

ESTUDOS INSTRUMENTAES

NO

OBSERVATORIO ASTRONOMICO

DA

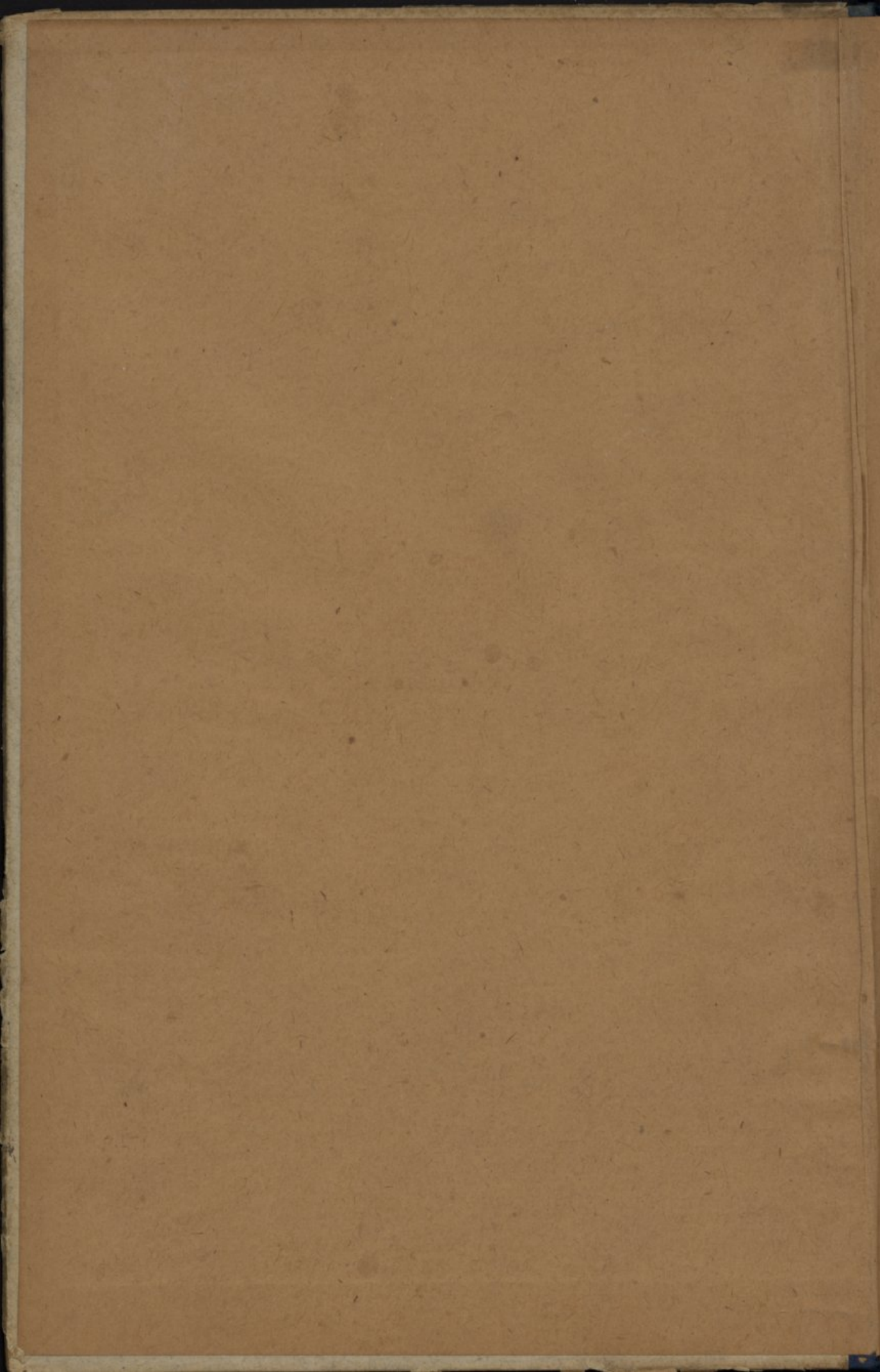
UNIVERSIDADE DE COIMBRA



COIMBRA

IMPRESA DA UNIVERSIDADE

1887



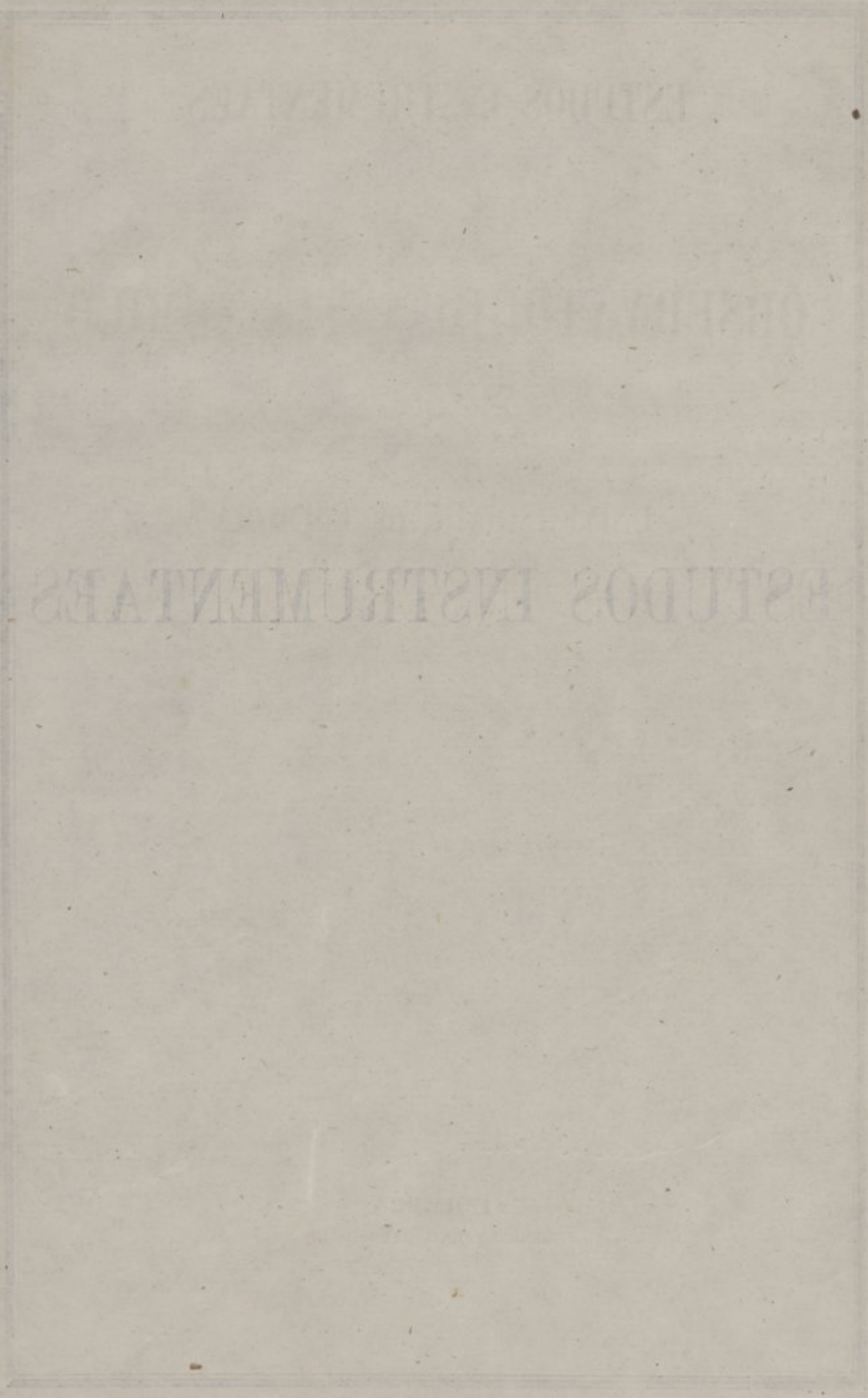
ESTUDOS INSTRUMENTAES

OBSERVATORIO ASTRONOMICO

UNIVERSIDADE DE COCABA

ESTUDOS INSTRUMENTAES

R
F
8



ESTUDIOS DE INSTRUMENTALES

ESTUDIOS DE INSTRUMENTALES

ESTUDIOS DE INSTRUMENTALES

ESTUDOS INSTRUMENTAES

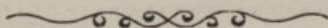
INDICE

NO

OBSERVATORIO ASTRONOMICO

DA

UNIVERSIDADE DE COIMBRA



COIMBRA

IMPRESA DA UNIVERSIDADE

1887

ESTUDOS INSTRUMENTALES

INDICE

NO

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

DE

UNIVERSIDADE DE COIMBRA



COIMBRA

IMPRESSA DA LIVRARIA

1987

INDICE

ESTUDOS INSTRUMENTAES

	Pag.
I Desegualdade dos munhões	1
Aplicação ao circulo meridiano de Repsold	2
II Uso dos collimadores	3
III Distancia dos fios transversaes e divisões do micrometro	5
Aplicações ao circulo meridiano de Repsold	6
IV Intervallo dos fios verticaes e valor das divisões do micrometro ...	15
Aplicações ao circulo meridiano de Repsold	16
V Determinação dos erros instrumentaes pela observação de passagens meridianas	27
Rectificações dos instrumentos de passagens meridianas	31
Determinação dos erros instrumentaes de passagens, por meio do nivel, da marca e das imagens do fio medio	
{ Marca meridiana	32
{ Nivel e collimador vertical	39
VI Collimadores horizontaes	43
Observações dos collimadores com o circulo	45
VII Correção das leituras dos microscopios	47
VIII Flexão do oculo	49
Aplicações	53
IX Distancias zemithaes das circumpolares	57

X	Erros provenientes dos defeitos instrumentaes	
	Da excentricidade	65
	Do defeito dos munhões	66
	Dos erros periodicos da graduação	66
	Eliminações dos erros periodicos	67
	Determinação dos erros periodicos	68
	Determinação da totalidade dos erros das divisões do circulo, e separação dos accidentaes.....	70
	Aplicações	
	Determinação de α	74
	Determinação de e' e E'	76
	Determinação de e''' e E'''	78
	Determinação de f''' e F'''	80
	Determinação de ψ_2	82

ADVERTENCIA

Apesar dos obstaculos com que tem luctado o Observatorio Astronomico da Universidade desde a installação do Circulo Meridiano de Repsold em 1879 até a dos collimadores horizontaes em 1885, não deixaram de fazer-se as observações astronomicas meridianas, que as circumstancias do Estabelecimento e dos observadores permittiam, nem os estudos instrumentaes que aquellas observações e a sua redução deviam exigir.

Estamos longe de nos dar por satisfeitos com os resultados d'estes estudos, que deverão aperfeiçoar-se por applicações a novos exemplos; mas, parecendo-nos que os mais necessarios têm a approximação sufficiente para serem aproveitados, deliberamos publical-os já, não só em attenção á nossa idade, senão tambem para aplanar o caminho aos astronomos que tiverem de proseguir nas mesmas investigações laboriosas, fazendo-lhes conhecer os processos que havemos empregado; com quanto um incommodo recente nos tenha vedado a leitura final de todo o opusculo. Omittimos porém agora, para não demorar esta publicação, alguns dos resultados de observações e algumas taboas, a que nos referimos, e que depois faremos imprimir, se as circumstancias alludidas o consentirem.

Fizeram os nivelamentos, pontarias e leituras, satisfazendo com zelo ás nossas indicações, os empregados do Observatorio Antonio Maria do Rego e Viriato Augusto Ferreira.

O Director

R. R. de Sousa Pinto.

ADVERTENCIA

Agencia dos operarios com que tem ligado o Observatorio Astronomico da Universidade desde a installação do Observatorio Astronomico em 1875 até a dos collimadores horizontes em 1885, não deixaram de fazer-se as observações astronómicas necessárias, que as circumstancias do estabelecimento e dos operarios permitiam, nem os estudos instrumentaes que a ellas se referem e a sua redução e publicação.

Estamos hoje de nos dar por satisfeitos com os resultados d'estes estudos, que deverão applicar-se por applicação a novas applicações, mas, percebendo-nos que os mais necessarios têm a applicação d'este facto para serem aproveitados, deliberamos publical-os, não só em attenção á nossa idade, sendo tambem para esplanar o caminho aos astronomicos que tiverem de proseguir nas mesmas investigações laboriosas, fazendo-lhes conhecer os processos que havemos empregado, com quanto um incommodo trabalho nos tenha levado a deixar final de todo o operario. Omitimos porém aqui, para não demorar mais a publicação, alguns dos resultados das observações e algumas taboas, a que nos referimos, e que depois teremos imprimi-las, se as circumstancias alludidas o consentirem.

Traximos os nivelamentos, planimetria e litteras, estabelecendo com elles alguns nivelamentos, os empregados do Observatorio Antonio Maria do Lago e Viriato Augusto Ferreira.

O Director

E. R. de Souza Pinto

Aplicações no Círculo meridiano de Repeold

2. Fazendo um nichamento, e tomando por unidade uma divisão (n) do nível, achou-se:

$$\text{Circ. a. E.} \quad \text{Circ. a. O.}$$

$$v = +1^{\circ}.12 \quad v = +3^{\circ}.25$$

que applicadas ás fórmulas precedentes, dão:

ESTUDOS INSTRUMENTAES

Em outro achou-se:

$$\text{Circ. a. E.} \quad \text{Circ. a. O.}$$

$$v = +1^{\circ}.33 \quad v = -0^{\circ}.28$$

I Desigualdade dos munhões

$$i = +1^{\circ}.13 \quad i = +0^{\circ}.30$$

1. Se as secções dos munhões pelos planos das gollas, sobre que elles assentam, não são eguaes, consideremol-as como bases d'um tronco de cone de abertura i .

A applicação do nivel á aresta superior do cone dará as inclinações d'ella sobre o horizonte. Sejam a e b estas inclinações em uma posição do eixo de rotação e na inversa, suppostas positivas quando a extremidade occidental está mais elevada.

Chamando I_1 e I_2 as inclinações do eixo de rotação nas duas posições, e α a inclinação da aresta opposta do cone, que assenta sobre as gollas, serão (*El. de Astr.*, nota do n.º 96):

$$i = \frac{1}{2}(a - b), \quad \alpha = a - i = b + i,$$

empregar-se-ha com o signal -- quando o círculo estiver a E. e com o signal + quando estiver a O: no primeiro dos quaes casos o munhão mais grosso está portanto a Aze, e no segundo a Bze, e o segundo termo da direita do nivel era 1,75, o valor do nível

$$I_1 = a - \frac{1}{2}i, \quad I_2 = b + \frac{1}{2}i.$$

Aplicações ao Circulo meridiano de Repsold

2. Fazendo um nivelamento, e tomando por unidade uma divisão (n) do nivel, achou-se:

Circ. a E.	Circ. a O.
$a = + 1^{(n)},12$	$b = + 3^{(n)},25,$

que, applicadas ás formulas precedentes, dão:

$i = - 1^{(n)},06,$	$\alpha = + 2^{(n)},18$
$I_1 = + 1^{(n)},65,$	$I_2 = + 2^{(n)},72.$

Em outro achou-se:

Circ. a O.	Circ. a E.
$a' = + 1^{(n)},39$	$b' = - 0^{(n)},88,$
$i = + 1^{(n)},13$	$\alpha' = + 0^{(n)},26$
$I_1' = + 0^{(n)},82$	$I_2' = - 0^{(n)},31.$

que dão

Outros dois nivelamentos deram

$$i = - 1^{(n)},04 \quad \text{e} \quad i = + 1^{(n)},04;$$

E ainda outros dois deram

$$1^{(n)},04 \quad \text{e} \quad 0^{(n)},99.$$

O meio dos seis,

$$i = \pm 1^{(n)},05,$$

empregar-se-ha com o signal — quando o circulo estiver a E, e com o signal + quando estiver a O; no primeiro dos quaes casos o munhão mais grosso está portanto a *Este*, e no segundo a *Oeste*. E, como o valor medio da divisão do nivel era $1'',75$, o valor de i será finalmente $i = \pm 1'',84.$

Uso dos collimadores

3. Sejam as leituras: C_z correspondente á posição em que o oculo aponta para o Zenith; e C' , C'' , correspondentes (fig. 1) ás posições em que o oculo aponta para o objecto A cuja distancia zenithal é c : estando o circulo collocado primeiramente de modo que as leituras cresçam ou diminuam de Z para A, e depois, pela inversão do eixo de rotação, de modo que cresçam ou diminuam de A para Z.

Teremos assim, quando se transporta o oculo da direcção OZ á OA, $C' = C_z \pm c$, $C'' = C_z \mp c$, que dão $C_z = \frac{1}{2}(C' + C'')$, $c = \pm \frac{1}{2}(C' - C'')$.

Se a leitura C'' corresponder a um objecto collocado da outra parte á mesma distancia zenithal c , sem inverter o eixo de rotação (fig. 2), serão ainda as mesmas as formulas precedentes.

Quando o objecto visto estiver no foco de um collimador, deverá este ficar no mesmo logar no primeiro processo (fig. 1), e mudar de norte para sul ou de sul para norte no segundo (fig. 2), conservando sempre a mesma inclinação.

4. Se por meio de um nivel se colloca bem horizontal o eixo optico do collimador, posto sensivelmente na altura do eixo de rotação do circulo meridiano, a observação d'elle por este circulo dará logo a leitura correspondente ao ponto horizontal; e assim, comparando algumas vezes esta leitura com a do nadir dada pela collimação vertical, poderemos usar d'uma ou d'outra d'ellas, conforme satisfizerem á exactidão e á commodidade.

5. A collimação vertical pôde obter-se por um collimador cujo eixo optico seja perpendicular a um nivel, ou a um banho de mercurio, sendo no ultimo processo, que é o melhor e o mais usado, a verticalidade accusada pela coincidência das imagens directa e reflectida do fio transversal do reticulo.

6. Quando ha no reticulo dois fios transversaes para collocar entre elles as imagens dos astros que se observam, esta collimação pôde fazer-se dirigindo o oculo de um dos seguintes modos: 1.º de modo que a linha vertical fique equidistante dos dois fios transversaes, coincidindo por tanto a imagem reflectida de cada um d'estes fios com a directa do outro (fig. 3): 2.º de modo que a vertical fique

successivamente a $\frac{1}{4}$ de cada um dos fios, por conseguinte a imagem reflectida d'este no meio do intervallo das directas de ambos e a reflectida do outro a igual distancia do primeiro para o lado opposto (fig. 4 e 5); o que formará um quadro de quatro imagens alternadas, em distancias consecutivas eguaes a metade do intervallo dos fios: 3.º de modo que a vertical passe successivamente pelos fios transversaes; ficando assim a imagem directa d'um equidistante das directa e reflectida do outro (fig. 6 e 7).

7. A leitura do nadir será pois:

1.º a leitura do circulo na fig. 3:

2.º a leitura do circulo na fig. 4 $\pm \frac{1}{4}$ do intervallo dos fios, ou a leitura do circulo na fig. 5 $\mp \frac{1}{4}$ do intervallo dos fios; e por conseguinte a semisomma das leituras do circulo nas fig. 4 e 5;

3.º a leitura do circulo na fig. 6 $\pm \frac{1}{2}$ do intervallo dos fios, ou a leitura do circulo na fig. 7 $\mp \frac{1}{2}$ do intervallo dos fios; e por conseguinte a semisomma das leituras do circulo nas fig. 6 e 7. Usando dos signaes superiores, se as leituras crescem quando o circulo se move de b para a ; e dos inferiores, se diminuem.

III

Distancia dos fios transversaes e divisões do micrometro

8. 1.º Se collocarmos primeiro o oculo como na fig. 4 e depois como na fig. 5, o movimento do circulo na passagem d'uma d'estas posições para a outra, será $\frac{1}{2} i$; chamando i o intervallo dos fios, que será assim o dobro da differença das duas leituras. E se, em cada uma d'estas posições, movermos o fio movel desde a primeira imagem reflectida até a ultima directa ou desde a primeira directa até a ultima reflectida, o espaço angular corrido será $\frac{3}{2} i$ em ambos estes movimentos; por conseguinte, chamando n o numero de divisões do micrometro percorridas, o valor d'uma divisão d'este será $\frac{3}{2} \frac{i}{n}$. Mas, se movermos o fio movel desde a primeira imagem na fig. 4 até a ultima na fig. 5, o espaço percorrido será $2i$.

2.º Se collocarmos o oculo primeiramente como na fig. 6 e depois como na fig. 7, o movimento do circulo na passagem d'uma d'estas posições para a outra será i , dado assim pela differença das duas leituras. E se, em cada uma d'estas posições, movermos o fio movel desde a imagem reflectida até a segunda directa ou desde a primeira directa até a reflectida, o espaço corrido será $2i$ em ambos os movimentos; e portanto o valor de uma divisão do micrometro será $\frac{2i}{n}$. Se porém movermos o fio movel desde a primeira imagem na fig. 6 até a ultima na fig. 7, o espaço percorrido será $3i$.

Empregando pois qualquer d'estes processos ou ambos, obteremos em segundos o intervallo angular dos fios transversaes do reticulo, pelo movimento do oculo; e depois o valor em segundos de cada divisão do micrometro, pelo movimento do fio movel.

9. Se, movendo o oculo, operarmos successivamente os contactos dos dois fios transversaes com os dois bordos superior e inferior da marca meridiana; e movendo o fio movel, medirmos em divisões do micrometro o intervallo dos fios e o diametro da marca; as differenças das leituras do circulo, correspondentes aos contactos dos dois fios com cada um dos bordos da marca, darão o intervallo i ; as

diferenças das leituras correspondentes aos contactos dos dois bordos da marca com cada um dos fios darão o diametro d'ella; e os quocientes, que se acharem dividindo aquelle intervallo e este diametro pelos respectivos espaços micrometricos, darão o valor de cada divisão do micrometro.

Pondo em contribuição este processo e os expostos no numero precedente, obteremos com mais segurança os dois elementos de que se tracta, e cuja avaliação exacta é muito necessaria.

Aplicações ao Circulo meridiano de Repsold

10. Em 27 de janeiro de 1880, estando o circulo a leste, moveu-se este no sentido SZN de modo que a vertical passasse successivamente pelo fio horizontal fixo mais boreal e depois pelo mais austral; e o fio movel de norte a sul, para ir da primeira imagem reflectida á segunda, em conformidade com as fig. 6.^a e 7.^a

As leituras começaram por ser:

	Circulo	Diff. (i)	Micrometro	Diff. (3 i)
269°	59' 51"	12"	12 72	76 ^m
270°	0 3		11 96	

E continuando assim, achou-se nesse dia o resultado seguinte:

	i	n	$\frac{3i}{n}$
	12"	76 ^m	0",4737
	12	75	4800
	12	74,5	4832
	11	74,5	4429
	11,5	74	4662
Meios	11",70	74 ^m ,8	0",4692

Operando d'este modo em muitos dias, obtivemos o quadro seguinte:

Datas		i	n	$\frac{3i}{n}$	Pesos
1880	Janeiro 27	11",70	74 ^m ,8	0",4692	5
	» 28	12 ,30	75 ,0	4920	5
	» 29	12 ,20	74 ,8	4893	5
	» 30	12 ,00	74 ,7	4819	5
	» 31	12 ,10	74 ,3	4886	5
	Março 15	12 ,667	74 ,33	5112	6
	» 16	12 ,35	74 ,75	4959	10
	» 20	12 ,62	75 ,13	5041	8
	Junho 16	13	75 ,8	5145	5
	» 19	13 ,30	76 ,10	5255	5
	» 21	12 ,40	76 ,50	4863	5
	» 28	12 ,7	76 ,3	4993	5
	Julho 1	12 ,5	74 ,6	5027	5
	Meios		12",45	74	0",4973

11. Enfiando com o fio movel o bordo inferior da marca da Raposeira; depois levando sempre o fio ao bordo superior pelo movimento do circulo, e d'ahi ao bordo inferior pelo movimento do proprio fio, obtiveram-se os resultados seguintes no dia 29 de janeiro de 1880:

Bordo	Circ.	Diff.	Bordo	Micr.	Diff.
I	28',5	20'',5	I	11 70	37
S	49 ,0	18 ,0	I	11 33	39
S	7 ,0	18 ,5	I	10 94	41
S	25 ,5		I	10 53	
Meios		19			39

que dão os valores: do diametro vertical da marca 19"; e da divisão do micrometro, $\frac{19''}{39} = 0'',4872$.

12. Também nos servimos dos contactos dos dois fios fixos com os bordos da marca da Raposeira, operados pelo movimento do circulo; e da distancia dos mesmos fios em divisões do micrometro, obtida pelo movimento do fio movel, em 9 de julho de 1880; como se vê no primeiro dos quadros seguintes. E dos contactos externos e internos do fio movel com os dois bordos da marca, operados pelo movimento do mesmo fio: como se vê no segundo d'esses quadros:

PRIMEIRO QUADRO

Bordo	Fio inferior	Fio superior	(Dist. dos fios) Diff. horizont.	Diff. vertical	MICROMETRO	
					1.º fio	2.º fio
S	30",5	17"	13",5	19,5	48 ^m	23 ^m
I	11	57	14	20	48	23
S	30	17	13	20,5	48	23
I	9,5	57,5	12	19,5	48	23
S	29,5	17	12,5	19,5	48	23
I	10	57,5	12,5	19,5		
S	30	16	14	20		
I	10	57,5	12,5	18,5		
S	29,5	17,5	12	19,5		
I	10	57,5	12,75	20		
			12,85	19,65	48	23
					Diff. 25	

Do qual resultam: 01
 Distancia dos fios 12",85.
 Divisão do micrometro $\frac{12",85}{25} = 0",5140$.
 Diametro da marca 19",63.

SEGUNDO QUADRO

CONTACTOS INTERNOS COM OS BORDOS DA MARCA			CONTACTOS EXTERNOS COM OS BORDOS DA MARCA		
1.º bordo	2.º bordo	Diff.	1.º bordo	2.º bordo	Diff.
84	21 ^m ,5		81 ^m	24 ^m	
83,5	22		81	23,5	
84	22		81,25	23	
83	22,5		80,5	22,5	
83,5	22,5		80	23	
83,5	22,1	38,60	80,75	23,2	42,45

Do qual resultam os valores do diametro da marca e do diametro do fio movel:

$$\text{Diametro da marca} = \frac{38^m,60 + 42^m,45}{2} = 40^m,525$$

$$= 20",12$$

$$\text{Diametro do fio} = \frac{42^m,45 - 38^m,60}{2} = 1^m,925$$

13. Pelo mesmo processo haviamos obtido por 10 observações em 14 de Maio de 1879, movendo um fio vertical:

Diferença dos contactos exteriores a or. e occ. 42^m,775
 » dos contactos interiores a or. e occ. 36,200;

o que dá:

Diametro horizontal 19",60
 » do fio 1,63.

E no dia 20, por 8 observações:

Diametro horizontal 20",11

Do mesmo modo no dia 26 de Junho de 1880, por tres observações:

Diametro vertical	20",25
» horizontal	19,33.

Dia 1 de Julho de 1880, por 9 observações:

Diametro vertical	20,46
» horizontal	20,39.

Dia 9 de Julho, por 13 observações:

Diametro vertical	20,35
» horizontal	19,93.

Dia 12 de Julho, por 10 observações:

Diametro vertical	20,32
» horizontal	20,96.

Dia 13 de Julho, por 10 observações:

Diametro vertical	20,17
» horizontal	20,03.

Dia 14 de Julho (20 observações): Diametro horizontal 19,10.

Dia 15 de Julho (10 observações): Diametro horizontal 19,37.

Dia 19 de Julho, por 50 observações:

Diametro vertical	18,81
» horizontal	19,21.

14. Resultados finais:

1.º Reunindo os valores do intervallo dos fios horizontaes e os da divisão do micrometro, teremos:

Datas	Distancias dos fios	Divisões	Pesos
Janeiro 27	11",70	0,4692	5
» 28	12,30	0,4920	5
» 29	12,20	0,4893	5
» 30	12,00	0,4819	5
» 31	12,10	0,4886	5
Março 15	12,65	0,5112	5
» 16	12,35	0,4959	10
» 20	12,62	0,5041	8
Junho 16	13,00	0,5145	5
» 19	13,30	0,5225	5
» 21	12,40	0,4863	5
» 28	12,70	0,4993	5
Julho 1	12,50	0,5027	5
» 19	12,00	0,4956	5
Mira	0,4872	4
	12,85	0,5140	5

Dos quaes se deduzem os medios:

Distancia dos fios horizontaes	12",44
Cada divisão menor do micrometro	0",4975

Cada uma das 24 divisões maiores é dividida em 100 d'estas menores.

2.º Em quanto aos diametros da marca da Raposeira, temos:

Datas	Diametro vertical	Diametro horizontal
1879		
14 de Maio	19",60
20 de "	20,11
1880		
29 de Janeiro	19'
26 de Julho	20,25	19,83
1 de "	20,46	20,39
9 " "	20,32	20,90
12 " "	20,17	20,03
13 " "	19,10
14 " "	19,37
15 " "	18,88	19,21
19 " "	19,90	20,35

que dão os valores médios:

Diametro vertical 19",85
 Diametro horizontal 19,89.

3.º E, emquanto ao diametro dos fios, temos:

Dia 14 de maio de 1877, fios verticaes moveis 1",63
 » 9 de julho de 1880, fio horizontal movel..... 1,92
 Meio..... 1",77.

Taes são os valores d'estes elementos, que nos parecem ter já a approximação suficiente para serem empregados sem receio d'erro consideravel.

15. Como se vê no n.º 10, estando o círculo a leste, as leituras do micrometro, na posição nadiral, diminuiram quando o fio movel correu de norte para sul; e pelo contrario crescerão, quando elle correr de sul para norte. Estando porém o círculo a oeste, se o movermos no sentido NZS, em que as suas leituras crescem, passando pela vertical primeiro o fio mais austral e depois o mais boreal, deverá o fio movel correr de sul a norte para vir da primeira imagem reflectida á segunda, e as leituras do micrometro decrescerão; crescendo pelo contrario, quando o fio movel caminhar de norte para sul.

É o que confirma o quadro seguinte das operações semelhantes ás referidas naquelle numero, que se fizeram no dia 3 de Abril de 1886 em ambas as posições do círculo:

	Circulo	i	Micrometro	n	$\frac{3i}{n}$	
Circulo a oeste	90° 0' 16'',87	12'',0	1,5	76	0'',4737	
	28,87		25,5			
	16,31	12,79	1	73,25	0,5238	
	29,10		27,75			
	16,72	12,53	1,5	74,5	0,5046	
	29,25		27			
	17,27	11,75	1,4	75,8	0,4650	
	29,02		25,6			
	17,11	12,07	2,4	76,3	0,4746	
	29,18		26,1			
	Circulo a leste	270° 0' 57'',95	12,30	2,4	72,65	0'',5079
		1 10,25		29,75		
0 57,93		12,25	3	75,5	0,4868	
1 10,18			27,5			

A media d'estes valores de $\frac{3i}{n}$ é $0'',4909$. E, ajunctando-os aos referidos no n.º 14, será a media final $0'',4974$.

16. Quando, nas observações dos astros, as imagens d'elles ficarem fóra do meio do intervalo dos dois fios fixos, se chamarmos l a leitura do círculo, L a do zenith e μ o movimento do fio movel desde a coincidência com aquelle meio até á imagem do astro, a leitura correspondente á posição d'este deverá ser $l \pm \mu$, se segundo estiver o círculo a oeste ou a leste; e teremos

$$C. \text{ a } O. \quad z = l - L + \mu, \quad C. \text{ a } E. \quad z = L - l + \mu;$$

onde se tomará μ como positivo ou como negativo, segundo estiver a imagem do astro acima ou abaixo do meio do intervalo dos fios; e se trocarão entre si l e L , quando o astro estiver ao norte do zenith.

Círculo	Microscópio	μ	z
007,0 18,87	25,5	157,0	007,0 18,87
10,31 15,70	1	15,70	10,31 15,70
28,10 10,40	25,72		28,10 10,40
10,72 18,72	18,72		10,72 18,72
20,02 17,27	25,8	11,72	20,02 17,27
28,18 11,71	20,1	12,07	28,18 11,71
270,0 27,22	27,22	12,20	270,0 27,22
0 27,22 12,20	3	12,20	0 27,22 12,20

Aplicações ao Circulo Meridiano de Repsold

Intervallo dos fios verticaes e valor das divisões do micrometro

17. Determinando, por meio dos fios verticaes, as distancias entre os fios lateraes consecutivos, a somma d'ellas dará a distancia entre os extremos; dividindo por esta o tempo necessario para percorrel-a, convertido em arco, o quociente será o valor angular d'uma divisão do micrometro; e as differenças dos intervallos entre o fio do meio e os lateraes correspondentes, convertidos em tempo, farão conhecer a redução das passagens por esses fios á passagem pelo fio do meio.

18. Para achar esta redução tambem servem as observações dos tempos das passagens das estrellas proximas do polo.

Chamando T_x o tempo da passagem pelo fio de indice x d'um reticulo de $2m - 1$ fios, a formula

$$\sec d \sum_1^{2m-1} (i_x - i_{2m-x}) = \sum_1^{2m-1} [2T_m - (T_x + T_{2m-x})] = 2m - 1) R \sec d,$$

applicada a muitas d'estas observações, fará conhecer com exactidão sufficiente o valor de R ; e por conseguinte a correcção $R \sec d$ que se deve ajunctar ao tempo $\frac{\sum_1^{2m-1} T_x}{2m-1}$, dado pela media das passagens d'uma estrella de declinação d pelos $2m - 1$ fios, a fim de o reduzir á passagem pelo fio do meio.

A correcção mudará de signal quando se inverter o circulo ou quando a passagem fôr a inferior.

VI	III	II	I
IV	V	VI	VII
5.º FIO MOVEL		3.º FIO MOVEL	

Aplicações ao Circulo meridiano de Repsold

19. Cresce a leitura do micrometro dos fios verticaes moveis: quando estes caminham d'occidente para oriente, se o circulo está a *leste*; e quando caminham d'oriente para occidente, se o circulo está a *oeste*: isto é, cresce a leitura quando aquelles fios caminham para o lado onde está o circulo.

A direcção d'estes movimentos, quando se projectam successivamente sobre os pontos da imagem d'um objecto, é contraria à que teriam quando se projectassem successivamente sobre os pontos correspondentes do objecto.

20. Fizeram-se percorrer: ao 1.º fio movel o intervallo comprehendido entre o 2.º fixo do grupo I e o 4.º do grupo III, ao 2.º fio movel o intervallo comprehendido entre o 4.º fixo do grupo III e o 1.º do grupo V, e finalmente ao 3.º fio movel o intervallo comprehendido entre o 1.º fixo do grupo V e o 2.º do grupo VII; e, lendo sempre o micrometro nas coincidencias respectivas, obtivemos as leituras seguintes medias das de cinco operações assim feitas no dia 1 de Outubro de 1880:

1.º FIO MOVEL						2.º FIO MOVEL					
I		II		III		IV					
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(10)	(11)	(12)
87,30	14,60	23,75	51,10	77,65	84,45	14,20	38,85	65,50	62,12	70	134,25
79,30	52,00	43,70	12,20	90,85	82,45	54,20	27,05	99,00	6	99	1
(22)	(21)	(20)	(19)	(18)	(17)	(16)	(15)	(14)	(14)	(13)	
3.º FIO MOVEL						2.º FIO MOVEL					
VII		VI		V		IV					

cujas diferenças successivas dão os intervallos consecutivos dos fios:

I	(2) — (3)	72 ^m ,70	VII	(21) — (22)	72 ^m ,70
	(3) — (4)	290 ,85		(20) — (21)	291 ,70
II	(4) — (5)	72 ,65	VI	(19) — (20)	73 ,50
	(5) — (6)	73 ,45		(18) — (19)	73 ,65
	(6) — (7)	293 ,20		(17) — (18)	291 ,60
III	(7) — (8)	70 ,25	V	(16) — (17)	71 ,75
	(8) — (9)	75 ,35		(15) — (16)	72 ,85
	(9) — (10)	73 ,35		(14) — (15)	71 ,95
	(10) — (11)	292 ,12		(13) — (14)	293 ,00
IV	(11) — (12)	35 ,75	IV	(12) — (13)	35 ,25

Depois, sommando successivamente estes numeros de baixo para cima, teremos as distancias respectivas dos fios ao do meio. E as diferenças d'essas distancias em cada linha horizontal, reduzidas a tempo, darão as correções que devem ajunctar-se á somma das passagens por cada par de fios correspondentes.

21. Foi por este processo que obtivemos os intervallos inscriptos no quadro seguinte, os quaes devem dar, na passagem d'uma estrella equatorial, a correção $i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$ de $T_{2+\alpha} + T_{22-\alpha}$ correspondente a cada valor de α desde 0 até 9; e portanto a correção $\sum_0^9 (i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha})$ de $\sum_0^{20} T_{2+\alpha}$, no caso de se observarem as passagens por todos os vinte e um fios desde o 2.^o até o 22.^o:

CIRCULO a O.

Grupos	Fios	Intervallos	Grupos	Fios	Intervallos	Diferenças horizontaes
IV	11	35 ^m ,75	IV	13	35 ^m ,25	+ 0 ^m ,50
III	10	327 ,87	V	14	328 ,25	- 0 ,38
	9	401 ,22		15	400 ,20	+ 1 ,02
	8	476 ,57		16	473 ,05	+ 3 ,52
	7	546 ,82		17	544 ,80	+ 2 ,02
II	6	840 ,02	VI	18	836 ,40	+ 3 ,62
	5	913 ,47		19	910 ,05	+ 3 ,42
	4	986 ,12		20	983 ,55	+ 2 ,57
I	3	1276 ,97	VII	21	1275 ,25	+ 1 ,72
	2	1349 ,67		22	1347 ,95	+ 1 ,72
						+ 19 ,68

22. Dividindo pela somma 2697,62 dos intervallos entre os fios 2.^o e 22.^o e o do meio o tempo 89^s,256 que uma estrella equatorial gasta em atravessar desde um d'aquelles fios até o outro, o quociente 0^s,03309, ou 0^{''},4963, será o valor d'uma divisão do micrometro; e, multiplicando por 0^s,03309 os numeros da columna dos intervallos e da columna das diferenças horizontaes, teremos respectivamente os quadros seguintes:

Grupos	Fios	Intervallos	Grupos	Fios	Intervallos
IV	i_{11}	1 ^s ,183	IV	i_{13}	1 ^s ,166
	i_{10}	10,849		i_{14}	10,862
III	i_9	13,276	V	i_{15}	13,242
	i_8	15,770		i_{16}	15,653
	i_7	18,094		i_{17}	18,027
	i_6	27,796		i_{18}	27,676
II	i_5	30,227	VI	i_{19}	30,114
	i_4	32,631		i_{20}	32,545
I	i_3	42,255	VII	i_{21}	42,598
	i_2	44,661		i_{22}	44,603

$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$		$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$		$\sum_0^9 (i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha})$
$i_{11} - i_{13}$	+ 0 ^s ,017	$i_6 - i_{18}$	+ 0 ^s ,120	
$i_{10} - i_{14}$	- 0,013	$i_5 - i_{19}$	+ 0,113	
$i_9 - i_{15}$	+ 0,034	$i_4 - i_{20}$	+ 0,085	
$i_8 - i_{16}$	+ 0,116	$i_3 - i_{21}$	+ 0,057	
$i_7 - i_{17}$	+ 0,067	$i_2 - i_{22}$	+ 0,057	+ 0 ^s ,653

sendo assim, para cada par de fios, $(i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}) \sec d$ a correcção de $T_{2+\alpha} + T_{22-\alpha}$; e, para todos os 21 fios, $0^s,653 \sec d$, isto é,

$$T = \sum_0^{20} T_{2+\alpha} + 0^s,031 \sec d,$$

na passagem d'uma estrella cuja declinação seja d .

23. Outras observações no dia 8 de Outubro deram:

$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$		$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$		$\sum_0^9 (i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha})$
$i_{11} - i_{13}$	$-0^s,012$	$i_6 - i_{18}$	$+0^s,130$	
$i_{10} - i_{14}$	$-0,025$	$i_5 - i_{19}$	$+0,104$	
$i_9 - i_{15}$	$+0,030$	$i_4 - i_{20}$	$+0,098$	
$i_8 - i_{16}$	$+0,114$	$i_3 - i_{21}$	$+0,038$	
$i_7 - i_{17}$	$+0,073$	$i_2 - i_{32}$	$+0,045$	$+0^s,595$

E outras no dia 11 de Outubro deram:

$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$		$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$		$\sum_0^9 (i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha})$
$i_{11} - i_{13}$	$+0^s,013$	$i_6 - i_{18}$	$+0^s,126$	
$i_{10} - i_{14}$	$-0,007$	$i_5 - i_{19}$	$+0,123$	
$i_9 - i_{15}$	$+0,031$	$i_4 - i_{20}$	$+0,093$	
$i_8 - i_{16}$	$+0,129$	$i_3 - i_{21}$	$+0,050$	
$i_7 - i_{11}$	$+0,078$	$i_2 - i_{22}$	$+0,073$	$+0^s,709$

A media d'estes tres resultados dá:

$$\begin{aligned}
 i_{11} - i_{13} &= + 0,006 & i_6 - i_{18} &= + 0,125 \\
 i_{10} - i_{14} &= - 0,015 & i_5 - i_{19} &= + 0,113 \\
 i_6 - i_{15} &= + 0,032 & i_4 - i_{20} &= + 0,092 \\
 i_8 - i_{16} &= + 0,120 & i_3 - i_{21} &= + 0,048 \\
 i_7 - i_{17} &= + 0,073 & i_2 - i_{22} &= + 0,058
 \end{aligned}$$

e por conseguinte:

$$T = \frac{\sum_0^{22} T_x + (0,652 + x) \sec d}{23}$$

ou

$$T = \frac{\sum_0^{22} T_x}{23} + \left(0,031 + \frac{x}{23} \right) \sec d,$$

sendo $x = i_1 - i_{23}$.

24. A media dos tres valores das divisões do micrometro 0,03309; 0,03308 e 0,03308, dados pelas observações dos tres dias, é 0,033089 ou 0",4962.

Em quanto aos intervallos entre os fios, 1.º e 2.º e os 22.º e 23.º, será necessario achal-os pelas observações das passagens das estrellas. Duas da ζ Ursae majoris e duas da δ Ursae minoris, que se fizeram em Julho e Agosto de 1879, dariam:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= 47,013 & i_{23} &= 46,910 \\
 &47,061 & &47,029 \\
 \text{Media} &= 47,037 & \text{Media} &= 46,960
 \end{aligned}$$

e portanto

$$x = 0,077, \quad \frac{x}{23} = 0,003.$$

25. Em alguns dias de Junho e Julho de 1883 fizeram-se 49 d'estas operações, que deram os resultados medios seguintes:

Grupos	Fios	Intervallos	Grupos	Fios	Intervallos	Diferenças horizontaes
IV	11	35 ^m ,55	IV	13	35 ^m ,94	- 0 ^m ,39
III	10	327,73	V	14	328,41	- 0,68
	9	401,46		15	400,90	+ 0,56
	8	476,90		16	473,14	+ 3,76
	7	546,95		17	544,49	+ 2,46
II	6	840,41	VI	18	837,07	+ 3,34
	5	913,60		19	910,35	+ 3,25
	4	986,23		20	984,08	+ 2,15
I	3	1276,28	VII	21	1275,67	+ 0,61
	2	1349,46		22	1348,68	+ 0,78

dos quaes resulta o valor d'uma divisão do micrometro

$$\frac{89,256}{2698,14} = 0,03308 = 0,4962;$$

e conseguintemente:

$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$		$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$	
$i_{11} - i_{13}$	-0 ^s ,013	$i_6 - i_{18}$	+0 ^s ,110
$i_{10} - i_{14}$	-0,022	$i_5 - i_{19}$	+0,108
$i_9 - i_{15}$	+0,019	$i_4 - i_{20}$	+0,071
$i_8 - i_{16}$	+0,124	$i_3 - i_{21}$	+0,020
$i_7 - i_{17}$	+0,083	$i_2 - i_{22}$	+0,026

Tomando pois as passagens em todos os fios, será

$$T = \frac{\sum_1^{23} T_\alpha + (0^s,526 + x) \sec d}{23}$$

$$= \frac{\sum_1^{23} T_\alpha}{23} + \left(0^s,023 + \frac{x}{23} \right) \sec d.$$

Se porém tomarmos o meio entre estes resultados e os obtidos em 1880, dando-lhes os pesos respectivos 10 e 3, acharemos os seguintes:

$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$		$i_{2+\alpha} - i_{22-\alpha}$	
$i_{11} - i_{13}$	-0 ^s ,009	$i_6 - i_{18}$	+0 ^s ,113
$i_{10} - i_{14}$	-0,020	$i_5 - i_{19}$	+0,109
$i_9 - i_{15}$	+0,022	$i_4 - i_{20}$	+0,076
$i_8 - i_{16}$	+0,122	$i_3 - i_{21}$	+0,026
$i_7 - i_{17}$	+0,081	$i_2 - i_{22}$	+0,036

que dão:

$$T = \frac{\sum_1^{23} T_\alpha}{23} + \left(0^s,025 + \frac{x}{23} \right) \sec d.$$

E se observarmos só as passagens pelos fios 1, 3, 4, 6, 7, 10, 12, 14, 17, 18, 20, 21, 23, será

$$T = \frac{\Sigma}{13} + (0^{\circ},021 + y) \sec d.$$

As observações da ζ Ursae majoris e da δ Ursae minoris, de que acabamos de fallar, dariam

$$x = 0^{\circ},003, \quad y = 0^{\circ},006.$$

26. Mais tarde sete dias de cinco series de operações d'estas em cada um, em Outubro de 1885, deram $0^{\circ},040$.

E finalmente dois dias de quatro series das mesmas operações em cada um, em Fevereiro de 1886, deram $0^{\circ},037$.

27. O meio dos resultados de todas estas operações feitas em 1880, 1883, 1885 e 1886, suppondo-lhes os pesos 3, 10, 7 e 2, é $0^{\circ},029$; e por tanto o tempo da passagem:

$$T = \frac{\Sigma_1^{23} T_i}{23} + 0^{\circ},032 \sec d.$$

A correcção porém deve variar um pouco nas diferentes epochas de cada anno.

28. Exemplos do processo do n.º 18.

A observação da passagem inferior da Polar no dia 16 de Abril de 1886 deu:

C. a E.

Fios	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
T_{α}	51 ^s	36 ^s	25 ^s	33 ^s	18 ^s	58 ^s	15 ^s	58 ^s	46 ^s	34 ^s	42 ^s	42 ^s
$T_{24-\alpha}$	12	27	37	34	47	7	49	6	19	31	25	
Fios	(23)	(22)	(21)	(20)	(19)	(18)	(17)	(16)	(15)	(14)	(13)	(12)
$T_{\alpha} + T_{24-\alpha}$	63 ^s	63 ^s	62 ^s	67 ^s	65 ^s	65 ^s	64 ^s	64 ^s	65 ^s	65 ^s	67 ^s	

Por conseguinte

$$\sum_1^{11} [2T_{12} - (T_{\alpha} + T_{24-\alpha})] = 38^s = 23 R \text{ sec } d$$

$$R = \frac{38}{23 \times 44,08} = +0^s,037.$$

Similhanamente, observando a passagem superior no mesmo dia, obtivera-se

$$R = \frac{-28^s}{23 \times 44,08} = -0^s,028.$$

E a passagem inferior no dia 15, estando o circulo tambem a leste, era:

$$R = \frac{+0^s,29}{23 \times 44} = +0^s,029.$$

Portanto, se o circulo estivesse a oeste e as passagens observadas fossem as superiores, o primeiro e o terceiro d'estes valores de R mudariam de signal duas vezes e o segundo uma, sendo então:

$$R = +0^s,037; R = +0^s,028; R = 0^s,029$$

meio

$$0^s,031.$$

Do mesmo modo as observações da passagem superior d'aquella estrella nos dias 1 e 4 de maio, feitas com o circulo a oeste, deram:

$$R = +0^s,042; R = +0^s,029;$$

meio

$$0^s,036.$$

O meio d'estes cinco valores é

$$R = +0^s,033,$$

que pouco differe do obtido no numero precedente pelo primeiro processo.

Nota

28. Representando P o angulo horario e d a declinação d'uma estrella da qual se observaram as passagens pelo fio medio e por um dos lateraes, a distancia angular f entre estes fios está ligada com P e d pela formula

$$\text{sen } f = \text{sen } P \cos d \dots \dots \dots (1)$$

29. Mas, se o circulo meridiano e o eixo optico do oculo não estão bem collocados, representando $90^\circ - m$ o angulo horario da extremidade occidental do eixo de rotação, n a sua declinação, $90^\circ + C$ a sua distancia angular ao eixo optico apparente, e P o angulo horario oriental do astro, ligado com o instrumental P' pela relação $P = P' + dt$, o triangulo espherico, comprehendido entre aquella extremidade, o polo e o astro, dará $f + C$, e portanto f , pela equação

$$\text{sen } (f + C) = \cos d \cos n \text{sen } (P - m) - \text{sen } d \text{sen } n \dots \dots \dots (2)$$

30. Neste estado do instrumento as distancias angulares $f_2 - f_1$ entre dois fios podem assim obter-se pelas duas equações (2) que respectivamente lhes correspondem.

Será porém mais facil calcular pelas equações (1) o seu valor approximado $(f)_2 - (f)_1$, e depois applicar a esse valor a correcção

$$[(f)_2 - (f)_1] \frac{P_1 + P_2}{2} (m \text{sen } d - n \cos d) \text{sen}^2 1''$$

que é sufficiente, e póde considerar-se como exacta para m e n menores que 30° (Compt. rend. de l'Acad. des Sc. de Paris, t. C., n.º 20).

31. Se chamarmos pois 1^m o valor d'uma divisão do micrometro obtida pelo processo que empregamos, será

$$1^m (1 + P) (m \text{sen } d - n \cos d) \text{sen}^2 1''$$

um valor mais exacto d'ella; designando $\frac{2P}{15}$ o intervallo em segundos entre as passagens da estrella pelos fios extremos.

Determinação dos erros instrumentaes pela observação de passagens meridianas

32. A formula (5) do n.º 113 dos Elementos d'Astronomia, $\theta = t + \tau + L + Aa + Cc$ (1)

sendo applicada a muitas observações de passagens de estrellas em uma noite, fornecerá outras tantas equações de condição pelas quaes poderão obter-se os valores mais provaveis de τ , L , A e C .

33. Combinando por differença duas das equações (1) e chamando r o retardamento do relógio no intervallo decorrido entre as observações respectivas, formar-se-ha a seguinte

$$k = M(a' - a) + C(\pm c' - c) \dots \dots \dots (2);$$

sendo $M = A + L \cot D$, $k = \theta' - \theta - (t' + r - t)$,

e pertencendo o signal inferior de c' ao caso de se fazerem as duas observações em posições inversas do eixo de rotação.

34. No caso de serem desiguaes os munhões, isto é, de ser $L' = L + \beta$, e de se inverter o eixo, a equação (2) será a seguinte

$$k = M(a' - a) + \beta L' - (c' + c) C.$$

35. Para facilitar a formação das equações servirão as taboas dos valores de l , a e c , que publicámos, ha alguns annos, e que reproduziremos, modificando um pouco a sua disposição com o fim de tornar mais commodo o uso d'ellas.

36. Mas o processo mais facil para obter os tres erros instrumentaes é determinar L e C pelo nivel e pela distancia entre as imagens directa e reflectida do fio do meio, ou pela marca, como abaixo explicaremos; e depois M , e por conseguinte A , applicando ás observações das passagens de duas estrellas, cujas declinações difiram muito entre si e uma d'ellas seja pequena, as formulas:

$$M = \frac{k - C(c' - c)}{a' - a}, \quad A = M - L \cot D.$$

Obter-se-hão assim valores approximados de L , C e M .

Depois, se quizermos os valores de C e M com maior exactidão, substituiremos na equação (2) $C + x$ e $M + y$ em vez de C e M , e, applicando-a a muitas estrellas observadas, acharemos, pelas combinações sabidas das equações de condição assim formadas, as correções x e y que se deverão ajunctar áquelles valores.

37. É sabido (Elem. de Astr., tom. 1.º, n.º 272)¹ que, pondo

$n = L \cos D - A \sin D$, $m = L \sin D + A \cos D$,
se pôde tambem dar á equação (1) a fórma

$\theta = \tau + m + n \cot D + C \operatorname{cosec} D$;
e que m e n representam o que dissemos no n.º 29.

EXEMPLOS:

38. 1.º No dia 15 de Abril de 1886, estando o circulo a oriente, as observações das passagens inferior da polar e superior de δ Leonis deram:

	Polar	δ Leonis
Pend. fr.	13 ^h 11 ^m 31 ^s ,87	Chr. 14 ^h 14 ^m 22 ^s ,56
Red	+ 1,30	AR. 11 8 4,06
Chr. — Pend.	11 15,53	$\theta - t$ — 6 18,50
C.	13 22 ^m 48,70	— 6 18,61
r	— 0,22	k — 0,11
	13 22 48,48	
AR.	13 16 29,87	
$\theta' - t' - r$	— 6 18,61	

¹ A inspecção dos n.ºs 271 e 272 d'aquelles Elementos faz logo conhecer que houve nelles discordancia de notações; chamando-se m e a no n.º 171 o que se chamou respectivamente $90^\circ - a$ e $90^\circ - b$ no n.º 272 e que chamamos agora $90^\circ - m$ e $90^\circ - n$.

E as taboas dos factores dos erros A e C dão:

Polar	δ Leonis	
$a' = -2,286$	$a = -0,023$	$a' - a = -2,263$
$c' = -2,939$	$c = +0,073$	$c' - c = -3,010$

Portanto, sendo $C = -0'',30$, $L = +0'',25$, teremos:

$$\begin{array}{r}
 k \dots\dots\dots - 0,11 \\
 - C(c' - c) \dots\dots - 0,90 \\
 \hline
 - 1,01' \quad - 1,01 \\
 \hline
 - 2,263 \\
 \hline
 M \dots\dots + 0'',44 \\
 - L \cot D - 0,25 \\
 \hline
 A \dots\dots + 0'',19.
 \end{array}$$

2.º No dia 1 de maio, estando o circulo a occidente, as observações das passagens superior da polar e superior de τ Leonis deram:

	Polar	τ Leonis
P. F.	$1^h 11^m 15^s,13$	C. $11^h 29^m 5^s,77$
red.	$+1,30$	$r. - 0,97$
C—P	$12 \ 14,77$	$11 \ 29 \ 4,80$
C.	$1 \ 23 \ 31,20$	AR. $11 \ 22 \ 5,83$
AR.	$1 \ 16 \ 34,05$	$b' - t' - r - 6 \ 58,97$
$\theta - t$	$- 6 \ 57,11$	$- 6 \ 57,11$
		$k - 1,86$

E as taboas dão:

Polar	τ Leonis	
$a = +2,200$	$a' = -0,039$	$a' - a = -2,239$
$c = +2,938$	$c' = +0,067$	$c' - c = -2,876$

Portanto, sendo $C = + 0'',30$, $L = + 0'',25$,

$$\begin{aligned}
 k & \dots \dots \dots - 1,86 \\
 - C(c' - c) & \dots \dots \dots \frac{+ 0,86}{- 1,00} = + 0'',45 = M \\
 M & \dots + 0'',45 \\
 - L \cot D & = 0,25 \\
 A & \dots + 0'',20.
 \end{aligned}$$

39. Mas, se quizessemos servir-nos das duas observações para determinar A e C, as respectivas equações (2), escriptas sob a forma

$$k_1 - (a'_1 - a_1) L_1 \cot D = A (a'_1 - a_1) - C (c'_1 - c_1),$$

$$k_2 - (a'_2 - a_2) L_2 \cot D = A (a'_2 - a_2) + C (c'_2 - c_2),$$

na primeira das quaes chamamos — C a collimação por estar o circulo a oriente, seriam

$$+ 0'',46 = - 2,263 A + 3,010 C$$

$$- 1'',36 = - 2,224 A - 2,876 C:$$

por conseguinte $A = + 0'',20$; $C = + 0'',30$, conformes com o que havemos achado.

Rectificações dos instrumentos de passagens meridianas

40. 1.º Se não houver fio movel nem marca meridiana, note-se o instante em que a imagem d'uma estrella circumpolar passa por um fio (f) do reticulo: depois, se Cc é positiva, retire-se o reticulo para occidente acompanhando a estrella até que no fim do intervallo de tempo Cc a imagem esteja sobre o fio; e se Cc é negativa, depois da passagem pelo fio fixo (f) adiante-se o reticulo para oriente de modo que no fim do intervallo $i + Cc$ a imagem se ache sobre um dos fios seguintes (f'), sendo i o intervallo conhecido entre as passagens pelos dois fios. Ficará assim rectificada a posição do reticulo.

Poderá seguir-se um processo analogo a respeito da orientação, retirando porém o oculo, e não o reticulo, para occidente, ou adiantando-o para oriente, durante o intervallo Aa ou durante o intervallo $i + Aa$, por meio do movimento azimuthal.

41. 2.º Se ha fio movel, faça-se-lhe percorrer o espaço C para occidente ou para oriente da coincidência com um dos fios fixos, segundo fôr C positivo ou negativo; e, logo que a imagem da estrella estiver quasi a coincidir com o fio movel, mova-se instantaneamente o reticulo de modo que ella seja cortada pelo fio fixo.

42. 3.º Se ha fio movel e marca meridiana no horizonte, leve-se este fio á distancia C do contacto com um dos bordos da imagem da marca para oriente ou occidente, segundo fôr C positivo ou negativo; e depois mova-se o reticulo de modo que o mesmo fio volte áquelle contacto.

Egal processo se pôde empregar a respeito da orientação fazendo-se relativamente a $\mp A$, segundo está a marca a norte ou a sul, o que acabamos de dizer relativamente a C , com a differença de se mover em azimuth o oculo e não o reticulo.

43. No nosso instrumento de passagens portatil de Repsold, cujo oculo é angular, os fios do reticulo perpendiculares á direcção do movimento diario da imagem da estrella são horizontaes; e na passagem superior do astro a imagem atravessa o reticulo, descendo quando o circulo está a occidente, e subindo quando está a oriente, isto é, quando o ocular toma a posição opposta. É por isso necessario no primeiro caso elevar o reticulo quando a collimação, que se quer annullar, é para occidente, e abaixal-o quando ella é para oriente; e no segundo caso fazer o contrario.

O mesmo tem logar nas passagens inferiores, por mudarem nellas ao mesmo tempo o sentido do movimento e o signal de c .

Determinação dos erros instrumentaes de passagens, por meio do nível, da marca e das imagens do fio medio

Marca meridiana

44. Supponhamos uma marca circular parallela ao eixo de rotação do instrumento, e de tal sorte collocada que, ou por muito distante, ou pela interposição d'uma lente, os raios luminosos vindos d'ella entram parallelos no oculo.

Se, em uma posição do eixo de rotação, o fio medio fixo se projectar em F_1F (fig. 8) sobre a imagem da marca, e na posição inversa se projectar em F_2F , ficará fixa a linha MM do reticulo que passa pelo meio m de f_1f_2 . Fazendo pois, na primeira posição, as leituras $(O)_1$, $(E)_1$, (f) do micrometro do fio movel quando este toca os bordos O , E , da imagem e quando coincide com o fio medio FF , e similhantemente as de $(O)_2$, $(E)_2$ e (f) na posição inversa, teremos:

$$(C)_1 = \frac{1}{2} [(O)_1 + (E)_1], \quad (C)_2 = \frac{1}{2} [(O)_2 + (E)_2],$$

$$Cf_1 = \pm [(C)_1 - (f)], \quad Cf_2 = \pm [(f) - (C)_2];$$

usando dos signaes superiores quando na primeira posição as leituras crescerem com o movimento do fio movel de O para E , e do inferior quando ellas diminuirem.

E d'estas equações se deduzirão:

1.º O erro de collimação,

$$mf_1 = \frac{1}{2} (Cf_2 - Cf_1) = \pm \left((f) - \frac{1}{2} [(C)_1 + (C)_2] \right),$$

o qual será para oriente ou para occidente, segundo sair positivo ou negativo.

2.º O erro d'azimuth do oculo em relação ao centro da imagem da marca,

$$mC = \frac{1}{2} (Cf_2 + Cf_1) = \pm \left(\frac{1}{2} [(C)_1 - (C)_2] \right),$$

o qual será para occidente ou para oriente, segundo sair positivo ou negativo.

No caso de estar a marca bem orientada, será também Cm o erro azimuthal do oculo em relação ao meridiano.

45. Póde substituir-se commodamente á marca o fio vertical d'um collimador horizontal; sendo as formulas as mesmas, menos as duas primeiras, porque então as coincidencias do fio movel do oculo com aquelle dão logo $(C)_1$ e $(C)_2$.

46. Mas cumpre advertir que, se as refrações lateraes deslocarem a imagem da marca, os erros de $(C)_1$ e $(C)_2$, provenientes d'esse deslocamento, serão de signaes contrarios; compensando-se consequentemente na expressão de mf_1 e transmittindo-se na de mC .

É por isso que as observações da marca da Raposeira são aproveitaveis para determinar o erro de collimação, ainda que se façam em pequeno numero; só porém muitas, feitas em occasiões diversas, podem dar o erro d'azimuth com aproximação sufficiente.

47. Querendo usar só das leituras do bordo O ou só das leituras do bordo E, teremos

$$Of_1 = (f) - (O)_1, \quad Ef_1 = (E)_1 - (f),$$

$$Of_2 = (O)_2 - (f), \quad Ef_2 = (f) - (E)_2,$$

que, chamando R o raio da marca, dão:

$$f_1m = (f) - \frac{(O)_1 + (O)_2}{2}, \quad \text{ou} \quad f_1m = (f) - \frac{(E)_1 + (E)_2}{2};$$

$$Cm = R + \frac{(O)_1 - (O)_2}{2}, \quad \text{ou} \quad Cm = \frac{(E)_1 - (E)_2}{2} - R;$$

formulas cujas semisommas reproduzem as do n.º 44.

Os valores $(f)_1$ e $(f)_2$ deverão ser eguaes, se as leituras forem bem feitas; e por isso, se estas forem differentes, tomar-se-ha por (f) a media d'ellas.

EXEMPLOS

$$1.^\circ \quad \begin{cases} m_1 = +0.735 \\ m_2 = +1.010 \end{cases} \quad \begin{cases} C_1 = 0.20 \\ C_2 = 0.18 \end{cases}$$

No dia 18 de Abril de 1884, os contactos d'um fio vertical movel do Circulo

de Repsold com os bordos da imagem da marca da Raposeira, e as coincidências do mesmo fio com o medio fixo, operando duas vezes em cada posição do Circulo, deram:

Circulo a leste		
Bordo E. da imagem	Fio medio	Bordo O. da imagem
(E) ₁	(f)	(O) ₁
57,875	38,060	16,625
Circulo a oeste		
(E) ₂	(f) ₂	(O) ₂
16,040	37,875	57,725

D'este quadro tiram-se:

$$(f) = 37,967; (C)_1 = 37,250; (C)_2 = 36,882; R = \frac{R_1 + R_2}{2} = 20,73,$$

cujá substituição nas formulas do n.º 44 dá:

$$f_1 m = +0,90 = 0',45; C_m = +0,18 = +0',09;$$

e nas formulas do n.º 47 dá:

$$\left. \begin{array}{l} f_1 m = +0,795 \\ f_1 m = +1,010 \end{array} \right\} \text{meio } 0,90; C_m = 0,18.$$

Do mesmo modo no dia 28 de Maio de 1886 as observações d'aquella marca,

cada uma das quaes foi repetida dez vezes, deram o quadro seguinte:

Circulo a leste		
Bordo E. da imagem	Fio medio	Bordõ O. da imagem
(E) ₁	(f) ₁	(O) ₂
46,27	38,06	5,70
Circulo a oeste		
(E) ₂	(f) ₂	(O) ₂
16,040	37,875	57,725

do qual se tiram $(C)_1 = 25,985$; $(C)_2 = 48,930$; e com estes valores as formulas do n.º 44 dão

$$mf_1 = +0,271 = +0'',14; \quad Cm = -11,472 = -5'',74;$$

sendo o primeiro o erro da collimação para oriente; e o segundo o azimuth do centro da imagem contado do oculo para occidente, ou o do centro da marca contado para oriente.

2.º

No mesmo dia 28 de Maio de 1886, depois de alinhados os eixos opticos de dois collimadores horizontaes, collocados um a norte outro a sul, leram-se as coincidencias de um fio movel vertical do oculo com o vertical de cada um dos collimadores e com o fio medio do oculo; achando-se o seguinte:

C. a O.	Collimador do Sul		Collimador do Norte	
	Collimador	Oculo	Collimador	Oculo
	48,06	38	30	38
C. a E.	28,07	38	47,83	38
C. a O.	48,58	38	28,67	38

O que, tomando as medias das leituras feitas com o circulo a oeste, dá

Collimador do sul

$$(C)_1 = 48,32$$

$$(C)_2 = 28,07$$

Collimador do norte

$$(C)_1 = 29,33$$

$$(C)_2 = 47,83;$$

e por tanto, usando das formulas do n.º 45 com os signaes inferiores,

$$\text{coll.}^\circ \text{ sul} \dots \left\{ \begin{array}{l} m_1 f_1 = 38,195 - 38 = +0,195 = +0'',10 \\ m C_s = -\frac{1}{2} (20,25) = -10,12 = -5'',06 \end{array} \right.$$

$$\text{coll.}^\circ \text{ norte} \dots \left\{ \begin{array}{l} m_1 f_1 = 38,58 - 38 = +0,58 = +0'',29 \\ m C_n = \frac{1}{2} (18,50) = 9,25 = 4'',62 \end{array} \right.$$

cujas medias dão:

$$mf_1 = + 0,38 = + 0'',20$$

$$mC_n = + 9,68 = + 4'',84$$

$$mC_s = - 9,68 = - 4'',84$$

48. No caso de haver duas marcas, podemos servir-nos d'ellas, em conformidade com o que se disse no n.º 270 dos Elementos d'Astronomia.

Sejam (fig. 9) M_n , M_s as imagens das duas marcas a norte e a sul, de cujos centros se possa considerar a linha como passando pelo centro do oculo; CO a direcção do eixo ideal do oculo; CE a direcção do fio medio, e por conseguinte OCE e OCM o erro de collimação C e a differença azimuthal a do oculo e da marca.

Suppondo que as leituras do micrometro crescem com o movimento do fio movel de oriente para occidente, a figura dá:

$$ECM_n = d_n = (f) - (M_n)$$

$$ECM_s = d_s = (M_s) - (f),$$

isto é,

$$d_n = a - C, \quad d_s = a + C;$$

por conseguinte

$$C = \frac{d_s - d_n}{2}, \quad a = \frac{d_s + d_n}{2}.$$

EXEMPLOS

No dia 28 de Maio de 1886, depois de alinhar os eixos opticos dos dois collimadores, collocados um a norte e outro a sul do oculo, fez-se coincidir o fio medio movel com elles e com o eixo apparente do oculo; o que deu as leituras seguintes:

Collimador sul	48,53	Collimador norte	28,19
(f)	38	(f)	38
d_s	10,53	d_n	9,81

por tanto: Collimação para oriente $C = 0,36 = 0'',18$

Diferença em azimuth da imagem do fio vertical do collimador norte a respeito do oculo, para oriente, ou do proprio fio para occidente,

$$a = 10,17 = 5,08.$$

Similhantermente no dia 28 de Maio de 1886 os mesmos valores, de que já nos servimos,

C. a O.	C. a E.
$\left\{ \begin{array}{l} C_n = 29,33 \\ C_s = 48,22 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} C_n = 47,83 \\ C_s = 28,07 \end{array} \right.$

dão

$d_n = 8,67; d_s = 10,32$	$d_n = 9,83; d_s = 9,93$
$C = 0,82; a = 9,49$	$C = 0,05; a = 9,88$

cujos meios são também

$$C = +0,435 = +0',22; a = 9,68 = 4',84.$$

Aos exemplos do uso da marca da Reposeira e dos collimadores horizontaes ajunctaremos ainda os seguintes:

Em 14 de Junho de 1886 os collimadores deram:

$$C. a O. \dots d_s = 10, d_n = 8 \quad C. a E. \dots d_s = 10, d_n = 11,$$

dos quaes resultam, pelas formulas do n.º 45,

$$C = 0, C = +0',75; \text{ meio } C = +0',37;$$

ou, pelas formulas do n.º 48,

$$C = +0',50, C = +0',23; \text{ meio } C = +0',37.$$

A marca deu C. a O., dist. = 11,54 C. a E. 10,45;

por conseguinte

$C = +0'',27$, e azimuth. or. do centro da marca = $5'',5 - A = 5'',2$.

No dia 17 a marca deu $C = +0'',35$;

e no dia 21, $C = +0'',19$, azim. or. = $4'',3$.

Nivel e collimador vertical

49. Supponhamos que, estando o eixo optico do oculo perpendicular ao de rotaçào, as duas imagens, reflectida e directa, do fio medio fixo do reticulo coincidem quando este eixo está horizontal, ou que é nullo E quando são nullos C e L.

Representando a_1 e a_2 as inclinações da aresta superior do braço nas posições do circulo a occidente e oriente, $L_1 = a_1 - \frac{1}{2}i$ e $L_2 = a_2 + \frac{1}{2}i$ as do eixo de rotaçào, E_1 e E_2 as semidistancias das imagens, darão o erro de collimação C_1 as equações (Elementos d'Astronomia, n.º 268.)

$$L_1 + C_1 = E_1, \quad L_2 - C_1 = E_2$$

usando separadamente de cada uma d'ellas; ou, combinando-as,

$$C_1 = \frac{E_1 - E_2}{2} - \frac{L_1 - L_2}{2} = \frac{E_1 - E_2}{2} - \frac{1}{2}i;$$

A imagem reflectida mover-se-ha para occidente da directa, quando se elevar a extremidade occidental do eixo de rotaçào ou quando o erro de collimação fôr para oriente, isto é, quando forem positivos L ou C.

EXEMPLOS

No dia 21 de Maio de 1885, medindo com o fio movel as distancias 2E entre as imagens directa e reflectida do fio medio fixo, acharam-se:

$$C. \text{ a } O. \quad E_1 = 6^m = 3''$$

$$C. \text{ a } E. \quad E_2 = 0;$$

que dão

$$C_1 = \frac{E_1 - E_2}{2} - \frac{1}{2}i = + 0'',58.$$

No dia 26 de Março de 1886 acharam-se, pelo nivel e pela medição da distancia entre as imagens,

$$C. \text{ a } O. \quad a = + 2'',79, E = + 2'',20;$$

por conseguinte $C = + 0'',33$.

No dia 30 acharam-se

$$C. \text{ a } O. \quad a = 2'',70, E = 2'',06;$$

e por tanto $C = + 0'',28$.

No dia 28 de Maio de 1886 acharam-se:

$$C. \text{ a } O. \quad L_1 = + 1'',70, E_1 = + 2'',30$$

$$C. \text{ a } E. \quad L_2 = + 0'',19, E_2 = 0;$$

o que dá:

$$C = \frac{E_1 + E_2}{2} - \frac{1}{2}i = + 0'',23.$$

E no dia 30

$$C. \text{ a } O. \quad a = 0, E = 0'',72;$$

por conseguinte

$$C = + 0'',20.$$

Nos dias 20, 21 e 22 de Junho, estando o círculo a Oeste, as leituras do nível e das distancias das imagens deram, com muito pequenas diferenças,

$$a = 0, \quad E = -0'',72;$$

por conseguinte $C = +0'',20$.

No dia 26 as leituras, nas duas posições do círculo, deram;

$$\text{C. a O.} \quad a_1 = -0'',87; \quad E_1 = -0'',73$$

$$\text{C. a E.} \quad a_2 = -4'',37; \quad E_2 = -3'',15,$$

das quaes se deduz

$$C = \frac{E_1 - E_2}{2} - \frac{1}{2} i = +0'',29.$$

E no dia 30 deram:

$$\text{C. a O.} \quad a_1 = -1'',09, \quad E_1 = -0'',69$$

$$\text{C. a E.} \quad a_2 = -4'',81, \quad E_2 = -3'',26,$$

$$C = +0'',36.$$

50. Os valores dos erros de collimação, obtidos nos exemplos, que referimos, pelos diferentes processos expostos, mostram que todos esses processos são proprios para os determinar aproximadamente.

Comtudo, devendo o nível satisfazer ás condições de igual e perfeita adaptação ao braço sobre o qual se colloca e de liberdade do movimento da bolha, e a superficie do mercurio á condição de ser vertical a bissectriz do angulo das rectas que unem o logar da reflexão com as imagens directa e reflectida, parece-nos que nem sempre se poderá confiar muito na segurança da correlação das indicações d'aquelle com as posições do eixo, nem d'estas com as das imagens.

51. O que porém temos por summamente vantajoso é o uso das leituras **2E** para accusar, na mesma posição do círculo, as mudanças da inclinação do eixo ou do erro de collimação, que occurrerem durante as observações, como mostra a equação

$$\delta E = \delta L + \delta C;$$

e por isso deverá sempre haver o cuidado de fazel-as, quando se observar o nadir.

Assim, em quanto a distancia $2E$ se conservar a mesma, deverá suppor-se não ter havido mudança na inclinação do eixo nem no erro de collimação, por não ser provavel que ambos estes erros tenham experimentado variações taes que se compensassem; mas, quando na distancia $2E$ houver uma mudança $2dE$, será necessario determinar L e C por algum ou alguns dos processos que ficam expostos.

52. Marca da Raposeira. Á vista do que fica dicto, facilmente se percebe a importancia da marca fixa da Raposeira, a pezar dos inconvenientes que no uso d'ella provém das evaporações do Mõdego interposto.

Os resultados de nove observações, comprehendidos entre $3''{,}5$ e $6''$, parecem dar, com erro inferior a $1''$, o azimuth do centro da marca contado do meridiano do circulo de Repsold do Observatorio,

$4''{,}5$, para oriente.

E será este o que adoptaremos, em quanto um numero mais consideravel de determinações não vier confirmal-o ou corrigil-o.

20. Os valores dos erros de collimação, obtidos nos exemplos, que referimos, pelos diferentes processos expostos, são taes, que todos estes processos são proprios para se determinar aproximadamente.

Contudo, devese a nível satisfazer as condições de igual e perfeita abatção ao prazo sobre o qual se collaca a de liberdade do movimento da bolha, e a superficie do mercurio a condição de ser vertical a bissectrix do angulo das reflexões, que não se logra de reflectão com as imagens directas e reflectidas, porque não se podem sempre se poderá contar muito na segurança da correlação das indicações d'apudella com as posições do eixo, nem d'estas com as das imagens.

21. O que porém temos por sumamente vantajoso é o uso das leituras $2E$ para accusar, na mesma posição do circulo, as mudanças de inclinação do eixo ou do erro de collimação, que occorrem durante as observações, como mostra a equação

$$2E = 2L + 2C;$$

e por isso devese sempre haver o cuidado de fazel-as, quando se observar o nivel.

VI

Collimadores horizontaes

53. O reticulo do collimador consta de dois systemas de fios parallellos, (fig. 10), um composto dos dois fixos AB e $A'B'$, outro, com movimento graduado, composto dos fios ab e $a'b'$; ambos munidos dos parafuzos respectivos que transportam cada um d'elles, sem dependencia um do outro, perpendicularmente á sua direcção. E ha tambem parafuzos para imprimir o movimento de rotação a todo o reticulo $AB'ab'$.

54. Supponhamos que se transporta o systema ab' de modo que fique symetrico em relação a AB' , isto é, de modo que sejam eguaes as distancias Aa a $a'A'$, e por conseguinte commum a ambos o meio mn .

Para o conseguir e achar a divisão do micrometro correspondente a este meio, bastará transportar ab' até que o fio ab coincida com o fio AB , depois $a'b$ até que $a'b'$ coincida com $A'B'$, e ler nestas duas posições as divisões correspondentes α , α' do micrometro. A leitura correspondente ao meio mn será $\frac{\alpha + \alpha'}{2} = \mu$.

E restituir-se-ha a symetria ao systema, quando a graduação do micrometro for e dever ser μ_1 , movendo ab' até a graduação $\mu_1 + \alpha - \mu$, depois AB até coincidir com ab , e finalmente repondo ab' na μ_1 .

55. Tendo-se previamente levado pela rotação os fios horizontaes do collimador a serem parallellos aos horizontaes EF , $E'F'$, do oculo meridiano (Fig. 14), proceder-se-ha, como se segue, a regular o eixo optico.

Sejam aa e bb (Fig. 12) os fios parallellos do collimador, e mm o fio movel do reticulo do oculo do circulo.

Depois de fazer coincidir o fio movel do circulo com o do collimador bb (1.^a pos.), inverter-se-ha o collimador. E, se na nova posição (2.^a pos.) não coincidir mm com aa , medir-se-ha a sua distancia, levar-se-ha o fio movel ao meio (m') (m') d'esta, e mover-se-ha o reticulo do collimador até coincidir aa com $m'm'$.

Assim ficará o eixo optico bem regulado, isto é, coincidirá com o eixo de rotação; devendo por conseguinte tornar-se horizontal quando pelo nivelamento se

tornar horizontal a aresta superior. Mas, para o verificar, ou para corrigir algum pequeno erro que reste, inverter-se-ha o collimador, a fim de o repor na posição antecedente; e, se for necessario, repetir-se-ha o processo até que nas duas posições inversas o fio movel do oculo cubra successivamente os dois fios do reticulo do collimador.

EXEMPLOS

56. 1.º Tendo obtido, pelo processo exposto, a coincidência do eixo optico do collimador com o de rotação, percorreram-se depois em 24 de Outubro de 1885 os quatro fios do collimador do sul e do oculo, e acharam-se as leituras:

OCULO		COLLIMADOR	
Fio sup.	Fio inf.	Fio sup.	Fio inf.
77,1	52,9	80,4	49,8
Media	65,0	Media	65,1

ficando assim bem dirigido o eixo optico do oculo para o do collimador.

Nesta posição o micrometro dos fios medios do collimador ficou indicando $\mu = 13$; e, levados successivamente o fio superior de ab' (Fig. 10) a coincidir com AB e o inferior a coincidir com $A'B'$, acharam-se as leituras:

Sup.	Eixo opt.	Inf.
α	μ	α
$100 + 25,5$	13	$-100, + 0,4$

que dão $\alpha - \mu = 112,5$ $\mu - \alpha' = 112,6$;

por conseguinte symetricos os fios do reticulo.

2.º Similhantermente no collimador collocado a norte obtiveram-se no dia 26 de Dezembro de 1885 as leituras:

OCULO		COLLIMADOR	
Fio sup.	Fio inf.	Fio sup.	Fio inf.
51,25	76	51,25	76,25
Media	63,62	Media	63,75

Nesta posição o micrometro ficou indicando $\mu_1 = 127,7$; e, levando os fios de ab' a coincidir successivamente o superior com o superior de AB' e o inferior com o inferior, acharam-se as leituras:

α	μ	α'
248,6	127,7	6,7

que dão $\alpha - \mu = 120,9$, $\mu' - \alpha' = 121,0$;

e portanto sensivelmente symmetricos os fios do reticulo.

Observações dos collimadores com o circulo

57. Regulados os eixos opticos, poderão ser observados com o oculo por qualquer dos processos seguintes:

1.º Sejam aa e bb (Fig. 13) os fios do collimador, EE e FF os do oculo.

Movido o oculo até coincidir $E'E'$ com aa , meça-se pelo fio movel a distancia de $F'F'$ a bb ; depois colloque-se este fio no meio mm d'aquella distancia; e finalmente mova-se o oculo até coincidir o fio movel com bb .

Nesta posição ficarão os fios do oculo equidistantes dos respectivos do collimador, e por conseguinte os seus eixos opticos em coincidencia.

2.º Leve-se o oculo successivamente ás coincidencias do fio superior d'elle com o superior do collimador, e do inferior com o inferior; e tomem-se as semisommas das leituras dos microscopios correspondentes a estas duas posições.

Nesta operação serão as mais das vezes preferiveis ás coincidencias os contactos symetricos.

3.º Dirija-se o oculo de modo que os fios superior e inferior de um dos reticulos cubram respectivamente os superior e inferior do outro, ou pareçam equidistantes d'elles.

A escolha d'estes processos dependerá da relação das distancias dos dois fios nos dois reticulos, e do habito do observador.

Mas se, por qualquer circumstancia, não houver a certeza de estar bem regulado o eixo optico de um dos collimadores, annullar-se-ha a influencia que proviria d'essa causa observando alternadamente em posições inversas d'elles e tomando a semisomma das leituras em cada par de observações.



Nesta posição o microscopio tem o eixo optico dirigido para a coincidência successivamente a superior com a superior de AB e a inferior com a inferior, separam-se as leituras:

que dá $a - c = 150,9$ e $b - d = 151,0$.
O portanto estabelecimento symetrico dos fios do reticulo, e a leitura de a e b em c e d dá a semisomma das leituras com o circulo

22. Regulados os eixos opticos, habito ser observado com o oculo por qualquer dos processos seguintes:

1.º Segun os a e b (Fig. 13) os fios do collimador RR e FF do oculo. Move-se o oculo até coincidir FF com a , move-se pelo fio b até a distancia de FF a b ; depois collimador este fio de modo que a distancia c e d coincida com a e b .

Nesta posição lêem-se os fios do oculo equidistantes dos respectivos do collimador, e por consequencia os seus eixos opticos em coincidência.

2.º Parte-se o oculo successivamente as coincidencias do superior d'elle com o superior do collimador, e do inferior com o inferior; e tomam-se as semisomas das leituras dos microscopios correspondentes a estas duas posições.

VIII

Flexão do oculo

59. Se, em virtude da elasticidade, o peso da parte objectiva do oculo a inflectir dando-lhe uma curvatura (Fig. 14) cada vez mais sensível desde o zenith até o horizonte, o centro optico o do objectivo descerá para o' , de sorte que o eixo optico, que passa por este ponto e pelo centro do reticulo, tomará a direcção ro' , ao passo que a leitura respectiva corresponderá a ro , dando a distancia zenithal ZOo , com o erro oOH para menos. E, se se inflectir a parte ocular, o centro do reticulo baixará (Fig. 15) de r para r' , e a distancia zenithal lida será ZOo , com o erro HOo para mais.

Assim o erro definitivo será a differença dos provenientes das inflexões das

duas partes do oculo,

$$f = f' - f''.$$

60. 1.º Se o tubo do oculo for construido de sorte que se possam trocar entre si as lentes objectiva e ocular, esta troca mudará o signal da inflexão.

Portanto, enfiando com o oculo o eixo optico de um collimador horizontal, e repetindo a operação depois de trocar entre si as duas lentes, a metade da differença das duas leituras será a flexão no horizonte.

61. 2.º Se, como na figura 2, dirigirmos o oculo para o eixo optico de um collimador horizontal, collocado successivamente a norte e a sul do instrumento e bem nivelado, a differença das leituras nas duas posições será

$$\delta = 180^\circ - 2f,$$

e portanto a flexão no horizonte

$$f = 90^\circ - \frac{1}{2}\delta.$$

62. Mas, para maior segurança e perfeição, convém empregar dois collimadores eguaes, um a norte e outro a sul do instrumento, tirando as duas tampas oppostas do cubo central do oculo, a fim de que por um dos collimadores se possa ver o outro; e depois nivelando e regulando estes de modo que por cada um d'elles se enfie o eixo optico horizontal do outro.

63. Se os eixos opticos não ficarem exactamente regulados, poderá, em cada par de observações, fazer-se uma com os collimadores em uma posição, e outra com elles na posição inversa; porque o resultado medio será independente dos erros d'aquelles eixos.

E se os collimadores não estiverem bem nivelados, attender-se-ha aos erros de nivel como se verá no que vamos expor.

64. Sejam H_s , H_n , as leituras correspondentes ás coincidencias successivas do eixo optico do oculo com os eixos proximamente horizontaes dos collimadores, collocados um a sul e outro a norte; i_s , i_n , as elevações das extremidades boreaes d'estes; f a flexão. As leituras correspondentes ás posições exactamente horizontaes serão:

Leit. hor. a sul Leit. hor. a norte

$$\text{C. a O.} \quad \begin{cases} H'_s = H_s - i_s & H'_n = H_n - i_n \\ H'_s - H'_n + 2f = 180^\circ \end{cases}$$

$$\text{C. a E.} \quad \begin{cases} H'_s = H_s + i_s & H'_n = H_n + i_n \\ H'_n - H'_s + 2f = 180^\circ. \end{cases}$$

Das quaes se deduz

$$f = \pm \frac{\pm 180^\circ + H_n - H_s}{2} + \frac{i_s - i_n}{2};$$

pertencendo o signal superior á posição do circulo a oeste, e o inferior á posição do circulo a leste.

65. Tambem se póde dirigir o oculo successivamente para o nadir e para

os eixos opticos dos collimadores horizontaes. Os valores das leituras Z correspondentes ao zenith serão:

Obs. do hor. a sul	Obs. do Nadir	Obs. do hor. a norte
$H'_s \pm f \mp 90^\circ$	$180^\circ + N$	$H'_n \mp f \pm 90^\circ$

comparando o primeiro e o terceiro dos quaes com o segundo se acharão:

(1) $\dots \dots \dots$	(2) $\dots \dots \dots$	(3) $\dots \dots \dots$
Collimador a sul		Collimador a norte
$\pm f = -H'_s + N + 180^\circ \pm 90^\circ$		$\pm f = H'_n - N - 180^\circ \pm 90^\circ$

E a media dos tres dará

$$Z = \frac{H'_s + H'_n + N + 180^\circ}{3},$$

independente da flexão.

66. 3.º Finalmente, observando duas estrellas, uma ao sul e outra ao norte do zenith, e sendo z_s, z_n , as suas distancias zenithaes deduzidas das observações, os valores da latitude geographica do logar, que d'ellas resultam, serão

$$\varphi_s = d + z_s, \quad \varphi_n = d' - z_n,$$

afectos do erro proveniente da flexão; e por conseguinte a latitude correcta será

$$\varphi = d + (z_s + f \text{ sen } z_s) = \varphi_s + f \text{ sen } z_s,$$

$$\varphi = d' - (z_n + f \text{ sen } z_n) = \varphi_n - f \text{ sen } z_n;$$

equações que dão

$$f = \frac{\varphi_n - \varphi_s}{\text{sen } z_n + \text{sen } z_s}$$

67. No caso de terem as leituras da direcção zenithal um erro de valor

absoluto $Z_1 CZ = \delta Z$ (Fig. 16) e as leituras da direcção horizontal um erro de valor $H'CH = \delta H$, a observação de uma estrella, cuja leitura correcta chamaremos *, dará as equações seguintes, conforme estiver o circulo a occidente ou a oriente:

C. a O.

C. a E.

$$z = * - Z_1 + \delta Z \dots (1) \quad z = Z_1 - * + \delta Z \dots (1)$$

$$90^\circ - z = H'_s - * + \delta H. (2) \quad 90^\circ - z = * - H'_s + \delta H. (2)$$

$$90^\circ + z = * - H'_n + \delta H (3) \quad 90^\circ + z = H'_n - * + \delta H. (3),$$

das quaes se tiram:

$$90^\circ = H'_s - Z_1 + \delta Z + \delta H \quad 90^\circ = Z_1 - H'_s + \delta Z + \delta H$$

$$90^\circ = Z_1 - H'_n + \delta H - \delta Z \quad 90^\circ = H'_n - Z_1 + \delta H - \delta Z;$$

e estas dão

$$\delta H = \frac{180^\circ + H'_n - H'_s}{2} \quad \delta H = -\frac{180^\circ + H'_n - H'_s}{2}$$

= f

= f

$$\delta Z = \frac{2Z_1 - H'_n - H'_s}{2} \quad \delta Z = -\frac{2Z_1 - H'_n - H'_s}{2};$$

isto é,

$$\delta H = \pm \frac{180^\circ + H'_n - H'_s}{2}, \quad \delta Z = \pm \frac{2Z_1 - H'_n - H'_s}{2},$$

pertencendo os signaes superiores á posição do circulo a oeste e os inferiores á posição do circulo a leste.

Dando a mesma interpretação aos duplos signaes, serão $\pm \delta Z$ os erros de leitura do zenith, $\mp \delta H$ os de leitura do horizonte austral, e $\pm \delta H$ os de leitura do horizonte boreal.

Depois, se fizermos observações de estrellas, qualquer das equações (1), (2), (3), dará as suas distancias zenithaes z correctas d'aquelles erros.

68. Se a direcção do oculo corresponder á distancia zenithal z , a flexão será devida á componente da gravidade perpendicular a elle, $g \sin z$, e portanto será $f \sin z$ o seu valor, que acabamos de empregar.

Aplicações

1.º No dia 29 de Julho de 1880 obteve-se a distancia zenithal da marca da Raposeira, observando o nadir pela verticalidade do fio ideal, pelas dos dois fios reaes, e pelas das linhas collocadas a $\frac{1}{4}$ de distancia dos reaes (n.ºs 6 e 7), e os dois bordos superior e inferior da marca.

Feitas tres observações de cada especie, achamos assim as medias d'ellas:

Zenith	270°2'	26",625
		26,562
		26,681

Meio 270°2' 26",623;

e a semisomma das medias das leituras do circulo correspondentes aos bordos da marca foi 358°44'17",441.

Depois, trocando entre si as lentes ocular e objectiva, achou-se por outras tantas operações;

Zenith	90°2'	27",875
		27,875
		27,968

Meio 90°2' 27",906

Centro da marca 178 44 18,703.

Teremos pois:

1.ª posição	
270 2 26,623	
358 44 17,441	
<hr/>	
z_1	88 41 50,818

2.ª posição	
90° 2'27",906	
178 44 18,703	
<hr/>	
z_2	88 41 50,791

$$\text{Flexão} = \frac{z_1 - z_2}{2} = 0",01,$$

e portanto insensivel.

2.º No dia 16 de Dezembro de 1885, operando, como se disse no n.º 61, para regular e tornar horizontaes os eixos opticos dos dois collimadores, achamos os resultados inscriptos no quadro seguinte:

$H_n - H_s + 180^\circ$	
	+ 1",01
	0,51
	1,00
	0,69
	0,69
Meio	0,78

e portanto $f = + \frac{0.78}{2} = + 0",39$.

3.º No dia 5 de Outubro de 1886, operando como se disse nos n.ºs 62 e 63, acharam-se os resultados seguintes, sendo 1",56 e 1",333 os valores respectivos das divisões dos niveis dos collimadores, do sul e do norte:

PRINCIPIO E FIM		
$i_s = + 0,55 \times 1",56 = + 0",86$; $i_n = + 3,198 \times 1",333 = + 4",26$		
Posições	$H_n - H_s + 180^\circ$	$i_n - i_s$
1. ^a	+ 4",25	- 3",40
2. ^a	4,75	
1. ^o	3,87	
2. ^a	4,58	
1. ^a	3,51	
2. ^a	4,37	
Meios	4",22	- 3",40

E portanto:

$$f = \frac{4'',23 - 3'',40}{2} = 0'',41.$$

Similantemente operando por estes processos em outros dias, achamos resultados, que junctos a estes dão o quadro seguinte:

Datas	Valores de f
1885 16 de dezembro	+ 0'',39
1886 6 de janeiro	0,44
» 12 »	0,55
» 15 e 16 de março	0,43
» 20 de »	0,16
» 5 de abril	0,43
» 6 de »	0,23
» 7 de »	0,55
» 2 de junho	0,30
» 5 de »	0,56
» 5 de outubro	0,41
» 9 de »	0,20
» 13 de »	0,17
Meio	0,35

Segundo estas observações seria pois 0'',35 o valor da flexão; mas foram os deduzidos de outras tão discordes entre si e d'elle, que só repetindo muitas vezes as operações se poderá obter um resultado que mereça confiança. Nem são para admirar taes discordancias, porque, além da difficuldade de acertar as coincidencias dos tres eixos opticos, cada quarto de divisão de erro de nivel introduz o erro 0'',2 na pequena quantidade que se procura.

Mais sete das mesmas operações feitas em Novembro e Dezembro, cujos resultados foram comprehendidos entre 0'',13 e 0'',49, dariam a media 0'',32.

4.º Se ás observações dos horizontes no dia 16 ajunctarmos a do nadir, que dá $Z_1 = 269^\circ 59' 56'',32$, teremos:

H_s	359 59 57,28	H_n	179 59 58,32
— i_s	— 1,36	— i_n	— 2,00
H'_s	359 59 55,92	H'_n	179 59 56,32;

e as formulas do n.º 67 darão

$$\begin{array}{r} -(H'_s + H'_n) - 179 \ 59 \ 52,24 \\ 2Z_1 \quad 179 \ 59 \ 52,64 \\ \hline + 0'',40 \end{array}$$

$$\delta Z = \frac{0'',40}{2} = 0'',20.$$

69. Para o fim, de que se tracta no n.º 54, tambem serve o micrometro do fio movel do oculo, medindo com elle as distancias de AB a *ab* e de *a'b'* a A'B'; depois elevando esse fio acima de *ab* ou abatendo-o abaixo de *a'b'*, de uma distancia igual á semisomman dan duas; e por fim levando AB a coincidir com *ab* ou A'B' a coincidir com *a'b'*.

70. Na applicação do processo do n.º 55 póde usar-se de ambos os fios do collimador, e tomar a media das posições por ella assignadas ao micrometro.

Assim, feitas as leituras *s* e *i* do micrometro do fio movel do oculo nas coincidencias com os fios superior o inferior do collimador, e as mesmas leituras *s'* e *i'* na posição inversa d'este, levaremos aquelle fio á leitura $\frac{1}{2}(s + s')$, e depois o superior do collimador a coincidir com elle; ou leval-o-hemos á leitura $\frac{1}{2}(i + i')$, e depois o inferior do collimador a coincidir com elle. E se estes movimentos assignarem posições um pouco differentes ao micrometro do collimador, collocal-o-hemos na media d'ellas.

IX

Distancias zenithaes das circumpolares

71. Sejam: a linha punctuada AB (Fig. 17) a posição do meio dos fios horizontaes muito proxima da imagem da estrella quando esta entra no reticulo do oculo; z_1 a distancia zenithal correspondente, dada pelas leituras dos microscopios do circulo e aMb a curva que a imagem descreve quando atravessa os fios verticaes do reticulo.

Como o fio movel percorre o espaço Co para passar da posição inicial ACB á acb onde encontra simultaneamente, em cada um dos fios extremos, o fio vertical e a imagem da estrella na subida e descida d'esta, deverá tirar-se a correcção Co ou ajunctar-se á distancia zenithal z_1 , segundo fór a passagem superior ou inferior; e, além d'isso, deverá tirar-se ou ajunctar-se a redução da distancia zenithal observada á meridiana: sendo assim

$$z_1 \mp (Co + \text{redução})$$

a distancia zenithal meridiana ZM .

No caso de não ser bem horizontal a linha AB, a estrella estará em alturas deseguaes quando a sua imagem encontrar os pares de fios verticaes equidistantes do medio; a semi-somma porém d'estas alturas será a mesma que seria se o reticulo estivesse bem collocado, isto é, se AB fosse horizontal.

72. Procedendo do mesmo modo quando a imagem estellar fór encontrando os outros fios do reticulo, obter-se-ha a distancia zenithal pela media de tantos valores quantos forem os fios onde se fizer a observação.

E assim, chamando m o movimento Co do fio movel expresso em segundos, P

o angulo horario, $2n + 1$ o numero de fios verticaes, onde se observa, e Δ a distancia polar do astro, a distancia zenithal meridiana será

$$z = z_1 + \frac{\sum \left(m + \frac{\text{sen}^2 \frac{1}{2} P \text{sen} 2 \Delta}{\text{sen} 1''} \right)}{2n + 1} \dots \dots \dots (1).$$

(Elem. d'Astr. n.º 131, 132, 133, 264).

73. Se, em vez de deixar o oculo em uma posio fixa e percorrer com o fio movel o espao CM, se mover o proprio oculo para levar AB ao encontro com a imagem estellar nos fios verticaes, será m nullo.

Preferimos este processo, quando se usa só de fios taes que entre as passagens consecutivas por elles se interpõem intervallos de tempo sufficientemente grandes: como acontece, quando se usa só dos fios (1), (12) e (23), ou ainda dos (1), (6,5), (12), (17,5) e (23); chamando (6,5) e (17,5) dois fios moveis collocados, um no meio do intervallo entre (6) e (7), outro no meio do intervallo entre (17) e (18).

74. No circulo meridiano de Repsold do Observatorio de Coimbra as divisões do micrometro do fio movel horizontal do reticulo são de $0'',4974$, e por isso  

$$m = Co. 0'',4974$$

ou

$$m = \frac{1}{2} Co. \left[1 - \frac{1}{200} \left(1 + \frac{4}{100} \right) \right]''.$$

EXEMPLOS

I

1.º A observao da polar na passagem superior em 18 de Janeiro de 1884 deu (Circ. a E.).

Na posio AB	Microscopios	1	2	3	4
	Estrella	138° 30' 30'',5	25	41,5	46,5
Zenith	90 1 23	15	35,5	41	
Dist. zen.	48 29 7,5	10	6	5,5	

Meio $z_1 = 48^\circ 29' 7'',25$.

2.º Nas intersecções do fio movel com os fios verticaes, quando nelles passa a estrella, as leituras correspondentes dos espaços *Co* dão:

Fios verticaes	(1)	(3)	(4)	(6)	(7)	(10)	12
Estrella	12 60	40,5	7	93	70,5	59,5	54
Estrella	12 60,5	39,5	5	90,5	67	59,5	
Fios verticaes	(23)	(21)	(20)	(18)	(17)	(14)	
Meios	12 60,25	40	6	91,75	68,75	59,5	54

Como o circulo estava a oriente, as leituras do micrometro diminuiram quando o fio movel caminhou de norte para sul, em conformidade com o que se disse no n.º 15; e por tanto os espaços *Co* acham-se subtrahindo da leitura correspondente a *C* as correspondentes a *o*, o que dá:

Fios	(1)	(3)	(4)	(6)	(7)	(10)	(12)
e	e	e	e	e	e	e	(12)
	(23)	(21)	(20)	(18)	(17)	(14)	
	0	20,25	54,25	68,5	91,5	100,75	106,25

D'onde, substituindo na expressão de *m*, resultam os seus valores respectivos:

Fios	(1)	(3)	(4)	(6)	(7)	(10)	(12)
e	e	e	e	e	e	e	(12)
	(23)	(21)	(20)	(18)	(17)	(14)	
<i>m</i>	0'',00	10'',07	26'',98	34'',07	45'',52	50'',11	52'',85

3.º A observação das passagens pelos fios verticaes deu:

Fios	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Passagem	0 ^h 38 ^m 50 ^s	40 ^m 38 ^s	47 ^m 44 ^s	49 ^m 33 ^s	51 ^m 21 ^s
Passagem pelo fio (12)	1 ^h 11 ^m 33 ^s	11 33	11 33	11 33	11 33	11 33
Passagem	1 46 4	44 22	42 38	35 39	33 44	32 0
Fios	(23)	(22)	(21)	(20)	(19)	(18)

e portanto

Fios	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Ang. hor.	32 ^m 43 ^s	30 ^m 55 ^s	23 ^m 49 ^s	22 ^m 0 ^s	20 ^m 12 ^s
Ang. hor.	34 ^m 31 ^s	32 49	31 5	24 6	22 11	20 27
Fios	(23)	(22)	(21)	(20)	(19)	(18)
Meios	34 31	32 46	31 0	23 57,5	22 5,5	20 19,5
	*		*	*		*

Fios	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Passagem	58 ^m 25 ^s	0 ^m 6 ^s	1 ^m 50 ^s	3 ^m 39 ^s	10 ^m 40 ^s
Passagem pelo fio 12	11 33	11 33	11 33	11 33	11 33
Passagem	24 49	23 7	21 18	19 36	12 27
Fios	(17)	(16)	(15)	(14)	(13)

e portanto

Fios	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Ang. hor.	13 ^m 8 ^s	11 ^m 27 ^s	9 ^m 43 ^s	7 ^m 54 ^s	0 ^m 53 ^s
Ang. hor.	13 16	11 34	9 45	8 3	0 54
Fios	(17)	(16)	(15)	(14)	(13)
Meios	13 12	11 30,5	9 44	7 58,5	0 53,5
	*			*	

4.º Para os angulos horarios marcados com o signal *, a taboa transcripta nos Elementos d'Astronomia dá, em segundos, os valores seguintes de

$$\frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} P}{\operatorname{sen} 1''} = 2k,$$

comprehendendo tambem o correspondente ao fio (12), que é nullo:

2334'',9 1947'',2 1125'',9 810'',6 342'',0 124'',8 0'',0,

multiplicando as metades dos quaes por $\text{sen } 2\Delta = [8.6579795]$ e sommando os productos com os m respectivos

0,00 10,07 26,98 34,07 45,52, 50,11 52,85

se obtem os valores de $z - z_1$

53'',11 54'',36 52'',59 52'',51 53'',30 52'',95 52'',85,

cuja media é 53'',10.

5.º Com a media $z_1 = 31'',4$ das distancias zenithaes e com as indicações 765^{mm},78 do barometro e 12º,7 do thermometro acharemos a refração 65'',64, e depois a distancia zenithal verdadeira

$$48^\circ 29' 7'',25 + 65'',64 - 53'',11 = 48^\circ 29' 19'',78.$$

II

A observação da mesma estrella na passagem inferior em 18 de Janeiro deu:

Fios	1 e 23	3 e 21	4 e 20	6 e 18	7 e 17	10 e 14	12
Leituras medias em o	12 62,25	89,25	121,62	137,62	154,00	167,75	172,00
Angulo horario	34 ^m 34 ^s ₁	30 ^m 56 ^s	23 ^m 48 ^s	20 ^m 21 ^s	13 ^m 18 ^s	7 ^m 51 ^s	0

é por conseguinte:

<i>m</i>	0'',00	13'',43	29'',53	37'',48	45'',64	52'',50	54'',59
<i>k sen 2 Δ</i>	53,54	42,68	25,28	18,49	7,90	2,75	0
Redução	53,54	56,11	54,81	55,97	53,54	55,25	54,59

Media + 54'',83.

E assim:

$$\begin{array}{rcl} \bar{z}_1 + r & 51^\circ 4' 51'',70 & \text{Bar. } 764^{\text{mm}},80 \\ \text{Redução} & + 54,83 & \text{Th. } 10^\circ,3 \\ \hline z & 51^\circ 5' 46'',53. & \end{array}$$

Da combinação d'estas duas observações da polar resultariam os valores seguintes da latitude do Observatorio e da declinação da estrella:

$$\varphi = 90^\circ - \frac{51^\circ 5' 46'',53 + 48^\circ 29' 19'',78}{2} = 40^\circ 12' 26'',84$$

$$\delta = 90^\circ - \frac{51^\circ 5' 46'',53 - 48^\circ 29' 19'',74}{2} = 88^\circ 41' 46'',63.$$

Nota

AO N.º 72

1.º Como a observação se faz fóra do meridiano e a leitura se faz na projecção sobre o circulo, o triangulo rectangulo Pp dá immediatamente

$$\text{tang } \Delta_1 = \cos P \text{ tang } \Delta$$

e portanto (Calc. das Ephem. pag. 109, 2.ª eq. [c])

$$\Delta_1 - \Delta = \Sigma \left(-\text{tang}^2 \frac{1}{2} P \right)^i \frac{\text{sen } 2i\Delta}{i \text{sen } 1''},$$

a qual, parando na quarta ordem, e substituindo

$$\text{sen}^2 \frac{1}{2} P + \text{sen}^4 \frac{1}{2} P \text{ por } \text{tang}^2 \frac{1}{2} P \text{ e } 1 - 2\text{sen}^2 \Delta \text{ por } \cos 2\Delta,$$

toma a fórma

$$\Delta - \Delta_1 = \text{sen}^2 \frac{1}{2} P \frac{\text{sen } 2\Delta}{\text{sen } 1''} + 2\text{sen}^4 \frac{1}{2} P \frac{\text{sen } 2\Delta \text{sen}^2 \Delta}{\text{sen } 1''} \dots \dots \dots (2).$$

O ultimo termo é insensível para a polar, e ainda insignificante para estrellas de maior declinação que a d'esta.

Querendo porém tomar Δ_1 para argnmento e não Δ , a 1.ª eq. (c) da pagina 109 do Calc. das Ephem., transformada por um processo analogo, dá

$$\Delta - \Delta_1 = \text{sen}^2 \frac{1}{2} P \frac{\text{sen } 2\Delta_1}{\text{sen } 1''} + 2\text{sen}^4 \frac{1}{2} P \frac{\text{sen } 2\Delta_1 \cos^2 \Delta_1}{\text{sen } 1''} \dots \dots \dots (3).$$

Em (3) o segundo termo é na polar $0'',63$ para $P = 34^m,5$, e na λ Ursae min. $1'',20$ para $P = 43^m,5$.

2.º Por onde se vê que póde usar-se da formula (2) sem o ultimo termo, quando se emprega a distancia polar apparente Δ tirada de um catalogo; mas que deve usar-se da formula (3) completa, quando se emprega a distancia polar Δ_1 dada pela observação irreduzida.

3.º O angulo horario verdadeiro P é o intervallo sideral decorrido desde o tempo da passagem meridiana θ (n.ºs 32 e 37) até o da observação. E quanto a Δ_1 , póde prescindir-se de pequenos erros instrumentaes que não influem nella sensivelmente.

X

Erros provenientes dos defeitos instrumentaes

75. Da excentricidade. 1. Raras vezes será tão perfeita a construção do instrumento que o eixo de rotação se projecte exactamente no centro C' do circulo (fig. 18). Seja C a sua projecção; e E o ponto onde $C'C$ prolongada encontra a circumferencia.

Desde a projecção CE da alidade até CA , o angulo descripto pela direcção do eixo optico é $ACE = A'C'E = A'E$; e a gradação do arco de circulo, que passa por baixo de um microscopio fixo, é igual a AE . Por conseguinte a correcção d'este arco é sensivelmente $AA' = e \text{ sen } ACE$; e na extremidade opposta B é igual, mas de signal contrario.

76. Leva isto a suppormos á correcção a fórmula

$$\chi(l) = e' \text{ sen } (l + E') + e'' \text{ sen } (2l + E'') + e''' \text{ sen } (3l + E''') + \dots,$$

sendo l as leituras contadas de qualquer origem O ; e lendo o microscopio depois de dar ao circulo o movimento de 180° , será

$$\chi(180^\circ + l) = -e' \text{ sen } (l + E') + e'' \text{ sen } (2l + E'') - e''' \text{ sen } (3l + E''') + \dots$$

Mas, segundo o que fica dicto, deve ser $\chi(l) = -\chi(180^\circ + l)$, para o que se torna necessario que sejam nullos e'' , e^{iv} , \dots ; portanto a fórmula de $\chi(l)$ será mais particularmente

$$\chi(l) = e' \text{ sen } (l + E') + e''' \text{ sen } (3l + E''') + \dots \quad (1).$$

77. Do defeito dos munhões. Não sendo quasi nunca perfeita-mente circular a secção dos munhões perpendicular ao eixo, o centro C (fig. 19), durante a revolução do braço, mudará de posição, passando para C₁; d'onde deve provir um erro do arco lido. Com effeito, se o centro C se conservasse immovel, um dos raios CA ficaria na direcção do microscopio (A); movendo-se porém para C₁, aquelle raio tomará a direcção C₁A₁, e a graduação debaixo do microscopio dará o arco E₁A, que tem AA₁ de mais do que a verdadeira medida E₁A₁ do angulo E₁C₁A₁ ou ECA. No microscopio opposto (B) este erro é BB₁, egual ao primeiro, mas de signal contrario.

Se o eixo de rotação equidistar dos dois pontos oppostos do munhão, onde no principio e no fim do movimento de 180° se apoia o braço, como acontecerá sendo a fórma da secção symetrica, o ponto C ficará o mesmo nessas duas posições, e o erro, lendo-se ainda o microscopio (A), conservará por isso na segunda o valor e signal que tinha na primeira.

78. Representando pois a correcção, de que se tracta, pela funcção periodica

$$\varphi(l) = f' \text{sen}(l + F') + f'' \text{sen}(2l + F'') + f''' \text{sen}(3l + F''') + \dots;$$

se dermos ao circulo o movimento de 180°, e lermos a divisão que fica debaixo do mesmo microscopio, a funcção

$$\varphi(180^\circ + l) = -f' \text{sen}(l + F') + f'' \text{sen}(2l + F'') - f''' \text{sen}(3l + F''') + \dots$$

deverá ser egual a $\varphi(l)$ e do mesmo signal; o que só póde verificar-se sendo nullos f' , f'' , f''' , \dots , e dá

$$\varphi(l) = f'' \text{sen}(2l + F'') + f^{iv} \text{sen}(4l + F^{iv}) + \dots \quad (2).$$

79. Dos erros periodicos da graduação. Taes são, por exemplo, os causados pela falta de coincidência do centro do circulo com o da plataforma divisoria.

A correcção deve representar-se por

$$\psi(l) = \psi_1(l_1) + \psi_2(2l) = h' \text{sen}(l + H') + h'' \text{sen}(2l + H'') + h''' \text{sen}(3l + H''') + \dots, \quad (3).$$

E a funcção $\psi(180^\circ + l)$ será a mesma, quer se passe de $\psi(l)$ para ella lendo o microscopio opposto (B), quer dando ao circulo o movimento de 180° e lendo

depois o microscopio (A); de sorte que, em ambos os casos, o erro respectivo é

$$\psi(180^\circ + l) = -h' \text{sen}(l + H') + h'' \text{sen}(2l + H'') - h''' \text{sen}(3l + H''') + \dots;$$

e portanto

$$\psi(l) - \psi(180^\circ + l) = 2h' \text{sen}(l + H') + 2h'' \text{sen}(3l + H''') + \dots \quad (4).$$

Eliminação dos erros periodicos

80. Vimos que, tanto os erros provenientes da excentricidade, como os provenientes do defeito dos munhões, eram eguaes e de signaes contrarios, na mesma posição do circulo, quando as leituras se faziam de baixo de dois microscopios oppostos; por conseguinte a semisomma d'essas duas leituras, depois de tirar $180^\circ + \alpha$ á segunda, dá um angulo independente d'aquelles erros.

81. Em quanto aos erros periodicos provenientes da gradação do circulo, se as leituras se fizeram em q microscopios collocados á distancia $\frac{2\pi}{q}$ uns dos outros, cada uma d'ellas terá o erro

$$\psi(l_m) = \sum_1^p h^{(p)} \text{sen}\left(pl + H^{(p)} + m \frac{2\pi p}{q}\right)$$

e o meio dos q erros será

$$\frac{1}{q} \sum_0^{q-1} \psi(l_m) = \frac{1}{q} \left\{ \begin{aligned} &\sum_{p=1}^p h^{(p)} \text{sen}(pl + H^{(p)}) \sum_{m=0}^{q-1} \cos m \frac{2\pi p}{q} \\ &+ \sum_{p=1}^p h^{(p)} \cos(pl + H^{(p)}) \sum_{m=0}^{q-1} \text{sen} m \frac{2\pi p}{q}, \end{aligned} \right.$$

que, pelos theoremas conhecidos da analyse trigonometrica (Chauv. astr., II, 31), se aniquila para os p não multiplos de q , e se reduz para os multiplos qr a

$$\frac{1}{q} \sum_{r=1}^r h^{(rq)} \text{sen}(rql + H^{(rq)}) \dots \dots \dots (5).$$

ficando assim eliminados todos os outros.

Determinação dos erros periodicos

82. Ajunctando ás leituras l e l' , feitas nas divisões por baixo dos microscopios (A) e (B) cuja distancia é $180^\circ + \alpha$, as correccões respectivas, e attendendo ás propriedades de $\chi(l)$, $\phi(l)$, $\psi(l)$, será

$$l + \chi(l) + \varphi(l) + \psi(l) = l' - 180^\circ - \alpha + \chi'(l') + \varphi'(l') + \psi'(l')$$

$$= l' - 180^\circ - \alpha - \chi(l) - \varphi(l) + \psi(180^\circ + l),$$

ou

$$l' - l - 180^\circ = u = \alpha + 2\chi(l) + 2\varphi(l) + \psi(l) - \psi(180^\circ + l) \dots (6).$$

Substituindo nesta expressão as (1) de $\chi(l)$, (4) de $\psi(180^\circ + l) - \psi l$ e (2) de $\varphi(l)$, vê-se que os termos de indice impar são da mesma fórma, e que por isso ella se reduz a

$$\left. \begin{aligned} u = \alpha + 2k' \text{sen}(l + K') + 2f'' \text{sen}(2l + F'') \\ + 2k''' \text{sen}(3l + K''') + 2f^{iv} \text{sen}(4l + F^{iv}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7);$$

applicando a qual a nove pontos, e desenvolvendo os senos como no n.º 81, se obterão nove equações sufficientes para determinar as constantes α , k' , K' , f'' , F'' , k''' , K''' , f^{iv} , F^{iv} , isto é, todas as constantes que entram na expressão correcta de l , menos as h'' , H'' , h^{iv} , H^{iv} .

Applicando-as porém a um numero maior q de pontos separados entre si pelos intervallos $\frac{2\pi}{q}$, e combinando pelo methodo dos menores quadrados as q equações assim formadas, para obter os valores mais provaveis das incognitas α , $k' \text{sen } K'$, $k' \text{cos } K' \dots$, resultarão, feitas as simplificações conhecidas, as seguintes:

$$\begin{aligned}
 q\alpha &= \sum_0^{q-1} u_m \\
 qk' \operatorname{sen} K' &= \sum_0^{q-1} u_m \cos \frac{2m\pi}{q}, \quad qk' \operatorname{cos} K' = \sum_0^{q-1} u_m \operatorname{sen} \frac{2m\pi}{q}, \\
 (8) \dots \quad qf'' \operatorname{sen} F'' &= \sum_0^{q-1} u_m \cos \frac{4m\pi}{q}, \quad qf'' \operatorname{cos} F'' = \sum_0^{q-1} u_m \operatorname{sen} \frac{4m\pi}{q}, \\
 qk''' \operatorname{sen} K''' &= \sum_0^{q-1} u_m \cos \frac{6m\pi}{q}, \quad qk''' \operatorname{cos} K''' = \sum_0^{q-1} u_m \operatorname{sen} \frac{6m\pi}{q}, \\
 qf^{iv} \operatorname{sen} F^{iv} &= \sum_0^{q-1} u_m \cos \frac{8m\pi}{q}, \quad qf^{iv} \operatorname{cos} F^{iv} = \sum_0^{q-1} u_m \operatorname{sen} \frac{8m\pi}{q}.
 \end{aligned}$$

83. Se o numero q for par, as leituras dos pontos oppostos, l e $180^\circ + l$, darão os mesmos valores e signaes de $\operatorname{sen} 2pl$ e $\operatorname{cos} 2pl$; e por conseguinte, nas linhas 3.ª e 5.ª das equações (8) a reunião dos pares oppostos dará nos segundos membros os $\frac{1}{2}q$ termos

$$\sum_0^{\frac{1}{2}q-1} (u + u_1) \operatorname{sen} \left(\frac{2m\pi}{\frac{1}{2}q} \right), \quad \sum_0^{\frac{1}{2}q-1} (u + u_1) \operatorname{cos} \left(\frac{4m\pi}{\frac{1}{2}q} \right);$$

reduzindo-se então aquellas duas linhas a

$$\begin{aligned}
 \left\{ \begin{aligned}
 \frac{1}{2} qf'' \operatorname{sen} F'' &= \sum_0^{\frac{1}{2}q-1} \frac{u + u_1}{2} \cos \frac{2m\pi}{\frac{1}{2}q}, \quad \frac{1}{2} qf'' \operatorname{cos} F'' = \sum_0^{\frac{1}{2}q-1} \frac{u + u_1}{2} \operatorname{sen} \frac{2m\pi}{\frac{1}{2}q} \\
 \frac{1}{2} qf^{iv} \operatorname{sen} F^{iv} &= \sum_0^{\frac{1}{2}q-1} \frac{u + u_1}{2} \cos \frac{4m\pi}{\frac{1}{2}q}, \quad \frac{1}{2} qf^{iv} \operatorname{cos} F^{iv} = \sum_0^{\frac{1}{2}q-1} \frac{u + u_1}{2} \operatorname{sen} \frac{4m\pi}{\frac{1}{2}q}
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

O mesmo se acharia directamente, formando a equação analogia á (6) depois de dar ao ciaculo o movimento de 180° ,

$$l'_1 - l_1 - 180^\circ = u_1 = \alpha - 2\chi(l) + 2\varphi(l) + \psi(180^\circ + l) - \psi(l),$$

tomando a semisomma,

$$u' = \frac{u + u_1}{2} = \alpha + 2\varphi(l) = \alpha + 2 \sum_1^p f^{(2p)} \text{sen}(2pl + F^{(2p)}),$$

e procedendo a respeito d'esta como procedemos a respeito da (7).

Determinação da totalidade dos erros das divisões do circulo, e separação dos accidentaes

§4. Collocados dois microscopios á distancia $\frac{360^\circ}{q}$ um do outro, procuremos o erro de divisão de cada um dos pontos que terminam as q partes da circumferencia dividida nellas.

Sejam (fig. 20) mn , $m'n'$ dois traços de divisão que ficam por baixo dos microscopios (A), (B), e cuja distancia inscripta é $\frac{360^\circ}{q}$; e AA, BB, as posições dos fios moveis dos microscopios correspondentes aos zeros respectivos.

Levando os fios moveis a cubrir os traços mn , $m'n'$, conheceremos as distancias $mA = A$, $m'B = B$; e, chamando D o valor dos intervallos mm' dos traços e I o constante AB do intervallo dos zeros dos microscopios, teremos

$$D = I - (B - A) = I - \Omega.$$

E, se começarmos por mover o circulo até acertar o traço do principio do arco com o zero do primeiro microscopio, serão $A = 0$, $\Omega = B$.

Depois, se collocarmos debaixo do microscopio (A) o traço $m'n'$ e debaixo do microscopio (B) o traço seguinte $m''n''$, que fica a egual distancia inscripta, formaremos outra equação semelhante, na qual o valor de D só diffirirá do primeiro por causa dos erros de divisão. E assim successivamente.

D'este modo obteremos o systema d'equações:

$$D_1 = I - \Omega_1, D_2 = I - \Omega_2, \dots, D_q = I - \Omega_q,$$

cuja somma $\sum_1^q D_m = qI - \sum_1^q \Omega_m$.

por ser evidentemente $\sum_1^q D_m = 360^\circ$,

dá
$$I = \frac{360^\circ}{q} + \frac{1}{q} \sum_1^q \delta \delta_m \dots \dots \dots (9).$$

Portanto ficará conhecida a correcção

$$\begin{aligned} \sum_1^m D - m \frac{360^\circ}{q} &= m \left(I - \frac{360^\circ}{q} \right) - \sum_1^m \delta \delta_m \dots \dots \dots (10) \\ &= \frac{m}{q} \sum_1^q \delta \delta_m - \sum_1^m \delta \delta_m \end{aligned}$$

do arco comprehendido entre a divisão inicial do arco D_1 e a final do arco D_m ; correcção que será a d'esta ultima divisão, se tomarmos a primeira para origem dos arcos.

85. Conhecidos assim os erros das q divisões, collocaremos os dois microscopios á distancia $\frac{D_m}{p}$, e chamando d o valor dos intervallos das p divisões inscriptas em D_m e i a distancia constante dos zeros dos dois microscopios, acharemos, pelo processo do numero precedente,

$$d = i - (B - A) = i - \omega.$$

Portanto $d_1 = i - \omega_1, d_2 = i - \omega_2, \dots d_p = i - \omega_p$, das quaes resultam

$$\sum_1^n d_n = ni - \sum_1^n \omega_n, D_m = \sum_1^p d_p = pi - \sum_1^p \omega_p,$$

que darão a correcção do intervallo $\sum_1^n d_n$ pelas formulas

$$i = \frac{D_m}{p} + \frac{1}{p} \sum_1^p \omega_n \dots \dots \dots (11)$$

$$\sum_1^n d_n - n \frac{D_m}{p} = n \left(i - \frac{D_m}{p} \right) - \sum_1^n \omega_n \dots \dots \dots (12);$$

e esta correcção, juncta á já conhecida do primeiro traço de D_m , que é a primeira divisão de D_m , será a total da ultima divisão inscripta na $\frac{n}{p}$ parte d_n de D_m .

Finalmente, continuando as subdivisões successivas dos intervallos e applicando o mesmo processo, quanto fôr possível, as equações respectivas (11) e (12) farão conhecer as correcções de todas ellas, até chegar ás mais pequenas.

86. Supponhamos, por exemplo, que ha, como no circulo meridiano de Coimbra, quatro microscopios de fio movel (A), (B), (C), (D) distanciados consecutivamente entre si de 90° , para ler os segundos, e um quinto (L) sem fio movel para ler os graus e minutos. Para commodidade e segurança, poderemos operar como se segue:

1.º Usar dos microscopios (A) e (C), collocando debaixo d'um a divisão 0° e debaixo do outro a divisão 180° ; o que dará para erro da divisão 180° a media dos dois valores obtidos pelas combinações (A) e (C), (C) e (A). E poderemos tambem servir-nos, para verificação, de (B) e (D), (D) e (B).

2.º Depois usar de dois microscopios consecutivos (A) e (B); o que dará o erro de cada uma das divisões de 90° , 180° , 270° . E, para verificação, poderemos tambem empregar (B) e (C), (C) e (D).

3.º Pondo o microscopio (L) a uma distancia $\frac{360^\circ}{4p}$ atraz de qualquer dos (A), (B), (C), (D), collocar debaixo d'elle successivamente as divisões

$$0^\circ, \frac{360^\circ}{4p}, \dots; \quad 90^\circ, 90^\circ + \frac{360^\circ}{4p}, \dots;$$

$$180^\circ, 180^\circ + \frac{360^\circ}{4p}, \dots; \quad 270^\circ, 270^\circ + \frac{360^\circ}{4p}, \dots;$$

o que dará os erros das extremidades das divisões respectivas. E assim por diante.

Mas, para evitar as mudanças devidas ao calor ou a outras causas que, durante este processo, alterem as divisões, poderemos repetir a terceira parte d'elle em ordem inversa. E, enquanto á segunda, poderemos empregar-a antes, no intervallo, e depois das series da terceira.

E d'um modo analogo se operará convenientemente nas subdivisões seguintes, a fim de eliminar, quanto fôr possível, nas extremidades d'ellas, e nos pontos de partida, a influencia da temperatura.

87. Determinado, para cada divisão lida do circulo, o erro total que a affecta, restará deduzir as constantes das expressões de $\chi(l)$, $\varphi(l)$, $\psi_1(l)$ pela applicação do methodo dos menores quadrados ás respectivas equações de condição (7).

$$\text{corr.} = \chi(l) + \varphi(l) + \psi_1(l) + \psi_2(l);$$

o que se fará pelo mesmo processo que deu as equações (8).

Nesta applicação ter-se-ha de multiplicar por $\cos 2l$ e $\sin 2l$ os primeiros membros d'aquellas equações, para obter as relativas a $\varphi(l) + \psi_2(l)$. Mas, como $\cos 2l$ e $\sin 2l$ são eguaes respectivamente a $\cos[2(l + 180^\circ)]$ e $\sin[2(l + 180^\circ)]$, e $\chi(l)$ e $\psi_1(l)$ são eguaes e de signaes contrarios a $\chi(l + 180^\circ)$ e $\psi_1(l + 180^\circ)$, as sommas dos seus productos por aquelles factores anniquilar-se-hão; e por consequente não teremos que attender a essas correcções $\chi(l)$ e $\psi_1(l)$ na formação das respectivas equações de condição.

Portanto o methodo dos menores quadrados, applicado ás referidas equações de condição, dará a correcção $\varphi(l) + \psi_2(l)$, da qual, para determinar $\psi_2(l)$, se deveria tirar o valor de $\varphi(l)$ achado no n.º 82.

No caso porém de haver microscopios collocados a 180° dos dois, e de se fazerem as leituras em uns e outros, as equações de condição formadas com o valores que dão as medias das leituras oppostas, farão conhecer logo $\psi_2(l)$ separado de $\varphi(l)$ em conformidade com o que se diz no numero seguinte.

88. Se tomarmos as medias das leituras feitas nos microscopios (A) e (B), á segunda das quaes, relativa a (B), se póde substituir, para ψ , a relativa a (A) na posição $180^\circ + l$ do circulo, como se disse no n.º 79, a semisomma das expressões

$$l + \chi(l) + \varphi(l) + \psi_1(l) + \psi_2(l),$$

$$l' - 180^\circ + \chi'(l') + \varphi'(l') + \psi_1(l' + 180^\circ) + \psi_2(l' + 180^\circ),$$

reduzir-se-ha a
$$\frac{l + l' - 180^\circ}{2} + \psi_2(l).$$

89. Enquanto á constante que se deve ajunctar a estas expressões, não é necessario determiná-la nas observações das distancias senithaes, por isso que essa constante, commum ás leituras relativas ao astro e ao nadir, desaparecerá em

$$z = \frac{l + l'}{2} - \frac{L + L'}{2} - 180^\circ,$$

onde l, l' são as leituras relativas ao astro, e L, L' , relativas ao nadir.

Se da totalidade dos erros, determinados pelos processos que ficam expostos, tirarmos a somma

$$\chi(l) + \varphi(l) + \psi(l)$$

dos periodicos, o resto serão os accidentaes, isto é, os erros irregulares que não podem exprimir-se por funcções periodicas.

Aplicações

Determinação de α

90. Colocado o círculo successivamente nas posições correspondentes ás leituras $0^{\circ}, 10^{\circ}, \dots 350^{\circ}$, do microscopio indice (L); lendo em cada uma d'ellas os quatro microscopios n.^{os} 1, 2, 3 e 4; e tomando as diferenças das leituras

$$n.^{\circ} 3 - n.^{\circ} 1 = n_1, \quad n.^{\circ} 2 - n.^{\circ} 4 = n_4;$$

formámos com as medias das series de leituras feitas em cinco dias o quadro seguinte:

(A)

l	n_1	n_2	l	n_1'	n_2'
0°	— 18",006	— 7",862	180°	— 17",525	— 15",331
10	— 17,237	— 7,834	190	— 18,262	— 14,856
20	— 17,388	— 7,694	200	— 19,380	— 16,638
30	— 16,206	— 7,006	210	— 18,988	— 16,412
40	— 15,806	— 7,336	220	— 19,919	— 16,606
50	— 15,981	— 9,445	230	— 19,281	— 13,762
60	— 15,056	— 9,769	240	— 19,256	— 13,037
70	— 13,244	— 10,487	250	— 20,356	— 13,537
80	— 13,875	— 12,075	260	— 20,256	— 12,982
90	— 13,325	— 12,225	270	— 21,306	— 13,300
100	— 13,862	— 12,225	280	— 20,312	— 13,338
110	— 13,594	— 13,306	290	— 21,719	— 12,209
120	— 13,144	— 12,556	300	— 21,800	— 11,581
130	— 13,512	— 14,262	310	— 22,681	— 10,731
140	— 15,869	— 12,450	320	— 19,488	— 11,200
150	— 17,456	— 14,475	330	— 19,162	— 10,569
160	— 17,475	— 15,406	340	— 18,931	— 8,056
170	— 18,181	— 15,037	350	— 17,969	— 9,081
Σ	279,217	201,450		356,591	233,226

do qual se deduzem, pela primeira das equações da fórmula (8) do n.º 82,

$$\alpha_1 = \frac{\Sigma n_1 + \Sigma n'_1}{36} = -17'',662$$

$$\alpha_2 = \frac{\Sigma n_4 + \Sigma n'_4}{36} = -12'',074.$$

E, como verificação, fez-se uma serie de quatro leituras em 45°, 135°, 225°, 315°, da qual deduzimos:

$$\alpha_1 = -16'',58, \alpha_4 = -12'',63.$$

Determinação de e' e E'

91. O quadro (A) tem tambem de ser o fundamento de todas as operações necessarias para determinar pelas outras equações da fórmula (8) os diversos termos de que se compõem as correcções $\chi(l)$ e $\varphi(l)$ relativas á excentricidade e á falta de circularidade dos munhões.

Em primeiro logar, servindo-nos d'elle, e attendendo a que os senos e cosenos dos arcos de 180° até 350° são da mesma grandeza e de signal contrario aos dos arcos correspondentes desde 0° até 170°, formámos o quadro (B), a fim de obter o termo principal $e \text{ sen}(l + E)$ de $\chi(l)$:

(B)

l	$(n_1 - n_1') \cos l$	$(n_1 - n_1') \operatorname{sen} l$	$(n_4 - n_4') \cos l$	$(n_4 - n_4') \operatorname{sen} l$
0°	- 0",4810	0",0000	+ 7",4690	+ 1",2194
10	+ 1 ,0094	+ 0 ,1780	+ 6 ,9153	+ 3 ,0590
20	+ 1 ,8717	+ 0 ,6813	+ 8 ,4046	+ 4 ,7030
30	+ 2 ,4093	+ 1 ,3910	+ 8 ,1458	+ 5 ,9586
40	+ 3 ,1507	+ 2 ,6438	+ 7 ,1002	+ 3 ,3070
50	+ 2 ,1212	+ 2 ,5279	+ 2 ,7749	+ 2 ,8302
60	+ 2 ,1000	+ 3 ,6373	+ 1 ,6340	+ 2 ,8661
70	+ 2 ,4324	+ 6 ,6831	+ 1 ,0432	+ 0 ,8932
80	+ 1 ,1080	+ 6 ,2824	+ 0 ,1575	+ 1 ,0750
90	+ 0 ,0000	+ 7 ,9810	0 ,0000	+ 0 ,0000
100	- 1 ,2936	+ 7 ,3368	- 0 ,1933	+ 1 ,0961
110	- 2 ,7789	+ 7 ,6350	+ 0 ,3752	- 1 ,0308
120	- 4 ,3280	+ 7 ,4925	+ 0 ,4875	- 0 ,8443
130	- 5 ,8937	+ 7 ,0239	+ 2 ,2697	- 2 ,7049
140	- 2 ,7723	+ 2 ,3262	+ 0 ,9576	- 0 ,8035
150	- 1 ,4775	+ 0 ,8530	+ 3 ,3827	- 1 ,9530
160	- 1 ,3682	+ 0 ,4980	+ 6 ,9067	- 2 ,5138
170	+ 0 ,2018	- 0 ,0368	+ 5 ,8655	- 1 ,0343
Σ	- 3 ,9817	+ 65 ,1361	+ 63 ,6971	+ 15 ,0269

Com estas sommas a segunda e a terceira das equações (8) dão os valores:

$$E'_1 = - 3^{\circ}50' \quad e' = 1'',81$$

$$E'_1 = + 76^{\circ}43' \quad e' = 1'',82.$$

E, se quizermos applicar a formula respectiva aos segundos ao traço lido sob o microscopio n.º 1, mudaremos l em $l - 90^{\circ}$, isto é, tiraremos 90° a E'_1 , convertendo-o então em $E'_1 = - 13^{\circ}17'$.

Anteriormente ás operações, que deram este quadro, haviam-se feito outras em diferentes epochas e circumstancias, as quaes deram

e'	1'',57	1'',86	2'',44	1'',47
			meio	- 1'',84
E'_1	+ 2°19'	- 8°3'	- 4°16'	- 3°39'
			meio	- 3°25.

A conformidade d'estes valores com os que acabamos de achar mostra que os maiores defeitos do quadro (A) eram accidentaes e se compensaram sufficientemente no resultado final.

Portanto a parte principal da correccão devida á excentricidade póde, sem erro attendivel, tomar-se como

$$1'',82 \text{ sen } (l - 3^{\circ}50').$$

Determinação de e''' e E'''

92. Para obter o segundo termo $e''' \text{ sen } (3l + E''')$ de $\chi(l)$, formaremos com os mesmos valores de $n_1 - n'_1$ e $n_4 - n'_4$ o quadro (C):

(C)

l	$(n_1 - n_1') \cos 3l$	$(n_1 - n_1') \text{sen } 3l$	$(n_4 - n_4') \cos 3l$	$(n_4 - n_4') \text{sen } 3l$
0°	- 0'',4810	+ 0'',0000	+ 7'',4690	+ 0'',0000
10	+ 0 ,8877	+ 0 ,5125	+ 6 ,0812	+ 3 ,5110
20	+ 0 ,9960	+ 1 ,7251	+ 4 ,4720	+ 7 ,7457
30	+ 0 ,0000	+ 2 ,7820	+ 0 ,0000	+ 9 ,4014
40	- 2 ,0565	+ 3 ,5620	- 4 ,6350	+ 8 ,0280
50	- 2 ,8579	+ 1 ,6500	- 3 ,7386	+ 2 ,1585
60	- 4 ,2000	- 0 ,0000	- 3 ,2680	- 0 ,0000
70	- 6 ,1876	- 3 ,5560	- 2 ,6414	- 1 ,5250
80	- 3 ,1905	- 5 ,5261	- 0 ,4535	- 0 ,7855
90	- 0 ,0000	- 7 ,9811	- 0 ,0000	- 1 ,0750
100	+ 3 ,7250	- 6 ,4518	+ 0 ,5565	- 0 ,9638
110	+ 7 ,0364	- 4 ,0625	- 0 ,9500	+ 0 ,5485
120	+ 8 ,6511	- 0 ,0000	- 0 ,9750	- 0 ,0000
130	+ 7 ,9406	- 4 ,5845	- 3 ,0580	- 1 ,7655
140	+ 1 ,8095	- 3 ,1342	- 0 ,6250	- 1 ,0825
150	+ 0 ,0000	- 1 ,7060	- 0 ,0000	- 3 ,9060
160	- 0 ,7280	+ 1 ,2621	+ 3 ,6497	- 6 ,3645
170	+ 0 ,1836	- 0 ,1060	+ 5 ,1580	- 2 ,9780
Σ	+ 11 ,5334	- 6 ,7651	+ 7 ,0419	+ 10 ,9473

Com estas sommas as sexta e septima das equações (8) dão os valores:

$$E_1''' = -59^{\circ}36' \quad e''' = -0'',371,$$

$$E_4''' = +32^{\circ}45' \quad e_4''' = +0'',362;$$

ou, tirando 90° de l , isto é, $270^{\circ} = 180^{\circ} + 90^{\circ}$ de $3l$, nos segundos, como fizemos no n.º 92,

$$E_1''' = -59^{\circ}36' \quad e_1''' = -0'',371$$

$$E_1''' = -57^{\circ}15' \quad e_1''' = -0'',362,$$

o que dá o meio

$$E''' = -58^{\circ}25', \quad e''' = -0'',366;$$

sendo portanto o termo respectivo de $\chi(l)$

$$-0'',366 \text{ sen } (3l - 58^{\circ}25').$$

Determinação de f''' e F''' .

93. Para obter o termo principal de $\varphi(l)$ formaremos com os valores de $n_1 + n'_1$ e $n_4 + n'_4$ o quadro (D):

l	$(n_1 + n_1') \cos 2l$	$(n_1 + n_1') \sin 2l$	$(n_4 + n_4') \cos 2l$	$(n_4 + n_4') \sin 2l$
0°	— 35",531	— 0",000	— 23",193	— 0",000
10	— 33,358	— 12,141	— 21,322	— 7,760
20	— 28,166	— 23,634	— 18,639	— 15,640
30	— 17,597	— 30,480	— 11,719	— 29,281
40	— 6,204	— 35,182	— 4,158	— 23,578
50	+ 6,123	— 34,727	+ 4,030	— 22,854
60	+ 17,155	— 29,716	+ 11,376	— 19,706
70	+ 25,739	— 21,598	+ 18,403	— 15,442
80	+ 32,073	— 11,673	+ 23,546	— 8,540
90	+ 34,630	+ 0,000	+ 25,525	+ 0,000
100	+ 35,113	+ 11,688	+ 24,021	+ 8,743
110	+ 26,774	+ 22,699	+ 19,554	+ 16,407
120	+ 17,472	+ 30,263	+ 12,069	+ 20,904
130	+ 6,285	+ 35,643	+ 4,340	+ 24,613
140	— 6,140	+ 34,820	— 4,107	+ 23,291
150	— 18,309	+ 31,713	— 12,522	+ 20,713
160	— 27,888	+ 23,401	— 17,973	+ 15,081
170	— 33,970	+ 12,364	— 22,664	+ 8,249
Σ	— 8,799	+ 3,440	+ 6,567	— 4,831

Com estas sommas as quarta e quinta das equações (8) dão os valores:

$$F_1'' = -68^{\circ}38', f_1'' = +0'',262,$$

$$F_4'' = -69^{\circ}46', f_4'' = -0'',194;$$

ou, pondo $l - 90^{\circ}$ em vez de l na correcção $f_4'' \sin(2l + F'')$ respectiva á segunda linha, como fizemos no n.º 92,

$$F_1'' = -69^{\circ}46', f_1'' = +0'',194.$$

A concordancia sufficiente d'estes resultados indica como valor mais provavel do termo principal da correcção devida á falta de circularidade dos munhões o

$$+0'',23 \sin(2l - 69^{\circ}12').$$

Determinação de ψ_2

94. Colocado o microscopio n.º 4 a 10° do n.º 3, e fazendo as leituras d'elles nas posições respectivas ás $0^{\circ}, 10^{\circ}, \dots, 350^{\circ}$ do microscopio (L), formou-se pela formula (10) do n.º 84, o quadro (E):

(E)

l	$\Sigma_1^i(3-4)$	$ki - \Sigma_1^i$	l	$\Sigma_1^i(3-4)$	$ki - \Sigma_1^i$		
0°	Σ_1^1	48,000	- 0",598	180°	Σ_1^{19}	145,180	- 4",538
10	Σ_1^2	14,955	+ 0 ,549	190	Σ_1^{20}	152,805	- 4 ,761
20	Σ_1^3	21,380	+ 0 ,827	200	Σ_1^{21}	159,930	- 4 ,483
30	Σ_1^4	29,380	+ 0 ,229	210	Σ_1^{22}	167,930	- 5 ,081
40	Σ_1^5	36,755	+ 0 ,256	220	Σ_1^{23}	173,930	- 3 ,679
50	Σ_1^6	43,880	+ 0 ,533	230	Σ_1^{24}	181,055	- 3 ,402
60	Σ_1^7	51,380	+ 0 ,436	240	Σ_1^{25}	188,930	- 3 ,174
70	Σ_1^8	59,255	- 0 ,037	250	Σ_1^{26}	195,730	- 3 ,272
80	Σ_1^9	67,255	- 0 ,635	260	Σ_1^{27}	202,605	- 2 ,745
90	Σ_1^{10}	74,255	- 0 ,233	270	Σ_1^{28}	208,105	- 0 ,843
100	Σ_1^{11}	82,755	- 1 ,331	280	Σ_1^{29}	215,605	- 0 ,941
110	Σ_1^{12}	90,255	- 1 ,428	290	Σ_1^{30}	223,230	- 1 ,163
120	Σ_1^{13}	97,755	- 1 ,526	300	Σ_1^{31}	230,355	- 0 ,886
130	Σ_1^{14}	105,385	- 1 ,749	310	Σ_1^{32}	238,480	- 1 ,609
140	Σ_1^{15}	113,380	- 2 ,347	320	Σ_1^{33}	245,855	- 1 ,582
150	Σ_1^{16}	121,430	- 2 ,994	330	Σ_1^{34}	251,980	- 1 ,305
160	Σ_1^{17}	129,055	- 3 ,217	340	Σ_1^{35}	259,989	- 1 ,902
170	Σ_1^{18}	130,180	- 3 ,940	350	Σ_1^{36}	266,480	- 0 ,000

sendo $k = \frac{\sum_1^{36}}{36} = 7,40222$.

D'este quadro resulta o seguinte das sommas 2E das correcções, ϵ , ϵ' , dos erros das divisões oppostas:

Divisão	ϵ	ϵ'	$\epsilon + \epsilon'$	$\epsilon - \epsilon'$	$\epsilon + \epsilon'$	$\epsilon - \epsilon'$
120	130,180	- 3,910	126,270	134,090	126,270	134,090
180	129,025	- 3,515	125,510	132,540	125,510	132,540
150	121,130	- 3,084	118,046	124,214	118,046	124,214
140	112,380	- 3,347	109,033	115,727	109,033	115,727
130	102,382	- 1,749	100,633	106,131	100,633	106,131
120	92,785	- 1,929	90,856	97,714	90,856	97,714
110	80,222	- 1,428	78,794	84,650	78,794	84,650
100	68,725	+ 0,331	69,056	73,394	69,056	73,394
90	54,223	- 0,533	53,690	58,756	53,690	58,756
80	37,226	- 0,638	36,588	42,884	36,588	42,884
70	28,222	- 0,037	28,185	33,255	28,185	33,255
60	21,380	+ 0,430	21,810	25,850	21,810	25,850
50	13,880	+ 0,273	14,153	17,603	14,153	17,603
40	38,723	+ 0,229	38,952	39,192	38,952	39,192
30	30,221	+ 0,122	30,343	31,100	30,343	31,100
20	21,380	+ 0,827	22,207	22,757	22,207	22,757
10	17,222	+ 0,249	17,471	17,721	17,471	17,721
0	19,000	- 0,208	18,792	19,192	18,792	19,192

(F)

l	$2E$	$2E \cos 2l$	$2E \operatorname{sen} 2l'$
0°	- 5,136	- 5,136	- 0,000
10	- 4,212	- 3,958	- 1,440
20	- 3,656	- 2,801	- 2,350
30	- 4,852	- 2,426	- 4,202
40	- 3,423	- 0,594	- 3,371
50	- 2,869	+ 0,498	- 2,825
60	- 2,738	+ 1,369	- 2,371
70	- 3,309	+ 2,534	- 2,127
80	- 3,880	+ 3,176	- 1,156
90	- 1,076	+ 1,076	+ 0,000
100	- 2,272	+ 2,135	+ 0,778
110	- 2,591	+ 1,985	+ 1,668
120	- 2,412	+ 0,583	+ 2,088
130	- 3,358	- 0,682	+ 3,307
140	- 3,929	- 1,648	+ 3,869
150	- 3,299	- 3,078	+ 2,857
160	- 4,019	- 2,336	+ 2,583
170	- 3,940	- 1,206	+ 1,347
Σ	60,571	- 7,997	- 1,345

Pondo pois

$$\epsilon = \psi_1 + \psi_2 = K + g_1 \operatorname{sen}(l + G_1) + g_2 \operatorname{sen}(2l + G_2),$$

$$\epsilon' = -\psi_1 + \psi_2 = K - g_1 \operatorname{sen}(l + G_1) + g_2 \operatorname{sen}(2l + G_2),$$

teremos

$$E = K + g_2 \operatorname{sen}(2l + G_2),$$

ou

$$E = K + g_2 \operatorname{sen} 2l \cos G_2 + g_2 \cos 2l \operatorname{sen} G_2$$

que, applicada ao quadro, fornecerá dezoito equações de condição; e estas darão, empregando o methodo dos menores quadrados:

$$K = \frac{\Sigma E}{18}, \quad \operatorname{tang} G = \frac{\Sigma E \cos 2l}{\Sigma E \operatorname{sen} 2l'}$$

$$g = \frac{2 \Sigma E \cos 2l}{18 \operatorname{sen} G} = \frac{2 \Sigma E \operatorname{sen} 2l}{18 \cos G}$$

isto é,

$$K = -1'',683; \quad G_2 = +80^\circ 27'; \quad g_2 = -0'',450.$$

Outras series deram resultados não muito discordes d'estes.

Mas a imperfeição da concordancia dos resultados parciaes, que deram o medio, exige que se repitam muitas vezes estas operações para chegar a numeros nos quaes possa haver confiança; como sobre tudo importa, por ser esta correcção a unica que não é compensada pelas leituras dos microscopios oppostos nas observações das distancias zenithaes.

Parece-nos com tudo deduzir-se do que acabamos de expor que o circulo de Repsold do Observatorio de Coimbra é sufficientemente bom para se usar d'elle sem receio de erros consideraveis, empregando os processos que nestes estudos instrumentaes ficam indicados.

FIM.

ERRATAS

<i>Paginas</i>	<i>Linhas</i>	<i>Erros</i>	<i>Emmendas</i>
25	6	era	dera
40	penult.	0'',72	-0'',74
43	2	Colliminadores	Collimadores
72	penult.	$\psi_1 (l)$	$\psi (l)$
»	ult.	(7)	da fórma

STATISTISCHES JAHRBUCH

BEREICH

Land	1890	1900	1910
Preussen	100	100	100
Bayern	100	100	100
Württemberg	100	100	100
Sachsen	100	100	100
Hessen	100	100	100
Niederrhein	100	100	100
Brandenburg	100	100	100
Schlesien	100	100	100
Pommern	100	100	100
Mecklenburg	100	100	100
Litauen	100	100	100
Polen	100	100	100
Ungarn	100	100	100
Russland	100	100	100
Frankreich	100	100	100
England	100	100	100
Irland	100	100	100
USA	100	100	100
Japan	100	100	100
Sibirien	100	100	100
Australien	100	100	100
Neuseeland	100	100	100
Südafrika	100	100	100
Indien	100	100	100
China	100	100	100
Japan	100	100	100
Sibirien	100	100	100
Australien	100	100	100
Neuseeland	100	100	100
Südafrika	100	100	100
Indien	100	100	100
China	100	100	100

