque são fontes de luz propria.

Era verosimil, simplesmente por uma possivel analogia, a opinião de que as estrellas são verdadeiros sóes, cada uma centro d'uma familia de planetas; mas a analyse espectral, ajudada pela photographia, veio imprimir em tal opinião o cunho da certeza, convertendo, por um poder magico, o vasto theatro do universo n'um observatorio immenso.

(56) A. de Guynemer, *Dict. d'Astr.*

Ha desenhos muito exactos d'espectros estrellares, reproduzidos pela photographia em vidros transparentes, photographias que podem ser observadas muito bem, sendo projectadas sobre um diaphragma por meio da lampada electrica.

«A constituição physica das estrellas *fixas* é semelhante á do sol» (57). As estrellas são, como o sol, constituidas por nucleos luminosos e cercados por atmospheras de vapores absorventes; mas, não obstante semelhante unidade do plano geral d'estructura, existe entre ellas enormissima diversidade de composição. São todas sóes, mas differem consideravelmente entre si pela natureza dos seus elementos constituintes.

Quasi todas as estrellas parecem possuir alguns dos elementos communs ao sol e á terra. A β de *pégaso* contém sodium, magnesium e provavelmente baryum; α de *lyra* (*wéga*) sodium, magnesium e ferro; *sirius* sodium, magnesium, ferro e hydrogeno; e *pollux* sodium, magnesium e ferro. Indicam alguns d'estes elementos n'estes astros uma vida possivel, terrestre, aquatica e aérea.

Ha um pequeno numero d'estrellas caracteriza-

(57) 2.^a das theses que nos propomos defender em *Astronomia Physica*.

das, na sua constituição, por algumas propriedades altamente significativas. Nos seus espectros nota-se a ausencia das duas raias características do hydrogeno, uma na região rubra e outra na verde, raias correspondentes ás *C* e *F* de Fraünhofer. A ausencia de taes raias prova que nas atmosferas d'essas estrellas não ha vapor aquoso. Mundos sem água! Que vida a de lá!

Bem extravagantes foram muitas das opiniões que se apresentaram sobre as estrellas temporarias.

Tycho-Brahé considerou a estrella de 1572 uma criação nova proveniente d'uma porção de materia diffusa no universo.

Frascatore, J. Dee e Élie Camerarius diziam que tal estrella havia sido criada na época em que foram as outras e que se havia tornado visível subitamente por haver-se approximado subitamente da terra. F. Arago mostrou com um calculo muito simples a impossibilidade de tal hypothese; pois, concedida ainda ao movimento d'esta estrella a velocidade da luz, ser-lhe-iam necessarios 36 annos para marchar da região das estrellas de 7.^a grandeza á das de 1.^a e outros 36 para voltar d'esta áquella.

Segundo Vallesius Covarrobianus era esta estrella muito pequena e veio collocar-se sobre ella um orbe cristallino.

Riccioli suppoz que havia estrellas luminosas n'um lado e escuras n'outro, que Deus faz gyrar bruscamente sobre o seu centro, quando quer mostrar aos homens alguns signaes extraordinarios (58).

A analyse espectral foi tambem a espada de Alexandre que veio cortar este nó gordio. Huggins e Miller, em Inglaterra, Wolff e Rayet, em França, fizeram a analyse espectral da estrella de 1866.

O espectro d'esta estrella era composto de dous espectros sobrepostos: o primeiro formado por quatro raias brilhantes e o segundo analogo aos do sol e das estrellas. Representavam assim estes dous espectros duas fontes distinctas de luz: a primeira era um nucleo luminoso cercado por uma atmospheria de vapores absorventes e a segunda era formada por gazes luminosos. Um d'estes gazes era o hydrogeno.

Mostra assim a analyse espectral que «as estrellas temporarias são astros envolvidos subitamente «na época do seu brilho por gazes em combustão» (59). Fica então conhecida a constituição d'estes astros.

(58) *Almagestum novum*.

(59) 4.^a das theses que nos propomos defender em *Astronomia Physica*.

Passemos agora ás estrellas periodicas.

Boulliaud considerou-as globos com pontos escuros e luminosos, dotados d'um movimento de rotação regular e constante ao redor d'um dos seus diametros.

Appareceu depois a conjectura de que corpos celestes, mais ou menos opacos, gyravam ao redor das estrellas, como seus planetas, vindo assim a collocar-se periodicamente entre nós e o seu astro central.

Voltaire suppol-as muito achatadas, discos quasi, e comparou-as até a lentilhas, parecendo ellas assim tanto mais luminosas, quanto mais perpendicularmente ao raio visual se apresenta o seu diametro maior.

Têm confundido muitos a unidade da essencia com a unidade da fórma, pretendendo assim introduzir o absoluto na explicação dos phenomenos naturaes. A essencia da materia e da força é unica; mas são infinitamente variadas as fórmas sob que se apresenta aquella e sob que esta se manifesta. Tão variadas são, que a unidade da materia e da força acha-se ainda enredada por espiritos meticulosos. A cratera do vulcão, vomitando candente lava e com ella a morte e a devastação, obedece á mesma força a que obedece a fonte, espalhando com a água a vida. Á mesma força obedece a pe-

dra que cahe e a nuvem que s'eleva. O sol é escravo da lei como qualquer relogio dos nossos gabinetes. O mar que inunda os campos, matando a vegetação, é como a gota d'orvalho que dá vida á planta. Tudo assim. A natureza é uma na essencia e infinitamente multipla nas suas fórmas. É convicção nossa, ha muito já, como mostrámos em muitas d'essas paginas que ahi ficam escriptas.

Sendo assim, condemnamos o absoluto na explicação dos phenomenos naturaes, attendemos a todas as circumstancias que possam esclarecel-os, examinamos e procuramos conciliar todas as hypotheses estabelecidas que expliquem alguns d'elles. Por isso acceitamos simultaneamente todas aquellas tres hypotheses e mais ainda a de Frascatore, de J. Dee d'Élie Camerarius, applicada ás estrellas periodicas, declarando todavia que nos parecem mais importantes as da rotação estrellar e da existencia de corpos escuros que gravitam para as estrellas. A primeira d'estas duas hypotheses ganha mais força ainda pela consideração de que as manchas solares estão sujeitas, no numero e na intensidade, a uma certa periodicidade.

Podemos assim estabelecer que as estrellas são verdadeiros sóes e reciprocamente que o sol é uma verdadeira estrella. Existem assim no universo muitos systemas celestes, regidos pela mesma força e

organizados pela mesma materia com fórmãs diversissimas. Pelas profundezas d'esses espaços inacessiveis desenrolam-se as ricas bellezas d'esses mundos longinquos!

Somos assim tão pequenos?... Triumpho brilhante sobre o gigante do universo! Pequeno, invisivel para todos esses corpos, vae o homem tocá-os quasi, medil-os, pesal-os, descobrir-lhes as leis, prever as suas posições e fórmãs em épocas futuras! Tão fraco penetra, atravez da immensidade, no interior de cada um! Somos pequenos ainda?

* * *

Nos espaços celestes brilham milhares de pedras preciosas. O pincel da natureza matizou o universo com as variadas côres que embellezam a plumagem das aves tropicaes. Rica marchetaria é o firmamento emfim.

O rubim, a esmeralda e a saphíra brilham em cerrado grupo perto da *cruz do sul*. Semelham opálas as estrellas que compoem α de *centauro*. Diamantes apparecem aos milhares. A neve do cysne e o louro do leão estendem-se sobre alguns pontos da abóbada celeste, como perola e topazio. Parece que a natureza dos céos está disputando a magnificencia da natureza da terra.

Não são d'agora só taes observações. No tempo de Ptolomeu distinguiam-se já estrellas avermelhadas. Eram *aldébaran*, *pollux*, *antáres*, *arcturus* e *α d'orion*, que se conservam hoje ainda como então. Apresentava tambem então esta mesma côr a estrella *sirius*, que Séneca dizia ser mais rubra do que marte e que hoje é inteiramente branca.

As estrellas azues e as verdes, as saphíras e as esmeraldas celestes, parecem ter sido observadas sómente no seculo xvii, pois *Traité des couleurs* de Mariotte, obra publicada em 1686, é a primeira, que nos conste, em que vêm mencionadas estrellas constantemente azues. «As estrellas que parecem «azues», diz o illustre physico, «têm uma luz fraca; «mas pura.» Têm uma luz *dôce*, como diz o nosso Camões.

Nos catalogos de W. Herschel apparecem brilhantes exemplos de sóes vermelhos, amarellos, azues e verdes. Eis alguns:

μ de *cysne* é composta d'uma grande estrella branca e d'uma pequena azulada;

β da mesma constellação é d'uma grande d'um rubro descórado e d'uma pequena d'um magnifico azul;

em π d'*andrómeda* observa-se uma grande branca e uma pequena azulada;

e em λ d'*ophiucus* o mesmo com alguma differença no azul.

Citamos ainda os exemplos seguintes, tirados dos catalogos de John Herschel, de South e de Dunlop:

λ d'*aries*, composta d'uma grande branca e d'uma pequena azul;

59^a d'*andrómeda*, grande e pequena azuladas;

62^a d'*éridan*, grande branca e pequena azul;

e ψ de *cysne*, grande branca e pequena d'um azul vivissimo.

Segundo diz Dunlop, ha no hemispherio austral um grupo do diametro 3' 30'', cujas estrellas são todas azuladas.

John Herschel indica nas suas observações, feitas no cabo de Bôa Esperança, 76 estrellas vermelhas, de 7.^a e 8.^a grandeza. No espelho do telescópio faziam o effeito de gotas de sangue.

Em geral, nos systemas binarios nota-se a singularidade de ser a côr d'uma das estrellas complementar da côr da outra. Assim, sendo a pequena azul ou verde, a grande é amarella ou vermelha, como nos exemplos seguintes:

ζ de *cancer* mostra uma estrella amarella e uma pequena azul;

α d'*hercules* uma vermelha e outra verde.

Esta consideração conduziu á hypothese de que era real sómente uma das côres, sendo a outra uma

illusão optica, um effeito de contraste. A observação veio destruir semelhante hypothese, pois, sendo occultada uma das estrellas por um fio ou por um diaphragma disposto no instrumento da observação, vê-se a outra com a mesma côr.

Ha estrellas cuja côr varia.

A observação da côr das estrellas periodicas mostra que os raios de côres differentes movem-se nos espaços celestes com a mesma velocidade.

Existem assim sóes azues, amarellos, vermelhos e verdes.

Ha planetas em que a um dia azul succede um dia amarello; outros em que a um dia vermelho succede um verde.

Alternativas magnificas para nós, que no nosso planeta observamos phenomenos tão diversos d'estes e os mesmos sempre!

E as luas de taes planetas? Umas vezes ostentam-se como lindas opálas; outras mostram-se com porções de differentes côres; outras parecem immensos fructos verdes suspensos nos céos; e finalmente são espheras maravilhosas que tanto contrastam com a modestia da nossa lua.

Não menos notaveis hão-de ser os eclipses d'estes sóes. Vão-se approximando os sóes córados, cada um com a sua côr, e depois sobre a terra correspondente cahe uma côr só, proveniente das duas,

ou são annulares os eclipses, como, por exemplo, um annel azul ao redor d'uma peça d'ouro.

«É realmente para desejar sahir da terra e subir «a mundos tão maravilhosos» (60)!

Como é grande a diversidade na côr das estrellas, assim é tambem no seu brilho. Já fallámos até da classificação das estrellas segundo a ordem da intensidade relativa da sua luz. Eis um exemplo notavel da relação do brilho d'uma estrella com o do sol:

Wollaston e Herschel calcularam que a lua é 27,4 vezes mais brilhante que α de *centauro* e que o sol é 800000 vezes mais que a lua, sendo assim o brilho do sol 21920000 vezes maior que o d'aquella estrella.

Nos escriptos d'Aristóteles e de Séneca vem mencionado o calor das estrellas.

Aristarco, de Samos, dizia que, por serem as estrellas de natureza ignea, como o sol, deviam emittir raios calorificos.

Nos tempos modernos, Fourier e Poisson calcularam a perda que os raios calorificos das estrellas soffrem atravessando o ether, cuja temperatura é assim modificada.

(60) Camille Flammarion, *Ét. et lect. sur l'Astr.*

Desde que a Physica moderna mostrou que a luz e o calor são phenomenos concomitantes, effeitos da mesma causa segundo as mesmas leis, não é licito pôr em dúvida a existencia do calor estrellar.

É certo que as emanações luminosas de tantos sóes longinquos brillam a nossos olhos, privadas completamente de calor *sensível*; mas que importa isso?... Os raios solares, cujo calor é tão sensível, que é a nossa vida, não denotam calor, sendo reflectidos pela lua. O calor das noutes d'estio foi armazenado pela terra durante o dia, é sempre o mesmo, qualquer que seja a phase da lua, e quer a lua toque a orla do horisonte, quer esteja no zenith.

A Thermodynâmica estabeleceu as seguintes leis fundamentaes, demonstradas por R. Clausius:

«A *energia* do universo é constante

«E a sua *entropia* tende para um maximo» (61).

As leis da natureza vão-se revelando assim as mesmas em todos os pontos do universo. As forças da natureza são todas universaes e constantes.

* * *

(61) 12.^a das theses que nos propomos defender em Mecânica dos fluidos.

Percorrendo com o telescópio os espaços celestes, observaremos que as estrellas parecem menores, apesar de mais brilhantes, do que sendo observadas pela vista inerte, porque desaparece assim a irradiação. Este phenomeno, inteiramente contrário ao que observamos nos planetas, é um indicio certo e seguro da immensa distancia de taes astros.

Qualquer que seja o lugar da superficie da terra que occupe um observador, o eixo da rotação do céo parece passar sempre por elle e dirigir-se para o mesmo ponto, indicado quasi por α d'*ursa menor*, donde veio o nome de *polar* para esta estrella, que descreve cada dia um circulo de raio $1^{\circ} 24'$. Eis outra prova da immensa distancia d'estes astros.

A terra, relativamente a taes distancias, é um corpo de dimensões infinitivamente pequenas — é um ponto. É por tanto insensível, nullo até, o angulo sob que o raio terrestre seria visto de qualquer das estrellas.

O raio terrestre não póde assim dar indicação alguma acérca da distancia das estrellas, nem acérca d'um limite inferior d'ellas. Para a determinação de tal limite, recorreram os astrónomos a uma base maior que o raio terrestre, ao semieixo maior da orbiterra, cujo cumprimento é de 15 milhões de myriametros.

Effectivamente, em virtude da translação da terra, um observador collocado n'ella não vê a mesma estrella projectada sempre no mesmo ponto da esphera celeste, a não serem aquellas de cuja distancia ao sol o raio da orbiterra é uma fracção inapreciavel. Excepto este caso, cada estrella vê-se projectada em pontos differentes da esphera celeste, confôrme a posição que a terra occupa na sua órbita.

Os raios visuaes tirados das extremidades d'um diametro da orbiterra para uma estrella qualquer differem, em geral, entre si e da recta tirada da estrella para o centro da órbita. Tem o nome de *parallaxe annua* o angulo que com esta recta forma um d'aquelles raios. Representando r o raio da orbiterra, δ a distancia da estrella ao centro do sol e a o angulo formado pela distancia da estrella á terra com a orbiterra, a parallaxe annua é dada pela fórmula

$$p = \frac{r}{\delta} \text{ sen } a,$$

sendo $\frac{r}{\delta}$ a parallaxe annua maxima. Algumas estrellas ha cuja parallaxe annua maxima é $< \frac{r}{\delta}$: taes

são as que se acham n'um plano perpendicular ao eixo maior da orbiterra e que passa pelo seu centro.

Para a determinação da parallaxe annua das estrellas dous methodos têm sido propostos: o *dos lugares absolutos* e o *dos lugares relativos*.

D'estes dous methodos o mais vantajoso, o unico que tem conduzido a algumas consequencias, é o *dos lugares relativos*, inventado por W. Herschel (62). Os erros possiveis das observações e a incerteza das correccões necessarias exercem muito menos influencia na determinação da posição relativa de duas estrellas muito vizinhas angularmente, que na determinação dos seus lugares absolutos. Para a determinação das posições relativas os unicos instrumentos necessarios são um micrómetro e uma luneta ou um telescopio; em quanto que o methodo *dos lugares absolutos* exige instrumentos de dimensões muito grandes e que devem conservar-se fixos desde o inverno até ao estio, pois as alturas angulares acima da ecliptica destinadas á comparação devem ser observadas com seis mezes d'intervallo.

(62) Pretende F. Arago que este methodo vem indicado muito claramente na obra *Dialogo* etc. de Galileu; mas, com John Herschel e outros, vemos que Galileu trata ahi apenas da determinação da parallaxe annua pelo methodo *dos lugares absolutos*.

Tanto assim é, que o methodo *dos lugares absolutos* não tem dado ainda resultado algum.

O primeiro que parece ter sujeitado á experien-
cia o methodo *dos lugares relativos* é o Dr. Long,
professor em Cambridge. Não deram resultado al-
gum os seus trabalhos, porque das innumeradas com-
binações binarias que lhe offerecia o firmamento,
escolheu tres estrellas duplas cujas intensidades dif-
ferem pouco entre si: α de *geminis*, γ de *virgo* e *d'aries*.

W. Herschel, não obstante haver escolhido es-
trellas d'intensidades muito differentes, não encon-
trou a parallaxe que procurava; mas fez a impor-
tantissima descoberta das estrellas duplas, de que
já fallámos, pois reconheceu assim ser um simples
effeito de perspectiva a reunião de duas ou mais
estrellas n'um mesmo ponto.

Partindo d'uma distancia média para as estrellas
de cada grandeza, Struve e Peters estabeleceram
os resultados seguintes:

a luz das estrellas de 1. ^a grandeza não póde chegar		
até nós em menos de		16 annos
a das de 2. ^a	»	30 »
» 3. ^a	»	44 »
» 6. ^a	»	130 »

e finalmente a luz das ultimas estrellas visiveis pelo

telescopio de 20 pés d'Herschel gastaria mais de 3500 annos.

Não têm importancia alguma taes resultados, pois está demonstrado hoje que ha estrellas de 6.^a grandeza mais proximas da terra, que algumas de 1.^a

O célebre director do observatorio de Kœnigsberg applicou realmente este methodo com admiravel habilidade e com os mais perseverantes trabalhos. Servindo-se do heliómetro de Fraünhofer, comparou assiduamente as duas estrellas de 6.^a grandeza que compõem a 61.^a de *cysne* com duas de luz pouco intensa, uma á distancia de 7'42" e outra de 11'26" e collocadas por fórma, que com a estrella de comparação formavam um triangulo rectangular. Obteve assim successivamente para a parallaxe annua d'esta estrella os valores 0",3136; 0",3483 e 0",3744. Deve notar-se que tal parallaxe ia augmentando, circumstancia importantissima que, segundo o maior gráo de probabilidade, não póde ser attribuida a erros d'observação e fornece uma indicação importante acérca do ponto d'esta dissertação.

Os resultados de Bessel foram confirmados depois por Peters no observatorio de Poulkowa.

A parallaxe annua d'*arcturus*, estrella de 1.^a grandeza, é de 0",127, sendo consequentemente esta es-

trella mais distante que a 61.^a de *cysne*. Eis provado o que dissemos contra os resultados estabelecidos por Struve.

A estrella mais proxima da terra é α de *centauro*, cuja parallaxe annua, determinada por Henderson e Macléar, é de $0'',91$, parallaxe que corresponde á distancia de 211330 raios da orbiterra.

Lindenau, pela comparação de 810 observações da *polar* feitas por Bradley, Maskeline, Pond, Bessel e por elle mesmo, achou para a parallaxe annua d'esta estrella o valor $0'',1444$ (63); por 603 observações feitas por Struve e Preuss em Dorpat, desde 1822 até 1830, obteve Peters o valor $0'',1724$ (64); Lundahl deduziu $0'',1473$ de mais de 1200 observações feitas tambem em Dorpat por Struve e Preuss; e Struve e Peters obtiveram $0'',106$.

A parallaxe annua de *sirius*, determinada por Henderson e Macléar, é de $0'',15$.

Struve e Peters obtiveram as seguintes:

α de <i>lyra</i>	$0'',207$,
» <i>ursa-maior</i>	$0'',133$
e α » <i>auriga</i>	$0'',046$.

(63) *Jahrbuch de Bode*, 1820.

(64) *Numerus constans nutationis*.

Indicam todos estes valores que são muito consideraveis as distancias das estrellas e tanto, que «a unica unidade de comprimento que póde tomar-se, para fazer-se ideia de distancias tão immensas, «é o caminho percorrido pela luz n'um segundo, «isto é, cerca de 77000 leguas» (65).

Calcula-se assim que são necessarios, pouco mais ou pouco menos:

3 ^{annos}	7 ^{mezes}	para a luz vir de	α de <i>centauro</i>	á terra
9	5	»	61. ^a de <i>cysne</i>	»
12	7	»	<i>wéga</i>	»
21	11	»	<i>sirius</i>	»
24	10	»	γ d' <i>ursa-maior</i>	»
31		»	<i>polar</i>	»
71	8	»	α d' <i>auriga</i>	»

Até hoje não tem sido determinada parallaxe d'uma estrella que chegue a 1". Podemos consequentemente tomar este valor para limite superior das parallaxes das estrellas e a correspondente distancia á terra para limite inferior d'essas distancias, limite que o calculo dá igual a 206265 raios orbitaes terrestres, ou 4970238638 raios terrestres, pouco

(65) Ed. Dubois, *Cours d'Astronomie*.

mais ou pouco menos. Seriam necessarios 3 annos e 3 mezes para a luz vir á terra desde uma estrella que tivesse tal parallaxe.

E. G. Fahrner, n'uma memoria intitulada *Système solaire d'après la marche réelle du soleil*, apresenta as seguintes considerações, assaz curiosas, acêrca da immensa distancia que separa as estrellas *fixas* do systema planetario:

Uma bala d'artilheria, que percorresse 800 kilometros por hora, precisaria de 4 milhões d'annos para chegar á estrella mais vizinha do systema planetario;

O volume da estrella *sirius* é 224 vezes maior que o do sol, o que realmente estão indicando a parallaxe, o brilho e as dimensões apparentes.

Se o systema planetario fosse transportado para o lugar da estrella α de *centauro*, um observador, collocado em qualquer ponto da órbita da terra, vel-o-ia reduzido a uma estrella de 2.^a a 3.^a grandeza; n'outros termos, para um observador de α de *centauro* o nosso systema é uma estrella de 2.^a a 3.^a grandeza, cujo brilho é sómente o do sol, porque nenhum dos planetas póde ser visto por elle, nem mesmo neptuno, ainda que a parallaxe annua de tal estrella, relativamente a este planeta, possa chegar a 27", pois, além da pequenez de neptuno, a luz reflectida por elle é pouco intensa e não permite descobri-lo de lá.

Todos estes trabalhos estabelecem por uma fôrma admiravel a natureza estrellar do sol e a natureza solar das estrellas.

Assim fica justificada a definição que demos do universo (66).

Eis o que Jordano Bruno havia lido na abóbada celeste (67). Apagou-se, ha muito já, a fogueira que o devorou; nem cinzas restam; mas atravessará os seculos todos a glória de haver elle presentido a verdadeira constituição do universo inteiro.

As garras do tempo, que dilaceram tudo, cahem fulminadas ante o poder d'uma memoria assim, que a posteridade ha-de venerar sempre.

* * *

Criam os antigos que a immobilidade presidia ás longinquas regiões dos estados celestes. Segundo a opinião geralmente admittida então, conservavam-se as mesmas as posições relativas das estrellas, que por isso se diziam *fixas*. A vista inerme não permittia mais.

(66) Pag. 75.

(67) Pag. 40.

Haviam até alguns astrónomos marcado em globos, segundo as indicações dos mais antigos catalogos, diversas combinações de tres estrellas que, estando exactamente situadas n'um circulo maximo, pareciam em linha recta. Riccioli, na sua *Astronomia Reformata*, apresenta 25 exemplos d'estas combinações ternarias.

Semelhantes ideias apparecem agora sómente nas paginas da historia. Acha-se estabelecido que as estrellas são dotadas d'um movimento proprio apreciavel, em virtude do qual, com o decorrer dos annos, sahirão das constellações a que pertencem, variando consideravelmente o aspecto do firmamento.

É o movimento em todo o universo. É a força sempre com a materia.

Foi Halley, em 1718, quem *suspeitou* o movimento proprio d'*aldébaran*, de *sirius* e d'*arcturus* em latitude. *Suspeitou-o* então sómente, porque não podiam conduzir a um resultado certo os unicos termos possiveis de comparação n'esse tempo, que eram as observações imperfeitas das latitudes das estrellas que haviam deixado Aristillo, Timocharis, Hipparco e Ptolomeu.

A um resultado certo chegou J. Cassini pela comparação da latitude d'*arcturus*, que, em 1672, Richer obteve em Cayenna, com as deduzidas dos

trabalhos feitos em Pariz até 1738. E certo que este illustre astrónomo vacillou entre o movimento proprio das estrellas em latitude e o deslocamento da ecliptica; mas a observação resolveu a questão por uma fórma bem peremptoria, pois durante 152 annos tinha sido de 5' a variação d'*arcturus* em latitude e nulla a de γ de *bootes*, que está na sua vizinhança.

Cassini passou á observação do movimento em longitude, movimento que appareceu tão evidente como o que tem lugar em latitude.

Dizia Fontenelle sobre este ponto: «ha uma estrella em *aguia* (α) que, seguindo todas as cousas «o seu curso, terá no seu occidente, passado um «grande numero de seculos, uma outra estrella que «agora se acha no seu oriente. As *fixas* são outros «tantos sóes, como o nosso, centros, cada uma do «seu turbilhão, que podem mover-se ao redor d'um «outro ponto central.»

Bradley, o illustre observador de Greenwich, apresentou n'este ponto uma conjectura que realmente está ao nivel do seu genio. «Se concebermos» diz elle, «se concebermos que o *systema solar muda* «de lugar no espaço absoluto, será possivel que, de «corrido muito tempo, se manifeste uma variação «apparente na distancia angular das estrellas *fixas*. «Assim, sendo a posição das estrellas vizinhas af-

«fectada mais consideravelmente que a das estrelas muito distantes, poderão parecer alteradas as suas situações relativas, ainda que todas as estrellas se tenham conservado immoveis. Por outra parte, se o nosso systema se achar em repouso e algumas estrellas em movimento real, variarão também as posições apparentes e tanto mais, quanto mais rapidos e quanto mais convenientemente dirigidos, para serem bem vistos, forem: esses movimentos e quanto menor for a distancia das estrellas á terra. Podendo depender d'uma tão consideravel variedade de causas as posições relativas das estrellas, serão necessarias talvez as observações de muitos seculos para a descoberta das suas leis.»

Tobie Mayer, em 1760, apresentou á Sociedade Real de Gœttingue uma memoria que continha a comparação das observações feitas por elle em 1756 com as de Rœmer, feitas 50 annos antes. Até então sómente as estrellas principaes haviam sido objecto de trabalhos d'esta ordem; Mayer porém elevou o numero das comparações a 80.

Hoje estão já verificados com muita exactidão os movimentos proprios de muitas. Indicamos os seguintes, que extrahimos da *Astr. Pop.* de F. Arago:

Nomes das estrellas	Grandeza	Valores dos movimentos proprios annuaes
2151 ^a da <i>pôpa do navio</i>	6. ^a	7'',871
ϵ d' <i>índio</i>	6. ^a a 7. ^a	7'',740
1830 ^a do catalogo de Groombridge (estrela d'Argelander)	7. ^a	6'',974
61. ^a de <i>cysne</i>	5. ^a	5'',123
δ d' <i>éridan</i>	5. ^a a 4. ^a	4'',080
μ de <i>cassiopeia</i>	4. ^a	3',740
α de <i>centauro</i>	1. ^a	3'',580
<i>arcturus</i>	1. ^a	2'',250
<i>sirius</i>	1. ^a	1'',234
ι d' <i>ursa-maior</i>	3. ^a a 4. ^a	0'',746
<i>cabra</i>	1. ^a	0'',461
<i>wéga</i>	1. ^a	0'',400
<i>aldébaran</i>	1. ^a	0'',185
e a <i>polar</i>	2. ^a	0'',035

Este quadro offerece uma singularidade muito notavel. Estando as estrellas dispostas segundo a ordem decrescente dos valores dos seus movimentos proprios annuaes, apparecem, relativamente ás grandezas, dispostas quasi em sentido inverso, isto é, os movimentos proprios são mais consideraveis nas estrellas menos brilhantes.

Ha grupos d'estrellas que parecem mover-se n'uma direcção opposta á d'outras.

Parecem outras mover-se ao redor d'estrellas maiores.

Em mais de 3000 as durações da revolução variam desde 30 e tantos até milhares d'annos. Eis os periodos da revolução d'algumas ao redor d'um centro de gravidade:

ζ d' <i>hercules</i>	35 annos
η de <i>corôa boreal</i> .	44 »
ξ d' <i>ursa-maior</i> . . .	60 »
γ de <i>virgo</i>	175 »
<i>castor</i>	entre 253 e 632 »

As observações das estrellas duplas e multiplas mostram que as leis de Képler estendem-se tambem a estas regiões tão distantes, onde *os raios vectores descrevem árcos proporcionaes aos tempos*, como no systema solar.

As parallaxes d'algumas estrellas têm dado tambem a velocidade do seu movimento. Eis as velocidades d'algumas:

Nomes das estrellas	Velocidades
1830 ^a de Groombridge	mais de 300000 metros
<i>arcturus</i>	85360 »

Nomes das estrellas	Velocidades
61. ^a de <i>cysne</i>	mais de 71600 metros
δ <i>cabra</i>	41880 »
<i>sirius</i>	39568 »
ι <i>d'ursa-maior</i>	27000 »
α de <i>centauro</i>	18920 »
<i>wéga</i>	7320 »
e a <i>polar</i>	1600 »

Criam outr'ora os astrónomos que os movimentos proprios das estrellas tinham lugar no mesmo sentido, em linha recta e com uma velocidade constante; mas Bessel, discutindo as posições de *sirius* e de *procyon* correspondentes a épocas convenientemente escolhidas, descobriu nos movimentos d'estes astros irregularidades que o levaram a considerar-os satellites de corpos opacos mais consideraveis. Struve levantou dúvidas contra os resultados do sabio observador de Kœnigsberg.

É um facto o movimento proprio das estrellas, que consequentemente estão sujeitas á lei da attracção. As órbitas estrellares hão-de ser assim necessariamente curvilineas. Órbitas rectilineas na natureza são impossiveis, como impossivel é um effeito sem causa, como impossivel é um quadrado circular.

Imaginemos uma órbita rectilinea percorrida

por um corpo com uma velocidade qualquer e consideremos esse corpo nas suas relações com os outros corpos da natureza. Que acontece assim?

Vae-se desviando esse corpo de todos os outros até que, decorrido certo numero d'annos, de seculos ou de milhares de seculos (não importa o tempo), está muito distante d'elles e tão distante, que póde considerar-se fóra da sua attracção, tendo resultado transtorno em todos elles.

Que força é essa então que assim deixa escapar um corpo que devêra acompanhar sempre?

Para onde se dirige esse corpo atravessando o universo?

Seriam todos os systemas celestes tão condenscentes com um capricho tão extravagante, que não o prendessem a si, forçando-o a fazer parte d'elle?

Abnegação impossivel! A razão recusa-se á concepção de semelhante movimento.

Demais, como já dissemos, têm sido reconhecidos os periodos da revolução d'algumas. Tal analogia só por si conduziria á probabilidade.

As irregularidades dos movimentos de *sirius* e de *procyon* indicam evidentemente a existencia de corpos escuros, centros d'attracção, como o effeito indica a causa, como os movimentos uranianos indicavam neptuno.

Póde vir a ser assim tambem o sol um fóco escuro d'attracção.

«Tu findarás tambem; a fria morte
«Alcançará teu carro chammejante:
«Ella te segue e prophetisa a sorte
«N'essas manchas que tollam teu semblante» (68).

O movimento proprio das estrellas indicadas é bastante, como fôra o d'uma só, para mostrar o movimento de todas as outras e finalmente de todos os corpos do universo.

Imagine-se um sol em movimento no meio de muitos em absoluta immobildade. Qual conquistador, que vae invadir os estados estrangeiros, caminha primeiramente com toda a ordem no seu imperio; mas logo nas primeiras fronteiras do mundo vizinho começa a absorver na sua massa de fogo cada um dos planetas e vae entrando no paiz conquistado até devorar o proprio sol no seu trono immovel; ou, guerreiro infeliz, cahe no captiveiro com todo o seu cortejo. Fóco errante do universal incendio, vae destruindo, um por um, cada mundo; ou, victima do seu proprio movimento, vae destruir a harmonia do universo inteiro, como o grão d'areia

(68) A. A. Soares de Passos, *O Firmamento*.

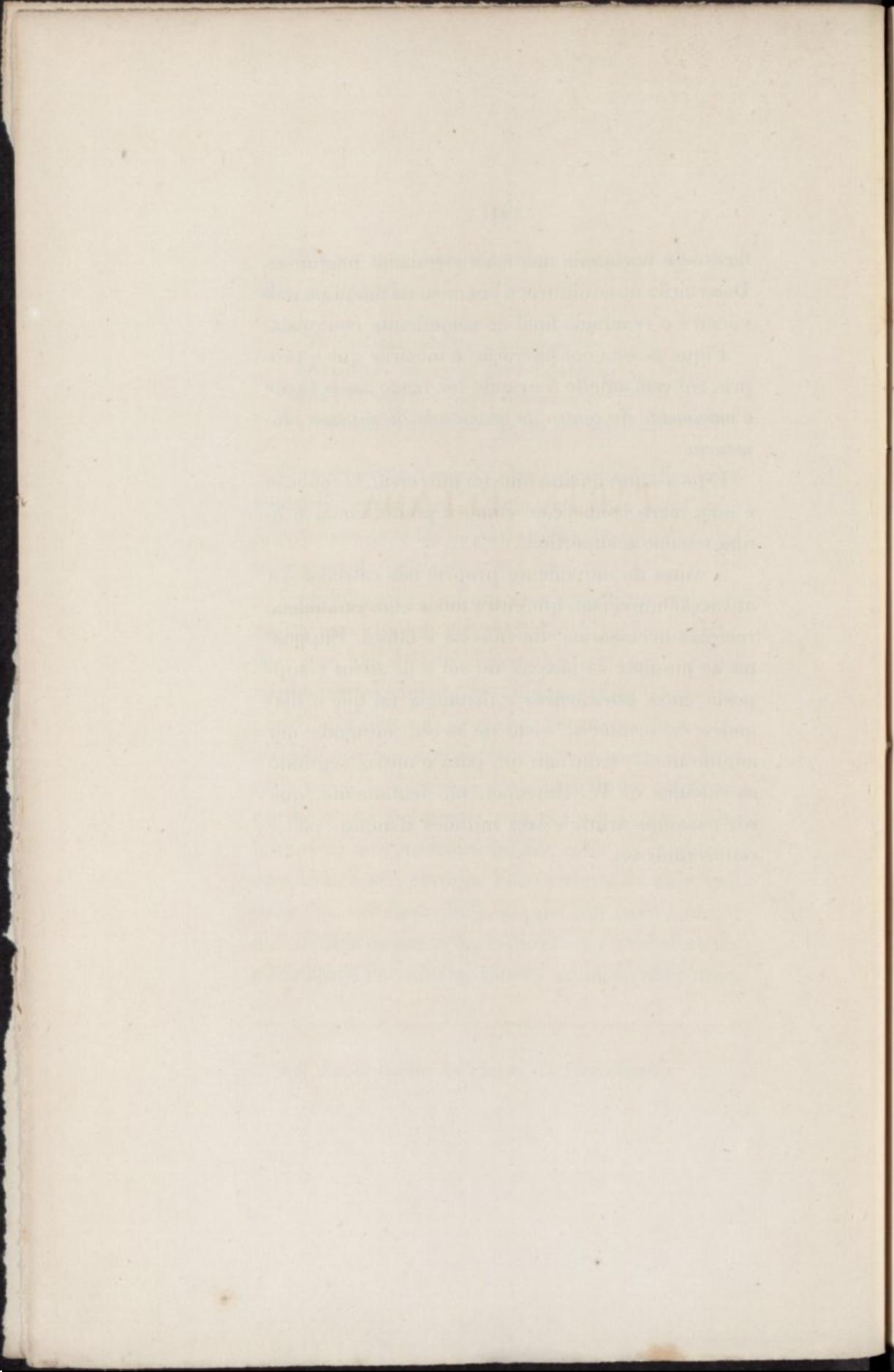
destróe a harmonia das mais reguladas máquinas. Destruição do equilibrio dynamico da máquina universal é o resultado final de semelhante conquista.

Fique já esta consideração a mostrar que o proprio sol está sujeito á grande lei, *tendo assim lugar o movimento do centro de gravidade do systema planetario.*

É pois o movimento uma lei universal. O repouso é uma mera concepção, como o ponto, como a linha e como a superficie.

A causa do movimento proprio das estrellas é a attracção universal, que entre todas ellas estabelece relações necessarias, inevitaveis e fataes. Suppostas as mesmas as massas do sol e de *sirius* e supposta entre estes astros a distancia tal que o diametro da orbiterra, visto de *sirius*, subtenda um angulo de 1'', cahiriam um para o outro, segundo os calculos de W. Herschel, tão lentamente, que só, passados trinta e trez milhões d'annos, poderiam reunir-se.

* * *



PARTE SEGUNDA

Cumpre averiguar se encontraremos
com a lei de economia universal, que se
manifesta em toda a criação.

DR. F. P. DE TORRES COELHO,
O Instituto, vol. 8, pag. 194.

PARTIE SECONDE

Les auteurs ont le plaisir de
remercier M. le Ministre de l'Instruction
publique pour l'honneur qu'il leur a
fait de leur offrir un exemplaire
de leur ouvrage.

CAPITULO PRIMEIRO

A ordem e a economia no universo

Ordem e economia universal como *principios puramente theoreticos*.
A sua realização na natureza. A sua expressão mathematica.

A constituição do universo é a ordem.

Sem a ordem é impossivel o universo, porque sem a ordem é impossivel qualquer systema (1).

Sem a ordem seria o universo um absurdo, se tanto, porque a ordem entra na essencia d'um criador infinito, unico autor possivel do universo (2).

A ordem universal é pois um *principio puramente theoretico*.

Da ordem universal deriva immediatamente a economia universal.

A aniquilação sómente pela aniquilação é a negação absoluta da ordem; é a anarchia. A ordem é então impossivel sem a economia.

(1) Pag. 75.

(2) Pag. 104.

A economia universal é pois um *principio puramente theorico*.

A ordem e a economia são leis das quaes uma é impossivel sem a outra. São a mesma lei.

Principios puramente theoricos dissemos serem a ordem e a economia do universo. E que são taes principios?

São os *principios evidentes em que se apoia o raciocinio nas demonstrações — a priori —, unicas que merecem rigorosamente este nome* (3). Não dependem da observação, nem da experiencia. São as verdades absolutas e eternas, independentes do tempo e do espaço. Subsistem por si. São as verdades que seriam as mesmas sempre, embora não houvesse sentidos que observassem a sua realização, nem razão que *se assenhoreasse d'ellas tão completamente, que não as podesse considerar superiores a si* (4).

Exemplifiquemos.

O todo é maior que qualquer das suas partes;

Duas cousas iguaes a uma terceira são iguaes entre si;

A intersecção de dous planos é uma linha recta;
são *principios puramente theoricos*. Entram na essen-

(3) Pag. 70.

(4) Pag. 70.

cia da razão *pura*. Imaginemos que um poder superior aniquila a razão, fazendo seccar, uma por uma, as fontes todas dos conhecimentos humanos. Não póde ser então explorado o campo da verdade, mas *o todo é maior que qualquer das suas partes*; mas *duas cousas iguaes a uma terceira são iguaes entre si*; mas *a intersecção de dous planos é uma linha recta*. Imaginemos depois que apparece a razão tão só, que não conhece o que se passa fóra d'ella. Não sabe como o universo está organizado; mas sabe que *o todo é maior que qualquer das suas partes*; mas sabe que *duas cousas iguaes a uma terceira são iguaes entre si*; mas sabe que *a intersecção de dous planos é uma linha recta*.

A ordem e a economia universal são principios assim.

* *

A attenção do espirito, ainda o menos philosophico, sente-se attrahida necessariamente pela simplicidade e pela unidade do universo inteiro. E essa simplicidade e essa unidade, manifestadas pela mesma força e pela mesma materia, são os effeitos maravilhosos da ordem e da economia universal.

A observação, em cada folha de cada ramo da grande arvore da sciencia, tem encontrado a rigorosa realização d'estas duas grandes leis.

Prescrute o homem os espaços celestes; attenda a cada movimento que ahi se opéra; desça depois até ao centro da terra, camada por camada; atravesse os organismos todos, desde a célula mais simples até ao vaso mais complexo, nas suas diferentes metamorphoses; sulque o ar em arrojado vôo; profunde os mares com toda a intrepidez; percorra a criação toda, ponto por ponto; não encontrará perdido um atomo sequer, nem o mais livre movimento.

Nem a materia, nem o movimento se perde. Se desaparece aqui, manifesta-se acolá, atravez de transformações as mais variadas. Desapparece o trabalho para apparecer o calor. Este é movimento como aquelle. Emuitas outras transformações assim.

Nem um orgão se observa sem um fim determinado, nem um corpo sem leis rigorosas. Nem um ponto errante, nem um movimento para aniquilar sem produzir.

Eis a estabilidade do universo.

Mostra assim a observação que a razão presidiu á formação de tudo quanto se observa, do universo inteiro.

* * *

A Mathematica, «sciencia cujas raizes penetram
«nas mais elevadas regiões da especulação meta-

«physica», (5) é a traducção rigorosa, clara e simples de certos principios da razão.

A *Mathematica Pura* traduz esses principios em si; a *Applicada* traduz-os combinados com a observação e com a experiencia.

É a sciencia por excellencia.

A lei da ordem e da economia universal deve ser expressa por uma fórmula simples e rigorosa. É effectivamente.

Seja m a massa d'um ponto material, pertencente a um systema qualquer, v a sua velocidade, ds o elemento da sua trajectoria e estenda-se o signal Σ a todos os pontos do systema; será nulla a variação infinitamente pequena de $f(\Sigma mv ds)$, isto é,

$$\delta f(\Sigma mv ds) = 0.$$

É o *principio da menor acção*. É a expressão da economia universal.

Em 1744 apresentou Maupertuis este principio, enunciando-o assim: «No movimento dos corpos, que actúam uns sobre os outros, é um minimo a

(5) Dr. José Falcão, *Comparação do methodo teleologico de Wronski com os methodos de Daniel Bernoulli e d'Euler para a resolução numerica das equações.*

«somma dos productos das suas massas pelas velocidades e pelos espaços percorridos.»

Em duas memorias, uma apresentada á Academia das sciencias do Instituto de França em 1744 e outra em 1746 á de Berlin, deduziu Maupertuis d'este principio as leis da reflexão e da refracção da luz e as do choque dos corpos.

Euler depois no seu tratado dos *Isoperimetros* (6) occupou-se d'este principio por uma fórma mais geral e mais rigorosa. Reconheceu no movimento dos corpos isolados a propriedade de que, nas trajectorias descriptas por forças centraes, o integral da velocidade, multiplicada pelo elemento da curva, dá sempre um maximo ou um minimo.

Lagrange estendeu tal propriedade ao movimento dos corpos que actúam uns sobre os outros por uma fórma qualquer, estabelecendo o seguinte principio geral:

«Se, no movimento d'um systema de corpos, em que tem lugar o *principio das forças vivas*, multiplicarmos a massa de cada ponto material do systema pela sua velocidade e pelo elemento da sua

(6) *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis Isoperimetrici latissimo sensu accepti.*

«trajectoria; se sommarmos os productos analogos
 «correspondentes a todos os pontos; e se integrar-
 «mos esta somma desde uma dada posição do sys-
 «tema até uma outra posição igualmente dada; obte-
 «remos um minimo, em geral, para o valor de se-
 «melhante integral. Em alguns casos o minimo pôde
 «ser substituido por um maximo.»

Lagrange applicou o *principio da menor acção* á resolução de muitos problemas importantes e difficeis da Dynamica (7). Combinando este principio com o *das forças vivas* e desenvolvendo-o segundo as regras do calculo das variações, estabeleceu um meio directo de obter as equações necessarias para a solução de cada problema, chegando ainda a um methodo igualmente simples e geral de tratar as questões relativas ao movimento dos corpos.

Em 1857 apresentou Phillips uma interessante memoria acêrca d'este principio e do *de d'Alembert* nos movimentos *relativos*. A estes movimentos têm sido estendidos muitos dos principios importantes da Mecânica pertencentes aos movimentos *absolutos*, como o *principio das forças vivas*, applicado aos movimentos *relativos* por Coriolis e depois por

(7) *Mémoires de l'Académie Royale des sciences de Turin*, 1760 e 1761.

Sturm, e como os principios de Carnot e de Sturm sobre as variações bruscas das *forças vivas*, produzidas n'um systema de corpos, já por choques, já pela addição ou pela suppressão brusca de certas ligações, principios que foram generalisados e applicados a este genero de movimentos por Phillips.

Partiremos tambem d'este principio para a resolução theorica do nosso problema, guiados por esta memoria de Phillips.

* * *

CAPITULO SEGUNDO

Principio da menor acção nos movimentos *relativos*

Velocidade *absoluta*, *relativa* e *média*. Demonstração do *principio da menor acção* nos movimentos *relativos*.

Esteja um systema de pontos materiaes em movimento e considere-se a velocidade *absoluta* v de cada um d'elles decomposta, por qualquer fórma, em duas, que designaremos por v_r e v_m , sendo aquella sujeita sómente á condição de ser compativel com as ligações do systema no instante considerado; será v_r o que Phillips chama velocidade *relativa* e v_m a velocidade *média*. Uma e outra podem variar d'um ponto para outro e no mesmo ponto, d'um instante para outro.

Fica assim o movimento *absoluto* do systema decomposto evidentemente em dous movimentos elementares, cada um correspondente a cada um dos dous grupos de velocidades, *relativas* e *médias*; pois

considerar o movimento *absoluto* como o resultado dos deslocamentos infinitamente pequenos de todos os pontos materiaes, operados isoladamente e devidos ás componentes v_r e v_m , cada um a cada uma, equival a consideral-o como simples effeito das velocidades *absolutas*. É claro que se obtem cada um d'estes grupos de velocidades pela abstracção do outro.

Estas considerações são simplificadas ainda pelas condições que, em geral, se realizam nas applicações; pois por ellas ficam as velocidades *médias* sujeitas á condição de serem compatíveis com a hypothese da solidificação absoluta do systema no instante considerado.

Fica sendo assim o movimento *médio*, em cada instante, o d'um corpo solido, cuja figura póde e até, em geral, deve variar, em cada instante, por causa do movimento *relativo*. Cada deslocamento infinitamente pequeno no movimento *médio* pode assim decompor-se, por muitas fórmas, em dous, um de translação commum a todos os pontos e outro de rotação.

Esta hypothese fornece um meio extremamente simples de considerar sómente o movimento *relativo*. Suppõe-se primeiramente em cada instante que, em quanto os pontos materiaes vão operando os seus deslocamentos *médios* infinitamente peque-

nos, formando um corpo solido, os eixos coordenados estão invariavelmente ligados com elles; e consideram-se depois estes eixos independentes dos pontos materiaes e absolutamente immoveis, enquanto o systema vae effectuando os movimentos infinitamente pequenos devidos ás velocidades *relativas*. Movem-se assim os eixos continuamente como um corpo solido e consequentemente devem suppor-se dotados d'um movimento de translação e d'outro de rotação, movimentos que podem variar em cada instante.

O movimento *absoluto* determina-se facilmente por todas estas considerações.

* * *

Vamos demonstrar o *principio da menor acção* nos movimentos *relativos*.

Usaremos da notação de Phillips, por ser muito simples e clara, marcando com o indice r todas as quantidades que se referem ao movimento *relativo* e com o indice m as que se referem ao *médio*.

Seja m a massa d'um ponto material qualquer, ds_r o elemento da sua trajectoria no movimento *relativo*, v_r a sua velocidade *relativa*, x_r , y_r e z_r as suas tres coordenadas relativamente aos eixos moveis (coordenadas *relativas*), X_1 , Y_1 , e Z_1 , as tres

componentes, paralelas a estes eixos, da força motriz correspondente a este ponto, X_m , Y_m e Z_m as tres componentes, paralelas aos mesmos eixos, da força necessaria para dar a este ponto, se estivesse livre, o movimento *médio*, e procuremos entre duas posições dadas do systema a variação

$$\delta f(\Sigma m v_r \delta s_r),$$

em que o signal Σ se estende a todos os pontos do systema, determinando-a relativamente a todas as outras trajectorias infinitamente vizinhas das que na realidade têm lugar e que vão terminar nas mesmas extremidades.

Pelas regras conhecidas do calculo das variações teremos

$$\delta f(\Sigma m v_r ds_r) = f \delta(\Sigma m v_r ds_r)$$

ou,

$$f(\Sigma . m v_r \delta ds_r + \Sigma . m ds_r \delta v_r)$$

$$= f(\Sigma . m v_r \delta ds_r + \Sigma . m dt v_r \delta v_r) \dots \dots \dots (a)$$

por ser

$$ds_r = v_r dt \dots \dots \dots (b),$$

em que dt representa o elemento do tempo.

Da fórmula bem conhecida

$$ds_r^2 = dx_r^2 + dy_r^2 + dz_r^2$$

deduz-se

$$\delta ds_r = \frac{dx_r}{ds_r} \delta dx_r + \frac{dy_r}{ds_r} \delta dy_r + \frac{dz_r}{ds_r} \delta dz_r.$$

Attendendo a (a) e a (b) e substituindo

$$\delta dx_r, \delta dy_r \text{ e } \delta dz_r$$

por

$$d\delta x_r, d\delta y_r \text{ e } d\delta z_r,$$

teremos facilmente

$$\Sigma .mv_r \delta ds_r = \Sigma .m \left(\frac{dx_r}{dt} d\delta x_r + \frac{dy_r}{dt} d\delta y_r + \frac{dz_r}{dt} d\delta z_r \right). \quad (c)$$

O principio das forças vivas nos movimentos relativos dá

$$\frac{1}{2} d . \Sigma mv_r^2 = \Sigma \{ (X_1 - X_m) dx_r + (Y_1 - Y_m) dy_r + (Z_1 - Z_m) dz_r \}.$$

Suppondo que o segundo membro d'esta relação é uma differencial exacta d'uma funcção φ das coordenadas *relativas* dos pontos do systema, $x_r, y_r, z_r, x'_r, y'_r, z'_r$, etc., teremos

$$X_1 - X_m = \frac{d\varphi}{dx_r}, \quad Y_1 - Y_m = \frac{d\varphi}{dy_r}, \quad Z_1 - Z_m = \frac{d\varphi}{dz_r},$$

etc., ou

$$\frac{1}{2} d. \Sigma m v_r^2 = \Sigma \left(\frac{d\varphi}{dx_r} dx_r + \frac{d\varphi}{dy_r} dy_r + \frac{d\varphi}{dz_r} dz_r \right) = d\varphi,$$

e, pela integração,

$$\frac{1}{2} \Sigma m v_r^2 = k^2 + \varphi,$$

em que k^2 é uma constante.

Fazendo variar os dous membros d'esta ultima relação, obteremos

$$\begin{aligned} \Sigma m v_r \delta v_r = \delta \varphi = \Sigma \{ (X_1 - X_m) \delta x_r \\ + (Y_1 - Y_m) \delta y_r + (Z_1 - Z_m) \delta z_r \}, \end{aligned}$$

por ser k^3 independente do signal δ , e, multiplicando por dt ,

$$\begin{aligned} \Sigma . m dt v_r \delta v_r = & \Sigma \{ dt (X_1 - X_m) \delta x_r \\ & + dt (Y_1 - Y_m) \delta y_r + dt (Z_1 - Z_m) \delta z_r \} \dots (d) \end{aligned}$$

Substituindo em (a) os valores (c) e (d), para o que tratámos d'obtel-os, recorrendo á integração por partes para fazer sahir do signal f os termos multiplicados por $d\delta x_r$, $d\delta y_r$, $d\delta z_r$,, e não mettendo em conta os termos que assim ficam fóra do signal f , termos que são nullos por estarem multiplicados por δx_r , δy_r , δz_r teremos

$$\begin{aligned} \delta f (\Sigma m v_r ds_r) = & \\ \int \left[- \Sigma . m \left(d \frac{dx_r}{dt} \delta x_r + d \frac{dy_r}{dt} \delta y_r + d \frac{dz_r}{dt} \delta z_r \right) \right. & \\ & + \Sigma dt \{ (X_1 - X_m) \delta x_r + (Y_1 - Y_m) \delta y_r \\ & \left. + (Z_1 - Z_m) \delta z_r \} \right] \dots \dots \dots (e) \end{aligned}$$

Designando por X , Y e Z as componentes, pa-

rallelas aos eixos moveis, da força capaz de dar ao ponto m , se estivesse livre, o seu movimento *absoluto*, poderemos substituir em (e)

$$\Sigma (X_1 \delta x_r + Y_1 \delta y_r + Z_1 \delta z_r)$$

por

$$\Sigma (X \delta x_r + Y \delta y_r + Z \delta z_r).$$

Consideremos agora as componentes X_r , Y_r e Z_r , correspondentes aos movimentos *relativos*, e as componentes X_n , Y_n e Z_n , parallelas ao eixos moveis, d'uma força ficticia (7), cuja direcção é perpendicular á velocidade *relativa* do ponto m e ao eixo instantaneo de rotação, componentes dadas pelas equações

$$\left. \begin{aligned} X_n &= 2m \left(\omega' \frac{dz_r}{dt} - \omega'' \frac{dy_r}{dt} \right) \\ Y_n &= 2m \left(\omega'' \frac{dx_r}{dt} - \omega \frac{dz_r}{dt} \right) \\ Z_n &= 2m \left(\omega \frac{dy_r}{dt} - \omega' \frac{dx_r}{dt} \right) \end{aligned} \right\} \dots (f),$$

(7) Coriolis deu a esta força o nome de *força centrifuga composta*.

em que ω , ω' e ω'' representam as velocidades angulares elementares de rotação ao redor dos eixos moveis dos x , dos y e dos z .

Segundo um theorema demonstrado por Coriolis (8), teremos

$$X = X_r + X_m + X_n$$

$$Y = Y_r + Y_m + Y_n$$

$$Z = Z_r + Z_m + Z_n.$$

Attendendo ainda ás relações bem conhecidas

$$X_r dt = md \frac{dx_r}{dt}, Y_r dt = md \frac{dy_r}{dt} \text{ e } Z_r dt = md \frac{dz_r}{dt},$$

reduziremos a expressão (e) a

$$\int [\delta(\Sigma mv_r ds_r) - \Sigma dt (X_n \delta x_r + Y_n \delta y_r + Z_n \delta z_r)] = 0.. (g).$$

(8) *Traité de la Mécanique des corps solides*, cap. 1.º, n.º 29.

Eis a traducção analytica do *principio da menor acção* nos movimentos *relativos*.

Conclue-se pois que a condição necessaria e sufficiente para que o *principio da menor acção* se verifique no movimento *relativo*, como no *absoluto*, é

$$\Sigma (X_n \delta x_r + Y_n \delta y_r + Z_n \delta z_r) = 0;$$

isto é, que, considerando-se possiveis sómente os deslocamentos *relativos*, as ligações do systema devem estabelecer equilibrio entre as *forças centrifugas compostas* $X_n, Y_n, Z_n, X'_n, \dots$. Realiza-se tal condição, por exemplo, quando os eixos moveis têm apenas um movimento de translação paralelo a si proprios; pois que são nullas então as velocidades angulares ω, ω' e ω'' e conseguintemente $X_n, Y_n, Z_n, X'_n, \dots$ (9). Realiza-se ainda, quando os diversos pontos materiaes estão sujeitos a ficar n'um plano dotado d'um movimento de rotação uniforme ao redor d'um eixo paralelo a si proprio, tomando-se para movimento *relativo* o que tem lugar em tal plano; pois as forças ficticias cujas componentes

(9) Relações (f).

são $X_n, Y_n, Z_n, X'_n, \dots$, em tal caso são perpendiculares a este plano e conseguintemente é

$$\Sigma (X_n \delta x_r + Y_n \delta y_r + Z_n \delta z_r) = 0.$$

Em resumo, as condições necessárias e suficientes para o *principio da menor acção* ter lugar nos movimentos *relativos* são as seguintes, estabelecidas por Phillips:

1.º que haja compatibilidade, em cada instante, das velocidades *relativas* de cada ponto com as ligações do systema e das velocidades *médias* com a hypothese da solidificação absoluta do systema n'esse instante;

2.º que os eixos moveis participem contínua e unicamente do movimento *médio*;

3.º que seja a differencial exacta d'uma funcção das coordenadas *relativas* dos differentes pontos do systema o trabalho elementar, tomado no movimento *relativo*, das forças motrizes que na realidade actúam sobre o systema e de forças iguaes e directamente oppostas ás que seriam necessarias para dar a cada ponto, no caso de ser livre, o movimento *médio*;

4.º e finalmente que haja equilibrio entre as *forças centrifugas compostas*, considerando-se sómente

como possíveis os deslocamentos *relativos* dos pontos, isto é, juntando novas ligações que tornem impossível qualquer movimento *médio*.

É de notar que, se d'estas quatro condições forem verificadas apenas as tres primeiras, subsistirá sempre a equação (g); mas não terá lugar o *principio da menor acção*.

De tudo quanto deixámos dicto póde concluir-se que o *principio da menor acção* nos movimentos *relativos* póde enunciar-se assim:

«Entre duas posições dadas do systema, o integral da somma dos productos das massas dos diferentes pontos materiaes pela sua velocidade *relativa* e pelo elemento da sua trajectoria no movimento *relativo* é um maximo ou um minimo».

A relação (b) permite substituir este enunciado pelo seguinte:

«Entre duas posições dadas, o systema gasta a maior ou menor quantidade possível de *força viva relativa*.»

Este principio conduz a fórmulas proprias para mostrar directamente o movimento *relativo* d'um systema de pontos materiaes sem considerar-se o movimento *absoluto*. O methodo de obtel-as consiste em partir da relação

$$\int \delta (\Sigma m v_r ds_r) = 0$$

e desenvolver, pelas regras do calculo das variações, a parte contida debaixo do signal f em termos multiplicados por $\delta x_r, \delta y_r, \delta z_r, \dots$. No caso de serem livres os pontos, igualaremos separadamente a zero os coefficients das variações de cada coordenada *relativa*, e assim obteremos o numero d'equações necessarias. No caso de ligações representadas por certas relações entre as coordenadas *relativas*, fazendo variar estas, obteremos equações entre $\delta x_r, \delta y_r, \dots$; igualando depois a zero os coefficients das variações das coordenadas que ficarem arbitrarías e considerando tambem as equações de condição, teremos o numero de relações necessarias para determinar o movimento *relativo*.

Se apenas forem verificadas as tres primeiras das condições necessarias e sufficientes para ter lugar o *principio da menor acção* no movimento *relativo*, obteremos este, desenvolvendo a quantidade contida debaixo do signal f em termos multiplicados por $\delta x_r, \delta y_r, \delta z_r, \dots$.

Vejamos agora as consequencias a que este principio conduz acêrca do systema planetario.

* * *

CAPITULO TERCEIRO

O systema planetario em si

Vamos considerar o systema planetario *em si*, isto é, abstrahindo da acção das estrellas. É uma primeira approximação, que consiste em reduzir para nós o universo ao systema planetario.

Segundo o que dissemos no lugar competente (11), o systema planetario é um systema dynamico composto de muitos corpos livres, na hypothese estabelecida, e que actúam uns sobre os outros por forças d'attracção mútua, funcções das suas distancias respectivas.

Procuremos assim o movimento do centro de gravidade d'este systema relativamente a eixos coordenados *que estejam animados d'um movimento de translação rectilíneo e uniforme.*

(11) Parte 1.^a, cap. 1.^o

Facil é vêr que a este movimento *relativo* é applicavel o *principio da menor acção*; pois verificam-se todas as condições necessarias e sufficientes (12).

Para maior simplicidade não nos occuparemos explicitamente do movimento *absoluto*, porque é sufficiente considerar o *relativo*.

Sejam m, m', m'', m''', \dots as massas dos corpos que compoem o systema e conservemos as notações todas do capitulo precedente, supprimindo apenas o indice r , por inutil.

A fórmula do *principio da menor acção* é

$$\int \delta(mvds + m'v'ds' + m''v''ds'' + \dots) = 0$$

ou

$$\begin{aligned} & \int (mvd\delta s + m'v'd\delta s' + m''v''d\delta s'' + \dots + \\ & + mds\delta v + m'ds'\delta v' + m''ds''\delta v'' + \dots) = 0, \end{aligned}$$

que, por um processo identico ao que seguimos na demonstração do *princípio da menor acção* nos movimentos *relativos*, transforma-se em

$$\int \left[-m \left(d \frac{dx}{dt} \delta x + d \frac{dy}{dt} \delta y + d \frac{dz}{dt} \delta z \right) \right. \\
- m' \left(d \frac{dx'}{dt} \delta x' + d \frac{dy'}{dt} \delta y' + d \frac{dz'}{dt} \delta z' \right) \\
- m'' \left(d \frac{dx''}{dt} \delta x'' + d \frac{dy''}{dt} \delta y'' + d \frac{dz''}{dt} \delta z'' \right) \\
- \dots \dots \dots \\
\left. + dt(mv\delta v + m'v'\delta v' + m''v''\delta v'' + \dots) \right] = 0 \text{ (h).}$$

Substituamos agora a parte

$$dt(mv\delta v + m'v'\delta v' + m''v''\delta v'' + \dots)$$

por uma funcção equivalente, em que as variações $\delta v, \delta v', \delta v'', \dots$ sejam substituidas pelas variações das coordenadas. Consideremos para isto as acções mútuas dos corpos e as distancias correspondentes, representando estas por r, r', r'', \dots , r_1, r'_1, r''_1, \dots e aquellas, referidas á unidade da massa, por f, f', f'', \dots , f_1, f'_1, f''_1, \dots . Teremos n'este caso

$$\frac{1}{2}d(mv^2 + m'v'^2 + m''v''^2 + \dots) = -mm'fdr -$$

$$-mm''f_1dr_1 - \dots - m'm''f_1dr_1 - \dots$$

Como f, f', f'', \dots são funcções respectiva-

mente de r, r', r'', \dots , teremos

$$m v \delta v + m' v' \delta v' + m'' v'' \delta v'' + \dots = -mm' f \delta r$$

$$-mm'' f' \delta r' - \dots -m'm'' f_1 \delta r_1 - \dots$$

Substituindo este valor em (h) e trocando os signaes todos, teremos

$$\int \left[m \left(\frac{dx}{dt} \delta x + d \frac{dy}{dt} \delta y + d \frac{dz}{dt} \delta z \right) \right. \\ \left. + m' \left(d \frac{dx'}{dt} \delta x' + d \frac{dy'}{dt} \delta y' + d \frac{dz'}{dt} \delta z' \right) \right. \\ \left. + m'' \left(d \frac{dx''}{dt} \delta x'' + d \frac{dy''}{dt} \delta y'' + d \frac{dz''}{dt} \delta z'' \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \dots\dots\dots \\
 & + dt(mm'f\delta r + mm''f'\delta r' + \dots\dots\dots \\
 & + m'm''f_i\delta r_i + \dots\dots\dots)] = 0 \dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

As distancias dos corpos, $r, r', r'', \dots, r_i, r'_i, r''_i, \dots$, são funções das coordenadas e conseguintemente teremos

$$dr = a dx + b dy + c dz + k dx' + \dots\dots\dots$$

$$dr' = a' dx + b' dy + c' dz + k' dx' + \dots\dots\dots$$

$$\delta r = a \delta x + b \delta y + c \delta z + k \delta x' + \dots\dots\dots$$

$$\delta r' = a' \delta x + b' \delta y + c' \delta z + k' \delta x' + \dots\dots\dots$$

.....

e outras equações assim que exprimem $\delta r, \delta r', \dots$
em $\delta x, \delta y, \delta z, \delta x', \delta y', \delta z', \dots$

Substituindo estes valores de $\delta r, \delta r', \dots$ em
(i), obteremos uma equação cujos termos serão mul-
tiplicados todos pelas variações das coordenadas.
Como os corpos m, m', m'', \dots estão inteira-
mente livres no espaço e consequentemente as va-
riações das suas coordenadas são independentes
todas, umas das outras, obteremos, para cada um
d'elles, as tres equações necessarias para determi-
nar o seu movimento *relativo*, se igualarmos sepa-
radamente a zero os coefficients das variações cor-
respondentes. Teremos assim

$$d \frac{dx}{dt} + dt(m'fa + m''f'a' + \dots) = 0$$

ou

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \Pi = 0,$$

representando Π a quantidade $m'fa + m''f'a' + \dots$

Pela mesma fórmula teremos

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \Phi = 0$$

e

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \Psi = 0$$

e, para os outros pontos,

$$\frac{d^2x'}{dt^2} + \Pi' = 0,$$

$$\frac{d^2y'}{dt^2} + \Phi' = 0,$$

$$\frac{d^2z'}{dt^2} + \Psi' = 0$$

.....

em que $\Pi, \Phi, \Psi, \Pi', \Phi', \Psi', \dots$ são evidentemente funções das coordenadas.

As sommas

$$m\Pi + m'\Pi' + m''\Pi'' + \dots$$

$$m\Phi + m'\Phi' + m''\Phi'' + \dots$$

$$m\Psi + m'\Psi' + m''\Psi'' + \dots$$

compoem-se de termos iguaes, dous a dous, e de signaes contrarios e consequentemente são identicamente nullas. Teremos assim

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} + m' \frac{d^2 x'}{dt^2} + m'' \frac{d^2 x''}{dt^2} + \dots &= \Sigma m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0 \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} + m' \frac{d^2 y'}{dt^2} + m'' \frac{d^2 y''}{dt^2} + \dots &= \Sigma m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} + m' \frac{d^2 z'}{dt^2} + m'' \frac{d^2 z''}{dt^2} + \dots &= \Sigma m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \end{aligned} \right\} (k)$$

ou, representando por x_i , y_i e z_i , as coordenadas do centro de gravidade do systema no movimento *relativo*,

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 y_i}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 z_i}{dt^2} = 0$$

Integrando duas vezes, teremos

$$x_i = pt + p_i, \quad y_i = qt + q_i, \quad \text{e} \quad z_i = st + s_i$$

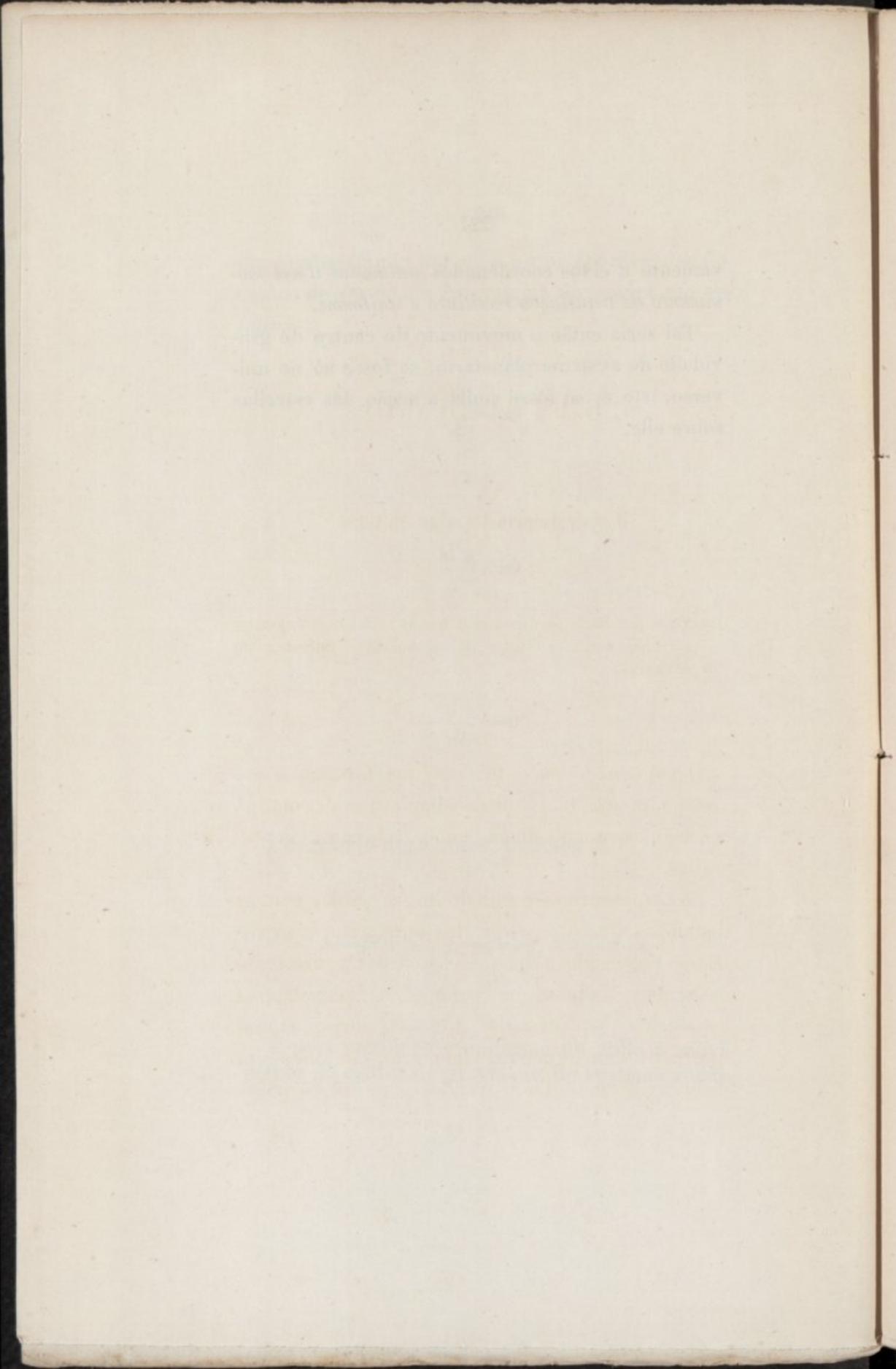
É pois rectilíneo e uniforme ou nullo o movimento do centro de gravidade do systema relati-

vamente a eixos coordenados *animados d'um movimento de translação rectilíneo e uniforme.*

Tal seria então o movimento do centro de gravidade do systema planetario, se fosse só no universo, isto é, se fosse nulla a acção das estrellas sobre elle.

• •

• •



CAPITULO QUARTO

O systema planetario no universo

O systema planetario formando com muitas estrellas um systema d'ordem superior. Acção unica do centro d'estes systemas sobre o planetario.

O sol com todos os corpos que formam o seu cortejo, opacos uns e outros diaphanos, é, como já mostrámos, um systema como cada uma das estrellas.

Se compararmos o raio do imperio solar com as distancias que o separam dos outros imperios celestes, notaremos que aquelle systema figura entre estes como se fosse um corpo só. Os planetas, os satellites e os planetoides, todos os corpos emfim que constituem o systema planetario, são, por assim dizer, moleculas d'um grande corpo, cujos póros

são as distancias entre esses corpos. E na realidade que vem a ser o numero

30,03697 (12)

comparado com o numero

206265 (13)?

Note-se ainda que taes numeros representam casos extremos.

N'estas circumstancias podemos muito logicamente considerar o sol e muitas das estrellas conio um systema de muitos corpos livres que actúam uns sobre os outros (14), abstrahindo da acção que sobre elles possam exercer outros systemas tão distantes, que as distancias d'elles áquelle estejam para as distancias mútuas das estrellas d'aquelle como estas distancias estão para as que separam,

(12) Pag. 82.

(13) Pag. 180.

(14) Pag. 157, 167, 182 e 191.

uns dos outros, os differentes corpos do systema planetario.

Podemos ainda muito logicamente presumir a existencia d'um grande corpo que seja o centro d'este systema immenso e para que gravitem outros systemas como o planetario.

Sejam assim m, m', m'', \dots as massas do systema planetario e de cada um dos outros que constituem com elle um systema d'ordem superior, conservemos as notações do capitulo precedente e procuremos n'este o movimento de cada um d'estes systemas relativamente a eixos coordenados animados d'um movimento de translação rectilineo e uniforme.

É claro que as equações do capitulo precedente são applicaveis ao problema de que agora nos occupamos. Recorreremos a ellas.

Integrando duas vezes as equações (k), teremos

$$\left. \begin{aligned} mx + m'x' + m''x'' + \dots &= \Sigma mx = at + a_1 \\ my + m'y' + m''y'' + \dots &= \Sigma my = bt + b_1 \\ mz + m'z' + m''z'' + \dots &= \Sigma mz = ct + c_1 \end{aligned} \right\} (l),$$

sendo a, b, c, a_1, b_1 e c_1 constantes.

Facilmente obteremos mais tres integraes do problema, pois facilmente chegaremos ás identidades

$$m(\Pi y - \Phi x) + m'(\Pi' y' - \Phi' x') + m''(\Pi'' y'' - \Phi'' x'') + \dots = 0$$

$$m(\Psi x - \Pi z) + m'(\Psi' x' - \Pi' z') + m''(\Psi'' x'' - \Pi'' z'') + \dots = 0$$

$$m(\Phi z - \Psi y) + m'(\Phi' z' - \Psi' y') + m''(\Phi'' z'' - \Psi'' y'') + \dots = 0,$$

donde resulta

$$m \left(y \frac{d^2 x}{dt^2} - x \frac{d^2 y}{dt^2} \right) + m' \left(y' \frac{d^2 x'}{dt^2} - x' \frac{d^2 y'}{dt^2} \right)$$

$$+ m'' \left(y'' \frac{d^2 x''}{dt^2} - x'' \frac{d^2 y''}{dt^2} \right) + \dots = 0$$

$$m \left(x \frac{d^2 z}{dt^2} - z \frac{d^2 x}{dt^2} \right) + m' \left(x' \frac{d^2 z'}{dt^2} - z' \frac{d^2 x'}{dt^2} \right)$$

$$+ m'' \left(x'' \frac{d^2 z''}{dt^2} - z'' \frac{d^2 x''}{dt^2} \right) + \dots = 0$$

$$\begin{aligned}
 & m \left(z \frac{d^2 y}{dt^2} - y \frac{d^2 z}{dt^2} \right) + m' \left(z' \frac{d^2 y'}{dt^2} - y' \frac{d^2 z'}{dt^2} \right) + \\
 & + m'' \left(z'' \frac{d^2 y''}{dt^2} - y'' \frac{d^2 z''}{dt^2} \right) + \dots = 0.
 \end{aligned}$$

Integrando estas equações uma vez, teremos

$$\left. \begin{aligned}
 & m \left(y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt} \right) + m' \left(y' \frac{dx'}{dt} - x' \frac{dy'}{dt} \right) \\
 & + m'' \left(y'' \frac{dx''}{dt} - x'' \frac{dy''}{dt} \right) + \dots = g \\
 & m \left(x \frac{dz}{dt} - z \frac{dx}{dt} \right) + m' \left(x' \frac{dz'}{dt} - z' \frac{dx'}{dt} \right) \\
 & + m'' \left(x'' \frac{dz''}{dt} - z'' \frac{dx''}{dt} \right) + \dots = g_1
 \end{aligned} \right\} \dots (m),$$

$$\left. \begin{aligned} & m \left(z \frac{dy}{dt} - y \frac{dz}{dt} \right) + m' \left(z' \frac{dy'}{dt} - y' \frac{dz'}{dt} \right) \\ & + m'' \left(z'' \frac{dy''}{dt} - y'' \frac{dz''}{dt} \right) + \dots = g_2 \end{aligned} \right\} \dots (m),$$

em que g , g_1 e g_2 são constantes.

Attendendo bem á equação (i), chegaremos muito facilmente ao septimo integral

$$\left. \begin{aligned} & m \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} + m' \frac{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2}{dt^2} \\ & + m'' \frac{dx''^2 + dy''^2 + dz''^2}{dt^2} + \dots \end{aligned} \right\} \dots (n),$$

$$= k_i^2 - 2mm'fdr - 2mm''f'f'dr' - \dots,$$

em que k_i^2 é uma constante e em que são possíveis as integrações indicadas no segundo membro, pois f é função de r , f' de r' , e assim successivamente.

Como o centro de gravidade do systema tem

um movimento rectilíneo e uniforme (15), podemos tomal-o para origem das coordenadas, sendo então nullas as constantes a , b , c , a_1 , b_1 e c_1 , das equações (l).

Este processo conduz directamente ás equações do movimento d'um numero qualquer de corpos, sujeitos ás suas attracções mútuas, sendo estas supostas funcções das suas distancias respectivas, relativamente ao centro commum de gravidade considerado fixo.

* *
*

Considerando agora sómente o systema planetario, que designaremos por m , e o grande corpo, centro do systema de ordem superior, que designaremos por m' , e admittindo que a attracção entre elles siga a lei directa das massas e a inversa do quadrado da distancia, integraremos facilmente as equações do problema e descobriremos que assim seria uma secção cónica a trajectoria do systema planetario.

Na realidade os 7 integraes (l), (m) e (n) são em tal caso

$$mx + m'x' = 0$$

$$my + m'y' = 0$$

$$mz + m'z' = 0$$

$$m (ydx - xdy) + m' (y'dx' - x'dy') = gdt$$

$$m (xdz - zdx) + m' (x'dz' - z'dx) = g_1 dt$$

$$m (zdy - ydz) + m' (z'dy' - y'dz') = g_2 dt$$

$$m \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} + m' \frac{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2}{dt^2} =$$

$$k_1^2 - 2mm' \int \frac{d\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}.$$

Substituindo nos ultimos quatro d'estes integraes os valores de x' , de y' e de z' , deduzidos dos tres primeiros, teremos

$$\frac{m}{m'} (m+m') (ydx - xdy) = gdt$$

$$\frac{m}{m'} (m+m') (xdz - zdx) = g_1 dt$$

$$\frac{m}{m'} (m+m') (zdy - ydz) = g_2 dt$$

$$\frac{m}{m'} (m+m') \frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}$$

$$=k_i^2 - 2 \frac{mm'^2}{m+m'} \int \frac{d\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{x^2+y^2+z^2},$$

equações que mostram que o movimento *relativo* do systema planetario é o mesmo que o movimento

absoluto d'um corpo, cuja massa seja $\frac{m}{m'} (m+m')$,

attrahido continuamente para a origem das coordenadas, considerada fixa, por uma força que esteja na razão inversa do quadrado da distancia á origem e que, referida á unidade da massa, tenha

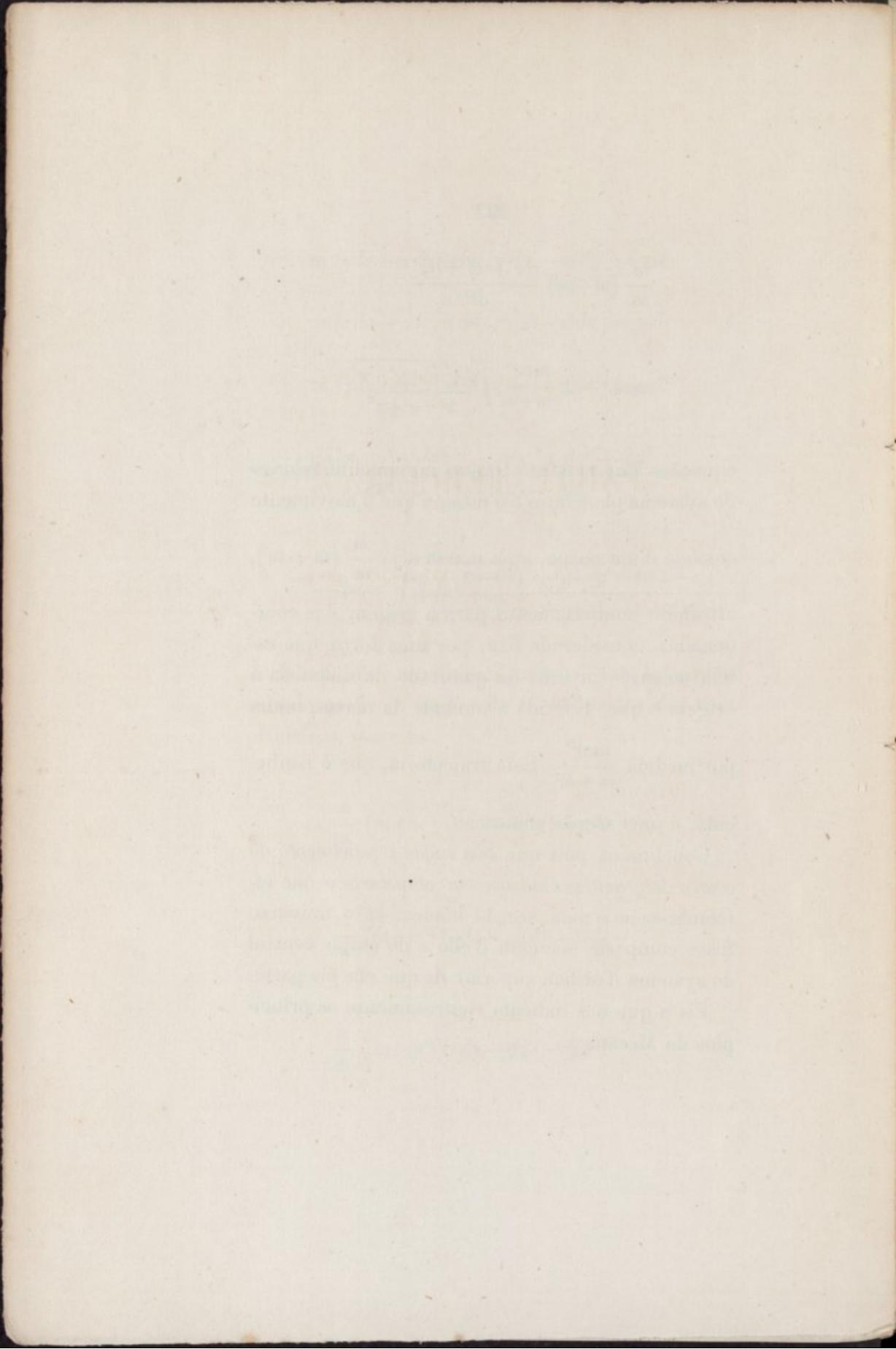
por medida $\frac{mm'^2}{m+m'}$. Esta trajectoria, que é conhecida,

é uma secção cónica.

Concluimos pois que *tem lugar o movimento do centro de gravidade do systema planetario* e que effectuar-se-ia n'uma secção cónica, se o universo fosse composto sómente d'elle e do corpo central do systema d'ordem superior de que elle faz parte.

Eis o que nos indicam rigorosamente os principios da Mecânica.

* *



PARTE TERCEIRA

Faudra-t-il aussi 5000 ans pour admettre la marche du soleil comme pour l'admission de celle de la terre?

E. G. FAHRNER.

REVUE DE LA

PARTIE THÉORIQUE

Publiée par le Comité de la Société de Philosophie
et de Psychologie de la Sorbonne
à Paris, chez M. V. Lecoffre, 17, rue de la Harpe.

Le Comité de la Société de Philosophie et de Psychologie de la Sorbonne a l'honneur de publier cette Revue, qui sera dirigée par M. V. Lecoffre, 17, rue de la Harpe, à Paris. Elle sera publiée par fascicules, et chaque fascicule contiendra deux numéros. Le prix de chaque fascicule est de 1 franc. Les abonnements sont de 2 francs par an, en avance. Les commandes doivent être adressées à M. V. Lecoffre, 17, rue de la Harpe, à Paris.