

TABOAS
DA
INTERPOLAÇÃO

PARA $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ DO INTERVALLO;

E

DO CÁLCULO DA PASSAGEM DA LUA PELO MERIDIANO.

PELO DOUTOR

Jacome Sarmiento de Vasconcellos,

SEGUNDO ASTRONOMO DO OBSERVATORIO DA UNIVERSIDADE.



COIMBRA

IMPRESA DA UNIVERSIDADE

1863

1861

10

INTERNATIONAL

EXHIBITION

OF THE ARTS AND MANUFACTURES

1861

PHILADELPHIA

PAID BY THE UNITED STATES GOVERNMENT

1861

Explicação e uso das taboas de interpolação.

Designando por $\delta, \delta^2, \delta^3, \delta^4$ as 1.^{as}, 2.^{as}, 3.^{as} e 4.^{as} diferenças iniciais, por f_0, f_1, f_2, f_3 a função inicial, e as correspondentes a $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$ do intervalo, será:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= f_0 + \frac{1}{4} \delta - \frac{3}{32} \delta^2 + \frac{7}{128} \delta^3 - \frac{77}{2048} \delta^4; \\ f_2 &= f_0 + \frac{2}{4} \delta - \frac{4}{32} \delta^2 + \frac{8}{128} \delta^3 - \frac{80}{2048} \delta^4; \\ f_3 &= f_0 + \frac{3}{4} \delta - \frac{3}{32} \delta^2 + \frac{5}{128} \delta^3 - \frac{45}{2048} \delta^4 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1).$$

Tomando a diferença entre o 1.^o e 2.^o valor (1) e entre o 2.^o e 3.^o, vem

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= f_1 + \frac{1}{4} \delta - \frac{1}{32} \delta^2 + \frac{1}{128} \delta^3 - \frac{3}{2048} \delta^4; \\ f_2 &= f_1 + \frac{1}{4} \delta + \frac{1}{32} \delta^2 - \frac{3}{128} \delta^3 + \frac{25}{2048} \delta^4 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2).$$

Seja $\frac{1}{4} \delta = \Delta; \frac{3}{32} \delta^2 = \Delta^2; \frac{1}{32} \delta^3 = \Delta^{1/2}; \frac{7}{128} \delta^3 = \Delta^3; \frac{1}{128} \delta^3 = \Delta^{1/3}; \frac{3}{128} \delta^3 = \Delta^{1/3};$
 $\frac{77}{2048} \delta^4 = \Delta^4; \frac{3}{2048} \delta^4 = \Delta^{1/4}; \frac{35}{2048} \delta^4 = \Delta^{1/4}$. O 1.^o valor (1) e os (2) darão:

$$f_1 = f_0 + \Delta - \Delta^2 + \Delta^3 - \Delta^4; f_2 = f_1 + \Delta - \Delta^{1/2} + \Delta^{1/2} - \Delta^{1/4}; f_3 = f_2 + \Delta + \Delta^{1/2} - \Delta^{1/2} + \Delta^{1/4} (3).$$

As taboas seguintes dão os valores de $\Delta^2, \Delta^{1/2}, \Delta^3, \Delta^{1/3}, \Delta^{1/3}, \Delta^4, \Delta^{1/4}, \Delta^{1/4}$, entrando nellas com os argumentos respectivos $\delta^2, \delta^3, \delta^4$; e com estes valores e o de Δ facilmente se calculam os de f_1, f_2 e f_3 . Eis aqui o typo do cálculo:

				Δ	f_0
$-\Delta^2$	$+\Delta^3$	$-\Delta^4$	$-\Delta^2 + \Delta^3 - \Delta^4$	$\Delta - \Delta^2 + \Delta^3 - \Delta^4$	$f_1 = f_0 + \Delta - \Delta^2 + \Delta^3 - \Delta^4$
$-\Delta^{1/2}$	$+\Delta^{1/3}$	$-\Delta^{1/4}$	$-\Delta^{1/2} + \Delta^{1/3} - \Delta^{1/4}$	$\Delta - \Delta^{1/2} + \Delta^{1/3} - \Delta^{1/4}$	$f_2 = f_1 + \Delta - \Delta^{1/2} + \Delta^{1/3} - \Delta^{1/4}$
$+\Delta^{1/2}$	$-\Delta^{1/3}$	$+\Delta^{1/4}$	$+\Delta^2 - \Delta^{1/3} + \Delta^{1/4}$	$\Delta + \Delta^{1/2} - \Delta^{1/3} + \Delta^{1/4}$	$f_3 = f_2 + \Delta + \Delta^{1/2} - \Delta^{1/3} + \Delta^{1/4}$

Correcção das segundas diferenças

Argumentos		$-\Delta^2$ $\frac{1}{4}$		$-\Delta^2$ $\frac{2}{4}$ ou $+\Delta^2$ $\frac{3}{4}$	
(a)	(b)	a	b	a	b
1	0,51	-0,094	-0,048	\mp 0,031	\mp 0,016
2	0,52	0,187	0,049	0,062	0,016
3	0,53	0,281	0,050	0,094	0,017
4	0,54	0,375	0,051	0,125	0,017
5	0,55	0,469	0,052	0,156	0,017
6	0,56	0,562	0,052	0,187	0,017
7	0,57	0,656	0,053	0,219	0,018
8	0,58	0,750	0,054	0,250	0,018
9	0,59	0,844	0,055	0,281	0,018
10	0,60	0,937	0,056	0,312	0,019
11	0,61	1,031	0,057	0,344	0,019
12	0,62	1,125	0,058	0,375	0,019
13	0,63	1,219	0,059	0,406	0,020
14	0,64	1,312	0,060	0,437	0,020
15	0,65	1,406	0,061	0,469	0,020
16	0,66	1,500	0,062	0,500	0,021
17	0,67	1,594	0,063	0,531	0,021
18	0,68	1,687	0,064	0,562	0,021
19	0,69	1,781	0,065	0,594	0,022
20	0,70	1,875	0,066	0,625	0,022
21	0,71	1,969	0,067	0,656	0,022
22	0,72	2,062	0,068	0,687	0,022
23	0,73	2,156	0,068	0,719	0,023
24	0,74	2,250	0,069	0,750	0,023
25	0,75	2,344	0,070	0,781	0,023
26	0,76	2,437	0,071	0,812	0,024
27	0,77	2,531	0,072	0,844	0,024
28	0,78	2,625	0,073	0,875	0,024
29	0,79	2,719	0,074	0,906	0,025
30	0,80	2,812	0,075	0,937	0,025
31	0,81	2,906	0,076	0,969	0,025
32	0,82	3,000	0,077	1,000	0,026
33	0,83	3,094	0,078	1,031	0,026
34	0,84	3,187	0,079	1,062	0,026
35	0,85	3,281	0,080	1,094	0,027
36	0,86	3,375	0,081	1,125	0,027
37	0,87	3,469	0,082	1,156	0,027
38	0,88	3,562	0,083	1,187	0,027
39	0,89	3,656	0,084	1,219	0,028
40	0,90	3,750	0,084	1,250	0,028
41	0,91	3,844	0,085	1,281	0,028
42	0,92	3,937	0,086	1,312	0,029
43	0,93	4,031	0,087	1,344	0,029
44	0,94	4,125	0,088	1,375	0,029
45	0,95	4,219	0,089	1,406	0,030
46	0,96	4,312	0,090	1,437	0,030
47	0,97	4,406	0,091	1,469	0,030
48	0,98	4,500	0,092	1,500	0,031
49	0,99	4,594	0,093	1,531	0,031
50	1,00	4,687	0,094	1,562	0,031

Argumentos		$+\Delta^1$		$+\Delta^2$		$-\Delta^3$	
		$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
(a)	(b)	a	b	a	b	a	b
1	0,51	+ 0,055	+ 0,028	+ 0,008	+ 0,004	- 0,023	- 0,012
2	0,52	0,109	0,028	0,016	0,004	0,047	0,012
3	0,53	0,164	0,029	0,023	0,004	0,070	0,012
4	0,54	0,219	0,030	0,031	0,004	0,094	0,013
5	0,55	0,273	0,030	0,039	0,004	0,117	0,013
6	0,56	0,328	0,031	0,047	0,004	0,141	0,013
7	0,57	0,383	0,031	0,055	0,004	0,164	0,013
8	0,58	0,437	0,032	0,062	0,005	0,187	0,014
9	0,59	0,492	0,032	0,070	0,005	0,211	0,014
10	0,60	0,547	0,033	0,078	0,005	0,234	0,014
11	0,61	0,602	0,033	0,086	0,005	0,258	0,014
12	0,62	0,656	0,034	0,094	0,005	0,281	0,015
13	0,63	0,711	0,034	0,102	0,005	0,305	0,015
14	0,64	0,766	0,035	0,109	0,005	0,328	0,015
15	0,65	0,820	0,036	0,117	0,005	0,352	0,015
16	0,66	0,875	0,036	0,125	0,005	0,375	0,015
17	0,67	0,930	0,037	0,133	0,005	0,398	0,016
18	0,68	0,984	0,037	0,141	0,005	0,422	0,016
19	0,69	1,039	0,038	0,148	0,005	0,445	0,016
20	0,70	1,094	0,038	0,156	0,005	0,469	0,016
21	0,71	1,148	0,039	0,164	0,006	0,492	0,017
22	0,72	1,203	0,039	0,172	0,006	0,516	0,017
23	0,73	1,258	0,040	0,180	0,006	0,539	0,017
24	0,74	1,312	0,041	0,187	0,006	0,562	0,017
25	0,75	1,367	0,041	0,195	0,006	0,586	0,018
26	0,76	1,422	0,042	0,203	0,006	0,609	0,018
27	0,77	1,477	0,042	0,211	0,006	0,633	0,018
28	0,78	1,531	0,043	0,219	0,006	0,656	0,018
29	0,79	1,586	0,043	0,227	0,006	0,680	0,019
30	0,80	1,641	0,044	0,234	0,006	0,703	0,019
31	0,81	1,695	0,044	0,242	0,006	0,727	0,019
32	0,82	1,750	0,045	0,250	0,006	0,750	0,019
33	0,83	1,805	0,045	0,258	0,006	0,773	0,019
34	0,84	1,859	0,046	0,266	0,007	0,797	0,020
35	0,85	1,914	0,047	0,273	0,007	0,820	0,020
36	0,86	1,969	0,047	0,281	0,007	0,844	0,020
37	0,87	2,023	0,048	0,289	0,007	0,867	0,020
38	0,88	2,078	0,048	0,297	0,007	0,891	0,021
39	0,89	2,133	0,049	0,305	0,007	0,914	0,021
40	0,90	2,187	0,049	0,312	0,007	0,937	0,021
41	0,91	2,242	0,050	0,320	0,007	0,961	0,021
42	0,92	2,297	0,050	0,328	0,007	0,984	0,022
43	0,93	2,352	0,051	0,336	0,007	1,008	0,022
44	0,94	2,406	0,052	0,344	0,007	1,031	0,022
45	0,95	2,461	0,052	0,352	0,007	1,055	0,022
46	0,96	2,516	0,053	0,359	0,008	1,078	0,022
47	0,97	2,570	0,053	0,367	0,008	1,102	0,023
48	0,98	2,625	0,054	0,375	0,008	1,125	0,023
49	0,99	2,680	0,054	0,383	0,008	1,148	0,023
50	1,00	2,734	0,055	0,391	0,008	1,172	0,023

Argumentos		$-\Delta^4$ $\frac{1}{4}$		$-\Delta^4$ $\frac{2}{4}$		$+\Delta^4$ $\frac{3}{4}$	
(a)	(b)	a	b	a	b	a	b
1	0,51	-0,038	-0,019	-0,001	-0,001	+ 0,017	+ 0,009
2	0,52	0,075	20	0,003	1	0,034	9
3	0,53	0,113	20	0,004	1	0,051	9
4	0,54	0,150	20	0,006	1	0,068	9
5	0,55	0,188	21	0,007	1	0,085	9
6	0,56	0,226	21	0,009	1	0,103	10
7	0,57	0,263	21	0,010	1	0,120	10
8	0,58	0,301	22	0,012	1	0,137	10
9	0,59	0,338	22	0,013	1	0,154	10
10	0,60	0,376	23	0,015	1	0,171	10
11	0,61	0,414	23	0,016	1	0,188	10
12	0,62	0,451	24	0,018	1	0,205	11
13	0,63	0,489	24	0,019	1	0,222	11
14	0,64	0,526	25	0,021	1	0,239	11
15	0,65	0,564	25	0,022	1	0,256	11
16	0,66	0,602	25	0,023	1	0,273	11
17	0,67	0,639	26	0,025	1	0,291	11
18	0,68	0,677	26	0,026	1	0,308	12
19	0,69	0,714	26	0,028	1	0,325	12
20	0,70	0,752	27	0,029	1	0,342	12
21	0,71	0,790	27	0,031	1	0,359	12
22	0,72	0,827	28	0,032	1	0,376	12
23	0,73	0,865	28	0,034	1	0,393	12
24	0,74	0,902	28	0,035	1	0,410	13
25	0,75	0,940	29	0,037	1	0,427	13
26	0,76	0,978	29	0,038	1	0,444	13
27	0,77	1,015	29	0,040	1	0,461	13
28	0,78	1,053	30	0,041	1	0,479	13
29	0,79	1,090	30	0,042	1	0,496	14
30	0,80	1,128	31	0,044	1	0,513	14
31	0,81	1,166	31	0,045	1	0,530	14
32	0,82	1,203	31	0,047	1	0,547	14
33	0,83	1,241	32	0,048	1	0,564	14
34	0,84	1,278	32	0,050	1	0,581	14
35	0,85	1,316	32	0,051	1	0,598	15
36	0,86	1,354	33	0,053	1	0,615	15
37	0,87	1,391	33	0,054	1	0,632	15
38	0,88	1,429	34	0,056	1	0,649	15
39	0,89	1,466	34	0,057	1	0,667	15
40	0,90	1,504	34	0,059	1	0,684	15
41	0,91	1,542	35	0,060	1	0,701	16
42	0,92	1,579	35	0,062	1	0,718	16
43	0,93	1,617	36	0,063	1	0,735	16
44	0,94	1,654	36	0,064	1	0,752	16
45	0,95	1,692	36	0,066	1	0,769	16
46	0,96	1,730	37	0,067	1	0,786	16
47	0,97	1,767	37	0,069	1	0,803	17
48	0,98	1,805	37	0,070	1	0,820	17
49	0,99	1,842	38	0,072	1	0,837	17
50	1,00	1,880	38	0,073	1	0,854	17

CALCULO DA PASSAGEM DA LUA PELO MERIDIANO

As fórmulas do *Calculo das Ephemerides* do Sr. R. R. S. Pinto, pag. 70, são :

$$h = \frac{A - 2,464118}{900}; \quad t = \frac{0}{1 - (h + \frac{Bt}{900})};$$

sendo porém as Ascensões Rectas calculadas em tempo, e de tres em tres horas, é insensível o termo $\frac{Bt}{900}$; e o movimento horario obtém-se tomando a terça parte das diferenças primeiras. Chamando pois δ esta terça parte, as fórmulas acima tornar-se-hão em

$$h = \delta - 0^h,002738; \quad t = \frac{0}{1-h}.$$

A segunda destas fórmulas dá com o desprezo de h^4 , que é insensível,

$$t = 0 + 0(h + h^2 + h^3);$$

se pois fizermos $M = h + h^2 + h^3$, virão as fórmulas

$$h = \delta - 0^h,002738; \quad M = h + h^2 + h^3; \quad t = 0 + M0.$$

A Táboa I dá os valores de M correspondentes aos de δ ; e a Táboa II dá o que deve juntar-se á Ascensão Recta do Meridiano, correspondente ao meio dia, para se obter a que corresponde a uma hora qualquer.

*Exemplo do calculo da passagem da Lua pelo Meridiano de Coimbra
no dia 2 de Janeiro de 1863*

Ascensão Recta da Lua ás 9^h 5^h7'0'',32;
junctando ao tempo sideral ao meio dia, que é 18^h46'36'',40, a parte relativa a 9^h, que é
9^h4'28'',70 (Tab. II), vem: tempo sideral ás 9^h 3^h48'5'',10;
será pois $0 = 1^h18'55'',22 = 78',9203$, e, sendo $\delta = 2'8'',32 = 128'',32$, será (Tab. I)

$$M = 0,0340; \quad e \quad M0 = 2',683 = 2'40'',98,$$

será pois

$$t = 9^h + 1^h18'55'',22 + 2'40'',98 = 10^h21'36'',20 = 10^h21',6.$$

TABOA I

δ	<i>M</i>	δ	<i>M</i>	δ	<i>M</i>	δ	<i>M</i>	δ	<i>M</i>
90 ,0	0,0228	108 ,0	0,0280	126 ,0	0,0333	144 ,0	0,0387	162 ,0	0,0441
90 ,6	0,0229	108 ,6	0,0282	126 ,6	0,0335	144 ,6	0,0389	162 ,6	0,0443
91 ,2	0,0231	109 ,2	0,0284	127 ,2	0,0337	145 ,2	0,0391	163 ,2	0,0445
91 ,8	0,0233	109 ,8	0,0286	127 ,8	0,0339	145 ,8	0,0392	163 ,8	0,0447
92 ,4	0,0235	110 ,4	0,0287	128 ,4	0,0340	146 ,4	0,0394	164 ,4	0,0449
93 ,0	0,0236	111 ,0	0,0289	129 ,0	0,0342	147 ,0	0,0396	165 ,0	0,0450
93 ,6	0,0238	111 ,6	0,0291	129 ,6	0,0344	147 ,6	0,0398	165 ,6	0,0452
94 ,2	0,0240	112 ,2	0,0293	130 ,2	0,0346	148 ,2	0,0400	166 ,2	0,0454
94 ,8	0,0242	112 ,8	0,0294	130 ,8	0,0348	148 ,8	0,0401	166 ,8	0,0456
95 ,4	0,0243	113 ,4	0,0296	131 ,4	0,0349	149 ,4	0,0403	167 ,4	0,0458
96 ,0	0,0245	114 ,0	0,0298	132 ,0	0,0351	150 ,0	0,0405	168 ,0	0,0459
96 ,6	0,0247	114 ,6	0,0300	132 ,6	0,0353	150 ,6	0,0407	168 ,6	0,0461
97 ,2	0,0249	115 ,2	0,0301	133 ,2	0,0355	151 ,2	0,0409	169 ,2	0,0463
97 ,8	0,0250	115 ,8	0,0303	133 ,8	0,0357	151 ,8	0,0410	169 ,8	0,0465
98 ,4	0,0252	116 ,4	0,0305	134 ,4	0,0358	152 ,4	0,0412	170 ,4	0,0467
99 ,0	0,0254	117 ,0	0,0307	135 ,0	0,0360	153 ,0	0,0414	171 ,0	0,0469
99 ,6	0,0256	117 ,6	0,0309	135 ,6	0,0362	153 ,6	0,0416	171 ,6	0,0470
100 ,2	0,0257	118 ,2	0,0310	136 ,2	0,0364	154 ,2	0,0418	172 ,2	0,0472
100 ,8	0,0259	118 ,8	0,0312	136 ,8	0,0365	154 ,8	0,0419	172 ,8	0,0474
101 ,4	0,0261	119 ,4	0,0314	137 ,4	0,0367	155 ,4	0,0421	173 ,4	0,0476
102 ,0	0,0263	120 ,0	0,0316	138 ,0	0,0369	156 ,0	0,0423	174 ,0	0,0478
102 ,6	0,0264	120 ,6	0,0317	138 ,6	0,0371	156 ,6	0,0425	174 ,6	0,0480
103 ,2	0,0266	121 ,2	0,0319	139 ,2	0,0373	157 ,2	0,0427	175 ,2	0,0481
103 ,8	0,0268	121 ,8	0,0321	139 ,8	0,0374	157 ,8	0,0429	175 ,8	0,0483
104 ,4	0,0270	122 ,4	0,0323	140 ,4	0,0376	158 ,4	0,0430	176 ,4	0,0485
105 ,0	0,0271	123 ,0	0,0324	141 ,0	0,0378	159 ,0	0,0432	177 ,0	0,0487
105 ,6	0,0273	123 ,6	0,0326	141 ,6	0,0380	159 ,6	0,0434	177 ,6	0,0489
106 ,2	0,0275	124 ,2	0,0328	142 ,2	0,0382	160 ,2	0,0436	178 ,2	0,0490
106 ,8	0,0277	124 ,8	0,0330	142 ,8	0,0383	160 ,8	0,0438	178 ,8	0,0492
107 ,4	0,0278	125 ,4	0,0332	143 ,4	0,0385	161 ,4	0,0439	179 ,4	0,0494

Taboa II

3 ^b	3 ^b	0'	29'',57
6	6	0	59 ,14
9	9	1	28 ,70
12	12	1	58 ,27
15	15	2	27 ,84
18	18	2	57 ,41
21	21	3	26 ,98