



1
3
22
8

anno 1660 spica & luna apparuerunt junctae, die 17. Junij hora 10. post meridiem parisijs. Cum spica subiq. hinc
luna, vae hua altitudo 24. processu, hora vero 9. 1/2 ex horologio trahis.

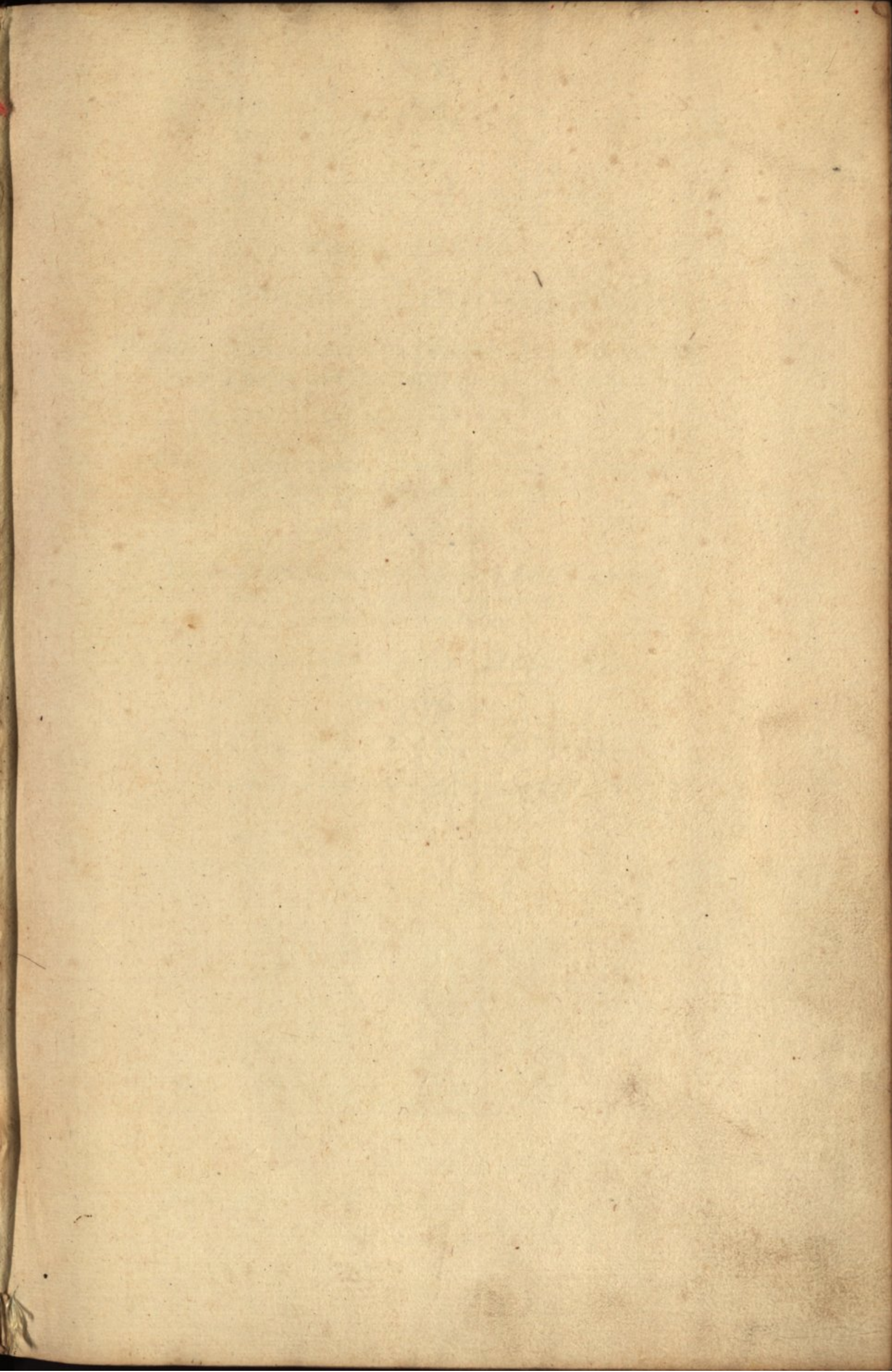
1
3
22
8

anno 1661 die 3. aug. hora post M. sexta luna & saturnus juncti apparuerunt. Luna prima borealis erat
7. hora in confirmatione conclusum est

10 - 24 - 6 -

1
3
22
8

2.



ASTRONOMIA

DANICA,

Figurae & opus

CHRISTIANI & LONGOMONTANI

Proficulis Mathematicorum, in Regia Acad. Hassanae
Sabanae, & in dno partibus Urbis, Q. d. d. d.

P. P. P. P.

De Astronomiae Fundamentis, & de Astronomiae
Historia, & de Astronomiae Practica.

V. G. G. G.

De Astronomiae Fundamentis, & de Astronomiae
Historia, & de Astronomiae Practica.

Un Appendix de Astronomiae Fundamentis.

P. P. P.

SEILLIS NOVIS & SYNOPSIS

de Astronomiae Fundamentis.



AMSTELÆDAMI
APUD IAN. DE WILHELM. KAMPER
MDCCLXXII

A S T R O N O M I A
D A N I C A,

Vigiliis & opera

CHRISTIANI S. LONGOMONTANI,

Professoris Mathematicum, in Regia Acad. Hauniensi,
elaborata, & in duas partes tributa; Quarum

P R I O R

*Doctrinam de diurna apparente siderum revolutione super sphaera armil-
lari veterum instaurata, duobus libris explicat:*

P O S T E R I O R

*Theorias de motibus Planetarum ad observationes D. Tychoonis
Brahe, & proprias, in triplici forma redintegratas,
eadem duobus libris complectitur.*

Cum Appendice de Ascititiis Cæli Phænomenis,

N E M P E,

S T E L L I S N O V I S E T C O M E T I S.

Nunc denuo ab Authore locis nonnullis emendata & aucta.



A M S T E R D A M I,
Apud IOH. & CORNELIVM BLAEV.
ANNO M. D C. X X X X.

A S T R O N O M I A

D A N I E L

1792

CHRISTIAN A. LONGMONT

Author of the

Elements of

PHYSICS

and of the

Principles of

LOGIC

and of the

Principles of

PHILOSOPHY

and of the

Principles of

ETHICS

and of the



AMSTERDAM

AND JON & GOFFELIN

1792

AD INCLYTVM

DANIÆ, NORVEGIÆ, GOTHORVM,
VANDALORVM &c. REGEM.

D. CHRISTIANVM IV.
DOMINVM ET REGEM SVVM
CLEMENTISSIMVM.



I diversam ingeniorum indolem, animorum inclinationes, studia denique & actiones hominum in vita attente intueri & considerare velimus, REX potentissime, DOMINE clementissime, ea licet infinita fere varietate differunt; ita tamen comparata sunt, & sub ea contrarietate posita, ut in duo genera haud inconvenienter dispesci queant; & dum personæ, ut in Comœdiis ac Tragœdiis fieri solet, iisdem repræsentiandis acquiruntur, totidem sibi postulant, duobus scilicet captivis haud dissimiles, qui suapte culpa in carcerem compacti, & vinculis in eo constricti, iisque sub magni Regis potestate adeo detenti; ut ante obitum nullam elabendi spem foverent; Verum ita tamen, ut postquam utriusque eorum singulari clementia æque indultum esset, quod vel in vinculis circumvecti varia & stupenda Principis illius opera, omnibus regni locis pulcherrime constructa atque disposita, si vellent, oculis usurparent, miseriamque hinc suam per totam vitam levarent. Alter interim ad benignam Domini hujus voluntatem osculandum & sequendum latissima mente se pararet; alter eandem animo plus quam impio, stolido & refractario spernens, in cellulam carceris sui, velut testudo solet, se recipere, ibique noctuæ instar perpetuo hebetari, lamentationes lugubres edere, & tandem tabe, turpi situ, ac squalore confici mallet, quam animum cum suo socio pulcherrimis spectaculis jugiter referre. Quo igitur, quæso, jure reprobus iste, & per omnem vitam infelicissimus, aut alterius felicitati invidere posset, aut propriæ infelicitatis culpam in alium, quam seipsum rejicere? Et nos quum in hoc mortali corpore captivi sumus, quippe talem nostram conditionem, quam tristis parentum lapsus omnibus nobis attulit, circumferentes, adeo ut cum captivis Plautinis fataliter ad mortem usque, his vocibus ingemiscamus, *Nos fugiamus? quo fugiamus?* nunquam in tanto reatus carcere benignius tractari, honorificentius ac clementius invitari, & ad magis stupendas

EPISTOLA DEDICATORIA.

opes operaque contemplanda circumferri nos posse existimabimus, quam ad hæc summi omnium Monarchæ & creatoris nostri, quæ totum hunc mundum pulcherrime replent, neque ab oculis, imo nec ab usibus quidem nostris, nisi extremo cœli ambitu clauduntur. Proinde quum tanta clementia Dei omnipotentis fruamur, ut non solum pulcherrimum hujus mundi Theatrum, in usum nostrum ab initio condiderit, sed etiam post deplorandam prævaricationem ac captivitatem, quæ eam merito subsequuta est, idem jugiter sustentarit, quotidieque verbo omnipotenti sustentet; ut vel in hoc exilio nostro ac mortali statu, dum à vera patria peregrinamur, esset, quo ægram mentem consolari possimus; conditoris opes in cœlo & terra admirari, & super iisdem in laudes ejus merito resolvi. Omnium vero maxime, quod idem clementissimus pater miseræ conditionis & captivitatis nostræ ita misertus sit, ut filium suum unigenitum ad imas partes terræ, adeoque in ipsum carcerem nostrum mortalem demittere voluerit, quo sic Salvator ille & redemptor noster, carnis ex carne nostra assumptæ ac Spiritus sui communionem captivitatem omnium credentium sanctificaret, in cœlum secum reduceret, & tandem inauditâ libertate donaret, victoriâ in culpam mortemque, preciosâ sua morte, obtentâ. Quocirca ut animi degeneris ac plane stolidi esse putamus, ita in carcerem suum recedere, lucemque fugere, ut nec ipsum sollicitudo ulla optimarum rerum cognoscendarum tangat; nec virtutis exercendæ stimulus excitet; sed potius umbris, ventris deliciis, otio, languore, desidia, mens illa, quippe divinæ auræ particula, inficiatur: Sic certe ad animum generosum ac vere Heroicum pertinere existimandum est, ita in hoc splendidissimo mundi theatro versari, ut personæ conditionem, quam actor ille & dispensator rerum omnium DEVS singulis imposuit, decenter exprimat, atque repræsentet; Nec in eodem versando negligat vim suam per carceris hujus, seu bina foramina corporis (ut Plato oculos vocat) masculè exerere. Hæc enim praxis virtutum, atque Philosophiæ initium est, ut oculorum adjumento, opera divina, opera inquam miraculosa in cœlo & terra intueamur primum; deinde admiremur; tertio impensius animi, mentisque acie scrutemur; postremo in laudem creatoris, nec non usum nostrum, quoad fieri potest, convertamus. Ab oculis itaque initium, sed medium, quod ad finem perducit, ab artibus ac disciplinis sumendum est, in primis vero, (nisi vehementer fallimur) Mathematicis: His namque naturam ipsam indissolubili nexu devinctam esse, post sacras paginas, quæ Deum, omnia mensura, numero & pondere disposuisse affirmant, Plato in Epinomide his verbis testatur: *Vnum est vinculum nature, doctrina figurarum, numerorum, concentuum, ac motuum cœlestium; & si quis aliam*

EPISTOLA DEDICATORIA.

aliam viam ad sciendum invenire studet, fortunam (ut dicitur) invocet: Nec absque hisce ulla civitas felix esse potest; hac via sive facili, sive difficili eundem est; nec negligendus est DEVS, qui omnium gratissimam famam de se in hisce artibus sparsit. Hæc ille. Hisce objectis à Platone prædemonstratis, totidem artium nomina ordine exsurgunt, Geometria, Arithmetica, Musica, & Astronomia: quarum quum ad ultimam rite perdiscendam, præcedentes tres potissimum inventæ ab eodem ostendantur, adeo quidem, ut priores, Arithmetica nempe & Geometria alæ & scalæ vocentur, quibus cælum scandimus, motusque siderum perennes metimur; Musica autem proportionata sit, qua demum harmoniam superiorum cum inferioribus rite deprehendimus; nemini mirum esse debet, cur hæ artes semper magnis Imperatoribus, Regibus & Principibus in Republ. viris in maximo honore, & favore extiterunt; adeo quidem, ut quantum ocii justa subditorum gubernatio ac defensio permetteret, hisce studiis innatæ animi magnitudinis, altiorisque spiritus ductu, vel ad minimum iisdem favendo, applicarent. Neque frustra, quum haud minimam felicitis gubernationis partem post maximam virtutem, nempe religionem, veramque in Deum pietatem, in hisce artibus sitam cernerent, Hi namque absurdius nihil esse duxerunt, quam mundo imperare, et quid sit mundus nescire. Horum autem Heroum numero, qui disciplinas Mathematicas, inprimis vero Astronomiam, ob ejus antiquitatem, admirandamque contemplationem motuum cælestium, alto & regio ingenio dignissimam, coluerunt, accenseri possunt, non solum Magi Persarum, & Philosophi Ægyptiorum, unde postea Reges, deinde sacerdotes fiebant; sed etiam Regia stirpe deinceps oriundi Principes. Quid primus summusque Imperator *Iulius Cæsar*? nonne medius inter arma lituosque cælum radio dimensus est, vel maxime eo nomine, ut hinc annales seculo isto corruptissimos à veris annuis recursibus, suæ integritati restitueret, ut tandem his inde verbis se merito jactarit?

Non meus Eudoxi fastis superabitur annus.

Quid *Ptolemæus Alexandrinus*? Hic certe adeo in Astronomia excolenda industrius fuit, ut antecessorum observationibus, propriisque adjutus, hanc artem omnium pulcherrimam, vestigiis ac monumentis suis fundatam ac servatam, primus complete ad posteritatem propagaverit. Inter Christianos vero Principes, primus *Alphonsus* ille Arragonum atque Siciliae Rex magnanimus occurrit, qui adeo impense huic arti addictus fertur, ut quatuor tonnas auri in Tabularum, quæ nomen ab ipso hodie circumferunt, confectionem erogaverit. Quid Imperatores *Maximilianum* ac *Carolus Quintum* commemorem? quorum ille *Vogelinum*, hic *P. Apianum* Astronomum celebrem, secum non modo honorifice aluit, sed præsens quoque artem exercenti incubuit, Æqua-

EPISTOLA DEDICATORIA.

toria propria manu delineans. Quid *Guilielmum Hefsie* Lantgravium
 illustrissimum, simulque Astronomum peritissimum? Quid etiam hoc
 tempore *Mauritium Belgarum Ducem* excellentissimum, nec minus Ma-
 thematicum exercitatissimum? Sed quorsum exempla peregrina, quum
 vel domestica nobis sufficiant, quæ serenissimos ac potentissimos Da-
 niæ & Norvegiæ Reges etiam has artes in maximo honore habuisse te-
 stantur? S. R. M. V. Avum paternum D. CHRISTIANVM III. Se-
 renissimum & Christianissimum Regem, studio huic sublimi impense
 addictum fuisse, non solum peregrini Historici, nobis tacentibus; sed
 artificiosissima, quæ hic reliquerat, *αὐτόματα*, aliaque monumenta, cælo
 celloque animo Regis dignissima etiam hodie loquuntur. Quid Dn.
 FRIDERICVM II Patrem & Prædecessorem S. R. M. V. Regem
 clementissimum dicam, qui postquam ab origine nobilissimum, in-
 genio vero Astronomiæ restituendæ natum, Dn. *Tychonem Brahe* nactus
 esset, nonne per hunc eximium virum, summum omnium temporum
 Astronomum, & velut alterum Atlantem, Vraniam cælo deduxit, inter
 nos gloriose locavit, maximisque impensis Regis ornavit? Quas
 quoque S. R. M. V. usque in annum vigesimum primum, qui tripli-
 cato numero septenario, in rebus humanis fataliter illudere solet, Re-
 gia plane liberalitate continuavit; neque frustra, quum nullibi in toto
 orbe terrarum, quam in Huana nostra majoris aut accuratioris, aut
 momenti siderum observationes exstiterint. Harum autem eo in loco
 exantlandarum tyrociniis postquam me quoque occasio, vel major di-
 vina providentia, ut video, adjecisset, temporisque diuturnitas, cum
 innata animi ad hæc studia inclinatione conjuncta, effecisset, ut tandem
 alio, præter nocturnam diurnamque praxin, præceptore haud indige-
 rem: contigit in octennali illa apud *Tychonem* eo in loco assistentia,
 (qua non solum laboribus Vranicis assiduis interfui, sed etiam maxima
 ex parte præfui, id quod omnes norunt, qui me norunt) post siderum
 fixorum canonicam è cælo incredibili labore nostro deductam desi-
 gnationem, cursus Lunæ inceptam, sed alibi perfectam restitutionem,
 etiam similem reliquorum Planetarum instaurationem de mandato
 heri tentaverim. Atque inde factum est, ut synopsis quædam selecto-
 rum in hunc usum observatorum apud me remanserit, non quidem
 tunc in eum finem asservata, ut fructum laboribus meis unquam inde
 parem sperarem; quamvis & hic laboranti potissimum jure debetur;
 verum multo magis, ut aliorum industriam circa Astronomiæ restau-
 rationem, modo à quocunque perfici aliquando daretur, rectius veri-
 usque dijudicarem. Interim à laboribus hisce Vranicis exemptus, quum
 ad alia studia, aliudque vitæ magis, ut putabam, proficuum genus, ani-
 mum applicarem, hoc non sivit ille, qui manibus suis sortes omnium
 nostrum versat, sed præter spem me rursus ad antiquum studium re-
 vocavit,

EPISTOLA DEDICATORIA.

vocavit, & promotionis meæ illustrem Cancellarium Regium *Dn. Christianum Friis* de Borrebye optim. Mecænatem & eximium fautorem, imo autorem quoque constituit, qui me accitum biennio in propria familia aluit, & loco honesto habuit; nec quum alio aliquoties honorifice satis evocarer, egredi permisit; sed potius operam dedit, ut Patriæ, adeoque Regiæ huic Academiæ operam meam locarem; quod annis quoque abhinc 15 factum est. Professione itaque Mathematicâ ad me biennio post devolutâ, quum occasionem me nactum perspicerem, Vraniam amplius in Patria exornandi, hanc equidem animo lætus acceptabam, ac primum quod fieri oportuit, instrumenta de novo fabrefieri curabam, pauca quidem illa, sed necessaria, nec minus aut capacia aut idonea, quam quæ olim in Huæna manibus meis tractaveram. Id autem feci, ut observationum ad Planetas desideratarum complementa, iisdem (quod postea hic factum est) adderem.

Etenim Mecænate eodem prænominato Magnifico Cancellario accurate, serenissimi Regis vultu benigne recreatum, ac Regiis beneficiis gratiose auctum, nisi nunc majore meditari me oportebat, quibus mediis Astronomia curari, & Vranix vestigia in perpetuam Patriæ laudem heic servari possent: quæ profecto antequam in Daniam transiverat, oblivione & squalore pene ita confecta & deformata erat, ut vix cœli progenies fuisse facie cognosceretur. Dum autem animo tantum ausum, quippe vires ingenii, & facultates privati hominis longe, ut antea edoctus eram, superantem premo, & tantum non supprimo, alium mihi & Astronomiæ in patria patronum atque fautorem, ille qui me ad hocce studii genus duxerat & reduxerat, Deus resuscitabat, nempe illustrem virum, & Regii Cancellariatus successione dignissimum *D. Christianum Frisum* de *Kragerup* Cancellarium Magnificum, Equitem auratum & Senatorem Regni primarium; cujus equidem incitamento, ac singulari favore, quo me non ita pridem ob harum artium, quas mirifice diligit, & perite admodum tractare novit, professionem, humaniter prosequutus est, hæc paginas, in quibus *Astronomia Danica*, utputa in Dania simul nata ac elaborata legitur, ut in publicam lucem exirent, ocyus consignabam, & biennio abhinc in Belgium, ut una Belgarum discreto iudicio, & manibus typographi inibi artificiosissimi subjicerentur, mittebam. Ea autem est, quam nunc S.R. M.V. submisisse exhibeo; quamque in hac Regia Academia vestra annis superioribus inter alia publice absolvi, sperans conatum hunc meum, Regio favore clementer susceptum iri. Quid enim à tanto Rege non sperabimus, quo nec vera pietate, virtute & clementia, nec auctoritate & potentia, nec animo sublimiore & plane Heroico, nec ingenio subtiliore, ad hæc aliasque ingenuas artes rite dijudicandas, & in usum dirigendas; nec denique ampliore animi celsitudine, curâ ac diligentia

EPISTOLA DEDICATORIA.

ad subditos, clementi iustitia regendos, opes horum regnorum augendas, limitesque eorundem muniendos, iusteque defendendos quisquam major Septentrioni imperavit unquam? Quippe cuius famæ celebritas Gangem, ut olim Alexandri Magni, transcendens, Indos jam pridem percussit, & in amicitiam felicis, ut speramus optamusque, confederationis pellexit. Has S. R. M. V. laudes nullo jure silere possumus, quando easdem Ecclesiæ Christi Academia & scholæ in illibata religionis confessione persistentes, & præterea omnium humaniorum artium tractationi jugiter incumbentes, per hæc regna loquuntur; testantur defensati incolæ, ostentant arces ac urbes fortissima munitione circumcinctæ, nonnullæ quoque plane de novo, sub tanti Regis auspicio, exsurgentes; cui Deus, & natura adeo favet, ut Regum per Europam vivum verumque exemplar merito esse possit. Proinde in hac florente, sub divina gratia, republ. disciplinæ Mathematicæ, quæ certe omnium felicium Imperiorum comites fuere, ut una etiam heic floreat æquum est, nec minus in hisce Astronomia seu præclara omnium & pulcherrima Sideralis scientia, quippe quæ in fulgentium siderum cognitione, horumque, cum temperatissima harmonia, conversione, sita est; unde infinita propemodum, in republica bene constituta, terra marique utilitas emergit, sive locorum dispositorum naturam ac intercapedinem hinc scrutari; sive terram ipsam absque errore perreptare; sive æquora longissimo itinere fulcare; sive historiarum veritatem indagare; sive Poetas narrare ac intelligere; sive annuas vicissitudines, dierumque, ac noctium longitudines, item quævis momenta temporum, è diurna conversione cognoscere, sive machinas conversionum siderum æmulas construere, sive deliquiorum luminarium subinde contingentium instantia tempora ac magnitudines præfinire; In cæteris autem Planetis, horum motus, stationes ac repedationes è certis suis hypothesibus ostendere: & denique horum omnium causas sibi patefieri, quis velit. Præter infinita alia, quæ ex hac scientia Astrali fluunt, cum summa voluptate ac jucunditate conjuncta, adeo quidem, ut ars hac neque præstantior ulla, neque dignior aut fructuosior esse queat; quum etiam totius Philosophiæ fontem aperiat. Quid enim Poetæ aliud volunt, dum Pegasus alarum remigibus ornatum fingunt, quibus se in aerem librasset, ac tandem cacumen Heliconis attingens, ungulis fontem Musis aperuisset, quam Astronomiam Philosophiæ initium dedisse? Ut etiam divinus Plato apertis verbis in suo Timæo differit. Nec vero Atlas (in Tusc. sua quinta; inquit Tullius) sustentare cælum, nec Prometheus adfixus caucaso: nec stellatus Cæpheus, cum uxore, genero, filia tradetur, nisi cælestium divina cognitio, nomina eorum ad errorem fabulæ traduxisset. Hanc itaque omnium antiquissimam, pulcherrimam, jucundissimam, & utilissimam artem apud primævos homines (ut Iosephus

EPISTOLA DEDICATORIA.

phus in Antiquitate Iudaica testatur) natam: apud Caldæos, Ægyptios, Græcos, Italos, Hispanos, Gallos, Germanos, Britannos, Polonos continuatam; nec alibi majore cura aut subtiliore industria, quam heic in nostra Dania (quod vere dicere possum) renascentem; quoniam ad Regis Regnique decorem haud parum pertinere arbitrabar, omnibus liberalibus ingeniis per orbem communicari, adeo ut siderum conversiones ac constitutiones mundo cœvæ, quantum quidem possibile fuerit, facili *ψηφοφορία*, ad quodvis tempus inde depromantur, & in usus, longe prædictis majores convertantur, cælo in hæreditate cunctis relicto; Malui equidem pro viribus ingenii mei exiguis eidem in lucem aliquando edendæ inservire, quam alias magis quæstuosas artes sequi; sat habens dum Deo & magistratui meo submisle obedirem, atque charissimæ Patriæ laudi primum, dehinc omnibus bonis & candidis animis operam in hisce laboribus navarem: Qui si quando in criminationes à perversis ingeniis, secundum iis innatam libidinem trahantur, gaudeo equidem, quod tum sub tanti Regis patrocínio, tum ad cæli adspectum, quo quotidie fruimur, quum exigantur atque dijudicentur, in fumos ocys calumniæ evanescant.

Faxit æternus Deus, ut Magnus & potentissimus Daniæ ac Septentrionis Monarcha D. CHRISTIANVS IV cum inclyta domo Regia, ac hisce Regnis ditionibusque vivat ac floreat, & cum ipso vera pietas & reliquæ virtutes Regiæ jugiter maneant, feliciterque ad omnem posteritatem propagentur. AMEN. Hauniæ Anno à nato mundi Salvatore CIO, IO CXX, à Coronatione Regis moderni serenissimi XXIV.

Sacræ R. M. V.

Subjectissimus Servus

Christianus Severini F.
Longomontanus.

In opus

In opus Astronomicum
CHRISTIANI LONGOMONTANI,
in regia Dan. Academia Professoris,

Επίγραμμα W. Westhovii.

Quantum orbis reliquas excellunt sidera partes;
Tantum aliis rerum à studiis ea cura recessit :
Corporibus mundi dominantur ut omnibus astra,
Astrorum cunctis sic alta peritia scitis.
Hac superare viâ magna & miranda professos
Te CHRISTIANE alios, reliquis præstantior una
Vranie Musis raro heic tua dogmate fancit.
Ipsamet invidies invito hoc ore fatetur.

Ad Cl. V.

D^{NI} CHRISTIANVM S. LONGOMONTANVM
EX CIMBRIA DANVM,

*Astronomum incomparabilem, Mathematicum superiorum Professo-
rem in Regia Danorum Haffniensi Academia excellentissi-
mum, Canonicum Lundensem &c.*

Collegam, Affinem, & fratrem longe conjunctissimum, ASTRONOMIAM RESTAVRATAM publicantem,

Epigramma

CASP. BARTHOLINI D. & Professoris ibidem Regii.

Viderat Vranie LONGIS de MONTIBVS astris
Lucem, stricturas insolitasque dari.
Addidit: ex mundi corde hæctenus astra micarunt,
Danorum rutilant, sed modo Sole novo.

Aliud.

Astris illuxit primus Tycho Danicus ille
Sol patriæ & cœli: nobilitatis apex.
Sol novus illuxit stellis Atlasque secundus:
Sic soles binos Danica terra dedit,

Ad Cl.

Ad Cl. V. Solertissimumque Mathematicum

CHRISTIANVM LONGOMONTANVM,

Astronomiæ Danicæ Autorem.

VRaniæ quondam Venusinæ cultor amorque,
Non temere à longo nomina monte geris.

Vt cælum scandas, supponas Pelion ossæ

Non opus: aggredieris commodiore via.

Altos imponis longo mirosque labores

Monti: mons altus, non modo longus, abit.

Surgit, Sublimem te mundi ad mœnia tollit,

Æthere non minus, ac aère, datque frui.

Sidera vicinus digito quasi tangis, & ut sunt

Compacta, & quorsum quæque locata, vides.

Hinc quæ vel veteres, vel quæ docuere recentes

Astronomi, trutina dexteriore probas.

Et quo quæque loco sunt, quo motuque feruntur

In cælo, in libris digeris atque moves.

Macte nova vir arte (breui sic itur ad astra)

Perge poli abstrusas pandere rite vias.

Rex fuat in medio Sol: regia sidera quinque

Eminus hunc circum & cominus usque meent.

Cynthia tellurem circum sua cornua mutet,

Ambiat & quicquid fit, perit aut variat.

Percurrat plebs fixa polo constanter iisdem

Passibus aetherium nocte dieque globum.

Cætera disponas etiam, ceu videris esse

Disposita à summo dispositore Deo.

Nicolaus Georgius Ærylæus.

Ad Cl. V.

CHRISTIANVM LONGOMONTANVM

Auctorem operis.

Longæva quid non seculi immutat dies?

Hac lege & ipsa mentium constant bona,

Artesque pereunt & resurgunt denuo,

Hæc ora culta est, illa squallet sordibus;

Quæque obsolerant, enitescunt postmodum.

Verfare tales tempus atque ævum vices

Quid singulatim testimonio probem?

Tu CHRISTIANE, cujus artificem hanc manum

Doctæ-

Doctæque mentis conspicamur circulos,
 Queis cælum & ipsos pervios reddis polos
 Propiusque Borean admoves Deum choro,
 Hic esse locuples testis ac notor queas.
Hipparchus etenim & ille sublimis *Conon*
 Vterque magnum fulsit Vraniae decus :
 Sed iste Rhodiis ortus, at *Conon* Samo
 Profectus altum flexit ad cælos caput.
Ptolemæus intra constitit Nili vada
 Facemque claram prætulit nepotibus
 Quâ certâ ad astra niterentur semitâ :
 Aliique plures, docta quos olim viros
 Aut Graja tellus, cultus aut Arabs tulit.
 Sed hi prius fuere. nunc situ jacent,
 Et noctis illic cuncta marcent nubilo.
 Vnde & jugales vertit artium chorus
 Helicenque petiit, qua Boreæ frigus riget.
 Hic natus altæ indaginis *Copernicus*
 Inter Prutenos ultimos Germaniæ
 Non ante tritâ duxit in coelum via :
 Hic *Regiomontanus*, hic *Purbachius* ;
 Quem mox secutus, astricas doctus plagas
 Præ ceteris, *Reinoldus* ille *Erasmius*.
 Sed hos & omnes vicit illustris *Tycho*
Brahæus, ille Daniæ decus suæ,
 Vir mente summus ingeniique dotibus.
 Cui magno Atlanti tu minor præbens manum
 Nunc tectiora cælitum pandis sacra,
 Facisque hiulcum si quid in arte est relliquum
 Id docta dextra mensque dedolet cata.
 Facisque & istud, Danica ut pubes tuo
 Excita ductu discat hinc mundi vices
 Orbemque Phœbes, Solis & cursus ratos,
 Atque hancce propriam vindicet laudem sibi.
 O *Christiane* tuque felix *Dania*,
 Quam Grajus, Arabs, Nilus & Germania
 Frustra ambierunt frontibus dandam suis,
 Hæc palma vobis, hæc parata est laurea.

Iohannes Isacius Pontanus
 Reginus Historiographus.



A S T R O N O M I Æ
D A N I C Æ
P A R S P R I O R,
S P H Æ R I C A M D O C T R I N A M

duobus libris continens : quorum

P R I M V S

*Sphæra è circulis armillaribus veterum instaurata structuras
exhibet : Prognosticis Astronomiæ de analysi Triangu-
lorum & cæli materia &c. breviter præmissis.*

S E C V N D V S

*Vsum Sphære ejusdem per varia & utilissima problemata
succincte ac demonstrative explicat.*

A D L E C T O R E M A S T R O N O M I Æ.



Quamvis Astronomiam nostram, absque adjuncta Triangulorum analysi, in lucem emittere ab initio proposuerim, quod Mathematicos, quibus precipue laborem hunc olim destinaveram, singulos solutionem triangularem sibi maximè familiarem ad ipsam retexendum sequi velle, facile judicarem; tum etiam in hoc genere, quod a me publice praelectum erat, exquisite magis elaborandum, & Geometriae particulae, quae precipuam ejus praxin dirigit, reservandum, ut sic justo suo apparatu, una scilicet cum Canone & hujus structura atque emendatione è vera inventa Cyclometria, exiret: tamen, postquam operi huic imprimendo idoneum admodum artificem apud Belgas nactus essem Guillelmum I. Blaeu, virum solertissimum, Mathematicum egregie peritum, & amicum meum olim in Huana conjunctissimum; qui nullam non industriam adhibet, ut etiam, quae in hoc genere à sua officina in lucem prodibunt, nitore suo redolantur, consultum esse duxi, Trigonometriam de Planis pariter ac Sphaericis Triangulis, in brevissimum ac facillimum Compendium contrahere, atque eidem operi nostro praemittere, ut vel hoc modo Astrophilis & in Academiis discentibus lucubratio haec nostra Astronomica communior foret ac commendatior. Quandoquidem fundamentum Astronomiae, ut & totius ferme Matheos practicae in Trianguli cujusvis propositi, velut figurae omnium primae, quippe in quam reliquae resolvuntur, analysi consistit; ut huic non immerito D. Tycho noster tale elogium olim suspenderit.

Cuncta Trigonus habet, fatagit quæ docta Mathesis:

Ille aperit clausum quicquid Olympus habet.

Quinetiam huc praestantiss. F. Vieta respexit, dum hypothesei Canonis Mathematici haec praemisit:

Ex angulis latera, vel ex lateribus angulos, & mixtim in triangulis tam planis quam sphaericis, assequi, summa gloria Mathematici est; sic enim Coelum & terras, & maria felici & admirando calculo mensurat.

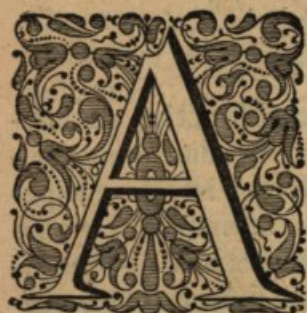
Idem quoque ad exemplum antiquorum Astronomorum Ptolemaei & Copernici faciendum erat; ne absque hisce scalis & aliis, per Arithmeticam & Geometriam acquisitis, in caelum volare; & aliis viam ad aethera ignotam monstrare velle viderer. Quae quoque causa est, cur alteram partem προγνώσιματων Astronomicorum, διόκησιν nimirum, de materia Caeli & magnis mundi corporibus pro ingenii mei judicio, prout sacris paginis, naturae ac rationi eam convenire existimabam, priori de Triangulorum per numeros mensuratione accumulaverim: siquidem absque hisce mediocriter praecognitis, Astronomia disciplinarum omnium regina, nec feliciter traditur, nec percipitur, nec in causas suas resolvitur, aut usui suo demum recte accommodatur. Sed de talibus absque cujusvis praesudicio meliora afferentis ubique differuimus. Tantum de prognosticis benevolum Lectorem primo loco admonendum putabam; de ceteris vero ubi opus fuerit frequentius. Nam Astronomiam de novo restauratam in ipso limine apud intelligentes operose commendare, non minus supervacaneum esse duco, atque vino vendibili hederam suspendere. Interim si è vigiliis & labore nostro fructum aliquis haec perceperit, eundem me cepisse arbitrabor, quando ex hisce nihil aliud in vita expectaveram, quam in emolumentum & usum gratæ posteritatis rectè ea locari potuisse.

ΠΡΩΓΝΟΡΙΣΜΑΤΩΝ

ASTRONOMIÆ

P A R S P R I O R,

De Triangulorum planorum & Sphæricorum
compendiosa per numeros analyfi.



Nalyfis Triangulorum est ingeniosissima ratio, è tribus ^{Definit. analyf. Triang.} trianguli propositi *διδόμενους* quartum quodlibet, vel omnia reliqua in eo latentia, ad eandem analogiam in numeris producendi.

Doctrina de Triangulorum Analyfi, quatenus compendio heic à nobis tractatur, bimembris est.

Præmittuntur enim generalia quædam de trianguli definitione, partitione, cum quibusdam Theorematis Geometricis, quorum adjumento præcipua ratiocinatio de cujufvis trianguli analyfi instituitur; ubi simul ostenditur, unde tripartitus Canon, qui finibus tangentibus & secantibus constat, triangulis solvendis destinatus dependet; item hujus fabrica & continuatio per numeros.

Sequuntur quæ ipsam Trianguli analyfin comitantur, suntque rursus duplicia.

Aut enim analyfis generaliter ad quodvis Quæsitum dirigitur, & sub unicam aureæ proportionis regulam cadit; ubi vel consueta praxi in Arithmetica tradita; vel via magis compendiosa per prostaphæreses, quarti &c. latentis termini quantitas investigatur.

Aut Speciebus trianguli propositi tam plani, quam Sphærici solutio pro quæsitis adaptatur, ratiocinatione de singulis ex antecedentibus Theorematis rite accommodata.

Atque hic ordo, hæc summa Doctrinæ nostræ analyticæ de triangulis erit. De qua si quæritur, cur in vestibulo operis Astronomici primo omnium locetur, responsio in promptu est; quod universi orbis dimensionem comprehendat. Sin vero ulterius quæritur, cur Theoremata pleraque in subsidium analyseos infra producenda probationibus suis per convenientes *ἀποδείξεις* deserantur; id quoque responderi poterit; in Geometria illa tradi, huc solum allegari, ne compendio dum studebimus, talium multitudine ac mole obruamur, quæ rectius in fundo suo exulta ac demonstrata, per rivulos ad hunc usum derivantur.

D E P R I M O M E M B R O.

Triangulum est figura è tribus angulis & totidem lateribus constans. Sex ^{Definitio Trianguli.} igitur in omni triangulo considerata proponuntur, tres anguli & tria latera. Ut autem pro tyronibus sequentia commodius expediri queant, circuli divisio, unde trianguli solutio potissimum emanat, mox subjicienda est.

Tenendum igitur est, Circulum omnem in gradus seu partes 360 vulgo ^{Prima divisio Circuli.} dividi, singulos autem gradus in 60 minuta prima; rursus singula prima minuta in 60 secunda, & sic deinceps, juxta præcisionis exigentiam, in infinitum. Vnde Arithmetica sexagenaria, quæ alias Logistica vocatur, ortum ducit. Quibusdam autem in locis gradus nota superscribenda est 0, minuti primi /, secundi //, & sic porro, quando numeri Logistici praxi transiguntur.

Porro binis hujus Arithmetices speciebus trigonometria analytica contenta est, Additione nempe & subductione : de utraque heic brevissime.

Additio.

Additio est specierum numeralium propositarum in unam summam collectio: ut addendi sunt numeri 28 gr. 35 mi. 23 sec. ad 36 gr. 25 mi. 46 sec. Servato autem ordine, ut species homogeniæ sibi subjiciantur, operatio ut in aliis à dextra lævam versus procedit; deinde in singulis speciebus ad supremam, quod infra sexagenarium fit, ponendum; & quando sexagenarius impletur, unitas pro eodem in speciem præcedentem rejicienda est. Cujus causa è præmissis gradu in species minores per 60 tributione constat.

| | gr. | mi. | sec. | | gr. | mi. | sec. |
|-----------|-----|-----|------|-------|-----|-----|------|
| ut | 36. | 25. | 46. | Item | 27. | 39. | 56. |
| | 28. | 35. | 23. | | 56. | 28. | 27. |
| Summa fit | 65. | 1. | 9. | Summa | 84. | 8. | 23. |

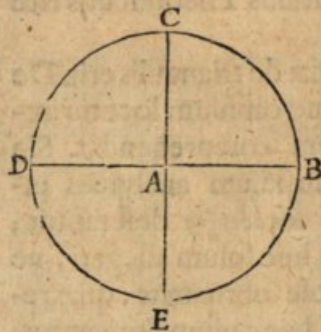
Subductio.

Subductio autem est numeri propositi minoris à majore abstractio, ut differentia in residuo appareat; proinde, servato qui in Additione ordine, minor numerus commode infra majorem locabitur, idque respectu non inferiorum specierum, quæ minorum appellationem habent, sed potius totius quantitatis numeri utriusque conferendi. Deinde praxi Subductionis à dextra heic quoque incoepa, si species alicubi superior inferiori subtrahendæ non suffecerit, advocabitur ex præcedente proxima unitas in 60 sub speciem illam immediate sequentem se diffundens; non secus ac si numos plures speciei minoris à majore abstrahere velis, quod non aliter, quam hujus valoris in speciem minorem resolutione fieri convenit. Repetantur exempla præcedentia.

| | gr. | mi. | sec. | | gr. | mi. | sec. |
|-------------|-----|-----|------|-------|-----|-----|------|
| | 36. | 25. | 46. | | 56. | 28. | 27. |
| | 28. | 35. | 23. | | 27. | 39. | 56. |
| Differentia | 7. | 50. | 23. | Diff. | 28. | 48. | 31. |

Hæc pauca de Additione, & Subductione Logistica saltim in gratiam discen-
tium interpolanda fuerunt, quæ exemplis pluribus infra faciliora fient.

*Alia divisio
Circuli.*



Porro alia circuli cujusque divisio est, nempe, in suos quatuor quadrantes, dum praxin persequimur, apprime ad sequentem trianguli distributionem faciens. Quum enim in adjecto circulo B C D E, cujus centrum est A, diametri B D & C E, ad angulos rectos in A incidant, manifestum est, quemadmodum circulus dictus in quatuor æquales partes dirimatur, angulis omnibus quatuor circa centrum A rectis existentibus. Et quoniam anguli à Centro circuli exeuntis mensura penes peripheriam ejusdem Circuli determinatur; & ejus, qui eidem peripheriæ insistent ex adversa inchoatur, duplus est, per 20 pr. lib. 3. Ele. ideo singuli quadrantes seu 90 gradus rectum angulum in omni triangulo includunt; & contra. Hanc mensuram qui excedit angulus obtusus vocatur, qui autem ab ea exceditur acutus.

*Divisio trian-
guli ex affectio-
ne angulorum.*

Ex hac angulorum in uno triangulo consideratione, idem propositum triangulum vel est rectangulum, quod rectum angulum aliquem possidet; vel obliquangulum, quando nulli in eo sunt recti anguli, sed vel omnes acuti, vel unus obtusus, reliqui acuti.

*Divisio alia tri-
anguli ex affe-
ctione laterum.*

Porro trianguli alia divisio ex affectione laterum oritur, ut vocetur aut Isopleurum, aut Ilosceles, aut Scalenum. Isopleurum est triangulum æqualium laterum & angulorum. Ilosceles est triangulum æqualium crurum. Scalenum denique est triangulum laterum omnium inæqualium. Atqui hæc trianguli divisio generalior fuit; sequitur specialis.

Triangulum est planum seu rectilineum, & Sphæricum seu Curvilineum.
 Triangulum rectilineum constat tribus rectis lineis.
 Triangulum Sphæricum constat tribus lineis circularibus in eadem Sphære superficie.

Divisio trianguli specialis in Planum & Sphæricum.

THEOREMATA GENERALIA

Solutioni Triangulorum inservientia.

Theoremata Geometrica ad solutionem Triangulorum facientia, vel ad extra considerantur, & ideo priora & generaliora vocantur: vel Canonum confectionem, qui analyses triangulorum numeris expediunt, ingrediuntur; & ideo magis specialia sunt, quippe ad Sinus Tangentes & Secantes unice restricta. Hæc autem, ad superiorum differentiam, Enunciata nobis appellantur.

THEOREMATA

Theoremata generalia.

1. Linea five recta, five circularis, cadens super lineam homogeniam, facit duos angulos duobus rectis æquales.
 Ergo dato illorum uno, alter est dati complementum ad semicirculum, seu 180 grad.
2. Anguli ad verticem sunt æquales; Proinde dato uno quatuor angulorum, qui fiunt ad punctum intersectionis duarum linearum homogeniarum, dantur tres anguli reliqui, primo in genere: sunt enim complementa dati ad mensuram totius circuli; deinde in specie per Theorema præmissum.
3. Omne Triangulum propositum in duo rectangula resolvi poterit, demissa ab uno angulorum in latus oppositum linea homogenia perpendiculari; commode, scilicet, ut hæc dato angulo fiat opposita.
4. In omni Triangulo plano tres anguli duobus rectis seu 180 grad. sunt æquales. Ideo datis Trianguli rectilinei duobus angulis, tertius est complementum datorum ad duos rectos seu 180 grad.
5. In Triangulo sphærico tres anguli duobus rectis sunt majores. Vbi notandum, quod etsi de quovis sphærico triangulo Geometrice & ἀκριβῶς verum fuerit: tamen in exili admodum triangulo sphærico, ubi nullum laterum unum gradum excefferit, vix ac ne vix quidem excessus talium trium angulorum supra duos rectos dignoscatur, & ideo hujusmodi sphærici trianguli solutio a plani analyfi non differat.
6. Linea recta incidens in parallelas, angulos hinc inde æquales facit.
7. Si intra triangulum rectilineum uni laterum parallela ducatur, secat reliqua latera proportionaliter. Fiunt enim sic utrobique triangula æquiangula, & ideo latera proportionalia habentia.
8. Quia omnis ratiocinatio fit per lineas rectas, perspicuum est in analyfi trianguli plani, pro angulis; in sphærici vero pro angulis simul & arcibus seu lateribus, eorum sinus, id est, subtensarum in Circulo semisses, vel Tangentes, vel etiam secantes, substitui. Hæc autem lineæ quænam fuerint, & quibus modis analyfi accommodari debent, breviter nunc exponendum est.

Prop. 2 & 4 lib. 6 Elem.

Sinuum Tangentium & Secantium Definitiones.

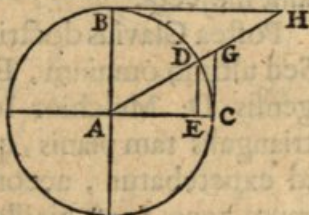
Super A centro (in seq. fig.) describatur circulus BC, & in uno ejus Quadrante toti pragmatix suffecturo concipiatur punctum quodcunque D, ducaturque AD radius, & ad oppositos circuli diametros DE & DF. Quoniam igitur Sinus rectus anguli seu arcus alicujus definitur, Linea recta a termino arcus propositi, sub eundem perpendiculariter in radium descendens,

thesi, BC , quod opponitur angulo ad A , ad finum rectum ejusdem anguli, nempe EF ; quod erat ostendendum.

3. Si angulus datus obtusus fuerit, cum ejus complemento ad semicirculum, hoc est, 180 grad. operandum est.

4. In omni triangulo rectangulo posito uno laterum circa angulum rectum radio seu finu toto, erit alterum circa rectum tangens anguli sibi oppositi, ut in figura penultima huc revocata. Nam posito latere trianguli rectanguli AED radio AE , erit DE tangens anguli DAE . Aut posito DE radio, erit AE tangens anguli ADE . per 7 Theor. hujus.

5. Ex eodem ratiocinio, radius AC est medium proportionale inter GC tangentem arcus DC & tangentem complementi ejus BH . Nam ut CG ad AC , sic AB ad BH .



6. Radius est medium proportionale inter secantem anguli & finum rectum complementi ejusdem anguli, ut in figura antepenultima. Nam ut AG secans anguli DAC est ad AC radiū, sic rursus AD radius est ad AE finum rectum ejusdem Complementi anguli ad A .

Igitur in triangulo sphaerico rectangulo, ut radius AD se habet ad finum anguli DAE , nempe DE ; sic se habet AH secans anguli reliqui ADE , seu BAD , ad secantem lateris AB , id est, lateris oppositi angulo reliquo ad D .

Quoniam per hæc pauca Enunciata, velut ratiocinationis quædam directoria, analysis trianguli propositi ferme peragitur, proinde, dum compendio studeamus, cæteris proportionibus, quæ è finibus tangentibus & secantibus inter se multifariam adhuc elici potuissent, supersedendum fuit. Tantum de primo membro.

D E S E C V N D O M E M B R O .

HActenus analyseos triangulorum παρασκευαστικά seu præparatoria fuerunt. Quæ vero eandem comitantur, primo διδόμενα generalia sunt, quæ, scilicet, in quovis triangulo resolvendo data requiruntur, & ζητούμενα seu quæsitæ, quæ inde proveniunt.

Quoniam autem triangulorum ἀνάλυσις sub Regulam auream proportionis in universum cadit, in qua tribus datis terminis, quartus quæritur: idcirco facile hinc intelligitur, in omni triangulo ad solvendum in numeros proposito tria data esse oportere, ut hinc quartum, vel reliqua omnia tria in dicto triangulo latentia, ad datorum analogiam, in lucem producantur.

Illa igitur regula, quæ, ob præstantissimum suum usum, aurea proportionis merito vocatur, quo facilior nobis, pro quarto quæsito singulis vicibus indagando redditur, eo, proculdubio, erit acceptior ac commendatior; præsertim dum in illa numerorum prolixitate per praxin transfigenda, quam Canon triangulorum ad fractiones vitandas exhibet, via magis compendiosa detur, quam ea est, quæ numerorum istorum multiplicationem ac divisionem solito more requirit. Proinde industria eorum imprimis laudanda est, qui operam suam heic nobis fructuose locarunt: inter quos certe licet ingeniosissimum inventum Domini Ioannis Neperi Baronis Merchistonii Scoti, in suo admirabili Logarithmo anno 1614 in lucem edito, exstet: tamen quia talis pragmatia nimium (meo iudicio) a continua demonstrationum inspectione, quæ forte incipientibus magis necessaria est, removetur; ideo hifce compendium potius feligendum duco, quod Regulam illam auream in ipsa διδομένων transactione, nec minus per solam

*Fundamentum
auree Regule
pr. in Arithm.
nostra traditur
& monstratur
pr. 16 lib. 6, &
19 li. 17 Elem.*

numerorum additionem & subtractionem (quas una voce προσαφαιρειν vocant) absolvit: praesertim quum talis praxis solutioni quorundam sphaericorum triangulorum, quippe quorum usus in sphaera creberrimus est, accommodatissima fuerit. Si autem de hujus compendii inventore quis quaerat, nec Arabes, aut Ioannem Regiomontanum fuisse, scripta eorum analemmatica declarent; neminem certe habeo Tychone nostro & Vitichio Vratislaviensi antiquiorem: quorum scilicet mutua opera primum anno 1582, in Huæna, sphaerica quaedam triangula tali pragmatiae pro studiosis Vranicis sunt subjecta.

Postea Clavius doctrinam hanc prosthaphæreticam latiore magis reddidit. Sed ultimo omnium, Excellentissimus Geometra & Mathematicus Vitebergensis D: Melchior Ioeftelius eandem ita universalem fecit, ut omnibus triangulis tam planis, quam sphaericis in numeros resolvendis facile, quando id expetebatur, accommodari posset. Cujus rei documentum mihi primum anno 1598 vir ille humanissimus, coram velut amico intimo ostendit. Ea doctrina est non nisi in paucis mutata, quam nunc brevitate, qua fieri potest, ad dictam auream Regulam expediendam affero, & philomatis, sicubi eam usurpare malint, unice commendo. Si hi quid in hoc compendio ad prosthaphæresin omnibus modis demonstrandum desiderent, illud suo tempore, vel in Geometria nostra, vel apud Clarissimum virum D. Ambrosium Rhodium Mathematicum Vitebergensem, olim D. Ioeftelii B. M. discipulum γνήσιον, reperient.

DOCTRINA PROSTHAPHÆRETICA

Regula aurea ubique absolvenda accommodata.

Fundamentum Prosthaphæreseos est, ut radius seu sinus totus, nempe numerus 10000000, (vel ad plures siphras extensus) primo loco inter data Regulæ aureæ proportionis constituatur.

Radius autem inter διδόμενα conceditur, ut in triangulis rectangulis; vel non conceditur, ut in cæteris unica instituta proportione contentis. Rursus modo radius datur, vel primo loco Regulæ, uti requiritur, apparet; vel saltim aliquo sequentium, & ideo heic translatione indiget. Quare juxta hanc considerationem Doctrina hæc ordine proponitur, & ad tres Regulas generales restringitur.

PRIMA REGVLÆ PROSTHAPHÆRESEOS.

Theor. 8.

Quando radius primum obtinet regulæ locum, & duo sequentes termini sunt sinus recti; perficitur prosthaphæresis pro inventione termini quarti, hoc modo.

1. Minor datorum reliquorum arcus, & complementum majoris invicem addantur & subtrahantur, & tam summæ quam differentiae arcuum quaerantur sinus recti.

Prior Casus

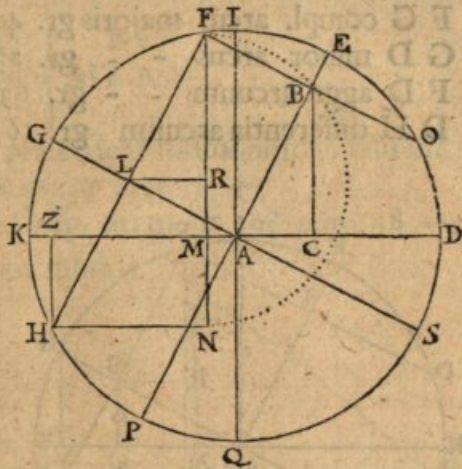
2. Si minor arcus complemento majoris fuerit major, vel æqualis, semissis aggregati sinuum erit quartus terminus quaesitus. Ergo heic sinus inventi invicem adduntur, &c.

Posterior Casus.

3. Sin vero minor arcus complemento majoris minor fuerit, semissis differentiae erit quartus terminus quaesitus. Ergo heic sinus inventi ab invicem subtrahuntur, &c.

Demonstratio & exemplum casus prioris.

Præcedentis præcepti declaratio in præsentis diagrammate & adjecto exemplo satis manifesta est. Sit major arcus datorum DE grad. 65, minor vero FG gra. 54, quorum ille angulus est BAC; hic latus BA trianguli rectanguli BCA, cujus mensura est arcus FG, seu saltim sinus rectus ejusdem; & angulus ad C rectus; propositum est hinc invenire latus BC, & arcum eidem correspondentem; quod facile contingit per Enun-
ciat. 2 & 1.



$$\begin{array}{l} \text{S. T.} \\ \text{Nam ut } 90 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{BA vel FG} \\ \text{ad grad. 54} \\ \text{S. R. 8090170} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{BAC vel ED} \\ \text{Sic grad. 65} \\ \text{S. R. 9063078} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{BC} \\ \text{ad gr. 47 mi. } 9\frac{1}{2} \\ \text{S. R. 7332184} \end{array} \right.$$

Idem per prosthaphæresin.

GF gr. 54 minor arcus

GK gr. 25 compl. arcus majoris.

FK gr. 79 aggregatum

KH gr. 29 differentia

$$\left. \begin{array}{l} \text{FK gr. 79 aggregatum} \\ \text{KH gr. 29 differentia} \end{array} \right\} \text{Resp. S.R.} \left\{ \begin{array}{l} 9816272 \text{ FM} \\ 4848096 \text{ HZ vel MN.} \end{array} \right.$$

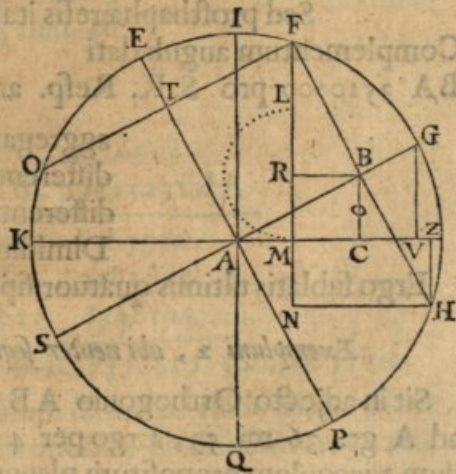
$$\text{aggr. sinuum } 14664368 \text{ FN}$$

$$\text{semiffis } 7332184 \text{ FR vel BC quæsitum.}$$

Apodixis hæc est, ut FH subtensa arcus FH ex aggregato & differentia, cujus summa dupla est arcus dati minoris FG, est ad FN, summam ex aggregati & differentia finibus: Sic dimidium FH, hoc est, FL vel BA, ad dimidium FN: id est FR seu BC quæsitum, per Theorema 7.

Demonstratio & Exemplum casus posterioris.

Sit data primum obliquitas Solis maxima grad. 23 minut. 32, quæ in adjecto diagrammate per arcum DG, seu angulum BAC repræsentatur. Sit quoque major arcus datus EF grad. 50, cujus sinus rectus est TF seu AB. Igitur in triangulo rectangulo ACB quæritur hinc sinus BC, unde postea ejus arcus constat, nempe declinatio Solis congruens 20 gr. 8. Facile autem per 7 Theor. BC habetur hoc modo:



$$\begin{array}{l} \text{AG} \\ \text{ut S. T.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{GV vel GAD} \\ \text{ad gr. 23 min. 32} \\ \text{S. R. 3992826.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{EF} \\ \text{Sic grad. 50} \\ \text{S. R. 7660445} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{BC} \\ \text{ad gr. 17, m. 48, f. 36.} \\ \text{S. R. 3058682.} \end{array} \right.$$

Sed

quærat^{ur} latus BC, invenitur illud per 4 Enunciat. posito enim CA radio, erit BC tangens anguli dati ad A; Nam

$$\begin{array}{l} \text{C} \\ \text{ut } 90 \\ \text{S. T. } 10000000 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{BAC} \\ \text{ad gr. } 36 \text{ mi. } 53 \\ \text{T. } 7503663 \end{array} \right\} \text{Sic } 8 \text{ p. } \left\{ \begin{array}{l} \text{CA} \\ \text{BC} \\ \text{ad } 6 \text{ p.} \end{array} \right.$$

Prosthaphæresis autem in hoc exemplo ex præcedente admonitione talis est.

CA 8000000 S. R. cui resp. arcus gr. 53 min. 7 +

CAB Tang. 7503663 tanquam S. R. resp. arcus gr. 48 min. 38 —

Hæc transfiguntur juxta 1 casum regulæ, hoc modo:

gr. 48 m. 38 minor arcus.

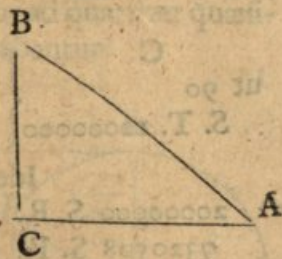
gr. 36 m. 53 compl. major:

gr. 85 m. 31 aggreg. S. R. 9969401

gr. 11 m. 45 different S. R. 2036418

aggr. S. S. 12005819

dimidium 6002909 quæsitum.

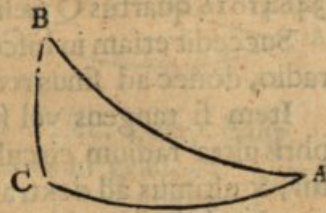


Remotis igitur a fine sex siphris, provenit latus BC 6 p. Postremo, quando sequentes termini dati radio majores reperiuntur, aut alter duntaxat major erit, aut uterque. Si alter tantum radio major fuerit, dividatur ille per radium, retentis scilicet in eodem tot numeris, qui siphris in radio gradibus pares fuerint; & quotiente servato, cum retentis pro sinu recto ponendis proceditur.

Facta autem prosthaphæresi, multiplicatur datus minor numerus per quotientem prius servatum; factus inde ad inventum semissem additur, & provenit quartus Quæsitus.

Exemplum.

In apposito triangulo rectangulo sphærico ABC, dantur præter rectum angulum ad C, etiam angulus ad A gr. 30, cum latere opposito BC gr. 23 min. 30. Vnde quæritur latus AC, per 4 Enunciat. Nam



$$\begin{array}{l} \text{C ang. rectus} \\ \text{ut grad. } 90 \\ \text{S. T. } 10000000 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{T. cõpl. BAC} \\ \text{ad grad. } 60 \\ \text{T. } 17320508 \end{array} \right\} \text{T. BC} \left\{ \begin{array}{l} \text{fic gr. } 23 \text{ m. } 30 \\ \text{T. } 4348124 \end{array} \right\} \text{S. R. CA} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad g. } 48 \text{ m. } 51 \frac{1}{2} \text{ proxime.} \\ \text{S. R. } 7531081. \end{array} \right.$$

Per Prosthaphæresin sic praxis expeditur.

T. 17320508 S. R. resp. arcus gr. 47 min. 4

T. 4348124 S. R. resp. arcus gr. 25 min. 46

Compl. majoris arcus gr. 42 min. 56

minor arcus gr. 25 min. 46

aggreg. gr. 68 min. 42 S. R. 9316913

different. gr. 17 min. 10 S. R. 2951523 subtr.

different. 6365390

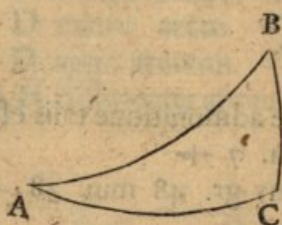
semissem 3182695

Minor multipl. per quotum scilicet 1. 4348124

Quæsitus S. R. 7530819 fere, ut prius.

Quando vero uterque sequentium terminorum datorum radio major fuerit, dividatur uterque seorsum per radium servatis quotis; & abscissorum quærantur e tabula sinuum arcus, per quos prosthaphæresis juxta præscripta perficitur, invento autem semissem adduntur facti, qui fiunt tum ex quoto tertii numeri in resi-

residuum secundum, tum ex quoto secundi in totum tertium, aut versa vice, si lubet. Aggregatum autem ex illis tribus dabit quartum Quæsitum.



Exemplum.

Sit in triangulo rectangulo ABC, angulo recto ad C, data basis AB grad. 60, angulus autem ad A grad. 30.

Ex his quæraturs angulus reliquus ad B. Ergo per § & 6 Enunciata est:

| | | | | | | | |
|----------------|----|---|---------------|---|-------------|---|------------------|
| ut 90 | C. | { | BA | { | Compl. A | { | B |
| S. T. 10000000 | | { | ad grad. 60 | { | sic 60 | { | ad gr. 73 mi. 54 |
| | | { | Sec. 20000000 | { | T. 17320508 | { | 34641016 |

Idem per prosthaphæresin ex præscriptis.

20000000 S. R. arcus resp. gr. 0 min. 0

7320508 S. R. arcus resp. gr. 47 min. 4

Complementum hujus gr. 42 mi. 56

Minor arcus gr. 0 min. 0

Aggregat. arcuum gr. 42 mi. 56 S. R. 6811470

Different. arcuum gr. 42 mi. 56 S. R. 6811470 subtr.

Differentia Sin. 0000000

Semissis, 0000000

Additur factus ex quoto tertii, nempe unitate, in residuum secundi 0000000, qui ideo est 0000000, seu nullus; & ex tertio toto, nempe 17320508, per 2, ut puta quotum de secundo. Est igitur in hoc exemplo idem factus, scilicet 34641016 quartus Quæsitus ut prius.

Succedit etiam in hisce Calculus, si demantur a fine numeri qui majores sunt radio, donec ad sinus rectos redigantur.

Item si tangens vel secans sicubi in proportionem incidens, se duobus siphis ultra radium circuli extenderit, ut primus ad sinistram pro quoto habeatur, & ultimus ad dextram rejiciatur, reliqui vero pro sinu recto sumantur. Sed praxis in hisce non tam præcise quæsitæ dabit, nisi arcus pro secundis rectissime fuerint emendati, & ex Opere Palatino depromti. Quod etiam si pragmatix superiori contingat: tamen adhuc in illa prosthaphæresis certior erit, & a vero sensibilibiter non differet.

His igitur exemplis quæ reliquimus, omnes casus prosthaphæreseos includuntur, ubicunque radius primum regulæ locum obtinuerit. Et certe quanquam interdum exiguum aut nullum compendium prosthaphæresis afferat, ut in postremis hujus regulæ casibus; tamen jucundum est, & ad *domesticas* utile, illam sic universalem efficere, ut factus ex duobus quibuscumque numeris ad multiplicandum propositis per solam additionem & subtractionem obtingat. Quæ praxis admodum expedita est, quum soli sinus recti, ut in primis exemplis, suffecerint.

SECUNDA REGVLA PROSTHAPHAERESEOS.

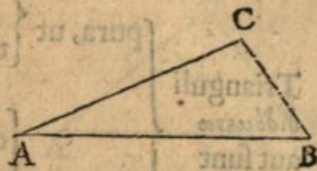
Quando radius seu sinus totus in secundo aut tertio loco regulæ ponitur, translatio adhibenda est, ut ille primum locum occupet, siquidem omnis prosthaphæresis radium primo loco ponendum efflagitat, ut supra dictum est. Translatio autem duobus præceptis, sed unica demonstratione, nititur.

Primum præceptum Translationis.

Si primum regulæ locum occupet quicumque numerus sinu toto major, huic

Exemplum.

Sit triangulum planum scalenum datorum duorum angulorum: ad A gr. 20, ad B gr. 60, cum latere B C 125 p. Et quæritur latus C A. Igitur per 2 Enunc. erit.



$$\begin{array}{l} \text{C A B} \\ \text{Vt grad. 20} \\ \text{S. R. 3420201} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad} \\ \text{125 p.} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{C B} \\ \text{S. R. 8660254} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{C B A} \\ \text{fic grad. 60} \\ \text{S. R. 8660254} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad} \\ \text{317} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{C A} \\ \text{S. R. 317} \end{array}$$

Per Prosthaphæresin. I.

Sec. 34202010 respond. arcus grad. 73 mi. 0 & compl. hujus gr. 17 m. 0 minor arcus. Major arcus grad. 60 min. 0. Ergo hujus compl. gr. 30 min. 0 gr. 17 min. 0

$$\begin{array}{r} \text{aggr. arc. grad. 47 min. 0} \\ \text{Differ. arc. grad. 13 min. 0} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{S. R. 7313537} \\ \text{S. R. 2249511} \\ \hline 5064026 \\ 2532013 \text{ semissis, qui est quaesitus numerus prior.} \end{array}$$

II. Deinde,

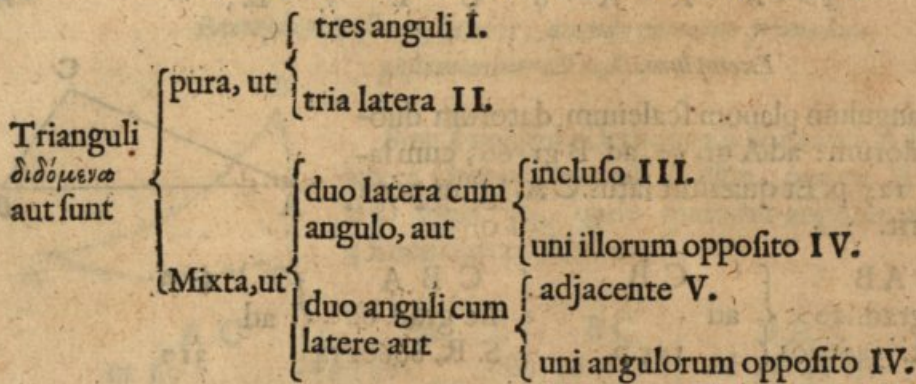
$$\begin{array}{l} \text{Vt } 90 \\ \text{S. T. 10000000} \\ \text{Compl. major grad. 75 min. 19} \\ \text{Minor arcus grad. 7 min. 11} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{grad. 14 min. 41} \\ \text{ad} \\ \text{S. R. 2532013} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{fic} \\ \text{grad. 7 mi. 11} \\ \text{S. R. 12500000} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} \text{Aggreg. grad. 82 min. 30} \\ \text{Differ. grad. 68 min. 8} \\ \text{Differentia sinuum} \\ \text{Semissis: quartum quaesitum} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{S. R. 9914449} \\ \text{S. R. 9280532} \\ \text{- - - 633917} \\ \text{- - - 316958} \end{array} \text{ fere ut superius.}$$

Atqui in his tribus regulis Prosthaphæresis nostra usitata consistit, quippe quæ ad quartum terminum in regula proportionis ubique inquirendum subsidium magnum, in magnis præsertim numeris, affert, ubi cæteroquin multiplicatio & divisio molestæ forent. In collatione autem numerorum per exempla data, illud unicum discrepantiolam peperit, quod sinus tangentes & secantes, atq; arcus hinc provenientes, pro secundis minutiis sicubi adhærentibus emendare fere superfederim, paradigmatis per prosthaphæresin tantum relinquendis contentus. Proinde ἀκριβειαν qui urget canonem operis Palatini accedat, aut ex aliis sinus accurate pro secundis corrigat, & sic collationis veritatem præcisius experietur.

Tantum de analysi Triangulorum in genere per solam prosthaphæresin, quæ è superioribus commodissime adhiberi posse intelligitur, quando radius seu sinus totus primo loco in regula haberi poterit, & reliqui termini dati quoque sinus recti fuerint: sequitur nunc solutio Triangulorum in specie propositorum:

Hæc διδομένα & ζητούμενα speciatim in singulis triangulis respicit. Et quoniam è confectario Definitionis trianguli intelligitur sex in eo considerari. Item initio membri hujus secundi, tria ad quodvis triangulum solvendum data requiri, ut reliqua tria latentia in lucem proferantur; recte per διδομένων varietatem in speciebus triangulorum planorum & Sphæricorum analysi proceditur.



Deinde quoniam triangula rectangula magnum per se usum habent: & interdum reliquis solvendis opportune inserviunt; Proinde ipsorum analyses tam in planis, quam in sphaericis merito praecedent. Hisce consideratis, dogmata sequentia pragmatiae solutionis triangulorum in utraque specie discentibus maxime accommodata dabimus.

DOG MATA PRAXI SOLUTIONIS Triangulorum planorum in numeros accommodata.

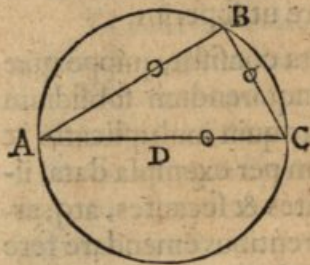
DOGMA PRIMVM.

Trianguli plani rectanguli datis tribus angulis laterum proportiones ad invicem manifestare.

Quoniam angulus in semicirculo rectus est, per prop. 31 li. 3 Elem. ideo fiat latus oppositum circuli diameter; & erunt reliqua duo latera reliquorum oppositorum angulorum subtensa; idcirco quaeruntur eorum sinus recti & duplicantur, & proportionales horum laterum proveniunt, qualium diameter circuli assumpta est 20000000.

Vel compendiosius per 2 Enunciat.

Si ponatur latus recto angulo oppositum, circuli radius seu 10000000 erunt reliquorum angulorum sinus recti latera dictis angulis figillatim opposita: sit pro primo exemplo triangulum ABC, habens rectum angulum ad B, angulum vero ad A gr. 30, & ideo angulum ad C grad. 60 (per 4 Theorem.) Porro circa idem triangulum describatur circulus per 5 p. li. 4 Elem.



Est igitur diameter hujus AC, quae si ponatur 20000000, erit BC 10000000, & AB 17320508.

Porro, si CA diameter supponatur 10000000, erit BC 5000000, & AB 8660254, nempe semisses priorum, seu sinus recti angulorum datorum.

DOGMA II.

Trianguli plani rectanguli datis tribus lateribus, dantur anguli.

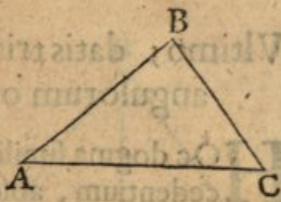
Quoniam per 2 Enunc. latus angulo recto oppositum se habet ad radium, ut latus oppositum alicui reliquorum angulorum ad sinum rectum anguli, cui opponitur. Ergo

Multiplicatur latus angulo quaesito oppositum per S. T. & factus per latus angulo recto oppositum dividitur, provenitque S. R. anguli quaesiti, & ideo quoque ipse angulus quaesitus & reliquus qui est hujus complementum ad gr. 90.

Exem-

Exemplum.

Sit Triangulum planum rectangulum datorum laterum ABC ; quorum AC , oppositum angulo recto ad B , sit 15 p. Item AB 12 p. & BC 9 p. erit igitur angulus BAC grad. 36 minut. 52 . Et ideo BCA grad. 53 min. 8 per 4 Theor.



DOGMA III.

Datis Trianguli rectanguli plani duobus lateribus cum angulo incluso, dantur reliqui anguli & reliquum latus.

Primo dum angulus inclusus fuerit rectus, quoniam per 4 Enunciat: si ponatur unum latus circa angulum rectum radius, erit reliquum datorum circa rectum tangens anguli oppositi: Ideo multiplicatur latus quaesito angulo oppositum per radius, & factus dividitur per reliquum latus, emergitque tangens anguli quaesiti.

Exemplum.

Retineantur in superiori orthogonio plano data latera circa rectum nempe AB 12 p. & BC 9 p. Erit igitur tangens anguli quaesiti BAC 75000000 , ipseque angulus BAC grad. 36 min. 52 +. Ideo quoque ipsius complementum nempe angulus BCA grad. 53 min. 8 —.

Porro pro latere seu basi proceditur per 2 Enunciat. Et multiplicatur latus anguli unius praeter rectum per radius: factusque dividitur per finem rectum anguli reliqui. Sic quotus dabit latus angulo recto oppositum, nam

$$\begin{array}{l} \text{BAC} \\ \text{ut gr. } 36 \text{ mi. } 52 \text{ +} \\ \text{S. R. } 60000000 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad} \\ \text{ad} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{BC} \\ 9 \text{ p.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ABC rectus} \\ \text{sic } 90 \\ \text{S. T. } 10000000 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{AC} \\ \text{ad } 15 \text{ p.} \end{array} \right.$$

Secundo, quum angulus datus inclusus a datis lateribus fuerit acutus, datur quoque ejus complementum ad grad. 90 , per 4 Theorema, quare quoque tertium latus dabitur per 2 Enunciat.

Exemplo heic non est opus.

DOGMA IV.

Datis trianguli rectanguli plani duobus lateribus cum angulo uni illorum opposito, dantur reliqua.

Quoniam praeter rectum angulum datum, alius quoque in hoc Triangulo concessus est, dantur ergo omnes tres anguli per 4 Theorema.

Si igitur latus oppositum angulo recto inter duo illa datum fuerit, erit per secundum Enunc. pro tertio laterum.

Vt $S. T.$ ad latus oppositum, sic sinus rectus anguli dati ad latus oppositum quaesitum.

Si vero quaeratur basis seu latus recto angulo oppositum; erit, ut sinus rectus anguli unius ad latus oppositum datum, sic $S. T.$ ad basin,

DOGMA V.

Datis trianguli plani rectanguli duobus angulis cum latere adjacente, dantur reliqua.

Primo sic omnes tres anguli dati sunt per 4 Theorema.

Deinde quaeruntur latera bina, qua desiderantur per 2 Enunc. ut in dogmate praecedente:

D O G M A V I.

Ultimo; datis trianguli rectanguli duobus angulis cum latere un
angulorum opposito, dantur & reliqua.

HOc dogma similiter ad 2 Enunciat. non secus ac quartum & quintum præ
cedentium, absolvitur.

Hæc de triangulorum planorum solutione, quæ ex præmissis planissima sunt:
sequitur de Planis obliquangulis.

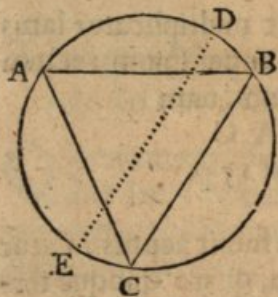
D O G M A V I I.

Datis trianguli plani obliquanguli tribus angulis, dantur laterum
trium ad invicem proportionales.

ET heic triangulum datum obliquangulum circulo circumscribitur per 5 pr.
lib. 4 Elem.

Postea datorum angulorum sinus recti quærentur, & duplantur singuli, unde
subtensæ angulorum fiunt, proportionales laterum quæditorum ad invicem servan-
tes, & quidem in iis numeris qualium diameter est 20000000. Vel,

Modo diameter ponatur 10000000, ipsi sinus recti angulorum datorum pro
lateribus habentur, eandem ut prius analogiam inter se servantes.

Exemplum.

Sit triangulum obliquangulum ABC , cujus anguli
omnes (vel saltim bini) dati sunt. Sitque angulus ad A
gr. 80, angulus ad B gr. 60, & angulus ad C gr. 40:
sinus igitur respondententes hi sunt.

gr. 80 S. R. 9848078 BC . { qualium diame-
gr. 60 S. R. 8660254 CA . { ter circuli DE
gr. 40 S. R. 6427876 AB . { est 10000000.

Vel: qualium diameter DE vulgo affumitur 20000000,
quum duplicentur sinus isti recti, erit BC 19696156, CA 17320508,
 BA 12855752.

D O G M A V I I I.

Datis trianguli plani obliquanguli tribus lateribus, dantur tres
anguli.

Latera data trianguli obliquanguli aut sunt æqualia aut inæqualia.

1. Si triangulum datum habuerit latera data æqualia, hoc est, si fuerit iso-
pleurum; quoniam æquales anguli ab æqualibus lateribus subtenduntur; & tres
anguli (per 4 Theorem.) æquales sunt duobus rectis, seu grad. 180: ideo hoc
numero tripartito cedunt singulis angulorum grad. 60.

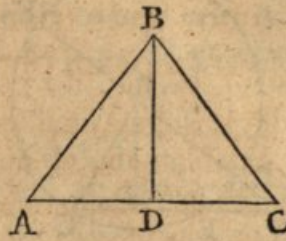
2. Porro, si triangulum propositum habuerit latera inæqualia aut duo habeat
æqualia & isosceles est, aut omnia tria fortietur inæqualia & est scalenum.

Isoceles in sua $\zeta\eta\tau\epsilon\mu\epsilon\nu\alpha$ resolvitur per 3 Theorem. demissa perpendiculari
ab angulo æqualibus lateribus seu cruribus comprehenso in basin. Sic enim tri-
angulum Isoceles in duo rectangula æqualia divisum est, & in unoquoque cum
angulo recto dantur duo latera, nempe dimidium baseos, & crus alterum quod
angulo recto opponitur, unde solutio fit per 1 casum dogmatis quarti hujus.

Exem-

Exemplum.

Sit Ifosceles ABC datorum laterum nempe AB & CB, singulorum 12 p. (quæ ideo æquicrura vocantur) Et AC basis 16 p. demissa autem perpendicularis BD ab angulo B dividit basin AD æqualiter & utrinque ad angulos rectos circa D. Quare in uno rectangulo ADB, dum quæritur angulus ABD, erit per 2 Enunciat.



$$\begin{array}{l}
 \text{AB} \\
 \text{ut } 12 \text{ p.}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 \text{D} \\
 \text{ad } 90 \\
 \text{S. T. } 10000000
 \end{array} \right.
 \left\{ \begin{array}{l}
 \text{AD} \\
 \text{sic } 8 \text{ p.}
 \end{array} \right.
 \left\{ \begin{array}{l}
 \text{ABD} \\
 \text{ad gr. } 41 \text{ mi. } 48 \text{ sec. } 37 \\
 \text{S. R. } 6666666
 \end{array} \right.$$

Invento sic angulo ABD, reliqui omnes anguli trianguli propositi ABC sunt acquisiti; datur enim, per 4 Theorem. angulus BAD gr. 48, mi. 11, secund. 23, nempe complementum inventi ad grad. 90, cui æqualis est angulus ACB, ob latera æqualia subtenfa BC & AB. Quocirca paribus hisce angulis complicatis, & summa a grad. 180 subtracta, constat denique in residuo angulus ABC, ut

gr. 48 mi. 11 sec. 23

gr. 48 mi. 11. sec. 23

gr. 96 mi. 22 sec. 46 summa angulorum ad A & C subtra. a semicirculo.

gr. 180 mi. 0 sec. 0 Semicirculus.

gr. 83 mi. 37 sec. 14 angulus ABC, qui etiam in iisdem numeris provenit per duplicationem inventi ab initio ABC, ut

gr. 41 mi. 48 sec. 37

gr. 41 mi. 48 sec. 37

gr. 83 mi. 37 sec. 14 ut prius.

3. Aut denique triangulum propositum datorum laterum scalenum erit, nempe omnia tria latera inæqualia habens.

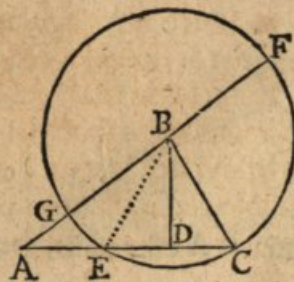
Pro hoc autem etsi plures modi per Geometriam sese offerant, quibus solutio talis propositi trianguli datorum laterum in suos angulos fiat: tamen nullus est convenientior, quam qui 36 prop. lib. 3 Elem. innuitur. Qui ideo retineri poterit, præsertim quum præsens dogma bonam partem Geodesiæ solum expediat. ubi pro area trianguli datorum laterum habenda perpendicularis, quæ commode à maximo angulorum trianguli in basin demittitur, nota esse requiritur. Sed ut ocyus ad praxin revertamur; Constituatur minimum datorum laterum circuli radius, & centro hujus penes maximum angulorum trianguli dati fixo describatur circulus, qui sua peripheria reliqua latera ita abscindit, ut partes extra manentes, cum reliquis per circulum, continuatæ, proportionales ad similibus rectangulorum factionem per citatam 36 prop. lib. 3 Element. observent. Cognita autem sic portione maximi lateris extra circulum, fit reliqua basis, & solutio ad dogmata præcedentia de rectangulis devolvitur.

Exemplum.

Sit triangulum planum datorum laterum inæquale ABC,

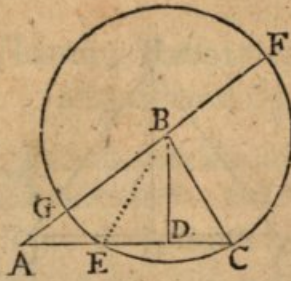
$$\text{Sitque } \left\{ \begin{array}{l}
 \text{AB } 25 \text{ p.} \\
 \text{AC } 28 \text{ p.} \\
 \text{BC } 17 \text{ p.}
 \end{array} \right.$$

Igitur minimo laterum BC facto radio, centro B describatur circulus CEG, cujus circumferentia reliqua latera in E & G abscindit;



B 4

Con-



Continuato autem latere AB in F, quoniam A punctum extra circulum conceptum est, erit per prop. 36 lib. 3 Element. rectangulum sub FAG æquale rectangulo sub CAE; Proinde, ut AC 28 p. ad AF 42 p. summam scilicet laterum AB & BC: Sic AG 8 p. differentia eorundem laterum ad AE 12 p. Datur igitur etiam reliquum ejusdem lateris AC, nempe EC 16 p. & ejus dimidium DC vel ED 8 p. ad quod punctum D demissa perpendicularis dividit triangulum propositum BAC in bina rectangula BDA & BDC, per 3 Theor. & ita dividit, ut duo latera cum angulo recto ad D utrobique cognita sint. Illic AB 25 p. & AD 20 p. heic BC 17 p. & DC 8 p. Quare, per 4 dogma præcedens & ejus casum priorem, anguli cogniti redduntur, ad A gr. 36. mi. 52 +, ad C gr. 61 min. 56 —, & ideo tertius ad B gr. 81 min. 12 per quartum Theorema.

Si perpendicularis BD simul haberi desideratur (quippe e cujus multiplicatione in dimidium latus AC area trianguli propositi BAC constat) hæc facillime per 2 Enunciat. etiam per prosthaphæresin se offert, quum latera data sint, angulum datum acutum, sive ad C, sive A includentia,

DOGMA IX.

Datis trianguli obliquanguli duobus lateribus cum angulo incluso, reliquos duos angulos & tertium latus invenire.

Latera duo data etiam heic aut sunt æqualia, aut inæqualia. Si latera æqualia fuerint, triangulum propositum est Isosceles, quare quum duo anguli ad basin ignoti quoque æquales sint, & ipsorum mensura sit complementum dati anguli à lateribus comprehensi ad 180 grad. per 4 Theorem. ergo dicto complemento bissecto, innotescit cujusque angulorum ad basin mensura.

Si latera inæqualia fuerint, gemina via ad solvendum propositum triangulum restat: Aut enim unum datorum laterum extra triangulum, ut commodius fit, educitur, & ad extra ab angulo opposito perpendicularis demittitur, ut unius rectanguli comprehensu duo triangula fiant, & more rectanguli solutio contingat. Aut summa angulorum latentium per proportionem laterum oppositorum diremta, singuli ignotorum angulorum in lucem producantur, & postea latus dato angulo oppositum per 2 Enunciat. dispalescit.

Exemplum modi prioris.



Hoc modo potissimum utimur, quando unum datorum laterum fuerit radius: ut; sit triangulum ABC datorum laterum. AB radius suppositus 100000, BC autem 3571, cum angulo comprehenso ABC 150 graduum; Quærat heic angulus prosthaphæreticus in Sole BAC cum latere AC distantia Solis in C à tellure A. Igitureductio CB in D, & demissa ab A in D perpendiculari, erit triangulum ACD orthogonium, habens ad D angulum rectum, & ABD angulus datus grad. 30. Est enim complementum dati anguli ABC per 1 Theorem. Datur quoque per 4 Theorem. angulus BAD grad. 60. Et quia BA est radius, erunt reliqua latera sinus recti oppositorum angulorum, & ideo

& ideo AD est 50000, & BD 86602, cui additum latus CB 3571, fit totum DC 90173. Quo latere posito loco radii seu sinus totius, erit AD tangens anguli ACD per 4 Enunciatum; & solutio fit per 3 Dogma præced. Nam,

$$\text{ut } \begin{matrix} DC \\ 90173 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{ad } 90 \\ \text{S. T. } 100000 \end{matrix} \right\} \text{ sic } \begin{matrix} AD \\ 50000 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{ad gr. } 29 \text{ min. } 0 \text{ sec. } 28 \\ \text{T. } 55449 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} ACD \\ \end{matrix}$$

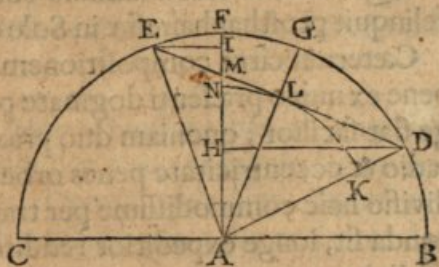
Quum igitur in proposito triangulo ABC, angulus ABC datus fit g. 150, & angulus ACB nunc acquisitus grad. 29 min. 0 sec. 28. Erit horum complementum ad grad. 180, nempe angulus BAC grad. 0 min. 59 sec. 32, prosthaphæresis solisquæsitâ in distantia ab apogæo gr. 30, iuxta propriam emendationem.

Pro latere autem AC erit in Triangulo rectangulo ADC ut S. R. anguli ad A, ad latus DC, sic radius ad AC quæsitum, per 2 Enunciat.

Alter modus qui facilior est, nec radium datū moratur, hoc problem. innititur.

Si angulorum duorum summa detur, quorum sinuum rectorum, seu laterum oppositorum ratio inter se constet, ipsi etiam anguli separatim dantur.

IN semicirculo BC, cujus centrum est A, detur summa duorum angulorum DAE & EAF, nempe DAE grad. 80. Ratio autem sinuum rectorum HD majoris anguli, & EI minoris, seu per 2 Enunciat. DM lateris oppositi majori angulo, & EM lateris minori oppositi angulo, fit ut 86 ad 34. Dico angulos DAF & EAF separatim dari. Ducta enim a centro A, ad punctum semissis summæ angulorum, linea AG, deinde ex eodem centro A descripta peripheria KN, quam tanget subtenta summæ angulorum, seu summa laterum datorum DE in L, Igitur LD dimidium summæ laterum datorum p. 60, tangens est semissis summæ angulorum grad. 40, & LM differentia minoris lateris & dimidii summæ laterum, vel dimidii summæ laterum & majoris lateris, nempe p. 26, tangens est differentiæ angulorum. Erit igitur ut DL p. 60 ad tangentem anguli DAL gr. 40, qui e canone offertur 8390996, sic p. 26 ad tang. 3636098, cujus arcus est grad. 19 min. 59 fere, qui est angulus GAF. Proinde dum heic additur DAG grad. 40, efficitur angulus DAF grad. 59 min. 59 fere, quippe cui datorum laterum DM p. 68 subtendebatur. Vel si abstractus fuerit à GAF grad. 40, relinquit angulum EAF grad. 20 min. 1, a minori laterum EM 34 p. subtensum.



Notandum autem est, quum e sola proportione laterum datorum anguli subtensi heic eliciantur, eandem rationem esse laterum summæ cum differentia eorundem, quæ in dimidiatis conspicitur. ut quæ ratio est p. 60 ad p. 26, eadem quoque est summæ laterum 120 ad differentiam eorundem 52, qui quoque termini ad minimos numeros contrahi possunt, ut in Arithmetica docetur, vel ad prosthaphæresin translationis reduci, ut superius traditum est, & mox infra exemplo ostendetur.

Sequitur praxis cum exemplo.

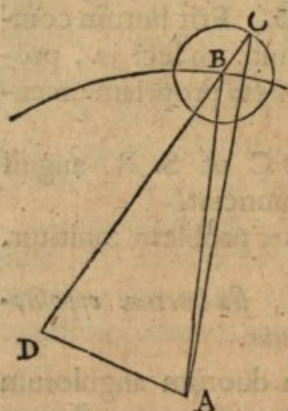
Igitur adduntur latera data, & summa eorum est inventum primum.

Deinde ab invicem latera eadem data subtrahuntur, & differentia est inventum secundum.

Porro

Porro angulus datus à semicirculo subtrahitur, & residuum dimidiatur; ejusque tangens quæritur, isque habetur pro termino seu invento tertio: Hinc multiplicatur inventum secundum in tertium, vel hoc in illud, & factus dividitur per inventum primum. Facta autem operatione provenit in quotum tangens arcus differentiaë angulorum propositorum. Hoc igitur in canone tang. quæsito, & dimidiato angulo (cujus tangens prius pro invento tertio habebatur;) addito, fit summa angulus quæditorum major; vel eidem subducto, datur in differentia angulus quæditorum minor.

Exemplum.



Repetatur idem exemplum quod prius in Sole datum fuit: Igitur.

AB 100000

BC 3571

103571 inventum I.

96429 inventum II.

ABC gr. 150 angulus datus.

gr. 30 differentia.

gr. 15 dimidium T. 2679492 inventum III.

Ergo ut 103571 ad 96429, sic 2679492 ad Tan.

249472, cui resp. arcus grad. 14 min. 0 se. 28.

Qui arcus ablati à dimidio complementi dati ad semicirculum, nempe g. 15. relinquit prosthaphæresin in Sole omnino quam prius gr. 0 min. 59 sec. 32.

Cæterum circa compositionem tabularum prosthaphæreseon in planetis, quæ pene ex unico præsentis dogmate procedit, quo labor minuatur, & calculus longe fiat facilior, quoniam duo priora inventa perpetuo manent, ex datis scilicet radio & eccentricitate penes orbem singulorum planetarum provenientia, ideo divisio heic commodissime per translationem tollitur, & multiplicatio si adhibenda sit, longe expeditior redditur, juxta ea quæ nunc in eodem hoc exemplo subjiciuntur.

Primum pro translatione per Reg. 3 Prosthaphær. erit;

ut $\left\{ \begin{array}{l} \text{inventum I.} \\ 103571 \end{array} \right\}$ ad $\left\{ \begin{array}{l} \text{inventum II.} \\ 96429 \end{array} \right\}$ Sic $\left\{ \begin{array}{l} \text{S. T.} \\ 10000000 \end{array} \right\}$ ad $\left\{ \begin{array}{l} \\ 9310424 \end{array} \right\}$

Ergo per translationem.

ut $\left\{ \begin{array}{l} \\ 10000000 \end{array} \right\}$ ad $\left\{ \begin{array}{l} \\ 9310424 \end{array} \right\}$ sic $\left\{ \begin{array}{l} \text{grad. 15} \\ \text{T. 2679492} \end{array} \right\}$ ad $\left\{ \begin{array}{l} \\ 2494720 \end{array} \right\}$ ut prius.

Atqui heic sola multiplicatione opus fuit, quando partitio facta sit in radium. Multiplicationem autem per eundem numerum perpetuo, facilimum reddit compendium in Arithmetica nostra revisa traditum. Si enim omnes numeri inventi secundi propositi, ducantur in omnes characteres ab unitate infra 10, & facti ordine serventur, sola additione calculus perficitur, dum hi pro multiplicantis iisdem notis singulis vicibus addantur, ut:

| | | |
|------------------|-------|----------|
| | { 1 } | 9310424 |
| | { 2 } | 18620848 |
| | { 3 } | 28831272 |
| Sit inventum II. | { 4 } | 37241696 |
| 9310424 | { 5 } | 46552120 |
| multiplicatum in | { 6 } | 55862544 |
| | { 7 } | 65172968 |
| | { 8 } | 74483392 |
| | { 9 } | 83793816 |

Hi facti numeri per singulas notas infra 10 sequente ratione applicabuntur.

Mul-

Multiplicatio cum factorum applica-
tione per solam additionem.

| | |
|----|------------------|
| | 9310424 |
| | 2679492 |
| 2. | 18620848 |
| 9. | 83793816 |
| 4. | 37241696 |
| 9. | 83793816 |
| 7. | 65172968 |
| 6. | 55862544 |
| 2. | 18620848 |
| | 2494720 Inv. IV. |

Vel compendiosius à dextra, hoc modo,

| | |
|----|--------------------|
| | 9310424 |
| | 2679492 |
| 2. | 18620848 |
| 6. | 5586254 |
| 7. | 651729 |
| 9. | 83794 |
| 4. | 3724 |
| 9. | 838 |
| 2. | 18 |
| | 2494720 Inven. IV. |

D O G M A X.

Datis trianguli plani obliquanguli duobus lateribus cum angulo uni illorum opposito, reliqua invenire.

A Nalyfis ex hisce *διδομένοις* perficitur, per solum 2 Enunc. 3 quoque Enunciato adhibito, si angulus datus obtusus fuerit. Exemplo heic non est opus.

D O G M A XI.

Datis trianguli plani obliquanguli duobus angulis cum latere adiacente, reliqua acquirere.

H Oc dogma absolvitur per 4 Theor. & postea similiter per 2 Enunciat. **Q**uoniam enim duo anguli dentur, erit quoque in plano triangulo tertius notus, ex complemento datorum ad grad. 180. Deinde quia latus datum uni datorum angulorum sic oppositum est, sequitur solutio per 2 Enunciat. ac dogma præcedens.

D O G M A XII.

Datis denique trianguli plani obliquanguli duobus angulis cum latere uni angulorum opposito, reliqua dari.

N on fecus ac præcedens, dogma hoc in quæsitâ resolvitur, quando sic tres anguli dantur cum latere uni opposito, per 2 Enunciat. hujus.

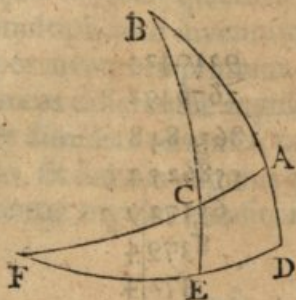
DOGmata PRAXI SOLVTIONIS
Triangulorum Sphæricorum in numeros
accommodata.

D O G M A P R I M V M.

De Triangulis Sphæricis rectangulis in uniuersum.

Datis trianguli sphærici rectanguli duobus quibusvis, præter angulum rectum, reliqua latentia in lucem producere.

S It (ut in seq. fig.) triangulum rectangulum sphæricum *A B C*, habens ad *A* angulum rectum. Facto autem in sphæra polo *B*. continuetur arcus



cus BA & BC ad quadrantes usque in D & E .
Deinde arcus AC similiter ad quadrantem eductus
desinat in polum alium F ; & demum ab eodem alius
quadrans descendat per DE .

Figuræ enimvero tali constitutæ solutio rectangu-
lorum sphericorum maxima ex parte, juxta omnes
præmissas *διδομένων* varietates, sese accommodat; id-
que per 8 Theor. & 2 Enunc. hujus.

I. Primo enim, in triangulo spherico orthogonio
 ABC , velut primario, quum dentur omnes anguli,
erit DE mensura anguli ad B , & ideo in triangulo
secundario FEC datur FE complementum DE , seu anguli ad B ad grad.
 90 . Datur præterea angulus ad C per 2 Theor. hujus. Et quia angulus ad E
rectus est, erit ut (sinus recti) C ad EF , sic E ad (CF). Quo habito, da-
tur etiam hujus complementum AC ; & ideo in priore rectangulo BAC ,
reliqua duo latera, nempe BC & BA , facile etiam per 2 Enunc. acquirun-
tur, cum hisce anguli oppositi ad A & C sint dati, nam:

ut B ad CA : sic A radius ad BC ; & sic C ad BA .

II. Porro, datis omnibus rectanguli BAC lateribus, idem evenit. Nam
quum angulus rectus ad A semper detur, erit ut BC ad A , sic BA ad C ;
& sic AC ad B .

III. Tertio, dentur duo latera cum angulo recto incluso, ut in eodem re-
ctangulo ABC , quando concessa fuerint latera AB & AC , angulum re-
ctum ad A includentia, quoniam sic quoque in secundario rectangulo CEF
per complementa datorum exhibita sint CF compl. dati AC ; Item angu-
lus CFE complementum lateris dati AB .

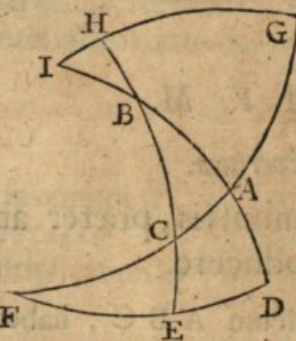
Igitur erit; ut E radius ad CF , sic F ad CE ; unde quoque ejus com-
plementum BC constat. Hinc in primario triangulo BAC , quia data sunt
omnia latera, dantur anguli ad C & B , juxta proximum præced.

IV. Quarto, concessis duobus lateribus cum angulo uni illorum opposito;
ut in primario rectangulo ABC , datis AB & BC cum angulo recto ad A
lateri BC opposito; erit primum

ut BC ad A , sic AB (ad C).

Deinde, in secundario orthogonio CEF quia omnes anguli sic dati sunt,
nempe C modo inventus, F per complementum lateris dati BA , & denique
 E rectus cum latere CE compl. scil. dati BC ; primo igitur, ut F ad CE ,
sic E radius (ad CF complement. lateris AC). Deinde, ut E radius ad
 CF , sic C (ad EF complementum anguli ad B ultimo quæsit).

V. Datiss duobus angulis cum latere adjacente, ut in primario orthogonio



ABC duo anguli, nempe rectus ad A , & alius
ad B , dati sint, una cum latere adjacente AB .
Quoniam igitur nec proportio datorum, in præsent
rectangulo ABC ; nec etiam in secundario CEF
ita haberi poterit, ut per solos sinus solutio fiat; ideo
educto arcu CA ad mensuram quadrantis in G ; ad
quam quoque mensuram AB continuetur in I , &
 CB in H , denique è polo C quando quartus
quadrans ducitur a G per H in I , manifestum est
quemadmodum in orthogonio BHI angulo
recto ad H existente data sint, angulus HBI

per 2 Theorema BI complementi dati lateris AB , cum recto angulo, ut
dixi, ad H .

Ergo

Ergo, ut H radius ad BI , sic B ad HI . Datur igitur expedita fatis prosthaphæresi HI , quod complem. est anguli quæsitæ ad C .

Hinc in primario rectangulo ABC pro cæteris latentibus erit primo, ut C ad BA , sic A radius (ad BC .

Deindè, ut A radius ad BC , sic B (ad AC .

VI. Sexto denique, quando in orthogonio sphærico dantur duo anguli cum latere uni illorum opposito, ut in primario rectangulo ABC , dato, cum recto angulo ad A , etiam angulo ad B , & denique latere, recto angulo opposito, BC ; erit primum, ut

A radius ad BC , sic B ad AC .

Hinc in secundario rectangulo CEF . Quia data sunt CF compl. AC , & EF complem. anguli ad B , erit ut CF ad E radium; sic CE ad angulum F , seu ad complementum lateris quæsitæ AB .

Et sic EF ad angulum quæsitum C .

Vel heic, quod prosthaphæresi directe congruit, in orthogonio tertio figuræ ultimæ BHI , quia datur BI æquale DA , erit ut

H radius ad BI , sic B ad HI comp. anguli ad C quæsitæ.

Appendix Solutionis Triangulorum Sphæricorum rectangulorum.

Quamvis his paucis præmissis analysis cujusque rectanguli sphærici propositi per solos sinus rectos absolvitur, & ita quidem, ut unico dogmate omnes *διδόμενων*, ac *ζητούμενων* varietates comprehendi possint, quæ usui accommodantur: tamen quia aliquando contingat, quod ex his aut illis *διδόμενοις*, quorum ordo heic ut in planis servatus fuit, non statim absque ambage iteratæ supputationis *ζητούμενων* quodlibet propositum sese offerat: addo quoque quod radius interdum non primum locum in regula prop. (ut maxime commodum esset) sed secundum aut tertium obtineat; propterea tangentes & secantes compendiose in hujusmodi casus advocabuntur, ut per illos juxta 5 & 6 Enunciat. hujus solutio unica operatione fiat. Velut nunc infra in quibusdam ostendam.

In prima *διδόμενων* positione, datis scilicet omnibus in orthogonio sphærico angulis: nempe angulo ad A , ad B , ad C , latus quodcunque BA vel AC confestim investigatur per 6 Enunciat. hujus. Nam ut

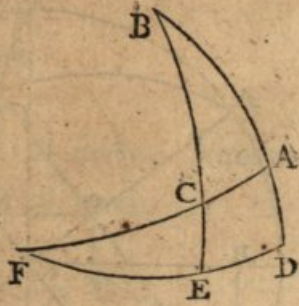
A rad. ad S. R. ABC , sic
secans BCA anguli ad secantem BA .

Itim ut

A radius ad S. R. C , sic secans
anguli ABC ad secantem lateris AC .

Porro in tertia *διδόμενων* suppositione, datis duobus lateribus circa rectum angulum, velut AB ascensio recta solis, & AC declinatio ejusdem. Vt igitur angulus ABC obliquitatis eclipticæ unica operatione ex hisce datis investigari possit, 5 enunciatum hujus adhibendum est. Nam ut S. R. AB ad radium, sic AC tang. ad B tang.

In sexta denique datorum enumeratione, ubi datis duobus angulis; nempe recto ad A , & angulo obliquitatis eclipticæ maximæ ad B una cum latere BC distantiam solis in ecliptica a puncto æquinoctiali B determinans; quærat latus AB ascensio recta solis rursus unica operatione; per 5 enunciatur hujus. Nam in secundario rectangulo CEF , erit, ut EF sinus complementi B dati ad radium; sic tang. CE compl. lateris dati BC ad tang. anguli F , qui est complementum lateris quæsitæ AB .



Plura fortasse in hanc appendicem rejicienda observari poterunt, præsertim apud Philippum Lansbergium, qui plerasque omnes proportionem, quæ circa solutionem rectanguli spherici ex finibus rectis, tangentibus & secantibus institui possunt, præ cæteris studiose admodum collegerat.

Tantum de rectangulis sphericis: sequuntur obliquangula.

DOGMA SECVNDVM.

Datis trianguli obliquanguli spherici omnibus lateribus, angulum quemvis desideratum indagare.

PRimum ordo paululum heic variatur, quod sequens dogma in quo anguli puri dantur, ex hoc rectius & compendiosius ostendi queat.

Porro analysis talis trianguli, in spherica explicatione admodum usitati, quæ alias laboriosa satis existit, ad prosthaphæresin revocata, facilis redditur. Proinde præsens dogma ad eum modum, qui diagrammatis regulæ primæ prosthaphæreseos convenit, per exemplum aliquod illustrandum & quasi demonstrandum est. Deinde reliquæ varietates ejus, quæ fere incidere possunt, ordine sunt subjiciendæ, quando singulas per schemata sua competentia heic ostendere compendium non permittat.

Christman. li. 2. observ. solarium. c. 8.

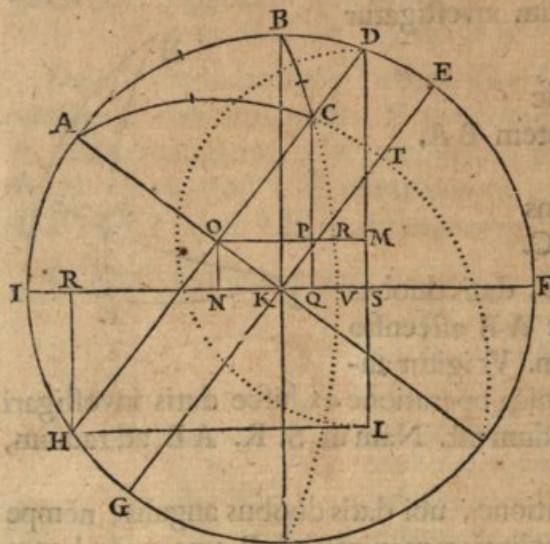
Exempla deinceps in numeris consulto e datis Lansbergianis desumuntur, ut scilicet veritas solutionis per viam prosthaphæreticam, sed & praxin longe expeditiorem, probari possit; & simul authoritas, quam Christmannus sibi in Lansbergium redarguendum arrogabat, recte a benevolo lectore aestimari.

Vide Trigo. Lansberg. p. 200.

Sint igitur trianguli spherici ABC

$\Delta\acute{\iota}\delta\acute{o}\mu\epsilon\nu\alpha \left\{ \begin{array}{l} AB \ 50 \ 0 \\ AC \ 60 \ 0 \\ BC \ 26 \ 22\frac{1}{3} \end{array} \right\}$ Hinc quærat^rur angulus BAC oppositus scilicet lateri BC.

Hæc data diagrammati subsequenti prosthaphæretico ita accommodantur, ut in eodem omnia juxta sequentem explicationunculam plana fiant.



Nam summa demonstrationis hoc loco est. Quum AB, itim AC, & deniq; BC latus oppositum angulo quæsito ad A, concessa sint; & penes arcum AB minus datorum laterum mensura maneat, quæ angulum quærendum comprehendunt, cui semper æqualis est EF ob circuli quadrantes AE & BF. Complementum autem majoris eorundem laterum est CT, seu DE. Quocirca manifestum est DS esse sinum rectum arcus DF, hoc est, complementi lateris majoris & lateris minoris simul additorum.

Differentia vero ipsorum laterum est HI, cujus sinus rectus HR, seu LS. Additis vero sinibus DS & LS, fit totum DL, & ejus semissis DM, qui in hoc casu est inventum primum.

Porro

Porro, subducto DM invento primo à DS summa finuum, relinquatur inventum secundum SM, NO, vel PQ.

Tertio, complementum lateris dati oppositi BC est CV, cuius sinus rectus est CQ, sublato igitur PQ a CQ, remanet CP inventum tertium.

Sed quia DH etiam diameter est circuli minoris, cuius æqualis in numero peripheriæ mensura est, ut constat ex iis, quæ de priore circuli divisione superius reliquimus; igitur rectè è præparatis modo portio ejus CO indagatur, ut sit complementum anguli BAC quæsiti.

Proinde per 7 theorema hujus, ut DM invent. primum ad DO radium: sic CP invent. tertium ad CO quartum, quod est sinus rectus complementi anguli ad A quæsiti.

Præceptio praxi accommodata.

ERgo heic juxta primam regulam prosthaphæres. minorem arcuum & complementum majoris, eorum scilicet, qui angulum quæsitum ambiunt, invicem adde & aufer. Vtriusque sinum ad invicem adde, si minor arcus major fuerit complemento majoris; sin vero minor, subtrahe; & aggregati seu differentiæ dimidium erit inventum primum. Deinde, hoc invento primo à sinu aggregati subducto, residuum erit inventum secundum.

Tertium autem inventum est differentia sinus complementi lateris angulo quæsito oppositi, & inventi secundi.

Porro duc inventum tertium in sinum totum, & divide factum per inventum primum, exit in quotum sinus complementi anguli quæsiti, si sinus complementi lateris oppositi major fuerit invento secundo: sin vero minor, exit sinus excessus ultra quadrantem, quo quadranti adjecto angulus quæsitus obtusus efficitur.

Sequitur praxis in διδομένοις præmissis.

| | | |
|--------------------|--|----------------------------|
| grad. 50 min. 0 | minor arcus | AB |
| grad. 30 min. 0 | compl. major. | DE |
| grad. 80 min 0 | aggreg. | DF S. R. 9848078 DS |
| grad. 20 min. 0 | differentia | HI S. R. 3420201 HR |
| | aggreg. sin. | 13268279 DL |
| | dimidium sin. | 6634139 DM invent. primum: |
| | different. invent. I. & aggreg. sinuum | 3213939 SM inven. II. |
| Latus oppositum BC | grad. 26 min. 22 sec. 20 | |
| ejus complem. CV | grad. 63 min. 37 sec. 40 | S. R. 8959272 CQ |
| | invent. II subtr. | 3213939 |
| | relinquitur invent. III. | 5745333 |

Regula proportionis.

Vt 6634139 invent. I ad rad. sic 5745333 invent. III ad invent. IV 8660260, cuius arcus resp. gr. 60, ejus compl. gr. 30 angulus quæsitus.

Ergo calculus in hoc exemplo Lansbergii satis certus est.

Si tota analysi hujus dogmatis prosthaphæresi absque divisione perficiatur, fiet per translationem hoc modo.

Sec 66341390 S. R. 5745333

Resp. arc. 81 19 49 Respond. 35 4 1

Compl. 8 40 11 Compl. 54 55 59
8 40 11

aggre. 63 36 10 S. R. 8957332

differen. 46 15 48 S. R. 7225248 Subtr.

different. Sin. 1732084

femissis 8660420

cui respon-
dent gr. 60 ejus compl. est gr. 30 ut prius.

Dogmatis presentis variationes.

I. Si latus alterum complectentium angulum quæsitum quadrante majus fuerit, fumitur pro complemento excessus ejus supra quadrantem : & inventum secundum additur finui complementi lateris, unde inventum tertium conflatur, sicque operatio in reliquis procedit ut supra.

II. Si latus oppositum quadrante fuerit majus, additur quoque inventum secundum finui excessus lateris oppositi, & arcus ultimo proveniens adjungitur quadranti suo grad. 90 pro angulo quæsito.

III. Denique, si tum unum laterum ambientium angulum quæsitum, tum latus oppositum mensuram quadrantis excesserit, operandum quoque est per excessum lateris oppositi : sed subtrahendum est inventum secundum à finui excessus lateris; arcus ultimo emergens etiam addendus est grad. 90, & constabit angulus quæsitus.

Exempla singularum varietatum sequens doctrina sphærica abunde suppeditabit.

D O G M A T E R T I V M.

Datis trianguli sphærici obliquanguli omnibus angulis, latus quodcunque invenire.

Quoniam dogma hoc prioris quasi conversio est, ob finuum rectorum laterum & angulorum oppositorum inter se analogiam per 2 Enunc. hujus.

Proinde angulis hic pro lateribus in superioribus saltim assumtis, absque operosa demonstratione solutionem ejusdem aggrediar, similitudinem in eo cum superiori per exemplum in numeris ostensurus, deinde de ejus varietatibus discentes breviter submoniturus.



Assumtis & heic Lansbergii *διδομένους*, sit triangulum sphæricum obliquangulum ABC datorum angulorum, sitque angulus ad A, cui latus BC opponitur, gr. 30: angulus ad B, quem latus CA respicit, gr. 102 mi. 53 se. 31: denique angulus ad C, lateri quæsito BA oppositus, sit grad. 59 min. 34, & paulo plus.

Igitur angulis A & B, pro ipsis lateribus, quibus opponuntur, quæque includunt angulum BCA, lateri quæsito BA oppositum, simulatis, ut & eodem BCA pro latere, quod quærimus; solutio praxi præcedentis præceptionis accommodatur hoc modo,

gr. 30 mi. 0 minor angulus
 gr. 12 mi. 53 sec. 31 Excessus majoris ultra grad. 90

 gr. 42 mi. 53 sec. 31 aggreg. S. R. 6806179
 gr. 17 mi. 6 sec. 29 Differ. S. R. 2941747

 aggreg. Sin. 9747926
 femissis. 4873963 invent. primum.

 1932216 invent. secundum.

gr. 59 mi. 34 + angulus C.
 gr. 30 mi. 26 — compl. S. R. 5065355
 invent. II. subt. 1932216

 3133139 invent. III.

Regula proport.

ut invent. I ad rad. 10000000, sic invent. III ad 6428320 finum re-
 4873963 3133139

Etum arcus grad. 40 min. 0 +
 hujus compl. grad. 50 min. 0 — est latus BA quæsitum, ut habet Lans-
 bergiana supputatio.

*Varietates heic observanda in casibus quibusdam
 superioribus contraria.*

I. Si tertius angulus acutus fuerit, & alteruter adjacentium obtusus, tunc in-
 ventum II à complemento anguli tertii subtrahendum est; nisi inventum II
 hoc fuerit majus, tunc enim posita similiter differentia pro invento III, prove-
 nit pro quarto sinus rectus excessus supra quadrantem.

II. Sin vero tertius angulus fuerit obtusus per suum excessum à gr. 90,
 operatio instituitur; & si inventum II minus fuerit sinu recto dicti excessus,
 latus prodiens erit obtusus, seu gr. 90 excedens.

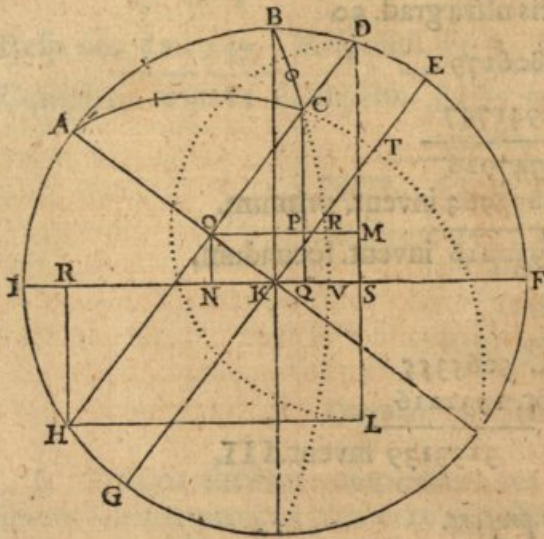
III. Si denique tam tertius angulus, quam alteruter adjacentium obtusus
 fuerit, tunc invent. II finui recto excessus tertii anguli est adjiciendum.
 Exempla plura hujus dogmatis suppedabit cap. 6 lib. 2 sphæricorum.

DOGMA QVARTVM.

Datis trianguli obliquanguli sphærici duobus lateribus cum an-
 gulo incluso, latus tertium angulo dato oppositum mani-
 festare.

HOc dogma latissimum quoque usum habet non solum in doctrina sphæri-
 ca coelesti, sed etiam globo terrestri pro distantis duorum locorum in-
 quirendis, quæ & longitudine & latitudine diffideant.

Analýsis autem hujus eodem modo fere, quo secundi & tertii ad prosthaphæ-
 resin vocatur, & in ea adhuc minori negotio absolvitur.



Hujus quoque diagramma datis Lansbergii accommodatum primo loco exhibebo, deinde præcepta & praxin addam, & ultimo varietatum observationes subjungam.

Revocetur huc diagramma prosthaphæreticon secundo dogmati hujus subjectum, quandoquidem super iisdem datis sit constructum, eique demonstratio inibi adjecta ubique accommodetur, nisi quum latus BC angulo dato ad A oppositum quærat, & ideo erit ut OD radius ad DM, sic OC complementum anguli dati A, ad CP sinum rectum complem. lateris quæsitæ CR.

Præceptio hujus Dogmatis.

Minorem arcum & complementum majoris eorum, qui angulum datum ambiunt, invicem adde & aufer. Vtriusque sinum rectum adde, si minor arcus major fuerit complemento majoris, alias subtrahe, & aggregati seu differentiae dimidium erit inventum primum.

Deinde hoc inventum primum à sinu aggreg. subduc, & residuum erit inventum secundum.

Tertium autem inventum est sinus complementi anguli dati.

Quo ducto in inventum primum, & facto in radium diviso, quotus erit inventum quartum; Cui invento secundo addito, conflatur sinus complementi lateris quæsitæ.

Exemplum in numeris.

Sit idem, quod superius, triangulum sphæricum obliquangulum ABC, cujus bina latera circa A data sunt, nempe AB & AC, cum incluso angulo BAC, quæ in numeris ad dispositionem nostram usitatam ita habent.

BA 50 °
 CA 60 °
 BAC 30 ° unde quærat, latus BC, nempe oppositum angulo BAC, & invenitur grad. 26, min. 22, sec. 20.

Praxis.

grad. 50 min. ° minor arcus

grad. 30 min. ° complem. maj.

grad. 80 min. ° aggregat. S. R. 9848078. DS.

grad. 20 min. ° different. S. R. 3420201. H. R.

aggregat. Sinuum 13268279

6634139 primum invent.

3213939 II. inventum.

Anguli BAC compl. 60 resp. S. R. 8660254 III. inventum.

Regula. Ergo:

ut rad. ad 6634139 inventum I. sic 8660254 invent. II.
 ad 5745332 inventum IV.
 3213939 invent. secundum add.

C. P. 8959271 resp. arcus grad. 63, min. 37, sec. 40

cujus complementum nempe grad. 26, min. 22, sec. 20, est latus quæsitum.

Quæ ultima hac regula per multiplicationem inventi primi in inventum tertium, pro quarto invento, transacta sunt, modo prosthaphæresi subjiciantur, expeditissima fere in iis ratio est: præsertim quando secunda minuta negligantur. Quum enim complementum anguli dati in arcu suo semper notum sit, quæritur duntaxat arcus respondens invento primo, ut heic invento primo 6634139 arcus resp. est grad. 41, mi. 33, sec. 40 fere

grad. 30, mi. 0, sec. 0, complem. invent. tert.

grad. 71, mi. 33, sec. 40, aggreg. S. R. 9486615

grad. 11, mi. 33, sec. 40, different. S. R. 2004130

Inventum quartum fere ut superius $\begin{array}{r} 11490745 \\ 5745372 \end{array}$

Per hoc unicum fere dogma olim tractatum de locorum terrestrium distantis acquirendis absolvi, (longitudinibus & latitudinibus eorundem e tabula Geographica suppositis) idque nullo ferme labore in comparatione cum eo qui antiquis fuerat; prosthaphæresi scilicet continua usus.

Dogmatis hujus varii casus observandi.

I. Si alterum laterum datorum quadrantem excefferit, utere hoc excessu loco complementi, ut in dogmate superiori, & subduc inventum secundum a facto ultimo quæsito, residuum erit sinus complementi lateris quæsit: vel si inventum secundum majus fuerit, residuum erit sinus excessus lateris quæsit; Sin vero factus ultimus invento secundo fuerit minor, differentia est sinus R. complementi lateris quæsit.

II. Si angulus datus obtusus fuerit, per ejus excessum, ultra gr. 90, loco complementi quoque operandum est, & conferendum est inventum secundum cum ultimo facto, quo si minus istud fuerit, differentia est sinus R. excessus lateris quæsit.

III. Denique, si & latus alterum datorum quadrantem excefferit, & angulus comprehensus simul obtusus fuerit, addetur inventum secundum ultimo facto, & summa emergens sinus est excessus lateris ultra quadrantem.

DOGMA QVINTVM.

Datis trianguli sphærici obliquanguli duobus angulis cum latere adjacente, datur angulus reliquus.

Hoc quoque dogma superioris proximi conversio est. Positis namque vel saltim dissimulatis angulis datis, qui latus datum includunt, pro lateribus iisdem angulis oppositis, ac latere incluso pro angulo investigando, ad quæsitum non aliter, ac in superiore calculus tendit, dum nonnullæ quoq; varietates, heic,



ut in tertio observantur dogmate, similiter κατ' ἀνάγκη
 ἕποφλέω praxi accommodantur; quam ideo statim
 ab exemplo inchoabimus a Lansbergii numeris de-
 sumto.

Sit triangulum sphaericum obliquangulum ABC
 datorum angulorum ad A gr. 102, mi. 53, sec. 31, ad
 C gra. 30, cum latere AC gra. 50; Quæritur hinc
 angulus ad B.

Operatio.

major ang. datorum grad. 102, min. 53, sec. 31
 Excessus hujus grad. 12, min. 53, sec. 31
 gra. 30, min. 0, sec. 0 minor ang.
 gra. 12, min. 53, sec. 31 excessus majoris.
 gra. 42, min. 53, sec. 31 aggregatum S. R. 6806179
 gra. 17, min. 6, sec. 29 differentia S. R. 2941747

9747926

4873963 inventum primum.

Latus datum grad. 50, min. 0 1932216 inventum secundum.

Ejus compl. grad. 40, min. 0 S. R. 6427876 inventum tertium.

Ex multiplicatione inventi primi in inventum tertium, & facti per radii
 divisione, provenit inventum quartum 3132923, cui
 quum addatur inventum secundum 1932216

(Contra ac superiore fiet :)

Accumulatur sinus R. compl. anguli quæsitus 5065139

qui est grad. 30, min. 25, sec. 55

Ergo ipse angulus quæsitus grad. 59, min. 34, sec. 5 a Lansbergio in
 sec. 15 saltim differens, quod ille per viam rectangulorum analysin absolverat.

Ad Prosthapheresin totum revocatum.

4873963 inventum primum arcus resp. gr. 29, mi. 10, sec. 10 minor arcus.
 arcus invent. tertium gr. 40, mi. 0, sec. 0 major arcus.

grad. 50, min. 0 complement. major.

grad. 29, min. 10, sec. 10 minor arcus.

grad. 79, min. 10, sec. 10 aggreg. S. R. 9821872

grad. 20, min. 49, sec. 50, differ. S. R. 3556054

6265818

3132909 invent. IV. fere ut prius.

DOGMA SEXTVM & VLTIMVM.

Trianguli sphaerici obliquanguli datis

duobus { lateribus } cum uno { angulo } alteri datorum { lateri } oppo-
 { angulis } { latere } { angulo }

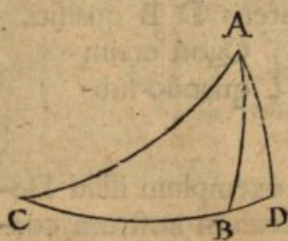
fito, dantur reliqua.

HÆC διδόμεια commode satis heic in unum dogma digeruntur, & per se-
 cundum Enunciat. in ζήόμενα proxima solvuntur: vel modo omnia ha-
 beri desiderantur, fiat id per 3 theorema triangulo proposito in bina rectan-
 gula

gula resolutio, & perpendiculari, expedita admodum prosthaphæresi, mox acquisita; præsertim quoties angulus lateri recto opposito, & simul quoque dato, adiacens datur.

Angulus sicubi alter obtusus fuerit pro eo, per tertium Enunciatum, substituetur complementum ad grad. 180. Cæteræ autem varietates in dato latere supra quadrantem, vel angulo, aut latere quæsito quadrantem forte egredientibus facile beneficio Globi aut Sphæræ nostræ cognoscuntur.

Ergo pro tot exemplorum varietatibus quibus Philippus Lansbergius huiusmodi *διδόμενα* illustrat, & *ζητούμενα* inde provenientia super rectangulis inquirat, equidem unicum exemplum desumam, nempe illud, quod pertinet ad secundum casum, datorum duorum angulorum, cum latere uni angulorum, & quidem eidem obtuso, opposito: quod ideo facio, ut & rationem per 2 & 3 Enunciatum æque in sphericis veram esse ostendam, & simul Lansbergii errorem corrigam, qui circa *διδόμενων ἀταξίαν* forte calculo irrepsit. Lansb. p. 194.



Datur triangulum obliquangulum sphericum ABC, cujus angulus ABC est gr. 102 mi. 53 sec. 31. Est igitur hic obtusus per ea quæ superius de trianguli divisione tradita sunt. Datur & latus AC grad. 60, & tandem angulus ad C grad. 30. Quærat igitur primum latus AB angulo dato ad C oppositum, per secundum & tertium Enunciat. Nam ut

| | | | | | | |
|-----------------------|---|---------------|---|---------------|---|-------------------------|
| Compl. obtusi ad B | { | Latus AC | { | C | { | AB quæsitum |
| ut gr. 77 m. 6 se. 29 | | ad grad. 60 | | sic grad. 30 | | ad gr. 26 mi. 22 se. 24 |
| S. R. 9747927 | | S. R. 8660259 | | S. R. 5000000 | | S. R. 4442188. |

Si plura adhuc quærantur, quum angulus obtusus fuerit ad B, prolongetur CB, & arcus perpendicularis descendat ab A in D, & fiat ACD rectangulum. Quoniam igitur basis AC data est, cum angulo adjacente C, invenitur AD per prosthaphæresin hoc modo.

| | |
|---------------------------|----------------------|
| AC grad. 60 compl. ejus | gr. 30 |
| Minor arcus seu ang. ad C | gr. 30 |
| aggr. | gr. 60 S. R. 8660254 |
| differ. | gr. 0 S. R. 0000000 |

Ergo 4330127 est sinus rectus arcus perpendicularis DA primo quæsiti grad. 25 min. 39 sec. 32.

Deinde, in orthogonio ADC, pro DC latere, per 5 Enunciatum, erit,

| | | | | | | |
|-----------------|---|----------------|---|-------------------------|---|------------------------|
| C | { | D | { | AD | { | DC |
| ut gr. 30 mi. 0 | | ad rad. | | sic gr. 25 m. 39 se. 32 | | ad gr. 56 m. 18 se. 36 |
| T. 5773502 | | S. T. 10000000 | | T. 4803844 | | S. R. 8320503. |

Hinc pro angulo DAC erit

| | | | | |
|---------------|---|---------------|---|---------------------------|
| CA | { | DC | { | DAC |
| ut grad. 60 | | ad radium | | ad grad. 73 mi. 53 se. 53 |
| S. R. 8660254 | | S. R. 8320503 | | S. R. 9607690 |

Tertio, in orthogonio spherico DAB, primo pro DAB, erit rursus per 5 Enunciat.

| | | | | |
|-------------------------|---|------------------------|---|------------------------|
| Compl. AD | { | compl. AB | { | compl. DAB. |
| ut gr. 64 mi. 20 se. 28 | | ad gr. 63 m. 37 se. 36 | | ad gr. 75 m. 39 se. 47 |
| T. 20816708 | | T. 20168433 | | S. R. 9688578 |

Datur ergo angulus ipse DAB grad. 14 min. 20 sec. 13

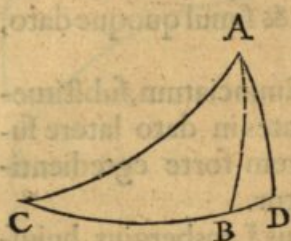
Et quia angulus DAC prius erat grad. 73 min. 53. sec. 53 repertus.

Est igitur angulus BAC grad. 59 min. 33 sec. 40

Ultimo

TRIANG. SPHÆR. SOLVT.

Vltimo, in rectangulo DAB pro latere DB, erit



ut D rad. $\left\{ \begin{array}{l} \text{ad} \\ \text{gr. 26 mi. 22 se. 24} \\ \text{DAB} \\ \text{fic} \\ \text{gr. 14 mi. 20 se. 13} \end{array} \right\} \text{ad DB.}$

Per prosthaphæresin sequentem.

grad. 63 min. 37 sec. 36 compl. majoris

grad. 14 min. 20 sec. 13 minus dat.

grad. 77 min. 57 sec. 49 agg. S. R. 9780154

grad. 49 min. 17 sec. 23 diff. S. R. 7580173

2199981

1099990

S. R. lateris DB quæsit.

Datur ergo latus ipsum DB grad. 6 min. 18 sec. 55 } Quod etiam
a latere DC (prius reperto grad. 56 min. 18 sec. 36 } quando sub-
ducatur, relinquit BC grad. 49 min. 59 sec. 41

Atqui sic in clausula compendii hujus trigonometrici exemplum illud Domini Lansbergii restituimus, quod etiam proxime ad calculum nostrum congruebat, nisi in lateribus AB & BC errore quodam transpositis. In superioribus autem frustra ipsum Christmannus inculabat, & simul veterum demonstrationem demoliri aggrediebatur.

F I N I S.



ΠΡΟΓΝΩΡΙΣΜΑΤΩΝ

ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ

PARS ALTERA,

De materia Cœli continentis ; corporum Mundi
majorum forma, & ἐνεργεία inter movendum ; denique
temporis motusque ad invicem analogā
consideratione.



Nemo merito mirari debet, aut nobis vitio vertere, si adhuc antequam vestigiis & motibus corporum mundanorum majorum, astrorum inquam & terræ, convenientes hypotheses substernamus, de natura & definitione materiæ loci corporum istorum, eorumque motuum in universum, de natura item & forma, in primis ipsorum mundanorum corporum, quemadmodum conservationi & motibus eorum, divino influxu, continuatis, convenientius videbitur ; denique temporis motusque ad invicem consideratione pauca Astronomiæ restitutioni præmitteremus. Etenim absque horum mediocri cognitione Astronomus nec debitos situs motusque *Φαινόμενων* satis persequi ; nec ipsorum influentias, & operationes etiam in hæc sublunaria satis naturæ convenienter scrutari sustinebit. Et licet fateamur disquisitionem hanc ad Physicam proprie pertinere, non tamen a professione Astronomi eam alienam futuram arbitramur, sed eidem cum primis appropriatam ; siquidem supralunaris seu cœlestis naturæ contemplator, Astronomus est, ut ob id (cæteris quidem paribus) nemo præ ipso sensu simul ac ratione altius & rectius in eam elevetur.

Primam propositi nostri partem quod attinet, primo eorum opinionem rejicimus, qui cœlestem regionem duram & imperviam esse existimant : quippe talibus orbibus materialibus refertam, ut Peripatetici, quorum error sine dubio a dogmate Pythagoræ de musico concentu orbium cœlestium, non recte intellecto, descendit. Deinde eorum, qui ætheream regionem ignem esse opinati sunt, ut quidam Stoici, quos Theophrastus Paracelsus imitatus est : nisi forte de sideribus ipsis id intelligatur, & primæva luce ubivis locorum per orbem dispersa ; in sideribus vero manifesta sui vestigia relinquente, quod potius fatendum video, quam quicquam eorum, quæ creata sunt, rursus interiisse credendum, velut in Appendice Astronomiæ de novis cœli Phænomenis fusius aliquando differetur. Tertio denique eorum, qui eandem cœlestem regionem vel aerem satis crassum, vel aquam esse existimant. Etenim quum nostris temporibus e veriore conformatione situs & motus recentiorum præsertim Phænomenon cœlestium, refractionum denique siderum, & aliis indicibus, quæ astronomo exercitato passim obvia sunt, istorum pleræque rationes convincantur ; absque prolixiore confectione, quid inter fluctuantes multorum opiniones, de hac proposita materia sentiamus S. S. Scripturæ, naturæ, rationi, & denique experientiæ (ut nobis videtur) convenientissimum, brevi ejus subjuncta descriptione, cum sua explanationis probatione, proferemus.

Materiam loco universi visibilis & finiti adæquatam, pro sua natura & plenitudine expansum tenuissimum & subtilissimum, quippe incorporeo & insensibili simillimum appellamus, ὁμογενὲς ἔξ ὁμοιομερῆς ; præterea essentia sua stabile quidem

dem & permeabile ; at qualitate frigidum a Deo optimo creatum, ut lucis ac luminis, in primis vero astrorum subjectum quoddam, & quasi vehiculum esset ; tum separationis aquarum causa, ob id ipsum, primaria.

Prima assertæ definitionis ratio ea esse potest, quod nullum lumen naturale, in quantum spatium a suo luminoso corpore emanat, per inane feratur, aut subjecto aliquo careat ; siquidem lux seu lumen extra radicem suam accidens est. At ignis, & omnia lucida corpora lucem & lumina a se ejaculantur, quod astrorum effectu, (imprimis autem Solis) manifestum est, quorum radii non solum ad nos usque pertingunt, verum etiam terram ipsam in metallorum concoctionem subintrant.

Quum itaque ejusmodi lumina per vacuum seu inane simpliciter non ferantur, consequens est, ut tale quippiam pro vehiculo requirant, quod expansi definiti naturam habet, sicut ulterius modo confirmabitur. Primo quod talis materia homogenea ac similis existat, sic probatur. Si enim contra divisionem ista pateretur, alia in æthere supra Lunam, alia in sublunari regione, ab altera diversa exstaret, in quam lumina & radii astrorum ad nos demissi sese explicarent ; quæ profecto, nulla heic alia, quam aer esse potest. At talem aerem immediate luminis vel radiorum vehiculum, etiam in sublunari regione esse non agnoscimus, ut sic materia, de qua agemus homogenea & similis sit, necesse est. Rationem assumpti connexi nostri, non tam ad persuadendum, quam demonstrandum in medium afferemus. Quam enim aer iste mobilis fuerit, quippe cujus natura in continuo fluore viget, certum est, & experientia docet, eundem loco pelli posse. Et licet continua successione locus iste reficeretur ac repleretur, fieri tamen nullo modo posset, quin omnia, quæ in tali aere sic quassato hæreant conspicua, aut satis manifestæ, aut levi saltem vibrationi essent obnoxia. At luminis vibratio nulla omnino sentitur, aere quo cum conspicitur totis viribus concusso, & loco semoto (vibrationem tamen illam apparentem excipio, quam scilicet oculi nostri prope horizontem æstivo calori Solis subjectum concipiunt, ob vapores aereos illos crassiores, quibus simul illuminatis radii Solis irretiuntur ac refringuntur ;) ut ob id concludam, aerem neutiquam primarium & adæquatum luminis esse subjectum, sed potius materiam supra a nobis definitam. Hanc equidem rationem Philosophus quam Poeta major Palingenius ad demonstrandum, quod aer in lumine esset, & non contra, hisce versiculis ultimo zodiaci sui signo profert :

*Forte etiam objiciet, subjectum esse aëra lucis
Ac fundamentum: proinde aër est ubi nullus
Extra oras cæli summi, lucem esse negabit.
Sed pariter nunc à vero discedit, ut ante,
Non etenim est aër subjectum luminis, & non
Est (ut perversè arbitratur) in aëre lumen :
Imo aër contra est in lumine, si bene cernat,
Non quid Aristoteles, sed quid ratio asserit ipsa.
Nam si adstans foribus clausis accensa lucerna,
Vel fax immittat per rimam lumen in ades
Obscuras, quatiatque aliquis tum aëra, juxta
Luminis immissi radium, transire per ipsum
Aër cogetur radium, nil lumine moto.
Si vero ipse aër subjectum luminis esset,
Nempe eodem motu radius quateretur & aër,
Cumque suo haud dubie subjecto lumen abiret.*

Quocirco quum materia ista expansa, de qua agimus, amplitudini ejaculationis luminis & radiorum e sideribus ubique substernatur, etiam in intimam tellurem, & quacunque lumen se porrigit, aut penetrat, sequi necesse est, sublunarem

regionem, non toto genere, quoad materiam istam ab ætherea esse distinctam. At dicat aliquis, aerem sublunarem esse repagulum seu expansum inter aquas & aquas, eumque solum esse, cujus mentio fit Gen. 1, ver. 6. &c. Respondeo: Antecedens distinguendum est, discernendumque inter hunc talem aerem quatenus inferioribus, ex quibus oritur, ex parte circumfusus est, & aerem ut expansum primo & simpliciter: Nam per se nusquam aer heic solus existat, & tamen intra limites sibi destinatos ita contentus, secundum divinam ab initio ordinationem, aquarum separationem quotidianam facit, simul etiam in inferioribus. Etenim quum radii solares atq; siderum, qua conjuncti fuerunt, e terra & aquis rursus resultent, contingit ut efficaciore suæ reduplicationis vi una cum halitu ipsius globi terrestris, qui multum calidi intus continet, materiam inde vaporosam per expansi atq; aeris intertexti subtilioris vehiculum, usque in mediam regionem sublevent, ibiq; tandem suspendant atq; sustineant, donec cocta ibidem & soluta in terrenum globum rursus recidat. Quin etiam hac continua exhalatione aer subtilior in infima regione nobis sic præparatur, vaporosa scilicet materia, modo, quo dixi, sursum subvecta; Quo factò, haud parum ipsius materiæ subtilioris supra terræ marisque superficiem maximo radiorum sideralium, in primis Solis, vigore & calore elaboratum, in convenientem & animantibus salubrem aerem convertitur. Idem de tali aere vel supremo cogitandum est, quod videlicet radii astrorum efficaces ante diastematis medii penetrationem e materia nubium aliquid continuo heic quoque alliceant, id subtilius exsiccent, atque elaborent, sicque successive per expansum ad extremum usq; aeræ regionis seu globi totius terrestris terminum attollant; unde non modo e viscosa & quasi arefacta ista materia, meteora quædam ignita fiunt, sed etiam corpuscula albicantia conspiciuntur, crepusculis causam evidentem præbentia.

Est autem in satis manifesta differentia nubium, & supremi aeris a tellure sublimatio, siquidem illæ vix sesqui alterius milliari spatium a superficie terrena per observationes deprehenduntur, idque æstivo tempore ubi radii solares efficaces sunt. Hunc, quatenus visibilis est, tredecim milliariis germanicis ex crepusculorum animadversione à nobis distare Optici convincunt. Hæc ita se habere, non modo experientia in illis probat, verum etiam Spagyrica seu pyronomica, imo in homine quoque ut microcosmo, per humorum e stomacho in caput sublimationem atq; reflexionem analogia quadam perpulchra ostenduntur, radiis scilicet e corde, & aere pectorali interjectis. Et quid quæso? cum aerem hunc corpus satis sensibile esse constet, cur non sensus nostri, in primis visus ut illorum nobilissimus, cujus facultas spiritualis est, etiam ad visibilia percipienda spirituale quasi subjectum, intermedium requireret, quale scilicet expansum ipsum est, de quo agimus, luminis insuper & aeris ejusmodi simul repletionem διαφανέν? Neque cogitandum est aliter aerem quendam tenuissimum ubiq; etiam per coelum expansi latitudinem adæquare, & locum universi replere, ut Ioh. Pena, Christophorus Rothmannus, & alii existimarunt: nisi ita naturam expansi nostri plane intellexerint; præter illud scilicet in universum, quod τὸ ἀνοραίδες ad differentiam nonnulli, nec sine autoritate dicunt, haud inconvenienter: Nam præter absurdum quod e vibratione radiorum sideralium contra experientiam, sic committeretur; etiam sequeretur refractiones Sidera ad verticem pene comitaturas; quas tamen eadem in diversis terræ locis, Dania, Bohemia & Norvegia ex observationibus a nobis diligentissime factis, intra dimidium quadrantem ab horizonte plane destituisse deprehendimus. Adde alterum de nimium perniciousis corporum cœlestium motibus localibus sine omni aeris ejusmodi obstaculo, & penetratione.

Subest itaque idem expansum radiis solaribus & siderum, aere insuper tali, ut aquas hæc sequestret, affectum. Pro radiis vero istis ante Solis & Siderum

D

crea-

Prob. 1 cap.
11 lib. 2
Sphæric.
Prob. 4
et 5 lib. 3
Sphæric.
Vide Vitellio-
nem lib. 10
prop. 60.
Item lib. 2
Sphæric. ca. 11
prop. 14

Videatur lib. 1
Epist. Astro.
Tych. Brahe,
ubi etiam plu-
ribus rationibus
Rothmanno in
hac controversia
responsionem
est.

creationem, lucem factam fuisse ex Sacris apparet. Quæ quidem licet efficaciam suã ubivis finitorum locorum potenter sine dubio exerat, non tamen vestigia, nisi in sideribus, & materia cæteroquin conveniente occupata nobis ostentat, ut supra promississe me memini, id in Astronomiæ appendice prolixius, Deo volente, expositurum. Neque mirum est ex hoc globo velut radice, has, quas modo attingimus peristases meteoricas oriri, eique veluti parenti esse circumfusas: siquidem verisimile est, & in Luna sitiente fere conspicuum, reliqua quoque munda corpora seu sidera cœlestia similibus aut analogicis, secundum naturam cuiusque, esse involuta; quibus singula totius sui globi molem per expansum ad destinatos sibi terminos & usus extendunt.

*Gen. 1. v. 3.
Vide append.
lib. 1 Theor.
de maculis in
Luna.*

Vnde quoque verisimile erit, sidera videlicet, per idem cœleste expansum femina occulta novorum phænomenon tempore divinitus ordinato ejaculari, & inde conceptionem in expanso fieri, quæ repente & quasi miraculose in novi sideris apparentiam exurgit, dum maximam sui quantitatem & motum plerumque; in iis quæ moventur, statim sub apparationis initium ostendat. Generationi enim cometicae nulla elementaris similis apparet, nisi forte bullæ super aquam subita expansio ad qualemcunque hujus similitudinem tracta fuerit. Corpora autem perpetua asserere, quæ sic in cœlo quandoque illucescunt, eaque certo tempore aut igne purgari; aut non nisi in congruente quadam dispositione cum Sole, ut nobis appareant, collustrari; velut hæ opiniones veterum quorundam fuisse, ex Plinio, Plutarcho, & aliis colliguntur; id certe in absurdum redigere videtur, tum eorundem apparationis & motus analogi diligens consideratio; tum obscuratio nullius unquam sideris ab his animadversa.

*Censura de
Cometis, quæ
in appendice
Astronomiæ
de novis Phæ-
nomenis ube-
rius exponitur.*

Haecenus de substantia materiæ expansi egimus, quam si quis spiritualem respective, & Aristotelis quintæ essentiæ assimulandam dixerit, haud multum, meo iudicio, a vero abluet: superest igitur, ut qualitatis ejusdem frigidæ assertæ rationes afferamus; quæ tales sunt.

Quum duo, ut puta, primæva illa lux, cui lumen astrorum associatur, & expansum luminis vehiculum, per omnia visibilia & finita diffusissime fuerint extensa, ut superioribus rationibus ostensum est, quumque luminis seu lucis qualitas calida sit, quemadmodum in radiis solaribus manifeste sentitur, ut & in occultis naturæ operationibus recte ratiocinando percipitur, conveniens naturæ eidem est, alteram agentem qualitatem, frigidam nempe, materiæ expansi fore attribuendam, qualem & ipsa experientia probat. Absentibus enim radiis solaribus, vel minus efficaciter, propter nimis obliquam eorum circa terram reflexionem, operantibus; ut apud nos tempore hyberno contingere solet; & adhuc multo magis, ob eandem causam, in locis plagæ arctœ vicinioribus; comperimur totius aeris constitutionem in gelidum rigorem se convertere. Idem quoque experimur hoc aere, etiam in loco mediocriter calido, subito per expansum ventilato, quemadmodum ipsa frigida qualitate a subjecto expanso afficitur. Quid? quod ut nec absque calore, sic neque absque hoc refrigerio vita & respiratio animalium ullo pacto conservari aut continuari possit, unde quoque anima ψυχη καὶ τὸ ψυχρὸς denominata est: ut præteream, quod credibile sit, sidera ipsa, modo sint ignea, sive moventur sive quiescunt, continuo per istam latentem harmoniam, ob luminis majorem in illis portionem quasi contemperari; quale quiddam inter humidum aquæ & ficcum terræ ab aliis demonstratum est. Proinde ex his ratiocinamur cœlestem regionem omnium esse temperatissimam, ob materiæ expansi lucisque perfusæ ita adæquatam proportionem: de astris tamen; & ipsorum hinc affectione omni præjudicio in præsentia suspensio.

Hucusque de priori propositi nostri parte, materiam talem loci universum comprehendentis exponente. Sequitur altera, in qua de natura & forma corporum

porum mundanorum magnorum, quatenus & sui conservacioni & motibus apta fuerint, paucis adhuc disquiramus.

Primo materiam corporum istorum edifferere, difficillimum esse arbitramur, quod neque omnia sidera cœlestia ejusdem materiæ, neque pari lumine dotata, appareant. Luna enim non modo ex cognitis ejus facibus, & luminis a Sole fœderatione, corpus per se solidum & umbrosum deprehenditur, verum etiam quasi excelsis montibus ac profundis vallibus cum aquarum & sylvarum speciebus conspicuum, adeo ut hanc alteram terram quidam dixerint, modo neotericorum observationibus standum sit. Porro quoad luminis præstantiam, & magnitudinem, sol omnibus sideribus merito nobis præferendus est, ut factus ante reliqua sidera. Hæc vero (Luna excepta) an ex primæva luce producta sint, ac per se luceant, ut multi opinantur, an peculiariter exstiterint, & lucem, ut Luna, a sole mutuentur, id plane cognoscere, nec hominis esse arbitramur, nec ad scopum nostrum pro situ motuque eorundem percipiendis multum conferre. similes quoque plures *ἀπορίαι* manent, propositum nostrum licet parum attingentes, de numerosa multitudine siderum, eorumque, quæ extreme visuntur a nobis, & fixa vocantur, intercapedinē & collatione, tum terræ respectu, tum inter sese. Et si habitationibus sidera fuerint idonea, quibus tandem singula inhabitantur; porro quod miraculi instar videtur, qua ratione stellæ Iovis, quatuor aliæ minutæ, & vulgo non conspicuæ, exigua & dispari remotione, sed continuo & celerrimo motu hunc circumeuntes, ac velut satellites quidam observantes a Deo attributæ sint; cum multis aliis, in quibus recte divinam omnipotentiam & providentiam admirandam & adorandam; nostram vero cæcitatē & ignorantiam, dum heic manemus, agnoscendam arbitramur meritissimo.

His præmissis, nunc disquisitionem de forma corporum mundanorum magnorum, quæ nostræ potissimum contemplationis erit, modo, quo ab initio diximus, aggrediemur.

Forma, ut omnium corporum, sic quoque mundanorum magnorum duplex est, interior & exterior, quarum illa activa magis seu *ἐνεργητικῆ*, hæc vero passioni subjecta *ὀρατικῆ*, seu determinabilis in superficie circumscripta exstat. Ad formam astrorum *ἐνεργητικῶν* in primis quæstio pertinere videtur, quam Plato defendit ex placitis veterum Ægyptiorum, ut apparet, desumptam, quod scilicet astra, ut & terra, animata sint, imo mundi totius animati animalia majora, & propterea ipsis ut reliquis animantibus motuum, quos habent, facultas insita. Quæ quidem sententia etsi quibusdam plane absurda, aliis tamen non adeo videtur, præsertim si astrorum vita vitæ animantium aliorum conferatur analogice, ad harmoniam universi ostendendam, & maxime cum microcosmica, quæ in hypothesebus & motibus planetarum mirum est, quam sit quasi conspicua.

Cæterum de motrice facultate astris insita ita tandem Platonem sequimur, ut etsi illa in corporibus omnibus, facultas motui maxime propria fuerit; nihil tamen quod mobile est, ex sese plane motum faciat, absque alterius cujusdam immobilis jugi promanatione, & sustentatione: sicut id etiam ex Aristotelis libris de cœlo & anima, item Plotino, Iamblico, Porphyrio & aliis Philosophis colligere liceat: quod si ita est, causam motus astrorum primariam libenter ad ipsum Deum devolvi fatemur, ut creatorem omnipotentem, qui extra omnem sui motum omnia ad salutarem sustentationem regit, movet & gubernat, idque verbo suo omnipotenti, quo omnia ab initio sunt creata. Porro inter alias facultates, quæ e forma interiore corporum majorum mundanorum luculenter, absque dubio emanant, hæc hoc loco non frustra nobis perscrutanda venit, quo scilicet pacto partes uniuscujusque corporum ipsorum toti homogeniæ variæque per universam ejus molem dispersæ conservacionem totius, divina quadam ratione, ita unanimiter incumbunt, ut ob hoc ipsum naturali qua-

Vide Appendicem lib. 1

Theor. de Luna.

Vide Galileum in Nunc. Sid.

Prius potius asseritur ex observationibus

Veneris, fere in conjunctione

cum Sole lib. 2

Theor. cap. 18.

Vide Galileum de Nuncio Sidereo.

Plato in Timæo.

Arist. lib. 1

de Anima

cap. 3 item lib.

7 Phys. cap. 1.

Astror. cap. 17

v. 25.

dam sua gravitate totis viribus ad sui medium seu centrum ferantur singulorum omnium.

Quum itaque medium, ratione loci, cum centro coincidat, extremis scilicet partibus corporis mundani majoris intellectis; evidens fit, quod formam exteriorem seu *veismulw* natura in eo non aliam intenderit, quam rotundam seu globosam, quod experientia astronomica ulterius in Sole, Luna & terra docet; & illa quidem multiplex in eclipsibus, polari elevatione cum proportionata & semper æquali terrestri sub eodem meridiano, intercapedine; ut F. Patricium Venetum, aut quosdam veteres Theologos, nempe Augustinum & Lactantium, diversum hac in parte opinantes nihil moremur: siquidem Astronomiæ ignorantia hos satis excusat. Quin etiam libratis tam concinne circa medium omnibus partibus corporis mundani, ob finem quem antea attigimus, belle ratiocinari liquet, ut puta, quod haud citra singularem divinam providentiam, corpora illa mundana omnia in expanso libere absque fulcris seu orbibus solidis, non minus quam axibus ejusmodi, quæque in suis destinatis locis quasi suspenfa sint, & hæreant; ut quod Ovidius de terra cecinit:

Ovid in Metamorph.

*Terra pile similis nullo fulcimine nixa,
Aere subjecto tam grave pendet onus. &c.*

Idem de reliquis judicium fiat.

Deinde etiam ex superioribus fit manifestum, nihil intra totum complexum globi alicujus magni mundani, diversa licet sed cognata materia coagmentati, vacuum relinqui; ne aut partium æqualium libramenti circa medium divulsio fiat, aut forte totius demolitio ac interitus, heterogenio, a quo natura maxime abhorret, vel minimo quopiam intromissio: id quod validam & pene supra nostrum captum naturæ vis ab experientia probat, adeo quidem, ut quoties vacuum molimur, in alicujus destinati locum, si non aliud, at certe aerem, ut puta corpus in nostro confinio mobilissimum & supplemento oportunitum; vel modo aer exhauritur, aquam in hujus locum, confestim natura sufficiat, ad temperamentum cujusque loci convenientissimum, etiam in suo liquido; ut taceam, quod sic animantium respiratoriæ aer conveniens maximopere subserviat. Liquet præterea indidem naturam corporum magnorum mundanorum duntaxat, ab hoc vacuo abhorre, non etiam naturam universi: siquidem illa cœlestis regio, quæ sideribus vacare cernitur, solo expanso, & lucis sive lumine per hoc sparsa pro sui repletionem contenta est, quibus solis corpora ista mundo coæva minime, utut illis intime participantia, ne ipsorum in expansum dissipatio fiat, atque interitus subsequatur. Nisi forte viæ illi lacteæ per cœlum materia aliqua admista fuerit, præter congressum luminis infinitarum stellarum in eadem insitarum.

Denique ulterius ad formam corporum mundanorum globosam convincendum faciunt nonnulla, quæ Mathematici, in primis N. Copernicus lib. 1. Revol. cap. 1, ad cœli figuram talem ostendendam producit: scilicet globosa illa esse, sive quod ipsa forma perfectissima sit omnium, nulla indigens compagine, tota integra; sive quod hac universa appetant terminari, quod in aquæ guttis, liquidisque corporibus apparet, dum per se terminari cupiunt. De forma vero universi exteriore nihil heic asserimus, ne in reprehensionem Plinii merito incurramus, furorem esse existimantis, quæ ultra cœlum sunt, quærere, & tanquam interna ejus cuncta plane jam sint nota, ita scrutari extera.

Vide Plinium lib. 2. cap. 1. Nat. Hist.

Hanc vero formam, quam astris & terræ tanquam genuinam attribuimus, maxime motibus idoneam esse existimamus, sive sideris supra centrum volutatio tantum fiat, sive loci, absque hac, mutatio (ut in Luna apparet, & in reliquis quoque planetis fieri credibile est) secus quam Aristoteles de Cœlo ex sua hypothesi profert: præsertim omnibus obstaculis remotis, quæ tamen si exstarent, globi qualem-

Arist. lib. 2. de cœlo cap. 11.