N. 8.
Mathematica

Ann. 1788

Mathematica

Francisco de Paula Oraõ.

em 10 de Julho de 1788 – N. 15

Quem locum in Astronomia elementis obliquitas ecliptica obtineat, quantumque hanc doctrinam perspectam habere interest, illa magnopere ostendit ea, qua Astronomi Solstitiorum tempestate de altitudinibus meridianis observandis adeo quotannis solliciti sunt, ut non iis contenti observationibus, quas regionibus suis fecerant, neque satis, quibus usi fuerant, arduis methodis confisi, in ea telluris loca, quo ad tales cognitiones suscipiendas, simpliciioribus methodis usi, ea adaptiora videbantur, longa, atque asperrima itinera aggredi non dubitaverint. Equidem nisi hoc elementum accurate exploratum haberemus, neque quam certa tum Solis, cum planetarum, generatimque omnium cælestium corporum positiones constituere, neque ideirco magna in Astronomia studio incrementa esse possent. Nam sicuti ad æquatoris planum motus diurni, quo astra ob terræ rotationem in eodem, aut si parallelo moveri videntur, phænomena referri oportet; ita etiam, cum terra annuum cursum in ecliptica plano peragat, ideoque qui astra contemplatur, non ibi esse non possit, nihil tam consentaneum est, quam et planetarum, et cometarum in suis quibusque orbitis motus ad id referre. Opera igitur pretium erit æquatoris, et ecliptica situm, eorumque planorum mutuam inter se inclinationem, seu angulum, qui ecliptica proprie obliquitas dicitur, accurate constituere, præfiniremque habere: deinde num hæc obliquitas constans, aut, si variabilis, quænam hujus variationis sit causa, diligenter expendere oportet.

Totam igitur præsentis exercitationis materiam in duas divisam esse partes conveniet; in quarum altera obliquitatem ecliptica variabilem esse, atque nunc temporis decrescere; in secunda vero talis variationis mutuam planetarum attractionem causam esse, demonstrare aggredior.

Quod ad primam attinet, Astronomorum non omnes omnium consensus est: alii namque, quos inter Gassendus, Riccioli, Flamstedius, &c. obliquitatem constantem, removendamque omnem diminutionis suspicionem esse contendunt: alii, ex quibus Bullialdus, Wendelinus, præcipuaque de Louville, atque Godinus variabilem esse, et decrescere asserunt, sed tamen ita decrescere, quod æquator, et ecliptica in uno, eodemque plano sint; unde perrecto eodem, quo movebantur, planorum cursu, obliquitas crescere incipiet. Tertia eorum opinio est, qui obliquitatem mutabilem, et nunc diminuere (quamvis nec continuo, nec constanter) existimant; sed (uti idem sentiunt) cum ad maximum pervenerit, inde obliquitas crescet, et prius discedere hæ plana incipient, quam aliud alio incidat.

Utrum constans, an variabilis obliquitas sit, non nisi observationibus cognosci potest; quarum etiamsi veteres non aeri eâ curâ atque diligentiâ, quo desiderabitur, fieri potuissent, et recentiores non eâ sint vetustate donato, ut earum collatione omnis dubitatio evanescat, attamen ad aliquam diminutionem conjiciendam impellunt: quapropter primam opinionem reddunt ambiguam, quam deinde accurata inspectio, seu Theoretica, dum tertiam in Naturâ obtinere ostendit, omnino rejiciendam esse confirmat.

Ut a vetustioribus ordiamur, in primis Pythea Massiliensis, qui (uti plerique existimant) Alexandri Magni aequalis fuit, observatio occurrit; quâ eandem Massiliae, ac Byzantii rationem, scilicet centum et viginti ad quadraginta et unum atque quatuor quintos = 120 : $41\frac{4}{5}$, inter gnomonis altitudinem et umbram aestivo Solstitio invenit. Unde Trigonometricâ computatione factâ, septuaginta graduum, duorum et triginta minutorum = 70° 32′ centri Solis altitudo deducitur; quo ex numero si sex et quadraginta gradus, duo et quadraginta minuta = 46° 42′, poli Massiliensis elevationem, detrahimus, obliquitas ecliptica trium et viginti graduum, quinquaginta minutorum = 23° 50′ statuti debet. Aliquid tamen est, quod hanc observationem, quae primo intuitu accurate expedita videtur, ambiguam reddat; scilicet quippe eandem Massiliae, ac Byzantii inter gnomonis altitudinem et umbram rationem esse asserit; quod adeo falsum, tantumque discrimen est, et, si Byzantii facta fuisset observatio, ecliptica obliquitas non alia, nisi proxime unius et viginti graduum, triginta minutorum = 21° 30′ constitui posset. Id igitur hujus observationis auctoritatem omnino detrahit, si praesertim, quod Strabo (Geographia Lib. 4° pag. 63; et 2° pag. 71) scribit, consulueriamus: ait enim Eratosthenis, et Hipparci sententiâ, qui Pytheam sequuti sunt, gnomonis altitudinis, et umbra eandem esse rationem Massiliae, ac Byzantii; deinde (Lib. 2° pag. 134) hanc rationem in solstitio aestivo Byzantii centum et viginti ad unum et quadraginta atque quatuor quintos = 120 : $41\frac{4}{5}$ esse statuit: ex quibus observationem Byzantii habitam, ideoque perperam, namque maxime a vero aberrat, credendum esse videtur. Igitur hac observatio ad obliquitatis ecliptica diminutionem statuendam non satis favet; verumtamen eâ curâ, atque diligentiâ factam constat, ut tanto errori obnoxiam fuisse vix existimari possit. Quamvis enim eis assentiamur, qui obliquitatem trium et viginti graduum, triginta minutorum = 23° 30′ constantem opinantur, cum aequatoris altitudo Byzantii sit quadraginta et octo graduum, quinquaginta et novem minutorum = 48° 59′, tunc solis limbi superioris altitudo duorum et septuaginta graduum, quatuor et quadraginta minutorum = 72° 44′, atque

ideo gnomonis altitudinis et umbra ratio centum et viginti ad septem et triginta atque tres decimas = 120 : $37\frac{3}{10}$ esse deberet. Sane haud verisimile est, eum, qui unitatis partis quinta rationem habuit, ultra quatuor neglexisse. Unde Byzantii observationem habitam fuisse vix credendum. Ceterum ut eclipticæ obliquitas, tanti momenti doctrina, statuatur, non opportunus est conjecturis locus.

Alia est Eratosthenis observatio, qui ducentesimo quinquagesimo anno = 250 ante Christum natum tropicorum distantiam quadraginta et septem graduum, duorum et quadraginta minutorum, quadraginta secundorum = 47° 42′ 40″, id est, meridiani undecim octogesimas tertias partes = $\frac{11}{83}$, indeque eclipticæ obliquitatem trium et viginti graduum, unius et quinquaginta minutorum, viginti secundorum = 23° 51′ 20″ esse invenit. Riccioli, qui ex hac observatione opinionem suam firmare contendit, ei quandam correctionem adhibendam esse docet, ex qua eclipticæ obliquitas trium et viginti graduum, quinque et triginta minutorum = 23° 35′ deducitur. Sit itaque, Eratosthenem, cum Syenen sub tropico Cancri sitam, atque septem gradus, duodecim minuta latitudine ab Alexandriâ abesse cognovisset, solis distantiam æquinoctii tempore ab Alexandriæ zenith investigasse, ex quâ ademptis his septem graduibus, duodecim minutis, residuum pro obliquitate eclipticæ stabilivisse. Si observationem sic habitam fuisse ponamus, hoc modo ei correctionem adhiberi vult. Quoniam Eratosthenes intervallum inter Syenes et Alexandriæ zenith stilo dimensus est, nihil verisimilius, quam sensibilis tantum umbræ rationem habuisse, et limbi superioris altitudinem pro centri altitudine cepisse, videtur. Unde quindecim, aut sexdecim minuta Syenes ab Alexandriâ distantiam minuit, ideoque totidem Syenes ab æquatore intervallum, seu obliquitatem auget, qua, hac adhibitâ correctione, trium et viginti graduum, quinque et triginta minutorum = 23° 35′ erit; atque si aliquod a vero adhuc discrimen est, id parvæ veterum observationum dexteritati tribuendum. Ex his dilucide apparet, quantum, qui variationem obliquitatis eclipticæ negant, observationes invertere teneantur. In primis enim Eratosthenem etiam Alexandriæ latitudinem dimensum fuisse, eamque eâdem de causâ quindecim minuta aut sexdecim minuisse verisimile est. At seu ex verâ Alexandriæ latitudine certum inter Syenen et Alexandriam inter-

vallum

vallum subducatur, seu ex illâ quindecim minutis muletatâ hæc iisdem castigata detrahatur, idem esse residuum patet: quare eadem trium et viginti graduum, unius et quinquaginta minutorum = 23° 51′ obliquitas extat. Præterea fortasse Eratosthenes tropicorum distantiam duabus insequentibus observationibus solstitialibus dimensus fuit; quo etiam casu nullus Riccioli correctioni locus est; quamvis enim altitudinem limbi superioris Solis pro centri altitudine cepisset, idem in utrâque observatione servandum erat, atque nullam idcirco in mutuâ tropicorum distantiâ statuendâ errorem afferret. Euapropter Riccioli conjecturæ ecliptica obliquitatis doctrinam minime gentium infirmant: attamen quippe, quomodo hæc observatio facta fuerit, non sat exploratum habemus, nullam inde aliam probationem ad obliquitatis diminutionem constituendam, quam inductiones quasdam deducere possumus.

Hipparcus, qui inter centesimum sexagesimum, et centesimum vigesimum quintum annum ante Christum natum floruit, cum ad tantos tamque studiosis utiles suscipiendos labores certam ecliptica obliquitatem statuere illi opus esset, ante omnia de Eratosthenis observatione attente exuliendâ curavit, eamque sibi ratam habuit. Profecto huic observationi videtur fidem esse tribuendam, nam Hipparco id elementum diligentissime profinitum habere pormagni interfuit.

Ptolemæus quoque Almagesti Lib. 4 cap. 9 aperte ait, tropicorum distantiam septem et quadraginta graduum, quadraginta minutorum, quinque et quadraginta secundorum = 47° 40′ 45″ complures annos invenisse; cujus quantitatis pars dimidia, scilicet tres et viginti gradus, quinquaginta minuta, duo et viginti secunda = 23° 50′ 22″, ea ferme est, quâ Hipparcus est usus. La Hirius, qui Ecliptica obliquitatis diminutioni adversatur, et ideo veterum observationes tanquam fallaces, seu ambiguæ fidei rejicere tenetur, asserit, Ptolemæum obliquitatem constantem credidisse, illamque non tam suis, quam Astronomorum, qui eum antecesserant, nimirum Eratosthenis, et Hipparci, observationibus statuisse; deinde addit, Ptolemæum maiori studio theoreticam Astronomiam, quam practicam fuisse prosequutum; et hoc ex eo colligit, quod ille Alexandriæ latitudinem, ubi incolebat, et quasi observationum suarum fundamentum esse debebat, triginta graduum, octo et quinquaginta minutorum = 30° 58′, existimavit; quæ tamen postea accuratâ de Chazelles observatione unius et triginta graduum, undecim minutorum 31° 11′ constituta fuit. Hæc autem

tem observatio, ex quâ La-Hire exiguam Ptolemaei diligentiam probare intendit, si tempora, quibus habita fuit, intuemur, accuratissima, et maximâ digna fide existimanda. Namque altitudines, quæ gnomone observantur, per totam Solis semidiametrum varias reperiunt: quapropter cum eâdem ratione æquatoris altitudo observata fuerit, poli etiam, quæ illius est complementum, quindecim minuta 15′ minor exiit; quæ si addimus his triginta gradubus, octo et quinquaginta minutis 30° 58′, tunc poli altitudo Alexandriæ erit unius et triginta graduum, decem et trium minutorum, 31° 13′, quæ duobus tantum minutis a de Chazelles observatione differt.

Qui obliquitatem constantem credunt, observatione, quam Pappus quarto habitam seculo refert, opinionem suam præsertim firmare aggrediuntur: ea enim trium et viginti graduum, triginta minutorum 23° 30′ obliquitas statuitur; unde colligere est, quæ per decem et tria secula immutata fuit, omni proxime dubio esse constantem. Inde etiam Ptolemaei observationum auctoritatem evertere animo intendunt; vix enim credi posse aiunt, obliquitatem ecliptiæ, quæ quadringentorum annorum intervallo ex Eratosthene usque ad Ptolemaeum nullum perspicua erat discrimen; insequentibus denuo et septuaginta annis ex Ptolemaeo usque ad Pappum unum et viginti minuta minuisse. Hæc quidem ratiocinatio magno momento ad persuadendum foret, si Pappi expositioni tribuenda fides, atque auctoritas esset; sed vehementer falso laborare constat. Namque in primis Pappus Eratosthenem, Hipparco, et Ptolemaeo minime æquiparandus; deinde illi non idem, quod his, certam ecliptiæ obliquitatem statuendi consilium erat, sed tantum eorum, qui eum antecesserant, inventa colligere intendebat. Negligeam igitur hæc sola observatio, quæ nullam aliam rationem pro se offert, cæteris fortasse, ut ex dictis patet, prostantioribus anteferenda videtur.

Hucusque earum observationum mentionem egimus, quæ fidei ambiguioris sunt, et quæ tum ob instrumentorum vitium, cum ob imperitiam in observandi arte, et in correctionibus adhibendis perpetuam controversiæ causam præbent. Jam ad eas venimus, ex quibus ecliptiæ obliquitatis diminutio aperte probatur: hujusmodi sunt Sinarum Arabum, atque denuum

licet Arabes sæpe sæpius ecliptica firmaverant obliquitatem, eam tamen nunc suis ratam observationibus facere voluit: eumque Solis distantiam ab Arcto civitatis zenith, longâ satis diopterâ, summâ contemplaret diligentiâ, decodecim graduum, sex et viginti minutorum 12° 26′ æstivo solstitio minimam, hiemali vero maximam novem et quinquaginta graduum, sex et triginta minutorum = 59° 36′ invenit: ex quibus obliquitas trium, et viginti graduum, quinque et triginta minutorum 23° 35′ prodit (Albatag. cap. 4).

Compluribus etiam aliis ab Arabibus Astronomis decimo seculo habitis observationibus, eadem trium et viginti graduum, quinque et triginta minutorum 23° 35′ obliquitas reperitur. Quædam reliqua sunt observationes, scilicet Arzachelis, quâ Toleti anno millesimo septuagesimo = 1070 trium et viginti graduum, quatuor et triginta minutorum = 23° 34′, Almaonis, quâ anno millesimo centesimo quadragesimo = 1140 trium et viginti graduum, trium et triginta minutorum, triginta secundorum = 23° 33′ 30″; Ulug Begis demum, quâ, ineunte decimo quinto seculo, trium et viginti graduum, unius et triginta minutorum, octo et quinquaginta secundorum = 23° 31′ 58″ obliquitas statuta fuit.

Sat multa hucusque, et obliquitatis diminutio confirmetur, argumenta habemus; sed hæc maioris sunt momenti, si veteribus refractiones ejus ignotas animadvertamus, ob quas tropicus uterque, is polo similium, qui proximior accedit horizonti, erigitur, ideoque reciproca eorum distantia minor verâ videtur: quapropter veterum observationibus in obliquitate ecliptica profiniendâ imminutionis potius, quam incrementi vitium tribuendum erat.

Eo jam nunc venimus, quo observationibus post bonarum artium in Europâ instaurationem collatis, earumque inter se contentione factâ, certa hæc obliquitatis diminutio statuatur: cum autem, quæ anno millesimo septingentesimo quinquagesimo = 1750 habita earum diligentissimæ, maximæque auctoritatis ab Astronomis existimentur, atque ex his trium et viginti graduum, octo et viginti minutorum, undeviginti secundorum = 23° 28′ 19″ obliquitas deducatur, cæterarum observationum quasi metam hunc numerum adhibebimus.

Non magnis ad hoc propositum veterum observationes faciunt, earum enim vetustas nequaquam errores, quibus erant obnoxiæ, delet; et solum ex Walthari temporibus, qui, ineunte decimo quinto seculo, vixit, diligenti curâ habita, forsanque di-

ligentiori, quam Scientiorum incunabulis erat sperandum, observationes judicantur. Sed faustis adnotationibus plerumque referta sunt, ex quibus, quanta ei tribuenda sit fides, quantaque contemplatoris sollicitudo, atque diligentia fuerit, nemini occultum est; ita ut, cum voluntates gravis fuerint jure, ad omnem de hac tanti momenti Astronomiae parte dubitationem removendam magnopere valebunt. Si igitur medium inter duodecim Walthari observationes deligimus, quod La-Callius in Academia regiâ anno millesimo septingentesimo quadragesimo nono = 1749 diligenter egit, trium et viginti graduum, novem et viginti minutorum, duorum et triginta secundorum = 23° 29' 32" media ecliptica obliquitas, cadente decimo quinto saeculo, invenitur. Unde novem et viginti secundorum = 29" autem annorum intervallo diminutio colligitur.

Copernici observationes perexiguam admodum obliquitatem ad avum suum statuebant: hic namque, absente decimo sexto saeculo, eam trium et viginti graduum, viginti et octo minutorum, octo secundorum 23° 28' 8" Fruemburgi invenit. Quanam hujus erroris causa fuerit, et quo pacto ex ejusmet ipsius observationibus certa ad illa tempora profinitatur obliquitas, inspiciamus. Fruemburgi ita magna est latitudo, ut Capricorni tropicus paulo horizonti imineat; quâ de causâ ibi amplius refractiones sentiuntur, ac ideo altitudo hunc, quam Cancri tropicum efferunt: unde utriusque tropici, quo apparet, distantia, quamque Copernicus observavit, et inde ecliptica obliquitas minor verâ efficitur. Ut huic correctio adhibeatur, apparentes tropicorum altitudines reperire, congruentibusque refractionibus consulere oportet: ea autem ex ipsis Copernici observationibus patent. Nam cum soli altitudo Fruemburgi ex illiusmet ipsius observatione sit quatuor et quinquaginta graduum, undeviginti minutorum, triginta secundorum = 54° 19' 30", ejus complementum quinque et triginta gradus, quadraginta minuta, triginta secunda = 35° 40' 30" aequatoris erit apparens altitudo, cui si observatam addimus obliquitatem, tunc Solis altitudo Cancri tropico apparebit novem et quinquaginta graduum, octo minutorum, octo et triginta secundorum = 59° 8' 38", Capricorni autem tropico duodecim graduum, duodecim minutorum, duorum et viginti secundorum = 12° 11' 22", quarum congruentibus triginta secundorum 30", et quatuor minutorum undeviginti secundorum 4' 19" refractionibus correctarum alia ad novem et quinquaginta grad-

dus, octo minuta, octo secunda = 59° 8' 8", alia ad duodecim gradus, octo minuta, tria secunda = 12° 8' 3" redigitur. Suare vero tropicorum distantia septem et quadraginta graduum, quinque secundorum = 47° 0' 5", atque obliquitas trium et viginti graduum, triginta minutorum, duorum secundorum emergit. Si igitur hanc observationem anno millesimo quingentesimo quadragesimo 1540 habitam fuisse putamus, quia Copernicus anno millesimo quingentesimo quadragesimo tertio interiit, et eam cum obliquitate anno millesimo septingentesimo quinquagesimo 1750 inventa conferimus, centum annorum intervallo novem et quadraginta secundorum 49" imminutio colligitur.

Tycho-Brahe instrumentis accurate probatis, et maximâ sollicitudine usus anno millesimo quingentesimo nonagesimo 1590 obliquitatem trium et viginti graduum, novem et viginti minutorum, sex et viginti secundorum 23° 29' 26" reperiit: ex quo singulis centum annis decorum et quadraginta secundorum 42" profluit imminutio. Ex Hevelii observationibus, quæ anno millesimo sexcentesimo sexagesimo obliquitatem trium et viginti graduum, novem et viginti minutorum 23° 29' 0" statuunt, imminutio sex et quadraginta secundorum 46" deducitur. Cassinius ex anno millesimo sexcentesimo sexagesimo septimo ad annum millesimum sexcentesimum septuagesimum Bononiæ in Italiâ maximâ curâ, atque diligentiâ, quin nec variationem ob nutationem axis terræ, de quâ postea dicemus, neglexisset, complurimas peregit observationes, quas inter mediâ quantitate delectâ, ad annum millesimum sexcentesimum sexagesimum octavum trium et viginti graduum, octo et viginti minutorum, quatuor, et quinquaginta secundorum = 23° 28' 54" obliquitas constituta fuit: ex qui- bus centum annorum intervallo trium et quadraginta secundorum 43" diminutio statuitur. Richerii observationes Cayenæ anno millesimo sexcentesimo septuagesimo secundo 1672 instrumento amplissimo habita obliquitatem trium et viginti graduum, octo et viginti minutorum, trium et quadraginta secundorum 23° 28' 43", atque diminutionem centum annorum intervallo quinque et triginta secundorum 35" statuunt.

Quod ad aevum nostrum collaudando imprimis de Louville observationes, in quibus, ut hoc elementum firmaret, nervos omnes contendit: ab eo itaque anno

millesimo septingentesimo decimo sexto 1716 trium et viginti graduum, octo et viginti minutorum, unius et triginta secundorum 23° 28′ 31″ obliquitas definita est; quam si cum illâ conferimus, quæ anno millesimo septingentesimo quinquagesimo observata fuit, diminutio elicitur quinque et triginta secundorum 35″.

Clarissimus La-Callius, cujus præstans ingenium, atque peritia in observandi arte a nemine in dubium revocatur, eandem anno millesimo septingentesimo quinquagesimo viginti et trium graduum, octo et viginti minutorum, undeviginti secundorum 23° 28′ 19″ reperiit. Ex Mayeris observationibus, quas diligenti curâ vita extremâ ætate fecit, medio sumpto, ad annum eundem trium et viginti graduum, octo et viginti minutorum, duodeviginti secundorum 23° 28′ 18″ statuitur. Idem planè Bradleyus invenit Greenwich; et Cl. le Sentil compluribus ex anno millesimo septingentesimo quinquagesimo primo ad annum millesimum septingentesimum quinquagesimum sextum observationibus habitis, eam trium et viginti graduum, octo et viginti minutorum, septem et decem secundorum 23° 28′ 17″ ad finem anni millesimi septingentesimi quinquagesimi tertii stabilivit. Ex quibus certe ecliptica obliquitatem anno millesimo septingentesimo quinquagesimo esse trium et viginti graduum, octo et viginti minutorum, undeviginti secundorum dici, et ideo hunc numerum ad cæterarum comparationem observationum deligi posse videtur.

Ximenii observationum inter se contentione factâ, quas ex anno millesimo septingentesimo quinquagesimo sexto ad annum millesimum septingentesimum octogesimum secundum gnomone duentis septuaginta septem pedibus alto in Florentia meridiano abrodvit, diminutio quatuor et triginta secundorum 34″ reperta fuit. Denique Cl. de la Lande eodem sextore, cui sex pedum radius erat, et quo compluribus annis La-Callius Solstitiales altitudines observaverat, eodem loco, iisdemque adhibitis divisionibus, anno millesimo septingentesimo septuagesimo septimo apparentem Solis limbi superioris a zenith Collegii Mazarini distantiam, omnibus servatis correctionibus, septem secunda 7″ minorem eâ invenit, quam La-Callius eodem instrumento unus observationibus anni millesimi septingentesimi quinquagesimi quinti, et sequentium decorum statuerat: inde quatuor circiter et triginta secundorum 34″ centum annis diminutio elicitur.

Ha sunt observationes, quas, ut diminutionis quantitatem firmarem, conferre visum est; atque ex quibus inter quinque et triginta, ac duodequadraginta secunda esse seculi intervallo deducitur: non enim solum diligentioribus convenit observationibus, sed etiam, quodam medio inter eas sumpto, eadem invenitur quantitas. Veruntamen si earum alio modo contentio fieret, facile conspici potest, longe alias quantitates esse inveniendas. Ex quapropter obliquitatis quidem diminutionem asserere, et continuo a Graecis usque ad nos decrevisse, quam certam hanc diminutionem profinire, prudentius existimo.

Iisdem igitur observationibus, ex quibus adversarii ad obliquitatem eclipticae constantem probandam argumenta petunt, eorum infirmatur opinio. Etsi enim permagnis erroribus non tantum ob conspicillorum inopeiam, quibus oculos instruerent, sed etiam ob viliosas instrumentorum divisiones, veterum observationes laborare fateamur, fieri tamen nequit, ut omnes incrementi vitium habeant: namque si obliquitas constans, ut ipsi volunt, trium et viginti graduum, triginta minutorum 23° 30′ esset, ex tot observationibus, aliis locis, aliis instrumentis, et ab aliis observatoribus factis quaedam maiorem, alia minorem obliquitatem efficerent, et hoc solum casu constanter maiorem, si quandam adhibendam, quâ vera obliquitas minor fiat, correctionem neglexissent, vel ignorassent: sed contra refractionum erant ignari, quibus, ut supra demonstravimus, ~~[illegible]~~ apparens eclipticae obliquitas verâ minor redditur. Eucare potius, si constans fuisset, verâ minorem obliquitatem invenerint.

Ad eorum opinionem veniamus, qui profecto obliquitatem continuo decrescere credunt, sed consque, donec, extincto, et in nihilum redacto angulo eclipticae, atque aequatoris plana in unum conveniant, ac ideo terra universali aequinoctio frueatur. Hanc opinionem praesertim defendit de Louville, qui obliquitatem constanter minutum 1′ singulis decrescere seculis existimabat. Unde centum et quadraginta millibus annorum elapsis, aequator, et ecliptica confundi deberent, et per aliquot tunc millia annorum in orbe terrarum noctes et dies horarum spatio aequales, calique temperies constans esset.

Fortasse hanc sententiam eo sequutus, quod Chaldaei gloriari, se quadringentorum trium millium annorum spatio 403000 usque ad Alexandrum coelum constanter observasse, apud Diodorum Siculum legit. Namque, si diminutio unius minuti 1′ est singulis seculis, trecentos nonaginta septem mille, centum et quinquaginta 397150 annos esse elapsos necesse

fuerit, et ex nonaginta gradibus ad tres et viginti, octo et quadraginta minuta, triginta secunda reducerentur, quidem Alexandri fuisse temporibus obliquitatem ipse credebat. Hic numerus annorum ei, de quo gloriabantur Chaldaei, proxime accedit; et quidem propius, si Chaldaei trecentos et sexaginta diebus annum computasse cum eo jure dicemus; tunc enim ad quadringenta duo millia, nonaginta, et quadraginta duo: 42942 redigitur, qui numerus a falso opinato Chaldaeorum numero tantum octo et quinquaginta 58 annis differt.

De Louville tanta Chaldaeorum antiquitati fidem minime adjungebat; sed suspicabatur eos, cum obliquitatis ecliptica diminutionem observassent, quo tempore per aequatoris polos ecliptica transiverit, computasse, et tunc observationem habitam simulantes, huic etati vetustatem suam in temis tribuisse. Hac igitur consensio annorum, quos computabant Chaldaei, cum iis, quos diminutio exigebat, et, qua firmiorem de Louville in opinione sua reddidit. Hac autem congruentia falso judicatur. Quia primum in authenticioribus Diodori editionibus pro supra exposito numero quadringenta septuaginta tria millia 473000 annorum legitur: deinde Chaldaei annum trecentos sexaginta quinque diebus computavisse verisimilius ostendit Bailly Hist. Astron. vetus. pag. 382. Quare de Louville computationes neqeaquam Chaldaeorum, quam ibi tribuebant, vetustatem comprobant.

Hic etiam opinionis suae fundamentum ab Herodoti loco petit, ubi ait Egyptios Patres referre, Solem bis per annos undecim mille, trecentos sexaginta sex, et unius duas partes tertias $11366\frac{2}{3}$ ab Occidente exortum, atque in Oriente esse oceanum; indeque de Louville eclipticam ad aequatorem perpendicularem fuisse credit. Facile vero patet, id ex hoc loco inconvenienter colligi, quod Herodotus de hac re nec verbum quidem facit; praeterea si, ut ipse opinatur, ecliptica declinatio unius minuti 1' autem annis, atque obliquitas Herodoti tempestate quatuor et viginti graduum 24° esset, trecenta nonaginta sex millia 396000 annorum ~~[illegible]~~ perlaberentur, ut ecliptica ad aequatorem perpendicularis fuisset: quonam igitur modo tempore a Patribus relato binos conficeret orbes? Denique qualiscunque horum planorum inclinatio sit, phaenomena, quae diurni causa terra supra axem motus apparent, eadem semper esse debent; et ideo, quamvis ecliptica axis ad perpendiculum ad aequatoris axem fuerit, Sol ab Oriente semper exoriretur, et ad Occidentem esset oceanus. Etiamsi enim terram contrario motu diurno hinc ab Oriente ad Occidentem moveri credamus, similiter non tantum Sol, sed Luna etiam,

et reliqua sidera ab Occidente pariter oriri viderentur. At Herodotus nihil de Luna, aut de reliquis sideribus loquitur, sed ex contrario addit, nullum alius in Egypto phænomenon per illud tempus accidisse. Facile exinde patet, nullum firmum ex supra laudato loco argumentum ad opinionem suam comprobandam de Louville petere posse, nullumque ponderis ea esse, quibus illam firmare contendit.

Aliquid tamen excusationis habet, et quodam modo ejus opinio observationibus convenit: nam ex quo ecliptica obliquitas cognita fuit, quandam diminutionem observationes indicare conspicatus, hujusque diminutionis causa ignarus eam perpetuo declinaturam, atque æquatoris et ecliptica plana in unum conventura esse credidit. Neque mirandum, de Louville hanc eo jam tempore sequutum fuisse opinionem, quo Newtonus universalem corporum gravitatem expenderat; hujus enim scripta rarò initio, qui ea diligenter perciperent, lectores invenerunt; et cum Descartes hunc systema generaliter esset receptum, duo vix, aut tres Newtonum sequuti sunt.

Aliquot post annis Godinus eandem continuæ diminutionis, quod ecliptica et æquatoris plana coeant, doctrinam amplexus est: et hujus phænomeni non tam causam reperire, quam quomodo hæc fiat variatio, num scilicet æquator eclipticam, an æquatorem ecliptica petat, investigare aggressus fuit; atque ad postremam hanc sententiam propendit. Sed, quamvis obliquitatem ecliptica decrescere, et illius planum ad æquatorem appropinquari recte præsentiit, id tamen eo, quo explicat modo, nequeaquam accidit: suspicatur enim hunc motum supra æquinoctialia puncta fieri, quod neque observationibus mutationum stellarum latitudinis, neque attractionis doctrinæ convenit, quæ vera est hujus variationis causa; et jam nunc in secundâ Dissertationis nostræ parte ostendam: quâ probare aggredior, variationes ecliptica obliquitatis partem ab eâ fluere actione, quam planeta in terram exercent, dum eam ex plano orbita sua expellunt; partim ex eâ, quam Sol, præcipuæque Luna in hujus sphæroidis axem habent, quæ specialiter nutationis nomine venit.

Illa singularum materiæ partium, quâ sese invicem petunt, atque adhærent, mutua proritas est, quod a Newtono universalis dicitur gravitas. Hæc tot in lucem prosertur modis, et adeo, quæ ex illa sequuntur, naturæ facies convenient, ut nemo ejus existentiam in dubium revocare merito possit. Eundem hanc mutuam attractionem materiæ propriam esse crediderunt, alii ejus extrinsecus causam petuerunt. Verum quidquid de hac re, quam Philosophis discutiandam linquimus, eam omni inesse materiæ firmum, ratumque est: quâ autem lege in Naturâ operetur, inspiciamus. Hoc immortale Newtoni

inventum fuit, qui hanc vim directâ attrahentium molium ratione, at vero inversâ distantiarum quadratorum operari statuit.

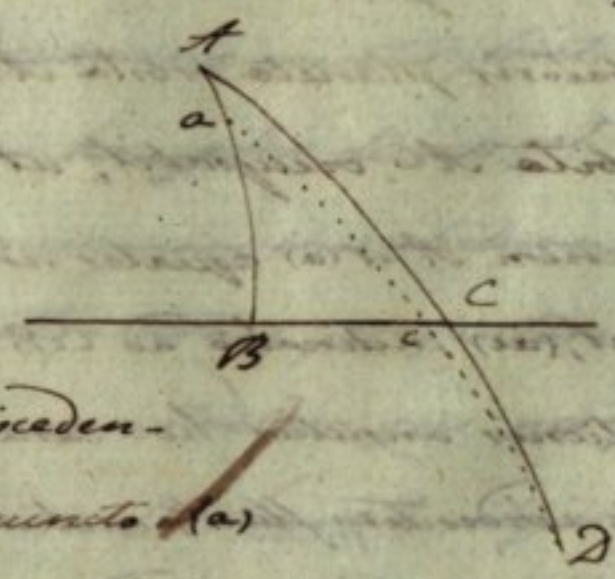
Equidem verum est, id jam Keplero in mentem venisse; non enim solum de attractione in omnibus fere scriptis miro loquitur modo, sed etiam Lunæ inæqualitatum, et maritimorum æstuum causam putat. Attamen ejus demonstrationem, legem, atque dimensionem inveniendi gloriæ nemo cum Newtono particeps fuit; quamvis id Keplero doctrinæ quasi corollarium sit, periodicorum temporum quadrata planetarum esse inter se, sicut distantiarum a Sole tertiæ potentiæ; et fortasse Keplerus idem invenisset, si ei subsidia, atque Geometria Newtoni adfuerunt. Profecto expressio vis centralis est quantitas, quâ mobile a tangente ad centrum virium deflectitur, sive sinus versus arcûs perexigui temporis spatio descripti: sed minimi arcûs sinus versus est, ut ipsius arcûs quadratum a radio divisum; et arcûs quadratum æquale est radii quadrato per anguli quadratum multiplicato, seu ut secunda radii potentia ad temporis periodici quadratum applicata, velocitas enim angularis est in reciproca ratione temporis periodici. Sinus igitur versus, seu vis centralis est, ut quadratum radii ad eodem radio, et secundâ temporis periodici potentiâ divisum; id est, ut radius a quadrato temporis periodici divisus. Sed ex supra laudatâ Kepleri lege periodicorum temporum quadrata sunt, sicut radiorum, aut a centro distantiarum tertiæ potentiæ. Ergo vis centralis est, ut radius ad tertiam radii potentiam applicatus, seu in ratione inversâ quadratorum distantiarum a centro virium.

Miro adeo modo hanc legem omnia cœlestia phænomena sequuntur, ut ab Astronomis generaliter recepta sit, et ope hujus centralis vis, atque primari cujusdam impulsûs omnes cœlestium corporum motus mirabiliter explicent: ita ut ex hac lege omnes planetæ ellipses Keplerianas, in quibus areæ sectoribus comprehensæ, quorum vertices in centro virium essent, temporibus essent proportionales, perfectas describerent, nisi aliis in orbibus suis centrifugis impulsionibus a Solis vi centripeta alienis turbarentur. Cum vero attractio sit universalis, unumquemque planetarum simul ab aliis omnibus astris, diversis directionibus, et vi continuo variabili trahi necesse est: quæ tamen vis, nisi trahentis astri moles ingens pro tracto planetæ, atque distantiæ quadratum perexiguum

quum sit, non prosentitur. Cujuslibet itaque centripeta vis expressio est massa trahentis astri per quadratum a tracto astro distantiæ divisa. Indeque etiam Solem a loco suo planetarum ~~imp~~ attractionibus dimoveri colligitur; quia autem ingens illius moles reliquorum conjunctim superat massas, ab illisque magna est distantia, nullam ideo fere ex loco amotionem experitur; dum tantum ii planetæ, atque cometæ vim exercet, ut eos trajectorias describere efficiat, quarum focum occupat, et ellipses quidem efficiant, nisi singulæ cæterorum vi alliceretur: quapropter eo sunt ellipsibus propinquiores, quo pro magnitudine massæ Solis a distantia quadrato divisa vis reliquorum cælestium corporum centralis minor est.

His positis principiis, prono alveo fluit, si omnes planetæ in eodem plano cursus peragerent, quantavis eorum turbationes, sive attractiones fuerint, ab iis nunquam eo plano expelli posse. Namque compositione ad unam vim reducuntur, quæ in eodem orbitarum plano necessario efficet, a componentium enim plano resultans abesse nequit; quare nullum aliam, quam orbitæ excentricitatem, apsidum lineam, et tempus periodicum variandi effectum haberet. Sed cum planetarum orbes non in eodem plano sint, sed eorum plana angulos inter se faciant, et uniuscujusque actio in suo et planeta turbati plano sit, virium turbatricium directiones in diversis, et inter se inclinatis planis esse potest, cujus inclinationis quantitas per angulos in turbato planeta effectos dimetitur. Idcirco virium compositione ad minorem, quam duarum, numerum redigi non possunt, quarum una in turbati planeta orbitæ plano, altera ad hoc perpendicularis sit. Secunda hæc, quæ deturbatrix dicitur, planetam orbitæ plano expellet, ac ideo inclinationem cum cæterorum orbium planis mutabit; ita ut, si inter omnes, quas ex deturbatrici vi ellipticæ habere potest, media statuatur cælo infixa positio, perspicuum est, quemcunque planetam ex vi deturbatrici cum ex hoc plano, quod verum ~~e~~ elliptica dicitur, ut avertat, sive in illum ut impellat, prout uniuscujusque situs fuerit, elaboratum: quâ de causâ planetæ turbati orbitæ ad hoc verum ellipticæ planum inclinatio, seu, quod idem valet, trajectoriæ plani positio, pro hujus vis intensione, et directione varia est. Regia singulo temporis puncto planeta ab orbita discedit; ut autem ha inæqualitates methodo exponantur, non ipsum, sed orbitam continuo positionem inflectere fingimus: hoc enim modo omnes planetæ motus extra primæ orbitæ planum exponi possunt, si hoc singulis momentis planetam sequi mente concipimus.

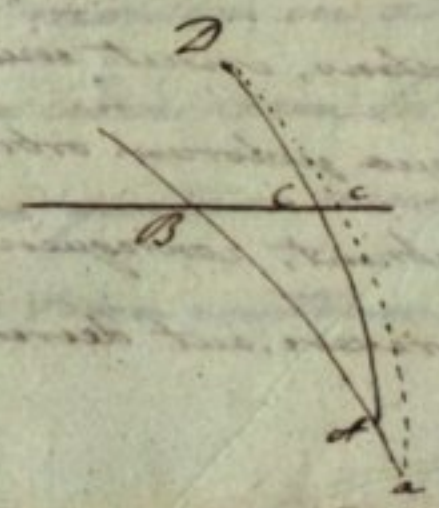
Hac quidem inclinationis variatio in planetico systemate minima est; quod cum plana eximantium idemque paulum ad ecliptica planum propendeant, non magna esse deturbatrix ~~potest~~ vis potest; cum praterea non ad eadem parte turbatum planetam impellant, eorum actiones non tam mutuam sibi operam prestant, quam eximem efficiunt. Ceterum qualiscumque hujus inclinationis variatio sit, ea fieri nequit, nisi nova, quam turbatus planeta describit, orbita hoc planum, quod firmum fingimus, alio puncto, quam superiori revolutione, secet, et ideo aliam nodi sub immoto plano positionem efficiant.



Sit ex.gr. CcB verum ecliptica planum, et CA turbati planeta orbita, qui, dum ex C ad A procedit, ab alio ex B ad A se movente trahitur. Ex hujus attractionis vi planum est, ~~et~~ a primâ orbitâ CA discedentem continuo ad BA appropinquatorem, ita ut in puncto (a) prius hanc orbitam, quam praecedenti revolutione secet, et aliam positionem (ca) accipiat. Unde patet, non solum orbium intersectionis punctum, sed etiam turbati planeta nodum in immobili plano CcB alium esse futurum, atque angulo ACB in acB mutato, aliam quoque orbita inclinationem fore.

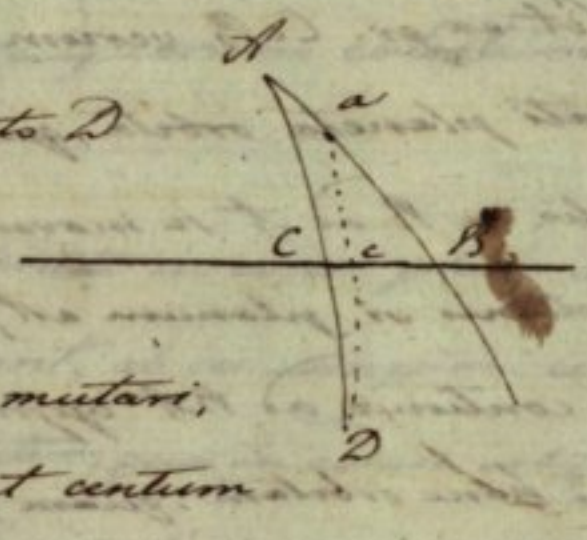
Attamen, cum hujus inclinationis mutatio varia esse, scilicet primâ maior, aut minor fieri possit, quibus casibus augeatur, quibus vero minuatur, inspiciamus. Decrescit itaque inclinatio, quotiescumque turbatoris planeta nodus maiorem, quam turbati, habet longitudinem, si tamen plus centum et octoginta graduum 180° discrimen sit; augetur vero, si accidit contra; quacumque praterea sint turbatoris, aut turbati planeta inclinationes. Namque priori schemate, ubi maior turbatoris, quam turbati planeta inclinatio est, minor in (c) quam in C angulus apparet: cum enim orbita AC novam (ac) positionem accipiat, quam angulus in (a) metatur, quia AD est nonaginta graduum 90°, et ideo arcus AC, et (ac) in A, et (a) sunt paralleli, patet, angulum in (c) minorem esse angulo C; quippe cum in puncto D conveniant orbita AC, et (ac), necessario arcus (ac) obliquior super BC erit arcu AC.

Illud nunc explorandum, utrum, cum, planeta turbatoris nodo maiorem longitudinem habente, inclinatio orbita sua minor fuerit, idem accidat. Minorem orbita AB turbatoris planeta quam turbati AC inclinationem super firmum planum CB nunc ponamus. Hoc etiam casu inclinationem minui asero. Nam cum hic quoque angulus A sit



aequalis (a), et amba AC, et (ac) in puncto D conveniant, orbita (ac) in puncto (C) propendebit ad AC. Ut si ei parallela, anguli in C, et (c) aequales forent. Igitur cum ad AC propendeat, angulus in (c) minor angulo in C erit. Eaque propter quotiescunque turbatoris planeta nodi maior quam turbati longitudo est, semper turbata orbita decresset inclinatio.

Nunc planeta turbatoris nodus minus longitudine, quam turbati planeta, sit protensus, aut magis, dummodo discrimen centum et octoginta gradus superet. Hoc casu turbatoris planeta orbita AB contrariam positionem, scilicet a dextris turbati planeta orbita AC, occupabit, ut ex hoc schemate patet.



Cum enim A et (a) aequales sint, atque AC cum (ac) in puncto D conveniat, (ac) inclinatio ad CcB maior, quam AC, erit. Igitur inclinationis angulus hoc casu crescet.

Inde evidenter fluit, inclinationem turbati planeta non mutari, cum utriusque planeta nodorum longitudo eadem fuerit, aut centum et octoginta graduum discrimen habuerit.

Quoniam id ad omnes planetas generale sit, terra harum turbationum ex actione reliquorum planetarum provenientium immunis esse nequit. Verum quod aequatoris planum nullam eà de causa mutationem patitur, neque quam enim diurnus ab annuo pendet motu, et inaequalitates ex terra figura proveniens, ab attractione primariorum planetarum produci nequeant, (ut postea demonstrabimus) inde per firmum planum CcB aequatorum, per orbitam AC ellipticam, id est, terra orbitam, quo hic turbatur; et per AB turbatoris planeta orbitam effingi posse sequitur. Igitur ob turbatoris planeta attractionem ecliptica cum aequatore intersectionis puncta, seu puncta aequinoctialia, et horum planorum inclinationem, seu ecliptica obliquitatem variari perspicuum est.

Quamvis de omnibus planetis id intelligendum sit, attamen Saturni, et Herschelii attractiones ob nimiam distantiam, Martis, et Mercurii ob modicam exiguitatem terram ex loco sensibiliter deturbare non posse facile patet: quare tantum Jupiter ob magnitudinem, atque Venus, quippe citima terris, sensibiles turbationes efficere possunt.

Quoniam vero ex intersectionum positione, quas planetarum turbatorum orbita cum plano immobili efficiunt, pro intersectione orbita turbati planeta cum eodem immobili plano, crescit inclinatio, sive decrescit, et quoniam harum intersectionum positio eadem, quo polorum orbitarum, esse debet, qui semper nonaginta ab his intersectionibus gradus abiunt, consequens est, hanc inclinationem secundum polorum orbitarum longitudinem crescere, aut decrescere. Cum igitur orbita Veneris polus, pariterque Jovis maiorem habeat

longitudinem, quam aequatoris, cui semper nonaginta graduum longitudo est, ex superiori deductis patet, ob attractiones horum planetarum fieri, ut ecliptica obliquitas nunc decrescat, quoad eandem longitudinem, seu centum, et octoginta gradubus diversam, omnes habeant poli, scilicet quoad poli orbitarum Veneris, Jovis, Terra, et Aequatoris in Solstitiorum coluro sint: posthac cum Veneris et Jovis poli minorem longitudinem, aut centum et octoginta gradus maiorem, quam aequatoris polus, habeant, horum planetarum attractionis causa obliquitas crescet.

Multum mihi sumpserim, atque arrogaverim, idque vana mentis foret, si tempus, quo ha vicissitudines fieri debeant, praefinire conarer: hoc igitur dicere sat erit, obliquitatem usque ad certum locum declinaturam, ideoque nunquam in nihilum redigi, sive extingui posse: nam etiamsi caeterorum planetarum attractiones praesentirentur, atque omnes ab eâdem ecliptica parte semper esserent, eam a Zodiaco, qui per quatuor decim gradus patet, expellere non potuerint. Euamobrem de Louville, atque Godini opinio, hujusque doctrina, ex quâ (ut supra retulimus) ecliptica ad aequatorem motus super aequinoctialia punctia fit, dilucide confutatur.

Exposita itaque est prima obliquitatis variationis causa, scilicet planetarum primariorum attractiones, ex quibus terra a plano orbita sua expulsa trahitur, et ecliptica ad aequatoris planum, quatenus ad hanc causam immotum, appropinquatur. Illud videndum reliquum est, quomodo quandam etiam in ecliptica obliquitate variationem Solis, et Lunae actio in terra spharoidem ob axis nutationem efficiat.

Terra prope spharoidis versus polos complanata formam habet; ita ut diameter aequatoris axem superet; quod tum per terrestrium graduum dimensiones, cum ob doctrinam motuum circa axem rotationis expeditum habemus. Si igitur huic spharoidi inscriptam ponamus sphaeram, cujus diameter sit illius axis minor, quoddam materia segmentum totam circumdabit sphaeram, cujus densitas, cum in polis nulla sit, aequatorem versus crescet, et hoc modo quandam anulum, seu materia zonam prominentem efficiet. Ex quo fluit, cum nec Sol, nec Luna in plano aequatoris sint, ac ideo eorum attractiones centrum terra directe non petant, in axem motum rotationis agere, quem nutationem vocamus.

Ut hac variatio expendatur, punctum hujus anuli ex. gr. montem in aequatore item fingamus, qui ob terra rotationem fertur, atque circa axem trium et viginti horarum spatio, sex et quinquaginta minutorum, quatuor secundorum = 23h 56' 4" revolvitur. Hoc punctum cum inter Solem et terra centrum

transibit, in conjunctione invenietur, prout Luna nova; deinde discedens oppositam positionem media nocte occupabit. Quare tanquam terra satelles concipi potest, qui orbitam minorem maiori celeritate, quam Luna, describit: nisi igitur hoc punctum, seu mons terra adhoreret, propter Solem easdem, quas Luna, turbationes necessario perpessum fuisset: sed hujus adhaesionis causâ Solis actioni eâ resistit vi, ut illius omnes fere effectus in nihilum redigat, et si quidem relinquunt, eò solum praesentiuntur, quòd coacervantur. Eo posito, cum Sol a plano aequatoris abit, hunc fictum satellitem obliquâ directione trahit, eumque ab aequatoris plano expellere conatur; sed quia terra firmiter adhaeret, Solis vi obtemperare nequit, quin secum globum ipsum ferat. Idcirco Solis actionem per totam terra massam dividi necesse est; quare hinc valde parvulus tantum motus nascitur: sed quoniam idem singulo temporis puncto iteratur, quamvis minimi hi sint effectus, temporis tamen lapsu praesentiri debent. Exinde sequitur, ecliptica inter sectiones cum hujus satellitis, id est, cum aequatoris plano, quae puncta aequinoctialia sunt, retrogradi debere, ex Solis enim actione satelles ecliptica planum petit: atque exinde etiam horum planorum inclinatio, seu obliquitas ecliptica singulis annis variari debet. Igitur si eodem modo singula hujus anuli puncta, tanquam satellites contemplamur, eademque ratiocinia facimus, facile apparet, quomodo Solis in spheroidem terra actio partim aequinoctiorum praecessionem gignat, quae singulâ terra revolutione constans sensibiliter est, namque apparens Solis orbita, seu ecliptica fere constantem angulum cum aequatore habet: atque deinde quandam variationem in ecliptica obliquitate producere debet, quae observationibus non praevidetur, et motus causâ ad ecliptiam aequatoris venit.

Cum itaque Solis moles omnium planetarum massis ingentior sit, patet, cur illius actiones in axis terra nutationem despiciantur, ut supra exposuimus.

Id, quod actione Luna efficitur, quamvis huic affine, longe maius est; non solum, quod ob proximitatem Solis potentiam superat, sed etiam quod horum effectuum periodus maior est periodo effectuum Solis; nam variatio in obliquitate ecliptica a Sole producta anni, at vero, quae ea Luna venit, intervallo unius nodorum revolutionis, scilicet, undecimiti circiter annorum periodo perficitur. Elapso enim anno, Sol cursum rursus eodem incipit modo; id est, plani orbita apparentis ad inclinatio in planum aequatoris eadem ferme est duobus insequentibus annis; illius itaque actio singulis renovatur annis. Luna actio in aequatorem pariter singulo mensis cursu instaurabitur, si, eo peracto, Luna eandem

respectu æquatoris plani positionem haberet. Id autem minime accidit. Cum enim orbita Lunæ planum cum plano ecliptica angulum efficiat circiter quinque graduum, et novem minutorum 5° 9', et linea nodorum per omnia transeat ecliptica puncta undeviginti annorum spatio, consequens est, inclinationem hanc continuo variari; ita ut, ubi ascendens nodus Lunæ cum ascendente æquatoris nodo convenit, scilicet in primo Arietis puncto, hæc sit viginti et octo graduum, quadraginta minutorum; at ubi ascendens nodus Lunæ cum descendente æquatoris nodo convenit, sive in primo Libræ puncto, tunc orbita Lunæ ad æquatorem inclinatio sit decem et octo graduum, viginti minutorum. Quoniam igitur vis deturbatrix ex inclinatione orbitæ planetæ turbatoris ad turbati orbitam venit, inde, cum inclinatio orbitæ Lunæ ad æquatorem varietur, ejusque periodus undeviginti fere annorum sit, etiam vis deturbatrix variari; eademque periodus illius esse effectibus debet. Igitur punctorum æquinoctialium præcessio constans esse nequit; sed pro maiori vi deturbatrici maior erit, scilicet, cum ascendens nodus Lunæ in Ariete fuerit; pro minori autem, scilicet in Libra, minor erit.

Inde æquatio venit, quæ media præcessioni adhibenda est, scilicet ei, quam Solis actio, atque Lunæ, cum in solstitiorum coluro nodi sunt, progignit; quæ quidem æquatio perficitur, et iterum cum Lunæ nodorum revolutione incipit. Alia etiam in ecliptica obliquitate æquatio nascitur, cuicæadem est periodus: observatur enim eam novem secunda maiorem media esse, ubi Lunæ ascendens nodus in Ariete est, novem vero media minorem, cum in Libra est.

José Monteiro da Rocha
Francisco de Paula Fraiz