

101

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

REVISTA

DA

FACULDADE DE CIÊNCIAS

VOL. VI—N.º 3

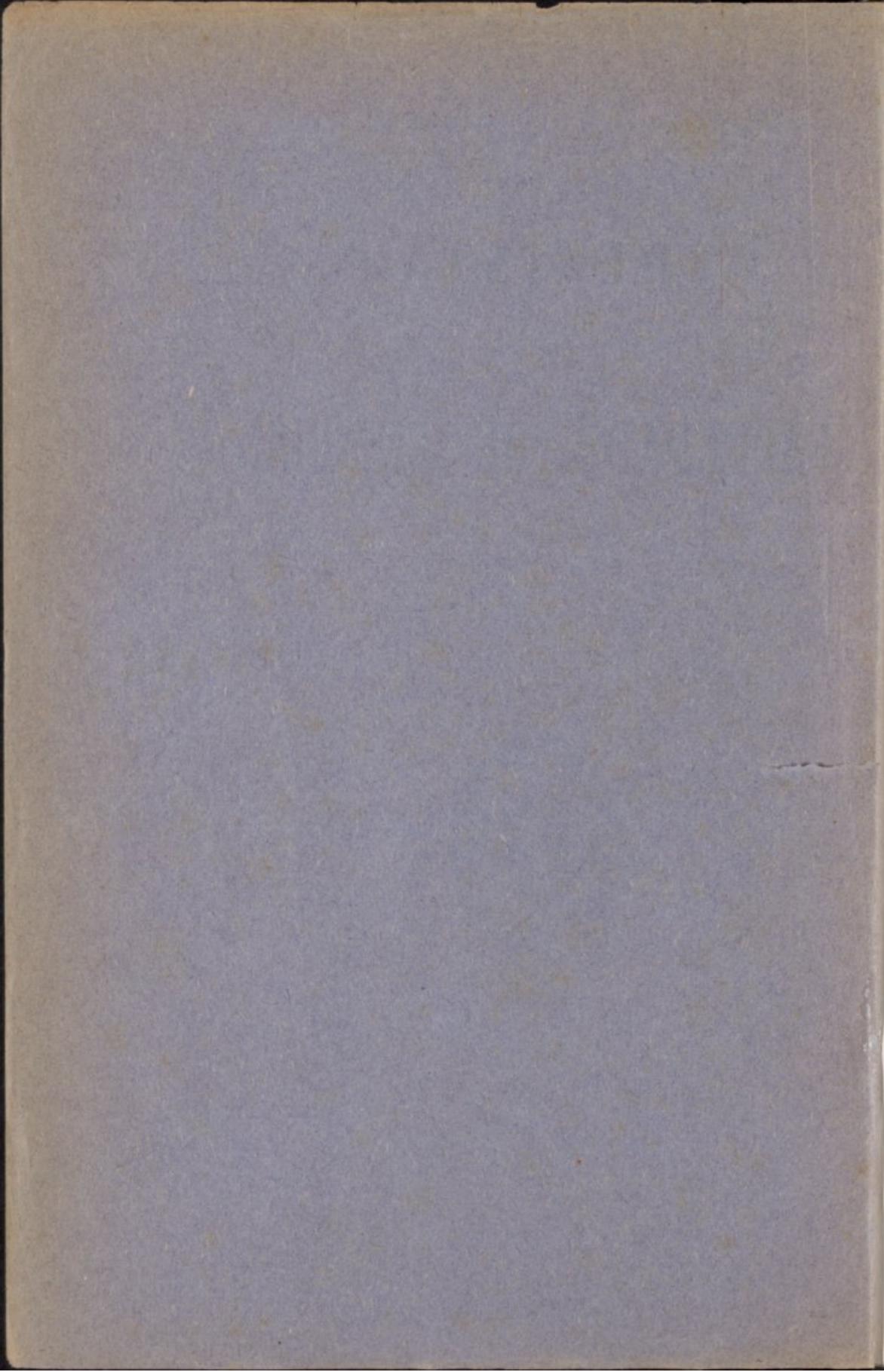


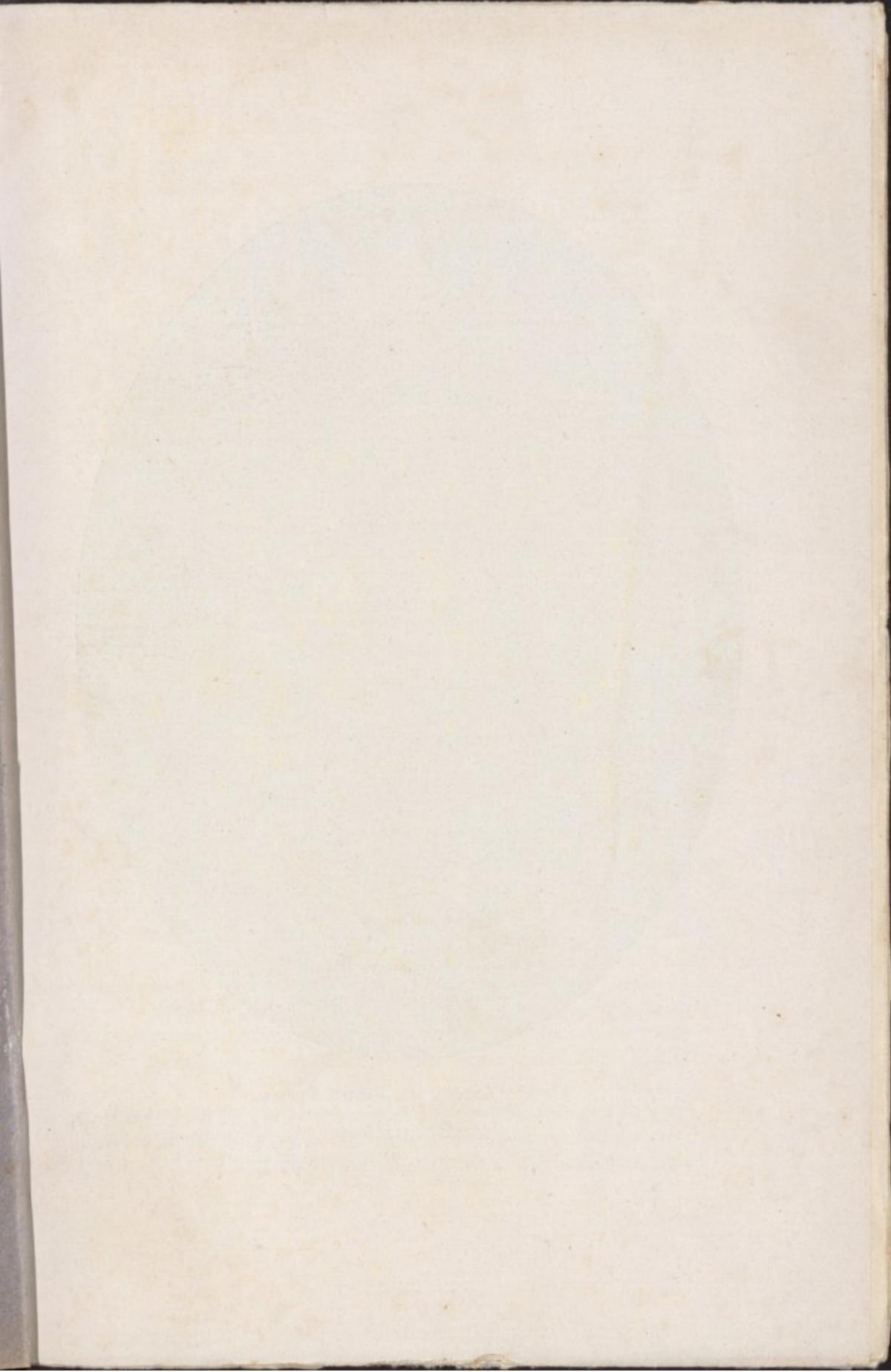
COIMBRA

TIPOGRAFIA DA ATLÂNTIDA

1937

A
9
32/13
32
4







DOUTOR ANTÓNIO DOS SANTOS VIEGAS
(1837-1914)

Professor António dos Santos Viegas

Passou em 7 de Abril do ano corrente o centenário do nascimento do Doutor António dos Santos Viegas. Natural da Covilhã, morreu em Coimbra em 10 de Julho de 1914.

Com verdade se diz que os mortos depressa esquecem. É preciso lembrar quem viveu a sua vida, mais na preocupação de a tornar útil aos estranhos do que na de procurar benefícios para si e para os seus.

O notável professor viveu muito para os seus discípulos, trabalhou com afincio para a elevação do seu ensino. Numa longa vida profissional, o Doutor Santos Viegas afirmou-se como um modelo a seguir pelos novos que aceitam as obrigações de ensinar e de educar.

E devem ser as primeiras a cumprir pelos professores. Quem não ensina e educa não é professor. As qualidades exigidas não são vulgares, a começar pela de abnegação, porque não há profissão mais absorvente da actividade dos que a ela verdadeiramente se dedicam.

Actualmente tende-se para exigir dos professores que, acima de ensinar e educar, investiguem, criando ou aplicando conhecimentos científicos em campos novos... Como se investigações de alto valor não fôsem natural consequência de cultura científica *intensa* e *extensa*, sob a acção de estímulos diversos. Sem êles, o que entre nós acontece, serão flores raras de plantas excepcionais que vivem num meio ingrato.

O professor que ensina abre caminhos aos iniciados dentro do seu campo especial de trabalho ou noutros abrangidos pelos seus estudos, que necessariamente deverão ser amplos e profundos.

Um investigador, excessivamente acantonado num compartimento científico, pode realizar dentro dêle trabalhos admiráveis, mas não ter as qualidades indispensáveis a um prelector. Até

na absorvente preocupação dos seus estudos pode fugir de apreender aspectos de conjunto, absolutamente necessários a quem ensina.

A função do professor é ensinar. Da sua profissão foi verdadeiramente escravo o Doutor Santos Viegas. Dotado de claríssima inteligência e notável senso prático, não aproveitou as suas aptidões enveredando pela política, onde êxitos certos obteria. Foi, numa legislatura, eleito deputado pela Covilhã; e, das outras vezes que entrou no Parlamento, foi eleito Par do Reino pelos Colégios científicos, portanto muito em ligação com a sua actividade universitária.

O Doutor Santos Viegas impôs-se cedo uma especialização, mas que não deve entende-se do tipo actual: estudou profundamente o que devia ensinar, e ensinou o que era preciso que ensinasse. Adquiriu sólida preparação matemática e, fora da Física, atraía-o a Astronomia e naturalmente a Astrofísica que se iniciava no seu tempo. Esteve em Roma para trabalhar com o célebre P.^o Sechi em estudos de espectroscopia solar. Foi em investigações dessa ordem a parte que tomou nas observações do eclipse do sol, total no Algarve, em 18 de Agosto de 1870.

*

* *

As lições do Doutor Viegas eram modelarmente claras e precisas, com gradações que as adaptavam aos menos favorecidos e se elevavam ao nível de um ensino superior, destinado aos melhor dotados. Preocupava-o o *rendimento* do ensino, ministrado de forma a criar para si o direito de inflexivelmente exigir que o maior número de alunos o assimilasse, no que havia de fundamental. Ensino assim compreendido, apesar do rigoroso apuramento do fim do ano, não produzia hecatombes a que tantas vezes se assiste. Realmente o ensino é para os alunos que freqüentam os cursos em cada época, e não para os que desejaríamos, possuidores de adequada preparação e joeirados rigorosamente.

Não deixaremos de salientar o facto do Doutor Viegas ter completado os seus estudos da antiga Faculdade de Fisologia pela freqüência, em Paris, dos cursos de Física, regidos por Jamin.

O Doutor Santos Viegas illustrou o seu nome a ensinar durante mais de cinquenta anos. Muitas gerações académicas espalhavam no país sentimentos de veneração pelo eminente professor a que por isso não faltaram consagrações oficiais. Mas o seu valor não era apenas reconhecido entre nós. Impôs-se naturalmente nos meios científicos estrangeiros, que o Doutor Viegas repetidas vezes freqüentou, no desempenho de várias missões. Fôra acolhido ao convívio de sábios de reputação universal, de físicos como Regnault, Helmholtz, Lord Kelvin, Becquerel.

Quando em 1883 representou Portugal no Congresso de Electricidade, realizado em Viena d'Austria, foi vice-presidente duma comissão de estudo de lâmpadas eléctricas, tomando parte nas respectivas investigações fotométricas.

O eminente professor adoptou métodos de ensino idênticos aos de outro grande professor do seu tempo, o Doutor Costa Simões. Ambos trabalharam no rejuvenescimento dos estudos universitários, especialmente dentro das suas Faculdades, criando ou ampliando laboratórios e insufflando-lhes vida, por forma a poderem ombrear com os melhores ensinamentos do estrangeiro os que se ministravam nas cadeiras de Física e de Fisiologia da Universidade portuguesa.

Ambos, ensinando, pensavam que era obrigação do professor empenhar a maior solicitude no aproveitamento dos alunos, de harmonia com as ideias contidas nos veneráveis *Estatutos da Universidade*. São do Doutor Costa Simões, numa oração de *sapientia* notável, pela abertura do ano lectivo de 1881-1882, as palavras seguintes: «Dêmos aos Estatutos a genuína interpretação do pensamento que os ditou: acomodemos esse pensamento à época em que nos achamos; e teremos conseguido quanto nos é preciso, para caminharmos com dignidade a par das Faculdades de maior nomeada. Temos de casa muito que

aproveitar... Em França, na Bélgica, por toda a Alemanha e outros estados de semelhantes instituições universitárias, ninguém se importa com o aproveitamento do estudante, em todo o ano lectivo. Deixam cada aluno entregue a si, completamente abandonado.

Entre nós, pelo contrário, o professor vai conhecendo, de dia a dia, o aproveitamento e aptidão dos seus discípulos; evita, por este meio, que se descuidem demasiadamente; e, no fim do ano lectivo, tem a melhor das bases para um verdadeiro julgamento.

Este sistema português, que eu desejo se mantenha em futuras reformas, creio que está merecendo favorável acolhimento dos novos professores e alunos; embora o considerem um tanto oposto às condições de liberdade, que todos desejamos, nas diversas manifestações da nossa intelligência ».

Reformas apressadas tudo subverteram e logo a seguir se compreendeu a necessidade de restringir as máximas liberdades no aprender a condições em relação com a limitadíssima liberdade de ensinar.

Por educação, talvez por índole, estamos longe de adoptar com proveito a fórmula—grandes liberdades no ensino, máxima liberdade no estudo. Á qual devia associar-se outra — a Universidade ensina, mas não julga.

Continuaremos, se tivermos a preocupação dominante de utilidade, dentro de velhos métodos. O professor deve ensinar, mas ensinar *os seus discípulos*.

Porque assim fez, o Doutor Santos Viegas não reconheceu a necessidade de publicar lições: as suas eram atenciosamente seguidas, eram, pode dizer-se, individualmente recebidas, tornando-se quasi dispensável um livro seu, ao tempo, de publicação difficil e economicamente sem vantagens.

Não faltavam bons livros, mas para aprender, com o Doutor Viegas, tinha maior importância do que ler esses livros frequentar assiduamente as aulas, ouvir as suas lições,meticulosamente organizadas, rigorosamente encadeadas.

Confrange a comparação do que era um curso, dos seus melhores tempos de professor, com o espectáculo que nos oferecem alguns cursos actuais, abandonados pelos alunos, que entre si combinam a distribuição de presenças, fugindo ao sacrificio da frequência, que é suprida por apressadas leituras de livros ou *sebentas*.

*

* *

É oportuno recordar as dificuldades vencidas pela Faculdade de Filosofia até conseguir o desdobramento da única cadeira de Física nas duas por que se distribuiu o ensino desta ciência. Oferece curiosidade, segundo a forma do tempo, a indicação das respectivas materias: na 1.^a cadeira — noções de mecânica racional; física dos corpos sólidos, líquidos e gasosos; calórico dilatante; princípios de electricidade estática e electricidade atmosférica; princípios de magnetismo e magnetismo terrestre; na 2.^a cadeira — acústica, calórico, luz, electricidade e magnetismo.

Da 1.^a cadeira foi professor o Doutor Jacinto António de Sousa; da 2.^a, por muitos anos, o Doutor Santos Viegas.

Sem excluirem durante as lições demonstrações diversas, os dois professores inauguraram exercícios práticos dos alunos, fora das horas das aulas, com utilização das colecções de instrumentos adquiridos por ocasião das suas viagens ao estrangeiro. «Deste modo, o que antes era um museu para a historia de alguns ramos da antiga Physica, é hoje um Gabinete de Physica entre os melhores da Europa, que se mantem á altura da sciencia, com as novas aquisições feitas todos os anos» (1).

Agora, quando mais uma vez se pensa em reforma do ensino das Faculdades, é bem necessário defender vivamente o que, através de tantas dificuldades se conseguiu, a indispensável ampliação dos quadros das cadeiras e cursos. Uma revisão, com intuitos de aperfeiçoar, não pode levar a grandes modificações, sendo lamentável retrocesso amputar, com a única preocupação da redução de despesas.

As duas cadeiras de Física eram insufficientes, não era possível, na 2.^a cadeira, ensinar sem repartir por dois anos o seu programa. O Doutor Santos Viegas e os sucessores aceitaram a divisão: um ano era ensinada a acústica e a ótica; no ano seguinte, a electricidade.

(1) Palavras escritas pelo Prof. Dr. Jacinto António de Sousa no prefácio do catálogo do *Gabinete de Physica*, Coimbra 1878.

*

* *

Não queremos terminar esta notícia sem recordar o valiosíssimo trabalho realizado pelo Doutor Santos Viegas na direcção do Observatório Meteorológico e Magnético de Coimbra, desde 1881 a 1914. Continuou com a maior dedicação a obra fundada e desenvolvida pelo Dr. Jacinto António de Sousa: aperfeiçou serviços montados e criou serviços novos. Entre estes avulta o das observações sísmicas, de que foi iniciador em Portugal.

Só por este facto, repetimos o que noutra ocasião escrevemos, mereceria o mais rendido preito a memória do sábio professor.

*

* *

De 1890 a 1910 foi decano e director da Faculdade de Filosofia e por três vezes foi nomeado reitor da Universidade.

Bem mereceu as altas distinções que lhe foram conferidas, a Grã Cruz de Sant'Iago, o grau de Cavaleiro da Legião de Honra, as comendas da Rosa, do Brasil e a de Francisco José d'Austria.

Foi sócio correspondente da Academica das Ciências de Lisboa, sócio fundador da Sociedade dos Electricistas de Paris e membro da Sociedade Sismológica Italiana.

Rende sentida homenagem à sua memória um dos seus modestos discípulos.

Coimbra, Abril de 1937.

ANSELMO FERRAZ DE CARVALHO.

Determinações de Radioactividade em Águas Minerais

Radioactividade das águas minerais situadas entre os rios
Douro, Mondego e Távora

Num trabalho anterior, (págs. 20 a 86, *dêste volume*), fizemos o estudo da radioactividade de várias águas minerais, e, simultaneamente, o do método seguido na sua determinação.

No trabalho que agora apresentamos, completamos o estudo feito, estendendo-o às águas minerais conhecidas em todo o característico planalto da Beira-Alta, descrito debaixo do ponto de vista geológico pelo professor A. Ferraz de Carvalho (*Memórias e Noticias*, do Museu Geológico, N.º 5, 1930, Coimbra). O método seguido nas determinações da radioactividade é exactamente o que anteriormente adoptámos. Sôbre êste assunto voltaremos a falar no final da nossa exposição.

Na primeira determinação que apresentamos, cada divisão da escala do electrómetro correspondia, nos primeiros 3 min., a 0,165 $m\mu c$, e, nos segundos 3 min., a 0,132 $m\mu c$.

A seguir a esta determinação, o emanómetro foi limpo e tornado bem estanque. Determinámos novamente a sensibilidade do electrómetro, coincidindo o fio com a divisão zero, quando carregado, e com a divisão 98, aproximadamente, quando descarregado. Com as soluções 1521 e 1726 P. T. R., com $4,03 \times 10^{-9}$ gr. de rádio, observámos:

	1.ª 3 min.	2.ª 3 min.
1521 P. T. R.	24,8 div.	31 div.
1726 »	24,7 »	31 »

Cada divisão da escala corresponde, nos 1.ª 3 min., a 0,163 $m\mu c$, e nos 2.ª 3 min., a 0,130 $m\mu c$. Foi com esta sensibilidade que fizemos tôdas as outras determinações.

A numeração das determinações é a continuação da estabelecida no nosso primeiro trabalho.

ÁGUA DO GRANJAL

Determinação n.º 48

Água colhida na nascente no dia 2 de Agosto de 1936, às 21 h. 10 min. (*Alfredo Luis Lopes, loc. cit.*, pág. 265 — *Le Port., Hidrol.*, pág. 501).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 3 de Agosto às 10 h. 37 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{os} 3 min. 3 div.

2.^{os} 3 » 3,8 »

Pêso da água: 130,4 gr.

Tempo de destruição da emanção: 13 h. 27 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,9037$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,165, 2.^{os} 3 min. = 0,132 *muc.*

Factores de correcção: $f = 0,920$, $f' = 0,900$.

Laboratório: pressão = 756 mm., temperatura = 22°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{os} 3 m. \quad \frac{1000 \times 3 \times 0,165 \times 0,920}{130,4 \times 0,9037} = 3,86$$

$$2.^{os} 3 m. \quad \frac{1000 \times 3,8 \times 0,132 \times 0,900}{130,4 \times 0,9037} = 3,83$$

Média = 3,85 *muc.*

ÁGUA DE BARREIRO

Determinação n.º 49

Água colhida na nascente no dia 22 de Outubro de 1936, às 12 h. 15 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 498).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 0,9 divisões.

Comêço da 1.^a medida: dia 23 de Outubro às 15 h. 35 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{os} 3 min. 1,5 div.

2.^{os} 3 » 1,8 »

Pêso da água: 164,9 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 3. h. 20 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,8135$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,915$, $f' = 0,895$.

Laboratório: pressão = 759,3 mm., temperatura = 17,5°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{os} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 1,5 \times 0,163 \times 0,915}{164,9 \times 0,8135} = 1,66$$

$$2.^{os} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 1,8 \times 0,130 \times 0,895}{164,9 \times 0,8135} = 1,56$$

Média = 1,6 $m\mu c$.

ÁGUA DE ALCAFACHE (tanque)

Determinação n.º 50

Água colhida na nascente no dia 22 de Outubro de 1936, às 16 h. 28 min. A água foi colhida na parte do tanque virada a sudoeste, onde nasce com maior abundância e onde a temperatura é máxima (52°). (*A. Luis Lopes, loc. cit., pág. 110, Le Port. Hydrol., pág. 495*).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1,2 div.

Comêço da 1.^a medida: dia 23 de Outubro às 19 h. 39 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{os} 3 min. 58,8 div.

2.^{os} 3 » 70,8 »

Pêso da água: 385,2 gr.

Tempo de destruição da emanação: 1 d. 3 h. 11 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,8145$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 1,115$, $f' = 1,146$.

Laboratório: pressão = 759,3 mm., temperatura = 17,5°.

Quantidade de emanação em 1000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 58,8 \times 0,163 \times 1,115}{385,2 \times 0,8145} = 34,1$$

$$2.^{\text{os}} 2 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 70,8 \times 0,130 \times 1,146}{385,2 \times 0,8145} = 33,6$$

Média = 33,8 $m\mu c$.

Nos outros pontos do tanque, onde a temperatura é mais baixa, a concentração da emanação é menor.

ÁGUA DE ALCAFACHE (Fonte)

Determinação n.º 51

Água colhida na fonte, perto do tanque, no dia 22 de Outubro de 1936, às 16 h. 23 min.

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 div.

Comêço da 1.^a medida: dia 24 de Outubro às 15 h. 17 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{os} 3 min. 23 div.

2.^{os} 3 min. 28,9 »

Pêso da água: 140,2 gr.

Tempo de destruição da emanação: 1 d. 22 h. 54 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,7017$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min.: 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 1$, $f' = 1$.

Laboratório: pressão = 758,6 mm, temperatura = 17°.

Quantidade de emanção em 1000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 23 \times 0,163}{140,2 \times 0,7017} = 38,1$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 28,9 \times 0,130}{140,2 \times 0,7017} = 38,2$$

Média = 38,1 *muc.*

Determinação n.º 52

Rádio

Introduzimos num borbulhador 800 gr. de água colhida na nascente no dia 22 de Outubro de 1936, fizemos passar durante bastante tempo, através da água, uma corrente de ar, e fechámos à lâmpada. Passados 34 dias, ligámos o borbulhador ao emanómetro, e, pelo método das agitações sucessivas, verificámos que não havia deslocamento anormal do fio durante 21 minutos.

A ordem de grandeza da concentração do rádio não é, pelas razões apontadas no nosso primeiro trabalho, superior a 10^{-11} gr. por litro.

ALCAFACHE (tanque)

Determinação n.º 53

(Gases espontâneos)

Gases colhidos na nascente, em dois pontos diferentes, no dia 22 de Outubro de 1936, às 16 h. 9 min. Pressão = 748 mm., temperatura média da água = 50°.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.ª medida: dia 27 de Outubro às 16 h. 28 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ min.} \quad 59,7 \text{ div.}$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ »} \quad 71,9 \text{ »}$$

Capacidade do frasco onde foram recolhidos os gases: 110,3 c. c.

Tempo de destruição da emanção: 5 d. 19 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,4031$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^ª 3 min. — 0,163,
2.^ª 3 min. — 0,130 *m μ c.*

Factores de correcção: $f = 1,120$, $f' = 1,150$.

Laboratório: pressão = 764 mm., temperatura = 17,5°.

Quantidade de emanção em 1.000 c. c. de gases à temperatura da nascente e a 760 mm.:

$$1.^{\text{ª}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 59,7 \times 0,163 \times 1,120 \times 760}{110,3 \times 0,4031 \times 748} = 249,1$$

$$2.^{\text{ª}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 71,9 \times 0,130 \times 1,150 \times 760}{110,3 \times 0,4031 \times 748} = 245,6$$

Média = 247 *m μ c.*

Quantidade de emanção em 1.000 c. c. de gases secos, a 0° e 760 mm.:

$$1.^{\text{ª}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 59,7 \times 0,163 \times 1,120 \times (273 + 50) \times 760}{110,3 \times (748 - 92,3) \times 273 \times 0,4031} = 336,1$$

$$2.^{\text{ª}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 71,9 \times 0,130 \times 1,150 \times (273 + 50) \times 760}{110,3 \times (748 - 92,3) \times 273 \times 0,4031} = 331,5$$

Média = 334 *m μ c.*

Determinação n.º 54

(Gases espontâneos)

Gases colhidos na parte central do tanque, onde são mais abundantes, no dia 22 de Outubro de 1936, às 15 h. 56 min. Pressão = 748 mm., temperatura da água = 50°.

Deslocamento normal do fio . 1 div.

Comêço da 1.^a medida: dia 28 de Outubro às 16 h. 56 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^ª 3 min. 48 div.

2.^ª 3 » 58,8 »

Capacidade do frasco onde foram recolhidos os gases: 99,9 c. c.

Tempo de destruição da emanção: 6 d. 1 h. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,3346$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^ª 3 min. — 0,163, 2.^ª 3 min.: 0,130 *m μ c.*

Factores de correcção: $f = 1,067$, $f' = 1,090$.

Laboratório: pressão = 762,6 mm., temperatura = 16,8°.

Quantidade de emanção em 1000 c. c. de gazes à temperatura da nascente e a 760 mm.:

$$1.^{\text{es}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 48 \times 0,163 \times 1,067 \times 760}{99,9 \times 0,3346 \times 748} = 253,7$$

$$2.^{\text{os}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 58,8 \times 0,130 \times 1,090 \times 760}{99,9 \times 0,3346 \times 748} = 253,2$$

Média = 25,3 $m\mu c$.

Quantidade de emanção em 1.000 c. c. de gases secos, a 0° e 760 mm.:

$$1.^{\text{es}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 48 \times 0,163 \times 1,067 \times (273 + 50) \times 760}{99,9 \times (748 - 92,3) \times 273 \times 0,3346} = 342,4$$

$$2.^{\text{os}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 58,8 \times 0,130 \times 1,090 \times (273 + 50) \times 760}{99,9 \times (748 - 92,3) \times 273 \times 0,3346} = 341,8$$

Média = 342 $m\mu c$.

A concentração da emanção na água de Alcafache (tanque) é, (Determinação n.º 50), $c_1 = 33,8 m\mu c$. A concentração da emanção nos gases espontâneos da mesma água é, tomando a média dos dois valores achados, $c_2 = 250 m\mu c$. Será $c_1/c_2 = 0,135$. A 50°, o coeficiente de repartição da emanção é $\mathcal{T} = 0,140$. Os valores achados de c_1 e c_2 correspondem, sensivelmente, ao equilíbrio.

ÁGUA DE ABRUNHOSA

Determinação n.º 55

Água colhida no fim dum percurso em tubo de ferro zincado, a 40 m. da nascente, no dia 22 de Outubro de 1936, às 17 h. 52 min. (*Le Port. Hydr.*, pág. 492).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 div.

Comêço da 1.ª medida: dia 23 de Outubro às 16 h. 45 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	38,9 div.
2. ^{os} 3 »	48,2 »

Pêso da água: 155,6 gr.

Tempo de destruição da emanção: 22 h. 53 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,8411$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min.: 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 1,030$, $f' = 1,050$.

Laboratório: pressão = 759,3 mm., temperatura = 17,5°.

Quantidade de emanção em 1000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} \text{ 3 m.} \quad \frac{1000 \times 38,9 \times 0,163 \times 1,030}{155,6 \times 0,8411} = 49,9$$

$$2.^{\text{os}} \text{ 3 m.} \quad \frac{1000 \times 48,2 \times 0,130 \times 1,050}{155,6 \times 0,8411} = 50,2$$

Média = 50 $m\mu c$.

Determinação n.º 56

Água colhida no fim dum percurso em tubo de ferro zincado, a 40 m. da nascente, no dia 6 de Dezembro de 1936, às 15 h. 30 min.

Método de eliminação da emanção: corrente de ar.

Deslocamento normal do fio: 1 div.

Comêço da 1.^a medida: dia 8 de Dezembro às 18 h. 27 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	16,7 div.
2. ^{os} 3 »	21 »

Pêso da água: 70,9 gr.

Tempo de destruição da emanção: 2 d. 2 h. 57 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6808$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min.: 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,976$, $f' = 0,980$.

Laboratório: pressão = 763 mm., temperatura = 11,5°.

Quantidade de emanação em 1000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 16,7 \times 0,163 \times 0,976}{70,9 \times 0,6808} = 55,04$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 21 \times 0,130 \times 0,980}{70,9 \times 0,6808} = 55,42$$

Média = 55,2 $m\mu c$.

A média das duas determinações da radioactividade da água da Abrunhosa é 52,6 $m\mu c$.

A água nasce ao fundo duma mina. Aí se reúnem, pelo menos, duas águas: uma que corre numa caleira encostada à rocha, e outra que escorre duma fractura. Depois de reunidas, as águas percorrem 40 metros em tubo de ferro zincado. A água estudada foi colhida na extremidade d'este tubo.

As águas que se reúnem teem radioactividades bastante diferentes: a que corre na caleira é menos radioactiva do que a outra.

Ao fundo de outra mina, chamada «mina de cima», pinga do tecto outra água com radioactividade próxima da que determinámos.

Determinação n.º 57

Rádio

Introduzimos num borbulhador cêrca de 750 gr. de água colhida na nascente no dia 6 de Dezembro de 1936, fizemos passar durante bastante tempo, através da água, uma corrente de ar, e fechámos à lâmpada. Passados 37 dias, ligámos o borbulhador ao emanómetro, e, usando o método das agitações sucessivas, verificámos que não havia deslocamento anormal apreciável do fio durante 21 minutos.

A ordem de grandeza da concentração do rádio não é, pelas razões já dadas, superior a 10^{-11} gr. por litro.

ÁGUA DE FALA

Determinação n.º 58

Água colhida na nascente, no local denominado «águas férreas», perto de Fala, no dia 10 de Novembro de 1936, às 10 h. 40 min. (*A. I. Lopes, loc. cit.*, pág. 231. *Port. Hydrol.* pág. 616).

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.ª medida: dia 10 de Novembro às 17 h. 22 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.º 3 min. 2,6 div.

2.º 3 » 3,2 »

Pêso da água: 570,2 gr.

Tempo de destruição da emanação: 6 h. 42 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,9509$.

Valor de uma divisão da escala: 1.º 3 min. — 0,163, 2.º 3 min. — 0,130 *m*_{pc}.

Factores de correcção: $f = 0,916$, $f' = 0,900$.

Laboratório: pressão = 763,4 mm, temperatura = 15°.

Quantidade de emanação em 1.000 gr. de água:

$$1.º 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 2,6 \times 0,163 \times 0,916}{570,2 \times 0,9509} = 0,716$$

$$2.º 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 3,2 \times 0,130 \times 0,900}{570,2 \times 0,9509} = 0,690$$

Média = 0,70 *m*_{pc}.

FALA (Água de uso corrente)

Determinação n.º 59

Água colhida na nascente, na parte mais alta da povoação de Fala, no dia 10 de Novembro de 1936, às 10 h. 10 min.

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1,2 divisões.

Comêço da 1.^a medida: dia 10 de Novembro às 18 h. 21 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^o 3 min.	1,8 div.
2. ^o 3 »	2,1 »

Pêso da água: 595,7 gr.

Tempo de destruição da emanção: 8 h. 11 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,9402$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^o 3 min. — 0,163, 2.^o 3 min. — 0,130 *muc*.

Factores de correcção: $f = 0,915$, $f' = 0,895$.

Laboratório: pressão = 763,4 mm., temperatura = 15°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr.:

$$1.^{\text{o}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 1,8 \times 0,163 \times 0,915}{595,7 \times 0,9402} = 0,479$$

$$2.^{\text{o}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 2,1 \times 0,130 \times 0,895}{595,7 \times 0,9402} = 0,436$$

Média = 0,46 *muc*.

ÁGUA DE VALE DA MÓ

Determinação n.º 60

Água colhida na nascente, bica, no dia 12 de Novembro de 1936, às 17 h. 45 min. (*Port. Hydrol.*, pág. 538).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 m. — 1,1 div., em 15 m. — 2,2 div.

Comêço da 1.^a medida: dia 13 de Novembro às 18 h. 27 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^o 3 min.	0,7 div.
2. ^o 3 »	0,8 »
Em 15 » (a seguir)	3,7 »

Pêso da água: 334,1 gr.

Tempo de destruição da emanação: 1 d. 0 h. 42 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,8301$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Laboratório: pressão = 763,3 mm., temperatura = 15°.

Quantidade de emanação em 1000 gr.: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 3,7 \times 4,03 \times 0,0371}{6,8 \times 334,1 \times 0,8301} = 0,29 \text{ } m\mu c.$$

CALDAS DE MONTE-MÓR

Determinação n.º 61

Água colhida no pôço onde a água nasce, a 0,60 m. de profundidade, no dia 12 de Novembro de 1936, às 9. h. 45 min. (*A. L. Lopes — loc. cit.*, pág. 314. *Le Port. Hydrol.*, pág. 618).

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 div

Comêço da 1.^a medida: dia 13 de Novembro às 17 h. 27 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	2 div.
2. ^{os} 3 »	2,6 »

Pêso da água: 686,5 gr.

Tempo de destruição da emanação: 1 d. 7 h. 42 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,7873$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,915$, $f' = 0,895$.

Laboratório: pressão = 763,3 mm., temperatura = 15°.

Quantidade de emanação em 1000 gr.:

$$1.^{os} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 2 \times 0,163 \times 0,915}{686,5 \times 0,7873} = 0,552$$

$$2.^{os} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 2,6 \times 0,130 \times 0,895}{686,5 \times 0,7873} = 0,559$$

Média = 0,56 $m\mu c$.

CURIA (Fonte Albano Coutinho)

Determinação n.º 62

Água colhida na nascente no dia 12 de Novembro de 1936, às 18 h. 45 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 521).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 m. — 1,1 div., em 15 m. — 2,3 div.

Comêço da 1.ª medida: 13 de Novembro às 19 h. 35 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.ª 3 min.	1,7 div.
2.ª 3 »	2 »
Em 15 » (a seguir)	11,6 »

Pêso da água: 407,3 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 0 h. 50 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,8290$.

Valor de uma divisão da escala: 1.ª 3 min. — 0,163, 2.ª 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Laboratório: pressão = 763,3 mm., temperatura = 15°.

Quantidade de emanção em 1000 gr.: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 11,6 \times 4,03 \times 0,0371}{6,8 \times 407,3 \times 0,8290} = 0,75 \text{ } m\mu c.$$

CURIA (nascente principal)

Determinação n.º 63

Água colhida na nascente, bica, no dia 12 de Novembro de 1936, às 18 h. 40 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 521).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 m. — 1 div., em 15 m. — 2 div.

Comêço da 1.^a medida: dia 14 de Novembro às 16 h. 44 min.
Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	0,3 div.
2. ^{es} 3 »	0,4 »
Em 15 » (a seguir)	2 »

Pêso da água: 328,5 gr.

Tempo de destruição da emanação: 1 d. 22 h. 4 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,7061$.

Valôr de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{es} 3 min. — 0,130 *m μ c.*

Laboratório: pressão = 763,9 mm., temperatura = 14,3°.

Quantidade de emanação em 1000 gr. de água: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 2 \times 4,03 \times 0,0371}{328,5 \times 0,7061} = 1,3 \text{ m}\mu\text{c.}$$

ÁGUA DE MONTOURO

Determinação n.º 64

Água colhida na nascente depois de limpa, no dia 12 de Novembro de 1936, às 14 h. Água turva, com depósito argiloso. (*Le Port. Hydrol.* pág. 616).

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 min. — 1 divisão, em 15 min. — 2 divisões.

Comêço da 1.^a medida: dia 13 de Novembro às 16 h. 18 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	0,6 div.
2. ^{es} 3 »	0,6 »
em 15 » (a seguir)	2,9 »

Pêso da água: 637 gr.

Tempo de destruição da emanação: 1 d. 2 h. 18 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,8197$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163,
2.^{os} 3 min. — 0,130 *m μ c.*

Laboratório: pressão = 763,3 mm., temperatura = 15°.

Quantidade de emanação em 1.000 gr. de água: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 2,9 \times 4,03 \times 0,0371}{6,8 \times 637 \times 0,8197} = 0,12 \text{ mc.}$$

ÁGUA DE PORTEJAIS (Águas enxofradas)

Determinação n.º 65

Água colhida na nascente no dia 15 de Novembro de 1936, às 12 h. 21 min. (Portejais, perto de Vilar, freguesia de Barró, concelho de Rezende).

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 16 de Novembro às 19 h. 8 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{os} 3 min. 7 div.

2.^{os} 3 » 8,8 »

Pêso da água: 681,5 gr.

Tempo de destruição da emanação: 1 d. 6 h. 47 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,7928$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163,
2.^{os} 3 min. — 0,130 *m μ c.*

Factores de correcção: $f = 0,935$, $f' = 0,920$.

Laboratório: pressão = 763,1 mm., temperatura = 14°.

Quantidade de emanação em 1.000 gr. de água:

$$1.^{os} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 7 \times 0,163 \times 0,935}{681,5 \times 0,7928} = 1,97$$

$$2.^{os} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 8,8 \times 0,130 \times 0,920}{681,5 \times 0,7928} = 1,95$$

Média = 1,96 *m μ c.*

AREGOS (Santa Luzia-Banhos)

Determinação n.º 66

Água colhida no tanque, no fundo do qual a água nasce, a 1,1 m. de profundidade, no dia 15 de Novembro de 1936, às 14 h. 15 min. (*A. L. Lopes — loc. cit.*, pág. 135, *Le Port. Hydrol.*, pág. 408).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 min. — 0,9 divisões, em 15 min. — 2 divisões.

Comêço da 1.ª medida: dia 16 de Novembro às 22 h. 17 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.ª	3 min.	0,3 div.
2.ª	3 »	0,4 »
Em 15	» (a seguir)	2 »

Pêso da água: 332,5 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 8 h. 2 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,7854$.

Valor de uma divisão da escala: 1.ª 3 min. — 0,163, 2.ª 3 min. — 0,130 $\mu\mu c$.

Laboratório: pressão = 763,1 mm., temperatura = 14°.

Quantidade de emanção em 1000 gr. de água: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 2 \times 4,03 \times 0,0371}{6,8 \times 332,5 \times 0,7854} = 0,17 \mu\mu c.$$

Determinação n.º 67

(Gases espontâneos)

Gases colhidos na nascente no dia 15 de Novembro de 1936, às 14 h. 30 min. Pressão = 770 mm., temperatura da água = 57°.

Deslocamento normal do fio: em 3 min. — 1 divisão, em 15 min. — 2,2 divisões.

Comêço da 1.^a medida: dia 17 de Novembro às 15 h. 51 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{es} 3 min.	1,7 div.
2. ^{es} 3 »	1,8 »
em 15 » (a seguir)	9,1 »

Capacidade do frasco onde foram recolhidos os gases: 110 c. c.

Tempo de destruição da emanção: 2 d. 1 h. 21 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6890$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{es} 3 min. — 0,163, 2.^{es} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Laboratório: pressão = 760,4 mm., temperatura = 13°.

Quantidade de emanção em 1.000 c. c. de gases, a 760 mm. e à temperatura da nascente. Comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 9,1 \times 4,03 \times 0,0371 \times 760}{6,8 \times 110 \times 0,689 \times 770} = 2,6 \text{ } m\mu c.$$

Quantidade de emanção em 1.000 c. c. de gases sécos, a 0° e 760 mm :

$$\frac{1000 \times 9,1 \times 4,03 \times 0,0371 \times 760 \times (273 + 57)}{6,8 \times 110 \times 0,689 \times (770 - 129,6) \times 273} = 3,8 \text{ } m\mu c.$$

Determinação n.º 68

(Gases espontâneos)

Gases colhidos na nascente no dia 15 de Novembro de 1936, às 14 h. 21 min. Pressão = 770 mm., temperatura da água = 57°.

Deslocamento normal do fio: em 3 min — 1 divisão, em 15 min. — 1,9 divisões.

Comêço da 1.^a medida: dia 18 de Novembro às 18 h. 58 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{es} 3 min.	1 div.
2. ^{es} 3 »	1,2 »
em 15 » (a seguir)	6,8 »

Capacidade do frasco onde foram recolhidos os gases: 101 c. c.

Tempo de destruição da emanção: 3 d. 4 h. 37 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,5609$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{as} 3 min. — 0,163, 2.^{as} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Laboratório: pressão = 754,4 mm., temperatura = 14°.

Quantidade de emanção em 1.000 c. c. de gases a 760 mm. e à temperatura da nascente: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 6,8 \times 4,03 \times 0,0371 \times 760}{6,8 \times 101 \times 0,5609 \times 770} = 2,6 \text{ } m\mu c.$$

Quantidade da emanção em 1.000 c. c. de gases secos, a 0° e 760 mm.:

$$\frac{1000 \times 6,8 \times 4,03 \times 0,0371 \times 760 \times (273 + 57)}{6,8 \times 101 \times 0,5609 \times (770 - 129,6) \times 273} = 3,8 \text{ } m\mu c.$$

A água de Arêgos (Santa Luzia) nasce no fundo de um tanque onde a água se acumula e donde sai por uma abertura situada na parte superior. A velocidade com que a água se desloca para a referida abertura depende do ponto que se considera, e, portanto, o tempo que a água se demora no tanque, depois de sair da nascente, depende da posição da massa de água que se escolhe. Como não há tempo para se uniformizar a concentração da emanção, evidentemente, esta depende da posição da porção de água que se colhe para a análise. Uma medida exacta da concentração da emanção na nascente exigiria o esvaziamento do tanque.

A concentração da emanção nos gases espontâneos é 2,6 $m\mu c$. Á temperatura da água, 57°, o coeficiente de repartição da emanção é 0,131. Supondo estabelecido o equilíbrio entre a emanção dissolvida na água e a dos gases espontâneos, a concentração da emanção na água deveria ser $2,6 \times 0,131 = 0,34 \text{ } m\mu c$. Pelas razões indicadas, além de outras que, possivelmente, tenham contribuído para que não se estabeleça o equilíbrio, o valor a que chegámos é bastante menor.

AREGOS (Bica)

Determinação n.º 69

Água colhida na nascente no dia 15 de Novembro de 1936, às 14 h. 27 min.

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 min. — 1 divisão, em 15 min. — 1,8 divisões.

Comêço da 1.ª medida: dia 18 de Novembro às 16 h. 42 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.ª	3 min.	0,6 div.
2.ª	3 »	0,6 »
	Em 15 » (a seguir)	2,7 »

Pêso da água: 337,8 gr.

Tempo de destruição da emanação: 3 d. 2 h. 15 min. Coeficiente de destruição da emanação: $e^{-\lambda t} = 0,5708$.

Valor de uma divisão da escala: 1.ª 3 min. — 0,163, 2.ª 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Laboratório: pressão = 754,4 mm., temperatura = 14°.

Quantidade de emanação em 1.000 gr. de água: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 2,7 \times 4,03 \times 0,0371}{6,8 \times 337,8 \times 0,5708} = 0,31 \text{ } m\mu c.$$

ÁGUA DE CARVALHAL (Barraca do Abade)

Determinação n.º 70

Água colhida na nascente no dia 15 de Novembro de 1936, às 18 h. 45 min. (*A. L. Lopes — loc. cit., pág. 193, Le Port. Hydrol., pág. 470*).

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 17 de Novembro às 11 h. 53 min.
Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	18,5 div.
2. ^{os} 3 »	23,2 »

Pêso da água: 414 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 17 h. 8 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,7328$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,983$, $f' = 0,987$.

Laboratório: pressão = 760,4 mm., temperatura = 13.^o.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{os} 3 m. \quad \frac{1000 \times 18,5 \times 0,163 \times 0,983}{414 \times 0,7328} = 9,77$$

$$2.^{os} 3 m. \quad \frac{1000 \times 23,2 \times 0,130 \times 0,987}{414 \times 0,7328} = 9,81$$

Média = 9,79 $m\mu c$.

ÁGUA DE CARVALHAL (nascente dos leprosos)

Determinação n.^o 71

Água colhida na bica, junto da nascente, no dia 15 de Novembro de 1936, às 19 h.

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 17 de Novembro às 18 h. 52 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	14 div.
2. ^{os} 3 »	17,8 »

Pêso da água: 367,8 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 23 h. 52 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6969$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{es} 3 min. — 0,163, 2.^{es} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,965$, $f' = 0,962$.

Laboratório: pressão = 760,4 mm., temperatura = 13°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{\text{es}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 14 \times 0,163 \times 0,965}{367,8 \times 0,6969} = 8,59$$

$$2.^{\text{es}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 17,8 \times 0,130 \times 0,962}{367,8 \times 0,6969} = 8,68$$

Média = 8,64 $m\mu c$.

CALDAS DE S. PAULO (Oliveira do Hospital)

Determinação n.º 72

Água colhida no tanque, no fundo do qual a água nasce, no dia 21 de Novembro de 1936, às 12 h. 40 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 541).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1,8 divisões.

Comêço da 1.^a medida: dia 23 de Novembro às 18 h. 58 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{es} 3 min. 6 div.

2.^{es} 3 » 7,4 »

Pêso da água: 705,2 divisões.

Tempo de destruição da emanção: 2 d. 6 h. 18 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6635$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{es} 3 min. — 0,163, 2.^{es} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,930$, $f' = 0,915$.

Laboratório: pressão = 754,6 mm., temperatura = 13°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água :

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 6 \times 0,163 \times 0,930}{705,2 \times 0,6635} = 1,94$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 7,4 \times 0,130 \times 0,915}{705,2 \times 0,6635} = 1,88$$

Média = 1,9 $m\mu c$.

Determinação n.º 73

(Gases espontâneos)

Gases colhidos na nascente no dia 21 de Novembro de 1936,
às 12 h. 57 min.

Pressão = 735 mm., temperatura da água = 26°.

Deslocamento normal do fio : 1,3 divisões.

Comêço da 1.^a medida : dia 24 de Novembro às 12 h.
25 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal :

1.^{os} 3 min. 4,6 div.

2.^{os} 3 " 5,8 "

Capacidade do frasco onde foram recolhidos os gases : 110,8 c. c.

Tempo de destruição da emanção : 2 d. 23 h. 28 min. Coeficiente de destruição da emanção : $e^{-\lambda t} = 0,5828$.

Valor de uma divisão da escala : 1.^{os} 3 min. — 0 163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção : $f = 0,925$, $f' = 0,910$.

Laboratório : pressão = 753 mm., temperatura = 12,5°.

Quantidade de emanção em 1.000 c. c. de gases e 760 mm.
e à temperatura da nascente :

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 4,6 \times 0,163 \times 0,925 \times 760}{110,8 \times 0,5828 \times 735} = 11,1$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 5,8 \times 0,130 \times 0,910 \times 760}{110,8 \times 0,5828 \times 735} = 10,9$$

Média = 11 $m\mu c$.

Quantidade de emanação em 1.000 c. c. de gases sécos, a 0° e 760^{mm}:

$$1.^{\text{a}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 4,6 \times 0,163 \times 0,925 \times 760 \times (273 + 26)}{110,8 \times 0,5828 \times (735 - 25) \times 273} = 12,6$$

$$2.^{\text{a}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 5,8 \times 0,130 \times 0,910 \times 760 \times (273 + 26)}{110,8 \times 0,5828 \times (735 - 25) \times 273} = 12,4$$

Média = 12,5 $m\mu c$.

A água das Caldas de S. Paulo nasce no fundo de um tanque onde a água se acumula e donde sai por uma abertura situada na parte superior.

A concentração da emanação nos gases espontâneos é 11 $m\mu c$. A temperatura da água, 26°, o coeficiente de repartição da emanação é 0,222. Supondo estabelecido o equilíbrio entre a emanação dissolvida na água e a dos gases espontâneos, a concentração da emanação na água deveria ser $11 \times 0,222 = 2,4 m\mu c$. Pelas razões apontadas a propósito da água de Arêgos, determinação n.º 68, o valor a que chegámos é menor.

ÁGUA DE SANTO AMARO

Determinação n.º 74

Água colhida na nascente no dia 21 de Novembro de 1936, às 17 h. 44 min. (*A. L. Lopes — loc. cit.*, pág. 275. *Le Port. Hydrol.*, pág. 561).

Método de eliminação da emanação: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 24 de Novembro às 11 h. 25 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^o 3 min. 3,9 div.

2.^o 3 » 4,9 »

Peso da água: 388,8 gr.

Tempo de destruição da emanção: 2 d. 17 h. 41 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6091$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^ª 3 min. — 0,163, 2.^ª 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,924$, $f' = 0,905$.

Laboratório: pressão = 753 mm., temperatura = 12,5°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{\text{ª}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 3,9 \times 0,163 \times 0,924}{388,8 \times 0,6091} = 2,48$$

$$2.^{\text{ª}} \text{ 3 m. } \frac{1000 \times 4,9 \times 0,130 \times 0,905}{388,8 \times 0,6091} = 2,43$$

Média = 2,45 $m\mu c$.

ÁGUA DE PRESINHA (Celorico)

Determinação n.º 75

Água colhida na nascente no dia 21 de Novembro de 1936, às 16 h. 35 min.

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 24 de Novembro às 15 h. 37 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^ª 3 min.	27,6 div.
2. ^ª 3 »	34

Pêso da água: 718,5 gr.

Tempo de destruição da emanção: 2 d. 23 h. 2 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,5850$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^ª 3 min. — 0,163, 2.^a 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 1,005$, $f' = 1,006$.

Laboratório: pressão = 753 mm., temperatura = 12,5°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 27,6 \times 0,163 \times 1,005}{718,5 \times 0,5850} = 10,75$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 34 \times 0,130 \times 1,006}{718,5 \times 0,5850} = 10,58$$

Média = 10,7 $m\mu c$.

FONTA DA QUINTA DO PISÃO (Quintans-Aldeia Nova)

Determinação n.º 76

Água colhida na nascente no dia 22 de Novembro de 1936, às 10 h. 57 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 502).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1,3 divisões.

Comêço da 1.ª medida: dia 23 de Novembro às 17 h. 45 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.º 3 min. 14,7 div.

2.º 3 » 18,2 »

Pêso da água: 381 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 6 h. 48 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,7923$.

Valor de uma divisão da escala: 1.º 3 min. — 0,163, 2.º 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,970$, $f' = 0,964$.

Laboratório: pressão = 754,6 mm., temperatura = 13°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 14,7 \times 0,163 \times 0,970}{381 \times 0,7923} = 7,70$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 18,2 \times 0,130 \times 0,964}{381 \times 0,7923} = 7,56$$

Média = 7,63 $m\mu c$.

TERMAS DE SANTO ANTÓNIO (Celorico)

Determinação n.º 77

Água colhida na bica da nascente no dia 21 de Novembro de 1936, às 16 h. 19 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 554).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1,2 divisões.

Comêço da 1.ª medida: dia 23 de Novembro às 16 h. 28 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.º 3 min. 5,2 div.

2.º 3 " 6,6 " »

Pêso da água: 402,2 gr.

Tempo de destruição da emanção: 2 d. 0 h. 9 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6951$.

Valor de uma divisão da escala: 1.º 3 min. — 0,163, 2.º 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,930$, $f' = 0,910$.

Laboratório: pressão = 754,6 mm., temperatura = 13°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.º 3 m. \quad \frac{1000 \times 5,2 \times 0,163 \times 0,930}{402,2 \times 0,6951} = 2,82$$

$$2.º 3 m. \quad \frac{1000 \times 6,6 \times 0,130 \times 0,910}{402,2 \times 0,6951} = 2,79$$

Média = 2,80 $m\mu c$.

ÁGUA DE PONTÃO DA RAPADA (Oliveira do Hospital)

Determinação n.º 78

Água colhida na nascente no dia 21 de Novembro de 1936, às 14 h. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 543).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 23 de Novembro às 15 h. 44 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{os} 3 min. 4,7 div.

2.^{os} 3 » 5,8 »

Pêso da água: 301,3 gr.

Tempo de destruição da emanção: 2 d. 1 h. 44 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6869$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,927$, $f' = 0,910$.

Laboratório: pressão = 754.6 mm., temperatura = 13°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 4,7 \times 0,163 \times 0,927}{301,3 \times 0,6869} = 3,43$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 5,8 \times 0,130 \times 0,910}{301,3 \times 0,6869} = 3,31$$

Média = 3,37 $m\mu c$.

ÁGUA FÉRREA DE VILA DE UM SANTO (Sanguinhêdo)

Determinação n.º 79

Água colhida na nascente no dia 22 de Novembro de 1936, às 15 h. 27 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 552).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 23 de Novembro às 12 h. 14 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{os} 3 min. 3 div.

2.^{os} 3 » 3,9 »

Pêso da água: 217,5 gr.

Tempo de destruição da emanção: 0 d. 20 h. 47 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,8550$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,920$, $f' = 0,900$.

Laboratório: pressão = 754,6 mm., temperatura = 13°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 3 \times 0,163 \times 0,920}{217,5 \times 0,8550} = 2,42$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m.} \quad \frac{1000 \times 3,9 \times 0,130 \times 0,900}{217,5 \times 0,8550} = 2,45$$

Média = 2,44 $m\mu c$.

S. PAULO DE FRADES (água de uso corrente)

Determinação n.º 80

Água colhida no chafariz no dia 25 de Novembro de 1936, às 16 h. 45 min.

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 min. — 1 divisão, em 15 min. — 1,8 divisões.

Comêço da 1.^a medida: dia 26 de Novembro às 17 h. 50 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	1,8 div.
2. ^{os} 3 »	2 »
Em 15 » (a seguir)	11,2 »

Pêso da água: 724,6 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 1 h. 5 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,8275$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Laboratório: pressão = 746 mm., temperatura = 13°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água : comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se :

$$\frac{1000 \times 11,2 \times 4,03 \times 0,0371}{6,8 \times 0,8275 \times 724,6} = 0,41 \text{ } m\mu c.$$

ÁGUA DE S. PEDRO DO SUL

Determinação n.º 81

Água colhida no tanque, no fundo do qual nasce, a 0,80 m. de profundidade, no dia 28 de Novembro de 1936, às 15 h. 55 min. (*A. L. Lopes — loc. cit.*, págs. 179 e 364. *Le Port. Hydrol.*, pág. 459).

Método de eliminação da emanção : agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio : 1 divisão.

Comêço da 1.ª medida : dia 30 de Novembro às 12 h. 45 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal :

1.ª 3 min.	5,9 div.
2.ª 3 »	7,5 »

Pêso da água : 364,7 gr.

Tempo de destruição da emanção : 1 d. 20 h. 50 min. Coeficiente de destruição da emanção : $e^{-\lambda t} = 0,7128$.

Valor de uma divisão da escala : 1.ª 3 min. — 0,163, 2.ª 3 min. — 0,130 $m\mu c$

Factores de correcção : $f = 0,930$, $f' = 0,915$.

Laboratório : pressão = 760,3 mm., temperatura = 11,2°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água :

$$1.ª \text{ } 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 5,9 \times 0,163 \times 0,930}{364,7 \times 0,7128} = 3,44$$

$$2.ª \text{ } 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 7,5 \times 0,130 \times 0,915}{364,7 \times 0,7128} = 3,43$$

Média = 3,44 $m\mu c$.

Determinação n. 82

(Gases espontâneos)

Gases colhidos na nascente no dia 28 de Novembro de 1936,
às 15 h. 37 min. Pressão = 750,5 mm., temperatura da água = 68°.

Deslocamento normal do fio: 1,6 divisões.

Comêço da 1.ª medida: dia 1 de Dezembro às 12 h. 25 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.º 3 min. 16,8 div.

2.º 3 » 20,7 »

Capacidade do frasco onde foram recolhidos os gases:
110,7 c. c.

Tempo de destruição da emanção: 2 d. 20 h. 48 min. Coe-
ficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,5947$.

Valor de uma divisão da escala: 1.º 3 min. -- 0,163, 2.º
3 min. -- 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,976$, $f' = 0,990$.

Laboratório: pressão = 760,1 mm., temperatura = 12°.

Quantidade de emanção em 1 000 c. c. de gases, a 760 mm.
e à temperatura da nascente:

$$1.º 3 m. \quad \frac{1000 \times 16,8 \times 0,163 \times 0,976 \times 760}{110,7 \times 0,5947 \times 750,5} = 41,1$$

$$2.º 3 m. \quad \frac{1000 \times 20,7 \times 0,130 \times 0,990 \times 760}{110,7 \times 0,5947 \times 750,5} = 40,9$$

Média = 41 $m\mu c$.

Quantidade de emanção em 1.000 c. c. de gases sécos,
a 0° e 760 mm.:

$$1.º 3 m. \quad \frac{1000 \times 16,8 \times 0,163 \times 0,976 \times 760 \times (273 + 68)}{110,7 \times 0,5947 \times (750,5 - 214) \times 273} = 71,8$$

$$2.º 3 m. \quad \frac{1000 \times 20,7 \times 0,130 \times 0,990 \times 760 \times (273 + 68)}{110,7 \times 0,5947 \times (750,5 - 214) \times 273} = 71,6$$

Média = 71,7 $m\mu c$.

A água de S. Pedro do Sul acumula-se num tanque donde sai por uma abertura situada na parte superior.

A concentração da emanção nos gases espontâneos é 41 $m\mu c$. À temperatura da nascente, 68°, o coeficiente de repartição da emanção é 0,120. Estando estabelecido o equilíbrio entre a emanção dissolvida na água e a dos gases espontâneos, a concentração da emanção na água e a dos gases espontâneos, a concentração da emanção na água deveria ser $41 \times 0,120 = 4,9 m\mu c$. Pelas razões apontadas a propósito da água de Arêgos, determinação n.º 68, o valor a que chegámos é menor.

ÁGUA DE VOUZELA (Costeira)

Determinação n.º 83

Água colhida na nascente, no dia 28 de Novembro de 1936, às 17 h. 5 min. (A. L. Lopes, loc. cit., pág. 408, *Le Port. Hydrol.*, pág. 562).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 min. — 0,9 divisões, em 15 min. — 1,8 divisões.

Comêço da 1.ª medida: dia 30 de Novembro às 11 h. 45 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.ª	3 min.	0,8 div.
2.ª	3 »	0,9 »
	Em 15 » (a seguir)	4,1 »

Pêso da água: 730 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 18 h. 40 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,7246$.

Valor de uma divisão da escala: 1.ª 3 min. — 0,163, 2.ª 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Laboratório: pressão = 760,3 mm., temperatura = 11,2°.

Quantidade de emanção em 1000 gr. de água: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 4,1 \times 4,03 \times 0,0371}{6,8 \times 730 \times 0,7246} = 0,17 m\mu c.$$

ÁGUA DE NAGOSA

Determinação n.º 84

Água colhida na nascente no dia 29 de Novembro de 1936, às 16 h. 22 min.

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 1 de Dezembro às 16 h. 6 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os} 3 min.	9 div.
2. ^{os} 3 »	11,2 »

Pêso da água: 386,7 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 23 h. 44 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6973$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,940$, $f' = 0,931$.

Laboratório: pressão = 760,1 mm., temperatura = 12°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{os} 3 m. \quad \frac{1000 \times 9 \times 0,163 \times 0,940}{386,7 \times 0,6973} = 5,11$$

$$2.^{os} 3 m. \quad \frac{1000 \times 11,2 \times 0,130 \times 0,931}{386,7 \times 0,6973} = 5,03$$

Média = 5,07 $m\mu c$.

ÁGUA DE GOUJOÍM (Têdo)

Determinação n.º 85

Água colhida na nascente no dia 29 de Novembro de 1936, às 11 h. 40 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 482).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio : 0,9 divisões.

Comêço da 1.^a medida : dia 30 de Novembro às 15 h. 22 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal :

1.^{os} 3 min. 66,5 div.

2.^{os} 3 » 78,1 »

Pêso da água : 426,5 gr.

Tempo de destruição da emanção : 1 d. 3 h. 42 min. Coeficiente de destruição da emanção : $e^{-\lambda t} = 0,8115$.

Valor de uma divisão da escala : 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção : $f = 1,160$, $f' = 1,210$.

Laboratório : pressão = 760,3 mm., temperatura = 11,2°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água :

$$1.^{os} 3 m. \quad \frac{1000 \times 66,5 \times 0,163 \times 1,160}{426,5 \times 0,8115} = 36,3$$

$$2.^{os} 3 m. \quad \frac{1000 \times 78,1 \times 0,130 \times 1,210}{426,5 \times 0,8115} = 35,5$$

Média = 35,9 $m\mu c$.

Determinação n.º 86

Rádio

Introduzimos num borbulhadôr cêrca de 800 gr. de água colhida na nascente no dia 29 de Novembro de 1936, fizemos passar durante bastante tempo, atravez da água, nma corrente de ar, e fechamos à lâmpada. Passados 44 dias, ligámos o borbulhador ao emanómetro, e pelo método das agitações sucessivas, verificámos que não havia deslocamento anormal do fio durante 21 minutos.

A ordem de concentração do rádio não é, pelas razões já indicadas, superior a 10^{-11} gr. por litro.

ÁGUA DE SERÊM

Determinação n.º 87

Água colhida na nascente, no fundo duma mina, no dia 9 de Janeiro de 1937, às 16 h. 38 min. (*Le Port. Hydrol.*, pág. 484).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: 1 divisão.

Comêço da 1.^a medida: dia 11 de Janeiro às 16 h. 12 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1.^{os} 3 min. 2 div.

2.^{os} 3 » 2,7 »

Pêso da água: 385,3 gr.

Tempo de destruição da emanção: 1 d. 23 h. 34 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,6982$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{es} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $m\mu c$.

Factores de correcção: $f = 0,916$, $f' = 0,897$.

Laboratório: pressão = 761,1 mm., temperatura = 9,5°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água:

$$1.^{\text{os}} 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 2 \times 0,163 \times 0,916}{385,3 \times 0,6982} = 1,11$$

$$2.^{\text{os}} 3 \text{ m. } \frac{1000 \times 2,7 \times 0,130 \times 0,897}{385,3 \times 0,6982} = 1,17$$

Média = 1,1 $m\mu c$.

CALDAS DE S. JORGE

Determinação n.º 88

Água colhida no tanque, no fundo do qual nasce, a 0^m,30 de profundidade, no dia 9 de Janeiro de 1937, às 14 h. 29 min. (*A. L. Lopes — loc. cit.*, pág. 178, 359, *Le Port. Hydrol.*, pág. 477).

Método de eliminação da emanção: agitações sucessivas com ar renovado de cada vez.

Deslocamento normal do fio: em 3 min. — 1 divisão, em 15 min. — 2 divisões.

Comêço da 1.^a medida: dia 12 de Janeiro às 17 h. 12 min.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal:

1. ^{os}	3 min.	1,1 div.
2. ^{os}	3 »	1,4 »
	Em 15 »	(a seguir) 6,8 »

Pêso da água: 342,3 gr.

Tempo de destruição da emanção: 3 d. 2 h. 43 min. Coeficiente de destruição da emanção: $e^{-\lambda t} = 0,5687$.

Valor de uma divisão da escala: 1.^{os} 3 min. — 0,163, 2.^{os} 3 min. — 0,130 $\mu\mu\text{c}$.

Laboratório: pressão = 763,2 mm., temperatura = 12°.

Quantidade de emanção em 1.000 gr. de água: comparando esta determinação com a n.º 21, acha-se:

$$\frac{1000 \times 6,8 \times 4,03 \times 0,0371}{342,3 \times 6,8 \times 0,5687} = 0,77 \mu\mu\text{c}.$$

ÁGUA DO RIO MONDEGO

Determinação n.º 89

Rádio

No dia 7 de Setembro de 1936 colhemos a água do rio na ponte da Portela, a montante da confluência com o Rio Ceira.

Evaporámos 60 litros até pouco menos de que um litro, e, como a água contem por litro 1,6 mgr. de SO_3 (*A. Gouveia — R. da Fac. de Ciências*, Vol. 1, pág. 38), juntámos 0,6 c. c. de ácido sulfúrico concentrado e precipitámos seguidamente o sulfato-ião com cloreto de bário (determinação n.º 23).

O precipitado obtido foi tratado, exactamente, como está descrito na determinação n.º 23. A solução que contém o rádio existente nos 60 litros de água foi introduzido num borbulhadôr, e este foi fechado à lâmpada, depois de passar uma corrente de

ar durante bastante tempo através da solução, no dia 7 de Novembro.

No dia 8 de Dezembro ligámos o borbulhador com o emanómetro e transportámos para a câmara de ionização a emanção produzida, pelo método das agitações sucessivas com ar renovado de cada vez. Observámos o seguinte.

Deslocamento normal do fio: durante 15 min. o fio deslocou-se de 0,7 divisões. Êste deslocamento foi observado depois de abandonar durante bastante tempo o electrómetro carregado.

Deslocamento do fio menos o deslocamento normal: 0,3 divisões durante 15 minutos.

Comparando esta determinação com a n.º 21, conclui-se que a quantidade de rádio existente num litro da água do rio Mondego é

$$\frac{0,3 \times 4,03 \times 0,0371 \times 10^{-9}}{6,8 \times 60} = 1,1 \times 10^{-13} \text{ gr.}$$

A determinação feita é pouco rigorosa visto que o deslocamento do fio é próximo do deslocamento normal e bastante diferentes os deslocamentos comparados. A ordem de grandeza da concentração do rádio deve, porém, ser a determinada.

Grau de exactidão dos resultados obtidos. Agora, depois de termos feito perto de noventa determinações, podemos, examinando estas, formar juízo seguro acerca da exactidão conseguida com o método de medida adoptado. Como o nosso fim foi, além do estudo da radioactividade das águas minerais duma região, o estudo desse método de medida, as determinações são todas descritas pormenorizadamente; no Quadro I está feito o seu resumo.

A não ser em casos de radioactividade muito reduzida, fizemos sempre duas medidas: uma que começa no instante da entrada da emanção para a câmara de ionização, e outra que começa passados cinco minutos. Aproveitamos a média das duas medidas.

Podemos dividir as determinações feitas em três grupos. No 1.º grupo o deslocamento do fio do electrómetro é superior a 5 divisões. O erro cometido nestas determinações é inferior ou igual a 1^o/₁₀ da média das duas medidas feitas em cada determi-

QUADRO I

Concentração da emanção do rádio em águas minerais

Determinações	Águas minerais	Valor de 1 divisão da escala em $m \mu c$		Deslocamento do fio (divisões da escala)		Quantid. de água de que se partiu (gr.) ou de gases (c. c.)	$e^{-\lambda t}$	Factores de correção		Quantidade de emanção em 1000 gr. de água, ou 1000 c. c. de gases.				
		1. ^ª 3 m.	2. ^ª 3 m.	1. ^ª 3 m.	2. ^ª 3 m.			$m \mu c$		Média				
								1. ^ª 3 m.	2. ^ª 3 m.	$m \mu c$	Unidades Mache (M. E.)	Emanes		
48	Granjal	0,165	0,132	3	3,8	130,4	0,9037	0,920	0,900	3,86	3,83	3,85	10,5	38,5
49	Barreiro	0,163	0,130	1,5	1,8	164,9	0,8135	0,915	0,895	1,6	1,6	1,6	4,3	16
50	Alcafache (tanque)	"	"	58,8	70,8	385,2	0,8445	1,115	1,146	34,1	33,6	33,8	92,8	338
51	" (fonte)	"	"	23	28,9	140,2	0,7017	1	1	38,1	38,2	38,1	104,7	381
53	" (tanque) Gas. esp.	"	"	59,7	71,9	110,3 c. c.	0,4031	1,120	1,150	{249,1 336,1	{245,6 331,5			
54	" " " "	"	"	48	58,8	99,9 c. c.	0,3346	1,067	1,000	{253,7 342,4	{253,2 341,8	{250 338	{686,8 928,6	{2500 (1) 3380 (2)
55	Abrunhosa	"	"	38,9	48,2	155,6	0,8411	1,030	1,050	49,9	50,2			
56	"	"	"	16,7	21	70,9	0,6808	0,976	0,980	55	55,4	52,6	144,5	526
58	Fala	"	"	2,6	3,2	570,2	0,9509	0,916	0,900	0,72	0,60	0,70	1,92	7
59	" (uso corrente)	"	"	1,8	2,1	595,7	0,9402	0,915	0,895	0,48	0,44	0,46	1,26	4,6
60	Vale da Mó	"	"	0,7	0,8	334,1	0,8301	—	—			0,29	0,80	2,9 (3)
61	Montemór	"	"	2	2,6	686,5	0,7873	0,915	0,895	0,55	0,56	0,56	1,54	5,6
62	Curia (A. Coutinho)	"	"	1,7	2	407,3	0,8290	—	—	—	—	0,75	2,06	7,5 (3)
63	" (nascente principal)	"	"	0,3	0,4	328,5	0,7061	—	—	—	—	1,3	3,57	13 (3)
64	Montouro	"	"	0,6	0,6	637	0,897	—	—	—	—	0,12	0,33	1,2 (3)
65	Portejais	"	"	7	8,8	681,5	0,7928	0,935	0,920	1,97	1,95	1,96	5,38	19,6
66	Arêgos (S. ^{ta} Luzia)	"	"	0,3	0,4	332,5	0,7854	—	—	—	—	0,17	0,47	1,7 (3)
67	" (gases espontâneos)	"	"	1,7	1,8	110 c. c.	0,6890	—	—	—	—			
68	" " "	"	"	1	1,2	101 c. c.	0,5609	—	—	—	—	{2,6 3,8	{7,14 10,4	{26 (1) (3) 38 (2) (3)
69	" (bica)	"	"	0,6	0,6	337,8	0,5708	—	—	—	—	0,31	0,85	3,1
70	Carvalho (B. do Abade)	"	"	18,5	23,2	414	0,7328	0,983	0,987	9,77	9,81	9,79	26,9	97,9
71	" (nac. dos leprosos)	"	"	14	17,8	367,8	0,6969	0,965	0,962	8,59	8,68	8,64	23,7	86,4
72	Caldas de S. Paulo	"	"	6	7,4	705,2	0,6635	0,930	0,915	1,94	1,88	1,91	5,25	19,1
73	" (gases espontâneos)	"	"	4,6	5,8	110,8 c. c.	0,5828	0,925	0,910	{11,1 12,6	{10,9 12,4	{11 12,5	{30,2 34,3	{110 (1) 125 (2)
74	Santo Amaro	"	"	3,9	4,9	388,8	0,6091	0,924	0,905	2,48	2,43	2,45	6,73	24,5
75	Presinha	"	"	27,6	34	718,5	0,5850	1,005	1,006	10,7	10,6	10,7	29,4	107
76	Quinta do Pisão	"	"	14,7	18,2	381	0,7923	0,970	0,964	7,70	7,56	7,63	20,9	76,3
77	Santo António	"	"	5,2	6,6	402,2	0,6951	0,930	0,910	2,82	2,79	2,80	7,69	28
78	Pontão da Rapada	"	"	4,7	5,8	301,3	0,6869	0,927	0,910	3,43	3,31	3,37	9,26	33,7
79	Vila de Um Santo	"	"	3	3,9	217,5	0,8550	0,920	0,900	2,42	2,45	2,44	6,70	24,4
80	S. Paulo de Frades	"	"	1,8	2	724,6	0,8275	—	—	—	—	0,41	1,13	4,1 (3)
81	S. Pedro do Sul	"	"	5,9	7,5	364,7	0,7128	0,930	0,915	3,44	3,43	3,44	9,45	34,4
82	" (gases espontâneos)	"	"	16,8	20,7	110,7 c. c.	0,5947	0,976	0,990	{41,1 71,8	{40,9 71,6	{41 71,7	{112,6 197	{410 (1) 717 (2)
83	Vouzela	"	"	0,8	0,9	730	0,7246	—	—	—	—	0,17	0,47	1,7 (3)
84	Nagosa	"	"	9	11,2	386,7	0,6973	0,940	0,931	5,11	5,03	5,07	13,9	50,7
85	Gonjoim	"	"	66,5	78,1	426,5	0,8115	1,160	1,210	36,3	35,5	35,9	98,6	359
87	Serêm	"	"	2	2,7	385,3	0,6982	0,916	0,897	1,11	1,17	1,1	3,02	11
88	S. Jorge	"	"	1,1	1,4	342,3	0,5687	—	—	—	—	0,77	2,11	7,7 (3)

1) Temperatura da água e 760 mm. 2) Gases secos, a 0° e 760 mm. 3) Foi medido o deslocamento do fio durante 15 min. e comparado o resultado com o da Determinação n.º 21.

Administrative Department

No.	Description	Amount		Total
		1910	1911	
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50

nação. Apenas na determinação n.º 72 o erro foi maior, cerca de 1,5%. Nesta determinação há a considerar a causa de erro resultante de ela ter sido feita a seguir a outras, com a câmara de ionização ainda bastante infectada pelo depósito activo. A queda normal era de 1,8 divisões; a queda que se observa com a câmara limpa é de 0,9 ou 1 divisões. A queda normal observada tendia a baixar; é, portanto, possível que, embora tivessemos o cuidado de a determinar logo antes das medidas, e estas não sejam demoradas, subtraíssemos na segunda medida deslocamento normal superior ao verdadeiro. O exame do registo da determinação mostra que, pelo menos, parte do erro pode ter esta origem. Este erro não tem importância quando os deslocamentos do fio são grandes, mas é importante nos deslocamentos relativamente pequenos. Deveríamos ter feito a determinação com queda normal mais pequena, para o que não seria preciso esperar muito tempo.

O 2.º grupo compreende as determinações em que o deslocamento do fio do electrómetro durante os 1.ªs 3 minutos está, em regra, compreendido entre 2 e 5 divisões. A este grupo pertencem as determinações n.ªs 24, 25, 30, 34, 49, 58, 59, 72, 78 e 87 nas quais o erro é superior a 1%, mas raro atinge 3%, do valor da média das duas medidas, excepto na determinação n.º 59 em que é de 4,8%. Nesta última determinação o deslocamento do fio do electrómetro durante os 1.ªs 3 minutos foi de 1,8 divisões. Quando o deslocamento do fio é pequeno, o erro cometido na avaliação do deslocamento observado e do deslocamento normal pode ser fracção importante do deslocamento atribuído à emanção; os factores de correcção são também determinados com menos rigôr. São inevitáveis os erros que cometemos.

Ao 3.º grupo de determinações pertencem aquelas em que o deslocamento do fio do electrómetro durante os 1.ªs 3 minutos é inferior a 2 divisões. Neste caso, o método seguido nos outros grupos poderia conduzir a erros muito grandes. É indispensável medir os deslocamentos do fio durante um intervalo de tempo maior.

O método que seguimos consistiu em medir o deslocamento do fio do electrómetro durante 15 minutos, depois de passados oito minutos a contar do começo da entrada da emanção para a câmara, e comparar o deslocamento observado com outro pouco diferente que se obtém empregando uma solução padrão

com conveniente tempo de acumulação da emanção. Usámos a solução 1521 P. T. R., com $4,03 \times 10^{-9}$ gr. de rádio, com um tempo de acumulação da emanção de 5 horas, a que corresponde o coeficiente de formação da emanção $1 - e^{-\lambda t} = 0,0371$ (determinação n.º 21). O deslocamento do fio nos 1.ºs 3 minutos é de 1 divisão, e de 6,8 divisões em 15 minutos começados a contar depois de passados oito minutos desde a entrada da emanção para a câmara.

Seguimos este método nas determinações n.ºs 36, 37, 38, 39, 41, 42, 60, 62, 63, 64, 66, 67, 68, 69, 80, 83 e 88. Nestas determinações o deslocamento do fio durante os 1.ºs 3 minutos está compreendido entre 0,3 e 1,9 divisões, e os deslocamentos durante os 15 minutos estão compreendidos entre 2 e 11,7 divisões. Supusemos, portanto, comparáveis os deslocamentos compreendidos entre 2 e 11,7 divisões com o deslocamento de 6,8 divisões obtido com a solução padrão. É evidente que, rigorosamente, os deslocamentos não são comparáveis; para o serem, seria preciso multiplicar os primeiros deslocamentos por factores de correcção, menores do que a unidade quando o deslocamento é menor do que 6,8 divisões e maior do que a unidade no caso contrário. Era fácil determinar êsses factores de correcção, mas julgámos dispensável este trabalho. Com efeito, examinando as curvas dos factores de correcção que apresentámos no nosso primeiro trabalho (fig. 2), vemos que, quando se passa dum deslocamento de 2 divisões para outro de 12 divisões, o factor de correcção varia de 4%; supondo, o que é razoável, que nas novas condições em que os factores de correcção deveriam ser determinados êstes variavam com o deslocamento de forma semelhante, o erro máximo que resultaria de os não ter em conta seria de 2% aproximadamente, visto que o deslocamento correspondente à solução padrão, 6,8 divisões, fica no meio do intervalo considerado. É indispensável, se quisermos obter resultados o mais possível exactos, fazer as medidas com a câmara pouco infectada; somente assim se poderá considerar estável a queda normal.

Nos resultados das determinações do 1.º grupo figuram três algarismos significativos e nos das determinações dos 2.º e 3.º grupos figuram apenas dois.

As determinações dos 2.º e 3.º grupos referem-se a águas de fraca radioactividade. Poderíamos nestas determinações conse-

guir o mesmo grau de exactidão que se consegue nas do 1.º grupo medindo deslocamentos durante maiores intervalos de tempo e comparando-os com os obtidos, nas mesmas condições, servindo-nos de soluções padrões com tempo conveniente de acumulação da emanção. O grau de exactidão que conseguimos é, porém, suficiente atendendo ao fim que temos em vista, e não é comprometida a rapidez das determinações, o que representa uma das grandes vantagens do método de Becker.

E é de notar que muitas vezes as colheitas das amostras de águas minerais não podem ser feitas nas melhores condições e os erros daí resultantes podem ser superiores aos que cometemos, podendo até tornar não comparáveis determinações feitas com amostras diferentes, não colhidas nas mesmas condições. Assim pode suceder, por exemplo, na água de Luso, Felgueira (bomba), Arêgos, Caldas de S. Paulo, Alcafache, S. Pedro do Sul, etc.

Julgamos poder concluir que o emanómetro de Becker e os métodos que seguimos permitem estudar, com o grau de exactidão que, razoavelmente, pode ser exigido, a radioactividade das águas minerais; a rapidez, simplicidade e segurança com que as medidas são feitas, constituem enorme vantagem.

As águas minerais estudadas. Foi nosso fim estudar a radioactividade das águas minerais conhecidas na região, geologicamente bem caracterizada, compreendida entre os rios Douro, Mondego e Távora.

Apresentamos uma carta geológica da região considerada, cópia da publicada pela Direcção dos Trabalhos Geológicos, onde estão marcadas as posições das nascentes e indicada a sua radioactividade (emanção). Quando numa localidade há mais do que uma nascente, está indicada apenas a radioactividade da nascente mais radioactiva. Apenas estão representados os filões uraníferos que existem na região estudada, ou muito perto dela.

O exame da carta mostra-nos logo que as águas minerais existentes nos terrenos secundários, terciários e quaternários da orla ocidental são muito fracamente radioactivas. A água mais radioactiva é a da Curia, com 1,3 $m\mu c$. Grünhut somente dá a denominação de radioactivas às águas com mais de 3,5 unidades Mache, ou sejam 1,3 $m\mu c$. (König, *loc. cit.* pág. 728). As águas minerais da referida orla tem radioactividade que não é raro encontrar nas águas ordinárias. Assim, por exemplo, determi-

nação n.º 59, a água que nasce na parte mais alta da povoação de Fala, de uso corrente, tem por quilograma 0,46 $m\mu c$; a água do chafariz de S. Paulo de Frades, perto de Coimbra, tem por quilograma 0,41 $m\mu c$.

Nos terrenos primários, arcaicos e graníticos há águas fracamente radioactivas, águas de radioactividade média e outras fortemente radioactivas. Estas últimas, com excepção das de Cambres e Goujoim, estão numa zona que vai de nordeste para sudoeste, nas bacias dos rios Mondego e Dão. Nesta zona se encontram as águas de Abrunhosa, Alcafache, Felgueira, Sange-mil, Urgeiriça e Luso que, juntamente com as águas de Goujoim e Caria (*Le Port. Hydrol.*, pág. 575), são as mais radioactivas de Portugal. É possível que a água de Fail possa ser incluída neste grupo; somente foi possível colher a amostra na entrada duma mina que conduz à nascente, bastante distante desta.

As águas de Abrunhosa, Alcafache, Felgueira, Sangemil e Urgeiriça devem, evidentemente, a sua alta radioactividade aos filões uraníferos que existem próximo das nascentes referidas, e que vão indicados na carta. A nascente de Fail está nas mesmas condições. Nas rochas da proximidade destas nascentes encontram-se frequentemente incrustações de torbernite e autunite. São, nitidamente, águas do tipo filoniano, como lhes chama Pierre Urbain (*Sur l'Hydrogéologie des sources à radioactivité moyenne*, 1930). As águas de Luso, com grande caudal (cerca de 15.000 litros por hora na água termal e de 123.000 litros por hora na água de S. João) e alta radioactividade, devem, julgamos nós, ser do mesmo tipo. Não nos parece provável que a enorme quantidade de emanção arrastada por estas águas excepcionais seja somente fornecida pelas rochas eruptivas com que possa estar em contacto. Embora a água de Luso nasça em terreno arcaico, é de supôr a proximidade dessas rochas eruptivas a julgar pelas intrusões de diabases que em volta de Luso se encontram. Mas não devem ser somente essas rochas que fornecem tão grande quantidade de emanção; embora não esteja verificado, é razoável admitir que a água passa junto de filões uraníferos relativamente profundos, possivelmente do mesmo tipo dos da próxima região da Urgeiriça.

As águas da Presinha, Aldeia Nova e Cavaca, existentes no extremo da zona considerada, possuem radioactividade média. Não colhemos elementos para saber se estas águas devem a sua

radioactividade apenas aos granitos onde nascem, o que é possível, ou se há qualquer contacto com concentrações uraníferas.

No grupo de águas fortemente radioactivas que considerámos não há relação entre a concentração da emanção e o caudal, temperatura e composição química, como mostra o seguinte quadro:

Água	<i>m³c</i>	Caudal	Temp.	Comp. química
Urgeiriça	179	Pequeno		
Sangemil	63,1	Médio	51°	sulf. sódica
Abrunhosa	52,6	Pequeno	16°	HCO ₃ ⁻ , Cl ⁻ , SO ₄ ⁼ , Na ⁺ , K ⁺ , Ca ⁺⁺
Alcafache	38,1	Médio	50°	sulf. sódica
Luso	29,2	Grande	27°	HCO ₃ ⁻ , Cl ⁻ , SO ₄ ⁼ , Na ⁺ , K ⁺ , Mg ⁺⁺
Felgueira	28,9	Médio	32,5°	sulf. sódica

As águas de Urgeiriça e Abrunhosa teem pequeno caudal e temperatura pouco elevada. As águas de Sangemil e Alcafache teem, porém, caudal médio e temperatura alta. A concentração de substâncias dissolvidas é pequena em tôdas estas águas; as de Sangemil, Alcafache e Felgueira são sulfúreas.

Não temos elementos para decidir se as águas de Cambres e Goujoim devem a sua radioactividade ao rádio disseminado nos granitos onde nascem, ou se há qualquer concentração de urânio nas rochas com que teem contacto. Talvez por estarem próximas de zonas de contacto de granitos com terrenos primários, essas rochas apresentem mineralização especial e radioactividade superior à que, ordinariamente, possuem.

A radioactividade média da água do Carvalho pode ser apenas atribuída aos granitos donde brotam.

Tratemos agora da concentração do rádio nas águas que estudámos.

Aquela onde encontrámos maior concentração de rádio é a da Urgeiriça (determinação n.º 23); encontrámos, por litro, $0,87 \times 10^{-11}$ gr. Em várias outras águas verificámos que a concentração do rádio é inferior a esta e a sua ordem de gran-

deza $\leq 10^{-11}$ gr. por litro. Os resultados a que chegámos estão, dum modo geral, de harmonia com os obtidos por outros experimentadores e ultimamente aparecidos na publicação oficial *Le Portugal Hydrologique e Climatique*. Não confirmamos o valor de $1,2 \times 10^{-10}$ gr. por litro atribuído à concentração de rádio da água de Goujoim; esta concentração, na água que colhemos, é inferior à da Urgeiriça e de ordem de grandeza $\leq 10^{-11}$ gr. por litro. No quadro seguinte estão resumidos os resultados a que chegámos e outros, marcados com asterisco, que tirámos da publicação referida.

Água	Ordem de grand. da conc. de Ra. em gr. / litro.	p_H	SO ₄ mgr. / litro
Urgeiriça	10-11 ($0,87 \times 10^{-11}$)		134
Cambres	$\leq 10^{-11}$	5,8*	3,8*
Luso		6,2*	2,5*
Goujoim	$\leq 10^{-11}$	$> 5, < 6$	343*
Abrunhosa	$\leq 10^{-11}$	6*	3,7*
Alcafache	$\leq 10^{-11}$	8,2	11,1*
Água do Rio Mondego	10-13 ($1,1 \times 10^{-13}$)		1,9*

Figura no quadro a água do rio Mondego. A concentração do rádio nesta água foi por nós determinada (determinação n.º 89).

Como já dissemos na primeira parte do nosso trabalho, a água mineral, até agora conhecida, com maior concentração de rádio é a de Heidelberg, com $1,79 \times 10^{-9}$ gr. por litro. Talvez se possa melhor compreender a riqueza de rádio das águas consideradas reparando em que a quantidade de rádio que existe em 1.100 c. c. de água do Rio Mondego existe em 12 c. c. de água da Urgeiriça, num volume maior do que este nas outras águas estudadas, e em 0,06 c. c. de água de Heidelberg.

Numa região tão rica de rádio como a que estudámos, eram

de esperar maiores concentrações deste elemento. Pouco se sabe ainda acerca das condições que se devem verificar para que nas águas minerais seja grande a concentração de rádio: as águas onde se tem encontrado maiores concentrações de rádio são todas muito pobres em sulfato-ião (C. Genser — *loc. cit.*); L. Komlew mostrou que os cloretos alcalino-terrosos exercem acção dissolvente sobre o rádio dos granitos (C. Genser — *loc. cit.*); o hidróxido de manganésio, coloidal, que pode existir nos sedimentos com que as águas estão em contacto, adsorve rádio que elas possam ter dissolvido (H. Mache u. Bamberger — *Über die Radioaktivität der Gestein und Quellen des Tauerntunnels u. über die Gasteiner Therme-1914*); a acção dissolvente sobre o rádio deve aumentar quando p_H diminui, e, portanto, a existência de anidrido carbónico facilita a sua dissolução (C. Genser — *loc. cit.*).

Consideremos a água de Heidelberg e as de Kreuznach, a primeira com $17,92 \times 10^{-10}$ gr. de Ra por litro e a mais rica das segundas com 11×10^{-10} gr. de Ra. A primeira brota dum furo aberto até cerca de 1000 metros de profundidade em terrenos graníticos; as segundas brotam de fendas dos pórfiros quartzíferos de Kreuznach. Estas águas são, pode dizer-se, isentas de sulfato-ião, são ricas em cloretos alcalinos e alcalino-terrosos, e tem as características das águas relacionadas com jazigos de petróleo. A água de Heidelberg é pobre em emanção ao contrário do que sucede com as de Kreuznach.

C. Genser (*loc. cit.*), baseando-se nas experiências de L. Komlew, o qual, juntando a granito pulverizado uma solução de cloretos alcalino-terrosos, verificou que o granito, rapidamente, perde 18% do seu rádio, atribue a excepcional concentração do rádio nas águas consideradas à acção dissolvente específica dos referidos cloretos sobre o rádio dos granitos ou dos pórfiros quartzíferos. O assunto não está, porém, esclarecido, e somente poderá ficá-lo depois de estudar bem um grande número de águas radíferas. Este estudo está ainda no seu início.

O estudo que fizemos não nos permite tirar nenhuma conclusão. Das águas que estudámos, a que tem maior concentração de rádio é a da Urgeiriça (ordem de grandeza de 10^{-11} gr. de rádio por litro). Esta água tem pequena concentração de sais dissolvidos; o resíduo da evaporação de um litro de água é, aproximadamente, 0,38 gr. Brota do granito, numa excavação do terreno, próximo dum filão uranífero que está sendo explo-

rado e junto de outro paralelo ao primeiro. As outras águas da zona radifera devem ter concentração de rádio da ordem de grandeza de 10^{-12} gr. por litro, ou muito próxima desta (*Le Port. Hydrol.* atribui concentrações com esta ordem de grandeza às águas de Cambres, Luso, S. Pedro do Sul, Carvalhal, Santo António e Abrunhosa). Nas águas da referida zona o valor de p_H varia de 6 a 8,24, a concentração do sulfato-ião varia de 2,5 a 134 gr. por litro, e tôdas elas teem pequena concentração de substâncias dissolvidas. Sem que possamos descortinar a razão, é certo que as águas da zona considerada, tão rica de rádio, teem excepcional concentração de emanação mas são relativamente pobres daquele elemento.

O estudo tectónico da parte central do país, onde brotam as águas aqui estudadas foi, há pouco tempo feito pelo Sr. Dr. Anselmo Ferraz de Carvalho ⁽¹⁾

Apoiando-nos neste estudo, vamos apresentar aos leitores algumas considerações procurando relacionar a geologia da região com a radioactividade das suas águas.

Como se vê numa carta geológica a região estudada é constituída na sua quási totalidade por granitos

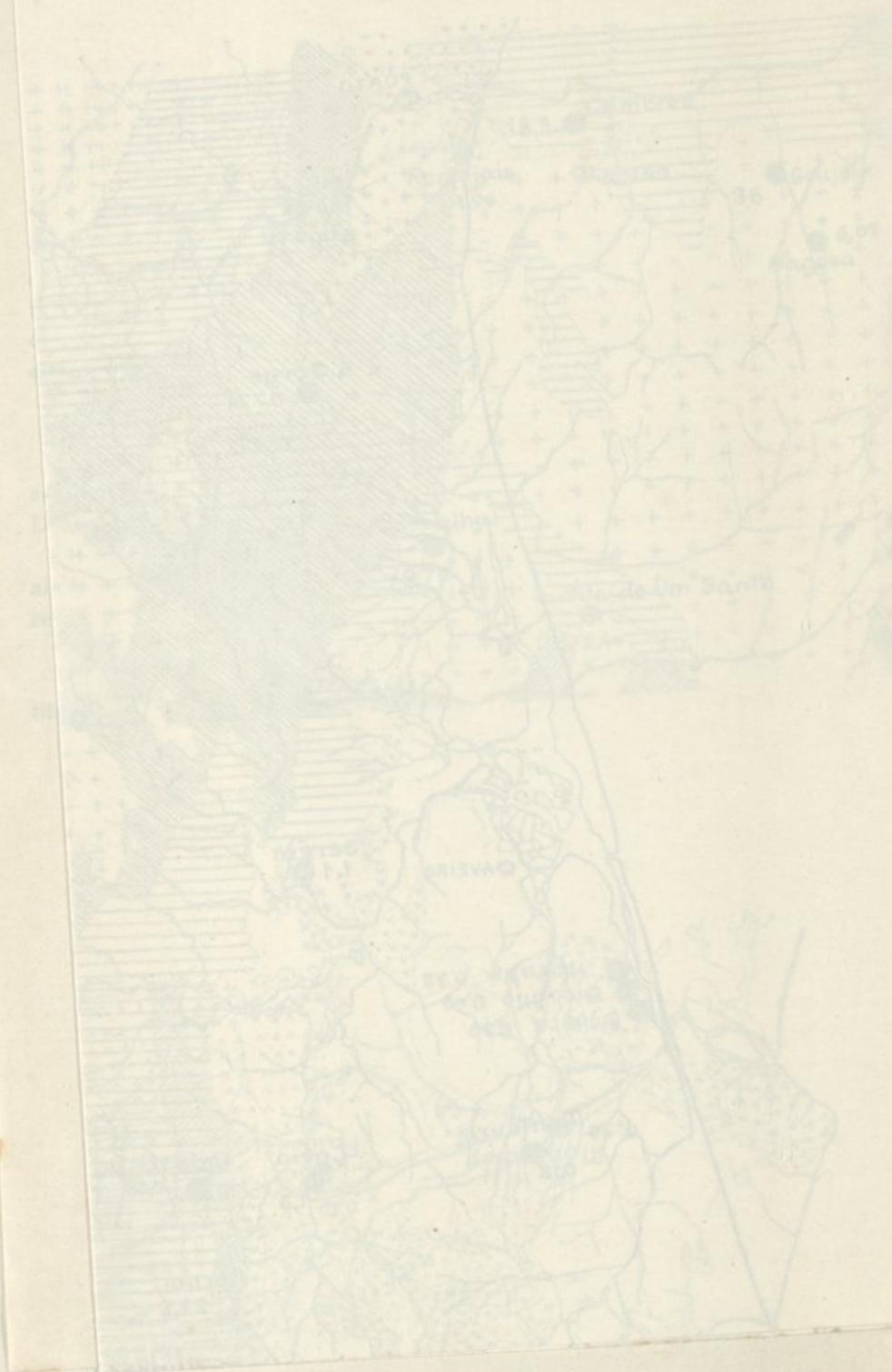
A noroeste há uma zona de xistos arcaicos que vem do lado do Pôrto por S. Pedro do Sul até Vila da Igreja.

Mais para baixo há outra faixa paralela a esta que depois de passar a Serra do Caramulo chega quási a Tondela.

Na altura de Coimbra os mesmos xistos cristalinos que aqui formam o bordo ocidental da Meseta, apresentam-se numa faixa estreita com a direcção quási N S.

Encostada pelo NE da primeira faixa indicada está outra, com a mesma direcção NW-SE, de xistos do precâmbrico, que passa ao norte de Arouca, pelas alturas de Castro de Aire, e vai até ao norte de Vila da Igreja. Pela linha mediana desta faixa vê-se uma outra muito estreita de formações do Silúrico inferior e do Carbonífero.

(1) Publicação do Museu de Mineralogia e Geologia da Universidade de Coimbra, *Memórias e Notícias*, n.º 5, 1930 — Problemas de orogenia portuguesa.



Na parte SW da região que estudámos nota-se uma grande mancha triangular de xistos precâmbrios, com o seu vértice norte perto de Albergaria-a-Velha, um lado, N-S, passando a oriente de Coimbra, para oriente dos xistos arcaicos, outro lado vindo do mesmo vértice, ao norte, contorna a Serra do Caramulo pelo sul, e vai-se dirigindo para SE até encontrar o Rio Alva. Também esta área xistosa está coberta na sua parte de SW por formações paleozoicas do Silúrico e Carbonífero, da Serra do Buçaco.

É na parte sul desta mancha triangular que se veem muitos restos de formações cretácicas, e até posteriores, umas encostando ao bordo norte da Serra da Louzã e Arganil, outras dispersas entre o Alva e o Mondego. Mais para o norte nota-se a bacia de Mortágua e algumas pequenas manchas irregulares na região de Tondela.

Vê-se assim, tanto na carta geológica, como numa carta hipsométrica que há nesta região duas direcções notáveis que na disposição das faixas das formações das diferentes épocas, que na disposição das cadeias de montanhas.

São as direcções NE-SW e a sua perpendicular.

O geólogo espanhol Hernandez Pacheco (1) supõe hoje que a direcção NW-SE é a da mais antiga cordilheira da península, — a que ele chama Hespérica, a qual resultou dos enrugamentos hercínicos, do último têtço do Paleozóico. Esta cordilheira estendia-se desde a Galiza às alturas de Córdoba, e é hoje denunciada pelos afloramentos graníticos já muito gastos pela erosão, e que constituíam a sua parte central.

Também as camadas quartzíticas do Silúrico inferior mostram a mesma direcção, graças à sua grande resistência à intempérie.

O Sr. A. Viana, engenheiro de minas (2) mostrou que as zonas mineiras (sobretudo de Sn, W, V) do Norte de Portugal se alinham muito regularmente na direcção NW-SE, estando portanto em relação com estes enrugamentos hercínicos.

(1) E. Hernandez Pacheco — *Síntesis Fisiográfica y Geológica de España*, Madrid, 1934. Vol. 1, pág. 50 e seg.

(2) Comunicações do Serviço Geológico de Portugal, tomo XIII, 1919-22, num estudo do Sr. Fleury intitulado « *Les plissements hercyniens en Portugal* », pág. 75.

Supõe porisso que o seu aparecimento data destes enrugamentos.

Diz ainda o mesmo geólogo que, em seguida, ainda no fim do Paleozoico e por todo o Mesozoico se produziram, por acções em que prodominava a descompressão ou distensão, nestas regiões de enrugamento, movimentos orogénicos póstumos aos hercínicos, originando-se zonas de deslocação, com enrugamentos secundários, que fracturaram o bloco hespérico em segmentos, segundo direcções transversais às direcções gerais NW SE, iniciando-se dêste modo novas zonas de montanhas com o novo alinhamento ENE-WSW (1).

Esta descompressão deve ter desligado da nossa área da Beira os maciços que a cercam a NW (Serra do Caramulo) e a SE (Serras da Estréla e Louzã) como mostram os grandes vales de fractura que a limitam.

Os estratos do Triássico, perto do Luso, mostram que logo no principio do Secundário o mar cobriu os enrugamentos hercínicos.

Nos fins do Secundário os mares do Cretácico avançam entre estes maciços cobrindo a baixa que compreende a bacia da Louzã, Mortágua e Buçaco.

Durante o Terciário os movimentos chamados *alpinos* enrugam as cordilheiras que cercam a Meseta, acentuando também a sua cordilheira central.

Na nossa região levanta-se esta bacia, acentuam-se talvez mais as serras da Estréla e Louzã pelo Sudeste e Caramulo pelo Noroeste, levantando-se, pelo Sudoeste, talvez muito recentemente, os antigos enrugamentos do Buçaco, como mostram os retalhos do Cretácico (C₃ da Carta Geológica) que o recobrem, e os depósitos quaternários da região de Gois.

É claro que movimentos desta ordem produzem na crusta fracturas de tôdas as grandezas, desde as mais pequenas, iguais às que o arrefecimento e conseqüente contracção da rocha produz, até às mais extensas e profundas, dando origem a vales que os rios aproveitam e alargam.

As fendas menores, ou juntas, são as que dirigem através

(1) Êste autor chama a estas cadeias ainda vivas, *Hispánidas*, em opposição às *Hospéridas*, já mortas.

da rocha a acção erosiva das águas superficiais, transformando-as em blocos que o tempo vai arredondando e desfazendo.

As fendas maiores constituem os grandes vales de fractura como são os que separam o planalto central da Beira-Alta das serranias que o cercam, a que já nos referimos. O alinhamento e quasi paralelismo dos cursos do Mondego e seus afluentes na bacia considerada, acima da Serra do Buçaco, mostram bem a origem dos seus vales.

Vê-se na carta junta que as nascentes de águas radioactivas se encontram no granito e ao longo dos vales dos rios, sendo sobretudo notável o vale do Dão, quasi em linha recta, onde brotam até debaixo da própria água corrente, fontes de água radioactiva muito quente, como em Sangemil e Alcafache (1).

Limitando pelo NE a nossa região está o rio Tedo, de curso rectilíneo, que dentro de granito, que dentro dos xistos (contrariamente ao que acontece com os outros que tem aqui um curso irregular) num vale muito estreito, avistando-se do fundo do vale a margem direita do Douro a mais de 10^{km}.

Entre estes dois tipos extremos de fracturas aparecem todos os graus, sendo ainda atribuidas à mesma causa as fendas preenchidas por filões de minérios radioactivos, como os que vão marcados na carta junta e explorados pela Companhia Portuguesa de Radium. Devemos à amabilidade do seu Director, o sr. Cardoso Pinto, as informações para elaboração desta carta.

É notável que todos os filões desta bacia tem a mesma direcção do vale do Dão o que bem mostra serem as fracturas tôdas devidas à mesma causa.

(1) Tem sido apontadas em Portugal muitas nascentes quentes, aparecendo como estas em vales de fractura.

Em 1916 Choffat publicou nas *Com. dos Serviços Geológicos*, tomo XII, pág. 35 um estudo sobre — La ligne de depressions Regua — Verin et ses sources carbonatées.

O citado trabalho do Dr. F. de Carvalho a pág. 12 refere-se ao vale de Riba Má que corta o Vouga em S. Pedro do Sul

O Dr. Lautensach (*Memórias e Notícias*, n.º 6) publicou em 1929 um estudo sobre os glaciares da Serra da Estrêla, onde considera o vale de Zêzere e o seu prolongamento para SW também devido à mesma origem, com as nascentes quentes de Manteigas e Unhais da Serra.

As caldas do Gerez num dos mais pitorescos vales do Minho estão nas mesmas condições.

Já o filão da bacia do Vouga, é quasi norte-sul, e paralelo à ribeira de Riba Má.

É este, dos filões conhecidos, o que fica mais ocidental, pois todos os outros estão situados para oriente dum meridiano equidistante de Tondela e Penela.

*
* *
*

Está hoje posta de parte a ideia antiga de que o rádio, mineral muito denso, ocuparia uma região muito profunda da crosta da terra. Supõe-se, pelo contrário, que ele existe num estado de grande dispersão ⁽¹⁾, numa camada exterior, cuja espessura não irá além de 70^{km}.

Este elemento não constitui minerais pirogenéticos e só aparece muito disperso. Se existisse em grande abundância em qualquer parte elevaria muito a temperatura da região, pois que em média um metro cúbico de granito produz, por ano, 20 calorias devido aos seus elementos radioactivos. O basalto produz cerca de metade. Segundo o autor citado, há 3 tipos de jazigos de urânio, cujos minerais tem estrutura química diferente, e bem definida, os quais se formaram em presença da água ou do seu vapor. São eles:

- 1.º — Os minerais dos pegmatitos das rochas ácidas.
- 2.º — Os minerais depositados nos filões das soluções hidrotermais a uma temperatura e pressão relativamente altas.
- 3.º — Os minerais depositados na parte exterior da crosta — a *biosfera* —, ou perto dela, por soluções uraníferas a temperaturas baixas.

1) No caso dos pegmatitos que resultam, como se sabe, da consolidação dos produtos finais dum magma granítico, sob a influência de reacções pneumatolíticas, o urânio nunca dá produtos amarelos ou verdes, como a autunite e torbernite, mas sim produtos escuros de brilho metálico, ou semimetálico, cristalizados ou em pó.

Quando não são em seguida alterados pela água, no estado

(1) W. Vernardsky — *La Geochimie* — Paris, F. Alcan, 1934.

de vapor, nas regiões profundas, podem vir a dar origem, por destruição da rocha mãe, aos depósitos sedimentares, *placers*, devido à sua grande resistência aos agentes exteriores, e à sua grande densidade.

Este urânio que se pode concentrar nos pegmatitos, é sempre uma parte insignificante, diz este autor, comparada com a que fica dispersa na rocha.

2) Uma outra parte do urânio, e bastante grande, deixa os magmas sob a forma de soluções aquosas, indo depositar-se nas fendas da crosta da terra sob a forma de filões, que podem formar-se mesmo fora da massa granítica, e a quilómetros de distância, filões estes que contêm outros metais como Cu, Pb, Sn, Fe e compostos de S.

Em geral estes minerais são amorfos, como o nasturânio, o urânio preto e outros ainda não estudados, e são formados a temperaturas mais baixas que as do número anterior, entre 150° e 200°.

3) Na parte superior dos filões estes minerais dão origem aos minerais claros, verdes ou amarelos (torbernite e autunite) devidos à presença das águas superficiais.

Os filões da nossa região são verticais, com cerca de 1^m de largura, e preenchidos por granito pegmatítico, acompanhado nalguns dêles, como na Urgeiriça, por uma camada de minério negro que às vezes ocupa metade da largura. Neste minério negro encontram-se além dos minerais de urânio, óxidos de ferro, galena, etc.

Contém ainda dentro filões menores de quartzo defumado, e pequenos blocos, alguns rolados pelo movimento ascensional da massa, ou pelas deslocções posteriores.

Na parte superior do filão, até uma profundidade de 20 a 30 metros são muito abundantes os minerais radíferos claros — autunite e torbernite — os quais começam para baixo a rarear.

Noutros filões a mineralização é menor, aparecendo menos minério negro mas bastante mineralização de autunite e torbernite.

O Sr. Cardoso Pinto supõe que a formação dos minerais claros na superfície é devida à oxidação dos sulfuretos com a formação de ácido sulfúrico, que por sua vez vai decompor o minério negro.

Fundado nestas ideias descobriu o processo prático que vantajosamente está hoje usando nas suas minas.

É um caminho análogo ao que seguem as pirites cupríferas do Baixo Alentejo.

Vemos assim que os nossos filões são do 2.^o e 3.^o tipos de Vernardsky, não deixando contudo de abranger os 3 tipos.

Filões do 3.^o tipo — caracterizados pela presença só de minerais claros, são, na opinião do Sr. Cardoso Pinto os do Faíl, onde colhemos as micas de urânio, e os de Caria.

Estes minerais, resultantes da destruição de filões, foram depositados nas ditas regiões, e são característicos dos filões secundários.

Vernardsky diz ainda que os maiores jazigos conhecidos de urânio são de origem secundária, devido a uma concentração na biosfera.

Estes jazigos apareceram em formações sedimentares — arenitos secundários do Colorado e do Utah, e crê que não é estranha à sua formação a matéria orgânica que provém da alteração dos seres vivos.

A carta que acompanha êste estudo mostra que as águas mais radioactivas se encontram quási só nas regiões graníticas (1), exceptuando as águas de Luso e Penacova.

Entre elas são fortemente radioactivas as que estão dispostas no centro da região, e ao longo dos grandes vales de fractura como o do Dão.

O facto dêstes filões paralelos aparecerem sobretudo nesta zona de cota que poucas vezes excede 400^m, e a meio dos maciços do Caramulo e Estréla parece estar relacionado com os enrugamentos hercínicos que os levantaram. Passaria aqui a parte central da antiga cordilheira hercínica, e a intensa erosão a que esteve sujeito êste bloco central, pôz a descoberto os filões que irromperam através das suas fracturas.

A abundância dêstes filões mostra bem a origem da radioactividade destas águas.

(1) O Sr. Dr. Ferraz de Carvalho, em 1930, numa comunicação feita no Congresso de Hidrologia de Lisboa, acentuou êste facto, referindo-se, em geral às águas termominerais.

Urbain ⁽¹⁾ chama a este tipo de fontes *fontes de filão*.

Entre todas elas destaca-se a da Urgeiriça (com 179) onde a água brota dum furo feito numa fenda do granito paralela à direcção dos filões, e a poucos metros dum deles, não explorado. O pço do filão em exploração que lhe fica mais perto dista 150^m, mas embora começasse numa cota 36^m acima do nível da fonte, já está hoje a mais de 150^m, abaixo deste nível, não tendo em nada alterado as condições da nascente. Isto mostra que a grande radioactividade das águas não é resultado do trabalho da mina.

Devemos notar também que a água de Fail foi colhida no fim duma galeria subterrânea, com mais de 100^m de percurso, e temos porisso de considerar o valor indicado como muito baixo.

Tanto na Abrunhosa, como em Sangemil e até em Gonjoim verificámos que as paredes da fenda da nascente estão impregnadas com minerais de urânio, para o que basta expôr um fragmento da rocha à luz ultravioleta. A autunite dá uma fosforescência verde, brilhante.

Á volta desta zona central, a radioactividade é muito mais fraca, sendo ainda notável para oriente, e devemos ainda considerá-las como fontes de filão.

Já na bacia do Douro são bastante radioactivas as águas de Cambres, e ainda mais a de Gonjoim (com 36), nas margens do Tedo, e ambas na zona de contacto dos xistos com o granito.

O sr. Cardoso Pinto não conhece por aqui filão algum. A sua radioactividade pode-se explicar ou pela existência de filões que não estão a descoberto, e talvez relacionados com o vale de fratura do Douro, ou, para o caso do Tedo, pela existência dum pequeno filão secundário (como em Fail) proveniente dos filões da região de Gradiz (Serra do Leomil, na carta ao norte de Cavaca). Hoje estes filões estão na bacia do Távora, a oriente do Tedo, mas poderiam já ter pertencido à bacia deste ribeiro.

O que é facto é que este ribeiro segue um vale rectilíneo de fractura, e cujo prolongamento para montante vai passar em Gradiz.

(1) Sur l'Hydrogeologie des sources à radioactivité moyenne. Comunicação apresentada no Congresso de Hidrologia de Lisboa em Outubro de 1930.

Além destas águas de regiões graníticas vão ainda indicadas águas radioactivas situadas em zonas sedimentares do Paleozóico e Mesozóico, a ocidente das anteriores.

Tôdas elas são de fraca radioactividade a não ser a de Luso (com 19,2) e a de Penacova (com 5,88).

Para a explicação dêste facto podemos imaginar duas hipóteses :

1.º — Supormos a existência, na profundidade, dum filão ou filões análogos aos anteriormente considerados, através dos quais as águas passariam.

Podemos supor um filão único paralelo à Serra do Buçaco, e originado pelo movimento que deu origem a esta serra mais recente que os movimentos post-hercínicos que originaram os do centro da Beira.

Se quisermos supor que estes filões são paralelos àqueles, temos de imaginar um no Luso, e outro em Penacova.

Ora não há, perto de qualquer destas nascentes, afloramentos graníticos, mas unicamente pequenos afloramentos diabásicos que irromperam durante o Silúrico, segundo Nery Delgado.

Os magmas donde se originam as concentrações de rádio costumam ser graníticos e nada nos autoriza a supô-los existentes por baixo desta região, sem podermos contudo negar absolutamente a sua existência.

2.º — Outra hipótese a que podemos atribuir a radioactividade destas águas é à existência dum jazigo secundário, como o de Faíl.

Esta região fica a jusante da região dos filões, e a intensa erosão a que estes teem estado sujeitos podia ter dado origem a uma concentração dos minerais radíferos numa bacia situada na actual região da Serra do Buçaco.

O levantamento desta serra, já nos últimos tempos geológicos podia ter dado origem a uma grande bacia para montante, como mostram os meandros do Mondego.

Ter-se-iam aqui depositado os minerais radíferos arrastados pelas águas dos rios.

Nas águas do Luso, muito mais radioactivas, poderia também influir a grande quantidade de matéria orgânica dos depósitos do Permo-Carbonífero, seguindo as ideias de Vernardsky, que atrás expuzemos.

Deixamos expresso o nosso reconhecimento ao Ex.^{mo} Sr. Manoel Cardoso Pinto, director da *Companhia Portuguesa de Radium, L.^{da}*, pelos importantes esclarecimentos que nos deu sobre a posição dos filões uraníferos, e ao Instituto de Hidrologia da Universidade de Coimbra pelo auxilio financeiro prestado, indispensável para a realização do nosso trabalho.

EGAS F. PINTO BASTO

Director do Laboratório Químico da Universidade de Coimbra

AMÉRICO VIANA DE LEMOS

Assistente de Química da Universidade de Coimbra

Parte geológica

JOSÉ CUSTÓDIO DE MORAIS

Professor de Ciências Geológicas da Universidade de Coimbra

Contribuição para o estudo da teoria das funções

(CONTINUAÇÃO)

CAPÍTULO VII

ALGUMAS NOÇÕES SÔBRE CONJUNTOS DE ELEMENTOS DUM ESPAÇOÍDE

I

SEPARAÇÕES MÁXIMA E MÍNIMA DE VÁRIOS CONJUNTOS. CONJUNTOS LIGADOS — CONJUNTOS SEPARADOS

71. **Separação máxima de vários conjuntos.** — Consideremos uma colecção de conjuntos, em número finito ou infinito, pertencentes a um dado espaçoíde. Suponhamos que existe um número positivo α que satisfaça à seguinte condição: dois quaisquer desses conjuntos são extremos duma sucessão formada por conjuntos da mesma colecção, tomados em número finito ⁽¹⁾, de maneira que sejam menores do que α as distâncias reduzidas entre conjuntos consecutivos nesta sucessão. Abreviadamente diremos que em tal caso é possível unir dois dos referidos conjuntos, quaisquer que sejam, por meio de outros, em número finito, de distâncias reduzidas menores do que α ⁽²⁾.

Ao limite inferior σ de todos os números α que verifiquem esta condição daremos o nome de *separação máxima* dos conjuntos da colecção considerada. Quando não existir número algum α que satisfaça à mencionada condição diremos que a separação máxima de tais conjuntos é infinita.

(1) Uma destas sucessões pode, em particular, reduzir-se aos dois conjuntos extremos.

(2) Entendemos que estas distâncias reduzidas se referem a cada par de conjuntos consecutivos na sucessão.

Tomemos dois conjuntos **A** e **B** da colecção dada, unamos um ao outro por meio duma sucessão dum número finito de conjuntos da colecção e seja β a maior das distâncias reduzidas entre conjuntos consecutivos nesta sucessão. Designemos por γ o limite inferior dos números β relativos a tôdas as sucessões possíveis assim construídas e que unam os conjuntos **A** e **B** ⁽¹⁾. A cada par de conjuntos **A** e **B** da referida colecção fazemos corresponder, dêste modo, um número γ . Dito isto demonstremos que:

A separação máxima dos conjuntos duma dada colecção é o limite superior dos números γ relativos a todos os pares de conjuntos da mesma colecção.

Suponhamos primeiro que é finita a separação máxima σ dos conjuntos da colecção dada. É evidente que um número qualquer α dos que figuram na definição de separação máxima é superior a qualquer dos números γ a que se refere o presente enunciado. Logo o limite superior γ' do conjunto dos números γ também é finito e temos $\gamma' \geq \sigma$.

Por outro lado, considerando um número qualquer $\alpha > \gamma'$ e um par de conjuntos **A** e **B** da colecção, como o número γ relativo a êste par de conjuntos satisfaz à condição $\gamma < \alpha'$, segue-se que é possível unir os conjuntos **A** e **B** por intermédio dum número finito de conjuntos da colecção de distâncias reduzidas menores do que α' . Os conjuntos **A** e **B** são quaisquer da colecção; logo o número α' é um dos números α relativos à definição de separação máxima. Qualquer número maior do que γ' é, pois, um dos números α , motivo porque temos $\sigma < \gamma'$. Esta relação juntamente com $\gamma' \geq \sigma$ mostram que é $\gamma = \sigma$ como desejávamos demonstrar.

Da relação $\sigma \leq \gamma'$ concluímos que, se a separação máxima dos conjuntos dados fôr infinita, o mesmo sucederá ao limite superior do conjunto dos números γ .

É evidente que a separação máxima de vários conjuntos não excede o limite superior das distâncias reduzidas entre os mesmos conjuntos tomados dois a dois de qualquer modo.

(1) A distância reduzida \underline{AB} é, em particular, um dos números β .

Por conseguinte, quando a soma dos conjuntos dados for limitada, a respectiva separação máxima será finita e não excederá o diâmetro desta soma.

Pelo mesmo motivo podemos afirmar que, no caso particular da colecção ser constituída por conjuntos em número finito, a separação máxima é necessariamente finita. Se a colecção contém apenas dois conjuntos, a separação máxima é a respectiva distância reduzida.

É simples de ver, tendo em vista a proposição há pouco demonstrada, que, tratando-se ainda duma colecção de conjuntos em número finito, se a separação máxima é σ podemos unir dois quaisquer desses conjuntos por meio de outros da colecção, de distâncias reduzidas não maiores do que σ ; efectivamente, como os números β que dão origem aos γ são, neste caso, em número finito, segue-se que os números γ são também números β .

Considerando ainda conjuntos em número finito, a separação máxima pode definir-se como sendo o menor número σ que satisfaz à seguinte condição: é possível dispor os conjuntos dados por uma certa ordem, com repetições de conjuntos se for necessário, de tal modo que as distâncias reduzidas entre conjuntos consecutivos não excedam σ .

Dividamos uma dada colecção de conjuntos em dois grupos e seja ρ a distância reduzida entre as somas dos conjuntos de cada grupo. A separação máxima dos conjuntos dados é o limite superior dos números ρ relativos a todos os modos de divisão da referida colecção em dois grupos de conjuntos.

Seja σ a separação máxima dos conjuntos dados e consideremos um número α superior a σ . Dividamos a colecção em dois grupos de conjuntos de qualquer maneira, unamos dois conjuntos, um de cada grupo, por meio duma sucessão de conjuntos da colecção, em número finito, de distâncias reduzidas menores do que α , e tomemos nesta sucessão dois conjuntos consecutivos, um de cada grupo. Como a distância reduzida entre estes dois conjuntos é menor do que α , o mesmo acontece evidentemente à distância reduzida ρ entre as somas dos conjuntos de cada grupo. Temos pois $\rho < \alpha$, e, como α é qualquer número maior do que σ , vem $\rho < \sigma$. Por conseguinte o limite superior ρ' de todos os números ρ satisfaz à condição $\rho' \geq \sigma$.

Para estabelecer a igualdade $\rho' = \sigma$ basta agora demonstrar que um número qualquer superior a ρ' é necessariamente superior a σ , que quer dizer, é um dos números α que figuram na definição de separação máxima. Se um dado número positivo θ não pertence à classe dos números α , é porque não podemos unir dois determinados dos conjuntos da colecção por meio de outros, em número finito, de distâncias reduzidas menores do que θ . Sejam **A** e **B** esses dois conjuntos e dividamos a colecção nos dois grupos seguintes: o grupo constituído pelos conjuntos que se podem unir a **A** por meio de outros, em número finito, de distâncias reduzidas menores do que θ , e o grupo constituído pelos restantes conjuntos da colecção. Tais grupos existem, ao primeiro pertence **A** e ao segundo **B**, e a distância reduzida entre dois conjuntos quaisquer, um de cada grupo, não é evidentemente menor do que θ . Por este motivo também a distância reduzida entre as somas dos conjuntos de cada grupo não é menor do que θ , o que nos dá a relação $\theta \geq \rho'$. Conseqüentemente qualquer número maior do que ρ' é um dos números α , como desejávamos demonstrar.

A própria demonstração mostra que, se um dos limites σ ou ρ' fôr infinito, o mesmo sucederá ao outro.

Dividamos uma dada colecção de conjuntos em grupos de qualquer modo, em número finito ou infinito, e seja σ' a separação máxima das somas dos conjuntos de cada grupo. A separação máxima dos conjuntos dados é o limite superior dos números σ' relativos a todos os modos de divisão da referida colecção em grupos de conjuntos.

Esta proposição é um corolário da precedente. Com efeito, seja σ a separação máxima dos conjuntos duma dada colecção. Dividamo-la em vários grupos de conjuntos e consideremos a colecção que é constituída pelas somas dos conjuntos de cada grupo. Os números ρ que figuram no enunciado anterior mas relativamente a esta nova colecção são também números ρ relativos à colecção dada. Por conseguinte, e atendendo à proposição precedente, a separação máxima σ' dos conjuntos da nova colecção é o limite superior de certo conjunto constituído por alguns desses números ρ relativos à colecção dada. Logo temos a relação $\sigma' \geq \sigma$. Por outro lado o conjunto dos números σ' contém manifestamente o conjunto de todos os números ρ , motivo

porque o limite superior dos números σ' não é menor do que σ . Esse limite é, pois, o número σ .

O limite superior dos números σ' e o inferior dos números α só poderão tornar-se infinitos ao mesmo tempo, como resulta desta demonstração.

A separação máxima de vários conjuntos dados não se altera quando os substituímos por outros que sejam juxtapostos aos primeiros.

Com efeito, sabemos que a distância reduzida entre dois conjuntos não se altera quando os substituímos por conjuntos que lhes sejam juxtapostos.

Em particular, a separação máxima mantém-se a mesma quando substituímos os conjuntos dados pelos respectivos lugares.

A separação máxima de vários conjuntos de ordem n não é excedida pela separação máxima das projecções dos mesmos conjuntos (1).

Efectivamente, a distância reduzida entre dois conjuntos de ordem n não é excedida pela distância reduzida entre duas correspondentes projecções dos mesmos conjuntos, quaisquer que estas sejam.

Se as projecções num determinado sistema têm a separação máxima infinita, o mesmo succede à separação máxima dos conjuntos dados.

Consideremos uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos. Se os termos de todas estas sucessões constituem um conjunto quási-limitado, e se a soma das mesmas sucessões converge para a soma dos seus limites, o maior dos limites da separação máxima dos termos de ordem i quando i cresce para infinito não excede a separação máxima dos limites dessas sucessões.

Seja σ_i a separação máxima dos termos de ordem i das sucessões propostas e σ a separação máxima dos seus limites. Notemos primeiro que é finito o maior dos limites da sucessão

$$(1) \quad \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i, \dots,$$

(1) Referimo-nos, é claro, às projecções num dado sistema de projecções.

porque, sendo possível considerar um esferóide dentro do qual se encontrem elementos de qualquer dos termos das sucessões dadas [v. v, p. 141, l. 33], os números σ_i não excedem o diâmetro do mesmo esferóide.

A partir da sucessão (1) determinemos uma subsucessão convergente

$$\sigma_r, \sigma_s, \dots, \sigma_u, \dots$$

que tenha por limite o maior dos limites daquela mesma sucessão. Para estabelecermos a relação $\lim \sigma_u < \sigma$ a que se refere o presente enunciado basta evidentemente considerar o caso de ser $\lim \sigma_u > \sigma$.

Dividamos os termos de ordem u das sucessões dadas em dois grupos de tal forma que, designando por \mathbf{S}_u e \mathbf{S}'_u as somas dos conjuntos (termos) de cada grupo, seja

$$\sigma_u - \frac{1}{u} < \mathbf{S}_u \mathbf{S}'_u < \sigma_u \quad (u = r, s, \dots) \quad [p. 292, l. 23].$$

As sucessões assim obtidas

$$(2) \quad \begin{array}{l} \mathbf{S}_r, \mathbf{S}_s, \dots, \mathbf{S}_u, \dots \\ \mathbf{S}'_r, \mathbf{S}'_s, \dots, \mathbf{S}'_u, \dots \end{array}$$

satisfazem à condição

$$\lim \mathbf{S}_u \mathbf{S}'_u = \lim \sigma_u.$$

As mesmas sucessões (2) são quási-limitadas em virtude das hipóteses, motivo porque admitem subsucessões convergentes [v. v, p. 284, l. 4]. Sejam

$$\begin{array}{l} \mathbf{S}_{r'}, \mathbf{S}_{s'}, \dots, \mathbf{S}_{u'}, \dots \\ \mathbf{S}'_{r'}, \mathbf{S}'_{s'}, \dots, \mathbf{S}'_{u'}, \dots \end{array}$$

duas dessas subsucessões convergentes determinadas de tal maneira que os pares de termos das mesmas ordens ocupam também as mesmas ordens nas sucessões (2). Ponhamos

$$\lim \mathbf{S}_{u'} \parallel \mathbf{S} \quad \text{e} \quad \lim \mathbf{S}'_{u'} \parallel \mathbf{S}'.$$

Sabemos que é

$$\lim (\mathbf{S}_{u'} + \mathbf{S}'_{u'}) \parallel \mathbf{S} + \mathbf{S}' \quad [v. v, p. 149, l. 2];$$

logo o conjunto $\mathbf{S} + \mathbf{S}'$ é limite da soma das sucessões dadas, soma esta que por hipótese é convergente.

Os conjuntos $[\mathbf{S}]$ e $[\mathbf{S}']$ dão origem, como vamos ver, a uma divisão do conjunto dos limites das sucessões propostas em dois grupos tais que os conjuntos dum dos grupos pertencem a $[\mathbf{S}]$ e os do outro a $[\mathbf{S}']$. Seja \mathbf{A} um limite duma das sucessões propostas. Como o termo de ordem u' desta sucessão ou pertence a $\mathbf{S}_{u'}$ ou a $\mathbf{S}'_{u'}$ ($u' = r', s', \dots$), o limite \mathbf{A} pertence a um dos conjuntos $[\mathbf{S}]$ ou $[\mathbf{S}']$ [v. v, p. 296, l. 22]. Suponhamos que é $\mathbf{A} \in [\mathbf{S}]$. Neste caso não há elemento algum de \mathbf{A} que pertença a $[\mathbf{S}']$ porque temos ⁽¹⁾

$$[\mathbf{S}] \cap [\mathbf{S}'] \supseteq \lim \mathbf{S}_{u'} \mathbf{S}'_{u'} = \lim \sigma_u$$

(1) Baseamo-nos na seguinte proposição que passamos a demonstrar:

O maior dos limites da sucessão das distâncias reduzidas entre os termos correspondentes de duas sucessões convergentes de conjuntos não excede a distância reduzida entre os limites das mesmas sucessões.

Sejam \mathbf{A} e \mathbf{B} limites das sucessões convergentes

$$\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_i, \dots$$

e

$$\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_i, \dots$$

Dado um número $\varepsilon > 0$, fixemos dois elementos \mathbf{a} e \mathbf{b} de \mathbf{A} e de \mathbf{B} tais que se tenha

$$\overline{\mathbf{a} \mathbf{b}} < \overline{\mathbf{A} \mathbf{B}} + \varepsilon,$$

e determinemos duas sucessões de elementos

$$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_i, \dots$$

e

$$\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_i, \dots$$

extraídos respectivamente dos termos correspondentes das sucessões precedentes de modo que seja

$$\lim \mathbf{a}_i \parallel \mathbf{a} \quad \text{e} \quad \lim \mathbf{b}_i \parallel \mathbf{b}.$$

Temos

$$\lim \overline{\mathbf{a}_i \mathbf{b}_i} = \overline{\mathbf{a} \mathbf{b}} < \overline{\mathbf{A} \mathbf{B}} + \varepsilon,$$

e porque estamos a supor $\lim \sigma_u > 0$. Vejamos agora que $[S']$ também contém um pelo menos dos limites A das sucessões dadas. A soma destas sucessões tende, por hipótese, para a soma $\sum A$ dos limites A , e, como teude também para $S + S'$, temos $\sum A \parallel S + S'$. Esta juxtaposição e a desigualdade $\underline{SS'} > 0$ mostram que podemos decompor $\sum A$ em dois subconjuntos T e T' juxtapostos a S e a S' respectivamente ⁽¹⁾. O conjunto T é, pois, a soma dos limites A que pertencem a $[S]$ e T' a soma dos que pertencem a $[S']$.

Por conseguinte a distância reduzida $\underline{TT'}$ é um dos números ρ a que se refere a proposição da p. 292. l. 23, a propósito da colecção dos limites das sucessões dadas. Logo temos

$$\lim \sigma_u < \underline{SS'} = \underline{TT'} < \sigma$$

e $\lim \sigma_u < \sigma$, como desejávamos demonstrar.

Dada uma colecção dum número finito de sucessões convergentes de conjuntos, o maior dos limites da separação máxima dos termos de ordem i quando i cresce para infinito não excede a separação máxima dos limites das mesmas sucessões.

e, como é $\underline{A_i B_i} < \underline{A_i B_i}$, também temos, a partir de certa ordem,

$$\underline{A_i B_i} < \underline{AB} + \epsilon.$$

Logo o maior dos limites da distância reduzida $\underline{A_i B_i}$ quando i cresce para infinito não excede o número $\underline{AB} + \epsilon$, e também não excede a distância reduzida \underline{AB} visto que ϵ é um número positivo arbitrário.

⁽¹⁾ Com efeito, em virtude da proposição que enunciámos no v. IV, p. 109, l. 18, podemos decompor $\sum A$ em dois conjuntos T e T' tais que seja

$$\overline{ST} < \underline{SS'} \quad \text{e} \quad \overline{S'T'} < \underline{SS'}.$$

Mas, sendo $T + T' \parallel S + S'$, qualquer elemento de T é limite de elementos de $S + S'$ [v. v, p. 138, l. 17], e portanto limite de elementos de S porque é

$$\underline{S'T} > \underline{SS'} - \overline{S'T'} > 0 \quad [\text{v. IV, p. 105, (5)}].$$

Da mesma maneira qualquer elemento de S é limite de elementos de $T + T'$, e portanto limite de elementos de T porque é $\underline{ST'} > 0$. Logo temos $T \parallel S$, e de igual modo se estabelece a juxtaposição $T' \parallel S'$.

É um caso particular da proposição precedente. Com efeito, nestas condições os termos das sucessões dadas constituem um conjunto quási-limitado e a soma das mesmas sucessões converge para a soma dos seus limites.

Consideremos uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos. À excepção duma das sucessões sendo necessário, se todos os termos das outras constituem um conjunto limitado, e se a soma de quaisquer sucessões escolhidas entre as dadas converge para a soma dos respectivos limites, a separação máxima dos termos de ordem i das mesmas sucessões tende para a separação máxima dos seus limites quando i cresce para infinito.

Designemos por σ_i a separação máxima dos termos de ordem i das sucessões propostas e por σ a separação máxima dos seus limites. Sejam $L\sigma_i$ e $l\sigma_i$ o maior e o menor dos limites da sucessão

$$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i, \dots$$

Já vimos que é $L\sigma_i < \sigma$. Basta agora deduzir a relação $\sigma < l\sigma_i$ para demonstrar a existência do limite $\lim \sigma_i$ e estabelecer a igualdade $\lim \sigma_i = \sigma$. Suponhamos que é $\sigma > 0$, pois aquela relação é evidente para $\sigma = 0$.

Dado um número positivo ε , dividamos os limites das sucessões propostas em dois grupos de tal forma que, designando por **S** e **S'** as somas dos conjuntos de cada grupo, seja $\sigma - \varepsilon < \mathbf{SS}'$. A uma tal divisão corresponde uma divisão das mesmas sucessões em dois grupos de sucessões: as que tendem para conjuntos contidos em **S** e as que tendem para conjuntos contidos em **S'**. Seja

$$\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_i, \dots$$

a soma das primeiras e

$$\mathbf{S}'_1, \mathbf{S}'_2, \dots, \mathbf{S}'_i, \dots$$

a das segundas.

Em virtude das hipóteses estabelecidas no enunciado existem os limites

$$\lim \mathbf{S}_i \parallel \mathbf{S} \quad \text{e} \quad \lim \mathbf{S}'_i \parallel \mathbf{S}'$$

e uma dessas sucessões é constituída por conjuntos de soma limitada. Tem lugar, pois, a igualdade

$$\underline{S S'} = \lim \underline{S_i S'_i} \quad (1).$$

Mas as relações

$$\sigma - \varepsilon < \underline{S S'} = \lim \underline{S_i S'_i} < l \sigma_i$$

dão $\sigma - \varepsilon < l \sigma_i$, e, como ε é um número positivo arbitrário, temos $\sigma < l \sigma_i$.

Em resumo, dadas as condições do enunciado, o limite da separação máxima é a separação máxima dos limites.

Como caso particular desta proposição temos a seguinte:

Dada uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos, em número finito, se tôdas estas sucessões, ou tôdas excepto uma, são constituídas por conjuntos de soma limitada, a separação máxima dos termos de ordem i tende para a separação máxima dos limites quando i cresce para infinito.

Consideremos uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos. Se os termos de tôdas estas sucessões constituem um conjunto quási-limitado, e se, designando por

$$S_1, S_2, \dots, S_i, \dots$$

a soma de quaisquer sucessões escolhidas entre as dadas e por S a soma dos respectivos limites, é $\lim \underline{S_i S} = 0$, a separação máxima

(1) Recordemos que, dadas duas sucessões convergentes de conjuntos de termos gerais A_i e B_i e de limites A e B , verifica-se a igualdade

$$\lim \underline{A_i B_i} = \underline{A B}$$

sempre que uma das sucessões é constituída por conjuntos de soma limitada [v. v, p. 170, l. 1], ou sempre que se tem

$$\lim \overline{A_i A} = 0 \quad \text{e} \quad \lim \overline{B_i B} = 0 \quad [\text{v. v, p. 290, l. 11}]$$

embora nenhuma das sucessões seja constituída dessa maneira [demonstração do v. v, p. 135, l. 5].

dos termos de ordem i tende para a separação máxima dos limites quando i cresce para infinito.

A demonstração segue as mesmas linhas que a precedente; simplesmente devemos observar que, sendo agora

$$\lim \overline{S_i S} = 0 \quad \text{e} \quad \lim \overline{S'_i S'} = 0,$$

ainda temos

$$\underline{SS'} = \lim \underline{S_i S'_i}.$$

Em particular:

Dada uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos, em número finito, se a distância $\overline{A_i A}$ entre o termo A_i de qualquer das sucessões e o seu limite A tende para zero, a separação máxima dos termos de ordem i tende para a separação máxima dos limites quando i cresce para infinito.

72. Separação mínima de vários conjuntos. — Uma outra extensão da definição de distância reduzida é a de *separação mínima* de vários conjuntos, designação esta que daremos ao limite inferior das distâncias entre os elementos dos conjuntos dados, sendo estes elementos tomados dois a dois de qualquer modo mas em conjuntos distintos.

É claro que, se substituirmos alguns dos conjuntos dados pela sua soma, a separação mínima não poderá diminuir.

A separação mínima de vários conjuntos é o limite inferior das distâncias reduzidas entre os mesmos conjuntos tomados dois a dois.

Basta notar, com efeito, que o limite inferior duma soma de conjuntos de números reais é o limite inferior dos limites inferiores desses conjuntos.

Pelo mesmo motivo se tornam evidentes as seguintes proposições:

A separação mínima de vários conjuntos é o limite inferior das distâncias reduzidas entre cada um dos conjuntos e a soma dos restantes.

Dividamos uma dada colecção de conjuntos em dois grupos ⁽¹⁾ e seja ζ a distância reduzida entre as somas dos conjuntos de cada

(1) Entendemos que nesta divisão nenhum dos conjuntos dados é comum aos dois grupos.

grupo. A separação mínima dos conjuntos dados é o limite inferior dos números ρ relativos a todos os modos de divisão da referida colecção em dois grupos de conjuntos.

Tal proposição mostra que a separação mínima de vários conjuntos não excede a sua separação máxima, visto que esta última é o limite superior dos mesmos números ρ .

Dividamos uma dada colecção de conjuntos em vários grupos (1), em número finito ou infinito, e seja μ' a separação mínima das somas dos conjuntos de cada grupo. A separação mínima dos conjuntos dados é o limite inferior dos números μ' relativos a todos os modos de divisão da colecção em grupos de conjuntos.

A separação mínima de vários conjuntos não se altera quando os substituímos por outros que sejam juxtapostos aos primeiros.

Porque a distância reduzida entre dois conjuntos é igual à distância reduzida entre conjuntos juxtapostos aos primeiros. Em particular: a separação mínima não se altera quando substituímos os conjuntos dados pelos respectivos lugares.

A separação mínima de vários conjuntos de ordem n não é excedida pela separação mínima das projecções dos mesmos conjuntos.

Dadas diversas sucessões convergentes de conjuntos, o maior dos limites da separação mínima dos termos de ordem i quando i cresce para infinito não excede a separação mínima dos limites das mesmas sucessões (2).

Sejam dadas diversas sucessões convergentes de conjuntos. Designemos por μ a separação mínima dos seus limites, um de cada sucessão, por exemplo dos limites totalmente fechados, e por μ_i a separação mínima dos termos de ordem i . Consideremos um número positivo ε e sejam **A** e **B** dois desses limites a que pertençam elementos **a** e **b** tais que se tenha

$$\overline{ab} < \mu + \varepsilon.$$

(1) Continuamos a supor que nenhum dos conjuntos dados pertence a dois dos grupos obtidos em cada divisão.

(2) É claro que se considera em cada sucessão um só limite, aliás qualquer.

Os elementos **a** e **b** são limites de sucessões convergentes

$$a_1, a_2, \dots, a_i, \dots$$

e

$$b_1, b_2, \dots, b_i, \dots$$

de elementos extraídos dos termos correspondentes das sucessões que tendem para os conjuntos **A** e **B**. Mas das relações

$$L_{\mu_i} \bar{a}_i \bar{b}_i = \bar{a} \bar{b} < \mu + \varepsilon$$

deduz-se

$$L_{\mu_i} < \mu + \varepsilon.$$

Logo o maior dos limites L_{μ_i} não excede o número μ .

Sejam dadas diversas sucessões convergentes de conjuntos em número finito. Se estas sucessões são constituídas por conjuntos de soma limitada, podendo exceptuar-se uma delas, a separação mínima dos termos de ordem i tende para a separação mínima dos limites quando i cresce para infinito ⁽¹⁾.

Seja

$$\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_i, \dots$$

a sucessão das separações mínimas dos primeiros termos, dos segundos termos, etc. das sucessões dadas. Determinemos uma das suas subsucessões

$$\mu_r, \mu_s, \dots, \mu_u, \dots$$

de maneira que tenda para o menor dos limites l_{μ_i} daquela sucessão. Sejam R_u e S_u dois termos de ordem u das sucessões dadas que façam

$$\underline{R_u S_u} = \mu_u \quad (u = r, s, \dots).$$

Como as sucessões são em número finito, existem duas delas,

$$A_1, A_2, \dots, A_i, \dots$$

e

$$B_1, B_2, \dots, B_i, \dots$$

⁽¹⁾ Consideramos um só limite de cada sucessão.

tais que, para uma infinidade de valores de u , se tem

$$A_u | R_u \text{ e } B_u | S_u.$$

Sejam

$$r', s', \dots, u', \dots$$

os valores de u para os quais se dá esta coincidência. Designando por μ a separação mínima dos limites totalmente fechados das sucessões dadas e por A e B os limites das duas sucessões precedentes, temos

$$\mu \leq \underline{AB} = \lim \underline{A_{u'}} \underline{B_{u'}} = \lim \underline{R_{u'}} \underline{S_{u'}} = \lim \mu_{u'} = l \mu_i.$$

Estas relações dão $\mu \leq l \mu_i$, e, por conseguinte, $\mu = \lim \mu_i$ em virtude da relação $L \mu_i \leq \mu$ estabelecida precedentemente.

Dadas diversas sucessões convergentes de conjuntos, em número finito, se a distância $\overline{A_i A}$ entre o termo A_i de qualquer delas e o seu limite A tende para zero, a separação mínima dos termos de ordem i tende para a separação mínima dos limites quando i cresce para infinito.

Demonstra-se esta proposição tal qual como a precedente tendo em vista a nota da p. 299.

73. Conjuntos ligados. Conjuntos separados. — Dada uma colecção de conjuntos, diremos que estes são *ligados* quando a respectiva separação máxima σ fôr igual a zero. Neste caso, seja qual fôr o número positivo ε , podemos unir dois quaisquer desses conjuntos por meio de outros da mesma colecção, em número finito, de distâncias reduzidas menores do que ε .

Se diversos conjuntos são ligados, o mesmo sucede quando substituímos alguns deles pela respectiva soma, como é manifesto.

Considerando agora uma colecção de conjuntos em número finito, imediatamente reconhecemos, atendendo ao que dissemos na p. 292, l. 9, que estes são ligados quando dois deles, arbitrariamente escolhidos, se podem unir por meio de outros da colecção de distâncias reduzidas iguais a zero. É possível dispor todos estes conjuntos em número finito por uma determinada ordem, com repetições de conjuntos se fôr necessário, de modo

que as distâncias reduzidas entre conjuntos consecutivos sejam iguais a zero.

Em particular, dois conjuntos são ligados quando a respectiva distância reduzida é nula. Supondo limitado um dos dois conjuntos, para que estes sejam ligados é necessário e suficiente que os seus lugares possuam um elemento comum [v. iv, p. 89, l. 24].

E evidente que, se duas somas de conjuntos são ligadas, a cada número $\varepsilon > 0$ correspondem duas parcelas, uma de cada soma, cuja distância reduzida é inferior a ε , e reciprocamente. Também é evidente que, se duas somas de conjuntos em número finito são ligadas, o mesmo acontece a duas das parcelas, uma de cada soma, e reciprocamente.

Continuando a considerar o caso particular de $\sigma = 0$, os enunciados de algumas proposições que demonstrámos no número precedente tomam agora as seguintes formas:

É condição necessária e suficiente para que os conjuntos duma dada colecção sejam ligados, que, para qualquer modo de divisão em dois grupos de conjuntos, as somas dos conjuntos de cada grupo também sejam ligadas [p. 292, l. 23].

É condição necessária e suficiente para que os conjuntos duma dada colecção sejam ligados, que, para qualquer modo de divisão em vários grupos de conjuntos, as somas dos conjuntos de cada grupo também sejam ligadas [p. 293, l. 22].

Se diversos conjuntos são ligados o mesmo acontece quando os substituimos por outros juxtapostos aos primeiros [p. 294, l. 6].

Em particular, se diversos conjuntos são ligados o mesmo acontece aos respectivos lugares.

As projecções de diversos conjuntos ligados de ordem n são igualmente conjuntos ligados [p. 294, l. 14].

Consideremos uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos. Suponhamos que todos os termos constituem um conjunto quasi-limitado e que a soma das mesmas sucessões converge para a soma dos seus limites. Se estes limites são conjuntos ligados, os termos de ordem i tendem a ligar-se quando i cresce para infinito [p. 294, l. 24].

Em particular:

Dada uma colecção dum número finito de sucessões convergentes de conjuntos, se os limites são conjuntos ligados os termos de ordem i tendem a ligar-se quando i cresce para infinito.

Consideremos uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos. Suponhamos que à excepção duma das sucessões, sendo necessário, os termos de tôdas as outras constituem um conjunto limitado e que a soma de quaisquer sucessões escolhidas entre as dadas converge para a soma dos respectivos limites. Se os termos de ordem i tendem a ligar-se quando i cresce para infinito ⁽¹⁾, os limites dessas sucessões são conjuntos ligados, e reciprocamente [p. 298, l. 5].

Dada uma colecção dum número finito de sucessões convergentes de conjuntos, suponhamos que tôdas estas sucessões, ou tôdas excepto uma, são constituídas por conjuntos de soma limitada. Se os termos de ordem i tendem a ligar-se quando i cresce para infinito, os limites dessas sucessões são conjuntos ligados, e reciprocamente.

Consideremos uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos. Suponhamos que todos os termos constituem um conjunto quási limitado e que, designando por

$$S_1, S_2, \dots, S_i, \dots$$

a soma de quaisquer sucessões de entre as dadas e por S a soma dos respectivos limites, é $\lim S_i S = 0$. Se os termos de ordem i tendem a ligar-se quando i cresce para infinito, os limites dessas sucessões são conjuntos ligados, e reciprocamente [p. 299, l.16].

Em particular:

Dada uma colecção de sucessões convergentes de conjuntos, em número finito, suponhamos que a distância $A_i \bar{A}$ entre o termo A_i de qualquer das sucessões e o seu limite A tende para zero. Se os

(1) Se por exemplo são conjuntos ligados a partir de certa ordem.

termos de ordem i tendem a ligar-se quando i cresce para infinito, os limites dessas sucessões são conjuntos ligados e reciprocamente.

Dados diversos conjuntos, dizemos que estes são *separados* quando a respectiva separação mínima é positiva. Em particular, dois conjuntos são separados quando a sua distância reduzida não se anula.

Se diversos conjuntos são separados, dois quaisquer deles são necessariamente separados, e reciprocamente quando se tratar de conjuntos em número finito.

Se diversos conjuntos são separados, o mesmo acontece quando substituirmos alguns pela sua soma.

As seguintes proposições são corolários evidentes de outras que já enunciámos mais atrás [p. 300, n.º 72].

Se diversos conjuntos são separados, é positivo o limite inferior das distâncias reduzidas entre cada um desses conjuntos e a soma dos restantes, e reciprocamente.

Dividamos uma dada colecção de conjuntos em dois grupos ⁽¹⁾ e seja ρ a distância reduzida entre as somas dos conjuntos de cada grupo. Se os conjuntos dados são separados, é positivo o limite inferior dos números ρ relativos a todos os modos de divisão da referida colecção em dois grupos de conjuntos, e reciprocamente.

Dividamos uma dada colecção de conjuntos em vários grupos, em número finito ou infinito, e seja μ' a separação mínima das somas dos conjuntos de cada grupo. Se os conjuntos dados são separados, é positivo o limite inferior dos números μ' relativos a todos os modos de divisão da referida colecção em grupos de conjuntos, e reciprocamente.

Se diversos conjuntos dados são separados, o mesmo sucede quando os substituirmos por conjuntos que lhes sejam juxtapostos.

(1) Tanto nesta proposição como na imediatamente seguinte se entende que dividimos a colecção dada em grupos de conjuntos de tal modo que nenhum dos conjuntos pertence a dois dos grupos obtidos.

Em particular, se diversos conjuntos são separados, o mesmo sucede aos respectivos lugares.

Para que diversos conjuntos sejam separados é suficiente que as suas projecções relativas a um determinado sistema de projecções sejam conjuntos separados.

Diversos conjuntos separados e em número infinito não constituem um conjunto quási-limitado.

Seja (A) um conjunto de conjuntos A , infinito e quási-limitado. Podemos tomar um elemento em cada A de modo que o conjunto B desses elementos seja limitado [v. v, p. 142, l. 5]. O conjunto B admite um elemento limite; logo existem dois elementos de B a uma distância um do outro inferior a um número positivo ϵ previamente dado. A separação mínima dos conjuntos A é pois nula, e estes não são separados. Conseqüentemente diversos conjuntos separados e em número infinito não constituem um conjunto quási-limitado.

Em particular:

Se o conjunto infinito (A) é limitado, os conjuntos A não são separados.

Mais particularmente ainda:

Se o conjunto infinito A é limitado, os seus elementos não são separados ⁽¹⁾.

Diversos conjuntos separados e em número infinito são termos duma sucessão de conjuntos que diverge para infinito.

Com efeito, seja (A) um conjunto infinito de conjuntos separados A . Já vimos que (A) não é quási-limitado, e o mesmo podemos dizer de qualquer dos seus subconjuntos infinitos. Por conseguinte os conjuntos A são os termos duma sucessão que diverge para infinito [v. v, p. 148, l. 10].

Se, por maior que seja o número inteiro k , fôr possível decompor um dado conjunto A em k subconjuntos cuja separação mínima

⁽¹⁾ É claro que esta proposição resulta directamente do teorema de BOLZANO-WEIERSTRASS.

seja sempre superior a certo número positivo ε , o conjunto A decompõe-se numa infinidade de subconjuntos separados, sendo a sua separação mínima não inferior a ε .

Decomponhamos, com efeito, A em dois subconjuntos A_1 e B_1 a uma distância reduzida um do outro superior a ε . Um destes subconjuntos encontra-se nas mesmas condições de A a respeito de ε , porque, se um deles não se pudesse decompor em mais do que k subconjuntos cuja separação mínima fôsse superior a ε , poderíamos decompor o outro em qualquer número finito de subconjuntos nessas condições. Suponhamos que o conjunto B_1 goza desta propriedade e decomponhamo-lo em duas partes A_2 e B_2 a uma distância reduzida uma da outra superior a ε . Uma delas, por exemplo B_2 , encontra-se nas condições de B_1 , e, se a dividirmos em duas partes A_3 e B_3 a uma distância reduzida uma da outra superior a ε , uma destas deverá satisfazer às mesmas condições. Continuando assim indefinidamente podemos escrever, para qualquer valor de i ,

$$A \mid A_1 + A_2 + \dots + A_i + B_i.$$

Logo, designando por B o produto dos conjuntos B_i , produto este que pode ser desprovido de elementos, vem

$$A \mid B + A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots$$

Mas, quando temos $i' > i$, o conjunto $A_{i'}$ é um subconjunto de B_i , por construção, sendo portanto

$$\underline{A_i A_{i'}} > \underline{A_i B_i} > \varepsilon \quad (i' > i)$$

e $A_i A_{i'} > \varepsilon$ para quaisquer valores distintos de i e i' . Como também é, dado o caso de existir o produto B ,

$$\underline{A_i B} < \underline{A_i B_i} > \varepsilon,$$

segue-se que o conjunto A se decompõe numa infinidade numerável de subconjuntos cuja separação mínima não é inferior a ε .

Estes subconjuntos divergem para infinito como se viu na proposição precedente.

Sejam dados os conjuntos A e B , o primeiro dos quais se decompõe em subconjuntos separados. Se a distância \overline{AB} é inferior à metade da separação mínima desses subconjuntos, também o conjunto B se decompõe em subconjuntos separados em correspondência biunívoca com os primeiros. As distâncias entre subconjuntos correspondentes não excedem a distância \overline{AB} .

Suponhamos, com efeito, que o conjunto A se decompõe em subconjuntos separados A' , em número finito ou infinito, e seja μ a separação mínima desses subconjuntos. Como por hipótese é $2\overline{AB} < \mu$, podemos determinar um número positivo ε que faça

$$2(\overline{AB} + \varepsilon) < \mu.$$

Decomponhamos em seguida o conjunto B em subconjuntos B' que se correspondam biunívocamente com os primeiros de tal modo que, designando por A' e B' subconjuntos correspondentes quaisquer, se verifique a desigualdade

$$\overline{A'B'} < \overline{AB} + \varepsilon \quad [v. \text{IV}, p. 110, l. 12].$$

Sejam B' e B'_1 dois dos subconjuntos em que decomposemos B , e A' e A'_1 os seus correspondentes na decomposição de A . Temos

$$\overline{B'B'_1} \geq \overline{A'A'_1} - \overline{A'B'} - \overline{A'_1B'_1} > \mu - 2(\overline{AB} + \varepsilon) \\ [v. \text{IV}, p. 106, (8)].$$

Conseqüentemente o conjunto B encontra-se decomposto em subconjuntos separados B' , pois a separação mínima dos mesmos não é inferior ao número positivo $\mu - 2(\overline{AB} + \varepsilon)$, subconjuntos estes que se correspondem biunívocamente com os A' .

Consideremos agora dois subconjuntos A' e B'_1 , cada um relativo a cada decomposição mas não correspondentes um do outro, e designemos por a' um elemento qualquer de A' . Das relações

$$\overline{a'B'_1} \geq \overline{A'B'_1} \geq \overline{A'A'_1} - \overline{A'_1B'_1} > \mu - (\overline{AB} + \varepsilon) > \overline{AB} + \varepsilon \\ [v. \text{IV}, p. 105, (5)]$$

deduz-se $\overline{a'B'_1} > \overline{AB} + \varepsilon$. Mas, como esta desigualdade tem lugar para qualquer subconjunto B'_1 não correspondente de A' , e como é, em virtude da definição de distância, $\overline{a'B} \leq \overline{AB}$, temos $\overline{a'B'} < \overline{AB}$. Desta relação ainda se conclui $\overline{A'B'} < \overline{AB}$, porque a'

é elemento arbitrário de A' . Da mesma maneira se estabelece a relação $\overrightarrow{B' A'} < \overline{AB}$. Logo a distância $\overline{A' B'}$ entre quaisquer subconjuntos correspondentes não excede a distância \overline{AB} .

Observação. — Dadas as hipóteses estabelecidas no enunciado da presente proposição, que se resumem nas relações

$$\underline{A' A'_1} > \mu \quad \text{e} \quad \overline{AB} < \frac{\mu}{2},$$

e uma vez decomposto o conjunto B nos subconjuntos B' como acima dissemos, podemos também resumir os resultados precedentes fazendo $\varepsilon = 0$ nas fórmulas por que passámos nesta demonstração; apenas algumas desigualdades podem transformar-se em igualdades. Assim obtemos as relações

$$\overline{A' B'} < \overline{AB}, \quad \overline{B' B'_1} > \mu - 2 \overline{AB}, \quad \underline{A' B'_1} > \mu - \overline{AB}.$$

Dados os conjuntos A e B juxtapostos entre si, se um deles se decompõe em subconjuntos separados o outro decompõe-se em subconjuntos que se correspondem biunivocamente com os primeiros de tal modo que subconjuntos correspondentes são juxtapostos um ao outro.

Com efeito, a proposição precedente transforma-se neste caso particular quando supomos nula a distância \overline{AB} . É sabido que a separação mínima dos conjuntos B' em que se decompõe B é a dos conjuntos A' que resultam da decomposição de A ⁽¹⁾.

Dadas diversas sucessões convergentes de conjuntos, se o maior dos limites da separação mínima dos termos de ordem i quando i cresce para infinito é positivo, os limites das mesmas sucessões ⁽²⁾ são conjuntos separados [p. 301, l. 20]

Seja A um limite dum dada sucessão convergente de conjuntos A_i . Suponhamos que o termo A_i se decompõe em h con-

(1) Esta proposição já se demonstrou mais atrás directamente mas para o caso particular de decomposições apenas em dois subconjuntos separados [p. 297, nota]. A demonstração directa para o caso de A se decompor em qualquer número de conjuntos ou numa infinidade deles pode obter-se por indução.

(2) Como já se disse, consideramos um só limite de cada sucessão.

juntos

$$A_i \mid B_i + C_i + \dots$$

de tal maneira que a sua separação mínima se conserve superior a um número positivo ε qualquer que seja i ⁽¹⁾ e que as sucessões de termos gerais B_i, C_i, \dots sejam quási-limitadas. Nestas condições o limite A decompõe-se em k conjuntos separados; se o termo A_i ($i = 1, 2, \dots$) se decompõe numa infinidade de conjuntos separados nas mesmas condições, o limite A também se decompõe numa infinidade de conjuntos separados.

Com efeito, como as sucessões de termos gerais B_i, C_i, \dots são quási-limitadas, podemos extrair de cada uma delas uma subsucessão convergente. Determinemos estas k subsucessões de tal modo que os termos das mesmas ordens sejam também das mesmas ordens nas sucessões que lhes deram origem. Designemos por B, C, \dots os limites totalmente fechados das subsucessões assim obtidas. Sabemos que é

$$[A] \mid B + C + \dots \quad [v. v, p. 149, l. 23].$$

Mas como por hipótese as separações mínimas dos termos correspondentes destas subsucessões se conservam superiores ao número ε , segue-se que a separação mínima dos limites B, C, \dots não é inferior a ε [p. 301, l. 20]. Logo o limite totalmente fechado da sucessão dada decompõe-se nos k conjuntos B, C, \dots assim separados.

Em virtude da juxtaposição $A \parallel [A]$, o limite A decompõe-se também em k conjuntos, que se correspondem e se juxtapõem a B, C, \dots respectivamente, e que por isso são separados da mesma maneira, como atrás se demonstrou.

Se os termos A_i da sucessão proposta se decompõem em infinitudes de conjuntos separados nas condições do enunciado ⁽²⁾, é manifesto que também êsses termos se decompõem em k conjuntos separados nas mesmas condições por maior que seja o número inteiro k . O limite A decompõe-se, pois, em k conjuntos

(1) Ou apenas para uma infinidade de valores de i .

(2) É sabido que estas infinitudes não podem deixar de ser numeráveis [p. 307, l. 23].

cuja separação mínima não é inferior a ε por maior que seja k . Logo \mathbf{A} decompõe-se numa infinidade numerável de conjuntos separados, sendo a sua separação mínima não inferior a ε [p. 307, l. 30].

Dada uma sucessão convergente de conjuntos de termo geral \mathbf{A}_i e de limite \mathbf{A} , suponhamos que é $\lim \overline{\mathbf{A}_i \mathbf{A}} = 0$. Se a partir de certa ordem cada um dos termos se decompõe em k conjuntos separados, ou numa infinidade deles, cuja separação mínima se conserve superior a certo número positivo ε , o limite \mathbf{A} decompõe-se em igual número k ou numa infinidade de conjuntos separados, e reciprocamente.

Com efeito, a partir da ordem em que se verifica a desigualdade $\overline{\mathbf{A}_i \mathbf{A}} < \frac{\varepsilon}{2}$, qualquer decomposição dum dos conjuntos \mathbf{A}_i ou \mathbf{A} em subconjuntos cuja separação mínima seja superior a ε dá origem a uma decomposição do outro conjunto em subconjuntos separados que se correspondem biunivocamente com os primeiros [p. 309, l. 1].

Em particular:

Dada uma sucessão convergente de conjuntos de soma limitada, se a partir de certa ordem cada um dos termos se decompõe em k conjuntos cuja separação mínima se conserve superior a certo número positivo, qualquer limite da mesma sucessão decompõe-se em k conjuntos separados e reciprocamente.

Dadas diversas sucessões convergentes de conjuntos, em número finito, todas constituídas por conjuntos de soma limitada, ou todas excepto uma, se os limites destas sucessões são separados os termos correspondentes separam-se a partir de certa ordem [p. 302, l. 11].

Seja \mathbf{A} um limite duma dada sucessão convergente de conjuntos. Se o conjunto \mathbf{A} se decompõe em k conjuntos separados, todos limitados ou todos excepto um, os termos da sucessão a partir de certa ordem decompõem-se em k conjuntos separados. Se o limite \mathbf{A} se decompõe num número infinito de conjuntos separados entre os quais exista uma infinidade deles que sejam limitados, a cada número inteiro k corresponde uma ordem a partir da qual os termos da sucessão se decompõem em k subconjuntos separados.

Suponhamos, com efeito, que o limite A da sucessão proposta se decompõe em k conjuntos separados A' entre os quais apenas um possa ser ilimitado. Consideremos tal sucessão como uma soma de k sucessões convergentes de conjuntos, em correspondência com os conjuntos A' , cada uma das quais convirja para o correspondente conjunto A' [v. v, p. 164, l. 12]. Determinemos estas sucessões de tal maneira que sejam constituídas por conjuntos de soma limitada, exceptuando uma delas se necessário fôr [v. v, p. 166, l. 29]. Em virtude da proposição precedente os termos correspondentes das mesmas sucessões separam-se a partir de certa ordem, isto é, os termos da sucessão proposta a partir dessa ordem decompõe-se em k conjuntos separados.

Se o limite A se decompõe numa infinidade de conjuntos separados entre os quais alguns deles, ainda em número infinito, são limitados, é manifesto que, seja qual fôr o inteiro k , o mesmo conjunto A se decompõe em k conjuntos separados de modo que apenas um possa tornar-se infinito, e por isso os termos da sucessão a partir de certa ordem decompõem-se em k conjuntos separados.

Dadas diversas sucessões convergentes de conjuntos, em número finito, designemos por A_i o termo geral de qualquer delas, por A o respectivo limite, e suponhamos que é $\lim A_i A = 0$. Se os limites das mesmas sucessões são separados, os termos correspondentes separam-se a partir de certa ordem [p. 303, l. 12].

II

DESCONEXÃO DUM CONJUNTO. CONJUNTOS CONEXOS — CONTÍNUOS.

74. *Desconexão dum conjunto.* — Se na definição de separação máxima de diversos conjuntos supusermos que estes se reduzem a simples elementos, teremos a definição de *desconexão* dum conjunto. A desconexão δ dum conjunto A é, pois, a separação máxima dos seus diversos elementos, e caracteriza-se pelas seguintes propriedades: dado um número α superior a δ podemos sempre unir dois quaisquer dos seus elementos por intermédio duma sucessão de elementos do mesmo conjunto, em número finito, tais que as distâncias entre elementos consecutivos nesta suces-

são sejam menores do que α ; qualquer número menor do que δ não gosa de tal propriedade. Quando não existir um número δ nestas condições diremos que a desconexão do conjunto A é infinita.

Tomemos dois elementos a e b do conjunto A , unamos um ao outro por meio duma sucessão dum número finito de elementos de A e seja β a maior das distâncias entre elementos consecutivos desta sucessão. Designemos por γ o limite inferior dos números β relativos a tôdas as sucessões assim construídas que unem os elementos a e b ⁽¹⁾. A cada par de elementos a e b do conjunto A fazemos assim corresponder um número γ , e podemos afirmar, atendendo ao enunciado da p. 291, l. 10 que :

A desconexão do conjunto A é o limite superior dos números γ relativos a todos os pares de elementos do mesmo conjunto.

A desconexão dum conjunto será finita tôdas as vezes que este for limitado e não excederá o seu diâmetro.

Se o conjunto A é constituído apenas por um número finito de elementos e se a respectiva desconexão é δ , podemos unir dois quaisquer dos seus elementos por meio de outros do mesmo conjunto tais que as distâncias entre elementos consecutivos não sejam superiores a δ .

É possível, ainda neste caso, dispor todos os elementos de A por uma certa ordem, com repetições sendo necessário, de modo que as distâncias entre elementos quaisquer consecutivos não excedam o número δ . A desconexão de A é o menor número δ que satisfaz a esta condição.

Dado um conjunto A , dividamo-lo em dois subconjuntos cuja distância reduzida representamos por φ . A desconexão do conjunto A é o limite superior dos números φ relativos a todos os modos de divisão de A em dois subconjuntos [p. 292, l. 23].

Dividamos um conjunto A em vários subconjuntos e seja σ' a respectiva separação máxima. A desconexão do conjunto A é o limite superior dos números σ' relativos a todos os modos de divisão de A em vários subconjuntos [p. 293, l. 22].

(1) A distância \overline{ab} é um dos números β .

Dados diversos conjuntos A , designemos por S a respectiva soma, por Δ a desconexão de S , por δ o limite superior das desconexões dos conjuntos A e por σ a separação máxima destes conjuntos. Em geral o número Δ pertence ao intervalo fechado (δ, σ) ; no caso de ser $\delta < \sigma$ temos $\Delta = \sigma$.

Dividamos, com efeito, S em duas partes S_1 e S_2 . A distância reduzida $S_1 S_2$ é um dos números ρ que dizem respeito ao conjunto S e a que aludimos no enunciado da página precedente, l. 26. Se tal divisão também reparte um dos conjuntos A em dois subconjuntos A_1 e A_2 , isto é, se existem os produtos

$$A_1 | S_1 \times A \quad \text{e} \quad A_2 | S_2 \times A,$$

temos

$$\underline{S_1 S_2} < \underline{A_1 A_2} < \delta;$$

no caso contrário a distância reduzida $S_1 S_2$ é um dos números ρ que figuram no enunciado da p. 292, l. 23, a propósito da colecção dos conjuntos A , e temos $\underline{S_1 S_2} < \sigma$. Logo o limite superior Δ de todos os números $\rho = \underline{S_1 S_2}$ não excede o maior dos números δ ou σ .

Por outro lado, como qualquer dos números ρ relativos à colecção dos conjuntos dados é necessariamente um número ρ relativo ao conjunto S , vem $\sigma < \Delta$; a separação máxima de vários conjuntos não excede, pois, a desconexão da soma dos mesmos conjuntos.

Do que dissemos se conclui que, se fôr $\sigma < \delta$, teremos $\sigma < \Delta < \delta$; se fôr $\delta < \sigma$, teremos $\Delta = \sigma$.

Em particular podemos afirmar que a desconexão duma soma de conjuntos ligados não excede o limite superior das desconexões das parcelas.

Seja A um conjunto desconexo, δ a sua desconexão e ε um número positivo inferior a δ . É possível decompor A em subconjuntos com desconexões não superiores a ε e com uma separação mínima não inferior a ε .

Começemos por dividir A num número finito ou numa infinidade numerável de subconjuntos com desconexões inferiores ao número ε :

$$(3) \quad A | A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots$$

Basta, para isso, dividir A num número finito ou numa infinidade numerável de subconjuntos com diâmetros inferiores a ε ⁽¹⁾.

Designemos por S_1 a soma do conjunto A_1 com tôdas as parcelas A_i da soma (3) que se possam unir a A_1 por intermédio duma sucessão dum número finito de conjuntos escolhidos entre os A_i de modo que sejam inferiores a ε as distâncias reduzidas entre conjuntos consecutivos nesta sucessão ⁽²⁾. Como as desconexões das parcelas da soma S_1 , bem como a separação máxima destas parcelas, não excedem o número ε , o mesmo sucede à desconexão de S_1 , como se depreende da proposição anterior. Notemos que a distância reduzida entre S_1 e $A - S_1$ não é inferior a ε .

Seja A_r a primeira parcela da soma (3) que não figura como parcela na soma S_1 , e designemos por S_2 o conjunto construído a partir de A_r do mesmo modo que S_1 se construiu a partir de A_1 . Pelas mesmas razões a desconexão de S_2 não excede o número ε . Temos também $S_1 S_2 > \varepsilon$, sendo ainda igual ou superior a ε a distância reduzida entre S_2 e $A - S_1 - S_2$. Seja A_s a primeira parcela da soma (3) que não figura em $S_1 + S_2$.

Continuando assim sucessivamente obtemos um número finito ou uma infinidade numerável de conjuntos

$$S_1, S_2, \dots, S_i, \dots,$$

que determinam uma decomposição de A em partes com desconexões não superiores a ε , sendo a separação mínima d'esses conjuntos não inferior ao mesmo número ε , visto que é, em geral, $S_i S_{i'} > \varepsilon$ ⁽³⁾.

Conforme considerarmos um número ε tão próximo quanto quisermos de zero ou de δ , assim obteremos um ou outro dos dois corolários seguintes:

É possível decompor qualquer conjunto desconexo em subconjuntos separados com desconexões tão pequenas quanto se queira.

(1) Se o conjunto A é ilimitado, decompono-lo primeiro uuma infinidade numerável de conjuntos limitados e depois cada um d'estes num número finito de subconjuntos com os diâmetros inferiores a ε .

(2) Pode acontecer que seja $S_1 \mid A_1$.

(3) É sabido que a separação máxima dos conjuntos S_i não excede o número δ [p. 315, l. 1].

É possível decompor qualquer conjunto desconexo A em subconjuntos separados com desconexões inferiores à de A de tal modo que a separação mínima destes subconjuntos (e por conseguinte a máxima) seja tão próxima quanto se queira da desconexão de A .

Se os números δ e δ' são as desconexões dos conjuntos A e B , verifica-se a relação

$$(4) \quad |\delta - \delta'| < 2 \overline{AB}.$$

Com efeito, dado o número positivo ε , determinemos uma decomposição do conjunto A em duas partes A_1 e A_2 tais que seja

$$\underline{A_1 A_2} > \delta - \varepsilon.$$

A decomposição de A nos conjuntos A_1 e A_2 corresponde uma decomposição de B em duas partes B_1 e B_2 que satisfazem às seguintes condições

$$(5) \quad \overline{A_1 B_1} < \overline{AB} + \varepsilon \quad \text{e} \quad \overline{A_2 B_2} < \overline{AB} + \varepsilon \quad [v. \text{iv, p. 110, l. 12}].$$

Mas entre os conjuntos A_1 , A_2 , B_1 e B_2 verifica-se a relação

$$\underline{A_1 A_2} - \underline{B_1 B_2} < \overline{A_1 B_1} + \overline{A_2 B_2} \quad [v. \text{iv, p. 106, (8)}],$$

da qual se deduz, em virtude das relações (4), (5) e $\underline{B_1 B_2} < \delta'$,

$$\delta - \varepsilon - \delta' < 2(\overline{AB} + \varepsilon).$$

Como ε é um número positivo arbitrário, vem

$$\delta - \delta' < 2 \overline{AB}.$$

Da mesma maneira se obtém

$$\delta' - \delta < 2 \overline{AB}.$$

Estas duas relações resumem-se na (4) que desejávamos demonstrar.

Introduzindo ligeiras modificações na demonstração reconhe-

emos que, se um só dos limites δ ou δ' se tornar infinito, o mesmo sucederá necessariamente à distância \overline{AB} . Noutros termos: quando fôr finita a distância \overline{AB} , os limites δ e δ' serão ou ambos finitos ou ambos infinitos (⁴).

Dois conjuntos juxtapostos admitem a mesma desconexão.

Com efeito, a relação (4) dá $\delta = \delta'$ no caso de ser $\overline{AB} = 0$.

(¹) Eis uma outra dedução da mesma fórmula (4):

Sejam dados um número positivo ε e um número α superior a δ' . Tomemos dois elementos quaisquer a e a' do conjunto A e determinemos elementos b e b' de B tais que seja

$$\overline{ab} < \overline{AB} + \varepsilon \quad \text{e} \quad \overline{a'b'} < \overline{AB} + \varepsilon \quad [v. \text{IV, p. 109, nota}].$$

Unamos agora os elementos b e b' por intermédio duma sucessão de elementos de B

$$b_1 | b, b_2, b_3, \dots, b_k | b'$$

de modo que se tenha

$$\overline{b_i b_{i+1}} < \alpha \quad (i = 1, 2, \dots, k-1).$$

A estes k elementos de B podemos opor outros tantos de A ,

$$a_1 | a, a_2, a_3, \dots, a_k | a',$$

tais que seja

$$\overline{a_i b_i} < \overline{AB} + \varepsilon \quad (i = 1, 2, \dots, k).$$

Mas temos

$$\overline{a_i a_{i+1}} < \overline{a_i b_i} + \overline{b_i b_{i+1}} + \overline{b_{i+1} a_{i+1}} < 2(\overline{AB} + \varepsilon) + \alpha$$

$$(i = 1, 2, \dots, k-1)$$

Logo podemos unir dois quaisquer elementos a e a' de A por uma sucessão de elementos de A de modo que as distâncias entre elementos consecutivos sejam inferiores ao número dado $2(\overline{AB} + \varepsilon) + \alpha$. Temos pois

$$\delta \leq 2(\overline{AB} + \varepsilon) + \alpha,$$

e, como ε representa qualquer número positivo e α qualquer número superior a δ' , vem ainda

$$\delta \leq 2\overline{AB} + \delta'.$$

Pelos mesmos motivos temos

$$\delta' \leq 2\overline{AB} + \delta$$

Em particular, um conjunto admite a mesma desconexão que o respectivo lugar ⁽¹⁾.

Seja \mathbf{A} um limite duma sucessão convergente de conjuntos \mathbf{A}_i . Se for $\lim \overline{\mathbf{A}_i \mathbf{A}} = 0$, a sucessão das respectivas desconexões tenderá para a desconexão do limite \mathbf{A} .

Esta proposição também resulta imediatamente da fórmula (4). Com efeito, designando por

$$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots$$

as desconexões dos termos da sucessão proposta e por δ a do limite \mathbf{A} , temos

$$|\delta_i - \delta| \leq 2 \overline{\mathbf{A}_i \mathbf{A}},$$

e portanto $\lim |\delta_i - \delta| = 0$ ou $\lim \delta_i = \delta$ ⁽²⁾.

Quando, em particular, se tratar duma sucessão convergente de conjuntos de soma limitada, poderemos dizer que o limite da desconexão é a desconexão do limite.

A desconexão dum conjunto de ordem n não é excedida pela desconexão de qualquer das suas projecções [p. 294, l. 14].

(1) A presente proposição também pode demonstrar-se do seguinte modo:

Sejam δ e δ' as desconexões dos conjuntos \mathbf{A} e $[\mathbf{A}]$ respectivamente. A relação $\delta < \delta'$, que é evidente para $\delta = 0$, também se verifica quando temos $\delta > 0$, porque, a qualquer divisão de \mathbf{A} em duas partes separadas \mathbf{A}_1 e \mathbf{A}_2 , que existem neste caso, corresponde uma divisão do lugar $[\mathbf{A}]$ em partes $[\mathbf{A}_1]$ e $[\mathbf{A}_2]$ sem elementos comuns, e temos $\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 = [\mathbf{A}_1] [\mathbf{A}_2]$.

Para estabelecermos a relação $\delta' < \delta$ dividamos o lugar $[\mathbf{A}]$ em duas partes \mathbf{B}_1 e \mathbf{B}_2 . Supondo que existem ambos os produtos

$$\mathbf{A}_1 | \mathbf{A} \times \mathbf{B}_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{A}_2 | \mathbf{A} \times \mathbf{B}_2,$$

estes determinam uma divisão de \mathbf{A} em partes \mathbf{A}_1 e \mathbf{A}_2 , e, como é $\mathbf{B}_1 | > \mathbf{A}_1$ e $\mathbf{B}_2 | > \mathbf{A}_2$, temos $\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 < \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2$. Se não existisse o primeiro produto, por exemplo, os elementos de \mathbf{B}_1 seriam limites de elementos de \mathbf{A} , e portanto limites de elementos de \mathbf{B}_2 , e teríamos $\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 = 0$. É verdadeira, pois, a relação $\delta' < \delta$.

(2) Notemos que as desconexões δ_i ($i = 1, 2, \dots$) a partir de certa ordem são tôdas finitas ou tôdas infinitas consoante a desconexão δ é finita ou infinita.

superior a δ e como os elementos a^n e b^n são arbitrariamente escolhidos no conjunto A^n , resulta que a desconexão deste conjunto não excede o número δ .

Também já dissemos que a desconexão dum conjunto composto não é excedida pela desconexão de qualquer dos seus componentes. Logo a maior desconexão δ destes componentes é a desconexão de A^n .

Se a desconexão de A^n é infinita, o mesmo acontece à de um dos seus componentes, e reciprocamente.

A desconexão do conjunto (A) de todos os subconjuntos limitados A dum dado conjunto B é igual à desconexão deste conjunto (1).

Sejam δ e δ' respectivamente a desconexão do conjunto B e a do conjunto (A) dos subconjuntos limitados de B. Consideremos um número α superior a δ e dois subconjuntos limitados A e A_1 do conjunto B. Para demonstrar que é possível unir A a A_1 por meio de subconjuntos limitados de B, em número finito, de tal modo que sejam menores do que α as distâncias entre subconjuntos consecutivos, começemos por dividir cada conjunto A e A_1 num número finito de conjuntos A' e A'_1 de diâmetros menores do que $\frac{1}{2}(\alpha - \alpha')$, designando por α' um número compreendido entre δ e α . Dividamos em seguida o conjunto $B - (A + A_1)$ de qualquer forma em conjuntos de diâmetros também menores do que $\frac{1}{2}(\alpha - \alpha')$ (2). O conjunto B encontra-se desta maneira dividido em conjuntos parciais B' , em número finito ou infinito, de diâmetros menores do que $\frac{1}{2}(\alpha - \alpha')$.

(1) Os subconjuntos a que nos referimos são considerados elementos dum espaçoide de conjuntos: é o espaçoide P_1 dos subconjuntos limitados do espaçoide P a que pertence B [v. iv, p. 134, l. 33].

(2) Para conseguirmos um tal modo de divisão do conjunto $B - (A + A_1)$, conjunto este que será infinito se isto acontecer ao conjunto B, basta formar as partes comuns a esse conjunto e a cada esferóide que tenha por centro um elemento do mesmo conjunto e por raio um dado número positivo menor do que $\frac{1}{4}(\alpha - \alpha')$.

Como a separação máxima dos conjuntos B' é menor do que α' , porque não excede o número δ [p. 314, l. 30], podemos unir cada conjunto A' a cada A_1 por intermédio duma sucessão de conjuntos B' , em número finito, cujas distâncias reduzidas entre conjuntos consecutivos sejam menores do que α' . As sucessões assim obtidas são em número finito, e podemos, por isso, considerá-las com o mesmo número k de termos, repetindo alguns deles sendo necessário. Seja

$$B'_1, B'_2, \dots, B'_k$$

em geral uma dessas sucessões.

Os conjuntos

$$B_1 | A, B_2, \dots, B_k | A_1,$$

formados respectivamente pelas somas dos primeiros termos B'_1 , dos segundos termos B'_2 , etc., das referidas sucessões, unem A a A_1 nas condições desejadas, como vamos provar. Com efeito, cada distância $\overline{B_i B_{i+1}}$ ($i=1, 2, \dots, k-1$) não excede a maior das distâncias $\overline{B'_i B'_{i+1}}$ [v. 1v, p. 108, l. 6], e, como é

$$\overline{B'_i B'_{i+1}} < \frac{1}{2} (\alpha - \alpha') + \frac{1}{2} (\alpha - \alpha') + \alpha' = \alpha \quad [v. 1v, p. 105, (4)],$$

temos $\overline{B_i B_{i+1}} < \alpha$ ($i=1, 2, \dots, k-1$). Os conjuntos A e A_1 são elementos arbitrários de (A) , e α é qualquer número superior a δ ; logo a desconexão δ' de (A) satisfaz à condição $\delta' < \delta$.

Por outro lado, para obtermos a relação $\delta' > \delta$ consideremos um número θ menor do que δ e dividamos B em duas partes B_1 e B_2 de modo que se tenha

$$\theta < \overline{B_1 B_2} < \delta.$$

Seja (A_1) o conjunto dos subconjuntos limitados de B_1 e (A_2) o conjunto dos restantes subconjuntos limitados de B . Temos pois $(A) = (A_1) + (A_2)$. Consideremos dois desses subconjuntos, A_1 e A_2 , sendo o primeiro um elemento de (A_1) e o segundo um elemento de (A_2) . Atendendo à definição de

distância entre dois conjuntos, facilmente se estabelece a relação

$$\overline{A_1 A_2} \supset \overline{B_1 B_2} \supset \theta \quad (1).$$

Conseqüentemente, como A_1 e A_2 são elementos arbitrários de (A_1) e de (A_2) , temos $\overline{(A_1)(A_2)} \supset \theta$, e portanto $\delta' \supset \delta$ porque θ é um número qualquer menor do que δ .

Se a desconexão dum dos conjuntos B ou (A) fôr infinita, o mesmo sucederá à do outro, como se conclui da própria demonstração.

75. Conjuntos conexos. Contínuos. — Quando a desconexão dum conjunto é zero, dizemos que este é *conexo*. Um conjunto é, pois, conexo quando os seus elementos são ligados, quere, dizer, quando, seja qual fôr o número positivo ε , dois elementos quaisquer do conjunto se podem unir por meio de outros do mesmo conjunto, em número finito, encontrando-se cada um a uma distância do seguinte inferior a ε (2).

É condição necessária e suficiente de conexão dum conjunto que, para qualquer divisão em duas ou mais partes, estas sejam conjuntos ligados [p. 314, l. 26 e 30].

Um conjunto conexo é, pois, todo aquêle que não pode decompor-se em duas partes separadas. Conseqüentemente podemos afirmar que, se fôr k o número máximo de conjuntos separados em que seja possível decompor um dado conjunto A , este será uma soma de k conjuntos conexos separados, e reciprocamente.

São conexos todos os conjuntos juxtapostos a um mesmo conjunto conexo [p. 318, l. 5].

Por conseguinte, o lugar dum conjunto conexo é igualmente conexo.

(1) Na verdade, como A_1 é um subconjunto de B_1 e como existe o produto $A'_2 | A_2 \times B_2$, temos, designando por a'_2 um elemento de A'_2 ,

$$\overline{B_1 B_2} \subset \overline{A_1 A'_2} \subset \overline{A_1 a'_2} \subset \overline{A_1 A_2}.$$

(2) JORDAN, na sua definição, considerou apenas os conjuntos conexos que são limitados e fechados (*ensembles d'un seul tenant*).

A desconexão duma soma de conjuntos conexos é igual à separação máxima das parcelas.

Efectivamente, a proposição da p. 315, l. 1, dá $\Delta = \sigma$ quando temos $\delta = 0$.

Como caso mais particular ainda podemos dizer que:

Uma soma de conjuntos conexos ligados é um conjunto conexo.

É conexo qualquer limite \mathbf{A} duma sucessão convergente de conjuntos conexos \mathbf{A}_i sempre que seja $\lim \overline{\mathbf{A}_i} \mathbf{A} = 0$ [p. 319, l. 3].

É conexo, em particular, qualquer limite duma sucessão convergente de conjuntos conexos de soma limitada.

Seja \mathbf{A} um limite duma sucessão convergente de conjuntos \mathbf{A}_i . Suponhamos que existe uma infinidade de termos cada um dos quais se decompõe em k conjuntos conexos separados. Dada a condição $\lim \overline{\mathbf{A}_i} \mathbf{A} = 0$ o limite \mathbf{A} não pode decompor-se em mais do que k conjuntos separados; se essa condição não se verificar o conjunto \mathbf{A} não poderá decompor-se em mais do que k conjuntos separados entre os quais apenas um possa tornar-se ilimitado.

Efectivamente, se o limite \mathbf{A} da sucessão proposta se decompusesse em $k + 1$ conjuntos separados, sendo estes quaisquer se fôr $\lim \overline{\mathbf{A}_i} \mathbf{A} = 0$, e sendo todos limitados ou todos excepto um se tal limite não existir, também os termos da sucessão a partir de certa ordem decompor-se-iam em $k + 1$ conjuntos separados [p. 312, l. 5 e 28].

Em particular:

Se numa dada sucessão convergente de conjuntos de soma limitada houver uma infinidade de termos cada um dos quais se decomponha em k conjuntos conexos separados, o limite \mathbf{A} da mesma sucessão não poderá decompor-se em mais do que k conjuntos separados.

As projecções dum conjunto conexo de ordem n são outros conjuntos conexos [p. 319, l. 16].

Qualquer conjunto \mathbf{A}^n composto de conjuntos conexos é um outro conjunto conexo [p. 320, l. 6].

A *composição* de conjuntos transforma, pois, conjuntos conexos em novos conjuntos conexos.

O conjunto dos subconjuntos limitados dum conjunto conexo é um outro conjunto conexo [p. 321, l. 10].

Por conseguinte a operação por meio da qual formamos conjuntos de conjuntos limitados transforma conjuntos conexos em novos conjuntos conexos.

Damos o nome de *contínuo* a qualquer conjunto que seja fechado e conexo⁽¹⁾. O lugar dum conjunto conexo é, pois, um contínuo, e o mesmo sucede, por conseguinte, ao lugar duma soma de conjuntos conexos ligados. Tratando-se de parcelas em número finito, também é manifesto que uma soma de contínuos ligados é ainda um contínuo.

Seja qual fôr o modo de divisão dum contínuo em duas partes fechadas uma das quais seja limitada, um elemento duma delas juxtapõe-se necessariamente a um elemento da outra [v. IV, p. 89, l. 15].

Algumas proposições que enunciámos precedentemente sobre conjuntos conexos dão origem às seguintes quando se trata de contínuos:

O limite totalmente fechado A duma sucessão convergente de contínuos A_i é um contínuo sempre que existe o limite $\lim A_i = A$.

As projecções dum contínuo limitado de ordem n são outros contínuos [v. IV, p. 41, l. 10].

É um contínuo qualquer conjunto A^n composto de contínuos [v. IV, p. 42, l. 3].

Por conseguinte é um contínuo qualquer espaçóide composto de espaçóides contínuos, e são contínuos todos os espaçóides compostos de origem num determinado espaçóide contínuo [v. IV, p. 36].

É um contínuo o conjunto dos subconjuntos limitados dum determinado contínuo [v. V, p. 137, l. 18].

(1) A designação de *contínuo* dada a um conjunto que seja limitado, fechado e conexo, foi introduzida por CANTOR.

É pois um contínuo qualquer espaçóide de conjuntos de *base* num espaçóide contínuo, e são contínuos todos os espaçóides de conjuntos de *origem* num dado espaçóide contínuo [v. iv, p. 134, n.º 44].

Combinando esta proposição com a precedente, ainda podemos dizer que:

São contínuos todos os espaçóides, em geral, de origem num dado espaçóide contínuo [v. iv, p. 136, n.º 45].

Em particular, os espaçóides numéricos de *origem* no conjunto de todos os números reais e imaginários, ou simplesmente no dos números reais, são necessariamente contínuos.

(Continua)

LUÍS BEDA NETO.

A autenticidade dos crânios de Timor do Museu da Universidade de Coimbra, e o estado actual dos nossos conhecimentos sôbre o problema da composição étnica da população de Timor

No ano lectivo de 1884 a 85, fui convidado pelo director do Museu de História Natural, o ilustre professor Dr. Albino Geraldès, para estudar uma colecção de crânios de indígenas da Ilha de Timor, que, um ou dois anos antes, tinha sido oferecida ao Museu, por intermédio do professor Dr. Júlio Henriques, pelo Governador da Província de Macau e Timor.

O modesto trabalho que resultou dêsse estudo veio a ser publicado em *O Instituto*, vol. XLI, 1894. Alguns anos mais tarde fez-se dêle uma reimpressão para ser incluída no volume dos *Trabalhos de Alunos da Aula de Antropologia*, e dessa reimpressão se tiraram separatas que correm mundo com a data de 1898.

Efectuadas as medidas, o autor passou, naturalmente, a confrontar os valores médios obtidos com os dados, não muito abundantes, que nesse tempo conseguiu encontrar relativos a outras populações das ilhas orientais, e verificou que os crânios de Timor se afastavam por vários caracteres dos malaios e se aproximavam pelo contrário dos papuas.

Dos 35 crânios medidos foram classificados 28 como masculinos, 1 como feminino, e 6 como de sexo incerto. Parece-me, *hoje*, que dêsstes últimos alguns poderiam ter sido incluídos na série masculina sem grande perigo de êrro. O naturalista aprendiz de 1885 foi portanto nesse ponto talvez reservado de mais, o que em todo o caso seria menos para censurar do que se o fôsse de menos. Em tais condições, apenas sôbre a série masculina de 28 crânios assentaram as conclusões do estudo. Não foram estas conclusões

redigidas, como actualmente é costume fazer-se, sob a forma de proposições sintéticas; mas é possível extractá-las resumidamente como segue:

- 1.º — *Na seriação dos índices cefálicos notou-se uma tal ou qual tendência para a formação de dois grupos, um de índices inferiores a 73, outro dos superiores a 74. Entretanto,*
- 2.º — *Não se julgou possível ter estes grupos como representantes de duas raças distintas, por não estarem as variações de outros índices em harmonia com as do índice cefálico.*
- 3.º — *Estas contradições entre diferentes índices importantes indicam a presença de uma população mestiça. Contudo;*
- 4.º — *Embora haja em Timor mistura de raças diferentes o elemento Papua predomina sobre os outros, devendo ser tido como o substrato étnico da população.*

Ora sucedeu que, por figurar, como atrás se explicou, nas separatas do trabalho a data da reimpressão de 1898 e não da primeira publicação no vol. XLI de *O Instituto*, algum curioso em Timor sugeriu a hipótese de serem os crânios da colecção do Museu de Coimbra provenientes de uma expedição militar chacinada em 1895 e na qual havia além de timorenses oficiais e soldados europeus, africanos e índios.

A hipótese parece que em Timor adquiriu rapidamente foros de facto histórico, ninguém tendo sequer reparado na singularidade de se terem mascarado com caracteres papuanos crânios de tão diversas proveniências, talvez de propósito para inutilizarem as conclusões de quem os tentasse estudar!

Da lenda criada em Timor fizeram-se eco na Europa dois distintíssimos coloniais, o sr. Coronel António Leite de Magalhães, e o sr. Capitão Armando Pinto Correia. O primeiro, em nota no fundo de página de uma sua notável conferência feita em 2 de Junho de 1919, na activa Sociedade Portuguesa de Antropologia e Etnologia, diz o seguinte:

«Cumpre-me prevenir que os 28 crânios do Museu de Coimbra que serviram de base ao estudo do sr. Barros e

Cunha só por providencial acaso serão de indígenas timorenses na sua totalidade. Por averiguações a que procedi, soube que êsses crânios foram levantados numa *Ficus indica* — a árvore sagrada — do estado indígena, ou reino, de Cová, e seriam os restos trágicos da infeliz coluna do capitão Câmara, massacrados em Fatumian no ano de 1895. Dessa coluna faziam parte timorenses, africanos, índios e portugueses».

O segundo, no seu interessantíssimo livro *Gentio de Timor*, exprime-se como segue:

« Os 28 crânios estudados por João Gualberto de Barros e Cunha foram encontrados numa árvore sagrada (*Ficus benjamina*, gondão ou engodão) onde a gente do reino rebelde de Cová pendurára indistintamente as caveiras de europeus, índios, africanos e indígenas, degolados em conjunto quando a coluna do capitão Eduardo Câmara foi trucidada em 1896. Essa mistura, que só mais tarde se veiu a apurar, invalida as conclusões do antropologista.»

A primeira destas duas referências ao meu trabalho passou-me despercebida; para a segunda foi a minha atenção chamada por pessoa amiga, com indicação da página do livro em que o meu trabalho era citado. Não tenho a estulta pretensão de julgar intangível e incriticável qualquer trabalho meu, mas no caso emergente julguei necessário rectificar o facto que se alegava para invalidar as conclusões a que eu tinha chegado, o que fiz em carta dirigida ao *Diário de Notícias* e publicada naquêlê bem conhecido jornal no seu número de 25 de Fevereiro de 1835. Transcreve-se aqui apenas a parte essencial dessa carta omitindo algumas considerações preliminares que parecem dispensáveis.

« Não obstante se dizerem «invalidadas» as conclusões do meu estudo, ainda hoje as mantenho em absoluto: os crânios de Timor por mim estudados, que foram 35 e não 28, demonstram concludentemente que o fundo étnico da população da Ilha de Timor é de *Raça Melanesia*, e mais especialmente da divisão *Papuana* dessa raça.

Naquela pequena série de crânios, que ainda hoje existe no

Museu Antropológico da Universidade de Coimbra, não se encontra *nenhum* de europeu nem de negro africano: póde fazer-se esta afirmação, porque a conformação do crânio eurafricano é suficientemente diferente da do melanesio para facilmente se distinguir à primeira vista. Separar os crânios de raça manifestamente diferente não podia deixar de o ser primeiro cuidado de quem os estudava.

Finalmente dá-se uma circunstância que por sua vez *invalida* o mito da árvore sagrada do reino de Cová: se algum dos dois ilustres coloniais me tivesse concedido a honra de lêr o meu modesto estudo antes de *invalidar* as suas conclusões, teria lá encontrado, a pág. 8 linha 26, a seguinte declaração:

«Êsses crânios foram cuidadosamente medidos em 1885, quando estava a organizar-se a secção antropológica do Museu, pelo auctor deste artigo, então estudante do quinto ano de Philosophia, e os seus condiscipulos Aarão Ferreira de Lacerda e Duarte Leite Pereira da Silva; são essas medidas que constituem as tabelas I e II no final d'este artigo».

Ora em 1885 ainda não tinha sido trucidada a infeliz coluna do Capitão Câmara, visto que só dez anos mais tarde, em 1895 ou 1896, se veiu a dar êsse desastre. Não foi porisso à árvore sagrada do Reino de Cová que se foram buscar os crânios que eu em 1885 estudei. Ainda lá não estavam os africanos, índios e portugueses; quanto aos timorenses do Museu de Coimbra, êsses, desde que aqui deram entrada, nunca mais tiveram licença para se apresentarem na árvore sagrada do Reino de Cová».

Visto que outra razão ainda não fôra aduzida para invalidar as conclusões do meu trabalho julguei que, demonstrada pelo confronto das datas a impossibilidade de pertencerem os crânios por mim estudados à tal colecção heterogénea da coluna do capitão Câmara, ficaria restabelecida a validade das minhas conclusões. Não aconteceu assim: ambos os distintos coloniais publicaram respostas à minha carta, e ambos êles, depois de lealmente reconhecerem a insubsistência do facto anteriormente alegado, apresentaram novos argumentos contra as conclusões a que eu cheguei. Estas novas razões, que já são de ordem científica, envolvem o confronto do meu trabalho com os de outros observadores. Cumpre-me analisá-las

objectivamente, e em primeiro logar parece-me que as devo transcrever na íntegra:

Carta do sr. Coronel Leite de Magalhães

(«Diário de Notícias» de 28 de Fevereiro de 1935)

«Sr. director do *Diário de Notícias*.

A carta publicada no *Diário de Notícias* de 25 do mês corrente (2.^a página) pelo ilustre professor da Universidade de Coimbra sr. Dr. Barros e Cunha sob a epígrafe *A origem étnica das populações de Timor e o mito da árvore sagrada do reino de Cová*, obriga-me a solicitar de V. um cantinho do seu apreciado jornal para dizer de minha justiça sôbre as referências que nessa carta me são feitas.

Fui eu, de facto, quem, ao ter a honra de inaugurar as «conferências» da Sociedade Portuguesa de Antropologia e Etnologia, em 2 de Junho de 1919, numa grata obediência à generosa vontade do meu distinto amigo sr. Dr. Mendes Correia — lançou a público a suspeição de que o estudo feito pelo sr. Dr. Barros e Cunha sôbre crânios de Timor, e cuja publicação se fez em 1898, teria incidido sôbre os tristes despojos da coluna do capitão Câmara massacrada em Fatumian (1895), religiosamente entregues à guarda da árvore *Lulic* (sagrada) do reino de Cová pelas mãos supersticiosas dos indígenas — segundo os mandamentos do rito a que obedecem. Decorreram mais de 15 anos sôbre esta minha afirmação sem que, até hoje, a visse contrariada. E se a Providência me não tivesse acudido com a boa obra do sr. tenente Pinto Correia sôbre o *Gentio de Timor* onde a minha velha informação se reproduziu, eu teria ido prestar contas ao tribunal do outro mundo pela prática de um acto pecaminoso — tal como agora se verifica em presença da carta do sr. Dr. Barros e Cunha. É claríssimo como a água mais pura das fontes que se os crânios originários de Timor foram estudados pelo ilustre professor em 1885 não podiam ser, de forma alguma, os mesmos que eu declarei pertencerem aos trucidados de 1895 e que vieram de Timor para Portugal.

Mas também é certo que eu não inventei esta *remessa*... Colhi a informação da bôca do homem que mais larga permanência teve naquela colónia e que era o mais profundo sabedor dos seus segredos: o Dr. Belarmino Lobo. E, agora ocorre perguntar; para onde foram, então, os crânios de Cová? É preciso que isto se apure para que nenhum estudioso desprevenido venha a sofrer as conseqüências da mistura babélica operada pelo massacre.

E ainda não é tudo. Há qualquer coisa mais importante a averiguar também: onde foram colhidos, então, os 35 crânios que o sr. dr. Barros e Cunha mensurou?

Sabe o Sr. Barros e Cunha que, em Timor, não há apenas *uma* população; há populações *diversas*. Pelos caracteres sociais e até pelos caracteres psíquicos, a distinção é tamanha que nenhuma confusão se torna possível. E eu considero êrro grave afirmar-se, pela simples antropometria de 35 crânios, que a população de Timor *tem um fundo étnico de raça melanésia e mais especialmente da divisão papuana dessa raça* — como ainda agora o fez o sr. dr. Barros e Cunha. Pode admitir-se — e já não é pouco — que êsse fundo étnico prevaleça no grupo populacional a que pertencem os crânios da série estudada pelo ilustre professor. Mas, indubitavelmente, o grosso da população timorense, na metade territorial onde se exerce o domínio português, não é de origem melanésia, e muito menos da sua divisão papu. Percorri a colónia em todos os sentidos, durante seis anos e em parte alguma observei tipos de caracteres negróides acentuados, à excepção daqueles que eram produtos conhecidos de cruzamentos com soldados e condenados de origem africana.

Demais após os largos e proficientes estudos de Ten Kate, Lopicque e Mendes Correia, todos êles baseados em mensurações e observações *sobre o vivo*, já não há o direito de se afirmar que exista nas populações de Timor mais que simples impregnações de sangue papu ou melanésio, modificando, num ou noutro ponto, o tipo predominante — malaio ou indonésio.

Prestaria, pois, o sr. Barros e Cunha um alto serviço à ciência se conseguisse localizar a procedência dos 35 crânios que estudou em 1885 e que lhe permitiram afirmar

que êles *provam concludentemente* a existência dum fundo étnico de raça melanésia... que hoje se não descobre.

Pela publicação desta carta, muito grato ficará o que é, com tôda a consideração. De V. etc. — Caldas da Rainha, 26-2-935.

A. Leite de Magalhães

Tenente coronel

Carta do Sr. Armando Correia

(«Diário de Notícias» de 2 de Março de 1935)

... Sr. director — Permita-me V. que também responda à carta que no *Diário de Notícias*, e a propósito duma nota, aliás meramente incidental, do meu «*Gentio de Timor*», publicou o sr. dr. Barros e Cunha lente da Universidade de Coimbra.

Depois do que já escreveu, neste mesmo jornal, o senhor tenente-coronel Leite de Magalhães, pouco é o que me resta para dizer, e êsse pouco resume-se no seguinte:

1.º — Aceito a rectificação cronológica do illustre professor, sinceramente me congratulo com ela, e será com prazer e sem reservas, que terei a lealdade de a registar noutra edição do livro, que supponho não deve tardar muito. Baseava-se a minha referência numa versão que fui encontrar em Timor generalizada na boca de antigos colonos e de funcionários com longa estadia naquela província do ultramar. Fiz fé por ela, tanto mais que a vi depois confirmada na valiosa monografia do sr. Leite de Magalhães.

2.º — Mantenho as dúvidas que anunciei relativamente à classificação etnogénica dos timorenses. Aos argumentos invocados pela profunda cultura do sr. Leite de Magalhães, seja-me licito juntar os que se inferem dum trabalho recente de antropometria a que procedeu em Timor o dr. H. J. Bijlmer, por encargo dos organismos oficiais de investigação científica das Índias Neerlandezas.

Refiro-me às «*Outlines of the Anthropology of the Timor Archipelago*». Sintetizando e encerrando o relato das nume-

rosas mensurações que realizou «in loco», o dr. Bijlmer afirma categoricamente:

«Está muito longe de ser uma coisa fácil, a organização de um esquema antropológico de Timor». . . O melhor que temos a fazer é não falar de Papuas nas Flores e em Timor, e muito menos, de Negritos. Vivem estes dois povos em regiões bem definidas, são caracterizados constantemente por cabeleiras crispadas e, pelo menos onde os Papuas estão concentrados, nota-se neles uma ausência total de marcas mongoloides. . . O que há em Timor e nas Flores é uma forte mistura de cabelos em espiral e as marcas mongoloides não se podem dizer inteiramente perdidas. . . Por outro lado, êles diferem suficientemente dos habitantes mais ocidentais das Índias Orientais, para justificar a designação de Melanésios».

Nestes termos, parece que não será arriscado deduzir-se que, ao atribuir um «fundo melanésio, especialmente papua», à população timorense, foi o sr. Dr. Barros e Cunha induzido em êrro, por carência de autenticidade dos crânios que observou. Que estes não seriam os da famigerada árvore de Cová, disso estou agora persuadido. Mas do que me não convenço é de que essas caveiras houvessem andado, em vida, articuladas em esqueletos de verdadeiros timorenses.

Agradecendo a publicação desta carta, creia-me de V., etc.

Armando Pinto Correia».

Depois de algumas frases levemente irónicas sôbre o intervalo decorrido entre a sua conferência e a minha resposta, facto que eu já sinceramente expliquei ter sido proveniente de me ter passado despercebida na ocasião a referência de S. Ex.^a ao meu trabalho, afirma o Sr. Coronel Magalhães que não inventou a lenda dos crânios da árvore *lulic* do Reino de Cová, tendo recebido a informação do Dr. Belarmino Lobo, profundo sabedor dos *segredos* (sic) da colónia. Ora nem eu acusei o Sr. Coronel Magalhães de ter inventado a lenda, nem supponho que ninguém considere «pecaminoso» o facto de alguém reproduzir numa conferência uma informação colhida em fonte supostamente limpa. E nem mesmo ponho em dúvida a inteira boa fé do Dr. Belarmino Lobo ao transmitir uma informação que afinal se demonstra ter sido inexacta.

Mas exige o Sr. Coronel Magalhães que se apure: «¿ para onde foram, então, os crânios de Cová?». A esta pergunta não é a mim que compete responder. Nunca vi êsses crânios, e para o efeito da presente discussão nada interessa o destino que porventura lhes fôsse dado.

Com muita mais razão entende o Sr. Coronel Magalhães que seria alto serviço prestado à ciência localizar a procedência dos 35 crânios estudados em 1885.

Concordo que a determinação exacta do local ou locais donde provieram os crânios aumentaria o seu valor documentário, contanto, evidentemente, que a localização fôsse autêntica e não lendária.

Sucede contudo que outras indicações não existem além das que referi no principio dêste artigo: *A colecção de crâneos foi oferecida ao Museu de Ciências Naturais de Coimbra pelo Governador da Província (que então era Macau e Timor), com a indicação de serem de Timor.*

Admira-se o leitor de não trazerem nota mais exacta da proveniência?.

Pois se percorrer os museus da Europa notará de certo que freqüentíssimos são os exemplares de igual data que não tenham indicações da origem mais minuciosas do que esta. Em 1884 ainda se não ligava ao rigor dessas indicações a importância que hoje lhe atribuímos.

O que em todo o caso não parece acreditável é que o Governador de uma província oferecesse ao museu, como sendo da sua província, uma colecção de exemplares que de lá não fôssem. Creio que isto bastará para convencer o leitor que «as caveiras andaram realmente, em vida, articuladas em esqueletos de verdadeiros timorenses» segundo a expressão do Sr. Capitão Armando Correia.

A colecção de crânios do Museu de Coimbra tem pois de se considerar como autêntica, constituindo uma *amostra fortuita* da população de Timor.

Ora não é novidade afirmar-se que os caracteres médios de qualquer colecção representam nem mais nem menos do que a média dos caracteres dos exemplares que nessa colecção se encontram. Entretanto presume-se sempre que as médias de uma *amostra fortuita* também se não afastarão das da população geral para além de certos limites, dependentes dos valores numericos da amostra e da população e de constantes, estatisticamente determináveis, que indicam a probabilidade de maior ou menor afastamento.

É certo que o estudo de novas amostras pode modificar, e modifica de facto freqüentemente, os valores derivados da primeira tanto relativos à média como à variabilidade da população. O objecto da discussão presente é averiguar até que ponto outras observações até hoje conhecidas nos levarão a modificar as conclusões do meu velho estudo.

Para afirmar que há erro grave na minha conclusão, de ser *melanésio e mais especialmente papuano* o fundo étnico da população de Timor, escuda-se o Sr. Coronel Leite de Magalhães nas suas observações próprias, e nos estudos de Ten Kate, Lapicque e Mendes Correia.

As observações pessoais do Sr. Coronel Leite de Magalhães, não tenho o menor intuito de as depreciar, pelo contrário, creio sinceramente que o volume em que S. Ex.^a tinha reunido todo o produto do seu longo trabalho seria uma contribuição de alto valor para os nossos conhecimentos sôbre a população de Timor. Infelizmente, é o próprio autor que o narra: *Quando já em volume tinha reunido todo o produto do meu trabalho, constando dêle uma carta étnica e dezasseis quadros linguísticos que laboriosamente organizara e pacientemente discutira, eis que tudo se perde, com livros e documentos, no torpedeamento trágico do «Magellan» em Dezembro de 1916, deixando-me absolutamente impossibilitado de seguir hoje, com segurança, todo o conjunto de investigações que levaram a traçar o caminho provável das imigrações que afluíram as costas de Timor e nessa terra hospitaleira e ubérrima fixaram residência.*

Não é pois uma comunicação inteiramente documentada esta que agora faço. É apenas uma exposição succinta do pouco que a memória em mim guardou, apenas avivada pela leitura de algumas publicações que ainda me foi possível consultar. . . » (1)

Suponho que ninguém poderá julgar que haja menos consideração pelo autor das observações, em se dizer que a reconstituição de memória não tem o valor probativo que se poderia conceder aos registos originaes, tão infelizmente perdidos.

O termo *negroides* é dos que podem ocasionar confusão, por não ser tomado no mesmo sentido por todos os autores: quasi todos os

(1) Conferência do Sr. Leite de Magalhães na Soc. Portuguesa de Antropologia e Etnologia.

antigos, e bastantes modernos, aplicam-no indistintamente a tôdas as raças de côr escura, africanas, australianas ou oceânicas; outros restringem o significado da palavra àquelas que apresentam semelhança com a raça negra pròpriamente dita, ou africana, substituindo-a por *melanóides* quando tratam das semelhanças com raças escuras do arquipélago oriental: pois como diz KEANE (Ethnology 1910, p. 264) «Os papuas... podem quási sempre distinguir-se à primeira vista dos negros africanos».

Ora pela excepção admitida pelo Sr. Coronel Magalhães, «em parte alguma observei caracteres negroides, à excepção daqueles que eram produtos conhecidos de cruzamentos com soldados ou condenados de origem africana» — pode parecer que o têrmo *negroide* está empregado no sentido mais restrito e preciso; e, se assim fôsse, nenhuma divergência haveria entre as observações de S. Ex.^a e as minhas; também na pequena série de crânios que estudei aqui no Museu de Coimbra não encontrei caracteres negroides *sensu stricto*, — seria essa até uma razão, se outra mais forte não existisse, para descrever da lenda da árvore sagrada de Cová. Se pelo contrário aquela palavra figura com o sentido mais lato, entre os acima transcritos, espero então demonstrar que os caracteres melanóides que passaram despercebidos ao Sr. Coronel Magalhães foram vistos por outros observadores, também competentes.

A designação «*raça papua*» também não significa o mesmo para todos os etnólogos. Empregava-se antigamente e ainda hoje muitos autores o empregam em sentido bastante lato, como equivalente a «*melanesia*» ou pelo menos a «*melanesia ocidental*»: neste último sentido o empreguei em 1885 e assim é que o define e caracteriza SALLER ainda em 1930: (1)

«Junto dos melanésios pròpriamente ditos podemos colocar como *tipo melanésio ocidental* os *Papuas*, que ocupam a Nova Guiné e arquipélagos próximos. São semelhantes aos melanésios nos caracteres mais importantes. Podem distinguir-se nêles dois tipos, que geográficamente se interpenetram fortemente (Hagen).

Um, o tipo costeiro, é alto, delgado, dolicocéfalo. O rosto é estreito e comprido, o cabelo negro ou freqüentemente cas-

(1) K. Saller — *Leitfaden der Anthropologie*. Berlim, 1930.

tanho escuro (figs. 1 e 2). O outro, tipo do interior, é de estatura mediana, cheio, atarracado, com braços e pernas mais curtos, cabeça méso-braquicéfala, às vezes também doli-



FIG. 1

Tipo papua da costa (seg. Hagen)
(Cópia da fig. 77 de Saller)



FIG. 2

Tipo papua da costa (Hagen)
(Cópia da fig. 77 de Saller)

cocéfala, rosto largo, nariz profundamente selado e bastante largo, boca grande com lábios grossos. A pele é mais escura, a pilosidade do corpo muito forte (figs. 3 e 4). Ambos os tipos apresentam o cabelo crespo, característico dos Papuas.

Tem-se apresentado freqüentemente a hipótese de uma relação da forma mais baixa dos papuas com os pigmeus. Essa relação é contudo discutível. Em todo o caso as relações, na Nova Guiné e nas terras próximas, parecem muito complicadas: além do elemento negro são ainda possíveis influências da Polinesia, de Australianos, Tasmânicos, Drávidas e Vedas (Bijlmer)».

KEANE dá ao termo Papua uma significação ainda mais lata, incluindo nele «todos os negros insulares aos quais vulgarmente se chama ou *melanésios* ou *papuas*. . . . Quando fôr necessário distinguir, poderá a secção oriental chamar-se *Papuas melanésios* ou sim-

plesmente *Melanésios*, e a secção ocidental *Papuas da Malásia*, *Papuas da Nova Guiné* ou *Papuas propriamente ditos*. O domínio papuano, acrescenta, «é actualmente limitado à Melanésia, parte de Fiji, praticamente tóda a Nova Guiné com as ilhas adjacentes do estreito de Torres e a maioria dos grupos pequenos da Malásia oriental até à Ilha das Flores inclusivé»... «São um grupo étnico muito antigo, modificado aqui e acolá localmente por cruzamentos com populações constantemente movediças, como são os Malaios, Bugis, etc.» (1).

Vê-se por aqui que a nomenclatura de KEANE é quasi inversa da usada por SALLER, êste faz dos papuas uma divisão dos melanésios, aquêle tem os melanésios como subdivisão dos papuas. Creio que haverá poucos antropólogos modernos que empreguem êste termo com tal extensão.



FIG. 3

Tipo papua do interior (Hagen)
(Cópia da fig. 78 de Saller)



FIG. 4

Tipo papua do interior (Hagen)
(Cópia da fig. 78 de Saller)

O Prof. HADDON no seu notável estudo sôbre a antropogeografia da Nova Guiné (2) parece pelo contrário empregar o termo «papuano»

(1) KEANE — *Ethnology*, 2.ª edit. (1909), pág. 281 e seg.

(2) Prof. Alfred C. Haddon. *Studies in the Anthropogeography of British New Guinea*. Sep. de *Geographical Journal*, Vol. xvi, n.º 3, Setembro.

em sentido mais restrito, para significar apenas os indígenas daquela grande ilha; define como segue:

«*Os Papuanos*: Os habitantes da Nova Guiné pertencem à divisão da espécie humana denominada *melanésia*, ou seja a população de pele escura e cabelo frizado⁽¹⁾ do Pacífico occidental».

As conclusões da monografia de HADDON são, a respeito da Nova Guiné:

«Parece existir na cordilheira central uma população primitiva braquicéfala de estatura um tanto baixa, que hostiliza as tribus baixas, dólico ou mesaticéfalas, dos montes; em alguns pontos parece que romperam esta zona de moderada dolicocefalia e chegaram até à costa...»

«Existe uma população dolicocefala ou subdolicocefala, geralmente da estatura superior à média, em toda a volta do Golfo de Papua. Na extremidade oriental os índices são mesaticéfalos e a estatura notavelmente elevada...»

«Os dolicocefalos espalhados por toda a Nova Guiné e pequenas ilhas adjacentes poderão pertencer a um só grupo étnico, que em diferentes logares se desenvolveu segundo direcções culturais várias.»

«O problema dos braquicéfalos não parece igualmente simples...»

Não caberia nos limites dêste artigo a transcrição das minuciosas considerações do autor acerca de vários grupos braquicéfalos da Nova Guiné; transcreve-se aqui apenas a sua conclusão final:

«Os braquicéfalos orientais insulares podem considerar-se seguramente como um povo imigrante proveniente do arquipélago melanésio. Confesso encontrar bastante difficul-

(1) A palavra «*papua*» parece que é de origem malaia e significa primitivamente «*cabelos crespos ou frisados*», designando assim um caracter comum a toda a raça melanésia. Como os geógrafos europeus empregaram o termo para designar a Nova Guiné passou êste naturalmente a aplicar-se especialmente aos habitantes dessa ilha e até as línguas faladas nela.

dade em decidir quanto aos braquicéfalos do distrito central. Provisòriamente, inclino-me à sugestão da presença de dois elementos: 1) um grupo do interior que vai abrindo caminho gradualmente para a costa, não havendo motivo para supôr que não seja indígena; 2) a população de Motu que é aparentemente imigrante. Há ainda o problema da origem dos braquicéfalos ocidentais. Considero estes como um ramo dos braquicéfalos autóctonos».

Os papuas dolicocéfalos de HADDON apresentam índices médios de 72-73, os braqui-mesaticéfalos vão de 77 a mais de 80.

Concordam pois SALLER e HADDON quanto à existência dos dois tipos dolicocéfalo e braquicéfalo, da raça papua. O autor inglês admite ainda para estes últimos uma origem dupla, sendo autoctona a de uma parte, e atribuível a uma influência «melanésia» (oriental) a de outra parte. A braquicefalia não pode pois, só por si, ser julgada prova concludente de mestiçagem com elementos estranhos à raça papua, tomando êste têrmo no sentido acima definido. O reconhecimento da diplotopia papuana é relativamente moderno (1).

SELIGMANN dá aos habitantes da Nova Guiné a designação geral de *Papuasianos*; o termo *papua* deve limitar-se, na opinião dêste autor, aos *papuasianos* geográficamente mais ocidentais, conjunto de povos de cabelo frisado, ou freqüentemente formando vassoura, com côr de pele geralmente castanho escura. Aos papuasianos orientais, isto é aos povos geralmente mais baixos, mais claros e de cabelo frisado que ocupam o arquipélago oriental da Nova Guiné e a sua península extrema pode dar-se o nome de *papuo-melanésios* visto dominar neles o elemento melanésio pròpriamente dito (2).

Quanto ao termo «malaio» também à data da publicação do

(1) A heterogeneidade étnica do Papua é confirmada por *Berry, Robertson e Cross*, que, comparando a pureza racial do Tasmaniano, Australiano e Papua, chegaram a seguinte conclusão: «a investigação biométrica demonstra que o Tasmaniano é o mais puro dos três tipos étnicos confrontados, o Papua o menos puro, ficando o Australiano quási ao meio do intervalo entre os dois». *A biometrical study of the relative degree of purity of race of the Tasmanian, Australian and Papuan*. In *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*. V. xxxi, 1910-11.

(2) C. G. Seligmann — A classification of the natives of British New Guinea in *Journal Royal Anthropol. Institute*, vol. xxxix, 1909, pág. 250.

meu estudo sobre os crâneos de Timor ainda se não fazia a distinção importantíssima entre *protomalaio*s e *deuteromalaio*s.

SALLER faz dos *protomalaio*s, ou *raça indonésica* o último termo do seu grupo das *raças inferiores*. Considera-os como tendo-se introduzido no arquipélago malaio posteriormente às camadas pigmea e vedoide, com as quais sofreram numerosas misturas.

« A existência de qualquer relação próxima entre protomalaio>s e mongólicos parece duvidosa; a origem verdadeira daqueles é desconhecida.

A distinção entre eles e os deuteromalaio>s não pode contudo estabelecer-se muito nitidamente. Encontram-se hoje protomalaio>s entre os Battak de Sumatra, os Daiak de Borneo, os Toradja, os Tenguéres de Java, os Igorotes das Filipinas e também os Alfuros de Celebes e de várias outras ilhas pequenas.

Em consequência das numerosas misturas sofridas pelos protomalaio>s, principalmente com os vedoides e em menor grau com os negritos, o tipo desta raça é bastante variável. Registam-se estaturas médias desde 1^m,55 até 1^m,76

A par de braquicéfalos encontram-se sobretudo mesocéfalos, ocasionalmente também dolicocéfalos; o cabelo é preto e direito, às vezes também ondedado, a pilosidade é escassa; a cor da pele, em regra castanha clara, varia igualmente; a cara é romboide com ossos malares acentuados, ora alta ora baixa, com nariz um tanto saliente; falta na maioria dos casos a prega mongólica; os lábios são grossos.» (Figs. 5 e 6).

O mesmo autor faz dos deuteromalaio>s o VI grupo da sua « grande raça a amarela » e diz dêles :

« Os deuteromalaio>s, sendo a estirpe que mais recentemente se acrescentou à mistura étnica do arquipélago malaio e por sua vez contribuiu para ainda mais complicar as relações etnológicas ali existentes, atingiram, antes da sua expansão através do arquipélago, uma cultura elevada sob influências indianas e árabes, e também sofreram misturas de indianos, chineses, etc.

Quanto à origem relacionam-se indubitavelmente os

malaio com a grande raça mongólica, contudo o seu aspecto é pouco uniforme. São de estatura pequena ou mediana, principalmente braquicéfalos, ou também mesocéfalos, com mesoprosopia e arcadas zigomáticas salientes. Têm frequentemente olhos obliquos e prega mongólica típica, que em regra falta nos protomalaio; o nariz é largo e achatado mas com as narinas menos dilatadas que as dos protomalaio; os lábios são grossos, encontra-se frequentemente



FIG. 5

Protomalaio de Celebes (Sarasin)
(Cópia da fig. 84 de Saller)



FIG. 6

Protomalaio de Celebes (Sarasin)
(Cópia da fig. 84 de Saller)

prognatia alveolar. A cor da pele é amarelada, embora variando de tons mais claros a outros mais escuros; a mancha mongólica é mais rara do que na estirpe principal dos mongóis⁽¹⁾. A cor dos olhos é castanha, o cabelo negro ou castanho escuro, direito; a pilosidade fraca. O tronco é comprido, as pernas curtas como nos mongóis».

Feita esta pequena digressão, indispensável para determinar o sentido de alguns termos que é necessário empregar e poderiam

(¹) A «mancha mongólica» é uma cianose da região sacro-lombar das crianças que é mais frequente e mais duradoura nos mongóis do que em outras raças. Ocorre contudo também, embora raramente, até na raça branca.

prestar-se a interpretações diversas, vejamos se alguns caracteres melanoides ou papuanos foram vistos em Timor por testemunhas dignas de fé.

A. R. Wallace (¹)

A primeira testemunha será o célebre naturalista inglês A. R. Wallace, que passou 15 dias em 1859 na capital da parte holandesa de Timor, e teve, dois anos mais tarde, em 1861, uma demora de quatro meses em Dilly. (Pág. 185).

A respeito de Cupang diz que os habitantes são malaios, chineses e holandeses, além dos nativos, e que dêste encontro de raças resultam « numerosas, estranhas e complicadas mestiçagens ». Contudo predominam os indígenas, e « *muito pouco exame é necessário para mostrar que estes nada teem de comum com os malaios, mas antes muito se aproximam dos verdadeiros Papuanos das Ilhas de Arú e da Nova Guiné.* São altos, com feições salientes, narizes grandes e um tanto aquilinos, cabelos frizados e côr geralmente castanha escura ».

Da parte portuguesa da ilha diz: (pág. 195)

« Os montanhesees de Timor são uma população de tipo papuano tendo forma em geral um pouco delgada, cabelo frizado e abundante, e pele de côr castanha escura. Teem o nariz comprido com ponta adunca, que é tão característico das raças papuanas e tão completamente desconhecido nas de origem malaia.

Na costa tem havido muita mestiçagem de algumas raças malaias e possivelmente de indús, bem como de portugueses. A estatura geral é aqui mais baixa, o cabelo ondeado em vez de frizado, e as feições menos proeminentes ».

Ainda no final do seu livro, onde dedica em especial o Cap. XL às « Raças humanas do arquipélago malaio », repete o autor:

« Muito ao sul das Molucas fica a ilha de Timor habitada por tribus muito mais próximas dos papuanos verdadeiros. « Os Timorêses do interior são castanhos escuros ou quasi

(¹) The Malay archipelago (Macmillan 1883).

pretos com cabelo frizado espêso e o nariz comprido papuano. São de estatura média e corpo um tanto delgado».

Não era Wallace pròpriamente um antropólogo — a antropologia no tempo dêle ainda mal chegava a ter fóros de ciência independente — mas era um naturalista dos mais notáveis daquele tempo, observador perspicaz e escrupuloso, e tinha vivido bastantes años entre os malaio para dar uma autoridade especial à sua afirmação que «*pouco exame é necessário para mostrar que os timores nada teem de comum com os malaio, mas antes se aproximam muito dos verdadeiros papuanos*».

O capítulo de WALLACE sôbre *As raças humanas do arquipélago malaio* merece ainda hoje ser lido pelo muito que contém de interesse, contudo muitas são as modificações e aditamentos que a ciência de hoje lhe poderia fazer.

Um trecho porém apresenta com tal vivacidade o contraste entre as duas raças principais que me parece merecedor de transcrição:

«Quer se considerem a conformação física, quer caracteres morais ou capacidades intellectuais, as raças malaia e papua apresentam notáveis diferenças e acentuados contrastes. O malaio é de estatura baixa, pele acastanhada, cabelo direito, imberbe e sem pelos no corpo. O papua é mais alto, tem pele escura, cabelo frizado, é barbudo e com forte pilosidade somática. O primeiro tem a cara larga, o nariz pequeno, as arcadas supraciliares achatadas; o segundo tem rosto alongado, nariz grande e proeminente, arcadas supraciliares salientes. O malaio é reservado, frio, pouco expansivo, tranqüilo; o papua atrevido, impetuoso, excitável e barulhento. O primeiro é grave e raramente sorri; o segundo é alegre e propenso à gargalhada — um encobre as suas emoções, o outro ostenta-as» (1).

H. O. Forbes

A segunda testemunha a depôr será o naturalista escocês há pouco falecido, H. O. FORBES, que esteve em Timor 6 meses, de Dezembro de 1882 a Junho 1883.

(1) Pág. 587-8.

De passagem notaremos que as autoridades portuguesas são tratadas com mais simpatia do que na maior parte dos livros estrangeiros, sendo especialmente cordeais as suas expressões de reconhecimento para com o Governador do distrito, Major Bento da França.

O livro ⁽¹⁾ tem o carácter de narrativa de viagem, ocupa-se sobretudo da flora e fauna das regiões exploradas, com bastantes referências também à etnografia das populações e, incidentalmente, apenas uma ou outra observação sôbre o seu aspecto físico.

Acêrca de raças diz :

« Qual seja a genealogia dos timorezes não tenho elementos suficientes para julgar com segurança; mas parece certo que são uma raça em que se misturam elementos diversos. Não vi exemplar nenhum com pele a que se pudesse com inteiro rigor chamar « preta » como os que se encontram na ilha de Arú. Homens altos e bem proporcionados com cabelo frizado e côr castanha amarelada rica, ou côr de chocolate, vi-os em abundância, e também homens baixos, atarracados, com cabelos direitos e fartas barbas e bigodes... Creio que temos em Timor, como em Timor-Laut, uma mistura de Malaios, Papuas e Polinésios.

Côr da pele, forma de cabeça, feições da cara, e qualidade e distribuição do cabelo encontrei-as em tôdas as variedades e graus de mistura ».

FORBES não emprega a fotografia, mas apresenta os quatro retratos desenhados por êle de indígenas do reino de Bibiçuço que aqui reproduzimos, considerando-os representativos, os das figuras 7 e 8 daquilo a que chama *tipo malaio*, o n.º 9 *tipo papua*, e o n.º 10 do que êle designa como *tipo polinésio*, (pág. 465-6).

Ora acontece que, se compararmos os desenhos de FORBES com as fotografias que se encontram no tratado de SALLER, notaremos que: 1.º o *tipo malaio* do primeiro autor se aproxima mais das fotografias do *Protomalaio de Celebes* do segundo nas figs. 5 e 6,

(1) *A naturalist's wanderings in the Eastern Archipelago*. By Henry O. Forbes, London, 1885. (Sampson, Low, Marston & C^o).

pág. 343, do que da do *Deuteromalaio* (Makassar) (SALLER pág. 180, fig. 93); 2.º) o *tipo papua* de FORBES (fig. 9) tem razoável seme-



FIG. 7

Tipo malaio de Timor
(Cópia do desenho de Forbes)



FIG. 8

Tipo malaio de Timor
(Cópia do desenho de Forbes)

lhança com a fotografia, de frente, do *tipo papuano do interior* de SALLER (nossas figs. 3 e 4, pág. 339), 3.º) e finalmente o *tipo polinésio* de FORBES (fig. 10) assemelha-se surpreendentemente às fotografias de SALLER que representam o *tipo papuano costeiro*, (nossas



FIG. 9

Tipo papua de Forbes
(Cópia do des. de Forbes)



FIG. 10

Tipo polinésio de Timor
(Cópia do desenho de Forbes)

figs. 1 e 2, pág. 338). As diferenças são apenas as que naturalmente se podiam esperar entre desenho e fotografia.

Acresce que falando de Timor-laut FORBES dá a seguinte definição: «Entendo por polinésia a raça castanha que se vê nas ilhas de Fiji e Samôa, e que é distinta das tribus negras fuliginosas que ocorrem em Arú e na Nova Guiné» (pág. 311).

Ora se realmente Samôa é habitada por polinésios, pelo contrário em relação ao Arquipélago de Fiji estão os antropólogos de acôrdo, na sua quási totalidade, em considerar a população como de raça melanésia, tendo quando muito uma pequena e recente infiltração de elementos polinésios.

Por tudo isto parece ser lícito considerar o termo «polinésio» de FORBES como não tendo o significado que geralmente se lhe dá, sendo antes equivalente ao *tipo papuano costeiro* de SALLER⁽¹⁾.

Também em Timor-laut notou FORBES a associação no mesmo indivíduo de caracteres étnicos diferentes:

«O tipo malaio de nariz nem sempre coincidia com a presença de cabelos direitos, embora em alguns casos o fizesse nitidamente. Observei em Larat mulheres com o cabelo perfeitamente direito e contudo com o tipo papua de cara e nariz; e outras pelo contrário em que o cabelo frizado acompanhava um nariz meio papua meio malaio (pág. 311).

Vamos agora ouvir o que dizem em contrário as testemunhas citadas pelo Sr. Coronel Leite Magalhães: «Após os largos e profissionais estudos de TEN KATE, LAPICQUE e MENDES CORREIA, todos baseados em mensurações e observações *sobre o vivo*, já não há o direito de se afirmar que exista nas populações de Timor mais que simples impregnações de sangue papú ou melanésio, modificando, num ou noutro ponto, o tipo predominante malaio ou indonésio».

Se pelo itálico das palavras *sobre o vivo* se pretendeu sugerir que êsse processo de estudo tem superioridade absoluta, devo regis-

(¹) Chega-se assim, embora por via de raciocínio diverso, a concordar substancialmente com a opinião, expressa pelo Sr. Coronel Magalhães na parte final da sua conferência, de que os polinésios não constituíram elemento de importância na população de Timor.

tar aqui uma discordância formal: a somatometria e a osteometria são métodos de estudo complementares, cada um com vantagens e deficiências próprias, sem que se possam ter as conclusões de qualquer deles como exclusivas das resultantes do outro.

Vejamos primeiro os depoimentos de TEN KATE, que são três:

(1.º) Ten Kate (1)

Observou em Timor 9 Belos ou Ema-Belos do centro-norte da ilha, 30 Atoni-Timores da parte ocidental a quem chama Timorezes propriamente ditos, (diz que estes dois povos não devem confundir-se apesar das suas afinidades) e ainda 11 Atuli-Helong ou Orang-Cupang da extremidade sudoeste.

Coloca-os no grupo dos *Indonésios*, definindo assim este termo: *nome colectivo dos povos de raças diferentes que habitam a Insulindia*: definição, como se vê, geográfica e não antropológica.

Em conclusão este autor «acha duvidoso» que sejam numerosos em Timor os *Papuás de sangue puro*. As populações são *profundamente mestiçadas* de sangue *melanésio* (2) Atendendo apenas aos índices cefalométricos os timorezes aproximam-se mais da média dos *Negritos* e *Negrítico-Papuás* do que dos *Papuás* propriamente ditos.

(2.º) Ten Kate (3)

Mediu 3 crânios de Timor e um de Solor, e mediu no vivo 27 indígenas de Solor.

Diz em conclusão:

Os indonésios do Arquipélago de Timor são muito heterogêneos, devendo ter contribuído para a sua formação elementos diversos. Entre estes o *elemento melanésio-papua* ou *negrito-papua*, embora raramente puro, manifesta-se sobretudo na parte ocidental da ilha de Timor, em Flores e em Solor, mais raramente em Sumba e Savú.

(1) L'Anthropologie, Vol. iv, 1893, pág. 280.

(2) Parece que é no sentido mais lato que aqui se emprega este termo.

(3) L'Anthropologie, xxiv (1913).

O terceiro estudo de TEN KATE (*no vivo*) vale talvez a pena confrontar as suas conclusões com as do feito (*no crânio*) pelo autor destas linhas.

B. CUNHA (1885) in. *O Instituto*, Vol. XL — 1894 — Pág. 10-11.

«Nota-se (no índice cefálico) uma tal ou qual tendência para a formação de dois grupos, um com índices inferiores a 73, outro com os superiores a 74... Entretanto não foi possível vêr nisto uma prova da existência de duas raças com aqueles índices, porque as outras medidas destoam completamente do índice cefálico. Assim, por exemplo, o índice nasal mínimo, 41,44, corresponde ao ind. cefálico 69,35, enquanto que o máximo 63,44 corresponde a 71,39, valor pouco afastado do precedente e incluído como êle no grupo dos crânios com menos de 73.....»

«Estas contradições entre diferentes índices importantes mostram que efectivamente estamos em presença de uma raça mestiça, em que os indivíduos podem reunir alguns caracteres de uma raça com outros de outra». (Pág. 14-15). Depois de confrontar as medidas dos 28 crânios masculinos da série (excluindo 1 feminino e 6 de sexo incerto) com as medidas de Quatrefages e Hamy, Papuas do norte e sul da Nova

TEN KATE — *Mélanges Anthropologiques*. L'Anthropologie, xxvi, 1913 — Pág. 524.

«Embora a análise dos dados antropométricos revele elementos somatológicos muito diferentes entre os Atoni Timor, parecem pelo seu aspecto geral mais homogêneos do que realmente são.

O tipo mais freqüente apresenta uma mistura curiosa de caracteres das raças negróides e amarela *com predominância de sangue papua*. Creio que se deve excluir uma influência negrítica, pelo menos quanto aos Timorezes que eu vi... Não pode contudo dizer-se que os meus Timorezes constituem uma raça especial de mestiços com caracteres intermediários. A mistura de um ou dois elementos negros primitivos com um, ou talvez dois, elementos amarelos não ocasionou a fusão de caracteres físicos, mas antes um entrecruzamento dêsses caracteres. Por outras palavras, tal indivíduo tendo certos caracteres melanésicos muito pronunciados, apresentará ao mesmo tempo caracteres pouco menos acentuados das raças amarelas. A distribuição da qualidade dos

Guiné, conclue-se: «Como se vê, das trinta medidas só em cinco deixa de haver uma coincidência notável entre a média dos crânios de Timor e um dos grupos de Papuas.

Podemos pois concluir que, comquanto em Timor haja mistura de muitas raças o elemento papua predomina sobre todos os outros».

cabelos e a dos índices cefalométricos e nasais da minha série fazem sobretudo salientar este fenómeno que aliás tornamos a encontrar em tôdas as minhas séries em que houve mestiçagem de elementos negros e amarelos.

Nos meus Atoni Timor os caracteres melanésios predominam contudo».

Ora o eminente antropólogo holandês não tinha, evidentemente, conhecimento do meu modesto trabalho, o que mais realça a importância da quasi exacta coincidência das suas conclusões com as minhas. Não é em todo o caso o estudo de TEN KATE que tira o direito de afirmar... aquilo que eu afirmei e êle confirma: «*com predominância de sangue papua*».

Para o facto, assinalado com certa surpresa tanto por B. Cunha em 1885 como por Ten Kate em 1915, de se juntarem no mesmo individuo caracteres étnicos contraditórios, encontra-se actualmente uma explicação singela: nos mestiços protomalaio-melanésios, como acontece em mestiços de outras raças, os caracteres étnicos transmitem-se independentemente, segundo as leis de Mendel.

Lapicque

É o Prof. LOUIS LAPICQUE a segunda testemunha invocada pelo Sr. Coronel Magalhães para provar quanto são ilícitas as minhas conclusões sobre a composição étnica da população de Timor. Ora sucede ser bastante difusa a obra d'êste ilustre sábio; consta ella de communicações feitas em diversas occasiões a várias sociedades científicas, e bastante trabalho tive com a consulta das revistas que me eram accessíveis à procura do tal «*largo e proficiente estudo baseado em mensurações e observações sobre o vivo*», que me havia de pulverizar. Ao cabo de uma busca infructifera bastante prolongada decidi-me a recorrer à benevolência do Secretário do Instituto Internacional de Antropologia para

obter a chave do enigma. Passado algum tempo recebi a seguinte amável indicação:

«Monsieur le professeur L. Lopicque ne se souvient pas avoir fait de publications scientifiques spéciales sur Timor. Mais outre des allusions, çà et là, qui selon lui seraient sans importance, il a publié un récit de voyage dans le «Tour du Monde» — récit échelonné sur les années 1895-96. Vous y trouverez certainement des renseignements intéressants».

O «*largo e proficiente estudo baseado em mensurações, etc.*», era afinal umas simples *notas de viagem*, vistas certamente através de um vidro de aumentar!

Intitula-se a narrativa de LAPICQUE «*A la recherche du Negrito*» mas a sua viagem, a bordo de um hiate de recreio, cujo proprietário o pusera à sua disposição, versou antes sobre os pigmeus oceânicos em geral do que sobre os negritos *sensu stricto*, pois começa pela chegada às Ilhas Andaman. Tôda a narrativa é na realidade muito interessante, mas as observações são principalmente etnográficas e as mensurações parecem ter recaído exclusivamente, como aliás era natural dado o objectivo da viagem, nas populações a que se costuma aplicar, mais ou menos apropriadamente, a designação de negritos.

Depois das Ilhas Andaman foram percorridas as costas da península de Malaca e somente no fim da viagem o navio tocou em dois pontos do arquipélago de Timor: Larantuca, na extremidade oriental da Ilha das Flôres, e Cupang, capital da parte holandesa de Timor. (Veja-se o mapa da pág. 354). Em Larantuca, onde se admirou, como outros estrangeiros se teem admirado, da persistente influência de Portugal em territórios perdidos para o seu domínio efectivo, LAPICQUE viu uma população «*de tipo mestiço, impossível de classificar à primeira vista, mas em que o sangue negro é muito aparente*»⁽¹⁾. Asseguraram-lhe os missionários que em todo o reino de Solor (que abrangia, além da extremidade da Ilha das Flôres, as de Solor, Lomblem e Adonar)⁽²⁾ os indígenas que êles conheciam eram parecidos com os de Larantuca.

(1) Tour du Monde, vol. 1896, pág. 62-63.

(2) O rajá de tôda esta região chamava-se Dom Lourenço Dias Vieira Godinho.

Em Timor não se limitou LAPICQUE à capital holandesa, fez uma pequena excursão até ao reino indígena de Amarassi.

A respeito da população desse reino transcrevem-se aqui as palavras de LAPICQUE na sua própria língua, para que os leitores nada percam:

(Amarassi) — «Les sujets du roi Rassi-Korn, eux, sont affreusement laids, cette laideur est du reste le seul caractère commun de la population; les formes en sont infiniment variées: il y a des figures hautes et étroites, amincies en bas, d'autres toutes rondes avec une mâchoire large; on croit reconnaître tour à tour de l'Indonésien, du Papou, du Malais, d'autres ne ressemblent à rien de connu...

Et d'abord, le Papou lui-même est-ce un type univoque? *Il y a des auteurs qui affirment qu'on ne trouve pas de Papous à Timor. A qui donc appartiennent ces étonnantes vadrouilles, et ces faces de nègres franchement prognathes? Il faudrait reprendre la question du Papou»* (1).

Será então depois destas palavras de LAPICQUE que «*não há o direito de se afirmar que exista nas populações de Timor mais que simples impregnações de sangue papua ou melanésio*»?

É LAPICQUE mesmo que enfaticamente protesta contra a afirmação contrária:

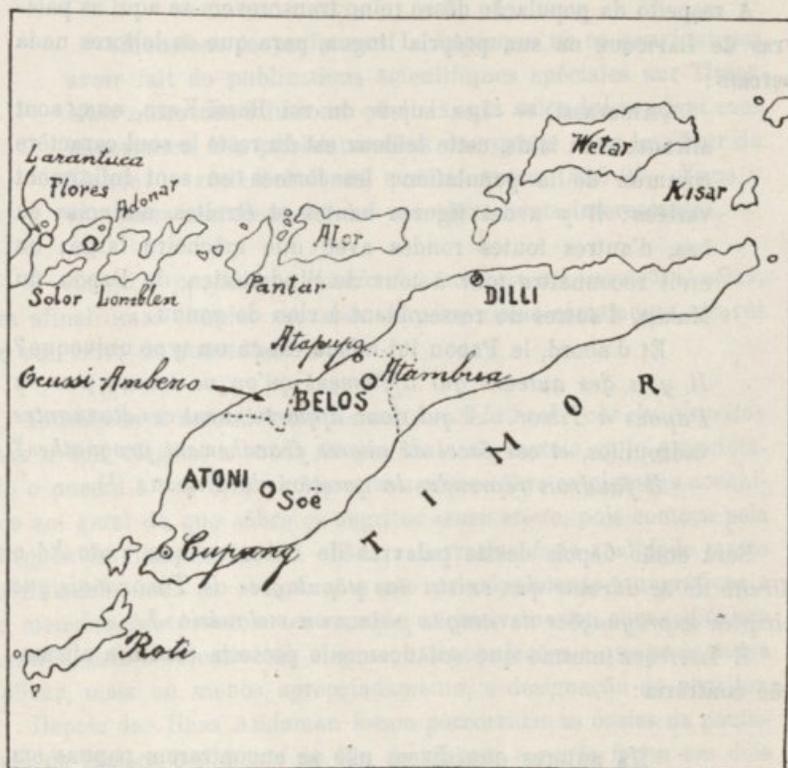
«Há autores que dizem não se encontrarem papuas em Timor. Mas então a quem pertencem aqueles surpreendentes *lambazes* (trunfas de cabelo frizado), e aquelas caras de negros francamente prognatas? É preciso estudar de novo a questão do papua».

Mesmo sem mensurações, viu LAPICQUE que havia papuas em Timor. Apenas não chegou a dizer, como disse TEN KATE, que os papuas *predominam*.

A clarividência de LAPICQUE permitiu-lhe distinguir entre outros tipos o de «*rosto alto e delgado estreitando para baixo*» e o de «*rosto arredondado com maxila larga*», que bem podem representar os dois tipos papuanos de SALLER, da costa e da montanha. O leitor curioso

(1) Ibidem, pág. 76.

reconhecerá facilmente êsses mesmos tipos na excelente colecção de fotografias de BIJMER a cuja obra mais adiante se fará referência.



Carta de Timor e ilhas próximas

Dr. Mendes Correia

Passo a analisar o depoimento do meu muito presado amigo e distintíssimo antropólogo o Prof. Mendes Correia, cujo estudo consistiu na elaboração metódica de 107 observações realizadas no vivo pelo chorado antropologista português Dr. Fonseca Cardoso, no território de Ocussi-Ambeno, parcela do domínio português separada do resto e encravada na parte holandesa da ilha. O facto de confinar precisamente com as terras dos Belos e dos Atonis que foram estudados por TEN KATE e mais tarde por BIJMER dá interesse especial a esta pequena encrava.

O ilustre professor da Universidade do Porto analisa as medidas de Fonseca Cardoso com a escrupulosa minuciosidade que lhe

é habitual, dividindo a série tódá em dois grupos, constituídos por 50 indivíduos da beira-mar e 57 da montanha, e procurando verificar diferenças entre os caracteres de uns e outros ⁽¹⁾.

As conclusões do meu eminente colega apresentam-se como segue :

« A ilha de Timor é antropológicamente uma região mixta, em que se encontram e fundem variados tipos humanos . . .

Êste estudo sôbre os territórios de Okussi e Ambeno não permite afirmar que um tipo papua, melanésio ou australiano seja o dominante em tódá a ilha. Ao contrário em ambos os territórios prevalecem tipos de origem malaia. Nesses tipos já mixtos em que o malaio se desdobra às vezes nos seus componentes . . . se infiltraram sem cessar variados elementos antropológicos, de que deixaram traços característicos o papua, o hindú, o árabe, etc. (Pág. 47).

A meu ver e pelas conclusões a que cheguei, o timorense médio deve parecer-se muito com o *batak* de que QUATREFAGES nos dá um bom retrato na *Histoire generale des races humaines*.

Pelo seguinte quadro se pode fazer o confronto entre o tipo médio da beira-mar e o da montanha ».

(Quadro de 17 caracteres em 11 dos quais diz « idem »)

« Na beira-mar a mescla é mais confusa, pelo contrário na montanha o tipo é mais uniforme. A menor influência papua na montanha deduz-se do estudo da forma do rosto, dos índices cefálico, anterior, facial, crânio-facial, das proporções transversais da cabeça, etc. Mas deu-se ali decerto a acção dum outro elemento negroide, melanésio ou australiano, menos provavelmente negro ».

Anexos ao texto há quatro quadros, o primeiro com os valores médios, máximos e mínimos de várias medidas e índices, os restantes com as seriações das estaturas e dos índices cefálico e nasal.

Recordarei aqui a diferença de terminologia para que já chamei a atenção do leitor: O Prof. MENDES CORREIA parece empregar a

(1) Anaes da Academia Polytechnica do Porto. Vol. XI, 1916.

palavra *papua* em sentido mais restrito do que o de SALLER, e se assim fôsse, o *outro elemento negroide* cuja acção lhe parece manifestar-se na montanha poderia ser talvez o *tipo papuano do interior* (papuanisches inland-typus) do autor alemão.

Em todo o caso não deixou o Prof. MENDES CORREIA de reconhecer, em ambas as divisões do território estudado, «*influências negroides*» embora considere como em ambos êles prevalecendo tipos de origem «*principalmente malaia*» e como havendo «*menor influência papua na montanha*».

A mescla mais confusa na beira mar e o tipo físico mais uniforme na montanha encontrados pelo Prof. MENDES CORREIA, são a verificação daquilo que naturalmente se deveria presumir: a costa noroeste de Timor, em que fica o território de Ocussi-Ambeno é evidentemente a mais exposta a invasões provenientes das ilhas da pequena Sonda, das Flôres, de Solor e de outras mais afastadas, que poderiam trazer elementos étnicos variados, dos quais uns se infiltrariam possivelmente até às serras enquanto outros penetrariam menos profundamente.

Contudo o quadro comparativo organizado por MENDES CORREIA para confronto entre o tipo médio da beira mar e o da montanha apresenta diferenças talvez menores do que se poderia esperar. Com efeito em onze caracteres dos dezassete enumerados, isto é dois terços do total aproximadamente, figura na segunda coluna a palavra «*idem*». Vejamos de que ordem são as diferenças dos restantes seis caracteres:

	Beira-Mar	Montanha
<i>Cabelos</i> :	— Ondeados, muitas vezes lisos.	— Ondeados, muitas vezes frizados.
<i>Ind. Nasal</i> :	— Mesorrinia (81.9).	— Platirrinia (88.4).
<i>Face</i> :	— Cameprosopa, frequentemente em ponta.	— <i>Mais</i> cameprosopa, <i>mais</i> vezes em ponta.
<i>Ind. Vertical</i> :	— Mesocefalia, tendendo para hipsicefalia (70.23).	— Crânio mais baixo (68.29).
<i>Ind. Anterior</i> :	— Mesopsia (63.94).	— Braquiopsia (66.53).
<i>Mento</i> :	— Às vezes recorrente.	— Frequentemente recorrente.

Quanto a cabelos, os intermédios, ondeados, associam-se na beira-mar aos lisos dos malaio e na montanha aos frizados dos melanésios, sendo portanto maior na montanha a influência destes.

No índice nasal é que mais francamente se acentua a diferença da beira mar para a montanha, pois calculando pelas seriações do Prof. Mendes Correia os respectivos desvios padrões, encontramos 8,25 na beira-mar e 8,49 na montanha, e dividindo a diferença das médias

pelo seu êrro provável achamos: $\left(m_1 - m_2 / \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 3.9 \right)$,

valor com certeza estatisticamente significativo.

Mesmo a média da costa, que é a mais baixa, fica bastante acima dos valores citados para qualquer das populações malaio ou indonésias, das quais a que ainda assim mais se aproxima é a dos *Daiak* (78,8) ficando longíssimo os *Battak* (com 74,4 segundo BIJLMER). Quanto à média mais elevada, a da montanha (88,28), só em populações nitidamente melanésias se encontram valores que a igualem ou excedam: Papuas da costa nordeste da Nova Guiné 86,8, (SCHLAGINHAUFEN), Papuas da montanha 92,5 (BIJLMER).

A população de Ocussi-Ambeno apresenta pois, pelo que respeita ao índice nasal, 1) uma diferença nítida entre a beira-mar e a montanha, 2) um carácter absolutamente melanésio na montanha, 3) na beira-mar evidente influência de cruzamentos de melanésios com malaio ou protomalaio.

Mais difícil é determinar a significação da diferença expressa pelas palavras «face mais cameprosopa, mais vezes em ponta» na montanha. A distância do ponto supraciliar ao mento empregada por Fonseca Cardoso, dificulta a comparação com os dados de outros autores, que em geral medem a altura morfológica da face, do nasion ao mento. Como porém aquela medida dá sensivelmente a mesma média na beira-mar e na montanha parece que a causa da diferença estará na largura bizigomática maior dos montanhese. Em relação a esta, as medidas de Fonseca Cardoso dão 135,14 para a beira-mar e 139,21 para a montanha. Ora se bem que as arcadas zigomáticas salientes se encontrem também no tipo papuano do interior de SALLER, podemos conceder que a face em ponta seja indicação de uma influência protomalaio.

Os índices verticais indicam para a montanha um crânio mais baixo sendo a diferença de duas unidades quasi exactas. A altura é a da aurícula ao vertex e estes índices foram calculados pelas

médias das medidas, o que não permite determinar os respectivos desvios padrões, nem por consequência avaliar rigorosamente a significação estatística da diferença: inclino-me a supôr que não será grande, mas o seu sentido parece ser a favor de uma influência melanésia maior na montanha.

O índice anterior está hoje pouco mais ou menos abandonado pela grande maioria dos antropólogos, e a consequente falta de elementos de comparação torna difícil avaliar o significado étnico da diferença observada, a qual, não obstante as palavras mesopsia e braquiopsia, é apenas de 2,5 unidades, certamente pequena para um índice cuja variabilidade é reconhecidamente grande.

Finalmente o mento fortemente recorrente é feição característica do *tipo papuano do interior* de SALLER (fig. 78, dêste autor); a sua ocorrência freqüente na montanha é pois indício de influência melanésia.

Em resumo, de seis caracteres que no quadro comparativo do Prof. Mendes Correia registam diferenças entre a beira-mar e a montanha, *quatro* revelam nesta uma influência melanésia maior, — chamando simplesmente *melanésia* à soma *papua* + *outro elemento negroide* do autor; *um* é difícil de interpretar etnologicamente, mas poderá tomar-se como mostrando na montanha um elemento protomalaio; e *um* não existem elementos para se poder dizer se é carácter malaio ou papuano. Há pois na montanha maioria de caracteres melanésios.

Ora isto mesmo se deveria esperar se a população primitiva do território de Ocussi-Ambeno tivesse sido predominantemente melanésia e fôsse modificada por uma invasão ou infiltração malaia que entrando pela costa penetrasse gradualmente para o interior. Esta hipótese é um pouco diferente da do Prof. Mendes Correia mas parece harmonizar-se com a situação topográfica do território.

Confesso que para afirmar apenas pelo conhecimento das medidas, que o Timorense médio — (ou melhor o Ocussi-Ambeno médio) — se parece com o battak de que QUATREFAGES dá um bom retrato na *Hist. gén. des races humaines*, me parece necessário algum esforço de imaginação. Admitindo porém que a visão artística de Mendes Correia tenha acertado, é preciso advertir que o retrato de QUATREFAGES (pág. 518 figs. 383 e 384) é de um batta (battak é o plural) de Perak, na península malaia, e o próprio autor se refere a êle (pág. 517) como sendo « *individuo bastante fortemente mestiçado* ».

A pátria dos battak é no interior de Sumatra, em volta do lago Toba. São um povo proto-malaio, um pouco mestiçado talvez de

malaioes verdadeiros, de pequena estatura (155 cm. e 160 cm. para os homens e 150 cm. para as mulheres).

Teem costumes primitivos, vivem da caça e da agricultura e são pacíficos, apesar de ainda muito recentemente praticarem a caça de cabeças e de ser um pouco duvidoso que se tenha extinguido a antropofagia. A melhor monografia desta interessante população é a de Volz (1), ilustrada com 8 fotografias de grupos ou de individuos isolados. Estas fotografias parecem-me confirmar que a gravura de QUATREFAGES não é de um exemplar representativo do tipo médio dos battak.

Por outro lado se o leitor quiser dar-se ao trabalho de confrontar as fotografias de VOLZ com a bela documentação fotográfica de Timor apresentada por BIJLMER, creio que chegará à conclusão de serem bastante diferentes os tipos étnicos das duas populações.

O testemunho de BIJLMER é invocado contra as conclusões do meu velho estudo pelo Sr. Capitão Armando Pinto Correia, e a êste distinto colonial devo agradecer essa indicação, porque na realidade o livro do Dr. BIJLMER contém a documentação mais completa de todos os trabalhos até hoje publicados sobre Timor e o seu arquipélago.

Acontece porém que o livro de BIJLMER (2) não é precisamente de fácil leitura; recheiado de dados de observação, confrontos entre estes e considerações judiciosas sobre a sua significação, os ensinamentos que dêle se tiram estão longe de se limitarem ao pequeno trecho do Cap. v, transcrito pelo Sr. Capitão Armando Correia. Nesse mesmo trecho em todo o caso pode notar-se que mais uma vez surge àcerca dos «papuas» a diferença de significado que já foi esclarecida.

BIJLMER emprega o termo em sentido restricto de que dá uma definição sua, que tomada a letra excluiria todos quantos não fôsem de raça absolutamente pura: «estes dois povos (Papuas e Negritos) vivem em regiões nitidamente definidas, são caracterizados por cabelo inteiramente crespo e, pelo menos no que se refere aos Papuas (3), pela falta completa de marcas mongolóides».

(1) *Zur somatische Anthropologie der Battaker in Nord Sumatra*, von Dr. WILHELM VOLZ, in. *Archiv für Anthropologie*. Vol. xxvi, 2.

(2) *Outlines of the Anthropology of the Timor Archipelago* — Dr. H. J. T. BIJLMER, Batavia, 1929.

(3) «Where the Papuas are concerned»... Na tradução do Sr. A. Correia parece que se leu por lapsos *concentrated* em vez de *concerned*.

Estas exigências tornam o «papuano puro» tão difícil de encontrar como o «ariano puro» de alguns outros autores. É em virtude delas que BIJLMER expulsa do arquipélago de Timor a palavra *papuas* substituindo-a por *melanésios* ou *negróides*. A transcrição feita pelo Sr. Capitão Correia ficaria porém mais completa se se tivessem traduzido mais uma dúzia de palavras, e são as seguintes: «*Em Timor e Flores oriental sente-se absolutamente que já se não está entre malaios*».

Deixando pois a discussão verbalista da equivalência ou diferença dos termos «papua» e «melanésio» aceitemos este último termo no sentido em que BIJLMER o emprega, e que genéticamente se poderá talvez definir como: *heterozigos em que os genes correspondentes a caracteres papuanos existem no estado haploide*.

E, esclarecida a significação das palavras, registemos o que BIJLMER diz sobre os factos. Em Timor fez o autor duas séries de observações, a primeira em *Atambúa*, pôsto administrativo novo no interior do território Belo e perto da fronteira portuguesa, a segunda em *Soé* no centro do território holandez e da população Atoni. Nota que ambos os logares ficam «bastante isolados, longe da costa ou de qualquer centro de influência estranha».

Quanto à estatura encontrou, nos homens, as médias de $159^{\text{cm}},6 \pm 0^{\text{cm}},42$ para os Belos, e $159^{\text{cm}},2 \pm 0^{\text{cm}},44$ para os Atonis, medidas concordantes entre si e também próximas da obtida por Fonseca Cardoso ($1^{\text{m}},59$). Para as mulheres as médias foram respectivamente $150^{\text{cm}} \pm 0,54$ e $148^{\text{cm}},7 \pm 0,79$.

Quanto ao índice cefálico o resultado é bem diferente, e tão notável que não posso deixar de infligir à paciência do leitor uma transcrição bastante extensa:

«Ocorrem aqui diferenças notáveis, os gráficos, embora não inteiramente regulares, dão facilmente motivo para reflexões. Começa a lista pelos Belos. Embora *Atambúa* fique a uma altitude superior a 1000 pés (300^{m}) e isolada de elementos estranhos, mostraram as informações locais que tínhamos de distinguir dois grandes grupos, os *Tetum* e os *Marai*, e ainda havia perto o «campong» de *Tenú* cujos habitantes chamados *Orang Kemak* se dizia serem ainda de outra origem.

A distinção entre os três grupos funda-se principalmente em diferenças linguísticas. Sabe-se há muito (Gryzen 1904) que a população indígena desta parte oriental de Timor holandez contém muito sangue malaio originado por colonos que

se diz terem vindo de Malaca e assumido o domínio. Diz-se que a população primitiva foi inteiramente absorvida pelos estrangeiros. Não se me chegou entretanto a tornar claro até que ponto os grupos acima indicados ainda teem qualquer relação com os invasores e os autoctonas da história.

As medidas cefálicas não mostraram diferenças importantes entre os três grupos acima mencionados; mas quanto ao mais bastante importância tiveram.

Puzeram em evidência a existência de um elemento fortemente dolicocefalo, que se pode definir pelo índice de ≥ 74 . Dos 25 Kemak 14 tinham 74 ou menos e a média de 74,9 era devida a alguns desvios consideráveis para a direita.

Havia 72⁰/₀ dolicocefalos e 8⁰/₀ braquicefalos. Entre os Tetuns a dolicocefalia parecia mais pronunciada ainda, pois uma série de 21 deu $M = 74,2$. Mas, que surpresa, quando se mediu uma nova série de 25 e produziu $M = 77,8$.

O total dos 46 Tetuns dava uma curva não muito irregular com $M = 76,2$ havendo 57⁰/₀ dolicocefalos e apenas 3, isto é 7⁰/₀ braquicefalos. Finalmente 36 Marai deram a $M = 75,4$ com 61⁰/₀ dolicocefalos e nenhum braquicefalo.

Assim ao todo 107 Belos apresentavam uma média de 75,6, com 62⁰/₀ dolicocefalos e 5⁰/₀ braquicefalos, tendo todos os grupos a moda na dolicocefalia, e todos se alongam atravez da mesocefalia com uma ponta apenas na braquicefalia. Sente-se uma pessoa inclinada a concluir por uma mistura de um elemento dolicocefalo com outro mesocefalo. *Não é reconhecível um elemento braquicefalo que faça lembrar os dueteromalaios.*

A composição do grupo Tetum acima esboçada é tão notável que tenho vontade de a analisar um pouco mais detidamente. No diagrama iv encontram-se as curvas separadas para os Kemak, Marai e Tetuns e além disso as curvas dos dois grupos distintos componentes dos Tetuns.

As três primeiras curvas mostram, logo à primeira vista, que não é de esperar qualquer diferença indiscutível entre os três grupos principais. E isto é corroborado pelos erros prováveis, pois vemos que para:

Kemak	$M = 74,9 \pm 3 \times 0,66$
Marai	$M = 75,4 \pm 3 \times 0,38$
Tetum	$M = 76,2 \pm 3 \times 0,41$

de maneira que as possibilidades das médias respectivas sobre-
põem-se consideravelmente, e pode dizer-se que é supérflua
qualquer análise estatística ulterior. Se porém considerarmos
os dois grupos de Tetuns A e B, então veremos :

Tetum A...M=74,2 \pm 3 \times 0,48, por consequência M
variável entre 72,8 e 75,6.

Tetum B...M=77,8 \pm 3 \times 0,46, consequentemente M
varia entre 76,4 e 79,2.

pelo que se vê que o grupo B ocupa nitidamente um lugar
separado.

Se calcularmos as diferenças do grupo B em relação aos
Kemak, Marai e ao grupo A, veremos o seguinte :

$$\begin{aligned} \text{Tetum B - Kemak: dif.} &= 2,9 \pm 3 \times \sqrt{0,66^2 + 0,46^2} = \\ &= 2,9 \pm 3 \times 0,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tetum B - Marai: dif.} &= 2,4 \pm 3 \times \sqrt{0,38^2 + 0,46^2} = \\ &= 2,4 \pm 3 \times 0,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tetum B - A: dif.} &= 3,6 \pm 3 \times \sqrt{0,48^2 + 0,46^2} = \\ &= 3,6 \pm 3 \times 0,7 \end{aligned}$$

pelo que parece que as diferenças para todos os três grupos
se podem considerar importantes e estatisticamente significa-
tivas. A análise do índice cefálico nos seus elementos, com-
primento e largura da cabeça não abriu quaisquer perspectivas
novas

Devemos ser aqui um pouco reservados, pois a curva do
grupo B é tão pouco parecida com a binomial que se justi-
fica alguma dúvida sobre o seu character representativo. E isto
aplica-se também, ainda que em menor grau, às outras cur-
vas. *Contudo o que se encontrou torna provável que nos
Tetuns exista mistura de dois elementos de origem diferente.*
.

Se agora considerarmos outros grupos, verifica-se que
os Atoni, habitantes de Timor occidental, se comparam de
maneira muito notável com os seus vizinhos de leste. O seu
índice cefálico de 79,8 fica quasi no limite da braquicefalia.

Vemos aqui que falta o vértice com 74 e pelo contrário há um predominante em 77. O elemento dolicocefalo que ficámos a conhecer nos Belos falta aqui completamente e temos a impressão que se trata do elemento Belo mesocefalo acima sugerido, mas agora combinado com um factor braquicefalo. Nada menos de 28 indivíduos (33%) são braquicefalos, metade dos quais hiperbraquicefalos. Apenas 28% são dolicocefalos.

Seja agora lícito estabelecer um confronto com a série dos crânios do Museu de Coimbra que dava

		.	.	.
		.	.	.

65	70	75	80	

Dizia-se no trabalho antigo sobre estes crânios:

«Nota-se aqui uma tal ou qual tendência para a formação de dois grupos, um com índices inferiores a 73 outro com os superiores a 74; e destacam-se sobretudo dez crânios com índices compreendidos entre 70,50 e 73,50, dando a média de 71,63, por um lado, e outros dez compreendidos entre 74,50 e 77,50, dando a média 76,65 por outro.»

Ora se aos índices de BIJMER (*medidos no vivo*) applicarmos a correcção geralmente usada para obter os índices do crânio (menos duas unidades) ficam as médias dos grupos A e B dos Tetuns em 72,2 e 77,8 respectivamente.

Não parecerá possível que o facto pôsto em evidência para os Tetuns do território holandês pela magistral análise de BIJMER seja o mesmo que foi entrevisto por Barros e Cunha no estudo de 1885 sobre os crânios da parte portuguesa da ilha?

Comparando por outro lado os índices obtidos por MENDES CORREIA para o Ocussi-Ambeno com os registados por BIJMER, vemos que são os Atoni os que mais se aproximam da braquicefalia da encrava portuguesa não obstante o facto histórico da influência malaia no território dos Belos.

Interessam pouco à presente discussão os pormenores das observações de BIJLMER nas ilhas das Flores, Adonar e Sumba. Mas é bem digno de transcrição o sumário dos seus resultados quanto à distribuição do índice cefálico no arquipélago:

Pág. 36 — « Resumindo, vemos que estes índices cefálicos conduziram a resultados muito surpreendentes. Os Florêses orientais braquicéfalos constituem uma das tribus cujo aspecto revela tendências mais melanésias, mas o mesmo facto se verifica em igual grau para os seus vizinhos dolicocefalos os Kroenêses! De maneira que *tanto o elemento braquicefalo como o dolicocefalo parecem ser de origem negroide*, e isto surpreende-nos em especial relativamente ao primeiro dos dois. Com isto concorda o facto que *também os Atoni de tendências braquicefalas, mostram mais semelhanças melanésias do que malaias*. Além dos dois factores supra mencionados aparece um terceiro, mesocefalo, e como êsse caracteriza especialmente os sumbanezes que revelam pouco ou nenhum sangue melanésio, é-se inclinado a considerá-lo como elemento malaio — realmente protomalaio. Se tivermos êste elemento protomalaio (indonésio) como substrato que transparece através do índice cefálico de todas as tribus, excepto as duas florêsas orientais, isto estaria de perfeito acôrdo com a opinião prevalescente que vê nos habitantes das ilhas da Pequena Sonda uma mistura malaio-papuana. Deve porém reter-se que não conseguimos encontrar qualquer elemento deutromalaio braquicefalo, mas que o elemento papua, ou melhor melanésio, parece ser aqui representado por uma forma braquicefala e outra dolicocefala, tendo cada uma a sua esfera de dispersão. Como centro relativamente puro das duas formas ficámos a conhecer Flores oriental e Flores médio-oriental, sendo possível que encontremos nos Atoni a influência da primeira e nos Belos a da segunda ⁽¹⁾.

(1) O Prof. MENDES CORREIA diz a respeito das séries de Ocussi-Ambeno: «É crível que a tendência braquicéfala destas séries se deve principalmente à influência de um tipo malaio braquicéfalo. É possível que para essa tendência contribuam ainda outros elementos mesaticéfalos ou também braquicéfalos, como o elemento china e porventura o negroito». A estas possíveis origens de braquicefalia acrescenta BIJLMER, como se vê, mais uma, pelo menos tão provável como qualquer das outras.

Quanto às mulheres (diagrama vi) pode dizer-se que, embora os números de casos sejam pequenos, os seus dados teem particular importância por corroborarem enfaticamente as diferenças encontradas nos homens, e por consequência aumentarem muito o valor destas diferenças».

Passemos aos dados relativos ao índice nasal.

O diagrama viii de BIJLMER apresenta para os Belos a média de $77,2 \pm 0,55$, com o desvio médio 5,63, e para os Atoni a média $78,2 \pm 0,67$, e desvio médio 6,16.

«O exame do índice nasal», diz o autor, «mostra-nos poucas diferenças acentuadas. Todos os índices ficam entre 75 e 80, portanto no âmago da mesorrinia.

Para confronto pode servir uma lista de índices nasais outrora estabelecida por mim em tribus das índias holandesas.

Vê-se por aqui que os narizes dos povos malaios acima indicados são pouco mais estreitos. Notar-se há mais:

1.º — Que os Sumbaneses são os mais leptorrinos, e a esse respeito estão a par dos deutero-malaios da Sonda.

2.º — Que a estes se seguem os Manguerai e depois os *Belos*, tribus para as quais, por outros motivos, se supõe também uma influência especial malaia.

3.º — Que as tribus de tendências mais melanésias, Kroenese, Florêses, *Atonis* e Adonarêses teem os narizes mais largos e os índices mais elevados.....

Além de os mensurarmos foram os narizes minuciosamente observados e descritos. Os resultados resumem-se na tabela da pág. 48; mas esses resultados não corresponderam à quantidade de trabalho, tanto no campo como no gabinete a que obrigou a composição da tabela. Se considerarmos como de características malaias o nariz relativamente curto, delgado e com base curta e dirigida para cima, e por outro lado como características *papuas* ⁽¹⁾ o nariz mais comprido, largo e grosso, dirigido para diante ou mesmo um pouco

(1) Sempre se vai empregando o termo.

para baixo, então parece que Sumba e Manguerai tendem mais para o lado malaio e especialmente Adonar para o lado papuano. Vale também a pena notar que *em Timor os Belos concordam mais com Sumba e os Atonis mais com Adonar.*

A respeito das mulheres verifica-se o mesmo, excepto entre os Belos onde precisamente nas mulheres se encontraram narizes largos e grossos.

.....
 Todos os grupos (com excepção de Sumba) apresentam nariz um tanto largo. É notável que o nariz muito largo dos papuas pigmóides não desempenha papel importante. Os grupos papuas de estatura mais elevada têm porém um índice bastante inferior ao dos pigmóides [diversos grupos variam entre 83 e 87,5 (*Schlaginhaufen* 1914), Papuas de Bongko 82 (*BIJLMER* 1922)] de maneira que praticamente *grande parte das nossas variáveis cai dentro da zona papua*».

(Comparem-se as medidas citadas com as de MENDES CORREIA para Ocussi-Ambeno).

Relativamente ao índice facial, em consequência da diferença de técnica que atrás foi notada impossível se torna a comparação das medidas de BIJLMER com as de FONSECA CARDOSO.

Limitamo-nos por isso a tomar aqui nota que os Belos apresentam a média de $86 \pm 0,41$, com desvio médio de 4,22 e os Atonis a média $82,4 \pm 0,35$ e o desvio médio 3,19: estes últimos são portanto ao mesmo tempo mais euriprósopos e menos variáveis. *Frisa o autor que «segundo a divisão de MARTIN são mesoprósopos os Belos, os Sumbaneses e, no limite, os Manguerai, tendo de chamar-se euriprósopos os restantes. É realmente notável que os três grupos acima mencionados são exactamente aqueles em que seria de esperar um aspecto malaio, além disso que as tribus de afinidades mais melanésias são as que apresentam índices mais baixos».*

Parece inevitável a conclusão que a forma larga da face não pode ser considerada como indicação de influência malaia.

Na parte descritiva diz BIJLMER quanto à cor da pele:

«dos florêses orientais e dos Atoni (Timor) pode dizer-se que *mal diferem dos Papuas*» (pág. 70).

Quanto à textura do cabelo faz o autor judiciosas considerações sobre a dificuldade que apresenta a determinação deste carácter pela incerteza dos limites exactos das classes *ondeado*, *anelado* e *crespo*.

Encontrou cabelo liso em 8 0/0 dos Atoni e 20 0/0 dos Belos, sendo portanto estes que revelam maior influência malaia.

Mas logo em relação à *prega mongólica* nas pálpebras encontraram-se as percentagens, Belos 10 0/0, Atoni 14 0/0 sendo a Ilha de Timor, com a das Flores (oriental) que dá entre todos os grupos observados as percentagens mais baixas.

« Observando todos em conjunto notamos que a *prega mongólica* — e por cuidadoso exame posso acrescentar que o *ôlho mongoloide* — não ocorre freqüentemente em qualquer dos grupos, mas em percentagem moderada aparece tanto nos Sumbanezes inclinados para malaio como nos Kroënezes inclinados para os melanésios.

Na verdade encontrei muitas vezes a *prega mongólica* mais perfeita na cara mais negróide. Assim, como marca distintiva, é de pequeno valor nestes distritos. No nosso caso a ausência de correlação entre o cabelo direito e a *prega mongólica* é demonstrada particularmente pelos Kroënezes e pelos Belos » (pág. 85).

Não será exagêro dizer que nada neste livro é mais elucidativo do que a sua magnífica secção fotográfica. É infelizmente impossível fazer dela aqui uma análise pormenorizada; mas os comentários com que o autor a acompanha dizem acerca de Timor o seguinte:

Pág. 91 — *Os timorêses diferem bem nitidamente dos sumbanêses. A sua cor mais escura e a freqüência com que ocorre o cabelo crespo transfere-os inteiramente para o lado melanoderme. Se quizessemos distinguir nas indias orientais holandesas somente malaio e papua, ou indonésios e melanésios, teríamos indiscutivelmente de colocar o limite destas duas raças entre Sumba e Timor, e esta última ilha ficaria então do lado melanésio.*

Pelas transcrições feitas creio que ainda não é o testemunho invocado pelo Sr. Capitão Armando Pinto Correia que tira o direito de afirmar que há em Timor mais alguma cousa do que «*simples impregnações*» de sangue papua ou melanésio. Pelo contrário a conformidade perfeita das observações de BIJLMER na parte holandesa da ilha com as conclusões do estudo sôbre os crânios da colecção do Museu de Coimbra, só tendem a confirmar que estes crânios foram de «*verdadeiros timorenses*».

Creio que sem inexactidão se podem resumir as opiniões do antropólogo holandês nas seguintes proposições:

1.º — Existem no Arquipélago de Timor dois elementos «*mêlanésios*» distintos, um dolicocéfalo, outro braquicéfalos. (Parece que estes dois elementos serão idênticos aos dois «*tipos papuas*» de SALLER).

2.º — Na ilha de Timor estes elementos são absolutamente predominantes.

3.º — Mas a população da ilha contém um terceiro elemento, protomalaio (1).

4.º — A importância de qualquer infiltração deutero-malaia é reduzida.

Em 1926 foi publicado no Arquivo de Anatomia e Antropologia um estudo sôbre quatro crânios masculinos de Timor, pelo distintíssimo Professor da Universidade do Porto, J. A. Pires de Lima e o seu ilustre assistente Constâncio de Mascarenhas. Estes crânios são absolutamente autênticos: trazia cada um deles a indicação do nome, naturalidade e idade aproximada do indígena. Dois dos crânios são de naturais do Comando militar de Hatolia no lado Oeste (?) da ilha, e são ambos de adultos; os outros dois, um de adulto outro de um rapaz de 14 anos, são naturais do Comando militar de Bancan na ponta leste.

Em tais condições os autores, como era natural, abstiveram-se de determinar médias que não teriam significação, limitando-se à completa descrição individual e mensuração de cada um dos crânios.

(1) «O estrato negroide encontrou-se no Arquipélago de Timor com o estrato protomalaio. Em minha opinião este estrato é bem pouco mongoloide, e parece-me que os seus representantes mais puros, que julgo serem aqueles que nem apresentam caracteres especialmente negroides nem mongoloides, fazem lembrar traços caucásianos». BIJLMER, pág. 192).

As conclusões dos autores são como segue :

O crânio n.º 319 é mesocéfalo e portanto apresenta mais afinidades com os negritos ou negritos-papuas do que com os papuas pròpriamente ditos *os quais são francamente dolicocefalos*. Em todo o caso isso revela provàvelmente a influênciã melanésia que parece ser confirmada pelas órbitas baixas pela microsemia e pela elatocefalia.

O crânio n.º 320 é fortemente dolicocefalo, o que nos parece revelar a influênciã papua, reforçada pela hipsistenocefalia que é uma das características dos crânios australianos. A platirrínia muito acentuada e a metriocefalia são provàvelmente reveladoras da influênciã negrítica. E o ângulo de Rivet denunciando ortognatismo, indica talvez a influênciã indonésica. Ora isto parece-nos demonstrar que se trata de um crânio em que se manifesta com alguma clareza a associação de influênciãs indonésica e melanésica.

O crânio n.º 322 atrai imediatamente a nossa atenção para o seu índice cefálico muito alto, que contrasta com a feição dolicocefala dos crânios australianos, e que nos leva a supor a influênciã indonésica, a qual nos parece ser revelada também pelo ângulo de Rivet mais elevado, pela megasemia muito pronunciada e pela sua hipsicônquia, — e em que apenas a oligocefalia representaria a influênciã australoide ».

Resumindo, os autores encontram caracteres predominantemente « melanésios » no primeiro crânio, associação de influênciã indonésias e melanésias no segundo, impossibilidade de classificar completamente o terceiro em virtude do seu estado de conservação, notando contudo nêlo uma platirrínia elevada (carácter melanésio) e apenas no quarto influênciãs predominantemente indonésias associadas a uma influênciã « australoide » (na oligocefalia).

A sua conclusão final é que :

« A análise etnogénica desta pequena série de crânios de Timor leva-nos a concluir que se trata de uma série heterogénea em que diversos elementos étnicos intervieram para a constituição do indígena desta província ».

Por outras palavras, foi isto mesmo que eu concluí do estudo dos crânios do Museu de Coimbra « *estamos em presença de uma raça mestiça, em que os individuos podem reunir alguns caracteres de uma raça com outros de outra* ».

Entretanto para esclarecimento de alguns termos empregados, tornam-se necessários alguns ligeiros comentários sôbre as conclusões atrás transcritas :

O termo *papuas pròpriamente ditos* é manifestamente empregado pelos autores como o foi por DENIKER ⁽¹⁾, em sentido restrito, correspondendo apenas ao *tipo papua da costa*, de SALLER.

A designação *Negritos-papuas* parece equivaler ao *tipo papua do interior* do autor alemão. Como a origem do *tipo do interior* por mestiçagens com negritos é uma conjectura sujeita a bastantes dúvidas, parece preferível evitar a designação híbrida. Contudo não é o emprêgo desta ou aquela palavra que tem importância ; o essencial, para evitar confusões, é saber-se o sentido em que as palavras são empregadas por cada autor.

A designação mesocéfalo quando aplicada a um crânio cujo índice é apenas 75,2 é pouco rigorosa. Com efeito, nas proximidades do limite (arbitrário evidentemente) que separa uma classe de outra não pode colocar-se um exemplar definidamente em qualquer delas sem atender ao êrro provável do seu índice.

PONIATOWSKI ⁽²⁾ demonstrou que se a duas medidas a e b corresponderem os erros prováveis de observação α e β , o êrro provável do índice $I = 100 \frac{a}{b}$ será

$$E(I) = \pm 100 \sqrt{\frac{\alpha^2 b^2 + \beta^2 a^2}{b^2}}$$

E, se α e β fôrem iguais, simplifica-se a expressão para

$$E(I) = \pm 100 \alpha \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{b^2}}$$

(1) J. DENIKER, *Races et Peuples de la terre*. Paris, 1926

(2) STANISLAW PONIATOWSKI, *Ueber den Einfluss der Beobachtungsfehler auf die anthropologische Indices*, in *Archiv. f. Anthropologie*, N. F. vol. x, 1911.

Aplicando esta fórmula ao caso do crânio n.º 319, e supondo que o erro provável de observação em cada diâmetro é da ordem de grandeza de 1^{mm} (como parece admissível) acha-se

$$E (75,2) = \pm 100 \sqrt{\frac{128^2 + 170^2}{170^2}} = \pm 0,74$$

isto é, o índice cefálico verdadeiro do crânio n.º 319 é $75,29 \pm 0,74$ podendo ter qualquer valor compreendido entre 74,55 e 76,03.

Não pode pois dizer-se com segurança que é *mesocéfalo*, mas apenas que está no limite superior da *dolicocefalia*.

E não deve esquecer-se que dizendo «os papuas (do tipo costeiro) são francamente dolicocefalos» é ao valor médio dos índices de séries suficientes que nos referimos e não aos valores individuais. Sobre a dolicocefalia e a mesocefalia não podemos raciocinar como se fôsem caracteres específicos, pois são apenas grupos artificiais, cujos limites foram arbitrariamente escolhidos.

Admitindo que para os papuas *propriamente ditos* esteja certo o valor médio 71 dado por R. MARTIN, e supondo que é 3,5 o desvio padrão e que é normal a curva, 25% dos casos individuais terão índices acima de 74,5, isto é entrarão nos limites da mesocefalia.

Capitulam os autores a hipsistenocefalia de «*característica dos crânios australianos*». Não é inteiramente exacta esta designação. Lê-se no notável estudo comparativo das raças tasmaniana, australiana e papua do Prof. BERRY⁽¹⁾ da Universidade de Melbourne

«O índice vértico-largo mostra que só o papua tem crânio hipsistenocéfalo, ou alto e estreito, com o índice de 102,56. As outras duas raças possuem crânios platicamecefalos ou largos e baixos, com índices de respectivamente 99,65 para o australiano e 96,33 para o tasmaniano.»

A hipsistenocefalia do papua é pois nitidamente superior à do australiano, sendo porisso desnecessário invocar para explicação do

(1) A biometrical study of the relative degree of purity of race of the Tasmanian, Australian and Papuan, by R. J. A. Berry, A. W. D. Robertson and K. S. Cross; in. Proc. Royal Soc. of Edinburg. Vol. xxx, 1910, pág. 24.

elevado valor do índice vértico-transverso do crânio n.º 320 outra influência além da papua que os AA. já haviam reconhecido. A propósito recordarei que os crânios da série por mim estudada deram 104,5 como média dos quatro crânios masculinos em que foi possível determinar o índice vertical.

Ao ângulo de RIVET, ou melhor de WEISBACH (ângulo antero-inferior do triângulo facial), faz MARTIN a crítica de que a maior ou menor altura facial poderá influir sobre o grau de prognatismo. Contudo a interpretação dada a este carácter pelos AA. não parece inaceitável para o crânio n.º 320. Para o n.º 322 tem de atender-se à idade, pois este crânio é de um rapaz de 14 anos e o gráfico do próprio Rivet ⁽¹⁾ mostra quanto este ângulo varia durante o crescimento. Ainda com reserva dos possíveis efeitos da idade, — pois ó bem pouco o que sabemos acerca do facies juvenil das raças do arquipélago oriental — parece bem fundada a opinião dos AA.: as medidas e sobretudo as fotografias do n.º 322 dão, em conjunto, uma impressão mais protomalaia do que papua.

Assim, de 4 crânios, vê-se em 3 predomínio de caracteres papuas e em um só haverá predomínio de caracteres indonésios.

Parece pois que se pode contar o excelente estudo de PIRES DE LIMA e CONSTANCIO MASCARENHAS no número daqueles que mais confirmam do que invalidam as conclusões deduzidas da série de crânios de Timor da Universidade de Coimbra.

Não será talvez destituída de interesse aproveitarmos a ocasião para publicar as observações de um pequeno grupo de 4 indígenas de Timor condenados a penas de degredo, que em 1911 transitaram por Lisboa, e no Limoeiro foram mensurados pelo observador do Museu Antropológico de Coimbra, Sr. José António Domingos dos Santos. Dêstes indígenas dizia um jornal da época que eram «tipos de verdadeiros símios, e um dêles semelhava um gorila» — o que seria mais elucidativo se ao certo soubessemos a imagem mental que o escritor teria de um «verdadeiro símio», — é de crer que a expressão signifique pelo menos um aspecto inconfundível com o de um europeu.

No quadro junto resumem-se as observações registadas nas

(¹) Recherches sur le prognathisme, par le Dr. P. Rivet. in. L'Anthropologie. Vol. XXI, 1910, pág. 655.

fixas, omitindo apenas as que unicamente se destinavam à identificação:

Nome	Medidas de 4 Timores feitas por J. A. Domingos dos Santos em 1911				Médias
	N.º 1	N.º 2	N.º 3	N.º 4	
Idade	Mau-metha 30	Six-lan 40	Beri-biri 25	Cera-moli 27	
Naturalidade	Matei-a-li	Bomção	Manifai	Dili	
Estatura	1.º 660	1.º 530	1.º 630	1.º 640	1.615
Envergadura	1.700	1.610	1.690	1.660	1.665
Altura do busto	0.870	805	865	825	841
Diam.º ant.º post. da cabeça	193	179	196	188	189
transv. " " "	149	140	140	142	142
Índice cefálico	77.20	78.21	71.43	73.40	75.46
Altura nasio-prosteónica	71	60	72	72	69
Larg. bizigmática	143	123	134	135	134
Índice facial superior	49.65	48.78	53.73	53.33	51.97
Comprimento do nariz	54	44	51	54	51
Largura do nariz	45	39	46	42	41
Índice nasal	88.33	88.64	90.20	77.78	84.99
Índice zigo-parietal	95.97	87.86	95.71	97.88	94.84
Forma do perfil do nariz	Concavo achatado	idem	idem	idem	
" da base	Rectilínea	levemente levantada	Rectilínea	Rectilínea	
" dos olhos	normal	normal	normal	normal	
Côr dos olhos	cast. esc.	cast.	cast.	cast.	
" do cabelo	preta	preta	preta	preta	
" da barba	preta	preta	preta	preta	
" da pele	Bronzeada torrada	idem	idem	idem	

As médias de uma série tão reduzida não pode evidentemente atribuir-se grande valor estatístico, mas o confronto de alguns

caracteres com as médias de outras séries não é destituído de interesse.

Quanto à estatura encontramos aqui um indivíduo de estatura inferior e três que a apresentam nitidamente superior às médias dadas por BIJLMER para os Belos e os Atoni, contudo todas as quatro estaturas estão bem dentro dos limites da amplitude de variação das séries do observador holandês. As médias calculadas por MENDES CORREIA para o território de Ocussi-Ambeno são quasi iguais às de BIJLMER.

No índice cefálico encontra-se neste pequeno grupo de homens a mesma tendência para o aparecimento de indivíduos acentuadamente dolicocefalos juntamente com outros mesocéfalos que foi notada na série de crânios do Museu de Coimbra, e que também aparece nas séries de BIJLMER sob a designação dos dois grupos *Tetum A* e *Tetum B*.

O índice facial mostra uma tal ou qual correlação com o índice cefálico, inclinando-se os dois mesocéfalos para o lado cameprósopo e os dolicocefalos para o leptoprósopo. No índice nasal porém não se encontra correlação alguma, os dois índices cefálicos mais baixos correspondem um ao mínimo outro ao máximo dos índices nasais. (Coincidência, certamente casual apenas, com o que foi observado na série de crânios do Museu de Coimbra!) O índice nasal mínimo aproxima-se das médias encontradas por BIJLMER para os Belos e os Atoni, os outros índices são bastante mais elevados, aproximando-se do valor encontrado por MENDES CORREIA na *série da montanha* de Ocussi-Ambeno e não ficando muito à quem do atribuído por BIJLMER aos «papuas da montanha» da Nova Guiné.

No índice jugo-parietal três dos indivíduos aproximam-se dos valores médios de BIJLMER, um afasta-se sensivelmente dessas médias, mas fica dentro da amplitude de variação para os Atoni.

Dêste pequeno grupo de indígenas parece que se poderá dizer que as medidas noles efectuadas:

- 1.º) não estão em contradição com as dos crânios da colecção de Coimbra;
- 2.º) concordam de um modo geral com as de BIJLMER efectuadas na parte holandesa da ilha; e
- 3.º) revelam caracteres mais de papuas que de malaios ou proto-malaios.

Do confronto das medidas até agora efectuadas na parte portuguesa da ilha de Timor com as TEN KATE e BIJLMER na parte holandesa resulta que há uma grande conformidade na composição geral das populações das duas metades da ilha, embora existam, como se podia presumir, variações locais quanto à importância exacta de cada um dos seus componentes.

Nos trabalhos mais antigos não se fazia distinção entre proto-malaios e deutero-malaios ou malaios verdadeiros. Historicamente parece poder-se afirmar que uns e outros penetraram em Timor, contudo BIJLMER exprime a opinião que os segundos não deixaram vestígios reconhecíveis nos caracteres cefalométricos da população actual:

« Não se encontra elemento braquicéfalo que nos recorde os deuteromalaios » (1) e mais adiante: « Deve-se ter presente que não encontrámos qualquer elemento deuteromalaio braquicéfalo, mas que o elemento papua ou antes melanésio parece estar aqui representado por uma forma braquicéfala e outra dolicocefala . . . » (2).

O Sr. Coronel Leite Magalhães também, na sua já citada conferência (3), julga inexistente a influência malaia *pròpriamente dita*, advogando entusiasticamente pelo contrário a influência predominante dos protomalaios. Não é porém claramente definida a opinião do autor sobre qual a divisão da raça que exerceu essa influência. Em parte da sua conferência apresenta várias aproximações entre algumas palavras das línguas faladas em Timor e outras da língua dos *battak*, parecendo inclinar-se a admitir afinidade destes com os habitantes de Timor; mais adiante declara que supõe predominar entre os povos de Timor « um elemento somatológico *alfuro*, da mesma natureza dos que foram observados em Borneo, na Celebes em Gilolo e nas Molucas ». Fisicamente fundamenta esta segunda suposição em serem os alfuros « mais brancos que os próprios malaios », tendo porém « caracteres comuns aos papuas »; linguisticamente nota que « em Timor aparecem termos que não são battas, nem malaios, nem javanezes, nem de quaisquer outros insulares estabelecidos nas costas das terras malasianas, e os alfuros teem uma

(1) BIJLMER, *Op. cit.*, pág. 29.

(2) *Ibid.*, pág. 36.

(3) Subsídios para o estudo etnológico de Timor. In. Trab. da Soc. Port. de Antr. e Etnol. Vol. 1, pág. 57 a 65.

língua diferente daquelas»; finalmente indica semelhanças no armamento usado pelos alfuros e pelos timores, bem como nos costumes de uns e outros.

Para apreciar o valor dos confrontos lingüísticos entre o *batta* e os dialectos de Timor devo confessar-me incompetente — todos sabem contudo que a lingüística do arquipélago oriental é extremamente complicada, e que até entre especialistas existem profundas divergências quanto à classificação e relações recíprocas dos seus elementos.

Há porém um argumento cuja improcedência é manifesta: «*se é certo*» diz o ilustre autor da conferência «*que na mesma ilha (Sumatra) vivem os Timor-bataks, então só esse nome bastará para nos convencer de que seriam batak os primeiros colonizadores da ilha (de Timor), pois que a palavra timor, designando em Malaio oriente, não tem significação alguma nas línguas timoresas, e apenas designa o povo*».

Ora que no interior de Sumatra existe uma tribo denominada, pelos malaios, *Timor-battak*, é certíssimo. E também salta a vista a explicação: essa tribo é aquela cujo território fica a *leste* do lago Toba, e porisso se lhes chama batas «orientais». Por análoga razão chamaram os malaios *Timor* à terminação oriental da Sonda. e *Timor-laut*, «extremo-oriente», ao arquipélago de Tenimber, mais distante ainda. A relação onomástica é da mesma ordem que entre «Império do Oriente» por exemplo, e «África Oriental Portuguesa».

Qualquer que possa ser o parentesco entre algumas das numerosas línguas de Timor e outras línguas do arquipélago oriental, o que é necessário acentuar bem é que afinidade lingüística e afinidade étnica são fenómenos inteiramente distintos e que a primeira não é prova, nem sequer permite presunção, da segunda — quando muito demonstra um contacto de populações que sugere a possibilidade, mas não dá a certeza, de uma mestiçagem de raças.

Numerosos exemplos demonstram a falibilidade do aforismo «tal língua tal raça» de que em tempo tanto se usou e abusou. É por caracteres físicos que se definem as raças, e só por elles se pode analisar a constituição étnica das populações.

Quási outro tanto se pode dizer a respeito das semelhanças de usos e costumes, armas e utensílios; indicam estas semelhanças contactos e influências culturais que permitem supôr possível, mas não bastam para demonstrar, cruzamento entre as raças.

As relações geográficas do arquipélago de Timor são manifesta-

mente tão favoráveis à probabilidade de qualquer influência de um elemento *alfuro* como contrárias à hipótese de um elemento *batta*; e nesse ponto parecem confirmar as conclusões da parte final da conferência do Sr. Coronel Magalhães.

Além das componentes papua e proto-malaia suspeitam vários autores a existência em Timor de um elemento negro. FORBES ouviu falar ⁽¹⁾ de uma tribo de anões, habitantes das montanhas de Fatumatubia, e pela descrição que lhe fizeram *julgou possível* que fossem negritos. Não chegou a vê-los, nem consta que depois dêle fossem observados por qualquer outro europeu.

Por outro lado BIJLMER diz de uma das suas fotografias, (N.º 25 Estampas XXVII e XXIX) « *Em minha opinião o n.º 25 provavelmente não se desviaria muito de retratos de negritos ou de papuas da montanha* ».

A fotografia a que isto se refere apresenta na realidade uma certa semelhança na parte superior da face com retratos de negritos verdadeiros, mas na parte maxilar difere deles pelo aspecto muito menos infantil. Na fotografia de perfil também se não vê o achatamento occipital tão característico do crânio negro. Por outro lado, no apêndice I ao livro de BIJLMER, (relatório de SALLER sobre o exame microscópico de amostras de cabelos dos indígenas colhidas pelo autor do livro) dá-se para os Orang-Belo a espessura média de 113,1 e para os Atoni a de 118,1 μ , sendo o primeiro destes valores o mais baixo entre todos os grupos examinados. Acrescenta porém o autor do relatório: « *Em todo o caso é de interesse notar que nenhum dos grupos agora investigados se aproxima da média baixa estabelecida por mim para os Semang* » (negritos da península de Malaca).

Num recente e notabilíssimo estudo sobre as formas microcéfalas da Ásia do Sul ⁽²⁾ cita MÜLLER largamente as investigações de BIJLMER, e em conclusão considera demonstrada para Timor a existência de « *uma componente negritica, semelhante aos Aëtas das Filipinas* », e acrescenta que a esta influência fortemente braquicéfala se deve atribuir o elemento braquicéfalo existente na Nova Guiné.

(1) *Op. cit.*, pág. 466-7.

(2) H. W. MÜLLER — *Die Kleinschädelformen Südasiens*. In. *Zeitschrift für Rassenkunde*, vol. 1, 1935.

Contudo SALLER considera duvidosa a existência na Nova Guiné, Bornéu, Celebes etc., de «negritos verdadeiros» pois com estes se tem confundido algumas formas vedoides e protomalaias, sendo possível que se trate de «formas neoténicas diferentes e mais recentes».

Verificar se de facto ainda existe em Timor a população pigmoide de que FORBES ouviu falar, ou se dela se encontram alguns vestígios, e em tal caso determinar as suas características, é pois um dos problemas mais interessantes que a Ilha de Timor apresenta.

É que desde os primeiros anos deste século se tem debatido àcerca das populações pigmeas em geral, tanto oceânicas como africanas, dois pontos de vista inconciliáveis: um que as considera como sobreviventes de uma raça única primitiva e antiquíssima, outra que julga que serão variações (talvez mutações) locais das raças de estatura normal, e portanto independentes entre si ⁽¹⁾. Ainda hoje ambas as opiniões encontram defensores numerosos e autorizados.

Outro verdadeiro enigma nos legou FORBES pela sua observação de indígenas de cabelos ruivos e olhos azuis ⁽²⁾, que vivem em Aitúa no reino de Fatumatubia. Se apenas de cabelo ruivo se tratasse não seria difícil a explicação: essa côr não é desconhecida entre papuas na Nova Guiné, e SALLER encontrou, entre os exemplares de cabelo colhidos por BIJLMER, um de Manguerai (Ilha das Flores) e um de Atoni-Timor nitidamente ruivos, êste último compreendido entre os graus 4 e 2 da escala de Fischer.

Êste rutilismo é atribuído por SALLER ⁽³⁾ a um factor hereditário recessivo, e BIJLMER ⁽⁴⁾ considera o cabelo preto do arquipélago como sendo realmente «um castanho rubro muito escuro, tom em que se acham reunidos os pigmentos melanócromo e crisócromo».

Mas FORBES fala expressamente não só de cabelo ruivo mas também de olhos azuis (*blue eyes*), e êsses parece impossível explicá-los por outra causa que não seja aquela a que é atribuída pelo próprio FORBES: intervenção de um elemento europeu nórdico, ido para ali não se sabe como nem quando.

(1) PONTRIN, por ex.; diz dos pigmeus africanos que «o tipo Ba-binga não tem carácter algum em comum com o tipo Ba-tua».

(2) H. O. FORBES, *Op. cit.*, pág. 64.

(3) Apêndice 1 a BIJLMER, pág. 212.

(4) *Ibid.*, nota a pág. 214.

A este respeito sugeriu o Sr. Coronel Leite de Magalhães ⁽¹⁾ que « a explicação do mistério poderia encontrar-se na tragédia passada a bordo do navio inglês *Bounty* em 1791, que levou a Timor o tenente Bligh, seu comandante, com 17 marinheiros, seguindo a tripulação restante para Pitcairn onde, com mulheres tahitianas, criaram a população loira daquela ilha ».

A hipótese é na verdade engenhosa; mas infelizmente os factos, até onde é possível conhecê-los, não a confirmam. O único documento autêntico é o relatório do próprio tenente Bligh, e segundo este os oficiais e marinheiros fieis avistaram os montes de Timor em 12 de Junho de 1789 e dois dias depois desembarcaram em *Cupang*. Bem tratados aí pelas autoridades holandesas, obtiveram em Março seguinte passagem, a bordo de um navio holandês, para Batavia, donde foram repatriados. Se algum deles tivesse ficado em Timor, certamente isso constaria do relatório — e em todo o caso seria em *Cupang* e não em território português. Também não pode dizer-se com rigor que a raça híbrida de Pitcairn seja loira, pois segundo a monografia recente de SHAPIRO ⁽²⁾ a grande maioria apresenta cabelos pretos ou castanhos escuros, havendo apenas no sexo masculino 1,82% de loiros e no feminino 4.26%. Grande interesse haveria pois na redescoberta dos indígenas ruivos e de olhos azuis vistos por FORBES e na determinação dos seus caracteres físicos, e na investigação de quaisquer tradições acerca da sua origem provável.

Estavam já no prelo as considerações que antecedem quando me chegou às mãos um belo trabalho do Dr. BROUWER sobre as populações das ilhas de Alor e Pantar ⁽³⁾.

Estas ilhas prolongam mais para leste a área estudada por BIJLMER, de Flores oriental, Adonar e Solor, de modo que a extremidade S.E. de Alor fica quasi em frente, e a distancia relativamente pequena, da parte portuguesa da ilha de Timor. É porisso evidente o interesse que há no confronto das respectivas populações. (Veja-se a Carta de Timor na pág. 354).

(1) *Loc. cit.*, Trab. da Soc. Port. de Antrop. e Etnol. Vol. 1, pág. 64.

(2) H. L. SHAPIRO: *Descendants of the mutineers of the Bounty*; Honolulu, 1929.

(3) *Bijdrage tot de Anthropologie der Aloreilanden*, door Dr. D. BROUWER, Amsterdam, Uitgevers maatschappij. 1936.

Divide o autor a população estudada em sete grupos, quatro em Alor e três em Pantar :

« Quanto a estatura formam estes grupos três divisões : a primeira, dos 3 grupos que ocupam as duas margens do estreito entre as ilhas, apresenta uma estatura média de cerca de 161 cm., igual à dos grupos mais altos dos estudados por BIJLMER ; a segunda, constituída pelos 2 grupos de Alor central e oriental com estatura nitidamente inferior, cerca de 157 cm., a terceira, formada pelo oeste e centro de Pantar, com estatura elevada, quasi 164 cm.

A primeira destas divisões abrange os grupos mais dolicocefalos, com índices médios de 74,5 a 75,7 ; os restantes, com índices médios próximos de 76, podem chamar-se sub-dolicocefalos, sendo os de estatura mais baixa aqueles que mais se aproximam da mesocefalia. Em todos os grupos a forma do rosto parece ser euriprosopa. Na forma do nariz predomina a mesorrinia com tendência para camerrinia. A cor da pele é em geral castanha escura ; o cabelo é predominantemente frizado excepto no grupo de Alor onde se encontrou em regra cabelo ondeado. A cor do cabelo é, no geral, negra baça, mas observaram-se com certa frequência casos de albinismo e de rutilismo. O cabelo ruivo parecia ocorrer no grupo *Lema* como carácter hereditário recessivo. Em todos os grupos encontraram-se muito leves sinais de um elemento mongólico (1).

Sobre a composição étnica da população estudada diz BROUWER :

« Ora nada se opõe, em Alor e Pantar, à hipótese de estarmos em presença de uma **população melanésia semelhante aos papuas**, com uma forte influência negrítica (principalmente em Alor central e oriental, onde se encontra um povo de pequena estatura, cabelo crespo e cor escura de pele), e com outra mais caucasica, que encontramos principalmente em Pantar nos grupos de estatura elevada, enquanto que o elemento Veda-dravido-australiano, que entre os papuas foi

(1) *Op. cit.*, Sumário (em inglês) pág. 119.

observado sobretudo nas regiões costeiras, aparece nas nossas ilhas principalmente nos grupos que ficam sobre o estreito entre Alor e Pantar. Somente ao elemento protomalaio se podem atribuir os caracteres mongoloides, em pequeno grau, cuja presença se observou com maior ou menor frequência em todos os grupos, caracterizando estes como melanésios » (1).

Em outro lugar explica o autor que o elemento *Veda-drauido-australiano* por êle postulado em Pantar, é o mesmo que BIJLMER considerou como entrando por 1/4 a 1/5 na composição da população da Nova Guiné, estando portanto já fundido no tipo papua de estatura mais elevada.

A conclusão final do autor é que « os montanhesez destas duas ilhas devem ser considerados como melanésios, consistindo numa misturada de elementos protomalaioz com uma forte adição do elemento papua » (2).

O leitor notará de certo que o termo « melanésios » parece ser aqui empregado em sentido muito lato, abrangendo até as populações resultantes da mestiçagem entre papuas e protomalaioz.

Em todo o caso êste estudo, o mais recente dos que tratam do arquipélago Timorense, revela no conjunto uma inteira conformidade com aquilo que atrás fica apontado em relação à própria ilha de Timor, constituindo portanto uma nova confirmação das conclusões derivadas do velho estudo da coleção de crânios da Universidade de Coimbra.

É tempo de terminar estas citações e comentários em que certamente já se abusou da paciência do leitor. Do que fica exposto parece que se podem tirar as seguintes conclusões:

I — A coleção de crânios da Universidade de Coimbra é certamente de « *Autênticos timorezes* ». A conformidade entre as conclusões do seu estudo e as resultantes das investigações realizadas na parte holandesa da ilha é suficiente confirmação dessa autenticidade.

(1) *Op. cit.*, pág. 116.

(2) *Ibid.*, pág. 120

II — O substrato étnico da população de Timor é constituído, não por uma raça única, mas por uma mistura de elementos diferentes. Parece que nisto concordam todos quantos tem estudado o assunto.

III — Os caracteres destes elementos herdaram-se mendelianamente, e disto resulta a frequência com que no mesmo indivíduo se encontram combinações variáveis de caracteres étnicos diferentes — (BARROS E CUNHA, LAPICQUE, TEN KATE, BIJLMER).

IV — Na mistura predominam os caracteres *melanésios ocidentais*, (ou *papuas* no sentido em que mais geralmente se emprega este termo). Desta raça aparecem em Timor os dois tipos, dolicocefalo e sub-braquicefalo, que SALLER denomina «*tipo da costa*» e «*tipo do interior*». Nesta opinião concordam WALLACE, BARROS E CUNHA, TEN KATE e BIJLMER e ainda BROUWER: MENDES CORREIA e LAPICQUE reconhecem a existência dos elementos papuas sem afirmar o seu predomínio.

V — O segundo elemento de importância no substrato é o *protomalaio* (que alguns autores chamam *indonésio*). Desta raça é provável que a componente representada em Timor seja antes dos *Alfuros* (LEITE MAGALHÃES) do que dos *Battak* (MENDES CORREIA) ou mesmo dos Daiak.

VI — A sobrevivência actual de Negritos em Timor, suspeitada por FORBES, carece de confirmação. A existência, na população actual, de uma *componente negritica*, afirmada por MUELLER, não parece inverosímil, mas dificilmente se poderá reconhecer (MENDES CORREIA) e a sua interpretação depende do problema geral, muito discutido, das raças pigmeas.

VII — O elemento *polinésio* indicado por FORBES e por E. E. LONG ⁽¹⁾ parece ser interpretação errada do «*tipo papua da costa*». É muito duvidoso que os polinésios verdadeiros tivessem um papel primacial na população de Timor.

(1) Art. TIMOR in. *Encyclopedia Britannica*, XIV. Ed.

VIII — Os deutero-malaios, ou malaios verdadeiros, não obstante o facto histórico de terem exercido domínio político em parte de Timor, não parecem ter modificado sensivelmente os caracteres físicos da população (BIJLMER).

IX — Não parece impossível que tenha actuado em Timor qualquer influência australiana (BIJLMER, MENDES CORREIA, PIRES DE LIMA); mas a sua existência é difficilmente demonstrável, visto que certas semelhanças superficiais podem igualmente attribuir-se à influência melanésia.

X — As múltiplas infiltrações modernas de elementos indianos, árabes, chineses, europeus (portugueses sobretudo) e africanos, localizam-se nos portos da costa e suas proximidades e ainda não chegaram a exercer qualquer acção modificadora do conjunto da população.

DOUTOR JOÃO GUALBERTO DE BARROS E CUNHA

VIII - The University of Chicago Press, 1962. This book is a part of the series on the history of the United States, published by the University of Chicago Press. It is a hardcover book, 288 pages, \$12.50. The author is [illegible].

IX - The University of Chicago Press, 1962. This book is a part of the series on the history of the United States, published by the University of Chicago Press. It is a hardcover book, 288 pages, \$12.50. The author is [illegible].

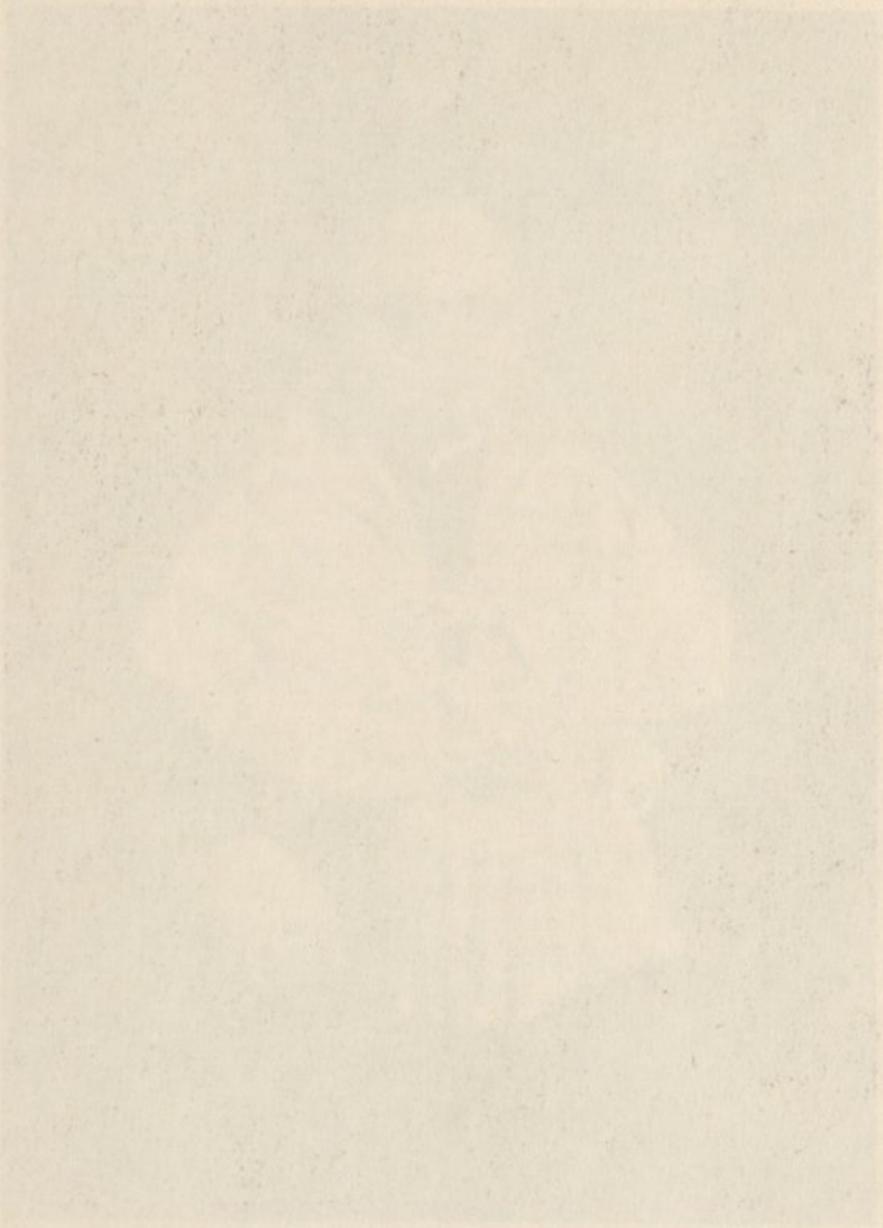
X - The University of Chicago Press, 1962. This book is a part of the series on the history of the United States, published by the University of Chicago Press. It is a hardcover book, 288 pages, \$12.50. The author is [illegible].

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

XI - The University of Chicago Press, 1962. This book is a part of the series on the history of the United States, published by the University of Chicago Press. It is a hardcover book, 288 pages, \$12.50. The author is [illegible].

XII - The University of Chicago Press, 1962. This book is a part of the series on the history of the United States, published by the University of Chicago Press. It is a hardcover book, 288 pages, \$12.50. The author is [illegible].

XIII - The University of Chicago Press, 1962. This book is a part of the series on the history of the United States, published by the University of Chicago Press. It is a hardcover book, 288 pages, \$12.50. The author is [illegible].





Maximino

Fotografia do Professor
Dr. Maximino Correia

Doutor Luis Carrisso

(14-II-1885; 14-VI-1937)

A meio da sua carreira científica, quando naturalmente começava a produzir a seara que metódicamente preparava, morreu o prof. Luis Wittnich Carrisso. Morreu súbitamente, no Deserto de Mossâmedes, a mais de cem quilómetros da cidade, ao ultimar os trabalhos da sua terceira expedição de estudos botânicos em Angola.

*

* *

Depois de um curso brilhante na antiga Faculdade de Filosofia, prestou a difícil prova do exame de licenciatura, preparando a seguir o trabalho de doutoramento sobre assunto apenas afluído entre nós — o Plancton nas costas de Portugal. A sua casa, na Figueira da Foz, foi por algum tempo uma pequena estação de estudos marinhos onde se reunia o material colhido em numerosas explorações. Sobre ele publicou dois estudos, a que deu o título geral de *Materiais para o estudo do Plancton na costa portuguesa*, com a divisão em: Fascículo I — Introdução. I FLAGELLIA: Dinoflagelliae; Cystoflagellia. (Coimbra, Impr. da Univer., 1911, 112 págs., est. v); e Fascículo II — II BACILLARIALES: Diatomaceae. (Coimbra, Impr. da Univer., 1911, 33 págs.).

O primeiro fascículo constituiu dissertação para o acto de Doutoramento na Secção de Ciências Naturais da Faculdade de Filosofia; o segundo, dissertação para concurso a assistente no grupo de Ciências Biológicas da nova Faculdade de Ciências.

Em 17 de Janeiro de 1912 tomou posse do lugar de 1.º assistente, para o qual tinha sido nomeado por Decreto de 9 de

Dezembro de 1911. Sendo reconduzido por mais três anos, por Decreto de 24 de Abril de 1915, foi em 1918 promovido a cattedrático de Botânica. Pouco depois recebeu a direcção do Jardim Botânico, que em avançada idade o Doutor Júlio Henriques abandonava para apenas continuar os seus trabalhos como Naturalista do Instituto a que deu o nome.

*

* *

O Doutor Carrisso tinha, como professor, grandes qualidades que lhe grangeavam o respeito e a estima dos alunos. Despertava-lhes interesse pelos estudos botânicos, cujo âmbito dilatava promovendo conferências de professores estrangeiros e portugueses, como as do prof. Gaussen, sobre a vegetação dos Pireneus orientais e as de um grupo dos nossos mais notáveis professores de agronomia sobre os problemas da agricultura portuguesa.

Atraía para o Instituto Botânico as competências que se revelavam, fomentando os seus trabalhos através de todas as dificuldades levantadas pela proverbial falta de recursos dos estabelecimentos universitários. Quantas vezes não teria generosamente pôsto a sua bolsa ao serviço do que dirigia com grande competência e inexcedível dedicação...

Equilibradamente, acentuou a separação de duas modalidades principais nos trabalhos do Instituto do Doutor Júlio Henriques: uma, de estudos citológicos e genéticos; outra, de estudos morfológicos e florísticos. Dão honra à primeira os trabalhos dos professores Aurélio Quintanilha e Abílio Fernandes; exaltam a segunda as publicações iniciadas sobre a flora de Angola.

*

* *

Durante a sua gerência o Jardim Botânico foi embelezado e não sofreram interrupção, antes se desenvolveram notavelmente, as relações com os jardins congêneres, pela troca de sementes e plantas. Mereceu ao Doutor Carrisso grandes cuidados a restauração das estufas e a modernização do respectivo aque-

cimento. Para todos os serviços do jardim o seu esforço persistente conseguiu meios elevados, conjurando a ruína de um dos mais belos e notáveis estabelecimentos da Universidade.

*

* *

Ao receber do seu eminente predecessor a direcção do Instituto Botânico o Doutor Luis Carrisso recebeu também o entusiasmo pela exploração científica das colónias portuguesas.

O Doutor Júlio Henriques, que promoveu as explorações botânicas do jardineiro-chefe, o ilustre naturalista Adolfo Moller, em S. Tomé, pôde realizar, na última fase da sua longa vida de investigador, a maior ambição: percorrer a nossa preciosa ilha do Golfo da Guiné e estudar directamente a sua flora. Sobre ela escreveu o valiosíssimo trabalho que foi, pode dizer-se, a sua última colaboração no Boletim da Sociedade Broteriana.

As atenções do Doutor Carrisso fixaram-se em Angola e deu ao estudo da grande colónia portuguesa o maior lugar na sua vida científica. E, afinal, deu-lhe a sua vida...

Diferenciar as diversas regiões de Angola, relacionar as respectivas floras com as variadas condições geográficas, dum marchetado tanto mais atraente quanto mais complicado, seria o seu largo programa de trabalhos a realizar. Mas coleccionar e classificar os elementos da flora angolana, pisando o vasto território ponto por ponto, com a tenacidade de um naturalista apaixonado, tinha que ser a primeira fase, a fase de preparação dos estudos ecológicos.

As colecções organizadas por ocasião das duas primeiras expedições foram objecto de estudos meticolosos, cuja publicação está iniciada.

No «Boletim da Sociedade Broteriana» encontram-se:

A missão botânica da Universidade de Coimbra à Colónia de Angola, em 1927. Notícia pelo prof. Dr. L. W. Carrisso. (Vol. vi, II Série. 4 págs., 1 carta e 6 fotografuras).

Contribuições para o conhecimento da flora de Africa, com uma apresentação escrita pelo Dr. Carrisso: traba-

lho de Ed. G. Baker, «Lista das Leguminosas africanas». (Vol. VIII, II Série); trabalho de A. W. Exell e F. de A. Mendonça, «Novas espécies da flora de Angola (Vol. XI, II Série).

Agrostologia de Angola, I Maydeae e Andropogoneae, por F. de A. Mendonça. (Vol. X, II Série).

E no começo do ano corrente foi distribuído o primeiro volume de um grande catálogo da flora de Angola:

«*Conspectus Florae Angolensis*». (Elaborado pelo Instituto Botânico de Coimbra, com a colaboração do Museu Britânico). Vol. I, pág. IX-XXIV, 1-176, 30 de Janeiro de 1937: *Ranunculaceae-Malvaceae*, por A. W. Exell e F. de A. Mendonça; *Flacourtiaceae*, por H. Slenner; *Dipterocarpaceae*, por H. Bancroft.

O Doutor L. Carriso fez, em duas páginas, a apresentação deste trabalho do qual modestamente se intitula editor. Mas imagina-se a constante assistência, cheia de valiosas sugestões, que o benemérito professor teria prestado aos seus distintos colaboradores.

*

* *

A sua culta inteligência, o seu esclarecido patriotismo, não podiam deixar de ser solicitados pelo conjunto dos problemas da colonização portuguesa nas províncias do ultramar e especialmente em Angola. Com ardente fé na possibilidade de soluções que engrandecessem a Nação, foi o maior propagandista das investigações científicas que necessariamente lhes devem servir de base.

Nesse campo, trabalhou com vivo entusiasmo, que fica documentado nas conferências publicadas pela Sociedade de Geografia e pela Agência Geral das Colónias, e de que guardam profunda impressão os amigos que associou nesse verdadeiro sacerdócio.

Com justiça lhe foi dado um lugar no Conselho do Império Colonial.

*

* *

O Deserto de Mossâmedes exerceu sôbre o malgrado professor irresistível atracção. Até por isto foi ligar o seu nome ao do excelso naturalista Doutor Welwicht, valoroso precursor dos estudos botânicos e geográficos na grande colónia portuguesa.

Não podemos omitir uma referência à sua ilustre espôsa, Ex.^{ma} Sr.^a D. Ana de Sousa Carrisso, companheira e auxiliar dedicadíssima e que pela sua presença levou dôce confôrto aos últimos momentos da sua vida.

O Município de Mossâmedes vai levantar um monumento à memória do Doutor Carrisso no lugar em que foi surpreendido pela morte.

A Faculdade de Ciências colocará um busto do exímio professor na secção do Instituto Botânico reservada às suas colecções angolanas.

A. FERRAZ DE CARVALHO

1875

1876

1877

1878

1879

1880

1881

1882

1883

1884

1885

1886

1887

1888

1889

1890

1891

1892

1893

1894

1895

1896

1897

1898

1899

1900

1901

1902

1903

1904

1905

1906

1907

1908

1909

1910

1911

1912

1913

1914

1915

1916

1917

1918

1919

1920

1921

1922

1923

1924

1925

1926

1927

1928

1929

1930

1931

1932

1933

1934

1935

1936

1937

1938

1939

1940

1941

1942

1943

1944

1945

1946

1947

1948

1949

1950

1951

1952

1953

1954

1955

1956

1957

1958

1959

1960

1961

1962

1963

1964

1965

1966

1967

1968

1969

1970

1971

1972

1973

1974

1975

1976

1977

1978

1979

1980

1981

1982

1983

1984

1985

1986

1987

1988

1989

1990

1991

1992

1993

1994

1995

1996

1997

1998

1999

2000

2001

2002

2003

2004

2005

2006

2007

2008

2009

2010

2011

2012

2013

2014

2015

2016

2017

2018

2019

2020

2021

2022

2023

2024

2025

2026

2027

2028

2029

2030

2031

2032

2033

2034

2035

2036

2037

2038

2039

2040

2041

2042

2043

2044

2045

2046

2047

2048

2049

2050

2051

2052

2053

2054

2055

2056

2057

2058

2059

2060

2061

2062

2063

2064

2065

2066

2067

2068

2069

2070

2071

2072

2073

2074

2075

2076

2077

2078

2079

2080

2081

2082

2083

2084

2085

2086

2087

2088

2089

2090

2091

2092

2093

2094

2095

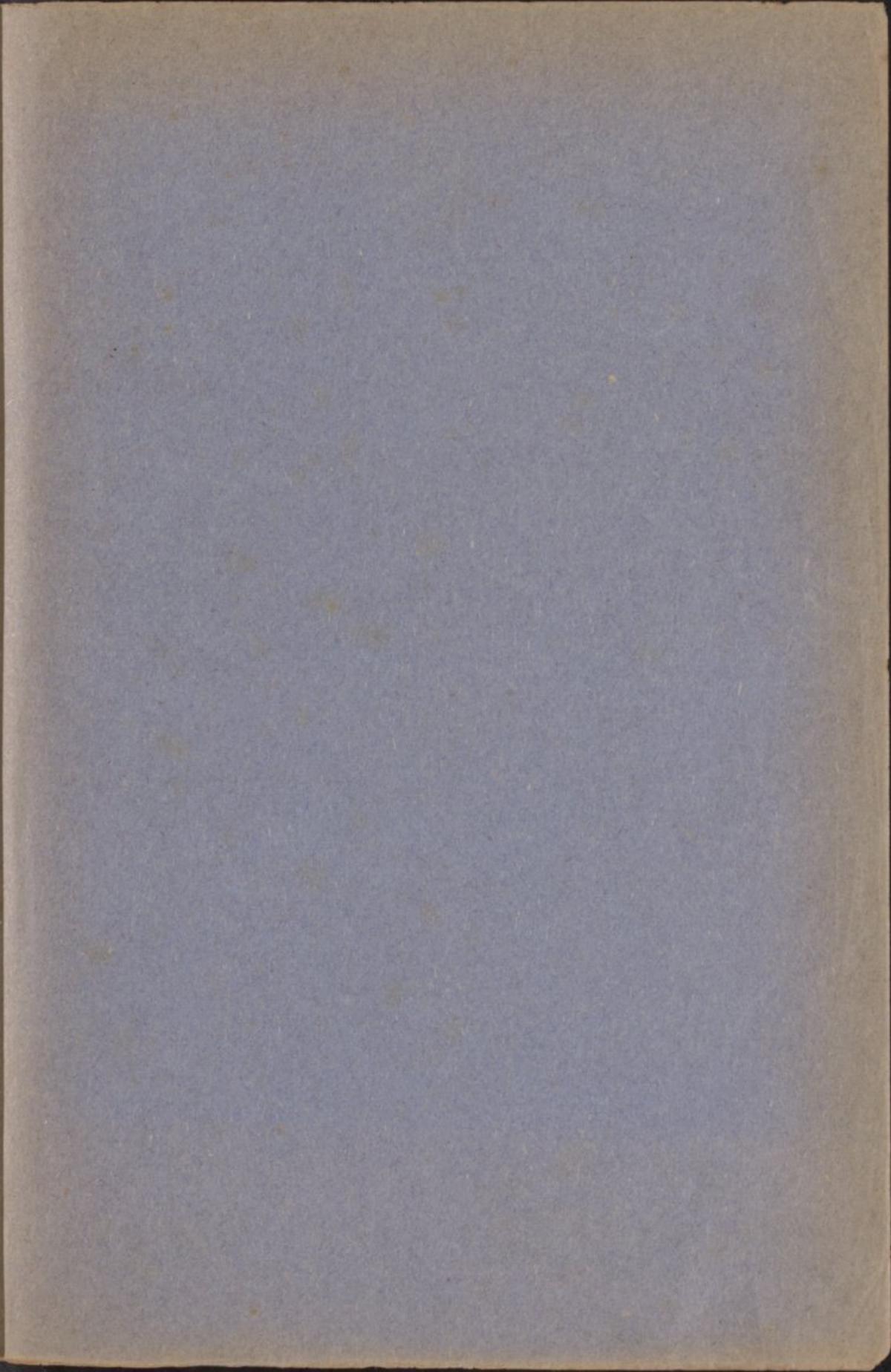
2096

2097

2098

2099

2100



AVISO

Tóda a correspondência relativa à redacção deve ser dirigida à Direcção da Faculdade de Ciências, com a indicação de que se refere à REVISTA.