

As partes rectilneas  $AE$ ,  $A'E'$ ,  $A''E''$ .... relativas á condensação do vapor diminuem de extensão á medida que a temperatura cresce. É pois provavel que as duas linhas  $L$  e  $V$  se encontrem em um ponto  $A_1$ , onde sejam tangentes á isothermica  $M_1A_1E_1N_1$  correspondente á temperatura  $t_1$ . As isothermicas relativas a temperaturas superiores a  $t_1$ , são continuas e tendem para a fórma hyperbolica, que convem aos gazes. A essas temperaturas a liquefação não é possível e a fórma gazosa conserva-se indefinidamente qualquer que seja a grandeza da pressão ou a diminuição de volume. A temperatura  $t_1$  foi denominada por ANDREWS, temperatura critica ou ponto critico. O ponto critico do acido carbonico é visinho da isothermica de 31 graus centigrados.

O protoxydo d'azote, o acido chlorydrico, o ammoniaco, o ether e o sulfureto de carbone seguem as mesmas leis de compressão. A cada um d'estes corpos corresponde uma temperatura critica particular. Podemos portanto considerar como perfeitamente geral a lei que ANDREWS reconheceu no estudo do acido carbonico. Segundo as experiencias de CAGNIARD-LATOUR, a temperatura critica da agua seria 412°. Para o oxygeno, azote, hydrogeno, essa temperatura limite seria, pelo contrario muito baixa; talvez inferior a — 100. CAILLETET conseguiu liquefazer estes gazes produzindo um grande resfriamento por meio d'uma expansão rapida.

47. Se considerarmos a linha isothermica  $MAEN$  notaremos que nos pontos  $A$  e  $E$  a elasticidade soffre

uma variação descontínua. Esta descontinuidade provém sem duvida de que a parte rectilínea AE se refere não a um estado homogêneo como MA ou EN, mas a uma mistura de líquido e de vapor. JAMES THOMSON suppoz que os dois ramos da curva podiam ser ligados por meio da linha sinuosa ABCDE (fig. 2), representando este traçado a passagem gradual do estado gasoso ao estado líquido, se durante a transformação a massa total do corpo permanecesse constantemente homogênea. Este modo de conceber o phenomeno é admissivel theoreticamente. Praticamente não é realisavel, porque contem uma serie d'estados incompativeis com um equilibrio estavel, como é facil de ver.

Tiremos as tangentes horisontaes  $BP_1$ ,  $DP_3$  pelos pontos minimo B e maximo D da curva de THOMSON. Sob uma pressão intermediaria  $OP_2$ , o corpo sendo supposto homogêneo offerece tres estados d'equilibrio. O estado líquido L, o estado de vapor V, e o estado intermediario I. Supponhamos o corpo em livre communição calorifica com o ambiente que está á temperatura  $t$  e á pressão  $p_1 = OP_2$ .

O estado I é instavel, porque se o volume do corpo augmentasse um pouco sobre a isothermica IB, a força expansiva interna excedia a pressão externa  $p_2$ , e o corpo abandonado a si mesmo continuava a dilatar-se afastando-se cada vez mais da posição I. Da mesma fórma, se o volume diminuísse um pouco, a força elastica interna tornando-se menor do que a pressão externa, o volume continuava a diminuir e o ponto figurativo des-

viava-se tambem cada vez mais da posição d'equilibrio. Pelo contrario os estados L e V são manifestamente estaveis.

48. A concepção da isothermica theorica permite fazer entrar na regra geral alguns phenomenos considerados como excepções. Consideremos o arco EN. Quando o vapor não está em contacto com gota alguma de liquido podemos augmentar successivamente a pressão até a egualarmos a  $OP_3$ , mantendo sempre o ponto figurativo sobre a isothermica  $t$ , sem que haja condensação parcial. Em qualquer ponto K da curva EN o vapor está a uma temperatura  $t$ , inferior á temperatura normal de liquefação que corresponde á pressão  $OP'_2$ ; mas, se por qualquer causa se formar uma gota liquida de dimensões convenientes, estabelecer-se-ha immediatamente um novo estado d'equilibrio caracterisado pelo ponto K que agora representa uma mistura de vapor e de liquido a uma temperatura  $t_2$  superior a  $t$ . A quantidade de vapor condensado será proporcional a  $E_2K$ .

49. Consideremos actualmente o arco AB. Quando o liquido não está em contacto com bolha alguma de vapor, podemos diminuir successivamente a pressão até a egualarmos a  $OP_4$ , mantendo sempre o ponto figurativo sobre a isothermica  $t$ , sem que haja vaporisação parcial. Em qualquer ponto L da curva AB o liquido está a uma temperatura  $t$  superior á temperatura normal de vaporisação que corresponde á pressão  $OP_2$ ; mas, se

por qualquer causa se formar uma bolha de vapor, estabelece-se immediatamente um novo estado de equilibrio caracterizado pelo ponto L que agora representa uma mistura de liquido e de vapor a uma temperatura  $t_1$  inferior á temperatura  $t$ . A quantidade de liquido vaporizado será proporcional a  $\Delta_1 L$ .

50. Consideremos um liquido de densidade  $\rho$ , terminado por uma superficie plana e submettido a uma pressão externa H. Á distancia  $h$  da superficie livre a pressão  $p_1$  será

$$p_1 = H + h\rho.$$

Supponhamos que no seio da massa liquida, á profundidade  $h$  é gerada uma bolha de vapor. Para que esse nucleo gazoso possa subsistir é necessario que a força elastica  $f$  do vapor formado possa vencer a pressão  $p_1$  e a tensão capillar  $p_2$  da camada liquida d'espessura muito pequena que immediatamente o envolve. Podemos considerar a superficie da bolha approximadamente espherica. Suppondo os dois raios de curvatura eguaes na formula de LAPLACE, teremos para cada hemispherio

$$\frac{2A}{R}$$

onde A é um coeﬃciente que varia com os diversos

liquidos, teremos, pois,

$$p_2 = \frac{4A}{R}.$$

Portanto para que o nucleo de vapor possa subsistir é necessario que seja

$$p_1 + p_2 = \frac{4A}{R} + h\rho + H \leq f$$

ou

$$f - \frac{4A}{R} \geq h\rho + H.$$

A egualdade ficará satisfeita se fôr

$$R_1 = \frac{4A}{f - h - H} \quad (136)$$

o que nos mostra que se apparecer alguma bolha de vapor de raio inferior a  $R_1$ , será

$$f < p_1 + p_2$$

portanto o vapor condensar-se-ha e a bolha desaparece. Concebemos assim como um liquido póde ser elevado a uma temperatura superior á sua temperatura normal

\*

de ebullição sem que esse phenomeno se manifeste. Mas se por uma causa qualquer apparecer uma bolha de vapor de raio superior a  $R_1$ , esta bolha augmenta rapidamente e a vaporisação manifesta-se abundantemente no seio da massa liquida.

Analogamente podemos explicar alguns phenomenos de identica natureza. Quando um certo espaço tem em suspensão gotas d'agua de differentes dimensões, vemos que as mais pequenas tem uma tendencia a evaporar-se e as maiores a augmentarem de volume, até que se estabeleça um estado de equilibrio em que todas as gotas tenham o mesmo diametro. Pequenissimas quantidades de pó introduzidas em atmosferas carregadas de vapor podem ser os germens d'uma condensação abundante.

## II

51. THOMSON deduziu a fórmula das isothermicas theoreticas relativas ás temperaturas inferiores á temperatura critica da fórmula das curvas determinadas por ANDREWS para as temperaturas superiores a essa temperatura limite. Não procurou porém a origem da fórmula particular que offerecem as curvas de pressão, nem a expressão analytica que as representa. CLAUSIUS, partindo da segunda equação fundamental da Thermodynamica, demonstrou que a curva ABCDE tem de satisfazer a uma relação particular.

Entre os dois estados do corpo que correspondem aos pontos A e E, existem dois caminhos diferentes pelos quaes o corpo póde passar d'um d'estes estados ao outro. Sobre cada um d'estes caminhos a passagem póde effectuar-se tanto na direcção de E para A como na direcção de A para E e em circumstancias identicas. Os dois trajectos devem pois ser considerados como reversiveis.

O cyclo AEDCBA é fechado isothermico e reversivel.

Se tomarmos o integral  $\int \frac{dQ}{T}$  em toda a extensão do

cyclo, teremos

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

e como a temperatura é constante podemos escrever

$$\int dQ = 0.$$

Segue-se d'aqui que o trabalho externo positivo realizado sobre o percurso total do cyclo deve ser compensado pelo trabalho externo negativo. A area CDE representa a energia consumida com o trabalho externo; a area ABC representa a energia absorvida pelo corpo durante a transformação. Teremos pois

$$\text{area CDE} + \text{area ABC} = \int dQ = 0$$

e portanto

$$\text{area CDE} = \text{area ABC} \quad (137).$$

Quando a curva theorica das pressões é dada, esta propriedade serve tambem para determinar a posição da linha horizontal que corresponde realmente ao phenomeno da vaporisação e da condensação.

CLAUSIUS reuniu as considerações precedentes no seguinte theorema: O trabalho externo effectuado na vaporisação d'um liquido é egual ao trabalho que seria necessario effectuar para obtermos o mesmo augmento de volume se a pressão variasse segundo a isothermica theorica; a força elastica do vapor no seu maximo de densidade é determinada por essa condição.

## III

52. É sabido que a relação entre o volume d'uma certa massa de gaz, a pressão e a temperatura, é expressa approximadamente pela formula

$$pv = RT \quad (138)$$

onde  $p$  representa a pressão,  $v$  o volume e  $T$  a temperatura absoluta;  $R$  é uma constante que depende da natureza do gaz.

RANKINE, HIRN e RECKNAGEL, anteriormente á publicação das memórias classicas de ANDREWS, tentaram representar por meio d'uma equação mais geral a relação que existe entre as quantidades a que se refere a formula precedente.

RANKINE (1854) propoz a equação

$$pv = RT - \frac{c}{T} \quad (139)$$

onde  $c$  representa uma constante.

HIRN (1865) fez notar que, admittindo mesmo não existirem acções reciprocas entre as moleculas gazosas, os fluidos aeriformes não podiam seguir a lei de MARIOTTE e GAY LUSSAC porque a parte variavel do volume não é o volume total do gaz; mas este diminuido do volume dos atomos. Nos casos em que não poderem ser despresadas as acções reciprocas das moleculas, HIRN juncta á pressão externa uma força que denomina pressão interna ou cohesão.

A expressão geral proposta por HIRN é a seguinte

$$(p+r)(v-\psi) = RT \quad (140)$$

onde  $r$  designa a pressão interna e  $\psi$  a somma dos volumes dos atomos.

Em um trabalho, posterior ás primeiras observações de ANDREWS, VAN DER WAALS (1873) admitte, fundando-se em considerações theoricas, que a pressão interna é inversamente proporcional ao quadrado do volume occupado pelo corpo. A formula proposta por VAN DER WAALS é a seguinte

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT \quad (141)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $R$  são constantes.

As curvas de pressão desenhadas por meio da equação

precedente offerecem um aspecto semelhante ao das isothermicas construidas por ANDREWS e completadas por THOMSON. Comtudo a formula de VAN DER WAALS não satisfaz sob o ponto de vista da concordancia numerica, o que é devido, em parte, a algumas circumstancias faceis d'apreciar: a hypothese de que a pressão interna é inversamente proporcional ao quadrado do volume occupado pelo corpo não pôde ser considerada exacta para pequenos volumes especificos; o valor de  $b$  varia quando o volume é inferior a 0,0046; finalmente a quantidade que representa a attracção mutua das moleculas deve suppor-se que augmenta quando a temperatura diminue, contrariamente ao que admitte VAN DER WAALS.

53. CLAUSIUS representa a pressão interna por uma quantidade inversamente proporcional a um producto de dois factores, de que um é a temperatura absoluta; o outro factor é o quadrado da somma de dois termos, o volume e uma quantidade constante. A formula proposta por CLAUSIUS é

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{c}{T(v + \beta)^2} \quad (142)$$

ondo  $R$ ,  $\alpha$ ,  $c$  e  $\beta$  são constantes.

O eminente physico verificou que esta relação representa com muita exactidão as observações antigas e recentes de ANDREWS sobre o acido carbonico. Expressindo

as pressões em kilogrammas por metro quadrado de superfície, os volumes em metros cubicos; e se suppozermos o peso d'acido carbonico igual a 1<sup>kil</sup>, as constantes tem os seguintes valores

$$R = 19,273$$

$$c = 555,3$$

$$\alpha = 0,000426$$

$$\beta = 0,000494.$$

Calculando por meio da equação de CLAUSIUS a isothermica do acido carbonico á temperatura de 13°,1 obtemos uma curva cuja fórma vai indicada na (fig. 3). N'esta curva verifica-se a condição que demonstrámos no paragrapho 5.

**54.** SARRAU determinando convenientemente os valores das constantes comparou a formula (142) com o resultado das experiencias d'AMAGAT sobre o hydrogeno, azote, oxygeno, formene, acido carbonico e etylena. N'estas experiencias a temperatura varia de 15° a 100° e a pressão de 25<sup>mm</sup> a 320<sup>mm</sup> de mercurio.

No ponto critico a função  $p$  deve satisfazer ás duas condições  $\frac{dp}{dv} = 0$ ,  $\frac{d^2p}{dv^2} = 0$ . Junctando estas condições á relação (142) obtemos tres expressões que dão os se-

guintes valores de  $v$ ,  $T$ ,  $p$  correspondentes ao ponto critico

$$\left. \begin{aligned} v_c &= 3\alpha + 2\beta, T_c = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{k}{R}\right)^{\frac{1}{2}} (\alpha + \beta)^{-\frac{1}{2}}, \\ p_c &= 6^{-\frac{3}{2}} (kR)^{\frac{1}{2}} (\alpha + \beta)^{-\frac{3}{2}} \end{aligned} \right\} (143).$$

SARRAU reconheceu que a formula de CLAUSIUS representa as experiencias d'AMAGAT com uma exactidão sufficiente. Os \* valores calculados para a temperatura e pressão critica do oxygeno, um anno antes das experiencias de WRÓBLEWSKI e OLSZEWSKI concordam sensivelmente com as determinações effectuadas por estes dois physicos.

As figuras 4 e 5 representam as isothermicas da etylena e acido carbonico segundo as experiencias d'AMAGAT.

---

\* MOUTIER, *Termodynamique*.

## IV

55. A relação indicada por CLAUSIUS para o ácido carbonico póde, como acabamos de mostrar, ser applicavel a alguns outros corpos, mudando simplesmente os valores das constantes. Mas se quizermos applicar a mesma formula a certos vapores, taes como o vapor d'agua, não obtemos resultados satisfactorios.

CLAUSIUS generalizou a equação (142) de modo a ser applicavel a todas as substancias. A nova equação tem a fórma

$$\frac{p}{RT} = \frac{1}{v - \alpha} - \frac{27(\alpha + \beta)}{8\theta(v + \beta)^2} \quad (144)$$

onde  $\theta$  representa uma funcção da temperatura que para  $T=0$  tem o valor zero, e no ponto critico tem o valor 1; mas que em qualquer outra circumstancia supporemos por emquanto desconhecida.

Sejam: P a tensão do vapor saturado, B' e B os vo-

lumes específicos do vapor no seu maximo de densidade e do liquido submettido á pressão P. Como a equação (144) deve ter logar para o liquido e para o vapor saturado, teremos

$$\frac{P}{RT} = \frac{1}{B - \alpha} - \frac{27(\alpha + \beta)}{8b(B + \beta)^2} \quad (145)$$

$$\frac{P}{RT} = \frac{1}{B' - \alpha} - \frac{27(\alpha + \beta)}{8b(B' + \beta)^2} \quad (146).$$

Escrevendo que o trabalho externo effectuado na vaporisação d'um liquido é igual ao trabalho que seria necessario effectuar para obtermos o mesmo augmento de volume, se a pressão variasse segundo a isothermica theorica, teremos

$$P(B' - B) = \int_B^{B'} p dv.$$

Substituindo  $p$  pelo seu valor tirado de (144), integrando e dividindo por TR, vem

$$\frac{P}{RT}(s - B) = \left[ \frac{B' - \alpha}{B - \alpha} - 27(\alpha + \beta) - \frac{27(\alpha + \beta)}{8b} \left( \frac{1}{B + \beta} - \frac{1}{B' + \beta} \right) \right] \quad (147).$$

Fazendo para abreviar

$$\pi = \frac{P}{RT}, \quad \gamma = \alpha + \beta, \quad w = B - \alpha, \quad W = B' - \alpha,$$

as equações (144), (145) e (146) tomam a seguinte forma

$$\pi = \frac{1}{w} - \frac{27\gamma}{8\theta(w+\gamma)^2} \quad (148)$$

$$\pi = \frac{1}{W} - \frac{27\gamma}{8\theta(W+\gamma)^2} \quad (149)$$

$$\pi(W-w) = 1 \frac{W}{w} - \frac{27\gamma}{8\theta} \left( \frac{1}{w+\gamma} - \frac{1}{W+\gamma} \right) \quad (150).$$

Estas equações determinam os valores  $\pi$ ,  $w$  e  $W$ , que correspondem a cada valor de  $\theta$ ; mas para exprimir directamente aquellas quantidades em funcção de  $\theta$  somos levados a tractar uma equação transcendente que não sabemos resolver. CLAUSIUS, á imitação de PLANCK, evita essa difficuldade pelo emprego d'uma variavel auxiliar  $h$ . Pondo

$$h = 1 \frac{W}{w},$$

$\pi$ ,  $w$  e  $W$  podem ser expressas directamente em funcção de  $h$  como é facil de ver.

De (148) e (149), tira-se

$$\frac{27\gamma}{8\theta} = \frac{(W+\gamma)^2(w+\gamma)^2}{Ww(W+w+2\gamma)} \quad (151).$$

Introduzindo este valor em (148), teremos

$$\pi = \frac{1}{W + w + 2\gamma} \left( 1 - \frac{\gamma^2}{Ww} \right). \quad (152).$$

Em virtude de (150), (151) e (152), teremos

$$h = (1 - e^{-h}) \frac{2w + \gamma(1 + e^{-h})}{\omega(1 + e^{-h}) + 2\gamma e^{-h}} \quad (153)$$

e portanto

$$\omega = \gamma \frac{1 - 2he^{-h} - e^{-2h}}{h - 2 + (h + 2)e^{-h}} \quad (154)$$

$$W = \omega e^{-h} = \gamma e^{-h} \frac{1 - 2he^{-h} - e^{-2h}}{h - 2 + (h + 2)e^{-h}} \quad (155).$$

Introduzindo estes valores em (152) vem

$$\pi = \frac{e^{-h} [h - 2 + (h + 2)e^{-h}] [(1 - e^{-h})^2 - h^2 e^{-h}]}{\gamma(1 - e^{-h})(1 - 2he^{-h} - e^{-2h})^2} \quad (156).$$

Resolvendo a equação (151) em ordem a  $\theta$ , teremos, attendendo a (154) e (155)

$$\theta = \frac{27 [h - 2 + (h + 2)e^{-h}] (1 - 2he^{-h} - e^{-2h})^2}{8 (1 - e^{-h})(h - 1 + e^{-h})^2 (1 - e^{-h} - he^{-h})^2} \quad (157).$$

Esta equação permite calcular o valor de  $\theta$  que corresponde a um valor determinado de  $h$ ; e inversamente, por meio d'um methodo d'aproximação, pôde servir para determinar o valor de  $h$  que corresponde a um valor determinado de  $\theta$ .

CLAUSIUS desenvolvendo  $h$  em uma serie ordenada segundo as potencias crescentes d'uma certa quantidade  $x = \sqrt{1 - \theta}$ , encontrou

$$h = 6x + 3,24x^2 + 2,8801716x^5 + 2,885628x^7 + \dots$$

Servindo-se d'esta serie, calculou CLAUSIUS uma tabella que contem os valores de  $\theta$  de centesima em centesima, e dá os valores correspondentes de  $h$ . Os valores  $h$  correspondentes aos maiores valores de  $x$  foram deduzidos directamente de (157). Depois de calculado o quadro dos valores de  $h$ , não offerece difficuldade a construcção de tabellas analogas para  $\pi$ ,  $W$  e  $\omega$ .

56. Não determinámos até aqui a fórma da funcção que designámos por  $\theta$ ; CLAUSIUS prefere a seguinte

$$\theta^{-1} = aT^{-n} - b \quad (158)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $n$  são constantes que para as differentes substancias tem valores differentes.

Introduzindo o valor de  $\theta$  na equação (144), podemos

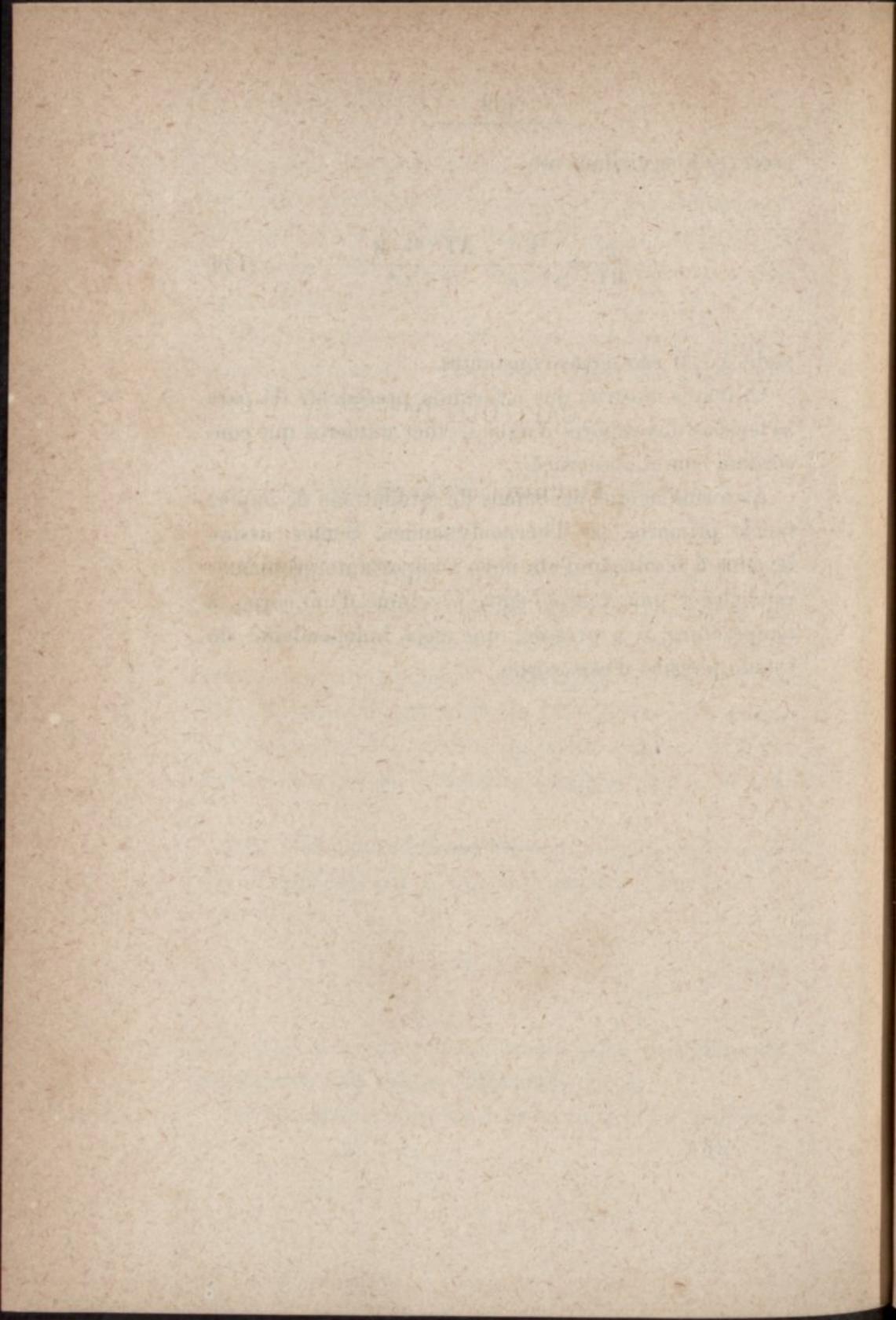
escrever abreviadamente:

$$\frac{p}{RT} = \frac{1}{v - \alpha} - \frac{AT^{-n} - B}{(v + \beta)^2} \quad (159)$$

onde A e B são novas constantes.

CLAUSIUS mostrou que a formula precedente dá para as tensões dos vapores d'agua e ether numeros que concordam com a observação.

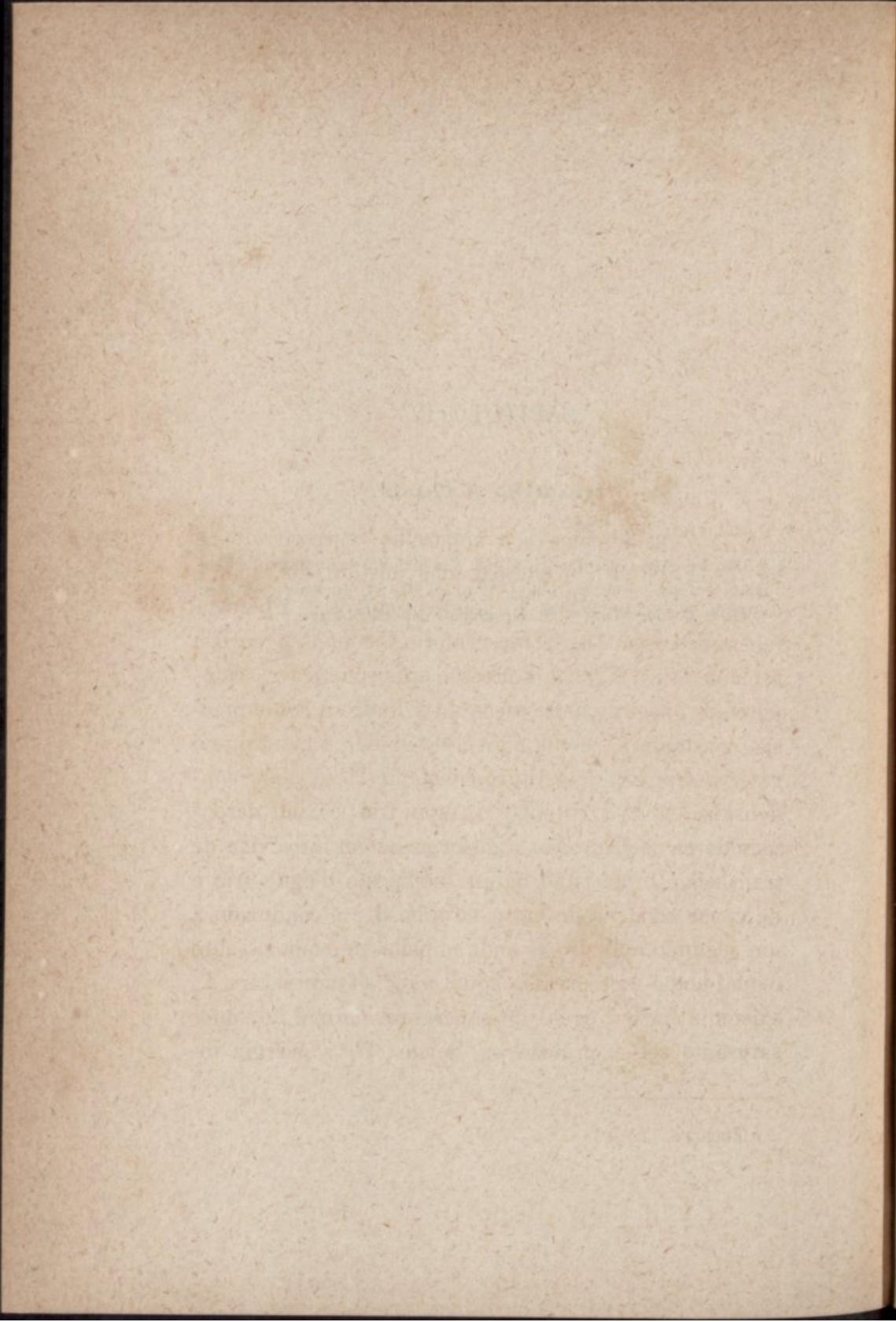
As formulas que acabámos de estudar são de importancia primaria em Thermodynamica. Somos, assim, levados á resolução d'um novo e importante problema: estabelecer uma relação entre o volume d'um corpo, a temperatura, e a pressão, que seja independente do estado physico d'esse corpo.



## CAPITULO IV

### **Machina a vapor**

- I. 57-59. Injector Giffard. — II. 60-62. Coefficiente economico da machina a vapor. — 63. Envolucro Watt. — III. 64. Equações praticas. — 65. Indicador Watt. — 66. Resultados experimentaes.



## I

57. Consideremos \* o aparelho representado na fig. 7. O cylindro A contem uma mistura de vapor e d'agua, á temperatura  $T_1$  sob a pressão  $p_1$ ; a percentagem de vapor é  $u_1$ . O reservatorio C contem agua fria á temperatura  $T'_0$ , sob a pressão atmospherica  $p_0$ . Suporemos que o vapor se escoa do cylindro A sob a pressão constante  $p_1$ , e que o nivel do liquido é mantido no reservatorio C a uma altura constante H. O vapor condensa-se em D ao contacto da agua fria; o calor desenvolvido na condensação transforma-se em força viva de translação, e um jacto liquido composto d'agua fria e de vapor condensado entra no tubo S e é conduzido a um segundo cylindro B onde impelle um embolo sobre o qual actua uma pressão egual a  $p_2$ ; a temperatura  $T_2$  existente em B é egual á temperatura normal do vapor saturante sob a pressão  $p_2$ . Sejam:  $U_1$  a energia in-

---

\* ZEUNER.

terna por unidade de peso da mistura contida em A,  $U_2$ ,  $U_0$  as quantidades analogas em B e C;  $\pi_0$  o peso da mistura que se escoo de A na unidade tempo;  $v_0, v_1, v_2$  os volumes especificos relativos ao estado do fluido em cada um dos tres recipientes. A variação da energia é igual ao trabalho das pressões augmentado de  $\pi_0 H$ , teremos pois:

$$\frac{\pi_0}{\pi_1} = \frac{E(U_1 - U_2) + p_1 v_1 - p_2 v_2}{E(U_2 - U_1) + p_2 v_2 - p_0 v_0 - H} \quad (160).$$

A formula (91) dá:

$$E(U_1 - U_2) = EL_1 \pi_1 - p_1 v_1 + p_2 v_2 - \int_{T_1}^{T_2} \left( Eh' + \beta \frac{dp}{dT} \right) dT.$$

Seja  $T_0$  a temperatura normal d'ebullição sob a pressão  $p_0$ ,  $C_p$  o calor especifico do liquido sob pressão constante, teremos

$$E(U_2 - U_0) = E \int_{T_0}^{T_2} C_p dT - p_2 v_2 + p_0 v_0 + \int_{T_0}^{T_2} \left( h' + \beta \frac{dp}{dT} \right) dT.$$

Introduzindo estes valores em (150), vem

$$\frac{\pi_0}{\pi_1} = \frac{EL_1 \pi_1 - \int_{T_1}^{T_2} \left( Eh' + \beta \frac{dp}{dT} \right) dT}{E \int_{T_0}^{T_2} C_p dT + \int_{T_0}^{T_2} \left( Eh' + \beta \frac{dp}{dT} \right) dT - H} \quad (161).$$

No injector Giffard a superficie do liquido contido em C, está a um nivel inferior ao do tubo d'escoamento; a agua fria d'alimentação é portanto aspirada e o termo H deve ser tomado negativamente. O injector alimenta, ordinariamente, a caldeira que lhe fornece o vapor. Fazendo na expressão precedente  $H = -H$ ,  $p_1 = p_2$ ,  $T_2 = T_1$  e notando que o coeficiente de compressibilidade dos liquidos é muito pequeno, teremos approxi-  
madamente

$$\frac{\pi_0}{\pi_1} = \frac{L_1 x_1}{C_p (T_1 - T'_0) + A [\beta (p_1 - p_0) + H]} \quad (162).$$

O jacto de vapor que sahe do tubo produz o effeito d'uma bomba aspirante e premente; levanta a agua de C á altura H, introduzindo-a em seguida na caldeira.

O termo  $A[(H + \beta (p_1 - p_0))]$  póde ser desprezado sem erro sensivel. Concluimos d'aqui que a altura d'aspiração H influe extremamente pouco sobre o valor da relação  $\frac{\pi_0}{\pi_1}$ .

58. Seja  $T'_2$  a temperatura a que a agua do injector penetra na caldeira. Obtem-se sem difficuldade

$$\frac{\pi_0}{\pi_1} = \frac{L_1 x_1 + C_p (T_1 - T'_2)}{C_p (T'_2 - T_0) + A [\beta (p_1 - p_0) + H]} \quad (163);$$

O peso do vapor  $\pi_1 x_1$  exige para se formar uma quan-

tidade de calor  $\pi_1 x_1 L_1$ . O injector introduz na caldeira uma quantidade d'agua  $\pi_0 + \pi_1$  á temperatura  $T'_2$ , esta agua é em seguida elevada á temperatura  $T_2 = T_1$  para acabar o cyclo; a quantidade total de calor despendida por segundo na alimentação da machina será pois:

$$Q_1 = \pi_1 x_1 L_1 + (\pi_1 + \pi_0) (C_p T_1 - C_p T_2)$$

e, portanto, teremos

$$Q_1 = \pi_0 \{ C_p T_1 - C_p T_0 + A [H + \beta (p_1 - p_0)] \} \quad (164).$$

Esta formula conduz ás seguintes conclusões. A quantidade de calor despendida na alimentação, depende do peso  $\pi_0$ , da pressão e da temperatura da caldeira, da temperatura  $T_0$ , e da altura  $H$ ; não depende, porém, nem da quantidade de vapor que o injector absorve; nem da temperatura  $T'_2$ , nem das dimensões das diversas peças do apparatus.

59. Consideremos actualmente uma bomba d'injecção de effeito simples, e supponhamos que o eixo do cylindro é horizontal e coincide com o eixo do tubo do injector. Se o curso do embolo dura um segundo, haverá  $\pi_0$  kilogrammas d'agua elevados á altura  $H$  durante a aspiração. O embolo introduz a agua na caldeira vencendo a pressão constante  $p_1$ . O trabalho total será:

$$\pi_0 [H + \beta (p_1 - p_0)].$$

Para elevar em seguida a agua da temperatura  $T_0$  á temperatura da caldeira, é necessaria uma quantidade de calor

$$Q_1 = \pi_0 (C_p T_1 - C_p T_0) \quad (165).$$

Portanto, theoreticamente, o injector Giffard e a bomba d'alimentação exigem o mesmo consumo de calor. Practicamente, na alimentação da machina a vapor, é preferivel o injector Giffard, porque n'este ultimo apparelho quasi podemos considerar nullos os attritos, e temos sómente a attender ás perdas de calor produzidas pelo resfriamento externo. Para obter effeitos exclusivamente mechanicos, taes como elevar agua d'um nivel a outro sem attendermos á elevação de temperatura, o emprego do injector tem manifestas desvantagens.

## II

60. Consideremos a unidade de peso d'um liquido, á temperatura  $T_2$ , e sob a pressão correspondente  $p_2$ , contida em um cylindro fechado por um embolo movel. Pondo este cylindro em communicação com um fóco calorifico até que esteja vaporizada uma certa porção  $x_2$  de liquido, haverá uma absorpção  $Q_2$  de energia calorifica dada pela formula :

$$Q_2 = L_2 x_2.$$

Façamos que se opere uma expansão adiabatica até á temperatura  $T_1$ , comprimindo em seguida a mistura sob a temperatura constante  $T_1$ . Sejam  $x_1$  e  $x'$  as fracções de vapor que existem no principio e no fim da compressão isothermica;  $Q_1$  a quantidade de calor cedida pelo refrigerante. Teremos

$$Q_1 = L_1 (x_1 - x').$$

O valor de  $x_1$  é dado pela formula (89)

$$x_1 = \frac{T_1}{L_1} \left[ \frac{L_2 x_2}{T_2} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{h'}{T} \right] dT \quad (166).$$

Supponhamos que a compressão foi levada a um ponto tal que a mistura póde voltar ao estado liquido inicial, seguindo uma transformação adiabatica; teremos

$$x' = \frac{T_1}{L_1} \int_{T_1}^{T'} \frac{h'}{T} dT \quad (167)$$

$$Q_1 = L_2 x_2 \frac{T_1}{T_2}.$$

Comprimindo finalmente a mistura até que todo o vapor esteja reduzido ao estado liquido, á pressão  $p_2$  e á temperatura  $T_2$ , teremos nas quatro phases da operação effectuado um trabalho  $S$  dado pela formula

$$S = \frac{Q_1}{AT_2} (T_2 - T_1) \quad (168).$$

$S$  representa, evidentemente, o trabalho maximo que a unidade de peso de vapor póde effectuar entre as duas temperaturas limites  $T_2$  e  $T_1$ . Nas machinas a vapor não póde ser realisado o cyclo perfeito que acabamos de descrever; a formula antecedente permite avaliar o grau de perfeição d'estes motores.

61. Consideremos actualmente um motor a vapor de duplo effeito funcionando entre as temperaturas  $T_2$  e  $T_1$ . Supponhamos que a caldeira fornece por cada curso d'embolo a quantidade  $x_2$  de vapor e a quantidade  $(1-x_2)$  d'agua vesicular. Seja  $Q_2$  a quantidade total de calor necessaria para elevar a agua alimentar á temperatura  $T_2$ , vaporisando a fracção  $x_2$  de liquido;  $x_1$  o peso de vapor no momento em que se abre a gaveta d'abducção;  $Q_1$  a quantidade de calor cedida ao condensador;  $S$  a quantidade de calor transformada em trabalho, teremos, suppondo que a expansão é completa, de  $T_2$  a  $T_1$ , e que as paredes do cylindro são impermeaveis ao calor:

$$S = L_2 x_2 \frac{T_2 - T_1}{T_1} + \int_{T_1}^{T_2} h' \left( 1 - \frac{T_2}{T} \right) dT \quad (169).$$

O coefficiente economico será

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} - \frac{T_1 \int_{T_1}^{T_2} h' \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_2} \right) dT}{L_2 x_2 + \int_{T_1}^{T_2} h' dT} \quad (170).$$

A imperfeição do cyclo d'esta machina dá pois logar a uma perda de trabalho disponivel. Esta perda é de 5 a 6 por 100 nas machinas de baixa pressão com condensação, e de 6 a 8 por 100 nas machinas de media pressão com condensação; nas machinas sem condensação é mais consideravel; mas se aquecermos previa-

mente a agua d'alimentação com os gases sahidos do fóco calorifico, cujo calor não é ordinariamente utilizado, a perda de trabalho disponivel é inferior á que dissemos existir nas machinas com condensação.

62. Supponhamos que a expansão é incompleta e sejam  $T'$ ,  $p'$ ,  $v'$ , a temperatura, a pressão e o volume no fim da expansão;  $p_1$  a pressão correspondente á temperatura  $T_1$ . Applicando a formula ( $\gamma$ ) do numero (31), obtemos facilmente

$$S = L_2 x_2 \frac{T_2 - T'}{T_2} + (p' - p_1) v' + \int_{T'}^{T_2} h' \left( 1 - \frac{T'}{T} \right) dT - \int_{p_1}^{p'} \beta dp \quad (171)$$

Em um motor que funcione com uma caldeira a  $150^\circ$  e um condensador a  $50^\circ$ , suppondo  $x_2 = 1$ , a perda d'efeito proveniente da expansão ser incompleta é de 25 por 100, se for de  $100^\circ$  a temperatura do vapor quando se abre a gaveta d'abducção. Na pratica a expansão é ordinariamente levada até tres, quatro vezes, e só muito excepcionalmente até dez vezes o volume primitivo. No exemplo indicado a expansão completa corresponderia a 25 vezes o volume primitivo.

63. WATT imaginou a seguinte disposição: cercar o cylindro por um envolvero e fazer passar o vapor, antes da admissão, entre o cylindro e esse envolvero. O corpo de bomba fica então cercado por um envolvero ou camisa de vapor. Adoptando este systema, podemos suppor

nulla a formação de liquido que acompanha a expansão, e o valor do trabalho será no caso da expansão ser completa:

$$\begin{aligned}
 S &= Q_2 - Q_1 = L_2 - L_1 - \int_{T_1}^{T_2} (h - h') dT \\
 &= L_2 - L_1 - \int_{T_1}^{T_2} T d\left(\frac{L}{T}\right) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{L}{T} dT \quad (171).
 \end{aligned}$$

Applicando esta formula ao exemplo estudado encontramos um augmento de effeito util igual 9 por 100. Um effeito analogo póde ser obtido aproveitando o calor dos gazes emanados do fóco.

## III

54. Deduzimos \* as equações (168), (169), (170) e (171) suppondo as paredes do cylindro impermeaveis ao calor. Praticamente essa hypothese conduz a erros que podem exceder 30 por 100 do trabalho calculado.

HIRN demonstra da seguinte fórma a grande influencia thermica que as paredes devem exercer.

Durante o periodo d'admissão o vapor que afflue da caldeira condensa-se ao contacto das paredes metallicas, até que estas adquiram a temperatura do vapor. Quando a expansão começa e que, por consequencia, a pressão diminue, o liquido depositado entra vivamente em ebulição, subtrahindo calor ás paredes; e ao mesmo tempo a massa total de vapor soffre uma condensação parcial. Por outra parte é visivel que no meio do cylindro, a temperatura deve ser inferior á das duas regiões extre-

---

\* HIRN, *Remarques relatives a une critique de ZEUNER.*

HIRN et HALLAUER, *Refutations d'une seconde critique de ZEUNER.*

mas, que alternadamente se offerecem ao affluxo de vapor; a quantidade de liquido póde augmentar por esta nova causa. A massa total de vapor durante este periodo depende portanto da grandeza relativa d'estes dois effeitos contrarios: diminue ou augmenta segundo a vaporisação que se effectua sobre as paredes é maior ou mais pequena do que a condensação devida ao augmento de volume, e ao arrefecimento sobre as paredes medias. Quando o embolo chega ao limite do seu curso a pressão baixa instantaneamente, e a agua que n'esse momento estiver sobre as paredes vaporisa-se rapidamente absorvendo calor.

Além da conductibilidade das paredes metallicas, existe uma outra influencia perturbadora de que não podemos apreciar o valor theoreticamente: a acção da agua encarcerada no espaço nocivo depois de fechada a gaveta d'abducção.

Uma terceira perda de trabalho provém das resistencias que o vapor tem de vencer no trajecto para o cylindro, d'onde resulta que a pressão media no cylindro, durante a entrada do vapor, é um pouco menor do que a pressão na caldeira. Entre a contra pressão e a pressão externa, isto é, a pressão no condensador, existe tambem uma desigualdade desvantajosa para o trabalho util. Devemos notar que a atmosphaera póde ser considerada como um condensador, onde a pressão é igual a  $1^{\text{atm}}$  e a temperatura  $100^{\circ}$ .

Bastam estas simples considerações para nos mostrar a necessidade de equações praticas que nos permittam

fazer entrar em calculo todas as quantidades que podem influir no andamento da machina a vapor. Indicamos em seguida o modo de estabelecer essas equações. Cada um dos quatro periodos successivos — d'admissão, expansão, expulsão e compressão final, tem a sua equação correspondente.

Sejam:  $\pi$  a despesa, por cada curso do embolo, de vapor e d'agua pulverisada;  $p$  a pressão e  $t$  a temperatura da caldeira;  $x$  o peso de vapor contido em um kilogramma do vapor humido que entra no corpo da bomba;  $\lambda$  o calor total do vapor;  $q$  a quantidade de calor necessaria para elevar de zero a  $t$  um kilogramma d'agua. Em cada curso a quantidade de calor consumida pelo vapor é

$$Q = \pi\lambda = \pi [(q + L + C_p(t_x - t))] \quad (173)$$

onde  $t$  designa a temperatura de saturação e  $t_x$  a temperatura a que o fluido é elevado na passagem da caldeira para o cylindro, no caso de empregarmos o vapor não saturado.

Estudemos os phenomenos que tem logar durante a admissão.

Supponhamos que no espaço nocivo, ou antes no espaço que encontra o vapor á sua chegada, existe um peso  $\pi_0$  de vapor e d'agua em provisão constante no cylindro, á pressão  $p_0$ , á temperatura  $t_0$ , contendo um peso especifico de vapor  $x_1$ ; e que no fim da admissão a pressão seja  $p_1$ , a temperatura  $t_1$ , o peso especifico do vapor  $x_1$ . A quantidade de calor que desaparece, em

cada curso d'embolo desde o principio até ao fim da admissão será

$$\pi\lambda + \pi_0(q_0 + x_1\rho_0) - (\pi + \pi_0)(q_1 + x_1\rho_1)$$

onde  $\rho$  designa a quantidade conhecida sob o nome de calor latente interno do vapor.

Sejam:  $Q_a$  o calor cedido ás paredes do cylindro;  $Q'_v$  o calor perdido pelas paredes externas;  $S_a$  o calor transformado em trabalho durante o periodo d'admissão. Teremos:

$$S_a + Q_a + Q'_v = \pi\lambda + \pi_0(q_0 + x_0\rho_0) - (\pi + \pi_0)(q_1 + x_1\rho_1) \quad (\text{I}).$$

Examinemos o phenomeno da expansão. Sejam:  $p_2$  a pressão,  $t_2$  a temperatura,  $x_2$  a quantidade especifica de vapor no fim da expansão;  $S_b$  o trabalho effectuado expresso em calorías;  $Q_b$  a quantidade de calor positiva ou negativa cedida pelas paredes do cylindro ao vapor que se dilata;  $Q_v''$  o calor que durante a expansão é perdido pela radiação externa. Teremos a egualdade

$$S_b \mp Q_b + Q_v'' = (\pi + \pi_0)(q_1 + x_1\rho_1) - (\pi + \pi_0)(q_1 + x_1\rho_1) \quad (\text{II}).$$

Durante a fuga do vapor para o condensador uma certa quantidade de calor  $Q_c$  é cedida pelas paredes do cylindro. Seja  $S_c$  a quantidade de calor que representa o trabalho d'expulsão;  $p_3$  a pressão correspondente;  $t_3$  a temperatura no principio da compressão;  $\pi_i$  a quanti-

dade d'agua d'injecção por cada curso,  $t_i$  a sua temperatura, e  $t_c$  a temperatura da agua de condensação; teremos a egualdade

$$S_c + Q_c = \pi q_4 + \pi_i (q_4 - q_i) + \pi_0 (q_3 + x_3 \rho_3) - (\pi + \pi_0) (q_2 + x_2 \rho_2) \quad (\text{III}).$$

Resta-nos sómente examinar a compressão. Seja  $Q_d$  a quantidade de calor retomado pelas paredes, e  $S_d$  o trabalho da compressão expressa em calorías, teremos

$$S_d - Q_d = \pi_0 (q_0 + x_0 \rho_0) - \pi_0 (q_3 + x_3 \rho_3) \quad (\text{IV}).$$

Regulando convenientemente o jogo das gavetas d'abducção, o vapor sahe para o condensador até ao fim do curso do embolo, sem que os diagrammas marquem compressão alguma perceptivel. A equação correspondente póde portanto, em geral, ser considerada identicamente nulla.

65. Sendo dado um motor em actividade a observação directa permite conhecer o valor numerico dos espaços nocivos, os volumes gerados pelo embolo durante a admissão e durante a expansão; a pressão na caldeira; a despesa total de vapor e d'agua vesicular por cada curso, bem como a grandeza relativa d'estas duas quantidades; a quantidade  $\pi_i$  d'agua injectada no condensador e a sua temperatura  $t_i$ . Os termos  $q \rho S x$ , com os seus diversos indices são determinadas por meio

dos diagrammas traçados automaticamente pelo indicador Watt. A fig. 6 representa esse indicador.

O cylindro de vapor communica com outro cylindro de pequenas dimensões, dentro do qual se move um embolo. A pressão exercida sobre a face inferior d'este embolo é a pressão do vapor contido no cylindro da machina; a face superior supporta a tensão d'uma mola augmentada pela pressão atmospherica. Os deslocamentos que o embolo indicador soffre em virtude das variações de pressão que se succedem no cylindro da machina são registrados sobre uma folha de papel que se enrola em um cylindro lateral, cujo eixo é paralelo ao eixo do pequeno embolo. Este cylindro recebe o seu movimento da parte do embolo da machina, e por meio d'uma disposição particular recebe uma velocidade proporcional á velocidade d'esse embolo. Os diagrammas traçados por este aparelho representam, pois, as pressões, os volumes e o trabalho realisado nas phases successivas do movimento; as temperaturas correspondentes ás diversas pressões são dadas pelas tabellas da força elastica do vapor saturado.

**66.** As equações antecedentes podem tomar uma fórma praticamente mais vantajosa.

Sejam:  $V_0$  o volume do espaço nocivo;  $V_1$  o volume da região do cylindro que o embolo percorre durante o periodo d'admissão;  $V_2$  o volume gerado durante a expansão;  $V_3$  o volume existente do lado da face opposta do embolo no momento em que se fecha a gaveta d'ab-

dução;  $\delta$  os pesos do metro cubico de vapor correspondentes aos quatro periodos indicados pelos indices. Teremos

$$(\pi + \pi_0) x_1 = (V_0 + V_1) \delta_1,$$

$$(\pi + \pi_0) x_2 = (V_0 + V_2) \delta_2,$$

$$\pi_0 x_0 = (V_0 + V_3) \delta_0,$$

$$\pi_0 x_3 = V_0 \delta_3.$$

Introduzindo estes valores em (I), (II), (III) e (IV) vem

$$\begin{aligned} & Q_a + \pi_0 (q_1 - q_0) \\ &= \pi (\lambda - q_1) + \rho_0 \delta_0 (V_0 + V_3) - \rho_1 \delta_1 (V_0 + V_1) - S_a - Q_v' \quad (\text{I}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mp Q_b - \pi_0 (q_1 - q_2) \\ &= \pi (q_1 - q_2) + \rho_1 \delta_1 (V_0 + V_1) - \rho_2 \delta_2 (V_0 + V_2) - S_b - Q_v'' \quad (\text{II}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & Q_c + \pi_0 (q_2 - q_3) \\ &= \pi_i (q_4 - q_i) - \pi (q_2 - q_4) + \rho_3 \delta_3 V_0 - \rho_2 \delta_2 (V_0 + V_2) - S_c \quad (\text{III}) \end{aligned}$$

$$Q_d + \pi_d (q_3 - q_0) = \rho_0 \delta_0 (V_0 + V_3) - \rho_3 \delta_3 V_0 + S_d \quad (\text{IV}).$$

Os termos contidos nos segundos membros d'estas equações podem ser todos determinados experimentalmente, ou por meio de pesagens, ou pelo thermometro,

ou pelos diagrammas. Podemos portanto escrever:

$$(Q_a + a \pi_0) = A \quad (\text{I})$$

$$(\pm Q_b + b \pi_0) = B \quad (\text{II})$$

$$(Q_c + c \pi_0) = C \quad (\text{III})$$

$$(Q_d + d \pi_0) = D \quad (\text{IV})$$

onde A, B, C, D, e  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são conhecidos. O estudo pratico d'estas equações leva aos seguintes resultados:

1.º Durante a admissão o vapor cede uma quantidade de calor A, que varia segundo a grandeza da machina entre limites muito afastados. As paredes metallicas absorvem quasi todo ou pelo menos uma grande parte d'esse calor; o restante é cedido á massa d'agua  $\pi_0$  em provisão constante no cylindro. Segundo HIRN e HALLAUER o valor de  $\pi_0$  é sempre muito pequeno.

2.º Durante a expansão o vapor umas vezes cede e outras recebe calor. No primeiro caso a acção das paredes é sempre relativamente grande, no segundo é quasi exclusiva.

3.º No periodo d'expulsão, o cylindro cede ao vapor uma quantidade de calor  $(Q_c + c \pi_0)$ . As paredes metallicas representam n'esse phenomeno o principal papel. O valor de C póde até certo ponto servir para avaliar o valor industrial d'uma machina.

FIM.

# INDICE

## CAPITULO I

### Movimento calorifico

	PAG.
I. 1. Movimento periodico d'um ponto material.—II. 2. Virial. — 3. Virial interno. — 4. Virial total. — 5. Conservação da energia.— 6. Equivalencia das transformações.—III. 7. Gene- ralisação da formula do movimento estacionario.—IV. 8-12. Equações differenciaes do movimento radiante.....	13

## CAPITULO II

### Coefficientes thermicos

I. 13-17. Equações geraes. — II. 18-22. Transformações d'um corpo homogeneo. — III. 23. Gaz perfeito. — IV. 24-31. Va- pores saturados. — V. 32-33. Equivalente mechanic do ca- lor. — VI. 34. Dissolução d'um gaz. — VII. 35. Dissolução d'uma substancia não volatil. — VIII. 36-38. Escoamento dos fluidos. — IX. 39-44. Escoamento d'um gaz perfeito. — X. 45. Escoamento d'uma mistura de liquido e de vapor.....	45
--	----

## CAPITULO III

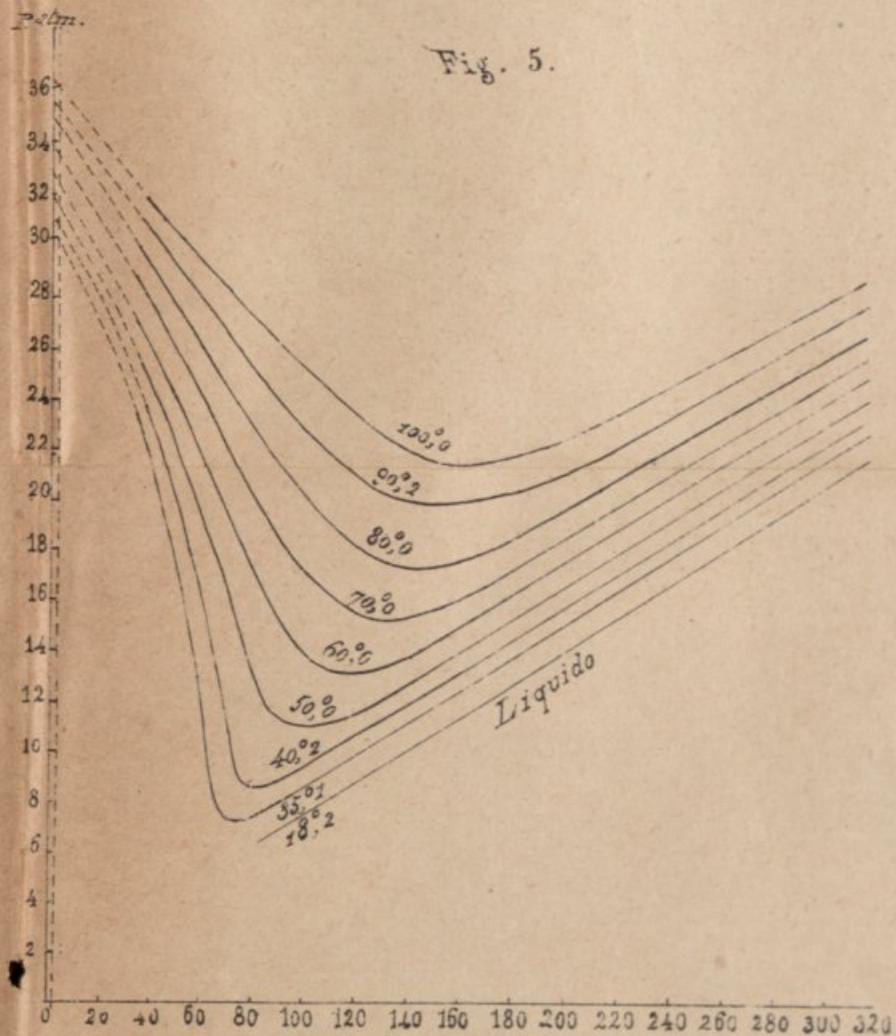
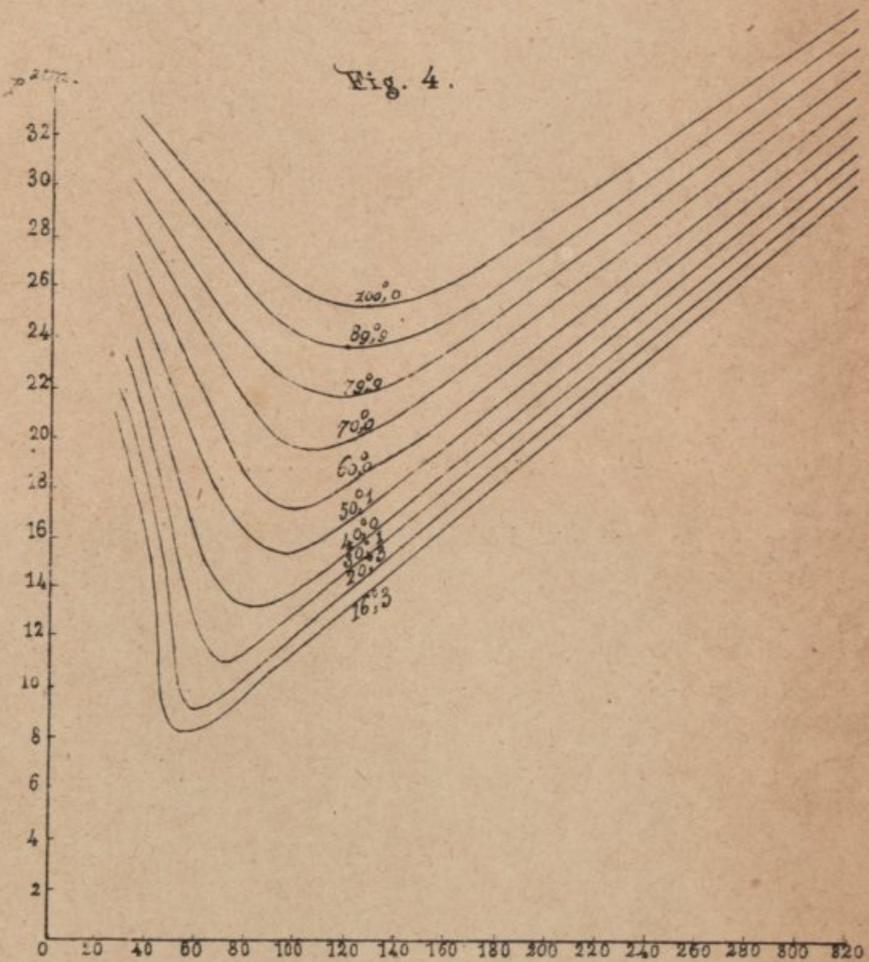
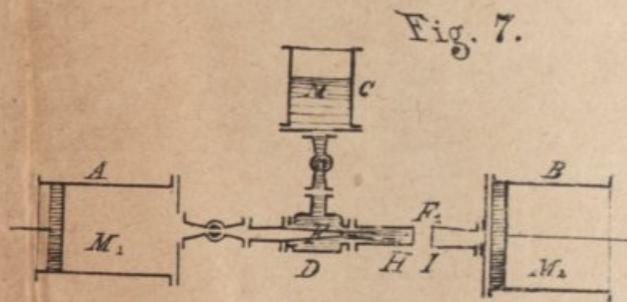
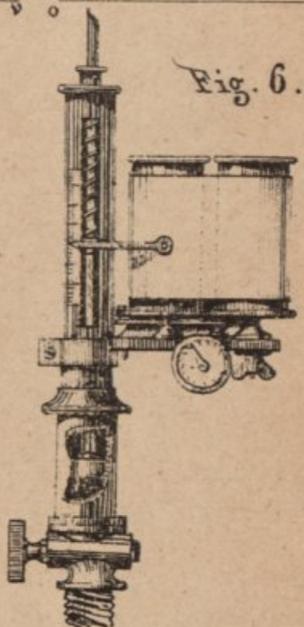
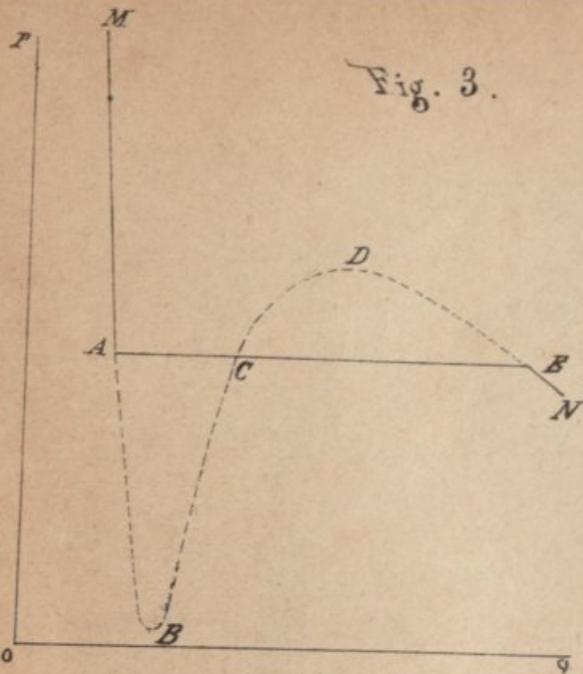
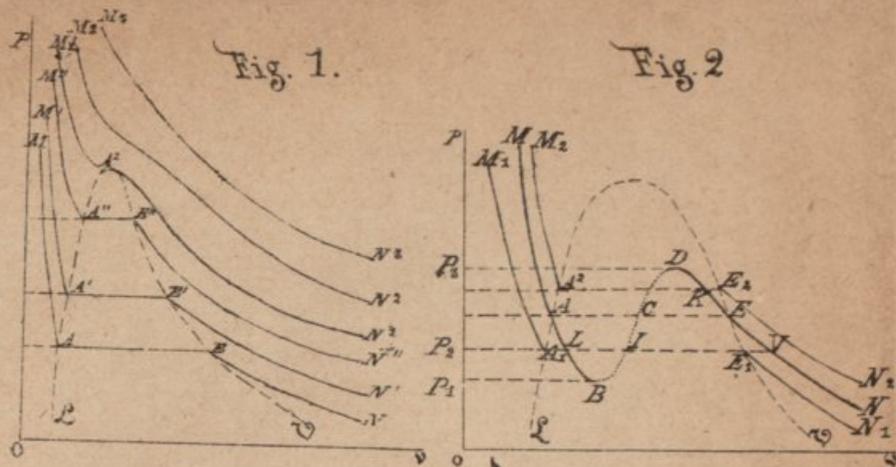
**Temperatura critica**

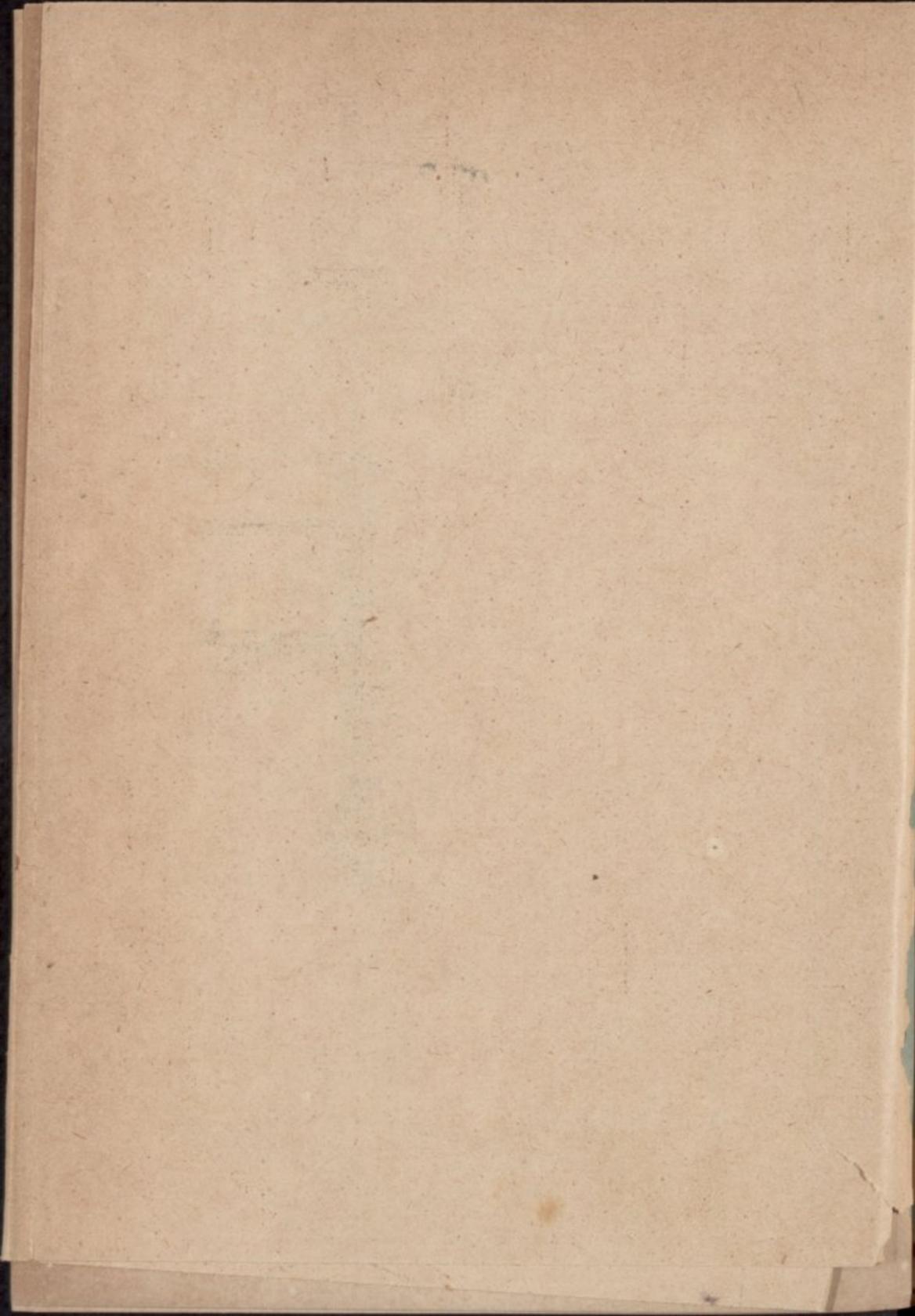
	PAG.
I. 46. Lei d'ANDREWS. — 47. Hypothese de JAMES THOMSON. — 48-50. Influencia dos nucleos nos phenomenos de vaporisa- ção e condensação. — II. 51. Theorema de CLAUSIUS. — III. 52-54. Equações das linhas isothermicas. — IV. 55-56. For- mula geral proposta por CLAUSIUS.....	117

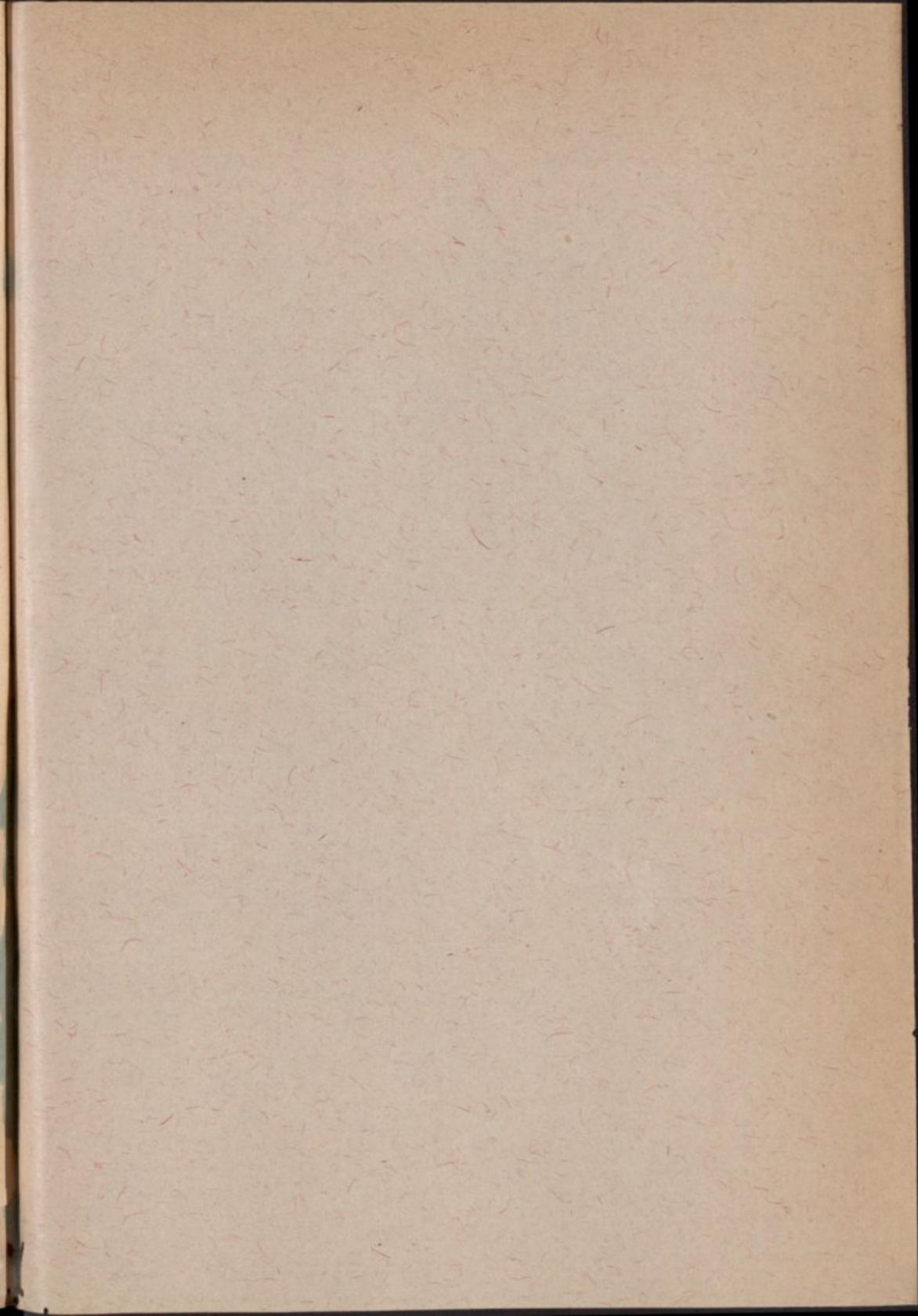
## CAPITULO IV

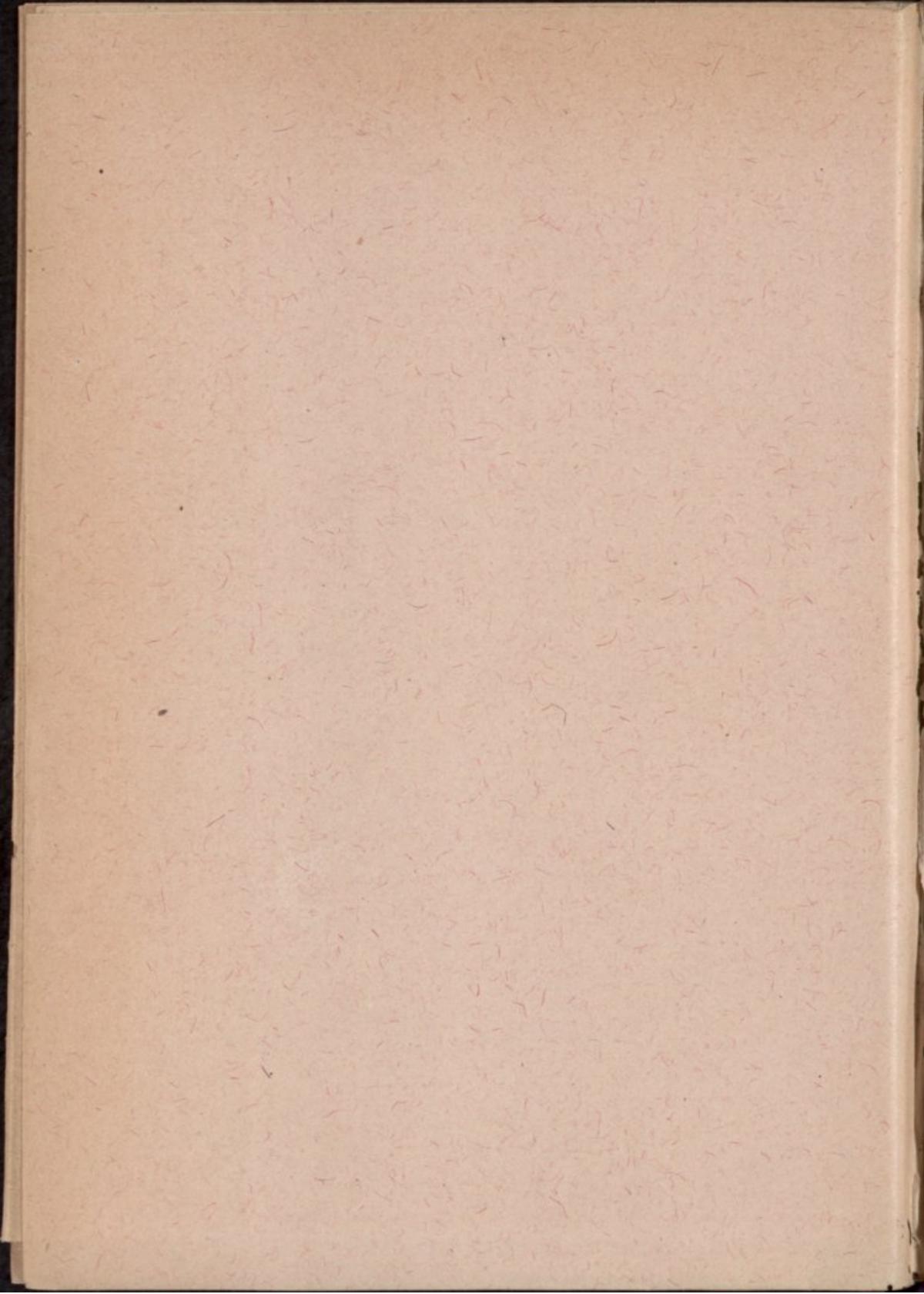
**Machina a vapor**

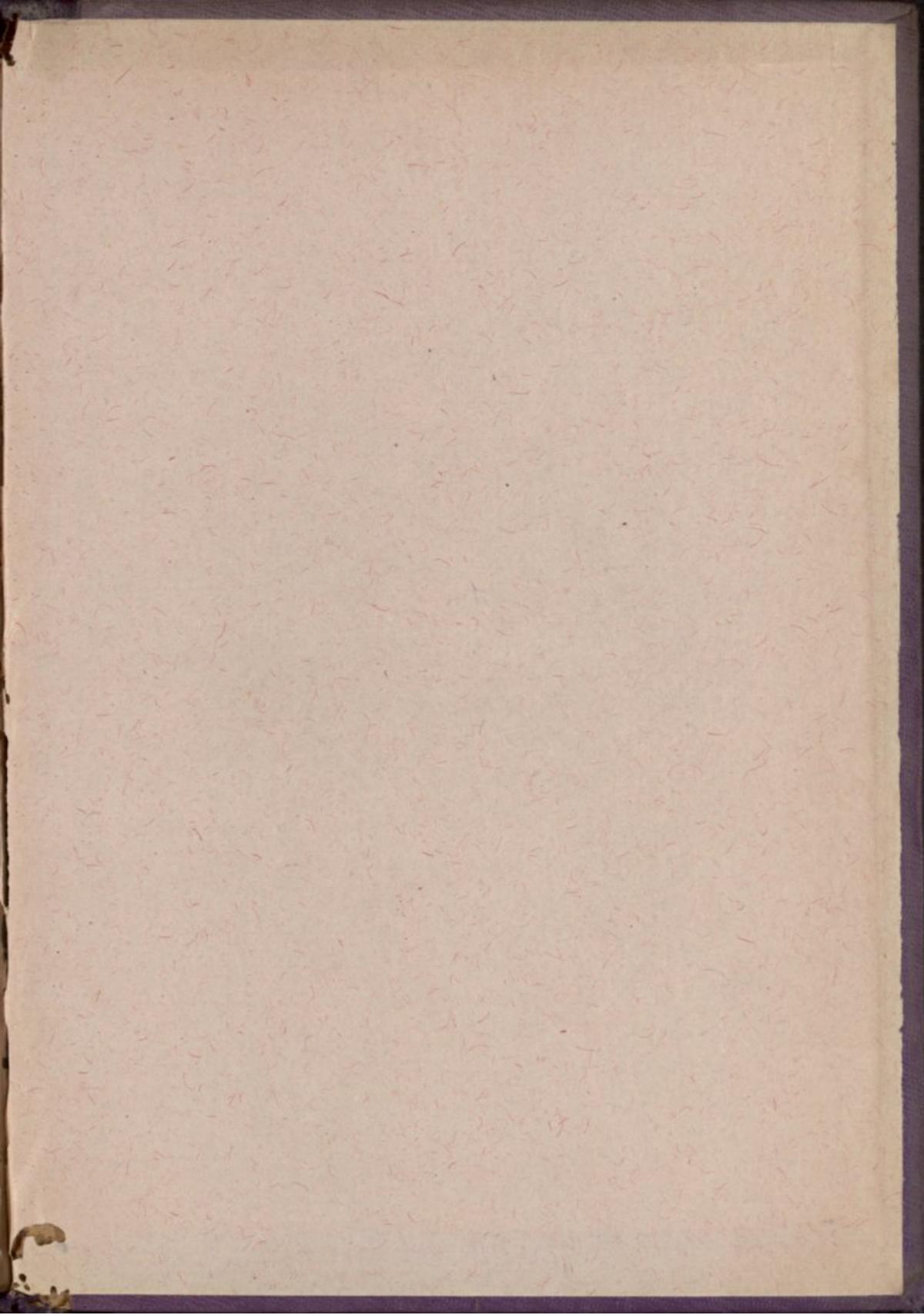
I. 57-59. Injector Giffard. — II. 60 62. Coefficiente economico de machina a vapor. — 63. Envolvuro Watt. — III. 64. Equações praticas. — 65. Indicador Watt. — 66. Resultados experimen- taes.....	141
--	-----

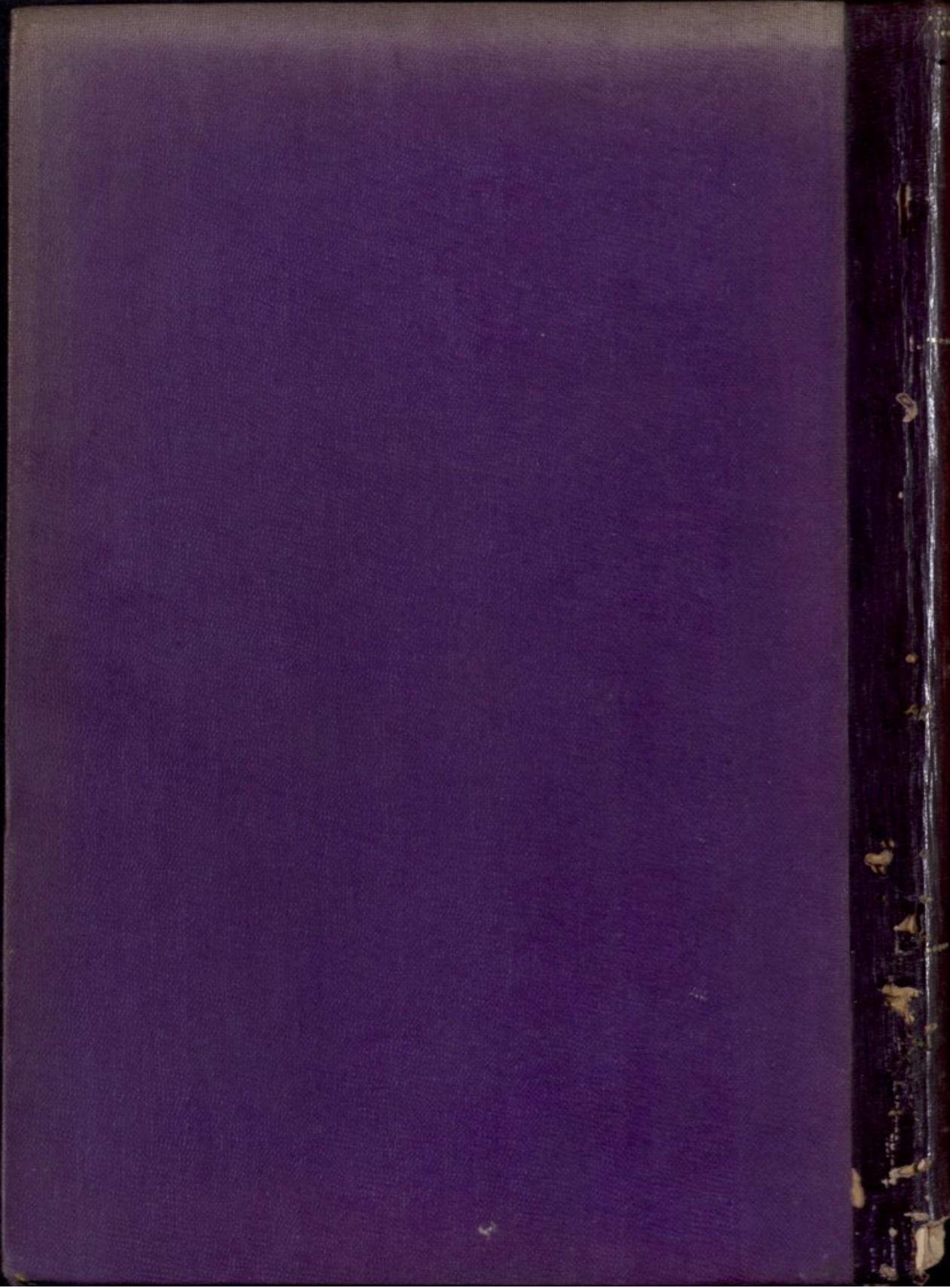












1886

LACERDA. — DISSERTAÇÃO

PHILOSOPHIA