

Planetes, on y voit seulement en des temps différens, une ou deux bandes foibles à peu-près disposées en ligne droite, & dans la direction du grand diametre de l'anneau.

Vers la fin de Mars de l'année 1719, temps auquel l'anneau avoit cessé de paroître, & que Saturne paroissoit exactement rond, nous apperçûmes sur le disque de cette Planete, par une Lunette de 114 pieds, trois bandes obscures disposées en ligne droite, & paralleles entr'elles; celle du milieu, qui étoit la plus foible, étoit formée par l'ombre que fait l'anneau sur le disque de Saturne, les deux autres étoient beaucoup plus sensibles, & la méridionale étoit plus large que la septentrionale.

La disposition de ces bandes & leur figure comparées à celles que l'on a remarquées en différens temps, peut servir à en découvrir la nature.

La méridionale & la septentrionale de ces trois bandes paroissent en ligne droite, & en même temps paralleles à celle du milieu, qui étoit formée par l'ombre de l'anneau sur Saturne, ce qui prouve qu'elles étoient dans un plan parallele à celui de l'anneau, & que leur figure est semblable, & par conséquent circulaire.

Au mois d'Août de l'année 1696, on avoit remarqué dans Saturne deux bandes à peu-près semblables à celles que l'on voyoit en 1719, à la réserve qu'elles étoient beaucoup plus étroites; elles paroissent exactement paralleles à la circonférence extérieure de l'anneau du côté du Midi, & avoient un peu de courbûre dont la convexité regardoit la partie antérieure de l'anneau, suivant la figure qui en fut décrite alors; le petit diametre de l'Ellipse que l'anneau formoit par son apparence, étoit un peu moins de la moitié de son grand diametre, & l'élevation de l'œil sur le plan de cet anneau étoit d'environ 26 degrés. De-là il résulte que si les bandes qu'on a observées en 1696, eussent été adhérentes au globe de Saturne, elles auroient paru en forme d'Ellipses dont la largeur auroit été un peu moins de la moitié de leur longueur, ce qui ne s'accorde point à l'observation, suivant laquelle on n'apperçût qu'un peu de courbûre dans ces bandes, telle que seroit celle d'une Ellipse dont le grand diametre auroit été à peu-près égal à celui de la circonférence extérieure de l'anneau. En diverses autres occasions, où l'on a apperçû une bande sur Saturne, comme dans les années

1675, 1683 & 1708, on n'y a pas non plus observé de courbûre telle que le demanderoit l'élevation de l'œil sur le plan de l'anneau; ainsi nous avons jugé que ces bandes ne sont point adhérentes au globe de Saturne, mais qu'elles en sont éloignées à une grande distance; en sorte que nous ne distinguons sur cette Planete qu'une partie de leur circonférence, dont la courbûre doit être, suivant les regles d'Optique, beaucoup moins sensible que celle d'une Ellipse semblable, qui seroit adhérente au globe de Saturne: le surplus de la circonférence de ces bandes ne pouvant pas s'appercevoir par les Lunettes, doit être d'une matière peu propre à réfléchir les rayons du Soleil, ce qui nous a fait conjecturer qu'elles ont quelque analogie aux nuages qui environnent la Terre, lesquels interceptent une partie des rayons du Soleil, sans pouvoir les réfléchir. Ces nuages ayant une courbûre semblable à celle de la circonférence extérieure de l'anneau, doivent être à peu-près à la même distance, & par conséquent l'athmosphère dans lequel ils sont placés, doit embrasser entièrement cet anneau.

A l'égard de l'anneau de Saturne, sa lumière qui est presque aussi vive que celle du globe de Saturne, nous fait connoître que c'est un corps solide propre à réfléchir la lumière du Soleil, mais dont l'épaisseur est peu considérable par rapport à sa largeur, puisqu'il disparoît entièrement lorsque nous le voyons suivant cette direction, quoiqu'il soit éclairé de ce côté-là par le Soleil; on observe aussi que la partie qui est la plus proche de Saturne est plus lumineuse que celle qui en est la plus éloignée.

Toute cette masse se tient ainsi suspendue autour de Saturne, dont elle est entièrement détachée, semblable à un anneau large & plat, qui environneroit la Terre, dont le plan passeroit par son centre.

Cette apparence dont nous ne voyons aucun exemple dans les autres Corps célestes, nous a donné lieu de conjecturer que ce pouvoit être un amas de Satellites disposés à peu-près sur un même plan, lesquels font leurs révolutions autour de cette Planete: Que leur grandeur est si petite qu'on ne peut les appercevoir chacun séparément, mais qu'ils sont en même temps assés près l'un de l'autre pour qu'on ne puisse point distinguer les intervalles qui sont entr'eux, en sorte qu'ils paroissent former un corps continu.

On pourroit opposer à cette hypothese, que ces Satellites doivent observer, de même que tous ceux qu'on a découverts jusqu'à présent, la regle de Képler, suivant laquelle les quarrés des temps des révolutions, sont comme les cubes des distances au centre de la Planete; d'où il suit que la quantité de leur mouvement n'est pas proportionnée à leur distance, & qu'il leur arrieroit ce que l'on observe dans les autres Satellites qui se trouvent souvent tous, ou du moins la plus grande partie, d'un même côté: qu'ainsi l'anneau paroîtroit souvent plus large & plus éclairé en des endroits que dans d'autres, & seroit sujet à de grandes irrégularités dans sa figure; mais cette difficulté se trouve levée (*Voy. Hist. de l'Acad. de 1715, p. 46.*) si l'on suppose différents cercles tous formés de Satellites autant qu'il en faut pour faire la largeur de l'anneau. Les Satellites disposés sur chaque cercle, feront tous leurs révolutions en même temps, puisqu'ils seront à même distance du centre de Saturne, & par conséquent ne changeront point de situation entr'eux.

Un autre cercle entier quelconque, fera sa révolution selon la regle de Képler, c'est-à-dire, que le temps de cette révolution sera au temps de la révolution du premier cercle dans le rapport que demandent les distances des deux cercles au centre de Saturne; mais quoique par-là les mêmes parties du premier cercle ne répondent pas toujours aux mêmes parties du second, il n'y aura rien de changé dans l'apparence totale, & ce sera exactement la même chose à cet égard, que si deux cercles concentriques avoient fait leurs révolutions en même temps, ce qui doit être de même de tous les cercles pris ensemble.

Mais quand même on ne voudroit pas admettre un tel arrangement dans les Satellites de Saturne, on peut supposer qu'étant tous renfermés dans l'athmosphere de Saturne, ils sont entraînés par le mouvement de Saturne autour de son axe, sans être assujettis à la regle de Képler, qui ne doit s'étendre qu'aux Corps, lesquels sont au de-là de l'athmosphere d'une Planete.

C H A P I T R E II.

Des Mouvements de Saturne.

DANS la théorie du Soleil & de la Lune, nous avons considéré ces Planetes comme faisant leurs révolutions autour de la Terre.

Il n'en est pas de même des autres Planetes dont les mouvements forment à l'égard de la Terre, diverses apparences suivant leurs différents aspects avec le Soleil, ce qui a fait connoître qu'elles font leurs révolutions autour du Soleil; car quoiqu'on puisse, suivant le Systeme de Ptolemée, représenter également bien le mouvement des Planetes à l'égard de la Terre, en les faisant tourner autour d'un Epicycle, il paroît contraire à la Physique de faire mouvoir un Corps céleste autour d'un centre imaginaire, tel que celui de cet Epicycle, & on a jugé qu'il étoit plus raisonnable de se conformer à l'un des deux autres Systemes, suivant lesquels chaque Planete fait sa révolution autour d'un corps que l'on peut regarder comme le principe de son mouvement; ainsi laissant à part le Systeme de Ptolemée, nous employerons les deux autres, & principalement celui de Copernic qui est le plus simple, puisque établissant le Soleil fixe au centre du monde, la Terre, de même que toutes les autres Planetes, à la réserve de la Lune, font leurs révolutions autour de cet Astre.

Soit donc dans le Systeme de Copernic, *S* (*Fig. 50.*) le Soleil fixe au centre du Monde, *ATB* l'Orbe annuel de la Terre, *PCD* l'Orbe de Saturne, *FEG* le Firmament ou Cercle placé à une distance presque infinie par rapport à la distance de Saturne au Soleil. Il est aisé de concevoir que la Terre étant en *T*, & Saturne en *P*, cette Planete paroîtra répondre au point *F* du Firmament; au lieu qu'étant vûe du Soleil en *S*, elle doit paroître répondre au point *E*, éloigné du point *F* de l'arc *EF*, qui est mesuré par l'angle *ESF* ou *EPF*, qui lui est égal, à cause que la distance *SE* étant regardée comme infinie par rapport à la distance *SP* du Soleil à Saturne, l'angle *PFS*, qui mesure la différence entre les angles *FSE* ou *FPE*, est insensible.

Ainsi ayant observé le lieu de Saturne vû de la Terre, il faut, pour le réduire à son vrai lieu vû du Soleil, connoître la distance SP de Saturne au Soleil par rapport à la distance ST de la Terre au Soleil; car ayant déterminé par l'observation l'angle PTS , que le Soleil & Saturne font à l'égard de la Terre, on résoudra le Triangle rectiligne PST , dans lequel les côtés ST & SP étant connus, aussi-bien que l'angle PTS , compris entre ces côtés, on trouvera l'angle SPT ou EPF , qui lui est opposé, lequel, suivant ce que l'on a remarqué ci-devant, mesure la distance entre le vrai lieu de Saturne vû de la Terre & son vrai lieu vû du Soleil.

Comme nous ne pouvons point connoître par des observations immédiates, quelle est la distance de Saturne au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, nous sommes obligés pour déterminer le vrai lieu de Saturne à l'égard du Soleil, de choisir les temps où le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre est dans la même direction que celui qui est vû du Soleil, ce qui arrive au temps de ses Conjonctions ou Oppositions avec le Soleil, où la Terre se trouve en A ou en B sur la ligne tirée du Soleil à Saturne.

Dans les Conjonctions de Saturne avec le Soleil, où la Terre se trouve en B , la lumière de Saturne est trop foible pour qu'on puisse l'apercevoir. Cette Planete est même cachée par le disque du Soleil lorsque sa latitude méridionale ou septentrionale n'excede pas le demi-diametre de cet Astre; ainsi nous ne pouvons employer que les seules Oppositions, que les Astronomes sont fort attentifs à observer, & qui arrivant à différents degrés du Zodiaque, donnent le vrai lieu de Saturne vû du Soleil dans les différents endroits de son Orbe, ce qui ne se peut faire cependant que dans une longue suite d'années, à cause que l'intervalle entre chaque Opposition est d'une année & quelques jours.

Première Méthode de déterminer le temps & le lieu d'une Opposition de Saturne avec le Soleil, par l'observation de sa distance à diverses Etoiles fixes.

Cette méthode a été pratiquée par divers Astronomes avant l'usage des Pendules, & on voit plusieurs déterminations semblables dans les observations de Tycho, rapportées dans son Histoire

Céleste, de même que dans les Observations d'Hevelius & de Flamsteed.

Pour trouver par le moyen de ces observations le temps de l'Opposition de Saturne ou d'une autre Planete à l'égard du Soleil, & leur vrai lieu pour ce temps; soit un cercle de latitude BDA (Fig. 51.) sur lequel le point B représente le Pole boréal de l'Ecliptique, & le point A son Pole austral. Ayant observé la distance ha & $h\beta$ de Saturne à deux Etoiles fixes, telles que a & β , dont la longitude & la latitude sont connues, soit pris l'arc $B\beta$, égal au complément de la latitude d'une des deux Etoiles β ; & ayant fait l'angle βBA , égal à la différence de longitude entre ces deux Etoiles, & mené par les Poles B & A , le cercle de latitude BaA , soit pris sur ce cercle l'arc Ba , égal au complément de la latitude de la seconde Etoile, qui se trouvera par conséquent placée au point a . Soient pris ensuite les arcs βh , ah , égaux à la distance observée de Saturne aux deux Etoiles qui détermineront au point h le vrai lieu de Saturne; & soit mené du point h , l'arc hE perpendiculaire à BE .

Dans le Triangle sphérique $B\beta a$, les côtés $B\beta$ & Ba , compléments de la latitude des deux Etoiles, étant connus, de même que l'angle βBa , compris entre ces côtés, lequel mesure la différence entre la longitude de ces deux Etoiles; on trouvera l'arc $a\beta$, qui mesure la distance entre ces Etoiles, de même que l'angle βBa , entre le Pole boréal de l'Ecliptique & l'Etoile a .

Dans le Triangle sphérique βah , dont le côté $a\beta$ est connu, de même que les côtés βh , ah , qui mesurent la distance observée de Saturne aux deux Etoiles β & a , on trouvera la valeur de l'angle $a\beta h$, qui, étant adjointé dans ce cas à l'angle $B\beta a$, donne l'angle $B\beta h$; & dans le Triangle $B\beta h$, dont les côtés $B\beta$, βh , sont connus, & l'angle $B\beta h$, compris entre ces côtés, on trouvera l'arc Bh , qui mesure la distance de Saturne au Pole boréal de l'Ecliptique, de même que l'angle βBh , qui mesure la différence de longitude entre Saturne & l'Etoile β , qu'il faut adjointer à la longitude de cette Etoile lorsque Saturne est plus occidental, & qu'il faut retrancher au contraire de cette longitude lorsque Saturne est plus oriental, pour avoir la longitude véritable de cette Planete Prenant le complément de l'arc Bh , lorsqu'il est moindre de 90 deg.

on aura sa latitude septentrionale, & retranchant de 90 degrés, l'arc *Bh* lorsqu'il excède ce nombre, on aura sa latitude méridionale.

Il est aisé de suppléer aux autres cas où Saturne se trouve différemment placé à l'égard des deux Étoiles fixes; mais il faut toujours avoir attention de placer les Étoiles *a* & *β*, de manière qu'elles se trouvent dans le même hémisphère que Saturne; on choisira aussi les observations qui ont été faites de part & d'autre le plus près de l'Opposition de Saturne avec le Soleil.

Le vrai lieu de Saturne étant ainsi connu pour le temps d'une ou de plusieurs observations; on calculera pour ce temps le vrai lieu du Soleil dont l'opposite est le vrai lieu de la Terre, & on prendra sa différence au vrai lieu de Saturne. On trouvera aussi par les Tables ou par l'observation, le mouvement journalier du Soleil & celui de Saturne, qui est alors rétrograde; & l'on fera, comme la somme de ces mouvements est à la différence entre le vrai lieu de la Terre & celui de Saturne; ainsi 24 heures sont à un certain nombre d'heures & de minutes, qu'il faut adjoûter au temps de l'observation lorsque le vrai lieu de Saturne est plus avancé suivant la suite des Signes, que celui de la Terre, & qu'il faut retrancher au contraire du temps de l'observation lorsque le vrai lieu de Saturne est moins avancé que celui de la Terre, & l'on aura le vrai temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil.

Pour trouver le vrai lieu de cette Opposition à l'égard de l'Écliptique, on fera, comme 24 heures sont aux heures & minutes que l'on vient de trouver; ainsi le mouvement journalier de Saturne est à la quantité de son mouvement dans cet intervalle de temps en minutes & secondes, qu'il faut adjoûter au vrai lieu de Saturne lorsque le vrai lieu de la Terre est plus avancé, & qu'il faut retrancher au contraire lorsqu'il est plus petit, & l'on aura le vrai lieu de l'Opposition de Saturne avec le Soleil à l'égard de l'Écliptique.

E X E M P L E.

Le 21 Août de l'année 1582 à 10^h 2' 25", la distance de Saturne à l'Épaule gauche du Verseau, marquée *β* par Bayer, a été observée de 22^d 29', & à 10^h 32' 25", la distance à l'Épaule droite du Verseau, marquée *a* par Bayer, a été observée de 16^d 5'.

La longitude de l'Étoile *β* du Verseau pour le 1.^{er} Janvier de

l'année 1741, est en $\approx 19^{\text{d}} 47' 20''$, & sa latitude boréale, de $8^{\text{d}} 38' 40''$. La longitude de l'Etoile a pour le même temps, est en $\approx 29^{\text{d}} 45' 10''$, & sa latitude boréale, de $10^{\text{d}} 40' 35''$. Retranchant de ces longitudes, le mouvement des Etoiles fixes, qui, dans l'espace de 158 ans & 4 mois est de $2^{\text{d}} 11' 58''$, à raison d'un degré en 72 ans, comme nous l'avons trouvé par les observations modernes, on aura pour le 21 Août de l'année 1582, la longitude de l'Etoile β du Verseau en $\approx 17^{\text{d}} 35' 22''$, & la longitude de l'Etoile a en $\approx 27^{\text{d}} 33' 12''$. La différence entre ces deux longitudes est de $9^{\text{d}} 57' 50''$, qui mesurent l'angle $aB\beta$; & dans le Triangle $aB\beta$, dont l'arc $B\beta$, complément de la latitude de l'Etoile β , est connu de $81^{\text{d}} 21' 40''$, l'arc Ba , complément de la latitude de l'Etoile a , est de $79^{\text{d}} 20' 18''$, & l'angle βBa , compris entre ces côtés, est de $9^{\text{d}} 57' 50''$, on trouvera l'angle $B\beta a$, de $77^{\text{d}} 30' 0''$, & le côté $a\beta$, de $10^{\text{d}} 1' 50''$.

Dans le Triangle Bah , dont le côté Bh a été observé de $22^{\text{d}} 29'$, le côté ah , de $16^{\text{d}} 5'$, & le côté $a\beta$ a été trouvé de $10^{\text{d}} 1' 50''$, on trouvera l'angle $a\beta h$, de $40^{\text{d}} 2' 20''$, qui, étant ajouté à l'angle $B\beta a$, de $77^{\text{d}} 30' 0''$, donne l'angle $B\beta h$, de $117^{\text{d}} 32' 20''$; & dans le Triangle $B\beta h$, dont le côté $B\beta$ est connu de $81^{\text{d}} 21' 20''$, le côté βh , de $22^{\text{d}} 29' 0''$, & l'angle $B\beta h$, compris entre ces côtés, est de $117^{\text{d}} 32' 20''$, on trouvera l'angle βBh , de $19^{\text{d}} 50' 5''$, & le côté Bh , de $92^{\text{d}} 3' 30''$. Adjoûtant l'angle βBh à la longitude de l'Etoile β , qui étoit alors en $\approx 17^{\text{d}} 35' 22''$, on aura la longitude de Saturne pour le temps de cette observation en $\approx 7^{\text{d}} 25' 26''$. Retranchant 90 deg. de Bh , reste la latitude méridionale de Saturne, de $2^{\text{d}} 3' 30''$.

On calculera ensuite pour le 21 Août 1582 à $10^{\text{h}} 17'$, temps moyen entre les deux observations de Saturne, le vrai lieu de la Terre qui est à l'opposite du Soleil, qu'on trouvera en $\approx 7^{\text{d}} 55' 46''$, plus avancé de $29' 40''$ que celui de Saturne, qui étoit en $\approx 7^{\text{d}} 25' 26''$, ce qui montre que cette Planete avoit passé son Opposition. Le mouvement journalier apparent du Soleil étoit alors de $58' 16''$, & celui de Saturne, qui étoit retrograde, de $5'$ contre la suite des Signes. La somme de ces deux mouvements, qui sont en sens contraire, est de $1^{\text{d}} 3' 16''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $1^{\text{d}} 3' 16''$, est à $29' 40''$, différence entre le vrai lieu

lieu de Saturne & celui de la Terre; ainsi 24 heures font à $11^{\text{h}} 5'$, qui, étant retranchées du 21 Août de l'année 1582 à $10^{\text{h}} 17'$, donnent le temps de son Opposition avec le Soleil le 20 Août de l'année 1582 à $23^{\text{h}} 12'$. On fera aussi, comme 24 heures font à $14^{\text{h}} 38'$; ainsi le mouvement journalier de Saturne, qui est de $5'$, est à $2' 21''$, qui, étant ajoutées à son vrai lieu, qui a été trouvé en $\Upsilon 7^{\text{d}} 25' 26''$, donnent le vrai lieu de son Opposition le 20 Août de l'année 1582 à $23^{\text{h}} 12'$, en $\Upsilon 7^{\text{d}} 27' 47''$.
Ce qu'il falloit trouver.

Seconde Méthode de déterminer l'Opposition de Saturne avec le Soleil, par son passage par le Méridien, ou par un Cercle horaire, comparé à une Étoile fixe.

Pour déterminer le vrai lieu & le temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil par le moyen du passage par le Méridien, ou par le Cercle horaire de cette Planete & des Étoiles fixes, on prendra la différence entre le passage de Saturne & d'une Étoile par le Méridien ou par un Cercle horaire, & leur différence en déclinaison, que l'on peut déterminer par la différence de leur hauteur méridienne, ou par le passage de Saturne & de l'Étoile fixe par le Cercle horaire & les fils obliques d'une Lunette, ainsi qu'on l'a expliqué dans la théorie des Taches du Soleil. On réduira en degrés, la différence entre le passage par le Cercle horaire, à raison de 360 degrés pour le temps que l'Étoile fixe a employé à retourner au Méridien à la Pendule, lequel temps est de $23^{\text{h}} 56' 4''$, lorsqu'elle est réglée sur le moyen mouvement, & on aura la différence d'ascension droite entre Saturne & l'Étoile fixe au temps du passage de Saturne par le Méridien.

L'ascension droite & la déclinaison de cette Étoile fixe étant connues par les Tables, ou déterminées par observation, de la manière qu'on l'a enseigné dans la théorie des Étoiles fixes, on y ajoutera, ou bien l'on en retranchera la différence en ascension droite & en déclinaison entre Saturne & l'Étoile, suivant leurs différentes situations à l'égard des points du Bélier & de la Balance, & on aura l'ascension droite & la déclinaison de Saturne au temps de son passage par le Cercle horaire.

L'ascension droite & la déclinaison de Saturne étant connus, on calculera sa longitude & sa latitude pour le temps de l'observation; on calculera aussi par les Tables le vrai lieu de la Terre pour ce temps, & on aura la différence entre ce vrai lieu & celui de Saturne, par le moyen de laquelle on déterminera de même que ci-devant, le vrai lieu & le temps de son Opposition avec le Soleil.

E X E M P L E.

Le 8 Décembre de l'année 1707, on a observé par la Machine Parallaxique, le passage de l'Étoile ι , qui est dans le Front du Taureau, par le Cercle horaire à $8^h 49' 1''$, & celui de Saturne à $8^h 55' 47''$. La différence est de $6' 46''$, qui, étant réduite en degrés, à raison de 360 degrés pour $23^h 56' 4''$, ou plus exactement, de $23^h 55' 37''$, temps que l'Étoile a employé à retourner au Méridien à la Pendule, donne la différence d'ascension droite entre Saturne & cette Étoile à $8^h 55' 47''$, de $1^d 41' 47''$, dont Saturne étoit plus à l'Orient. La différence de déclinaison entre Saturne & cette Étoile fut aussi déterminée de $14' 40''$, dont Saturne étoit plus méridional.

L'ascension droite de l'Étoile ι fut alors déterminée par observation, de $71^d 26' 4''$, & sa déclinaison septentrionale, de $21^d 8' 0''$. Adjoûtant à $71^d 26' 4''$, $1^d 41' 47''$ dont Saturne étoit plus à l'Orient, on aura l'ascension droite de cette Planete le 8 Décembre à $8^h 55' 47''$, de $73^d 7' 51''$. Retranchant de $21^d 8' 0''$, la différence de déclinaison entre cette Étoile & Saturne, qui a été trouvée de $14' 40''$, dont Saturne étoit plus méridional, on aura la déclinaison septentrionale de Saturne au temps de l'observation du 8 Décembre 1707, de $20^d 53' 20''$, par le moyen de laquelle, & de l'ascension droite de Saturne, déterminée ci-dessus de $73^d 7' 51''$, on trouvera sa longitude le 8 Décembre à $8^h 55' 47''$ en $\text{H } 14^d 15' 53''$, & sa latitude méridionale, de $1^d 40' 35''$. Calculant pour ce même temps le vrai lieu de la Terre, on le trouvera en $\text{H } 16^d 11' 18''$, plus avancé de $1^d 55' 25''$ que le vrai lieu de Saturne. Le mouvement journalier de Saturne étoit alors de $4' 54''$; l'adjoûtant au mouvement journalier de la Terre, qui étoit de $1^d 1' 3''$, on aura le mouvement journalier de Saturne au Soleil, de $1^d 5' 57''$; & l'on fera, comme

$1^d 55' 57''$ est à $1^d 55' 10''$; ainsi 24 heures sont à $41^h 53'$, qui, étant retranchées du 8 Décembre de l'année 1707 à $8^h 55' 47''$, à cause que le vrai lieu de la Terre étoit plus avancé que celui de Saturne, donnent le temps de l'Opposition le 6 Décembre 1707 à $15^h 3'$. Enfin on fera, comme 24 heures sont à 42 heures; ainsi $4' 54''$ sont à $8' 34''$, qui, étant ajoutées à $H 14^d 15' 53''$, donnent le vrai temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil le 6 Décembre de l'année 1707 à $15^h 3'$ en $H 14^d 24' 27''$.
Ce qu'il falloit trouver.

Troisième Méthode de déterminer le temps & le lieu de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, par l'observation de son passage par le Méridien.

On observera, si cela est possible, quelques jours avant & après minuit, le temps du passage de Saturne par le Méridien, & sa hauteur méridienne. Convertissant ce temps en degrés & minutes, à raison de 15 degrés par heure, on aura la différence entre l'ascension droite de Saturne & celle du Soleil au temps du passage de Saturne par le Méridien, qui, étant ajoutée à l'ascension droite du Soleil, calculée par les Tables pour ce temps, donne l'ascension droite de Saturne au temps de son passage par le Méridien. On trouvera aussi, par le moyen de la hauteur méridienne de Saturne, sa déclinaison pour le temps de ces différentes observations.

On calculera ensuite la longitude & la latitude de Saturne, qui conviennent à l'ascension droite & à la déclinaison que l'on vient de trouver; on déterminera aussi pour le même temps le vrai lieu de la Terre, & l'on fera, comme la somme des mouvements de Saturne & de la Terre, est à la différence entre le vrai lieu de Saturne & celui de la Terre dans la première observation; ainsi l'intervalle des jours, heures & minutes comprises entre ces différentes observations, est au nombre d'heures & minutes, qui, étant ajoutées au temps de la première observation lorsqu'elle a été faite avant l'Opposition, donnent le temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil. Enfin l'on fera, comme l'intervalle entre le temps des observations, est au nombre d'heures & minutes que l'on vient de trouver; ainsi le mouvement de Saturne dans

l'intervalle entre les observations, est aux minutes & secondes qu'il faut retrancher du lieu de Saturne dans la première observation, pour avoir le vrai lieu de l'Opposition de Saturne avec le Soleil.

E X E M P L E.

Le 10 Juillet de l'année 1725, on a observé le passage de Saturne par le Méridien à $12^h 1' 36''$, & sa hauteur méridienne, de $19^d 10' 25''$; & le 11 Juillet on a observé son passage par le Méridien à $11^h 57' 12''$, & sa hauteur méridienne, de $19^d 9' 35''$. Convertissant les heures de ce passage en degrés, à raison de 15 deg. par heure, on aura la différence entre l'ascension droite de Saturne & celle du Soleil le 10 Juillet à $12^h 1' 36''$, de $180^d 24' 0''$, & le 11 Juillet à $11^h 57' 12''$, de $179^d 18' 0''$, qui, étant adjoints à l'ascension droite du Soleil, qui étoit le 10 Juillet à $12^h 1' 36''$, de $110^d 0' 27''$, & le 11 Juillet à $11^h 57' 12''$, de $111^d 1' 25''$, donnent l'ascension droite de Saturne le 10 Juillet à $12^h 1' 36''$, de $290^d 24' 27''$, & le 11 Juillet à $11^h 57' 12''$, de $290^d 19' 25''$. On trouvera aussi la déclinaison de Saturne au temps de la première observation, de $22^d 2' 12''$, & au temps de la seconde, de $22^d 3' 2''$ vers le Nord.

L'ascension droite & la déclinaison de Saturne étant connues, on trouvera, en supposant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d 29' 0''$, sa longitude le 10 Juillet 1725 à $12^h 1' 36''$ en $\text{♋} 18^d 51' 28''$, & sa latitude méridionale, de $7' 6''$, & le 11 Juillet à $11^h 57' 12''$, sa longitude en $\text{♋} 18^d 46' 44''$, & sa latitude méridionale, de $6' 57''$. On calculera aussi le vrai lieu de la Terre, qui étoit, au temps de la première observation, en $\text{♋} 18^d 28' 2''$, & au temps de la seconde en $\text{♋} 19^d 25' 4''$; on aura donc dans l'intervalle de $23^h 55' 36''$ entre ces observations, le mouvement de Saturne en longitude, de $4' 44''$ contre la suite des Signes, & celui de la Terre, de $57' 2''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $1^d 1' 46''$, somme de ces mouvements, est à $23' 26''$, différence entre le lieu de Saturne & celui de la Terre au temps de la première observation; ainsi $23^h 55' 36''$, temps entre les deux observations, est à $9^h 5'$, qui, étant adjointes au temps de la première observation qui est arrivée le 10 Juillet à $12^h 1' 36''$, donnent le vrai

temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil le 10 Juillet à 21^h 6'. Enfin l'on fera, comme 23^h 55' 36" sont à 9^h 5'; ainsi 4' 44" sont à 1' 48", qui, étant retranchées du vrai lieu de Saturne, déterminé par la première observation en \propto 18^d 51' 28", donnent le vrai lieu de son Opposition avec le Soleil en \propto 18^d 49' 40".

C'est par l'une de ces trois méthodes que l'on a déterminé les Oppositions de Saturne avec le Soleil, depuis Tycho jusqu'à présent, dont nous donnerons ici le résultat, après avoir examiné les Oppositions de cette Planete, qui ont été observées dans les temps les plus reculés.

Opposition de Saturne avec le Soleil, observée par les Chaldéens.

La plus ancienne observation de Saturne dont la mémoire nous ait été conservée, est celle qui a été faite par les Chaldéens le 14.^{me} du mois de Tybi de l'année 519 de Nabonassar, où l'on aperçut le soir, Saturne 2 doigts au dessous de l'Etoile qui est dans l'Epaule australe de la Vierge.

Ptolemée (*Almageste, liv. 11. chap. 7.*) qui rapporte cette observation comme n'étant point douteuse, détermine pour ce temps le lieu moyen du Soleil à 6^d 10' des Poissons. Il trouve que la longitude de cette Etoile étoit dans le temps de ses observations à 13^d 10' de la Vierge, dont il retranche 3^d 40' pour le mouvement propre des Etoiles fixes en longitude pendant 366 années qui s'étoient écoulées depuis cette observation jusqu'à son temps, à raison d'un degré en 100 années, ce qui lui donne le vrai lieu de cette Etoile à 9^d 30' de la Vierge, qu'il suppose être le même que celui de Saturne.

Ayant réduit le temps de cette observation à nos époques, suivant lesquelles nous comptons 0 l'année qui précède la Naissance de Jesus-Christ, que la plupart des Chronologistes marquent par 1, on trouve que cette observation est arrivée le 1.^{er} Mars de l'année 228. avant Jesus-Christ.

Comme Ptolemée n'a pas marqué le lieu de cette observation des Chaldéens, qu'il dit être arrivée le soir, c'est-à-dire, vers les 6 heures, nous supposerons qu'elle a été faite à Babylone, dont la différence des Méridiens à l'égard de Paris, est d'environ 42 deg. c'est-à-dire,

de trois heures, qui, étant retranchées du temps observé, donnent celui de la Conjonction de Saturne avec l'Etoile de l'Epaule australe de la Vierge, le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à 3 heures du soir au Méridien de Paris.

Cette Etoile avoit alors une latitude boréale de $2^{\text{d}} 50'$, suivant le Catalogue des Etoiles fixes de Ptolemée, où il la marque de la troisième grandeur.

C'est la même qui est désignée dans Bayer par la lettre γ , dont nous trouvons la latitude boréale de $2^{\text{d}} 48' 55''$, & que nous pouvons encore reconnoître par la différence de longitude à l'égard de l'Epy de la Vierge, qui, suivant Ptolemée, est de $13^{\text{d}} 30'$, à 10 minutes près de celle que nous y observons présentement.

La longitude de l'Etoile γ pour le commencement de l'année 1741, est à $6^{\text{d}} 35' 5''$ de la Balance, dont retranchant $28^{\text{d}} 7' 55''$ pour le mouvement des Etoiles fixes en longitude, depuis l'année 228 avant Jesus-Christ, jusqu'en 1741, à raison de $1^{\text{d}} 25' 43''$ en 100 années, comme nous l'avons trouvé par la comparaison des anciennes observations avec les modernes, on aura son vrai lieu pour le temps de l'observation des Chaldéens à $8^{\text{d}} 27' 10''$ de la Vierge, éloigné de $1^{\text{d}} 2' 50''$ de celui que Ptolemée avoit déterminé pour ce temps à $9^{\text{d}} 30'$ du même Signe. On l'auroit trouvé à $9^{\text{d}} 14' 15''$ de la Vierge, si on y avoit employé le mouvement des Etoiles fixes d'un degré en 72 ans, tel qu'il résulte des observations modernes, ce qui s'éloigne beaucoup moins de la détermination de Ptolemée.

Le lieu moyen du Soleil, suivant nos Tables, étoit le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à 3 heures du soir, à $5^{\text{d}} 32'$ des Poissons, & son vrai lieu à $7^{\text{d}} 28'$, ce qui donne la distance de l'Etoile γ de la Vierge au vrai lieu du Soleil, de $6^{\text{d}} 0^{\text{d}} 59'$, & fait voir que Saturne qui étoit alors en Conjonction avec l'Etoile γ de la Vierge, se trouvoit fort près de son Opposition avec le Soleil, ce qui rend cette observation favorable pour la recherche des mouvements de Saturne. Car retranchant du vrai lieu de Saturne, $4' 0''$, qui mesurent son mouvement dans l'espace de 22 heures, & ajoutant au vrai lieu du Soleil, $55' 0''$, qui mesurent son mouvement dans le même intervalle de temps, on aura le vrai lieu de Saturne en $m 8^{\text{d}} 23'$, & celui du Soleil

en $8^{\text{d}} 23'$, précisément en Opposition avec cette Planete, 22 heures après l'observation ci-dessus marquée, c'est-à-dire, le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à une heure du soir.

Il est aisé de voir que l'exactitude avec laquelle on a déterminé cette Opposition, dépend principalement de celle du mouvement propre des Etoiles fixes que l'on a employé pour établir la situation de l'Etoile au temps de sa Conjonction avec Saturne.

Si l'on suppose avec Ptolemée que la longitude de cette Etoile fut alors à $9^{\text{d}} 30' 0''$ de la Vierge, & le lieu moyen du Soleil à $6^{\text{d}} 10'$ des Poissons, on aura son vrai lieu pour ce temps à $8^{\text{d}} 7'$ du même Signe, éloigné de $6^{\text{f}} 1^{\text{d}} 23'$ de celui de Saturne; d'où l'on trouve que l'Opposition de Saturne avec le Soleil seroit arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ à 10 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant à $9^{\text{d}} 24'$ de la Vierge, plus avancé de $1^{\text{d}} 2'$ que suivant la première détermination.

L'Opposition de Saturne observée par les Chaldéens, a été suivie de celles que Ptolemée a faites à Alexandrie, & qu'il rapporte au Chapitre 5 du 11.^{me} Livre de son Almageste.

La première est arrivée la onzième année d'Hadrien, le 7.^{me} jour du mois de *Pachon* au soir, Saturne étant à $1^{\text{d}} 13'$ de la Balance, diamétralement opposé avec le lieu moyen du Soleil.

La seconde est arrivée la dix-septième année d'Hadrien, le 18.^{me} du mois d'*Epipli* à 4 heures après midi exactement, Saturne étant à $9^{\text{d}} 40'$ du Sagittaire.

La troisième, le 24.^{me} jour du mois de *Messori* de la vingtième année d'Hadrien, à midi précisément, Saturne étant à $14^{\text{d}} 14'$ du Capricorne.

Cet auteur adjoûte, que de la première à la seconde observation, il y a 6 années Egyptiennes, 70 jours & 22 heures; d'où il suit que la première Opposition est arrivée le 7.^{me} jour du mois de *Pachon* à 6 heures après midi, & que c'est ainsi que l'on doit entendre qu'elle a été observée le 7 de ce mois au soir.

Le P. Riccioli, qui a réduit le temps de ces observations à nos époques, marque (*Almageste, liv. 5. chap. 1.*) que la première de ces Oppositions se rapporte au 27 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ à 6 heures du soir.

La seconde au 4 Juin de l'année 133 à 4 heures du soir.

Et la troisième au 9 Juillet de l'année 136 à midi.

Ces trois Oppositions, de même que celles de toutes les autres Planetes, sont déterminées par Ptolemée par rapport au moyen mouvement du Soleil. Cet Astronome qui faisoit mouvoir le Soleil sur un cercle excentrique qu'il décrivait par un mouvement égal autour du centre de ce cercle, regardant, pour ainsi dire, ce centre comme celui de l'Univers, avoit cru qu'il étoit nécessaire de lui comparer les mouvements de tous les Corps célestes, & dans cette opinion, il avoit déterminé le vrai lieu des Planetes par rapport au moyen mouvement du Soleil.

Tycho ayant suivi Ptolemée dans la détermination des Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, Képler, dans son Traité de l'Astronomie nouvelle ou de la Physique céleste, employa plusieurs démonstrations pour faire voir que cette méthode étoit sujette à erreur, & que pour déterminer les mouvements des Planetes, il falloit se servir de leurs Oppositions avec le vrai lieu du Soleil, & non pas avec le moyen.

Peut-être qu'une autorité aussi respectable que celle de Tycho engagea Képler à examiner avec soin ce sentiment pour en découvrir l'erreur.

Pour nous, sans employer les démonstrations de Képler, il nous suffira de remarquer ici que nous avons besoin, pour établir notre théorie, de connoître la véritable situation d'une Planete à l'égard de l'Écliptique, telle qu'elle est vûe du Soleil qui est au foyer de son Orbe; que dans le temps qu'elle est en Opposition avec le lieu moyen du Soleil, son vrai lieu vû de la Terre ne se trouve à l'opposite de son vrai lieu vû du Soleil, que lorsque cet Astre est en même temps dans son Aphélie ou dans son Périhélie, qui est un cas fort rare; & qu'ainsi les Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, nous donnent de fausses positions capables de nous jeter dans l'erreur.

Il est donc nécessaire de déterminer le temps & le vrai lieu des Oppositions de Saturne avec le vrai lieu du Soleil.

Comme Ptolemée n'a point expliqué la méthode dont il s'est servi pour ses recherches, nous supposerons ce qui nous a paru le plus vraisemblable, qu'ayant déterminé vers le temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete par

rapport

rapport aux Étoiles fixes dont la situation lui étoit connue, il en a déduit le temps qu'elle s'est trouvée en Opposition avec le lieu moyen du Soleil calculé par ses Tables.

Ainsi nous employerons pour la comparaison de ses observations avec les nôtres, le lieu de Saturne tel qu'il l'a marqué, & nous chercherons le temps vrai de son Opposition avec le vrai lieu du Soleil, par le moyen de nos Tables du Soleil, qui, par le grand nombre d'observations qui ont été faites depuis ce temps-là, doivent être jugées plus exactes que celles dont Ptolémée s'est servi. Nous réduirons aussi le temps de ses observations faites à Alexandrie, au Méridien de Paris, qui est plus occidental de $1^h 52'$, qu'il faut retrancher pour avoir l'heure véritable au Méridien de Paris, pour lequel nos Tables sont dressées.

Sur ce fondement, nous avons calculé pour le 27 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ, à $4^h 8'$ du soir, le lieu moyen du Soleil, que nous avons trouvé à $3^d 11' 10''$ du Bélier, plus avancé de $1^d 58'$ que ne l'avoit supposé Ptolémée, & son vrai lieu à $4^d 58' 15''$ du même Signe; d'où il suit que Saturne avoit déjà passé le lieu de son Opposition avec le Soleil, qui a dû arriver le 23 Mars de l'année 127 à $14^h 6'$ du soir, le vrai lieu de Saturne étant à $1^d 29'$ de la Balance.

On calculera de même pour le 4 Juin de l'année 133 après Jesus-Christ, à $2^h 8'$ après midi, temps de la seconde Opposition déterminée par Ptolémée, & réduite au Méridien de Paris, le lieu moyen du Soleil, que l'on trouvera à $11^d 39' 9''$ des Gemeaux, plus avancé de $1^d 59' 9''$ que suivant Ptolémée, & son vrai lieu à $2^d 11' 36''$ du même Signe; d'où il résulte que la véritable Opposition est arrivée le 2 Juin de l'année 133 à $4^h 36'$ du soir, Saturne étant à $9^d 48' \frac{1}{2}$ du Sagittaire.

Enfin, l'on trouvera pour le 8 Juillet de l'année 136 après Jesus-Christ, à $22^h 8'$, temps de la troisième Opposition, réduit au Méridien de Paris, le lieu moyen du Soleil à $16^d 15' 18''$ de l'Écrevisse, plus avancé de $2^d 1' 18''$ que ne l'a supposé Ptolémée, & son vrai lieu à $15^d 8' 8''$ du même Signe; ce qui donne le temps vrai de son Opposition le 8 Juillet de l'année 136 à $1^h 10'$, cette Planete étant à $14^d 18'$ du Capricorne.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Ptolemée à Alexandrie.

127	Mars	23	à	14 ^h	6'	♄	1 ^d	29'	☉
133	Juin	2	à	4	36	♃	9	48 ^½	
136	Juillet	8	à	1	10	♄	14	18	

Si au lieu d'employer, comme nous l'avons fait, le vrai lieu du Soleil tiré de nos Tables, pour déterminer le temps & le vrai lieu des Oppositions de Saturne avec le Soleil, rapportées par Ptolemée, on suppose que les observations faites par cet Astronome, pour déterminer ces trois Oppositions de Saturne avec le lieu moyen du Soleil, ont été exactes dans toutes leurs circonstances, & que le lieu moyen du Soleil ait été dans le temps marqué de ces Oppositions, éloigné précisément de six Signes du vrai lieu de Saturne, on réduira le lieu moyen du Soleil à son lieu vrai par le moyen de l'Equation du Soleil qui est connue, & l'on trouvera que la première Opposition de Saturne avec le vrai lieu du Soleil, est arrivée le 25 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ, à 10^h 30' du soir, Saturne étant à 1^d 20' 58" de la Balance.

La seconde le 4 Juin de l'année 133 à 1^h 20', le vrai lieu de Saturne étant à 9^d 40' 10" du Sagittaire.

La troisième le 9 Juillet de l'année 136 à 22^h 51', Saturne étant à 14^d 9' 20" du Capricorne.

Dans ces deux différentes manières de déterminer le vrai lieu de Saturne au temps de ses Oppositions, il n'y a qu'une différence d'environ 8 minutes, ce qui seroit d'une exactitude suffisante, si l'on pouvoit s'assurer de la détermination exacte du vrai lieu de cette Planete dans le temps marqué par Ptolemée.

Depuis ces observations jusqu'au quinzième siècle, il n'est parvenu jusqu'à nous qu'une seule observation de Saturne faite à Athenes le 21 Février de l'année 503 à 11^h 44', où l'on vit cette Planete sortir du milieu de la circonférence de la partie éclairée de la Lune.

M. Bouillaud qui (*liv. 6. chap. 5 de son Astronomie*) rapporte cette observation qu'il a tirée d'un Manuscrit de la Bibliothèque du Roi, calcule pour ce temps le vrai lieu apparent de la Lune

à 6^d 42' 28" de l'Ecreviffe, & fa latitude australe de 19' 28".

Comme cette observation a été faite loin de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, qui étoit alors à 5 degrés des Poiffons, on ne peut pas l'employer pour déterminer les moyens mouvements de Saturne, & il faut avoir recours à celles qui ont été faites long-temps après par divers Astronomes, tels que Waltherus, Copernic, Pitatus, & principalement Tycho, qui a observé un grand nombre d'Oppositions de Saturne avec le Soleil.

Ces observations sont rapportées dans le Livre qui a pour titre, *Historia Cælestis Lucii Barretti*, où l'on a marqué vers le temps des Oppositions de cette Planete, sa distance observée à l'égard des principales Etoiles fixes qui étoient aux environs, ou bien sa distance en ascension droite à l'égard de ces Etoiles, & sa déclinaison de l'Equateur; ce qui nous a donné le moyen de pouvoir calculer le temps & le lieu de ces Oppositions. Car la longitude & la latitude de ces Etoiles fixes ayant été déterminées de notre temps avec beaucoup d'exactitude, & le mouvement de ces Etoiles dans l'intervalle de temps depuis Tycho jusqu'à nous, étant connu, on trouve pour ce temps le vrai lieu de ces Etoiles, & par conséquent celui de Saturne au temps de ses Oppositions avec le Soleil, que nous rapporterons ici telles que nous les avons déterminées, avec la latitude de cette Planete au temps de quelques-unes de ces observations, que l'on n'a pas pu déduire avec la même précision que sa longitude, à cause que les Etoiles fixes avec lesquelles il a comparé Saturne, étoient pour la plûpart près de l'Ecliptique.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Tycho.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Saturne.	Latitude.
1582 Août 20 à 23 ^h 12')(7 ^d 27' 47" ϵ β \odot	2 ^d 1' 53" Auf.
1583 Septembre 2 à 21 40)(19 49 30	2 22 36 Auf.
1584 Septembre 15 à 6 30	Υ 2 34 0	
1585 Septembre 28 à 18 0	Υ 15 44 0	
1586 Octobre. . 12 à 9 0	Υ 29 6 5	2 45 32 Auf.
1587 Octobre. . 26 à 7 0	Υ 12 49 44	2 21 38 Auf.
1588 Novembre 8 à 8 32	Υ 26 47 30	
1589 Novembre 22 à 12 18	Η 10 54 10	1 52 11 Auf.

Y y ij

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.	Latitude.
1590	Décembre 6 à 19 ^h 40'	H 25 ^d 14' 10" ♄ ♁ ☉	
1591	Décembre 20 à 22 14	♄ 9 23 14	0 ^d 20' 53" Auf.
1593	Janvier .. 3 à 1 20	♄ 23 32 0	0 13 16 Bor.
1594	Janvier .. 17 à 3 0	♄ 7 30 0	0 45 52 Bor.
1595	Janvier .. 30 à 23 0	♄ 21 15 0	
1596	Février .. 13 à 10 28	♄ 4 38 12	1 57 23 Bor.
1597	Février .. 25 à 19 0	♄ 17 45 30	2 26 35 Bor.
1598	Mars 10 à 23 0	♄ 0 33 35	
1599	Mars 23 à 18 40	♄ 13 0 0	

Les observations de Tycho ont été suivies de plusieurs autres faites par Longomontanus, le P. Riccioli & d'autres Astronomes, que nous rapporterons ici telles qu'elles sont dans l'Astronomie réformée du P. Riccioli, obmettant celles qu'il a marquées avoir été faites avec moins d'exactitude.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Longomontanus.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.
1608	Juillet ... 19 à 3 ^h 0'	♄ 26 ^d 53' 0" ♄ ♁ ☉
1609	Juillet ... 31 à 13 0	♄ 8 31 0
1610	Août 12 à 12 0	♄ 20 10 0
1611	Août 25 à 16 0	♄ 2 12 0

Par le P. Riccioli, à Bologne.

1642	Septembre 13 à 23 ^h 45'	♄ 21 ^d 33' 48"
1644	Octobre.. 9 à 19 12	♄ 17 38 0
1647	Novembre 20 à 6 50	♄ 28 24 25

Par Muti, à Majorque.

1654	Février .. 10 à 19 ^h 0'	♄ 22 ^d 54' 0"
1657	Mars 21 à 23 0	♄ 2 18 0

Immédiatement après ces observations, nous avons celles qui ont été faites à Dantzick par Hevelius, & qui sont rapportées dans son Livre intitulé *Machina Cœlestis*. Entre ces observations, il y en a un grand nombre faites près des Oppositions de Saturne avec le Soleil, dans lesquelles il a mesuré, de même que Tycho,

la distance de Saturne à diverses Etoiles fixes qui étoient aux environs; d'où nous avons calculé le temps & le vrai lieu de ces Oppositions réduit au Méridien de Paris.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Hevelius à Dantzick.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Saturne.	Latitude.
1658 Avril.... 3 à 17 ^h 13'	♄ 14 ^d 35' 28" ♄ ☉	2 ^d 46' 18" Bor.
1659 Avril.... 16 à 10 11	♄ 26 47 52	2 46 53 Bor.
1660 Avril.... 27 à 22 48	♄ 8 41 32	2 42 42 Bor.
1661 Mai..... 10 à 6 2	♄ 20 22 24	2 26 30 Bor.
1662 Mai..... 22 à 11 0	♄ 1 52 20	2 7 39 Bor.
1664 Juin.... 14 à 13 4	♄ 24 27 27	
1665 Juin.... 26 à 15 23	♄ 5 43 51	0 47 27 Bor.
1670 Août.... 27 à 7 20	♄ 3 44 11	1 55 52 Auf.
1671 Septembre 8 à 8 56	♄ 16 5 0	2 18 13 Auf.
1672 Septembre 20 à 12 39	♄ 28 42 22	2 35 13 Auf.
1673 Octobre.. 3 à 21 4	♄ 11 37 8	2 45 18 Auf.
1674 Octobre.. 17 à 12 0	♄ 24 52 40	2 47 51 Auf.
1675 Octobre.. 30 à 7 10	♄ 8 28 0	2 39 14 Auf.
1676 Novembre 13 à 7 36	♄ 22 19 40	2 22 15 Auf.
1683 Février.. 4 à 23 32	♄ 16 57 15	1 15 58 Bor.

Quelques-unes de ces observations d'Hevelius ont été faites en même temps par Flamsteed Directeur de l'Observatoire de Greenwich, dont les premières qui ont commencé en 1676, ont été déterminées jusqu'en 1689, de même que celles d'Hevelius, par la distance de Saturne à diverses Etoiles fixes, & depuis 1689 jusqu'en 1705, par la différence entre le passage de Saturne & des Etoiles fixes par le Méridien, & par la hauteur méridienne de cette Planete, observées par le moyen d'un arc de cercle placé fixe sur le Méridien. Dans ces dernières observations, il a déterminé l'ascension droite & la déclinaison de Saturne; d'où nous avons calculé le temps & le vrai lieu de l'Opposition de cette Planete avec le Soleil, réduits au nouveau Stile & au Méridien de Paris, y employant le lieu du Soleil tel qu'il résulte de nos Tables.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Flamsteed à Greenwich.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.	Latitude.
1676	Novembre 13 à 7 ^h 15'	♄ 22 ^d 18' 48" ♁ ♃ ☉	2 ^d 25' 10" Auf.
1677	Novembre 27 à 11 18	♄ 6 24 51	1 56 30 Auf.
1678	Décembre 11 à 16 13	♄ 20 38 12	1 24 33 Auf.
1679	Décembre 25 à 22 34	♄ 4 54 4	0 46 9 Auf.
1681	Janvier .. 8 à 2 17	♄ 19 16 20	0 5 13 Auf.
1682	Janvier .. 22 à 3 20	♄ 3 9 15	0 35 36 Bor.
1683	Février .. 5 à 0 32	♄ 16 59 30	1 11 51 Bor.
1684	Février .. 18 à 17 10	♄ 0 34 27	1 46 8 Bor.
1685	Mars 3 à 3 25	♄ 13 46 9	
1686	Mars 16 à 10 28	♄ 26 47 16	2 33 12 Bor.
1687	Mars 29 à 10 52	♄ 9 24 21	2 43 32 Bor.
1688	Avril 10 à 5 0	♄ 21 43 19	2 47 20 Bor.
1689	Avril 22 à 21 16	♄ 3 48 3	2 43 32 Bor.
1690	Mai 5 à 6 24	♄ 15 33 20	2 32 35 Bor.
1691	Mai 17 à 13 6	♄ 27 8 46	2 15 25 Bor.
1692	Mai 28 à 17 4	♄ 8 34 41	1 53 7 Bor.
1693	Juin 9 à 19 33	♄ 19 54 32	1 26 25 Bor.
1694	Juin 21 à 21 25	♄ 1 12 6	0 57 5 Bor.
1695	Juillet ... 3 à 23 35	♄ 12 29 24	0 25 17 Bor.
1696	Juillet ... 15 à 3 16	♄ 23 50 50	0 7 58 Auf.
1697	Juillet ... 27 à 9 36	♄ 5 19 45	0 40 15 Auf.
1698	Août 8 à 18 52	♄ 16 58 26	1 12 40 Auf.
1699	Août 21 à 8 48	♄ 28 50 20	1 41 28 Auf.
1700	Septembre 3 à 2 56	♄ 10 57 53	2 7 20 Auf.
1701	Septembre 16 à 2 0	♄ 23 21 20	2 28 7 Auf.
1702	Septembre 29 à 9 0	♄ 6 10 30	2 42 0 Auf.
1703	Octobre .. 12 à 20 0	♄ 19 15 30	2 48 0 Auf.
1704	Octobre .. 25 à 12 0	♄ 2 37 0	2 46 0 Auf.
1705	Novembre 8 à 9 24	♄ 16 18 12	2 32 25 Auf.

Presque toutes ces Oppositions ont été observées en même temps à l'Observatoire Royal de Paris, où nous en avons une suite non interrompue depuis 1685 jusqu'en 1732, dont le plus grand nombre a été déterminé par l'observation de la hauteur

méridienne de cette Planete & de son passage par le Méridien, à un Quart-de-cercle fixe, comparé à celui du Soleil ou de diverses Etoiles fixes; & quelques autres, par le passage de cette Planete & d'une Etoile fixe par le fil horaire & les obliques d'une Lunette placée sur une Machine Parallaxique, de la manière qui a été expliquée ci-devant.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées à Paris.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.	Latitude.
1685	Mars 3 à 4 ^h 0'	♄ 13 ^d 48' 40" ♄ ☉	2 ^d 13' 45" Bor.
1686	Mars 16 à 10 28	♄ 26 47 6	2 34 3 Bor.
1687	Mars 29 à 11 11	♄ 9 25 26	2 44 35 Bor.
1688	Avril 10 à 6 26	♄ 21 44 40	2 48 15 Bor.
1689	Avril 22 à 21 34	♄ 3 48 53	2 45 4 Bor.
1690	Mai 5 à 7 13	♄ 15 35 19	2 32 19 Bor.
1691	Mai 17 à 13 45	♄ 27 10 30	2 15 35 Bor.
1692	Mai 28 à 17 15	♄ 8 35 0	1 54 27 Bor.
1693	Juin 9 à 19 32	♄ 19 54 41	1 27 7 Bor.
1694	Juin 21 à 19 30	♄ 1 6 40	
1695	Juillet 3 à 23 45	♄ 12 29 52	0 25 14 Bor.
1696	Juillet 15 à 3 32	♄ 23 51 26	0 7 16 Aufst.
1697	Juillet 27 à 9 43	♄ 5 20 15	0 40 56 Aufst.
1698	Août 8 à 19 8	♄ 16 59 0	1 13 36 Aufst.
1699	Août 21 à 8 54	♄ 28 50 50	1 39 44 Aufst.
1700	Septembre 3 à 3 14	♄ 10 57 40	2 7 30 Aufst.
1701	Septembre 16 à 2 0	♄ 23 21 16	2 27 45 Aufst.
1702	Septembre 29 à 8 51	♄ 6 9 30	2 41 5 Aufst.
1703	Octobre . . . 12 à 20 12	♄ 19 14 21	2 48 15 Aufst.
1704	Octobre . . . 25 à 11 48	♄ 2 36 23	2 45 38 Aufst.
1705	Novembre 8 à 9 40	♄ 16 18 35	2 32 25 Aufst.
1706	Novembre 22 à 10 37	♄ 0 16 23	2 10 53 Aufst.
1707	Décembre 6 à 15 3	♄ 14 24 27	1 40 9 Aufst.
1708	Décembre 19 à 19 26	♄ 28 37 11	1 4 0 Aufst.
1710	Janvier . . . 2 à 23 47	♄ 12 50 16	0 25 24 Aufst.
1711	Janvier . . . 17 à 1 4	♄ 26 54 36	0 16 26 Bor.
1712	Janvier . . . 31 à 0 6	♄ 10 51 12	0 56 20 Bor.
1713	Février . . . 12 à 19 4	♄ 24 33 34	1 32 10 Bor.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.	Latitude.
1714	Février . . 26 à 8 ^h 15'	♄ 7 ^d 56' 46" ♂ ⊙ ♃	2 ^d 3' 0" Bor.
1715	Mars 11 à 16 55	♄ 21 3 14	2 25 0 Bor.
1716	Mars 23 ["] à 19 4	♄ 3 48 1	2 40 34 Bor.
1717	Avril 5 à 16 27	♄ 16 13 56	2 47 40 Bor.
1718	Avril 18 à 8 45	♄ 28 24 13	2 46 36 Bor.
1719	Avril 30 à 20 15	♄ 10 17 42	2 39 15 Bor.
1720	Mai 12 à 4 39	♄ 21 59 13	2 24 30 Bor.
1721	Mai 24 à 9 17	♃ 3 28 12	2 4 20 Bor.
1722	Juin 5 à 13 9	♃ 14 52 3	1 36 30 Bor.
1723	Juin 17 à 15 53	♃ 26 12 6	1 12 15 Bor.
1724	Juin 28 à 17 53	♃ 7 29 35	0 39 0 Bor.
1725	Juillet . . . 10 à 21 6	♃ 18 49 40	0 7 5 Bor.
1726	Juillet . . . 23 à 1 42	♃ 0 13 33	0 25 20 Auf.
1727	Août 4 à 9 54	♃ 11 48 7	0 58 15 Auf.
1728	Août 15 à 22 50	♃ 23 36 50	1 29 32 Auf.
1729	Août 28 à 14 18	♃ 5 35 2	1 56 20 Auf.
1730	Septembre 10 à 12 27	♃ 17 53 57	2 19 6 Auf.
1731	Septembre 23 à 15 51	♃ 0 30 50	2 36 55 Auf.
1732	Octobre . . 6 à 0 26	♃ 13 27 20	2 47 0 Auf.

En comparant ensemble les Oppositions de Saturne avec le Soleil, déterminées en même temps en différents lieux, & réduites au même Méridien, on trouve d'abord que celles d'Hevelius, faites à Dantzick, ne diffèrent de celles de Flamsteed, faites en Angleterre, que de 52" en l'année 1676, & de 2' 15" en 1683, ce qui est d'une précision suffisante, & fait voir que l'on peut compter sur les observations d'Hevelius, de même que sur celles de Flamsteed dont l'exactitude nous est connue. Car il faut faire attention que les Oppositions de cette Planete ont été déterminées par ces Astronomes par rapport à diverses Etoiles fixes dont les différentes hauteurs sur l'horison, ont pû causer par rapport aux réfractions, quelque différence dans leurs distances à Saturne, & par conséquent dans la situation de cette Planete.

A l'égard des Oppositions que nous avons déterminées par nos propres observations, si on les compare avec celles de Flamsteed, on ne trouve dans la plûpart que des différences qui ne montent qu'à quelques secondes; ce qui est d'une assés grande précision dans
des

des observations qui ont été faites presque toutes par des méthodes différentes, celles de Flamsteed par la distance observée de Saturne à diverses Etoiles fixes, ou par leur différence en ascension droite & en déclinaison, & le plus grand nombre des nôtres par le passage de Saturne par le Méridien, comparé à celui du Soleil. Il faut aussi remarquer que quelques-unes des observations que l'on a employées pour déterminer l'Opposition de Saturne, n'ont pu être faites de part ou d'autre, à cause du mauvais temps, le jour même de l'Opposition, ni ceux qui l'ont précédé ou suivi immédiatement, mais plusieurs jours avant ou après; ce qui doit donner une moindre précision que lorsqu'elles en ont été faites plus près.

CHAPITRE III.

Des moyens Mouvements de Saturne.

POUR comparer ensemble les Oppositions de Saturne que nous venons de rapporter, & en déduire le moyen mouvement de cette Planete avec toute l'exactitude requise, il seroit nécessaire de déterminer d'abord le vrai lieu de son Aphélie, tant dans les observations anciennes que dans les modernes, pour connoître l'Equation de son Orbe qui convient à chaque observation, & réduire le lieu de Saturne observé à son lieu moyen.

Mais comme la détermination du lieu de l'Aphélie d'une Planete, demande non-seulement que l'on ait observé sa situation en trois différents lieux de son Orbe, mais aussi que l'on connoisse la quantité de son moyen mouvement entre les différentes observations que l'on en a faites, ce qui seroit supposer ce qui est en question; nous commencerons nos recherches par déterminer le moyen mouvement de Saturne & sa révolution autour du Soleil, qui résulte de nos observations, sans avoir égard au lieu & au mouvement de son Aphélie, que l'on ne peut pas connoître immédiatement. Nous employerons ensuite cette révolution pour déterminer de la même manière, par la comparaison des observations anciennes avec les modernes, le moyen mouvement de Saturne, dont nous nous servirons pour trouver le lieu & le mouvement de son Aphélie, de même que les autres éléments de la théorie

de cette Planete, ainsi que nous l'enseignerons dans la suite.

Entre les Oppositions modernes que nous avons observées, nous trouvons celles de 1701, 1730 & 1731, dont la seconde est éloignée de la première d'un peu moins d'une révolution entière, & la troisième d'une révolution plus quelques degrés & minutes.

Ces observations ont été faites près des limites des plus grandes latitudes, où le vrai lieu d'une Planete sur son Orbite, qui est celui que l'on doit employer, ne diffère pas sensiblement de son vrai lieu à l'égard de l'Ecliptique, qui est celui que l'on a déterminé.

Le 16 Septembre 1701, l'Opposition de Saturne avec le Soleil a été déterminée à $2^h 0'$, le vrai lieu du Soleil étant en $\mu 23^d 21' 16''$, & celui de Saturne, qui est à l'opposite, en $\chi 23^d 21' 16''$, avec une latitude méridionale de $2^d 27' 45''$.

Le 10 Septembre 1730, l'Opposition de Saturne est arrivée à $12^h 27'$, le vrai lieu de cette Planete étant en $\chi 17^d 53' 57''$, avec une latitude méridionale de $2^d 19' 6''$.

Le 23 Septembre 1731, l'Opposition de Saturne a été déterminée à $15^h 51'$, en $\gamma 0^d 30' 50''$, la latitude méridionale de cette Planete étant de $2^d 36' 55''$.

La différence entre le vrai lieu de Saturne dans ses Oppositions des années 1701 & 1730, est de $5^d 27' 19''$, & dans les Oppositions des années 1730 & 1731, de $12^d 36' 53''$.

L'intervalle entre le temps des Oppositions des années 1701 & 1730, est de 29 années, dont 7 bissextiles moins $5^i 13^h 33'$; & l'intervalle entre le temps des Oppositions des années 1730 & 1731, est d'une année $13^i 3^h 24'$; c'est pourquoi l'on fera, comme $12^d 36' 53''$, différence entre le lieu de Saturne dans les deux dernières observations, font à $5^d 27' 19''$, différence entre les deux premières; ainsi $378^i 3^h 24'$ font à $163^i 12^h 41'$, qui, étant adjoints à l'intervalle de temps entre les deux premières Oppositions, qui est de 29 années, dont 7 bissextiles moins $5^i 13^h 33'$, font 29 années communes $164^i 23^h 8'$, qui mesurent la révolution moyenne de Saturne autour du Soleil.

On fera ensuite, comme le nombre d'années, de jours & d'heures comprises dans cette révolution, font à 365 jours; ainsi 360 degrés sont au mouvement moyen annuel de Saturne autour du

Soleil, qu'on trouvera de $12^d 13' 23'' 50'''$,
 le divisant par 365 jours, on aura son mouvement moyen jour-
 nalier, de $2' 0'' 28'''$.

Il est à remarquer que si l'on prend le moyen mouvement de Saturne qui répond à $378i 3^h 24'$, intervalle entre les Oppositions des années 1730 & 1731, on le trouve de $12^d 40' 1''$, plus grand seulement de 3 minutes que celui qui a été observé dans cet intervalle, ce qui marque que Saturne étoit alors près de ses moyennes distances, où le mouvement de son Aphélie ne peut causer que de très-petites différences dans la détermination du moyen mouvement de cette Planète.

Après avoir ainsi déterminé le moyen mouvement de Saturne par nos propres observations, il faut examiner celui qui résulte des observations anciennes comparées avec les modernes, qui doivent donner d'autant plus de précision, qu'elles seront plus éloignées les unes des autres, parce que l'erreur qui peut se glisser dans chaque observation étant partagée par un grand nombre de révolutions est moins sensible sur chacune de ces révolutions.

La plus ancienne de ces Oppositions est arrivée, comme nous l'avons remarqué ci-dessus, le 2 Mars de l'année 228 avant Jésus-Christ, à une heure après midi, au Méridien de Paris, Saturne étant à $8^d 23'$ de la Vierge, avec une latitude septentrionale de $2^d 50'$.

Entre les Oppositions que nous avons observées, il s'en rencontre une qui est arrivée le 26 Février de l'année 1714 à $8^h 15'$, le vrai lieu de Saturne étant en $\eta 7^d 56' 46''$, avec une latitude septentrionale de $2^d 3' 0''$. La différence entre le vrai lieu de cette Planète & celui qui résulte de l'observation des Chaldéens, étoit seulement de $26' 14''$.

L'Opposition suivante est arrivée le 11 Mars de l'année 1715 à $16^h 55'$, le vrai lieu de Saturne étant en $\eta 21^d 3' 14''$, avec une latitude septentrionale de $2^d 25' 0''$.

Pour comparer l'observation des Chaldéens avec les nôtres, on réduira celle de l'année 1714 à la forme Julienne, afin d'avoir un intervalle d'années, dont trois communes & une bissextile; ce que l'on fera en retranchant 11 jours du 26 Février 1714, & on aura l'Opposition de Saturne avec le Soleil le 15 Février

de l'année 1714 à 8^h 16', cette Planete étant en $m\ 7^d\ 56'\ 46''$.

Entre cette Opposition & celle qui est arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, il y a 1942 années, dont 485 bissextiles moins 14^j 16^h 45', c'est-à-dire, 1943 années communes, 105^j 7^h 15'.

L'intervalle entre le temps des Oppositions des années 1714 & 1715, est de 378^j 8^h 40', pendant lequel le vrai mouvement de Saturne a été observé de 13^d 6' 28".

On fera donc, comme 13^d 6' 28" sont à 28' 14", différence entre le vrai lieu de Saturne, observé dans les Oppositions des années 228 avant Jesus-Christ, & 1714 après Jesus-Christ; ainsi 378^j 8^h 40' sont à 13^j 14^h, qui, étant ajoutés à 1943 années communes, 105^j 7^h 15', font 1943 années communes, 118^j 21^h 15', qui comprennent un certain nombre de révolutions exactes, que l'on trouvera être de 66, en partageant cet intervalle de temps par la révolution moyenne de Saturne, qui a été trouvée de 29 années communes, 164^j 23^h 8'; c'est pourquoi si l'on divise 1943 années communes, 118^j 21^h 15' par 66, on aura la révolution moyenne de Saturne, de 29 années 162^j 4^h 27'; d'où l'on trouve son moyen mouvement annuel, de 12^d 13' 35" 14", & son mouvement journalier, de 2' 0" 35".

On peut remarquer par la comparaison des Oppositions des années 1715 & 1716, que le mouvement vrai de Saturne étoit alors peu différent de son moyen mouvement, ce qui prouve que ces Oppositions & la précédente, étoient peu éloignées des moyennes distances de Saturne; & qu'ainsi le mouvement de son Aphélie n'a pas pû causer d'erreur considérable dans la détermination du moyen mouvement de Saturne, que nous venons d'établir.

Si l'on suppose que l'Opposition de Saturne avec le Soleil est arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, sur les 10 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant à 9^d 24' de la Vierge, comme il résulte de la situation de l'Étoile γ , déterminée par Ptolemée à 9^d 30' de la Vierge, on aura la révolution de Saturne, de 29 années communes, 162^j 15^h, plus grande de 11 heures qu'on ne l'avoit trouvée ci-dessus, & le moyen

mouvement annuel de cette Planete, de 12^d 13' 33",
plus petit de 2 secondes que par la comparaison précédente.

C H A P I T R E I V.

De l'Aphélie de Saturne, & de la plus grande Equation de son Orbe.

DANS la détermination des moyens mouvements de Saturne, nous avons comparé ensemble les temps auxquels cette Planete est retournée à un même point du Zodiaque après une ou plusieurs révolutions. Cette recherche seroit suffisante, si Saturne étant parvenu au même point du Zodiaque, s'étoit trouvé en même temps dans la même situation sur son Orbe, c'est-à-dire, si son Aphélie & son Périhélie avoient été toujours dirigés aux mêmes points du Ciel : car l'Equation d'une Planete étant la même à la même distance de son Aphélie ou de son Périhélie, il n'y auroit aucune différence entre le vrai & le moyen mouvement compris entre un certain nombre de révolutions.

Il n'en est pas de même lorsque l'Aphélie & le Périhélie d'une Planete sont sujets à quelque mouvement ; car alors les mêmes points de leur Orbe ne répondent plus aux mêmes points du Ciel, d'où il suit que l'Equation d'une Planete qu'on observe dans le même lieu du Zodiaque, ne se trouve pas la même dans la suite des temps après un certain nombre de révolutions.

Ainsi la détermination exacte des moyens mouvements de Saturne, demande celle du mouvement de son Aphélie, & par conséquent sa situation en différents temps ; elle demande aussi la connoissance des Equations de cette Planete à tous les degrés de son Orbe, pour pouvoir tenir compte de la différence entre ces Equations, dans la comparaison des observations anciennes avec les modernes, & réduire son lieu moyen à son lieu vrai, qui est un des principaux éléments de la théorie des Planetes.

On peut employer, pour trouver l'Aphélie de Saturne, & sa plus grande Equation, toutes les méthodes que nous avons indiquées pour déterminer l'Apogée du Soleil & de la Lune. Mais

il faut remarquer que les mouvements du Soleil & de la Lune doivent être considérés de la Terre, autour de laquelle ils paroissent décrire leurs révolutions; & qu'ainsi toutes les observations exactes que l'on en a faites jusqu'à présent, peuvent servir à connoître ces deux éléments; au lieu que dans les autres Planetes qui se meuvent réellement autour du Soleil, on ne peut employer, comme on l'a déjà remarqué, que les seules observations de leurs Oppositions avec le Soleil qui, dans Saturne, n'arrivent qu'après l'intervalle d'une année & quelques jours, & se voyent encore plus rarement dans les deux autres Planetes supérieures.

Nous avons une suite non interrompue de ces observations faites à l'Observatoire Royal pendant une révolution entière de Saturne, ce qui nous donne la commodité de pratiquer la neuvième méthode exposée dans la théorie du Soleil, par le moyen de laquelle on pourra déterminer avec assés d'exactitude, le lieu de l'Aphélie de cette Planete, & sa plus grande Equation, en cette manière.

E X E M P L E I.

L'Opposition de Saturne avec le Soleil, de l'année 1686, a été déterminée le 16 Mars à 10^h 28' du soir, le vrai lieu de Saturne étant de 5^f 26^d 47' 6".

L'Opposition suivante a été déterminée le 29 Mars 1687 à 11^h 11', le vrai lieu de Saturne étant de 6^f 9^d 25' 26".

Depuis le 16 Mars 1686 à 10^h 28' jusqu'au 29 Mars 1687 à 11^h 11', il y a une année commune, 13ⁱ 0^h 43', pendant lequel temps, le mouvement vrai de Saturne a été de 12^d 38' 20". Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, à raison de 12^d 13' 24" pour le mouvement annuel, déterminé par nos propres observations, on aura 12^d 39' 34", qui ne diffèrent que de 1' 14" du mouvement vrai; ce qui fait voir que Saturne étoit, dans ces deux observations, près de ses moyennes distances où son mouvement vrai est égal à son moyen mouvement.

Quatorze années après l'Opposition de l'année 1686, l'Opposition de Saturne avec le Soleil a été observée le 3 Septembre de l'année 1700 à 3^h 14', le vrai lieu de Saturne étant de 11^f 10^d 57' 40".

Depuis le 16 Mars 1686 à 10^h 28' jusqu'au 3 Septembre 1700

à $3^h 14'$, il y a 14 années, dont 3 font biffextiles, $1701^i 16^h 46'$, pendant lequel temps, le mouvement vrai de Saturne a été de $5^f 14^d 10' 34''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, on aura $5^f 26^d 56' 34''$, qui diffèrent de $12^d 46'$ du mouvement vrai de Saturne.

Comme dans cet intervalle de temps, Saturne n'a pas parcouru 6 Signes entiers, on comparera l'Opposition de 1686 avec celle de 1701, qui est arrivée le 16 Septembre à 2 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant de $11^f 23^d 21' 16''$. Le mouvement vrai dans cet intervalle, qui est de 15 années communes, $186^i 15^h$, est de $5^f 26^d 34' 10''$, auxquels il répond $6^f 9^d 36' 0''$ de moyen mouvement. La différence est de $13^d 1' 50''$, qui, étant partagée en deux parties égales, donne la plus grande Equation de Saturne de $6^d 30' 55''$.

Si l'on compare de la même manière, l'Opposition de l'année 1687 avec celle de 1701, on trouvera la différence entre le vrai & le moyen mouvement de Saturne, qui convient à l'intervalle de temps entre ces deux observations, de $13^d 0' 34''$, ce qui donne la plus grande Equation de l'Orbe de cette Planete, de $6^d 30' 17''$, qui ne diffère que de $38''$ de la précédente.

On ne trouvera cette Equation que de $6^d 29'$, si l'on compare l'Opposition de 1686 ou 1687 avec celle de 1702, qui a été déterminée le 29 Septembre à $9^h 0'$, le vrai lieu de cette Planete étant de $0^f 6^d 19' 30''$, ce qui fait voir que la plus grande Equation observée dans cette demi-révolution a été de $6^d 30' 55''$.

Pour trouver présentement le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, on considérera qu'en 1693, l'Opposition fut observée le 9 Juin à $19^h 32'$, le vrai lieu de Saturne étant de $8^f 19^d 54' 41''$. La différence à son vrai lieu, déterminé en 1686 de $5^f 26^d 47' 6''$, est de $2^f 23^d 7' 35''$ que Saturne a parcouru en 7 années communes, $87^i 9^h$. Le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, est de $2^f 28^d 29' 27''$, dont retranchant $2^f 23^d 7' 35''$, reste $5^d 21' 52''$, qui mesurent la différence entre le vrai & le moyen mouvement, qui est plus petite de $1^d 9' 3''$ que la plus grande Equation, qui a été trouvée de $6^d 30' 55''$; ce qui montre que Saturne n'étoit pas encore arrivé à son Aphélie dans l'Opposition de 1693. On comparera donc l'Opposition de l'année 1686

avec celle qui est arrivée le 21 Juin 1694 à $19^h 30'$, le vrai lieu de Saturne étant de $9^f 1^d 6' 40''$, & l'on trouvera que dans l'intervalle entre ces Oppositions, qui est de 8 années communes, $99^j 10^h$, le mouvement vrai de Saturne est de $3^f 4^d 19' 34''$, auxquels il répond $3^f 11^d 6' 51''$ de moyen mouvement. La différence est de $6^d 47' 17''$, qui est plus grande de $16' 22''$ que la plus grande Equation, qui est de $6^d 30' 55''$; ce qui fait voir que Saturne, dans l'Opposition de 1694, avoit passé son Aphélie. Pour le déterminer, on fera, comme $1^d 9' 3''$ plus $16' 22''$, ou bien $1^d 25' 25''$, sont à $1^d 9' 3''$; ainsi le mouvement vrai de Saturne, observé entre les Oppositions de 1693 & 1694, de $11^d 12' 0''$, est au mouvement vrai depuis l'Opposition de 1693 jusqu'à l'Apogée, qu'on trouvera de $9^d 3' 20''$, qui, étant adjoints au vrai lieu de Saturne dans l'Opposition de 1693, qui a été déterminé de $8^f 19^d 54' 41''$, donne le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, de $8^f 28^d 58'$.

Pour trouver le temps que Saturne est arrivé à l'Aphélie, on fera, comme $1^d 25' 25''$ est à $1^d 9' 3''$; ainsi $376^j 23^h 58'$, intervalle entre les Oppositions des années 1693 & 1694, sont à $305^j 16^h$, qui, étant adjoints au temps de l'Opposition de l'année 1693, qui est arrivée le 9 Juin à $19^h 32'$, détermine l'époque de l'Apogée de Saturne le 11 Avril de l'année 1694 à $11^h 32'$, le vrai lieu de cette Planete étant alors à $28^d 58' 0''$ du Sagittaire.

E X E M P L E I I.

L'Opposition de Saturne avec le Soleil, de l'année 1701, a été déterminée le 16 Septembre à 2 heures, son vrai lieu étant de $11^f 23^d 21' 16''$.

L'Opposition de l'année 1715 est arrivée le 11 Mars à $16^h 55'$, le vrai lieu de Saturne étant de $5^f 21^d 3' 14''$.

Depuis le 16 Septembre 1701 à 2 heures jusqu'au 11 Mars 1715 à $16^h 55'$, il y a 13 années communes, dont 3 sont bissextiles, $176^j 14^h 55'$, pendant lequel temps le mouvement vrai de Saturne a été de $5^f 27^d 41' 58''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, on aura $5^f 14^d 55' 5''$, qui diffèrent de $12^d 46' 3''$ du mouvement vrai de Saturne.

Comme

Comme dans cet intervalle de temps, Saturne n'a pas parcouru six Signes entiers, on comparera l'Opposition de 1701 avec celle de 1716, qui est arrivée le 23 Mars à 19^h 4', le vrai lieu de Saturne étant de 6^f 3^d 48' 1". Le vrai mouvement de Saturne dans cet intervalle, qui est de 14 années 192ⁱ 17^h 4', est de 6^f 10^d 26' 45", auxquels il répond 5^f 27^d 33' 45" de moyen mouvement. La différence à 6^f 10^d 26' 45", est 12^d 53' 0", dont la moitié 6^d 26' 30", mesure la plus grande Equation de Saturne, qui est plus petite de 4' 25" que par l'exemple précédent.

Pour trouver présentement le vrai lieu du Périhélie de Saturne, on comparera l'Opposition de 1701 avec celle de 1708, qui est arrivée le 19 Décembre à 19^h 26', le vrai lieu de Saturne étant de 2^f 28^d 37' 11". La différence à son vrai lieu, déterminé en 1701, de 11^f 23^d 21' 16", est de 3^f 5^d 15' 55" que Saturne a parcouru en 7 années communes, 96ⁱ 17^h 26'.

Le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps est de 2^f 28^d 48' 8", qui, étant retranché de 3^f 5^d 15' 55", reste 6^d 27' 47", qui mesurent la différence entre le vrai & le moyen mouvement, qui est plus grande de 1' 17" que la plus grande Equation que l'on vient de déterminer de 6^d 26' 30", ce qui fait voir que dans l'Opposition de 1708, Saturne avoit déjà passé son Périhélie. On comparera donc l'Opposition de 1701 avec celle de 1707, qui est arrivée le 6 Décembre à 15^h 3', le vrai lieu de Saturne étant de 2^f 14^d 24' 27"; & l'on trouvera que dans l'intervalle entre ces Oppositions, qui est de 6 années communes, 82ⁱ 13^h 3', le mouvement vrai de Saturne est de 2^f 21^d 3' 11", auxquels il répond 2^f 16^d 6' 15" de moyen mouvement. La différence est de 4^d 56' 56", qui est plus petite de 1^d 29' 34" que la plus grande Equation, ce qui fait voir que Saturne n'étoit pas encore arrivé à son Périhélie; c'est pourquoi l'on fera, comme 1^d 29' 34" plus 1' 17", ou bien 1^d 30' 51", est à 1' 17"; ainsi 14^d 12' 44", mouvement vrai de Saturne entre les Oppositions de 1707 & 1708, sont à 12 minutes, qui, étant retranchées du vrai lieu de Saturne dans l'Opposition de 1708, qui a été déterminé de 2^f 28^d 37' 11", donnent le vrai lieu de son Périhélie en 28^d 25' 10".

Pour trouver le temps que Saturne est arrivé à son Périhélie,

on fera, comme $1^d 30' 51''$ est à $1' 17''$; ainsi $379^j 4^h 23'$, intervalle entre les Oppositions des années 1707 & 1708, sont à 7 jours & 8 heures, qui, étant retranchés du temps de l'Opposition de l'année 1708, qui est arrivée le 19 Décembre à 19^h , donnent l'époque du Périhélie de Saturne le 14 Décembre 1708 à 11 heures du soir, le vrai lieu de cette Planete étant alors à $28^d 25' 10''$ des Gemeaux, éloigné de $6^f 0^d 33'$ du lieu de l'Aphélie, déterminé par les observations précédentes, auxquelles nous préférons les dernières qui paroissent avoir été faites avec plus d'exactitude.

Nous avons aussi déterminé par la sixième méthode, suivant l'hypothese elliptique simple, la situation de l'Aphélie de Saturne, & nous avons trouvé son vrai lieu, suivant les observations des années 1685, 1698 & 1699, de $8^f 28^d 37' 33''$
 de 1686, 1692 & 1699, de $8 28 30 52$
 de 1687, 1693 & 1700, de $8 29 33 48$
 de 1688, 1694 & 1701, de $8 28 44 16$
 de 1689, 1695 & 1702, de $8 29 15 21$
 de 1690, 1696 & 1703, de $8 28 39 27$
 de 1691, 1697 & 1704, de $8 29 20 11$

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, de $8^f 28^d 57' 19''$.

Nous avons calculé de la même manière le vrai lieu du Périhélie de Saturne, par les observations des années 1701, 1707 & 1716, de $2^f 28^d 27' 13''$, & par celles de 1701, 1708 & 1716, de $2 28 20 50$.

Ces deux déterminations du Périhélie sont fort près de celle que l'on a trouvée par le second exemple, de $2^f 28^d 25' 10''$, & nous avons jugé qu'on devoit la préférer aux autres, à cause que les observations qu'on y a employées, ont été faites près des Oppositions, & avec beaucoup d'exactitude, & que Saturne étant en 1708, fort proche de son Périhélie, & à distance égale du lieu des Oppositions de 1701 & de 1716, le lieu du Périhélie déterminé suivant l'hypothese elliptique est à peu-près le même que celui qui résulte de l'hypothese de Képler.

Enfin, nous avons déterminé par la huitième méthode, suivant l'hypothèse de Képler, la situation de l'Aphélie de Saturne, suivant les observations des années 1690, 1696 & 1703, de 8^r 27^d 59' 8", plus petite de 40' 19" que celle qui résulte des mêmes observations, suivant l'hypothèse elliptique simple, ce qui fait voir que dans l'hypothèse de Képler, l'Aphélie de Saturne doit être moins avancé que nous ne l'avons déterminé par les Oppositions précédentes, & s'accorde plus exactement aux observations faites près de son Périhélie.

Nous avons aussi calculé par la sixième méthode, l'excentricité de Saturne, & sa plus grande Equation, & nous avons trouvé par les

Oppositions des années	Excentricité.	Equation.
1685, 1691 & 1698	5633	6 ^d 26' 32"
1686, 1692 & 1699	5623	6 27 50
1687, 1693 & 1700	5668	6 29 54
1690, 1696 & 1703	5665	6 29 3
1701, 1707 & 1716	5669	6 29 22
1701, 1708 & 1716	5655	6 28 26

Enfin, nous avons trouvé par la 8.^e méthode, suivant l'hypothèse de Képler, l'excentricité de τ , de 5693, & sa plus grande Equation, de 6^d 31' 38", qui approche fort de celle que l'on avoit trouvée par le premier exemple, & que nous avons choisie pour calculer dans cette hypothèse, l'Equation de l'Orbe de cette Planete qui convient à tous les degrés de son anomalie.

CHAPITRE V.

Du Mouvement de l'Aphélie de Saturne.

POUR déterminer le mouvement de l'Aphélie de Saturne, nous avons calculé sa situation, telle qu'elle résulte des observations du vrai lieu de cette Planete, qui ont été faites dans les temps les plus reculés, comparées avec celles de Tycho & les nôtres.

La plus ancienne de ces observations, qui a été faite par les Chaldéens le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, n'ayant point été suivie d'aucune autre, ne peut point servir à cette recherche, étant nécessaire d'avoir au moins trois observations d'une Planete, faites dans une même révolution, pour déterminer son Aphélie ou son Périhélie; ainsi nous employerons d'abord les Oppositions observées par Ptolemée, au nombre de trois, dont la première, réduite à nos Tables du Soleil, est arrivée le 23 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ, à 14 heures, le vrai lieu de Saturne étant à $1^{\text{d}} 29'$ de la Balance; la seconde le 2 Juin de l'année 133 à $4^{\text{h}} 36'$, le vrai lieu de Saturne étant à $9^{\text{d}} 48' \frac{1}{2}$ du Sagittaire; & la troisième le 8 Juillet de l'année 136 à $1^{\text{h}} 10'$, le vrai lieu de Saturne étant à $14^{\text{d}} 18'$ du Capricorne.

Suivant ces observations, nous avons trouvé par la sixième méthode, le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne à $24^{\text{d}} 14' 29''$ du Scorpion, l'excentricité de son Orbe étant de 5861 parties, dont le plus grand demi-diametre est de 100000, & sa plus grande Equation dans l'hypothese elliptique, de $6^{\text{d}} 43' 8''$.

Pour déterminer, suivant les mêmes observations, le temps que Saturne est arrivé à son Aphélie, on fera, comme $68^{\text{d}} 19' \frac{1}{2}$, intervalle entre le vrai lieu de cette Planete dans les deux premières observations, sont à $52^{\text{d}} 45'$, distance de l'Aphélie au lieu de Saturne dans la première observation; ainsi 6 années 72 jours & 14 heur. $\frac{1}{2}$, intervalle de temps entre les deux premières observations, sont à 4 années communes, 286 jours & 6 heures, qui, étant ajoutées au 23 Mars de l'année 127 à 14 heures, donnent le temps du passage de Saturne par son Aphélie le 2 Janvier de l'année 132 à 20 heures.

Pour comparer la situation de l'Aphélie, qui résulte des observations corrigées de Ptolemée avec les nôtres, nous employerons la détermination de l'Aphélie, que nous avons trouvée par nos observations, à $28^{\text{d}} 57' 19''$ du Sagittaire, moyenne entre celles qui ont été calculées suivant l'hypothese elliptique.

Cette détermination approche fort de celle qui avoit été trouvée à $28^{\text{d}} 58' 0''$ du Sagittaire par une autre méthode, suivant laquelle Saturne est arrivé à son Aphélie le 11 Avril de l'année 1694 à $11^{\text{h}} 32'$.

Entre le 2 Janvier de l'année 132 & le 11 Avril de l'année 1694, il y a 1562 années & 3 mois, pendant lequel intervalle, l'Aphélie s'est avancé de $34^d 44'$, depuis $24^d 14'$ du Scorpion jusqu'à $28^d 58'$ du Sagittaire, ce qui est à raison de $1' 20''$ par année, & de $2^d 13' 26''$ pour 100 années.

Examinons présentement quel est le mouvement de l'Aphélie & du Périhélie de Saturne, qui résulte des observations de Tycho, comparées à celles de Ptolemée & aux nôtres.

Ces observations ont été faites, comme il a été déjà remarqué, depuis l'année 1582 jusqu'en 1599, & ayant choisi celles qui paroissent les plus exactes, nous avons calculé par la sixième méthode, le vrai lieu du Périhélie de Saturne, que nous avons trouvé par les Oppositions

de 1582, 1588 & 1597, en $H 25^d 22' 28''$.

de 1583, 1587 & 1595, en $H 27 38 55$.

de 1585, 1593 & 1599, en $H 25 27 10$.

de 1586, 1590 & 1597, en $H 24 14 53$.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le vrai lieu du Périhélie de Saturne en $H 25^d 40' 51''$.

Dans l'Opposition du 6 Décembre de l'année 1590, le vrai lieu de Saturne étoit en $H 25^d 14' 10''$, éloigné de son Périhélie, déterminé en $H 25^d 40' 51''$, de $26' 41''$, qu'il parcourt en 13 jours; ainsi le passage de Saturne par son Périhélie, est arrivé suivant cette observation le 19 Décembre de l'année 1590, le lieu de l'Aphélie de Saturne, qui doit être à l'opposite, étant en $H 25^d 40' 51''$.

Si l'on compare présentement le lieu de l'Aphélie, déterminé le 19 Décembre 1590 à $25^d 40' 51''$ du Sagittaire, avec celui que nous avons trouvé le 11 Avril 1694 à $28^d 58'$ du même Signe, on trouvera que dans l'intervalle de 103 années 3 mois & 23 jours, le mouvement de l'Aphélie de Saturne a été de $3^d 17' 0''$, ce qui est à raison de $1' 55''$ par année, ce qui excède de $35''$ celui que nous avons trouvé par la comparaison de nos observations à celles de Ptolemée.

Si l'on compare de même le lieu de l'Aphélie, déterminé le

19 Décembre 1590 à $25^{\text{d}} 40' 51''$ du Sagittaire, avec celui que nous avons trouvé, par les observations de Ptolemée, le 2 Janvier de l'année 132 à $24^{\text{d}} 14' 29''$ du Scorpion, on trouvera que dans cet intervalle de 1459 années moins quelques jours, que l'on peut négliger comme ne causant aucune différence sensible, le mouvement de l'Aphélie de Saturne a été de $31^{\text{d}} 26'$, ce qui est à raison de $1' 18'' \frac{1}{2}$.

Comme les Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Tycho, ont été faites vers le Périhélie, que nous avons déterminé par nos propres observations le 12 Décembre de l'année 1708 à $28^{\text{d}} 25'$ du Sagittaire, moins avancé de $33'$ que celui qui résulte des observations faites en 1694, nous avons jugé à propos de les comparer ensemble, & nous avons trouvé que depuis le 20 Décembre de l'année 1590, temps auquel le lieu du Périhélie étoit à $25^{\text{d}} 40' 51''$ du Sagittaire, jusqu'au 12 Décembre 1708, temps auquel le Périhélie de Saturne étoit à $28^{\text{d}} 25' 10''$ du même Signe, il y a eu un intervalle de 118 années moins quelques jours, pendant lesquels le mouvement de ce Périhélie a été de $2^{\text{d}} 44' 20''$, ce qui est à raison de $1' 23'' \frac{1}{2}$ par année, & approche fort de toutes les déterminations qui résultent des observations de Ptolemée, comparées à celles de Tycho & aux nôtres.

Supposant les observations de Tycho, qui ont servi à déterminer le temps des Oppositions de Saturne, & le vrai lieu de son Périhélie, exactes, autant que les Instruments dont il se servoit, le pouvoient permettre, il suivroit que le mouvement de l'Aphélie & du Périhélie de Saturne auroit été plus lent depuis Ptolemée jusqu'à Tycho, que depuis Tycho jusqu'à nous; ou bien que la situation du Périhélie ne seroit pas exactement opposée à celle de l'Aphélie, en sorte qu'il y auroit quelque Equation à employer au vrai lieu de Saturne dans ces deux points opposés de son Orbe, ce qui y formeroit une espece de libration.

Cette dernière supposition s'accorde avec ce que nous avons trouvé par une suite d'observations non interrompues pendant plus d'une révolution entière de Saturne, suivant lesquelles nous avons trouvé l'Aphélie de Saturne le 11 Avril de l'année 1694 à $28^{\text{d}} 58'$ du Sagittaire, & son Périhélie le 12 Décembre 1708 à $28^{\text{d}} 25' 10''$ du même Signe. Car si l'on adjoute au vrai lieu de l'Aphélie

de Saturne, déterminé le 11 Avril 1694 à $28^{\text{d}} 58'$ du Sagittaire, le mouvement de cet Aphélie qui répond à l'intervalle de 14 années & 8 mois, depuis le 11 Avril 1694 jusqu'au 12 Décembre 1708, qui, à raison de $1' 20''$ par année, est de $19' 33''$, on aura le 12 Décembre 1708, le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne en $\rightarrow 29^{\text{d}} 17' \frac{1}{2}$, & celui de son Périhélie, supposé à l'opposite, en $\text{H} 29^{\text{d}} 17' \frac{1}{2}$, éloigné de près d'un degré de celui que nous avons trouvé par plusieurs observations faites avec exactitude.

C H A P I T R E V I.

De la seconde Inégalité de Saturne, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

APRÈS avoir déterminé le mouvement de Saturne par rapport au Soleil, autour duquel cette Planete fait sa révolution, il faut considérer son mouvement à l'égard de la Terre, d'où nous observons la situation des Astres, & à laquelle il est par conséquent nécessaire de rapporter leurs mouvements.

Cette recherche demande, comme on l'a expliqué ci-devant, que l'on connoisse la distance de Saturne au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, ce que nous trouverons en cette manière.

Soit *S* (Fig. 52.) le Soleil, *BTE* l'Orbe annuel de la Terre qui y est placée en *T*, *AHPC* l'Orbe de Saturne, sur lequel on supposera d'abord cette Planete placée en *R* près de ses Nœuds avec fort peu de latitude, *TC*, *SD* deux lignes droites tirées de la Terre & du Soleil au point du Bélier, qui sont censées parallèles, à cause que ce point est supposé à une distance infinie.

On déterminera par le moyen d'une observation de Saturne faite hors de son Opposition avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre, qui est mesuré par l'angle *CTR*, & on calculera par les éléments de la théorie de Saturne, son vrai lieu vû du Soleil pour le temps observé, qui est mesuré par l'angle *DSR*, & que l'on corrigera pour une plus grande exactitude, par les observations qui ont été faites dans les Oppositions qui ont précédé & qui ont suivi. La différence entre l'angle *CTR* ou *DOR*, &

l'angle DSR mesure la seconde Inégalité de Saturne, qui est représentée par l'angle SRT que cette Planete fait à l'égard du Soleil & de la Terre.

Cette Inégalité n'est point causée par aucune augmentation ou diminution réelle dans le mouvement de cette Planete, mais seulement par la différente situation où elle se trouve à l'égard de la Terre, ce qui fait qu'on la doit regarder comme une Inégalité optique.

Elle est la plus grande qui soit possible lorsque l'angle STR , observé entre le Soleil & Saturne, est de 90 degrés, c'est-à-dire, lorsque cette Planete est dans ses moyennes distances à l'égard du Soleil, qui est un des temps les plus favorables pour en déterminer la quantité.

On voit ici que pour reconnoître cette Inégalité, il n'est point nécessaire d'avoir recours aux observations anciennes. Les modernes seules suffisent, & doivent même leur être préférées à cause de leur plus grande exactitude. Car nous supposons ici que l'Orbe de Saturne est d'une figure invariable, c'est-à-dire, que les distances du foyer où est placé le Soleil à tous les points de cet Orbe, ont été toujours les mêmes à égale distance de son Aphélie & de son Périhélie, & que s'il y a eu des variations, comme quelques observations donnent lieu de le présumer, ce n'a été que par des causes physiques passageres qui venant à cesser, laissent rétablir le système de cette Planete dans l'état où elles l'ont trouvé.

Pour déterminer par le moyen de la seconde Inégalité de Saturne, sa distance au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, on calculera pour le temps de l'observation, le vrai lieu du Soleil qui sera mesuré par l'angle CTG , & qui, étant retranché de l'angle CTR du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, auquel on ajoutera 12 Signes s'il est plus petit que le vrai lieu du Soleil, donne l'angle de la distance apparente de Saturne au Soleil, ou son supplément à 360 degrés, qui est mesuré par l'angle RTG .

On calculera aussi par la théorie du Soleil, ou bien l'on cherchera dans les Tables, la distance TS de la Terre au Soleil au temps de l'observation, par rapport à la moyenne supposée de 10000, & dans le Triangle SRT , dont les angles SRT , RTS , & le côté TS , opposé à l'un de ces angles, sont connus, on

trouvera

trouvera la distance RS de Saturne au Soleil par rapport à la moyenne distance de la Terre au Soleil, supposée de 10000.

Lorsque Saturne étant en R , à la distance de 90 degrés ou environ du Soleil, se trouve éloigné de ses Nœuds, ce qui arrive le plus souvent, parce que cette Planete ne se rencontre sur l'Écliptique que deux fois dans l'espace d'une révolution qui est d'environ 30 années, on abaissera du point R sur le plan de l'Écliptique, la perpendiculaire RI , & l'on joindra les lignes TI , SI . L'angle DSI représentera le lieu de Saturne, vû du Soleil, par rapport à l'Écliptique; l'angle CTI son vrai lieu vû de la Terre, qui est celui qui a été observé; l'angle RSI la latitude de cette Planete vûe du Soleil; & l'angle RTI sa latitude vûe de la Terre. On réduira le vrai lieu de Saturne, vû du Soleil sur son Orbite, à son vrai lieu sur l'Écliptique, pour avoir l'angle DSI . Prenant la différence entre cet angle & l'angle CTI , on aura l'angle SIT , qui mesure la seconde Inégalité de Saturne. Si l'on retranche présentement l'angle CTG , qui mesure le vrai lieu du Soleil, de l'angle CTI , auquel on adjoutera 12 Signes s'il est plus petit que celui du Soleil, on aura la valeur de l'angle STI entre Saturne & le Soleil vû de la Terre, ou son supplément à 360 degrés; & dans le Triangle ITS , dont les angles SIT , STI , & le côté TS sont connus, on trouvera la distance IS de Saturne au Soleil, réduite à l'Écliptique. On fera ensuite, comme le sinus de l'angle STI est au sinus de l'angle IST ; ainsi IS est à IT ; ainsi le sinus de l'angle RTI , latitude de Saturne observée de la Terre, est au sinus de l'angle RSI , qui mesure sa vraie latitude vûe du Soleil; & dans le Triangle RIS , rectangle en I , on fera, comme le sinus du complément de l'angle RSI , latitude de Saturne vûe du Soleil, est au sinus total; ainsi IS , distance de cette Planete au Soleil, réduite à l'Écliptique, est à RS , qui mesure sa distance au Soleil sur son Orbite. *Ce qu'il falloit trouver.*

On peut déterminer de la même manière la distance de Saturne au Soleil lorsque cette Planete est dans son Aphélie, son Périhélie & tous les autres degrés de son Orbe. Mais comme cette recherche demanderoit des observations exactes, faites dans ces divers points, on y suppléera par la théorie, en employant seulement quelques

observations faites avec le plus d'exactitude dans les circonstances les plus favorables, en cette manière.

Soit T (Voy. Fig. 28.) le Soleil placé à l'un des foyers de l'Ellipse ABP , qui représente l'Orbe de Saturne dans l'hypothese elliptique simple, ou dans celle de Képler, I le lieu de Saturne sur cet Orbe au temps de l'observation donnée, IT la distance de cette Planete au Soleil, dont la quantité a été trouvée par rapport à la moyenne distance de la Terre au Soleil, CT l'excentricité de l'Orbe de Saturne, qui a été déterminée dans l'hypothese elliptique simple, de 5700 parties, dont le demi-diamètre de l'Orbe AC est de 100000, & dans l'hypothese de Képler, de 5693, TF le double de l'excentricité, qui détermine au point F l'autre foyer de l'Ellipse autour duquel Saturne décrit son moyen mouvement dans l'hypothese elliptique simple.

Lorsque le vrai lieu de Saturne vû du Soleil a été calculé suivant l'hypothese elliptique simple, auquel cas l'angle FIT mesure l'Équation de l'Orbe de cette Planete, & TF le double de l'excentricité; on fera, comme le sinus de l'angle AFI de l'anomalie moyenne de Saturne, est au sinus de l'angle ATI de son anomalie vraie; ainsi TI , distance de Saturne au Soleil au temps de l'observation, est à FI , qui, étant adjouée à TI , donne par la propriété de l'Ellipse, la grandeur de l'axe AP , dont la moitié est AC .

Lorsque le vrai lieu de Saturne vû du Soleil a été calculé suivant l'hypothese de Képler, auquel cas l'angle AFI ne mesure pas son anomalie moyenne, on prolongera TI en V , en sorte que TV soit égale au grand axe AP , & on mènera de l'autre foyer F aux points I & V , les lignes FI & FV . Par la propriété de l'Ellipse, les lignes FI , IT , sont égales au grand axe AP ou TV , qui lui est égal par la construction; c'est pourquoi si l'on retranche de part & d'autre TI , on aura FI égal à IV . Maintenant dans le Triangle FVT , le côté FT , double de l'excentricité, étant connu, de même que le côté TV ou AP , & l'angle ATI , qui mesure l'anomalie vraie de Saturne, étant connu par les Tables ou la théorie de cette Planete, on trouvera la valeur de l'angle FVT , qui, à cause des côtés égaux FI , IV est la moitié de l'angle FIT , qui sera par conséquent connu; & l'on fera, comme le sinus de

l'angle AFI est au sinus de l'angle ATI ; ainsi TI , distance de Saturne au Soleil au temps de l'observation, est à FI , qui, étant ajoutée à TI , donne par la propriété de l'Ellipse, la grandeur de l'axe AP en parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000.

On fera ensuite, comme AC 100000 est à CT 5693; ainsi le demi-axe AC , que l'on vient de déterminer, est à CT , qui, étant ajouté à AC , donne la distance AT de Saturne au Soleil dans son Aphélie, & qui, en étant retranché, donne la distance PT de cette Planete au Soleil dans son Périhélie, en parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 10000.

La distance FT entre les foyers F & T de l'Orbe de Saturne étant connue, on peut trouver réciproquement la distance de cette Planete au Soleil dans tous les endroits de son Orbe pour tous les degrés de son anomalie vraie. Car dans le Triangle FVT , dont le côté TV ou AP , & le côté FT sont connus, de même que l'angle ATI , compris entre ces côtés, qui mesure l'anomalie vraie donnée, on trouvera la valeur de l'angle FVT , dont le double est égal à l'angle FIT ; & dans le Triangle FIT , dont les angles FIT , FTI , & le côté FT sont connus, on trouvera la valeur du côté TI , qui mesure la distance de Saturne au Soleil qui répond à l'angle ATI de l'anomalie vraie donnée.

Cette méthode convient à toutes les deux hypothèses, & il faut l'employer dans l'hypothèse elliptique simple lorsque les Equations de l'Orbe de Saturne ne sont point calculées.

E X E M P L E.

Le 6 Octobre de l'année 1695, M. Flamsteed a observé à Greenwich, le passage de Saturne par le Méridien à $6^h 5' 3''$, temps vrai, & sa hauteur méridienne apparente, de $15^d 41' 50''$; d'où il a conclu l'ascension droite de cette Planete, de $280^d 19' 0''$, & sa déclinaison méridionale, de $22^d 52' 50''$.

Calculant par le moyen de cette ascension droite & de cette déclinaison, le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on le trouve à $9^d 29' 49''$ du Capricorne, avec une latitude septentrionale de $0^d 15' 45''$, ce qui est une circonstance favorable, parce que cette Planete étant près de ses Nœuds, son vrai lieu sur son Orbe

diffère peu de celui où elle étoit par rapport à l'Ecliptique.

Calculant pour le temps de cette observation, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, on le trouve en $\sphericalangle 15^{\text{d}} 2' 27''$. Y adjoûtant 9 minutes, à cause que le vrai lieu calculé étoit moindre que le vrai lieu observé, dans l'Opposition qui a précédé cette observation, de $9' 22''$, & dans la suivante, de $8' 21''$, on aura le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par les observations, en $\sphericalangle 15^{\text{d}} 11' 27''$.

Retranchant de ce lieu, celui de Saturne vû de la Terre, qui étoit en $\sphericalangle 9^{\text{d}} 29' 49''$, on aura l'angle TRS (Fig. 52.) qui mesure la seconde Inégalité de Saturne, de $5^{\text{d}} 41' 38''$.

Pour une plus grande exactitude, il faut adjoûter au vrai lieu de Saturne vû du Soleil, 24 secondes pour la réduction à l'Ecliptique, & on aura son vrai lieu en $\sphericalangle 15^{\text{d}} 11' 51''$, & la seconde Inégalité, de $5^{\text{d}} 42' 2''$.

Le vrai lieu du Soleil calculé pour le même temps, étoit en $\sphericalangle 9^{\text{d}} 41' 31''$, & sa distance à la Terre, de 9999 parties dont la moyenne est de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, qui étoit en $\sphericalangle 9^{\text{d}} 29' 49''$, on aura l'angle RTS entre Saturne & le Soleil vû de la Terre, de $89^{\text{d}} 48' 18''$, fort approchant de 90 degrés, où la seconde Inégalité est la plus grande qui soit possible, ce qui est aussi, comme nous l'avons remarqué, une circonstance favorable pour en déterminer la quantité.

Maintenant dans le Triangle RTS , où l'angle TRS , qui mesure la seconde Inégalité de Saturne, a été trouvé de $5^{\text{d}} 42' 2''$, l'angle RTS , de $89^{\text{d}} 48' 18''$, & le côté TS , distance de la Terre au Soleil, de 9999, on trouvera la distance RS de Saturne au Soleil, de 100581 parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000.

Pour déterminer présentement la distance de Saturne au Soleil dans son Aphélie, son Périhélie, & les autres lieux de son Orbe, on retranchera le lieu de l'Aphélie de Saturne, qui étoit alors en $\sphericalangle 28^{\text{d}} 3' 6''$, de son vrai lieu vû du Soleil, qui a été déterminé en $\sphericalangle 15^{\text{d}} 11' 27''$, & l'on aura son anomalie vraie, qui est représentée par l'angle ATV (Voy. Fig. 28.) de $17^{\text{d}} 8' 21''$; & dans le Triangle VFT , dont le côté VT ou AP est connu

de 200000, le côté FT , double de l'excentricité CT est de 11386 dans l'hypothese de Képler, & l'angle compris ATV , de $17^{\text{d}} 8' 21''$, l'on trouvera l'angle FVT , de $1^{\text{d}} 1' 0''$, dont le double FIT sera de $2^{\text{d}} 2' 0''$. L'adjoûtant à l'angle ATV , de $17^{\text{d}} 8' 21''$, on aura l'angle AFI , de $19^{\text{d}} 10' 21''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle AFI , de $19^{\text{d}} 10' 21''$ est au sinus de l'angle ATV , de $17^{\text{d}} 8' 21''$; ainsi TI , distance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 100581, est à FI , que l'on trouvera de 90255. L'adjoûtant à TI , on aura le grand axe AP de l'Orbe de Saturne, de 190836, dont la moitié mesure le demi-axe AC , qui sera par conséquent de 95418; & l'on fera, comme AC 100000 est à CT 5693; ainsi AC 95418 est à CT , que l'on trouvera de 5432 parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil, est de 10000. Adjoûtant CT à AC , on aura AT , de 100850, & le retranchant de AC ou PC , on aura PT , de 89986.

Les distances de Saturne au Soleil dans son Aphélie & dans son Périhélie étant ainsi connues, on trouvera la distance de cette Planete au Soleil dans tous les endroits de son Orbe, comme, par exemple, lorsqu'il est éloigné de son Aphélie, de 30 degrés. Car dans le Triangle VTF , le côté TV ou AP étant de 190836, le côté FT , double de CT , de 10864, & l'angle ATV , compris entre ces côtés, de 30 degrés, l'on trouvera l'angle FVT , de $1^{\text{d}} 42' 54''$, dont le double mesure l'angle FIT , qui sera par conséquent de $3^{\text{d}} 25' 48''$. L'adjoûtant à l'angle ATI , de 30 degrés, on aura l'angle AFI , de $33^{\text{d}} 25' 48''$, & l'on fera, comme le sinus de l'angle FIT , de $3^{\text{d}} 25' 48''$, est au sinus de l'angle AFI , de $33^{\text{d}} 25' 48''$; ainsi FT 10864, est à la distance TI de Saturne au Soleil lorsque l'anomalie vraie est de 30 degrés, qu'on trouvera de 100045 parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 10000.

Autre Méthode de déterminer le rapport de la distance de Saturne au Soleil & à la Terre dans son Aphélie ou Périhélie, & tous les degrés de son Orbe.

On peut employer une autre méthode pour trouver la distance

de Saturne au Soleil dans son Aphélie ou Périhélie, & tous les degrés de son Orbe, en cette manière.

Du point *C* (Fig. 53.) comme centre, & de l'intervalle *CA*, soit décrit le cercle *AHPM*, circonscrit à l'Ellipse *AGPE*, qui représente l'Orbe de Saturne dont les foyers sont en *S* & en *F*. Soit fait l'angle *ASL* égal à l'anomalie vraie de cette Planete qui est donnée, & soient menées des points *C* & *L*, les lignes *CH*, *TLI*, perpendiculaires à *AP*. Des points *F*, *C*, *S*, soient tirées aux points *L*, *I*, *G*, les lignes *FL*, *FI*, *CL*, *CI*, *SL*, *SI*, *SG*.

Dans le Triangle *CGS*, rectangle en *C*, l'excentricité *CS* étant connue par rapport au demi-axe *CH* ou *SG*, qui lui est égal, supposé de 100000, on aura la valeur de *CG*, & l'on fera, comme *CG* est à *CH*, ou par la propriété de l'Ellipse, *TL* à *TI*; ainsi la tangente de l'angle *ASL*, qui mesure l'anomalie vraie de Saturne donnée, est à la tangente de l'angle *ASI*. On fera aussi, comme *CI* ou *CA* est à *CS*; ainsi le sinus de l'angle *ASI* est au sinus de l'angle *CIS*, qui, étant adjointé à l'angle *ASI*, donne l'angle *ACI*.

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle *TIS*, complément de l'angle *ASI*, est au sinus de l'angle *TLS*, complément de l'angle *ASL*; ainsi *SL* connu en parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000, est à *SI*.

Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle *ACI* est au sinus de l'angle *ASI*; ainsi *SI* est à *CI* ou *CA*, demi-axe de l'Orbe de Saturne, que l'on trouvera en parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000; & comme *CA* 100000 est à *CS* 5693; ainsi *CA*, dont l'on vient de déterminer la quantité, est à *CS*, qui, étant adjointé à *CA*, donne la distance *AS* de Saturne au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie, & qui, en étant retranché, donne la distance *PS* au Soleil lorsqu'il est dans son Périhélie.

Ces distances étant connues, on peut trouver réciproquement la distance de Saturne au Soleil pour tous les degrés de l'Orbe de cette Planete, en faisant d'abord, comme *CG* connu en parties dont le demi-axe *AC* ou *CH* est de 100000, est à *CH* 100000; ainsi la tangente de l'angle *ASL* de l'anomalie vraie de Saturne donnée, est à la tangente de l'angle *ASI*. On fera ensuite, comme *AC* ou *CI* 100000, est à *CS* 5693; ainsi le sinus de l'angle *ASI*

est au sinus de l'angle CIS , qui, étant adjointé à l'angle ASI , donne l'angle ACI ; & comme le sinus de l'angle ASI est au sinus de l'angle ACI , ainsi CI ou AC , demi-axe connu en parties dont la moyenne distance au Soleil est de 10000, est à SI . Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de l'angle TSL , ou ASL est au sinus du complément de l'angle TSI ou ASI , ainsi SI est à SL , distance cherchée de Saturne au Soleil, qui répond à l'angle ASL de l'anomalie vraie de cette Planete donnée.

Cette méthode peut être aussi employée dans l'hypothese elliptique simple, & il est aisé de voir que le calcul de la distance de Saturne au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie ou Périhélie, & dans tous les lieux de son Orbe, est plus composé que par la méthode précédente; mais qu'on y doit trouver avec plus d'exactitude, la distance de cette Planete au Soleil pour les différents degrés de son anomalie vraie, à cause de la petitesse de l'angle GLS , qui mesure l'Equation de l'Orbe de Saturne, dont on s'est servi dans l'exemple précédent pour trouver la distance de Saturne au Soleil.

EXEMPLE.

Le 2 Octobre de l'année 1695 à $6^h 5' 3''$ au Méridien de Greenwich, l'anomalie vraie de Saturne étant de $17^d 8' 21''$, & sa distance au Soleil ayant été trouvée de 100581 parties dont la distance moyenné de la Terre au Soleil est de 100000, on veut trouver la distance de cette Planete au Soleil dans son Aphélie ou Périhélie, & tous les autres lieux de son Orbe.

On fera, comme $CS 100000$ est à $CS 5693$; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle CGS , que l'on trouvera de $3^d 15' 49''$, dont le complément CSG est de $86^d 44' 11''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle CSG , de $86^d 44' 11''$ est au sinus total; ainsi CH ou $SG 100000$ est à CG , que l'on trouvera de 99837, & comme $CG 99837$ est à $CH 100000$; ainsi la tangente de l'angle ASL , anomalie vraie de Saturne, qui est de $17^d 8' 21''$ est à la tangente de l'angle ASI , que l'on trouvera de $17^d 9' 56''$. On fera ensuite, comme CI ou $CA 100000$ est à $CS 5693$; ainsi le sinus de l'angle ASI , de $17^d 9' 56''$ est au sinus de l'angle CIS , de $0^d 57' 46''$, qui, étant adjointé

à l'angle ASI , donne l'angle ACI , de $18^{\text{d}} 7' 42''$, & comme le sinus de l'angle TIS , de $72^{\text{d}} 50' 4''$, complément de l'angle ASI , de $17^{\text{d}} 9' 56''$ est au sinus de l'angle TLS , de $72^{\text{d}} 51' 39''$, complément de l'angle ASL , de $17^{\text{d}} 8' 21''$; ainsi SL , distance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 100581 est à SI , que l'on trouvera de 100596 . Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle ACI , de $18^{\text{d}} 7' 42''$ est au sinus de l'angle ASI , de $17^{\text{d}} 9' 56''$; ainsi SI , que l'on vient de trouver de 100596 est au demi-axe CI ou AC , que l'on trouvera de même que par l'exemple précédent, de 95418 parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000 ; on aura donc CS , de 5432 de ces parties, qui, étant adjointé à 95418 , donne AS , de 100850 , & qui, en étant retranché, donne PS , de 89986 .

Pour trouver présentement la distance de Saturne au Soleil dans tous les lieux de son Orbe, comme, par exemple, lorsqu'il est éloigné de son Aphélie, de 30 degrés, on fera, comme CG 99837 est à CH 100000 ; ainsi la tangente de l'angle ASL , de 30 degrés, est à la tangente de l'angle ASI , que l'on trouvera de $30^{\text{d}} 2' 24''$. On fera ensuite, comme AC ou CI 100000 est à CS 5693 ; ainsi le sinus de l'angle ASI , de $30^{\text{d}} 2' 24''$ est au sinus de l'angle CIS , de $1^{\text{d}} 37' 59''$, qui, étant adjointé à l'angle ASI , donne l'angle ACI , de $31^{\text{d}} 40' 23''$, & comme le sinus de l'angle ASI est au sinus de l'angle ACI ; ainsi CI ou AC , connu de 95418 , est à SI , que l'on trouvera de 100080 . Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle TLS , de $60^{\text{d}} 0' 0''$, complément de l'angle ASL , de 30 degrés, est au sinus de l'angle TIS , de $59^{\text{d}} 57' 36''$, complément de l'angle ASI ; ainsi SI 100080 , est à SL , distance cherchée de Saturne au Soleil lorsque son anomalie vraie est de 30 degrés, qu'on trouvera de 100043 parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000 .

CHAPITRE VII.

Des Nœuds de Saturne.

JUSQU'À présent nous avons considéré la situation de Saturne par rapport à l'Ecliptique, quoique l'Orbe que cette Planete décrit par son mouvement propre, soit sur un plan incliné à l'Ecliptique; d'où il résulte que les mouvements de cette Planete, réduits à l'Ecliptique, ne répondent pas aux lieux où elle se trouve effectivement sur son Orbe. Il est donc nécessaire de pouvoir réduire le vrai lieu de Saturne observé par rapport à l'Ecliptique, à son vrai lieu sur son Orbe; & réciproquement, connoissant le vrai lieu de Saturne sur son Orbe, il faut le réduire à l'Ecliptique, ce qui demande la connoissance de l'inclinaison de son Orbe, & du lieu de son intersection avec l'Ecliptique, qu'on appelle *Nœuds*.

Première Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne, & leur époque, ou le temps que cette Planete est arrivée à l'un de ses Nœuds.

La méthode la plus simple pour déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne & leur époque, est d'observer les temps où cette Planete n'a point de latitude à l'égard de l'Ecliptique, parce que le Soleil & la Terre étant toujours sur le plan de l'Ecliptique lorsque Saturne, dans l'intersection de son Orbe avec l'Ecliptique, se trouve sur son plan, cette Planete n'a point de latitude à l'égard de la Terre, ni à l'égard du Soleil, & le temps de l'observation détermine l'époque du Nœud de Saturne, sans qu'il soit nécessaire d'y faire aucune réduction.

A l'égard du vrai lieu du Nœud de Saturne, il faut examiner si cette Planete se trouve alors dans son Opposition avec le Soleil, ou si elle en est éloignée.

Lorsque Saturne est en Opposition, le vrai lieu de son Nœud vû du Soleil, est précisément le même que le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre.

Lorsque Saturne est hors de ses Oppositions, on réduira le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, à son vrai lieu vû du Soleil, qui

fera en même temps le vrai lieu du Nœud de Saturne qui répond à l'époque ou au temps de l'observation donné.

Il est aisé de voir que Saturne employant environ 30 années à décrire son Orbe, il ne passe dans cet intervalle de temps que deux fois par l'Ecliptique; & qu'ainsi les observations pour déterminer les Nœuds suivant cette méthode, ne peuvent se faire que tous les quinze ans; encore est-il nécessaire que dans ce temps, Saturne ne se trouve point près de sa Conjonction avec le Soleil, où il est plusieurs mois sans qu'on puisse l'apercevoir, & que le temps soit alors favorable pour déterminer sa situation, ce qui rend ces observations fort rares.

E X E M P L E.

Le 25 Mai de l'année 1696, le passage de Saturne par le Méridien a été observé à $15^h 39' 20''$, & sa hauteur méridienne, de $20^d 20'$.

Convertissant ce temps en degrés, minutes & secondes, à raison de 15 degrés par heure, on aura la différence entre l'ascension droite de Saturne & celle du Soleil au temps de cette observation, de $234^d 50'$, à laquelle adjôtant l'ascension droite du Soleil, qui, suivant nos Tables, étoit alors de $63^d 45' 18''$, on aura l'ascension droite de Saturne pour ce temps, de $298^d 35' 18''$.

Retranchant de sa hauteur méridienne, qui a été observée de $20^d 20'$, la réfraction qui, à cette hauteur, est de $2' 37''$, on aura la hauteur véritable de cette Planete, de $20^d 17' 23''$, dont la différence à la hauteur de l'Equateur, qui est à Paris, de $41^d 9' 50''$, donne la déclinaison méridionale de cette Planete, de $20^d 52' 27''$.

L'ascension droite & la déclinaison de Saturne étant connus pour le temps de l'observation, on trouvera, en supposant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d 28' 40''$, telle qu'elle étoit en ce temps-là, sa longitude de $9^r 26^d 33' 30''$, & sa latitude septentrionale, de 8 secondes, qu'on peut négliger, à cause qu'il est difficile de s'affûrer d'une plus grande précision dans l'observation des hauteurs des Astres.

Cette observation est éloignée de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, qui ne devoit arriver que le 15 Juillet suivant, c'est

pourquoi on calculera pour le temps que Saturne étoit dans son Nœud, le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, qu'on trouvera à $22^d 10' 13''$ du Capricorne, qui sera en même temps le vrai lieu du Nœud de Saturne dans son Orbite.

Seconde Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne.

Lorsqu'on n'a pas observé Saturne dans le temps qu'il a passé par l'un de ses Nœuds, on peut déterminer leur situation en comparant les observations de cette Planete, qui ont été faites avant & après, pourvû qu'il s'en trouve deux de part & d'autre où Saturne soit à égale distance de ses Nœuds.

On calculera pour cet effet le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & sa latitude apparente pour un grand nombre d'observations; & ayant choisi deux de celles que l'on jugera éloignées de part & d'autre à peu-près de la même quantité de l'un de ces Nœuds, on calculera par la théorie de Saturne le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, pour ces temps différents: on calculera aussi pour le même temps, le vrai lieu du Soleil qui est mesuré par l'angle CTG (Fig. 52.) qu'on retranchera de l'angle CTR , qui mesure le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & l'on aura la valeur de l'angle RTG , distance apparente de Saturne au Soleil.

On retranchera aussi l'angle CTG ou DSG , qui mesure le vrai lieu du Soleil, de l'angle DSR , vrai lieu de Saturne vû du Soleil, & l'on aura l'angle GSR , ou son supplément RST , qui mesure la distance de Saturne à la Terre vûe du Soleil.

La latitude de Saturne placée en R , vûe de la Terre en T , est à la vraie latitude vûe du Soleil en S , en raison réciproque des distances TR & SR . Mais SR est à TR , comme le sinus de l'angle RTS est au sinus de l'angle RST : donc la latitude de Saturne vûe de la Terre est à sa vraie latitude vûe du Soleil en raison directe du sinus de l'angle RTS au sinus de l'angle RST .

Les angles RTS & RST ayant donc été déterminés pour le temps des deux observations que l'on veut comparer ensemble, on connoîtra par le moyen de la latitude apparente de Saturne observée, sa latitude véritable vûe du Soleil, qui doit être de la même quantité dans chacune de ces observations, lorsque cette

Planete est également éloignée de ses Nœuds. Dans ce cas on prendra la différence entre le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, calculé pour le temps de ces deux observations, cette différence étant partagée en deux parties égales, & adjouëtée au vrai lieu de Saturne dans la première observation, donne le vrai lieu du Nœud de cette Planete pour le temps moyen entre ces deux observations.

Lorsque les deux latitudes de Saturne vûes du Soleil ne sont pas précisément de la même quantité, on calculera par l'observation la plus prochaine, sa latitude vûe du Soleil, & on prendra la partie proportionnelle avec laquelle on trouvera le lieu de Saturne vû du Soleil dans le temps que les deux latitudes étoient de la même quantité, ce qui donnera à peu-près la même précision, lorsque la variation de la latitude de Saturne est sensible.

E X E M P L E.

Le 13 Mars de l'année 1693 à 17^h 50', le vrai lieu de Saturne vû de la Terre a été déterminé par l'observation de son passage par le Méridien, de 8^f 22^d 56' 30", & sa latitude septentrionale de 1^d 24' 50".

Le 3 Mai de l'année 1699 à 15^h 50', le vrai lieu de Saturne vû de la Terre a été déterminé par l'observation de son passage par le Méridien, de 11^f 1^d 0' 50", & sa latitude méridionale, de 1^d 22' 20".

On calculera pour le temps de la première observation le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, de 8^f 17^d 4' 37", & le vrai lieu du Soleil, de 11^f 24^d 23' 18". Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne, on aura la distance de Saturne au Soleil, de 8^f 22^d 41' 19", dont le supplément à 360 degrés, mesure l'angle *RS**G*, qui sera de 3^f 7^d 18' 41". Retranchant aussi le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on aura la distance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de 8^f 28^d 33' 12", dont le supplément 91^d 26' 48", mesure l'angle *RTS*.

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle *RTS*, de 91^d 26' 48" est au sinus de l'angle *RST*, de 82^d 41' 19", complément de l'angle *RS**G*; ainsi la latitude de Saturne vûe de la Terre, qui a été déterminée de 1^d 24' 50", est à sa latitude véritable vûe du Soleil, qui sera de 1^d 24' 10" vers le Septentrion.

On déterminera aussi pour le temps de la seconde observation le vrai lieu de Saturne, vû du Soleil, de $10^{\circ} 25' 16'' 49''$, & le vrai lieu du Soleil, de $1^{\circ} 13' 48' 44''$. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne, on aura la distance de Saturne au Soleil, de $9^{\circ} 11' 28' 5''$, dont le supplément à 360 degrés, mesure l'angle *RS*, qui sera de $78^{\circ} 31' 55''$.

Retranchant aussi le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on aura la distance de Saturne au Soleil vû de la Terre, de $9^{\circ} 17' 12' 6''$, dont le supplément à 360 degrés, mesure l'angle *RT*, qui sera de $72^{\circ} 47' 54''$.

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle *RTS*, de $72^{\circ} 47' 54''$ est au sinus de l'angle *RST*, de $101^{\circ} 28' 5''$, supplément à 180 degrés de l'angle *RS*; ainsi la latitude de Saturne vû de la Terre, qui a été déterminée de $1^{\circ} 22' 20''$ est à sa latitude véritable vû du Soleil, qui sera de $1^{\circ} 24' 28''$, plus grande de 18 secondes que par la première observation.

Si on néglige ces 18 secondes comme peu sensibles dans la hauteur méridienne de Saturne, qu'il a fallu employer pour déterminer sa latitude apparente, on trouvera qu'entre le vrai lieu de Saturne, déterminé au temps de la première observation, de $8^{\circ} 17' 4' 37''$, & son vrai lieu dans la seconde observation, de $10^{\circ} 25' 16' 49''$, il y a une différence de $2^{\circ} 8' 12' 12''$, dont la moitié $1^{\circ} 4' 6' 6''$, étant adjouëtée à $8^{\circ} 17' 4' 37''$, donne le vrai lieu du Nœud à $21^{\circ} 10' 43''$ du Capricorne, moins avancé d'un degré que suivant la détermination de l'observation du 25 Mai de l'année 1696.

Troisième Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne.

On choisira entre les Oppositions de Saturne, celles où cette Planete avoit le moins de latitude, & on en choisira deux, dans l'une desquelles la latitude soit méridionale, & dans l'autre septentrionale, en sorte que Saturne ait passé par l'un de ses Nœuds dans l'intervalle entre ces observations. On réduira ces latitudes vûes de la Terre à celles qui auroient dû être vûes du Soleil, par le moyen de la distance connue de la Terre & de Saturne au Soleil, & l'on fera, comme la somme des latitudes vûes du Soleil

est à la première latitude observée ; ainsi le mouvement vrai de Saturne dans l'intervalle entre ces observations, est à son mouvement vrai depuis la première observation jusqu'au passage de Saturne par son Nœud, qui, étant adjointé au vrai lieu de cette Planete dans le temps de la première Opposition, donne le vrai lieu de son Nœud pour un temps entre les deux observations, que l'on trouvera, en faisant, comme le mouvement vrai de Saturne entre les deux Oppositions observées, est à son mouvement vrai depuis la première observation jusqu'au lieu du Nœud que l'on vient de déterminer ; ainsi l'intervalle de temps entre ces deux Oppositions est à l'intervalle depuis la première Opposition jusqu'à l'arrivée de Saturne à son Nœud, qui, étant adjointé au temps de cette Opposition, donne le temps auquel Saturne est passé par l'un de ses Nœuds, qui est ascendant lorsque la première latitude est méridionale, & descendant lorsqu'elle est septentrionale.

On peut, pour une plus grande facilité, déterminer la situation des Nœuds de Saturne avec une précision presque égale, en faisant, comme la somme des latitudes vûes de la Terre, est à la première de ces latitudes ; ainsi le mouvement vrai de Saturne entre les deux Oppositions, est à une quantité qui, étant adjointée au vrai lieu de cette Planete dans la première Opposition, donne le vrai lieu de son Nœud pour un temps entre les deux observations, que l'on trouvera comme ci-dessus.

Cette méthode suppose que la latitude de Saturne ait augmenté depuis l'arrivée de cette Planete à son Nœud, dans la même proportion qu'elle avoit diminué, ce qui n'est exact précisément que lorsque les deux latitudes de différente dénomination, sont égales entr'elles. On peut en tenir compte lorsqu'on connoît l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Écliptique ; mais comme cette différence est fort petite lorsque Saturne est près de ses Nœuds, on peut la négliger sans erreur sensible.

E X E M P L E.

Le 8 Janvier de l'année 1681, l'Opposition de Saturne avec le Soleil a été observée à $2^h 17'$, cette Planete étant en $319^d 6' 20''$, avec une latitude méridionale de $5' 13''$.

Le 22 Janvier 1682, l'Opposition de Saturne a été observée

à $3^h 20'$, cette Planete étant en $\Omega 3^d 9' 15''$, avec une latitude septentrionale de $35' 36''$.

On cherchera d'abord dans les Tables de Saturne, la distance de cette Planete au Soleil, que l'on trouvera pour le temps de la première observation, de 90322, & pour le temps de la seconde de 90891.

On cherchera aussi dans les Tables du Soleil, sa distance à la Terre, que l'on trouvera pour le temps de la première observation de 9836, & pour le temps de la seconde de 9851.

Retrachant 9836 de 90322, on aura 80486. Retrachant pareillement 9851 de 90891, on aura 81040, & l'on fera, comme 90322 est à 80486; ainsi $5' 13''$, latitude de Saturne vûe de la Terre dans la première observation, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $4' 39''$. On fera aussi, comme 90891 est à 81040; ainsi $35' 36''$, latitude de Saturne vûe de la Terre dans la seconde observation, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $31' 44'' \frac{1}{2}$.

Enfin l'on fera, comme $36' 23'' \frac{1}{2}$, somme de ces latitudes est à $4' 39''$; ainsi $14^d 2' 55''$, mouvement vrai de Saturne entre les Oppositions de 1681 & 1682, est à $1^d 47' 40''$, qui, étant adjouîté au vrai lieu de Saturne dans la première Opposition, qui a été observé en $\varpi 19^d 6' 20''$, donne le vrai lieu du Nœud de Saturne en $\varpi 20^d 54' 0''$, qui est l'ascendant, à cause que la latitude de cette Planete étoit méridionale au temps de la première Opposition.

Pour déterminer le temps de l'arrivée de Saturne à son Nœud, on fera, comme $14^d 2' 55''$, sont à $1^d 47' 40''$; ainsi 379 jours, intervalle de temps entre les Oppositions de 1681 & 1682, sont à 48 jours, qui, étant adjouîtés au 8 Janvier de l'année 1681, donnent le 25 Février de l'année 1681 pour le temps que Saturne est arrivé à son Nœud ascendant.

On auroit pu déterminer avec à peu-près la même précision le vrai lieu du Nœud de Saturne, en faisant, comme $40' 49''$, somme des latitudes vûes de la Terre, est à $5' 13''$, première latitude observée; ainsi $14^d 2' 55''$, sont à $1^d 47' 45''$, qui, étant adjouîtés au lieu de Saturne, déterminé dans la première Opposition en $\varpi 19^d 6' 20''$, donnent le vrai lieu de son Nœud

ascendant en \varnothing $20^{\text{d}} 54' 5''$, à 5 secondes près de celui qu'on a déterminé ci-dessus.

On a déterminé par la même méthode le vrai lieu du Nœud descendant de Saturne par les Oppositions de 1695 & de 1696 en \varnothing $21^{\text{d}} 7' 35''$, & par celles de 1710 & de 1711, le vrai lieu de son Nœud ascendant en \varnothing $21^{\text{d}} 23' 40''$, plus avancé de $29' 35''$ qu'en 1681. Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Nœud ascendant de Saturne pour le 1.^{er} Janvier de l'année 1700, en \varnothing $21^{\text{d}} 13' 30''$.

CHAPITRE VIII.

De l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.

A PRÈS avoir déterminé le vrai lieu des Nœuds de Saturne, il est nécessaire de connoître l'inclinaison du plan de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, ce qui se peut trouver en différentes manières.

Première Méthode de déterminer l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.

La méthode la plus simple pour trouver l'inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, est d'observer les temps où la latitude de cette Planete vûe du Soleil est la plus grande qui soit possible, ce qui doit arriver lorsque Saturne est éloigné de 3 Signes de ses Nœuds, parce qu'alors cette latitude mesure l'inclinaison de son Orbe. Cette méthode a cet avantage que quand même on ne connoîtroit pas exactement le vrai lieu du Nœud de cette Planete, on trouveroit avec la même précision l'inclinaison de son Orbe.

On calculera pour cet effet le vrai lieu & la latitude de Saturne vûs de la Terre, par le moyen de diverses observations de cette Planete, faites à la distance de 3 Signes ou environ du lieu de son Nœud, & on déterminera par la théorie du Soleil & de Saturne le vrai lieu du Soleil & celui de Saturne vûs du Soleil.

On prendra ensuite la distance de Saturne à la Terre vûe du Soleil, ou son supplément à 360 degrés, qui sera mesurée par l'angle *RST* (*Fig. 52.*) & la distance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, qui sera mesurée par l'angle *RTS*; & l'on fera, comme le sinus de l'angle *RTS* est au sinus de l'angle *RST*; ainsi la latitude de Saturne observée de la Terre est à sa latitude véritable vûe du Soleil. La plus grande de ces latitudes ainsi déterminées, mesurera l'inclinaison de l'Orbite de Saturne par rapport à l'Écliptique.

Lorsque Saturne est près des Oppositions où son vrai lieu vû du Soleil diffère peu sensiblement de son vrai lieu vû de la Terre, on déterminera par la théorie du Soleil & de cette Planete, le rapport de la distance de Saturne au Soleil & à la Terre, & l'on fera, comme *RS*, distance de Saturne au Soleil est à *RT*, distance de Saturne à la Terre; ainsi la latitude de Saturne vûe de la Terre est à sa vraie latitude vûe du Soleil, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne lorsqu'elle est la plus grande de toutes celles qui ont été déterminées.

E X E M P L E I.

Le 27 Mars de l'année 1688 à 12^h 56', le vrai lieu de Saturne a été observé à 22^d 45' 30" de la Balance, la latitude de cette Planete étant de 2^d 47' 15" vers le Septentrion.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, déterminé par la théorie & corrigé par les observations faites au mois d'Avril près de son Opposition avec le Soleil, étoit de 6^f 21^d 17' 9", & le vrai lieu du Soleil, de 0^f 8^d 14' 50", dont l'opposite 6^f 8^d 14' 50", est le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. Retranchant le vrai lieu de la Terre du vrai lieu de Saturne vû du Soleil, on aura la distance de Saturne à la Terre vûe du Soleil, de 13^d 2' 19". Retranchant de même le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, qui a été observé de 6^f 22^d 45' 30", on aura la distance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, de 6^f 14^d 30' 40", dont le supplément à 360 degrés est 165^d 29' 20"; c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de 165^d 29' 20" est au sinus de 13^d 2' 19"; ainsi le sinus de la latitude apparente de Saturne, qui a été observée de 2^d 47' 15" est au sinus de la vraie latitude de Saturne au temps de cette observation, que l'on trouvera de 2^d 30' 5".

On comparera de même l'observation du 14 Avril suivant, où le vrai lieu de Saturne fut observé à $11^h 45'$, de $6^f 21^d 24' 30''$, & sa latitude septentrionale de $2^d 47' 55''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par l'observation, étoit de $6^f 21^d 51' 47''$, & le vrai lieu du Soleil, de $0^f 25^d 50' 41''$, dont l'opposite $6^f 25^d 50' 41''$ est le vrai lieu de la Terre. On aura donc la distance de Saturne à la Terre, de $3^d 58' 54''$, & la distance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de $5^f 25^d 33' 49''$, & l'on fera, comme le sinus de $175^d 33' 49''$ est au sinus de $3^d 58' 54''$; ainsi le sinus de la latitude de Saturne, observée de $2^d 47' 55''$, est au sinus de la vraie latitude, qui est de $2^d 30' 44''$.

Enfin on examinera l'observation du 20 Avril suivant, où le vrai lieu de Saturne fut observé à $11^h 23'$ du soir, de $6^f 20^d 57' 30''$, & sa latitude septentrionale de $2^d 47' 50''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par l'observation, étoit de $6^f 22^d 3' 20''$, & le vrai lieu du Soleil, de $1^f 1^d 40' 23''$, dont l'opposite $7^f 1^d 40' 23''$ est le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. On aura donc la distance de Saturne à la Terre, de $9^d 37' 3''$, & la distance de Saturne au Soleil, de $5^f 19^d 17' 7''$, par le moyen desquelles on trouvera la latitude septentrionale de Saturne, de $2^d 30' 48''$, plus grande de 4 secondes que par la précédente détermination, & de 43 secondes que par celle du 27 Mars; d'où l'on peut conclurre que la plus grande latitude de Saturne a été de $2^d 30' 50''$, qui mesurent l'inclinaison de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Ecliptique.

Comme dans l'observation du 14 Avril 1688, Saturne étoit fort près de son Opposition avec le Soleil, qui est arrivée le 10 Avril à 6 heures du soir, on pourra déterminer la vraie latitude de Saturne pour le temps de cette observation, par le moyen du rapport des distances de Saturne au Soleil & à la Terre, en cette manière.

L'anomalie moyenne du Soleil étoit de $9^f 16^d 36' 32''$, ce qui donne la distance ST (Fig. 52.) du Soleil à la Terre, de 10051 parties, dont la moyenne est 10000. L'anomalie moyenne de Saturne étoit de $9^f 17^d 47' 34''$, ce qui donne la distance RS de Saturne au Soleil, de 97352, dont la distance moyenne du Soleil à la Terre est de 10000.

Dans le Triangle *RST*, les deux côtés *RS* & *ST* étant connus, & l'angle *RTS*, opposé à l'un de ces côtés, de $175^{\text{d}} 33' 49''$, on aura l'angle *TRS*, de $0^{\text{d}} 27' 27''$, & l'angle *RST*, de $3^{\text{d}} 58' 44''$: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle *RTS* est au sinus de l'angle *RST*; ainsi *RS*, déterminé de 97352, est à *RT*, que l'on trouvera de 87330; ainsi la latitude apparente, de Saturne, observée de $2^{\text{d}} 30' 55''$, est à la latitude véritable de Saturne, qu'on trouvera de $2^{\text{d}} 30' 37''$, plus petite de 11 secondes que par la détermination précédente.

Les observations que nous venons de rapporter, ayant été faites près de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, où les différents rapports de la distance de Saturne au Soleil, peuvent faire des variations considérables dans la détermination de la latitude de cette Planete, nous examinerons une observation qui a été faite 15 ans après, lorsque Saturne étoit dans sa plus grande latitude méridionale.

E X E M P L E I I.

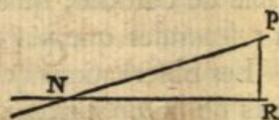
Le 25 Décembre de l'année 1703 à $6^{\text{h}} 51'$ du soir, le vrai lieu de Saturne a été observé à $15^{\text{d}} 52' 30''$ du Bélier, la latitude de cette Planete étant de $2^{\text{d}} 34' 10''$ vers le Midi.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, déterminé par la théorie, étoit de $0^{\text{f}} 21^{\text{d}} 35' 47''$, éloigné d'environ 6 Signes de son vrai lieu dans le temps de l'observation du 14 Avril 1688, & le vrai lieu du Soleil étoit de $9^{\text{f}} 3^{\text{d}} 23' 30''$, dont l'opposite $3^{\text{f}} 3^{\text{d}} 23' 30''$ est le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. On aura donc la distance de Saturne à la Terre, de $2^{\text{f}} 11^{\text{d}} 47' 43''$, qui mesurent l'angle *RST*, & la distance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de $3^{\text{f}} 12^{\text{d}} 29' 0''$, qui mesurent l'angle *RTS*, & l'on fera, comme le sinus de l'angle *RTS*, de $102^{\text{d}} 29' 0''$ est au sinus de l'angle *RST*, de $71^{\text{d}} 47' 43''$; ainsi le sinus de la latitude de Saturne, observée de $2^{\text{d}} 34' 10''$, est au sinus de sa plus grande latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $2^{\text{d}} 30' 0''$, plus petite de 37 secondes que par la dernière comparaison.

Seconde Méthode de déterminer l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.

On déterminera pour le temps d'une observation choisie à volonté

le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & sa latitude apparente. On déterminera ensuite par le moyen de la théorie du Soleil & de Saturne, le vrai lieu du Soleil & le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, pour avoir la distance véritable de Saturne au Soleil, & la distance de Saturne au Soleil vû de la Terre, avec lesquelles on trouvera de la manière qui a été pratiquée ci-dessus, la latitude véritable de Saturne vû du Soleil; & dans le Triangle NRP , rectangle en R , dont le point N représente le Nœud de Saturne, P le lieu de cette Planete sur son Orbite; PR sa latitude véritable, NR la distance de Saturne à son Nœud, prise sur l'Écliptique, on trouvera la valeur de l'angle PNR , qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Écliptique.



E X E M P L E.

Le 13 Mars de l'année 1693 à $17^h 50'$, le vrai lieu de Saturne a été observé de $8^r 22^d 56' 30''$, & sa latitude septentrionale de $1^d 24' 50''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, étoit de $8^r 17^d 12' 30''$, & le vrai lieu du Soleil, de $11^r 24^d 23' 18''$; d'où l'on trouve sa latitude septentrionale vû du Soleil, de $1^d 24' 12''$.

Le vrai lieu du Nœud descendant a été déterminé par cette observation & celle du 3 Mai de l'année 1699, à $21^d 10' 43''$ du Capricorne. Retranchant de ce lieu, celui de Saturne, déterminé de $8^r 17^d 12' 30''$, on aura la distance de Saturne à son Nœud descendant, de $33^d 58' 13''$, qui mesurent l'arc NP ; & par conséquent dans le Triangle PRN , rectangle en R , le côté PR , latitude de Saturne, étant connu de $1^d 24' 12''$, & le côté NP , de $33^d 58' 13''$, on fera, comme le sinus de NP $33^d 58' 13''$ est au sinus de PR $1^d 24' 12''$; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle PNR , qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Écliptique, qu'on trouvera de $2^d 30' 44''$.

On déterminera de la même manière par l'observation du 3 Mai de l'année 1699, l'inclinaison de l'Orbite de Saturne, de $2^d 30' 49''$, le milieu entre ces déterminations donne l'inclinaison véritable de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Écliptique,

de $2^d 30' 40''$, fort peu différente de celle que l'on a trouvée par les autres observations.

Ptolemée (*Almageste, liv. 13. chap. 3.*) trouve par une méthode qu'il expose au long, cette inclinaison de $2^d 26'$, & pour une plus grande facilité, il la détermine de $2^d 30'$, peu différente de celle qui résulte de nos observations.

CHAPITRE IX.

Du Mouvement des Nœuds de Saturne.

ON a remarqué dans Saturne, de même que dans la Lune & les autres Planetes, que l'interfection du plan de leur Orbite à l'égard de l'Écliptique, étoit sujette à quelque variation, que sa plus grande latitude ne répondoit pas toujours au même point de l'Écliptique, & que sa latitude dans les mêmes points de son Orbite, n'étoit pas la même par la succession des siècles.

Ptolemée (*Almageste, liv. 13. chap. 1.*) rapporte que les termes les plus septentrionaux de la latitude de Saturne, étoient de son temps, c'est-à-dire, vers l'an 136 de Jesus-Christ, au commencement de la Balance; d'où il résulte que le Nœud descendant de cette Planete étoit au commencement du Capricorne. Nous l'avons trouvé en l'année 1700, à $21^d 13' 30''$ du même Signe. Il a donc avancé suivant la suite des Signes, de $21^d 13' 30''$ dans l'espace de 1560 années, ce qui est à raison de $48'' 29'''$ par année, & de $1^d 20' 48''$ en 100 années.

Il seroit à souhaiter que Ptolemée eût rapporté les observations qu'il a employées pour déterminer le lieu où Saturne étoit dans sa plus grande latitude: car l'on sçait que vers ces termes-là la variation de quelques degrés en longitude en cause une très-peu sensible dans la latitude, ce qui rend cette détermination assez vague.

Au défaut de ces observations, nous avons examiné celle qui a été faite par les Chaldéens le 14.^{me} du mois de *Tybi* de l'année 519 de Nabonassar, où l'on apperçut le soir, Saturne 2 doigts au dessous de l'Etoile qui est dans l'Epaule australe de la Vierge.

Cette observation que nous avons déjà employée pour déterminer le moyen mouvement de Saturne se rapporte au 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ. Le degré se divisoit alors en 24 parties, qu'on nommoit *doigts*, ainsi 2 doigts répondent à 5 minutes qui, étant retranchées de la latitude boréale de l'Etoile de l'Épaule australe de la Vierge, qui est nommée γ par Bayer, & qui est de $2^d 48' 55''$, donnent la latitude de Saturne pour ce temps, de $2^d 43' 55''$. Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, étoit alors à $8^d 21'$ de la Vierge, fort près de son Opposition qui arriva le lendemain.

L'Aphélie de Saturne, déduit des observations de Ptolemée, étoit l'année 132 après Jesus-Christ, à $24^d 14' 29''$ du Scorpion, d'où retirant $8^d 0' 30''$ pour son mouvement en 360 années, depuis l'année 228 avant Jesus-Christ jusqu'à l'année 132 après Jesus-Christ, à raison de $2^d 13' 30''$ pour 100 années, on aura le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne l'année 228 avant Jesus-Christ, à $16^d 14' 0''$ du Scorpion, qui, étant retranché de $8^d 21'$ de la Vierge, donne l'anomalie vraie de Saturne pour ce temps, de $9^c 22^d 7'$, avec laquelle on trouve sa distance au Soleil, de 97193 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000.

L'anomalie vraie du Soleil, tirée de nos Tables, étoit alors de $9^c 2^d 56'$, avec laquelle on trouve la distance de la Terre au Soleil, de 10012, qui, étant retranchée de la distance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 97193, donne la distance de Saturne à la Terre, de 87181. On fera donc, comme 97193 est à 87181; ainsi le sinus de la latitude de Saturne vûe de la Terre, de $2^d 43' 55''$, est au sinus de sa latitude véritable vûe du Soleil, qu'on trouvera de $2^d 27' 1''$.

Enfin, dans le Triangle APR , rectangle en P , dont l'angle PAR mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, de $2^d 30' 40''$, & RP la latitude de Saturne, de $2^d 27' 1''$, on fera, comme la tangente de l'arc PAR , de $2^d 30' 40''$ est à la tangente de l'arc PR , de $2^d 27' 1''$; ainsi le sinus total est au sinus de la distance AP de Saturne à son Nœud au temps de cette observation, qu'on trouvera de $77^d 21'$. La retranchant



du vrai lieu de Saturne vû du Soleil, qui étoit alors de $5^{\circ} 8^{\prime} 21''$, on aura le vrai lieu de son Nœud le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à $21^{\circ} 0'$ des Gemeaux. On l'a trouvé le 1.^{er} Janvier de l'année 1700, à $21^{\circ} 13' \frac{1}{2}$ de l'Écrevisse. La différence est de $30^{\circ} 13' \frac{1}{2}$, qui mesurent le mouvement des Nœuds de Saturne dans l'espace de 1928 années, ce qui est à raison de $1^{\circ} 34' 4''$ en 100 années, & de $56'' 26'''$ par chaque année, plus grand de 8 secondes que celui que nous avons déterminé par les observations de Ptolemée.

Examinons présentement quel est le mouvement des Nœuds qui résulte des observations de Tycho, comparées aux nôtres.

Entre ces observations, nous en trouvons une qui a été faite à Uranibourg le 29 Décembre de l'année 1592, Saturne étant près de son Opposition avec le Soleil, que nous avons concluë le 3 Janvier de l'année 1593 à $1^{\text{h}} 20'$ du soir, cette Planete étant à $23^{\circ} 32'$ de l'Écrevisse. Par les observations qui furent faites le 29 Décembre 1592, Tycho détermine la longitude de cette Planete, à $1^{\text{h}} 30'$ du soir, à $23^{\circ} 57' 50''$ de l'Écrevisse, & sa latitude de $8' 0''$ vers le Septentrion. Pour faire usage de ces observations, nous avons employé les distances de Saturne à l'Œil du Taureau, & au Cœur du Lion, dont la première fut alors observée de $50^{\circ} 5' 40''$, & la seconde de $30^{\circ} 13' 0''$. La longitude & la latitude de ces Étoiles étant connuës exactement par les observations modernes, nous avons déterminé leur vrai lieu pour le temps de cette observation, & leur latitude qui est invariable, & nous avons calculé pour ce temps le vrai lieu de Saturne à $23^{\circ} 56' 3''$ de l'Écrevisse, éloigné seulement de $1' 47''$ de celui qu'avoit trouvé Tycho, & sa latitude septentrionale, de 13 minutes, plus grande de 5 minutes qu'il ne l'avoit déterminée, ce qui peut venir de ce que les Étoiles fixes dont on a observé la distance à l'égard de Saturne, étant près de l'Écliptique, on ne peut pas déterminer par le moyen de ces observations, la latitude de cette Planete avec la même évidence que sa longitude.

Pour nous assurer davantage de la quantité de la latitude de Saturne au temps de cette observation, nous avons employé sa hauteur méridienne, qui a été observée par deux différents instrumens, de $55^{\circ} 36' 15''$, & de $55^{\circ} 37' 20''$. Prenant un milieu,

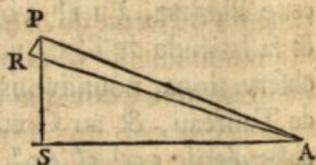
on aura $55^{\text{d}} 36' 48''$, dont retranchant la réfraction qui, à cette hauteur, est de 41 secondes, reste la hauteur véritable de Saturne, $55^{\text{d}} 36' 7''$. Retranchant de cette hauteur celle de l'Équateur à Uranibourg, qui a été observée par M. Picard, de $34^{\text{d}} 5' 45''$, on aura la déclinaison septentrionale de Saturne au temps de cette observation, de $21^{\text{d}} 30' 22''$, plus petite seulement de $53''$ que Tycho ne l'avoit déterminée.

La distance de Saturne au Cœur du Lion, qui étoit à peu-près sur le même cercle de latitude, fut observée de $30^{\text{d}} 13'$ vers l'Orient, ce qui donne la différence de longitude entre ces deux Étoiles, de cette même quantité de $30^{\text{d}} 13'$, qui, étant retranchée de celle du Cœur du Lion, qui étoit alors, suivant nos Tables, de $4^{\text{f}} 24^{\text{d}} 9' 3''$, reste la longitude de Saturne, de $3^{\text{f}} 23^{\text{d}} 56' 3''$, précisément de même que nous l'avons déterminée ci-dessus.

La longitude & la déclinaison de cette Planete étant ainsi connues, on résoudra le Triangle sphérique PSA , rectangle en S , dans lequel AP représente la distance de Saturne au point d'*Aries*, prise sur son Orbite, qui, à cause du peu de latitude de cette Planete, est égale à sa longitude prise sur l'Écliptique, & PS mesure sa déclinaison; c'est pourquoi l'on trouvera l'angle PAS , de $23^{\text{d}} 38' 46''$, dont retranchant l'angle RAS , qui mesure l'obliquité de l'Écliptique, de $23^{\text{d}} 29' 0''$, reste l'angle PAR , de $9' 46''$; & dans le Triangle ARP , rectangle en R , dont le côté AP , & l'angle PAR sont connus, on trouvera le côté RP , qui mesure la latitude septentrionale de Saturne, de $0^{\text{d}} 8' 56''$, ce qui s'accorde mieux à la détermination de Tycho, & que nous avons jugée préférable à celle que nous avons trouvée par l'observation de diverses distances de Saturne aux Étoiles fixes.

L'Aphélie de Saturne, calculé par les observations de Tycho étoit en 1593, à $8^{\text{f}} 25^{\text{d}} 40' 51''$, qui, étant retranché de son vrai lieu vû du Soleil, qui étoit alors à $3^{\text{f}} 23^{\text{d}} 22' 45''$, reste l'anomalie vraie de Saturne, de $6^{\text{f}} 27^{\text{d}} 42' 0''$, avec laquelle on trouve la distance de Saturne au Soleil, de 90542. Nous avons aussi trouvé avec l'anomalie vraie du Soleil, qui étoit de

$6^{\text{f}} 13^{\text{d}}$



6^r 13^d 16' 0", sa distance à la Terre, de 9836, qui, étant retranchée de la distance de Saturne au Soleil, de 90542, à cause que Saturne étoit fort près de son Opposition, donne la distance de Saturne à la Terre, de 80706; c'est pourquoi l'on fera, comme 90542 est à 80706; ainsi 8' 56", latitude de Saturne, vûe de la Terre, est à sa vraie latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de 7' 58". Enfin l'on fera, comme la tangente de 2^d 30' 40", inclinaison de l'Orbite de Saturne, est à la tangente de 7' 58", qui mesure sa vraie latitude; ainsi le sinus total est au sinus de la distance de Saturne à son Nœud au temps de cette observation, qu'on trouvera de 3^d 1' 40", & qui, étant retranché du vrai lieu de cette Planete, qui étoit alors de 3^r 23^d 22' 45", à cause que sa latitude étoit septentrionale, donne le vrai lieu de son Nœud ascendant à la fin de l'année 1592, à 20^d 21' 5" de l'Ecreviffe.

On l'a trouvé le 1.^{er} Janvier de l'année 1700, à 21^d 13' 30" de l'Ecreviffe, la différence est de 52' 25", qui mesurent le mouvement du Nœud de Saturne dans l'espace de 107 années, ce qui est à raison de 49' 0" pour 100 années, & de 29" 24" par année, beaucoup plus petit que par les comparaisons précédentes, ce qui ne doit pas paroître surprenant si l'on considère qu'une minute d'erreur dans l'observation de la latitude de Saturne lorsqu'il est près de ses Nœuds, en produit une de près de 23 minutes dans la situation de son Nœud, & de 14 secondes dans la quantité de son mouvement annuel, déduit de la comparaison des observations éloignées l'une de l'autre de 100 années.





LIVRE CINQUIÈME.

DE JUPITER.

JUPITER est dans l'ordre des Planetes, celle qui après Saturne est la plus éloignée du Soleil & de la Terre; elle est dans ses Oppositions avec le Soleil plus proche de la Terre que vers ses Conjonctions, ce qui la fait paroître plus grande & plus lumineuse dans des temps que dans d'autres; mais elle ne se rencontre jamais entre le Soleil & la Terre, ce qui l'a fait mettre au nombre des Planetes supérieures.

C H A P I T R E I.

Du Globe de Jupiter, & de sa Révolution autour de son axe.

LE globe de Jupiter est de figure sphérique ou approchante de la sphérique, car son disque vû par les grandes Lunettes paroît assés exactement rond, quoiqu'il y ait eu des temps où il a paru un peu plus long suivant la ligne d'Orient en Occident, que du Midi au Septentrion.

Aussi-tôt que Galilée l'eût observé avec des Lunettes, il y apperçut plusieurs bandes obscures & à peu-près paralleles entr'elles, suivant la direction de la route qu'il décrit par son mouvement propre.

Le nombre de ces bandes obscures n'a pas toûjours été le même: quelquefois il y en a eu jusqu'à huit, dans d'autres temps il n'y en a eu qu'une, & on en distingue trois pour l'ordinaire, celle que l'on a toûjours apperçûe est plus large que les autres, située

dans la partie boréale de son disque, tout proche de son centre.

Au mois de Juillet de l'année 1665, mon Pere découvrit divers changements, tant dans les trois bandes obscures de Jupiter que l'on y apperçoit ordinairement, que dans le reste de son disque, & il y vit naître des brillants, comme on en a vû autrefois dans le Soleil. Il découvrit aussi dans la partie septentrionale de la bande la plus méridionale de Jupiter, une Tache qui paroissoit se mouvoir sur son disque apparent de l'Orient vers l'Occident, & qui, après avoir cessé de paroître, revenoit sur le disque apparent & au même point où on l'avoit vûe dans la révolution précédente, après un intervalle de $9^h 56'$; ce qu'il reconnut par un grand nombre de révolutions observées pendant les six derniers mois de l'année 1665, & les six premiers de l'année 1666. Cette Tache paroissoit plus large vers le centre que vers la circonférence, où elle se rétrécissoit, de sorte qu'elle se perdoit de vûe avant que d'arriver au bord de Jupiter, son mouvement paroissoit plus vif près du centre que vers les bords, ce qui fait connoître qu'elle étoit adhérente à la surface de Jupiter, & qu'elle tournoit sur son axe par un mouvement qui, considéré du centre de Jupiter, se faisoit de l'Occident vers l'Orient.

Cette Tache, après avoir été visible l'espace d'environ 2 années, cessa de paroître jusqu'au commencement de l'année 1672, qu'on l'apperçut de nouveau dans la même forme & dans la même situation à l'égard du centre de Jupiter, où on l'avoit vûe en 1665, 1666 & 1667. Comparant les intervalles de six années, on trouva sa révolution de $9^h 55' 51''$, & continuant ces observations jusqu'à la fin de l'année 1674, on trouva que ses révolutions étoient de $9^h 55' 53'' \frac{1}{2}$, plus lentes de deux second. $\frac{1}{2}$ que par la première comparaison.

Cette Tache a été invisible en 1675 & 1676, & pendant ces deux années, il est arrivé d'autres changements très-considérables dans Jupiter : car un interstice clair qui étoit entre deux bandes obscures, s'est partagé en plusieurs petites parties, semblables à autant d'Isles, comme si ces deux bandes obscures étoient deux grandes rivières qui, débordant l'une contre l'autre, eussent laissé ces Isles, qui furent enfin tout-à-fait effacées, de sorte que ces deux bandes & l'interstice, ne formèrent plus qu'une seule

bande plus large. Mais depuis la sortie de Jupiter des rayons du Soleil, de l'année 1677, les bandes ont repris la forme & situation qu'elles avoient eûes auparavant, & la Tache principale a reparu de nouveau; elle fut observée au milieu de Jupiter le 9 Juillet à 1^h 13' du matin.

Ayant comparé cette observation à celle du même jour de l'année 1665, pour éviter ce qui peut résulter de l'inégalité des temps, on a trouvé par les intervalles de 12 années, que ces révolutions l'une portant l'autre s'achevent en 9 heures 55 minutes 52 secondes & 5 ou 6 tierces; & parce que dans les années 1672 & 1673, elles parurent plus lentes de 2 secondes $\frac{1}{2}$, pendant que Jupiter étoit à sa plus grande distance du Soleil, cela donna lieu de conjecturer que ces révolutions peuvent avoir quelque petite inégalité dépendante de la variation de la distance de Jupiter au Soleil, qu'elles sont un peu plus lentes lorsque Jupiter en est plus éloigné, & qu'elles ont une plus grande vitesse lorsqu'il en est plus proche, ce que plusieurs Astronomes ont supposé arriver aux révolutions diurnes de la Terre dans l'hypothèse de Copernic.

Cette Tache après avoir été invisible pendant 8 années, parut de nouveau au mois de Mars de l'année 1685, & continua d'être observée jusqu'au commencement d'Octobre de l'année 1687. Elle cessa ensuite de paroître jusqu'à la fin de Novembre de l'année 1690, qu'elle parut adhérente à la même bande, & plus méridionale; on continua de la voir de même jusqu'au commencement de Décembre, & le 5 du même mois à 5^h 25' du soir, on aperçut une nouvelle Tache plus obscure que l'ancienne, adhérente non pas à la bande plus méridionale de Jupiter, mais à la bande moins méridionale du côté du centre dont elle étoit fort proche. Elle étoit alors de figure ronde & à peu-près égale à l'ombre du troisième Satellite, dont le diametre est un peu plus grand que la vingtième partie du diametre de Jupiter, qui occupe plus de 6 degrés de sa circonférence, & en occuperoit plus de 60 de la circonférence de la Terre, autant à peu-près qu'en occupe toute l'Afrique.

Cette Tache ne conserva pas la même figure qu'elle avoit au commencement, quelques jours après elle parut à son retour, au milieu de Jupiter, en forme de croissant dont les pointes tournoient

vers la bande à laquelle elle est adhérente; après quelques autres révolutions, elle sembloit avoir la figure du caractère astronomique du Taureau, dont les cornes étoient vers la même bande. Elle parut ensuite divisée en trois taches peu éloignées l'une de l'autre, la première vers l'Occident étoit la plus petite & la plus adhérente à la bande, la seconde étoit la plus grande & la plus détachée de la bande vers le Septentrion, la troisième, plus orientale, étoit la moyenne en grandeur, & un peu plus proche de la même bande.

Trois jours après, ces trois Taches faisoient ensemble la figure d'un chevron d'armoiries, dont la pointe étoit tournée vers la bande, & l'espace adhérent vers le centre, avoit comme l'apparence d'une montagne claire dont la Tache seroit l'ombre.

Le 23 Décembre, cette Tache parut fort longue, & elle étoit précédée d'une Tache ronde, & suivie d'une autre d'une figure fort irrégulière, qui en étoit éloignée de la neuvième partie du diamètre de Jupiter. Par l'observation du retour de ces Taches au centre de Jupiter, on trouva que celle du milieu faisoit sa révolution en 9 heures 51 minutes, comme la Tache entière avoit fait avant qu'elle fut partagée; ces trois Taches continuèrent de paroître dans le même parallèle de Jupiter aux mois de Janvier & Février de l'année 1691.

Pendant que l'on observoit la Tache dont nous venons de faire la description, on apperçut dans Jupiter, le 13 Décembre de l'année 1690, cinq bandes, deux septentrionales, & trois australes. Une heure après, il n'y resta que les deux bandes plus proches du centre, & un vestige très-foible de la septentrionale étroite; & alors on vit dans l'interstice clair entre les deux bandes qui restoient entières du côté de l'Orient, deux petites Taches rondes & noires adhérentes à ces bandes l'une contre l'autre, qui s'avancèrent vers le centre, & se trouvèrent à 7^h 45' du soir, au milieu de Jupiter, où elles retournèrent le 15 à 9^h 7', après avoir fait cinq révolutions, chacune de 9^h 52' 24".

Au mois de Janvier suivant, on remarqua deux Taches semblables à celles qui avoient été apperçues le 13 Décembre, & supposant que ce fussent les mêmes, on trouva que chaque révolution étoit de 9^h 53'.

On découvrit aussi au mois de Janvier 1691, dans l'hémisphère

opposé à celui où étoient les trois Taches dont on a fait la description, une autre nouvelle Tache dans l'espace clair entre les deux plus grandes bandes obscures les plus près du centre, & on trouva par 95 de leurs retours, leurs révolutions de 9^h 51'. On remarqua aussi que certaines Taches qui, au commencement, étoient rondes, s'étoient un peu allongées suivant la direction des bandes; on en observa quatre de cette nature depuis le mois de Février de l'année 1691 jusqu'à ce que Jupiter fut trop proche du Soleil pour les pouvoir distinguer, & lorsqu'il fut sorti des rayons du Soleil, on ne les aperçut plus, mais on en remarqua d'autres nouvelles. Il en parut au commencement de l'année 1692, qui étoient près de l'Équinoctial de Jupiter, dont la période n'étoit que de 9^h 50', & généralement toutes les Taches qui passèrent plus près du centre de Jupiter, parurent avoir un mouvement plus vite que celles qui en étoient plus éloignées; ces Taches qui avoient un mouvement plus prompt que les autres, étoient aussi plus près de son Équinoctial, qui est parallèle aux bandes; ainsi suivant l'analogie des bandes de Jupiter avec nos Mers, on pourroit comparer le mouvement de ces Taches à celui des Courants, qui sont plus grands près de l'Équateur de la Terre que dans tout autre endroit.

Il est à remarquer que l'on n'avoit jamais tant vû paroître de nouvelles Taches sur le globe de Jupiter que depuis le mois de Décembre de l'année 1690, & qu'alors Jupiter étoit non-seulement à son Périhélie, où il doit recevoir une plus grande impression de la chaleur du Soleil, mais aussi près de son Opposition avec le Soleil, où, à cause qu'il se trouve alors plus proche de la Terre, on doit appercevoir avec plus de distinction les changements qui y arrivent.

Pendant que l'on observoit ces nouvelles productions de Taches sur le disque de Jupiter, on remarquoit aussi de grandes variations dans le nombre & la figure de ses bandes.

Le 14 Décembre de l'année 1690 à 4^h 20' du soir, on ne voyoit que deux bandes obscures dans le disque de Jupiter, qui étoient peu éloignées de son centre, l'une du côté du Septentrion, & l'autre du côté du Midi.

La bande septentrionale que l'on y avoit observée depuis 40

années sans interruption, & qui, selon les apparences, a toujours été vûe depuis l'année 1630, que l'on a commencé à découvrir des bandes dans Jupiter, étoit un peu plus large que la méridionale, au milieu de laquelle on apperçut à 4^h 28', une espece d'Isle blanche. On vit en même temps un vestige d'une bande plus septentrionale, étroite, éloignée de la plus large d'un peu moins de son épaisseur; cette bande que l'on appercevoit très-souvent, ne s'étendoit pas toujours jusqu'aux bords de Jupiter, mais on la voyoit quelquefois manquer du côté de l'Orient, & d'autres fois du côté de l'Occident.

Il parut aussi dans le bord oriental de Jupiter, dans la partie méridionale qui étoit fort claire, un commencement d'une quatrième bande obscure, qui s'avançoit peu à peu vers le bord occidental, de sorte qu'en moins d'une heure & demie, elle parut s'étendre d'un bord à l'autre, & en cet état Jupiter se voyoit avec quatre bandes entières, paralleles entr'elles.

C'est ainsi que l'on a vû souvent se former des bandes nouvelles dans Jupiter, dans l'espace d'une ou de deux heures, & que l'on en a vû manquer vers le bord oriental, & sortir peu à peu entièrement du bord occidental, ce qui a fait juger qu'il y a dans Jupiter des bandes interrompues qui entrent dans son disque apparent, & en sortent par sa révolution autour de son axe.

Le 16 Décembre de l'année 1690 à 6 heures du soir, on vit non-seulement la même bande méridionale revenir de la même manière, mais on en apperçut une autre entre celle-ci & la méridionale plus proche du centre; & au de-là des deux bandes septentrionales, il en parut encore une troisième, de sorte que l'on vit dans Jupiter trois bandes obscures méridionales, & trois autres septentrionales, toutes paralleles entr'elles.

Dans l'interstice entre les bandes méridionales & les bandes septentrionales, qui étoit assés large, il parut aussi le même jour à 6^h 38' du soir, une bande oblique qui passoit par le centre, & ne se voyoit que dans la partie occidentale, déclinant beaucoup du côté du Midi; c'est la première qui ait été observée avec une obliquité si sensible.

Après avoir observé dans la partie méridionale de Jupiter, trois bandes obscures paralleles entr'elles, & une quatrième oblique

avec leurs intervalles clairs, on apperçut le 20 Décembre depuis 6^h 20' jusqu'à 8 heures du soir, ces intervalles entièrement effacés, à la réserve d'un dont il restoit une partie du côté de l'Orient, qui faisoit une apparence semblable à celle de l'Italie placée entre la Mer Adriatique & la Mer de Toscane, tout le reste de la partie méridionale du disque apparent de Jupiter étant comme inondé d'une obscurité uniforme parsemée de quelques petites Isles.

Pendant l'année 1691, la plus large des trois bandes obscures que l'on apperçoit ordinairement dans Jupiter, & la plus proche de son centre du côté du Septentrion, a toujours continué de paroître, mais avec quelques variations.

On y remarqua dans le mois d'Octobre, deux Taches claires qui occupoient presque toute sa largeur, & il en parut encore à la fin du même mois deux autres opposées l'une à l'autre, qui faisoient leurs révolutions en 9^h 51'. On remarqua aussi que cette même bande se rétrécissoit, & qu'au contraire les deux autres bandes, l'une méridionale, & l'autre septentrionale entre lesquelles elle étoit, s'élargissoient peu à peu, de sorte qu'au mois de Décembre 1691, il n'y avoit pas beaucoup de différence entre la largeur de ces trois bandes. Suivant l'analogie de ces grandes bandes aux Mers auxquelles on les peut comparer en quelque sorte, on diroit que la bande du milieu se seroit déchargée en partie dans les deux autres; & en effet on voyoit entre ces bandes comme des traces de communication. La grande bande méridionale & la septentrionale ne paroissent pas toujours entières aux premiers mois de l'année 1691, mais on y appercevoit souvent des interruptions, & l'on voyoit leurs extrémités s'avancer de la partie orientale du disque de Jupiter à l'occidentale. Ayant comparé ensemble plusieurs retours de l'extrémité de la bande méridionale au milieu de Jupiter, on a trouvé chaque révolution de 9^h 55' $\frac{2}{3}$. Enfin au mois d'Octobre 1691, on vit en certain temps sur le disque de Jupiter jusqu'à 7 ou 8 bandes obscures, la plupart du côté du Midi, fort près les unes des autres.

En l'année 1692, la Tache qui est proche de la bande méridionale, & qui avoit été observée en 1665, 1672, 1677, 1685 & 1690, parut de nouveau; mais vers la fin de l'année 1693, la bande méridionale à laquelle elle est presque adhérente, s'étant
en partie

en partie effacée, la Tache disparut entièrement; elle revint encore avec la même bande au commencement de l'année 1694, & on l'observa jusqu'à ce que Jupiter fût près d'entrer dans les rayons du Soleil. Depuis l'année 1694, elle a été invisible l'espace de 14 ans, jusqu'au 6 Avril de l'année 1708, qu'on observa son passage par le milieu de Jupiter à $8^{\text{h}} 52'$. Ayant comparé ensemble divers retours de cette nouvelle Tache observée au milieu de Jupiter pendant l'espace de plus de deux mois, après avoir tenu compte des inégalités auxquelles ces retours sont sujets, à cause de la première & de la seconde Inégalité de Jupiter, & de l'Equation du temps, on a trouvé sa révolution de $9^{\text{h}} 55' 48''$, de 4 secondes plus courte que la moyenne, déterminée de $9^{\text{h}} 55' 52''$, par la comparaison des observations éloignées d'un grand intervalle.

C H A P I T R E I I.

Des Mouvements de Jupiter.

DANS la théorie de Saturne, nous avons employé principalement les observations de ses Oppositions avec le Soleil, pour déterminer son moyen mouvement, parce que dans les autres situations de cette Planete à l'égard du Soleil, son vrai lieu vû de la Terre, diffère de son vrai lieu vû du Soleil, d'une quantité que l'on ne peut pas déterminer par des observations immédiates.

Les mêmes apparences se rencontrent dans la théorie de Jupiter, où la différence entre le vrai lieu de cette Planete vûe de la Terre & du Soleil, est encore plus grande que dans Saturne, ce qui nous oblige d'employer les mêmes méthodes dans la détermination de son moyen mouvement.

Quoique le mouvement propre de Jupiter, qui fait sa révolution autour du Soleil en près de 12 années, soit beaucoup plus prompt que celui de Saturne, & que nous ayons une suite non interrompue des Oppositions de cette Planete avec le Soleil pendant cinq de ses révolutions; nous n'avons pas cependant jugé que nos propres observations fussent suffisantes pour regler ses mouvements avec assés de précision: car quoique depuis la découverte

des Lunettes & des Pendules, les observations modernes se faissent avec beaucoup plus d'exactitude que les anciennes, on ne peut pas s'assurer encore que l'avantage que l'on retire de cette plus grande précision, puisse compenser celui que les observations anciennes, quoique moins exactes, doivent nous procurer, parce que l'erreur qui peut se glisser dans chaque observation, produit une différence moins considérable dans la détermination des mouvements, plus elle se trouve partagée par un grand nombre de révolutions.

La plus ancienne observation de Jupiter, qui soit venue à notre connoissance, est celle qui est rapportée par Ptolemée (*Almageste, liv. 11. chap. 3.*) qu'il assure n'être point douteuse, & qu'il marque être arrivée l'an 83 depuis la mort d'Alexandre, le 18 du mois Égyptien nommé *Epiphi*, au matin, suivant laquelle Jupiter parut cacher une Étoile de l'Écrevisse appelée l'*Asne austral*, qui est marquée dans Bayer par la lettre δ .

Cette observation réduite à nos Époques & à notre Méridien, qui est plus occidental que celui d'Alexandrie, de $1^h 52'$, se rapporte au 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à $16^h 8'$ après midi, suivant notre manière de compter les années, qui, comme nous l'avons remarqué en d'autres occasions, diffère d'une année de celle de la plupart des Chronologistes, qui rapportent cette observation à l'année 241 avant Jesus-Christ.

La longitude de cette Étoile étoit au commencement de l'année 1690, à $4^d 23' 40''$ du Lion, dont retranchant $27^d 33' 44''$ pour le mouvement propre des Étoiles fixes dans l'intervalle de 1929 années & 4 mois, à raison d'un degré en 70 années, on aura la longitude de cette Étoile pour le temps de l'observation des Chaldéens, à $6^d 49' 56''$ de l'Écrevisse.

Le vrai lieu du Soleil, calculé suivant nos Tables pour le même temps, étoit à $7^d 24'$ de la Vierge; ainsi Jupiter étoit alors fort éloigné de son Opposition avec le Soleil, & par conséquent le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, étoit différent de celui qui avoit été observé de la Terre; ce qui fait voir que l'on ne peut pas employer immédiatement cette observation pour déterminer les mouvements de Jupiter.

Nous avons donc eu recours aux observations de cette Planete

qui ont été faites près de ses Oppositions avec le Soleil, à Alexandrie, par Ptolemée, qui en rapporte trois au premier Chapitre du 11.^{me} livre de son Almageste.

La première est arrivée la 17.^{me} année d'Hadrien, le premier jour du mois Égyptien nommé *Epiphi*, une heure avant minuit, Jupiter étant, selon lui, à 23^d 11' du Scorpion, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

La seconde, la 21.^{me} année d'Hadrien, le 13.^{me} jour du mois de *Phaothi* ou *Paophi*, deux heures avant minuit, Jupiter étant à 7^d 54' des Poissons, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

Et la troisième, la première année d'Antonin, le 20.^{me} jour du mois d'*Athir*, à 5 heures après minuit, Jupiter étant à 14^d 23' du Bélier, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

Le même Auteur adjoute que de la première Opposition à la seconde, il y a 3 années Égyptiennes, 106 jours & 23 heures, & de la seconde à la troisième, une année 37 jours & 7 heures.

Les intervalles entre ces observations sont conformes à ce qui résulte du calcul des mois Égyptiens, qui sont chacun de 30 jours, car depuis le premier jour du mois d'*Epiphi* de la 17.^{me} année d'Hadrien, à 11 heures du soir, jusqu'au 13.^{me} du mois de *Phaothi* de la 21.^{me} année d'Hadrien, à 10 heures du soir, il y a 3 années communes, de 365 jours chacune, 3 mois 11 jours & 23 heures plus 5 jours dont la quatrième année Égyptienne excède les 12 mois, ce qui fait 3 années 106 jours & 23 heures; & depuis le 13.^{me} du mois de *Phaothi* de la 21.^{me} année d'Hadrien, à 10 heures du soir, jusqu'au 20.^{me} du mois d'*Athir* de la 1.^{ere} année d'Antonin, à 5 heures après minuit, il y a une année 37 jours & 7 heures.

Le P. Riccioli (*Astronomie réformée, liv. 6. chap. 1.*) rapporte la première observation au 18 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, à 11 heures du soir; la seconde au 31 Août de l'année 136 à 10 heures du soir; & la troisième au 7 Octobre de l'année 137 à 17 heures.

L'intervalle entre les deux dernières observations est d'une année commune plus 37 jours & 7 heures, conformément à ce que marque Ptolemée, mais celui qui est entré le 18 Mai de

l'année 133 à 11 heures du soir, & le 31 Août de l'année 136 à 10 heures du soir, n'est que de trois années communes, 105 jours & 23 heures, moindre d'un jour que suivant Ptolemée, ce qui fait voir qu'il y a un jour d'erreur dans la détermination du temps d'une de ces observations.

Pour reconnoître d'où vient cette différence, nous avons cherché le rapport des années Égyptiennes aux nôtres, dans la Chronologie réformée du P. Riccioli, où l'on trouve que la 21.^{me} année d'Hadrien, le premier jour du mois de *Thot*, qui est le commencement de l'année Égyptienne, répondoit au 20 Juillet de l'année 136 après Jesus-Christ; le premier jour du mois de *Phaothi* ou *Paophi*, qui est le suivant, étoit donc le 19 Août, & le 13.^e du même mois répondoit au 31 du mois d'Août de l'année 136, conformément à la détermination du P. Riccioli; ce qui fait voir qu'il y a une différence d'un jour dans le temps marqué de la première Opposition, qu'il faut rapporter au 17 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, à 11 heures du soir.

Cette détermination se confirme par une observation d'Eclipse de Lune, que Ptolemée rapporte être arrivée la 17.^{me} année d'Hadrien, la 880.^{me} de Nabonassar, le 20.^e du mois de *Payni*, à 11^h 15' du soir.

Le P. Petau (*Doctrine des Temps*, liv. 11. chap. 22.) qui employe cette observation pour établir sa Chronologie, la rapporte au 6 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, conformément à la détermination du P. Riccioli.

Nous trouvons aussi par nos Tables, que le milieu de cette Eclipse a dû arriver le 6 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, à 10^h 55' du soir au Méridien d'Alexandrie, à 20 minutes près du temps observé, ce qui ôte tous les doutes que l'on pourroit avoir sur la correspondance des Époques anciennes avec les nôtres, dans le temps de cette observation.

Depuis le 20.^{me} jour du mois de *Payni* de la 17.^{me} année d'Hadrien jusqu'au premier jour du mois suivant d'*Epiphi* de la même année, temps de la première Opposition de Jupiter, observée par Ptolemée, il y a onze jours qui, étant adjoutés au 6 Mai de l'année 133, déterminent le temps de cette Opposition au 17 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, ainsi que nous

l'avons marqué ci-devant, un jour avant la détermination du P. Riccioli.

Ayant ainsi réduit à nos Époques le temps où, suivant Ptolemée, Jupiter s'est trouvé en Opposition avec le lieu moyen du Soleil, nous avons supposé que dans chacune de ces observations le vrai lieu de Jupiter étoit tel qu'il est marqué par Ptolemée, & qu'il l'avoit déterminé avec assés de précision par la comparaison de la situation de cette Planete avec les Étoiles fixes voisines dont la longitude lui étoit connuë. Nous avons ensuite calculé, suivant nos Tables, le lieu moyen du Soleil pour le 17 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, à 11 heures du soir au Méridien d'Alexandrie, qui est plus oriental que celui de Paris, de $1^h 52'$, & nous l'avons trouvé à $24^d 11' 24''$ du Taureau, plus avancé d'un degré que ne l'avoit supposé Ptolemée. Nous avons aussi déterminé pour le même temps le vrai lieu du Soleil, à $24^d 43' 42''$ du Taureau; d'où l'on voit que Jupiter avoit déjà passé le lieu de son Opposition avec le Soleil, que nous avons trouvée, suivant la méthode prescrite dans le Livre précédent, être arrivée le 15 Mai de l'année 133 à $23^h 3'$ au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter étant à $23^d 22' 22''$ du Scorpion.

La seconde Opposition rapportée par Ptolemée, & reduite à l'Époque de Jesus-Christ, est arrivée le 31 Août de l'année 136 à 10 heures du soir à Alexandrie, c'est-à-dire, à $8^h 8'$ au Méridien de Paris, le vrai lieu de cette Planete étant, selon lui, à $7^d 54'$ des Poissons, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

Nous trouvons que le lieu moyen du Soleil étoit à $8^d 53' 58''$ de la Vierge, plus avancé d'un degré que suivant Ptolemée, & son vrai lieu à $6^d 58' 17''$ du même Signe; d'où il résulte que l'Opposition de Jupiter avec le vrai lieu du Soleil, est arrivée le 1.^{er} Septembre à $4^h 10'$ à Paris, cette Planete étant à $7^d 47' 35''$ des Poissons.

Enfin, la troisième Opposition de Jupiter avec le lieu moyen du Soleil, observée par Ptolemée, réduite à l'Époque de J. C. & au Méridien de Paris, est arrivée le 7 Octobre de l'année 137 à $15^h 8'$, le vrai lieu de Jupiter étant à $14^d 23'$ du Bélier.

Le lieu moyen du Soleil pour ce temps étoit, suivant nos Tables, à $15^d 24' 32''$, plus avancé de $1^d 2'$ que ne l'a supposé

Ptolemée, & son vrai lieu à $13^{\text{d}} 48' 4''$ du même Signe; d'où l'on trouve que l'Opposition véritable de Jupiter avec le Soleil, est arrivée le 8 Octobre de l'année 137 à $3^{\text{h}} 18'$ à Paris, le vrai lieu de Jupiter étant à $14^{\text{d}} 19'$ du Bélier.

Ces Oppositions de Jupiter, rapportées par Ptolemée, ont été suivies d'une autre observation de cette Planete, faite par le même Astronome à Alexandrie, où (*Almageste, liv. 11. chap. 2.*) ayant déterminé le lieu de Jupiter, par rapport à l'Œil du Taureau, il le trouva le 26.^{me} du mois de *Messori*. de la seconde année d'Antonin, à 17 heures après midi, à $15^{\text{d}} 45'$ des Gemeaux.

Il remarque que depuis la troisième Opposition de Jupiter jusqu'au temps de cette observation, il y a eu une année Égyptienne & 220 jours; adjoûtant cet intervalle de temps à celui de l'Opposition de l'année 137, qui est arrivée le 7 Octobre à 17 heures, on aura le temps de cette observation le 10 Juillet de l'année 139 à 17 heures au Méridien d'Alexandrie, de même que le P. Riccioli l'a déterminé.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors à $16^{\text{d}} 10'$ de l'Ecrevisse, éloigné de plus d'un Signe de celui de Jupiter, ce qui fait voir que cette Planete étoit pour lors éloignée de son Opposition; ainsi on ne peut employer cette observation pour déterminer les mouvements de Jupiter, qu'après avoir connu la seconde Inégalité de cette Planete, pour réduire son vrai lieu vû de la Terre à son vrai lieu vû du Soleil.

Depuis les observations de Ptolemée jusqu'au commencement du sixième siècle, nous n'en avons qu'une de Jupiter, que Bouillaud a tirée d'un Manuscrit de la Bibliothèque du Roi, suivant lequel cette Planete parut le 30 du mois de *Thot* de l'année 225 de Dioclétien, en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Dans l'examen qu'il fait de cette observation, il suppose que le Cœur du Lion étoit à $8^{\text{d}} 49' 54''$ de ce Signe, plus avancé de $11' 9''$ que nous ne le trouvons pour le même temps, ce qui vient de ce qu'il n'attribuë aux Étoiles fixes, qu'un mouvement de 50 secondes par année, & d'un degré en 72 ans; au lieu que par la comparaison des observations anciennes avec les modernes, nous l'avons déterminé d'un degré en 70 ans.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, à $5^{\text{d}} 51'$ de la Balance, éloigné de près de 2 Signes de celui de Jupiter, de sorte que nous ne pouvons point présentement faire usage de cette observation, de même que de la précédente.

Nous avons donc examiné les autres observations de cette Planete, qui ont été faites depuis dans le temps de son Opposition avec le Soleil.

Entre ces Oppositions, il y en a trois qui ont été observées par Copernic à Fruemberg, qui est plus oriental que Paris, de $1^{\text{h}} 12'$; douze par Tycho à Uranibourg, depuis 1583 jusqu'en 1596; & trois par Longomontanus, au commencement du dix-septième siècle.

Ces observations ont été suivies de celles de Gassendi, faites à Aix en 1620, & à Digne en 1633.

Depuis ce temps-là nous en avons dix d'Hevelius, faites à Dantzick, depuis 1667 jusqu'en 1678, dont quelques-unes ont été observées en même temps en Angleterre & en France, & s'y accordent assés exactement, ce qui fait voir qu'on peut compter sur la précision de ces observations.

Les observations d'Angleterre ont été faites par M. Flamsteed à Greenwich, depuis 1677 jusqu'en 1704.

Celles de France ont été faites à l'Observatoire Royal de Paris, depuis l'année 1672, jusqu'en l'année 1732, y ayant eu quelque interruption dans les premières années. Un grand nombre de ces observations ont été faites en même temps en Angleterre, & s'accordent entr'elles avec autant d'exactitude qu'on peut le souhaiter.

Comme dans les observations rapportées dans les différents Auteurs, on n'a pas toujours marqué le temps précis de l'Opposition de Jupiter avec le Soleil, & son vrai lieu au temps de cette Opposition; qu'on a même employé dans le calcul de quelques-unes, la réfraction des Astres, & d'autres éléments différents de ceux que l'on trouve présentement, nous les avons calculées toutes (à la réserve de celles de 1584, 1607, 1610 & 1613) en les réduisant au Méridien de Paris, & supposant le vrai lieu du Soleil, de même que celui des Étoiles fixes, avec lesquelles on les a comparées, tels qu'ils résultent de nos Tables, & nous les

avons rapportées ici, afin que les Astronomes qui en voudront faire usage, puissent y avoir recours.

Oppositions de Jupiter avec le Soleil, observées par divers Astronomes.

P T O L E M E E.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Jupiter.
133	Mai 15 à 23 ^h 3'	♃ 23 ^d 22' 22" ♄ ♀ ☉
136	Septembre 1 à 4 10	♃ 7 47 35
137	Octobre. . . 8 à 3 18	♃ 14 19 0

C O P E R N I C.

1520	Avril 28 à 15 ^h 56'	♃ 17 ^d 59' 0
1526	Novembre 28 à 1 58	♃ 15 51 0
1529	Janvier. . . 30 à 21 0	♃ 21 15 50

T Y C H O E T L O N G O M O N T A N U S.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Jupiter.	Latitude.
1583	Septembre 6 à 17 ^h 13'	♃ 23 ^d 33' 22" ♄ ♀ ☉	1 ^d 34' 53" Auf.
1584	Octobre. . . 13 à 7 20	♃ 0 22 0	
1585	Novembre 18 à 0 12	♃ 6 17 30	0 52 25 Auf.
1586	Décembre 21 à 16 2	♃ 10 19 4	0 8 17 Bor.
1588	Janvier. . . 22 à 8 8	♃ 12 18 34	0 58 47 Bor.
1589	Février . . . 21 à 0 36	♃ 12 57 8	1 14 32 Bor.
1590	Mars 23 à 12 20	♃ 12 54 30	1 32 6 Bor.
1591	Avril 23 à 19 6	♃ 13 7 20	1 17 10 Bor.
1592	Mai 25 à 16 21	♃ 14 25 1	0 35 56 Bor.
1594	Août 5 à 5 35	♃ 22 21 4	1 12 31 Auf.
1595	Septembre 12 à 1 25	♃ 28 53 10	1 39 18 Auf.
1596	Octobre. . . 18 à 8 30	♃ 5 40 0	1 25 45 Auf.
1607	Novembre 17 à 11 10	♃ 4 10 0	
1610	Décembre 30 à 14 40	♃ 19 36 0	
1613	Mars 1 à 22 0	♃ 21 45 0	

G A S S E N D I.

1620	Novembre 7 à 10 ^h 0'	♃ 15 ^d 58' 0"
1633	Décembre 17 à 2 0	♃ 26 3 20

HEVELIUS.