

Una, Cubus & Rhombus Dodecahedricus. Nam octo anguli Cubi concurrunt ad unum punctum, & unum undiq; locum explent. Rhombus verò habet duo genera angulorum, trilineares obtusos octo, & quadrilineares acutos sex. Igitur obtusi quatuor, congruunt ad locum explendum, acuti verò sex: quale struunt edificium Apes, cellis contiguas, ut unam circumstent à fundo tres aduersis furdis, à lateribus sex; & possent etiam antea tres alia circumstare ad figuram absolvendam, nisi fores oportuisset esse patentes. De hac verò solidarum figurarum congruentia nos hic non agimus.

*Apum Sol
omertia
in cellulis
sexangulis
infundo
Rhombi
cia.*

VI. DEFINITIO.

Perfectissima solida Congruentia, solidaq; figura est, cum etiam Plana congruentia sunt ejusdem figuræ omnia.

VII. DEFINITIO.

Hæc vel est regularis tota, cum Plana sunt regularia; habetq; omnes angulos in eadem sphericâ superficie, & inter se similes.

VIII. DEFINITIO.

Vel est semiregularis, cum Plana sunt semiregularia (vide libr. I. def. III.) habetque angulos solidos numero linearum distinctos & dissimiles; non tamen plurimum, quam duorum generum; nec in pluribus q̄ duabus sphericis superficieb^o, uno centro descriptis, ordinatos; & singulorum generum angulos tot numero, quot habet una Regulariû.

Non obstat, Congruentiam hanc solidam, perfectissimam dici: nam quæ planis ejus inest imperfectio, solidationi non debet adscribi, sed ei accidit. Dicitur tamen æquivocè perfectissima, hæc semiregularis.

IX. DEFINITIO.

Perfecta inferioris gradus est, cum Plana regularia, & anguli omnes in eadem superficie sphericâ, & inter se similes sunt; sed Plana tamè diversarum specierum, singularum quidem tot numero, quot sunt in unâ perfectissimarum figurarum, sc. non minùs quàm 4, quot ad minimum Planiciebus solidâ figura terminatur.

X. DEFINITIO.

Imperfecta congruentia seu figura est, cum cæteris manentibus, major figura non sapiùs quàm semel aut bis invenitur.

Fit enim figura illic parti quam; toti, hic plana quàm solida similior; cum omnis solida ad minimum 4. superficiebus terminetur. Ut in typis ex arc sequentibus ad literas A. B. ubi major figura est Heptagonus. Classes ista dua, cum ipsorum majoris figura laterum numero excurrunt in infinitum; initio factò à Tri-

*A. B. folio
17. lccq.*

gono utringq; quod in classe A, est ex perfectissimis regularibus congruentiis; transitu verò factò per tetragonum; & tunc in classe B, incidimus iterum in unam perfectissimam regularem congruentiam; setera omnes imperfecta sunt.

XI. DEFINITIO.

Semifolida est, quæ non sustinet omnes definitionis quintæ particulas; ut cum aptatis figuris planis, congruentia non planè in seipsam redit, sed relinquit hiatus; de cætero tueans præscripta Def. VI. & VII.

XII. DEFINITIO.

Figuræ Planæ congruæ sunt, quæ vel solidam figuram concludunt, vel planitiem sine hiatu explent, existentes ipsæ figuræ Regulares vel semiregulares.

XIII. DEFINITIO.

Incongruæ dicantur illæ figuræ planæ Regulares circuloque inscriptæ (siquidem sunt inscriptiles), quæ neque solidam figuram (sphærico inscriptilem secum ipsæ, aut cum alijs suæ vel alterius classis, efformant, nisi imperfectam tantum: neque planum sternunt, vel ipsæ inter se singulæ, vel cum Stellis suæ classis, vel cum figuris & stellis classis alterius circumcircæ.

A. B. Ubi nota excludi septangulum & talia, non obstante, quod bina parallela septangula vel septem quadratis, vel quatuordecim triangulis adjuncta regularibus, solidum omninò claudunt; quia tantum bina septangula concurrunt, sit q. figura disciformis & planæ similis, nequaquam verò globiformis, spheroides. Vide in figurâ ex ere sol. 53. seq. literas A. B. Sic etiam excluditur Quindecangulum, non obstante, quòd aliquibus angulis cum figuris cognatis locum in plano explent; quia hoc non facit circumcircæ omnibus angulis.

XIV. PROPOSITIO.

Angulorum planorū non pauciores quàm terni in plano congruunt. Nam circa quodlibet concursus punctum est summa quatuor Rectorum angulorum: at nullius figuræ angulus æquat summam duorum Rectorum, igitur duo quanticumq. anguli, sunt adhuc minores quatuor rectis: duo igitur non explent planitiem, per Def. I.

XV. PROPOSITIO.

Angulorum planorum non pauciores, quàm terni, ad solidum angulum formandum congruunt vel assurgunt. Bini enim non lateribus tantum, sed totis planitiibus congruerēt, nihilq. de corpore solido completerentur: quod est contrà def. anguli solidi ap. Euclidem.

XVI. PROPOSITIO.

Anulorum, in plano congruentium, summa semper est 4 rectorum, nunquam major: congruentium in solido est minor hac summa. In plano n. non plures 4 rectis unum punctum circumstant: ergò cum æquat summa 4 rectorum, tunc hiatus nullus relinquitur, & per def. I. congruentia tunc est in plano. Si planum sternūt anguli, ad soliditatem non assurgunt. Et vicissim si anguli aptati in plano relinquūt hiatus, quando sc. sunt minores 4 rectis, tunc

tunc adductis duobus lateribus circa hiatum, & excluso hiatu, necesse est, asurgere angulum & solidari. In figura H typicanei Fol. sequ. 53, sunt picti tres Pentagoni in planitiem strati & hiantes. H.

XVII. PROPOSITIO.

Figura imparilatera, cujus aptantur lateribus, figuræ duarum specierum, non potest æquali formâ omnibus angulis concurrere vel in plano vel in solido.

Nam fit in uno ipsius angulorum, ut ejusdem speciei figura utrinque stent, quod in cæteris angulis non fit. Hujus rei causâ vide figuram C, typicanei seq. C.

XVIII. PROPOSITIO.

Planum locum perfectissimè explent, Plana ejusdem figuræ tantum Tria, Trigoni seni, Tetragoni quaterni, Hexagoni terni.

Nam per XXXIII primi hujus, Trigoni angulus est 2 tertia unius recti, sex ergo anguli senium Trigonorum, sunt 12 tertia, id est, 4 integri. Vide D. D.

Sic Tetragoni angulus est unus rectus, quatuor ergo quaternorum Tetragonorum anguli, faciunt quatuor rectos. Vide E. Sic Hexagoni angulus est octo sexta unius recti; tres ergo trium figurarum, faciunt 24 sextas, id est, 4 rectos, vide F. E.

At Pentagoni angulus est minor Hexagonico; tres ergo sunt minores 4 rectis; tres ergo hiant. Idem est major Tetragonico: quatuor ergo Pentagonici sunt majores 4 rectis, ergo non capiuntur in uno loco plano, per XVI hujus. F.

Hac de causa vide H, cum quarto Pentagono punctis signato. Sic Heptagoni, & omnium majorum figurarum, angulus major est Hexagonico; tres ergo Heptagonici superant 4 rectos. Vide I, ubi duorum Heptagonorum partes in H.

plano tegunt locum eundem. I.

Huc refer Rhombos, constantes ex binis Trigoni Regularibus singulos. Congruunt enim perfectissimè, ut Regulares Hexagoni, etsi ipsi sunt figura semiregularis. Vide hæc congruentiam in schemate seq. ex ære, Literâ G. G.

Huc etiam refer stellas ex Dodecagono sex angulas, exfectis senis radijs: apud literam K: venit enim in locum exfecti radij, cavus angulus, recto æqualis. Igitur tres Tetragonici & tres talium stellarum radij, implent locum. Nam Hexagonus dividitur in talem stellam & sex dimidios Tetragonos. K.

XIX. PROPOSITIO

EX planis duarum figurarum impletur locus planus sexies; bis ex quinque, semel ex quatuor, ter ex tribus angulis.

Sena enim plana coire non possunt, ut eorum unius angulus sit major Trigono: quia primi Trigonicus quantitas est dua tertia unius recti; itaq; hoc sexies sumptus facit 12 tertia, seu 4 rectos, Vno igr horum 6 majori existente, ut sc. sit fi-

- plurilatera, superantur 4 recti: & tunc planities non sternitur; per XVI hujus.
1. Quina verò plana tunc coeunt, si quatuor Trigonici jungatur unus; aequans
L. duos Trigonicos, talis verò est Hexagonicus; forma qualis litera L.
2. Vel si tribus trigonicis duo tetragonici jungantur; quia aequant tres alios
M.N. trigonicos. Forma qualis in M, vel qualis in N, sc. continuè uniformis; vel de-
O. nig, qualis in O, difformis continuationis.
3. At si Trigonicos duos, Tetragonicos tres sumpseris, ij jam quatuor rectos
superabunt: multò magis si majores duo accersantur anguli ad duos trigonicos.
P.R. Quaterna verò duorum specierum coeunt, si Trigonici binis, jungantur bi-
ni Hexagonici. Forma qualis in P, vel qualis in R.
- Aliter utcumq; copulaveris quaterna: semper vel plus efficies, vel minus
quàm quatuor rectos; eòq; locum planum non sternes.
- Ternos igitur si jungamus, caventes, ne sint plures quàm duæ species; pri-
mum non poterunt esse duo Trigonici, nec duo Tetragonici, non superarent enim
duos rectos, & relinqueretur pro tertio, quod nullis unus & solus implet.
4. Uno verò inter ternos Trigonico posito, congruunt duo Dodecagonici: est-
que continuatio possibilib; nec admiscentur alij concursus. Forma hujus plani-
S. ciei videatur litera S.
- Huc refer stellam Dodecangulam, ex eo fundamento, quòd ejus angulus
cavus aequat Trigonicum: itaq; dividuus est Dodecagonus in stellam & 12 Tri-
gonos; Ergò quinque Trigonici & duo Radij duarum stellarum coeunt: forma
T. continuabilis spectetur litera T.
5. Et uno Tetragonico inter ternos assumpto, congruunt duo Octogonici, estq;
V. continuabilis & hac forma: videatur litera V.
- Huc refer stellam Octogonicam, ex eo fundamento, quòd ejus angulus ca-
vus aequat Tetragonicum: itaq; dividuus est Octogonus in stellam & octo trian-
gula Tetragonica, quorum duo efficiunt Tetragonum. Et sic Tetragonici
X. tres & duarum stellarum radij duo, implent locum: forma mixta, ut litera X:
T. vel aliter etiam mixta, ut litera T.
6. Dimissis jam in ternis coaptandis, Trigonico & Tetragonico, si ad Penta-
gonicum veniamus, eorum possunt sumi duo, quia superant juncti 2. rectos: &
congruit in locum reliquum Decagonicus unus: coronatur enim Decagonus Pen-
Z. tagonis decem: sed non continuatur purè hac forma. Vide Schema litera Z
interius.
- Huc ergò refer stellam Pentagonicam, cum sunt Pentagonici tres, & uni-
us stelle radius; quia cavus stella angulus capit etiam unum angulum pentago-
nicum, non minùs, quam Pentagonicorum trium hiatus, capit radium stella. Vi-
Z. de eadem litera Z exterius.
- Quamquam ne sic quidem continuatio succedit in infinitum; est enim inso-
ciabile hujus scèta regnum, quæ paucis suoribus adscitis, statim se munit. Ecce for-
mas has duas etiam aliter, litera Aa.
- Aa. Quid si continuare omninò velis, monstra quedam sunt adsciscenda, duo
Decagoni inter se commixti, extritis in utroq; binis Lateribus; fitq; series structu-
ra quinquangula etiam in infinita continuatione, sic ut in prima & angustis-
simà quinquangulari serie sint Decagoni quinque, nullum monstrum interme-
dium: In secundà laxiori, series lineares Decangulorum mediant singula co-
pula, & binis Decagonis inter se commixtis; In tertià singulorum angulorum
loca

loca occupant singula copula ex binis Decagonis inter se commissis, quas mediat Decagonus unus: In quartâ stant rursus integri Decagoni in angulis, mediantque binos angulos bini Decagoni, dispositi aequalibus intervallis: In quintâ stant stellæ cum singulis extremis radijs in singulis angulis, implent verò lineas bini Decagoni integri, & in medio, bina commissura Decagonorum. Et sic consequenter, unaquelibet forma quinquangula fert novum aliquid. Structura est laboriosissima & artificiosissima, visenda ad eandem litteram Aa.

Aa.

Huc etiam refer stellam Decangulam, in cujus cavum angulum congruit angulus Pentagonis & vicissim radij bini Trideciles, cum binis Pentagonicis congruunt & implent locum solidum. Hæc forma recipit inæquales Pentagonos: & licet sit continuabilis, recipit tamen in medium vacuos Decagonos hiulcos. Forma est visenda litterâ Bb.

Bb.

Pentagonus unus in ternorum planorum copulam assumi non potest, nam ejus angulus habet sex quintas unius recti, per XXXIII. Lib. I. ergo angulis duobus reliquis relinquerentur 14 quintæ, cuilibet 7 quintæ, qualem nulla figura habet. Nec sumi possunt Hexagoni duo: nam residuum est etiam Hexagoni angulus & fit forma superius relata, cum nos hic queramus structuras ex duabus speciebus, non ex unica speciei figuris. Per sequentes plurilateras figuras, quarum angulus major est Hexagonico, subtractis duobus angulis à 4 rectis, relinquitur pro reliquo minus, quam habet Hexagonicus: uno verò subtracto, minus relinquitur pro duobus reliquis, quàm habent duo Hexagonici. Atqui de ijs figuris, que pauciores & minores habent angulos, quàm Hexagonus, jam antea tractatum nobis est, que & quot esse possint, quando terni sternunt planitiam.

XX. PROPOSITIO.

EX planis angulis trium specierum, locus planus congruè impletur quater.

Hic non tolerantur tres pluresvè trigonici; faciunt enim tres anguli Trigonici duos rectos; relinquitur minus, quam facit summa minimorum post illos, Tetragonici sc. & Pentagonici. Ob id neque duobus Trigonici sociandi duo Tetragonici, aut majores, quia non relinqueretur satis spacij pro angulo figuræ tertiæ speciei.

Ergo si Trigonici sint duo, & Tetragonicus unus; sociabitur illis Dodeca-
gonicus; non tamen continuatur Forma: vide litteris Cc. Dd. Ee, tres formas, omnes ad primum casum pertinentes.

Cc. Dd. Ee

Huc etiam stella Dodecagonica referatur, ut suprâ. Nam quatuor Trigonici, unus Tetragonicus & unus stelle radius implebunt locum. Ecce formas Ff. Gg. Hh.

Ff. Gg. Hh.

Trigonici duobus si Pentagonicus unus jungatur, residuum erit incongruum, 32 decimæ quintæ, nullus enim angulus habet 16 decimas quintas. Sin unus addatur Hexagonicus trigonici duobus, residuum etiam Hexagonicus erit, & forma erit una ex superioribus. Non poterunt igitur porro esse bini Trigoni.

Ergo si sit Trigonicus unus, ei tres Tetragoni non addentur, nimium enim constatur: nec spacij satis angulo tertiæ speciei relinquitur.

Addantur uni Trigonico duo Tetragonici, in residuum ad quatuor rectos

Ii. Kk.

congruet Hexagonicus; forma duplex, Literis Ii continuabilis, Kk non continuabilis sine mixtura. Estq; hic casus secundus.

Trigonicus unus cum Pentagonicis duobus non jungitur, restat enim hiatus 14 quindecimarum unius recti, alienus à Regularibus figuris: nec cum Pentagonico uno; rursum enim restant 32 quindecima, cum nulla regularis figura habeat 16 quindecimas: nec cum Hexagonico uno; faciunt enim 2. rectos, cum nullus solus angulus fiat tantus; dimidium verò hujus sit quantitas Tetragonici, de quo jam est actum: nec cum Heptagonico vel Octogonico, vel Enneagonico, singulis; restarent enim pro angulo tertiae speciei figurarum, vel 40 Unetricesima, vel 11 sexta, vel 16 nona, quales nulla Regularis figura habet.

Ergò Trigonicus unus cum Decagonico uno compositus, relinquit hiatus 26 quindecimas, quantus est Pentekadecagonicus. Hic est quidem congruentia, sed inchoata saltem. Nam Pentekadecagonus est imparilatera; quare per XVII. miscentur diversa concursuum species, in ejusdem figura angulis. Decagonus quidem pari numero laterum, praecingi potest alternis Trigono & Pentekadecagono, sed statim duo tales Pentekadecagoni in se mutuo incurrunt, sequi impediunt.

Ulterius Trigonicus cum Hendecagonico non potest jungi, relinquuntur enim 56 Tresettricesima, qualem angulum nulla figura Regularis habet.

Deniq; Trigonicus cum Dodecagonico relinquit hiatus Dodecagonicum, de qua forma jam est dictum.

Si Trigonicus majoribus jungeretur, minor fieret hiatus, cum de minoribus jam sit actum. Et sic transactum est cum Trigonico, inter tres species admittendo.

Tetragonici anguli plures uno, ablati à 4 rectis, non relinquunt satis spacij pro duarum specierum duobus angulis, quippe qui juncti majores fierent duobus rectis.

3. Tetragonicus unus, junctus uni Pentagonico, relinquit hiatus pro Icosigonico. Sociatur igitur Icosigonus omnibus angulis, congruitq; legitime: at non continuatur hic ordo versus exteriora. Est ergò congruentia imperfecta. Est figuram litera Ll. Hic tertius est casus.

Ll.

4. Tetragonicus Hexagonico junctus, hiatus relinquit pro Dodecagonico. Ecce figuram litera Mm: Hic quartus & ultimus est casus.

Mm.

Huc refer stellam Dodecagonicam, quam implent duodecim Trigoni: ut se quatuor hic anguli concurrant ad implendam soliditatem, duo Trigonici, Tetragonicus, Hexagonicus, & radius stella. Ecce figuram litera Nn.

Nn

Tetragonicus Heptagonico additus, relinquit hiatus 11 septimas, qualem angulum nulla habet figura Regularis. Additus Octogonico, relinquit hiatus Octogonicum: de qua forma supra. Transactum igitur est cum Tetragonico.

Pentagonicus cum Hexagonico, relinquit hiatus 22 quindecimas: cum Heptagonico, 48 tricesimas quintas: cum Octogonico, 13 decimas, cum nullius regularis figura tantus sit angulus: & jam hiatus incipit esse minor angulo Octogonico, qui est 15 decima. Atqui nos jam illas absolvimus, quae sunt minorum angularum. Transactum igitur est cum Pentagonico.

Hexagonicus triplex implet locum planum, ergò non potest misceri cum duobus se majoribus. Et sic transactum est cum mixtione trium figurarum.

XXI. PROPOSITIO.

Quatuor vel plurium specierum figuræ planæ, non congruunt angulis singulis ad implendum locum solidum.

Minimi enim anguli quatuor sunt hi, Trigonici, Tetragonici, Pentagonici, Hexagonici. At horum primus & ultimus æquant duos rectos, secundus est rectus, Tertius verò superat rectum unâ parte quintâ unius recti. Sunt igitur juncti majores quatuor rectis: quare per XVI, non congruunt. Multo magis igitur superabuntur quatuor recti à majoribus angulis.

XXII. AXIOMA.

Cum duo plani non sunt majores tertio, non formant cum illo angulum solidum.

XXIII. PROPOSITIO

Duo anguli plani, figuræ imparilateræ, cum uno speciei alterius coeuntes, non formant regulare aliquod solidum.

Nam per XVIII, anguli solidi fiant difformes, contra def. à V in X.

XXIV. PROPOSITIO.

Tres anguli plani, trium distinctarum speciei figurarum, unius imparilateræ, coeuntes, non absolvunt figuram solidam perfectam.

Rursum enim per XVII, solidi fiant diversiformes, quod est contra definitiones.

XXV. PROPOSITIO

Congruentiæ Figurarum planarum ad solidam figuram formandam, perfectissimæ & regulares, sunt quinque,

Est scholion ad ultimam ultimi Euclidis. Nam per XV hujus, incipimus à ternis angulis, & per XVI, desinimus in senis Trigonici, in quaternis Tetragonici, & in ternis Hexagonici, quia per XVII, hi æquant 4 rectos.

Tres igitur Trigoni, singulis angulis congruentes, minus quam 4, id est, duos angulos planos rectos efficiunt; coaptatis igitur tribus trigonis, biatus impletur quarto Trigono. Hinc Tetrahedron, vel Pyramis.

Quatuor Trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt 8 tertias, quod minus est quam 12 tertia, seu 4 recti; fit que junctis trigonorum lateribus Pyramis, basi quadrilatera biante; cui ex adverso alia talis Pyramis simili biatu congruit, ad figuram undiq; claudendam. Hinc Octaedron.

Quinq; Trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt 10 tertias, quod est minus quam 12 tertia, fit q; aptatis denis & denis lateribus ad angulum communem, Pyramis basi quinq; latera, cujus anguli ad basin, ut & ipsi fiant quinque planij, oportet binis in eâ basi planis, alios ternos angulos planos, & sic decem illis alios quindecim congruere, totidemque porrigi aliter sum; quæ summa triginta planorum, est decem Trigonorum; ex quibus in medio Zona vel columna

Num: 2.
fig. sequentis.

Oo. & No.
5. fol. seq.

pp. & qua
4. fol. seq.

lumina

P. p. & hic
num. 4.

lumina fit, hians infra ut supra, figura quinquangulari; in quam congruit alia Pyramis pentahedrica; ut figura claudatur undiq. Hinc Icosaedron.

Sic est transactum cum Trigonis meris.

Tres Tetragonici anguli, sunt tres recti, minus quam quatuor recti plani: congruunt ergo ad formandum angulum solidum, hiantq. coagmentati tetragoni, tribus rectis planis angulis, & vicissim extant tres anguli trium illorum planorum: tres igitur alij Tetragoni, singulis angulis in unum solidum congruentes, apti sunt & congrui, qui suis extantibus illos hiatus expleant, suisq. hiatus illos extantes recipiant. Hinc Hexaedron vel Cubus.

Q. q. & hic
num. 2.

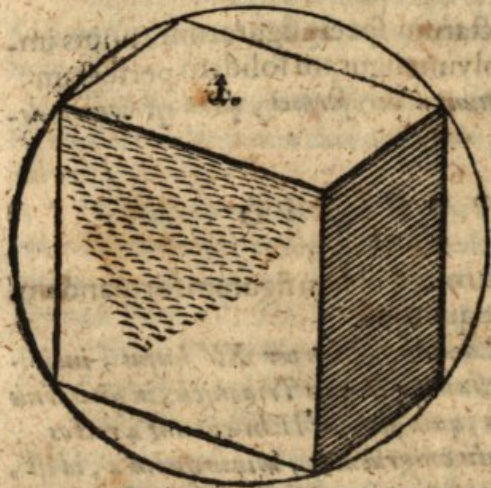
Quatuor Tetragonici aequant quatuor rectos, quare per XVI non solidum quid formant. Sic est transactum cum Tetragonis meris.

Tres Pentagonici anguli sunt 18 quinta unius plani recti, minus quam 20 quinta seu quatuor recti: congruunt igitur ad unum solidum formandum; quod si Pentagonus unius in basi cingatur hoc pacto quinq. alijs, figura sursum hiat 5, angulis planis pentagonicis, habetq. extantes quinq. angulos planos pentagonicos. Alia igitur ex adverso figura est struenda, huius similis; & quini alter utrius anguli plani extantes congruent in quinos reliqua hiatus, & vicissim. Hinc nascitur Dodecahedron. Transactum sic est cum Pentagonis meris, & simul cum figuris omnibus unius solius speciei coaptandis: quia tres Hexagonici per XVI, non asurgunt ad solidandum.

R. r. & hic
num. 3.

Hæc sunt illa corpora quinque, quæ figuras mundanas appellare

Figure Mæ
dæd.



tere. Vicissim Octahedri congruus est situs aspectui, si is à duobus oppositis angulis velut in torno suspendatur, inter quos medio præcisè loco est latens quadrilate.

sunt soliti Pythagoræi & Plato, & Euclidis commentator Proclus: quæ quomodo fuerint applicata corporibus mundanis, in præambulo lib. I. dixi, incertum esse. Communis quidem persuasio est, ducta ex Aristotele, Philosophos illos ad quinq. simplicia Corpora Mundi respexisse secundum quinarium numerum harum figurarum, scilicet ad quatuor Elementa, Ignem, Aërem, Aquam, Terram, & ad sic dictam Quintam Essentiam, seu Materiam caelestem; comparatis figurarum proprietatibus, cum simplicium illorum corporum affectionibus. Nam in Cubo rectitudo super basem quadratâ stabilitatis quandam adumbrationem habet, quæ eadem proprietatis est & Materie terrestris; gravitatis momentis ima petentis: cum etiam totus Terra globus vulgò credatur in medio Mundi quiescere. Vicissim Octahedri congruus est situs aspectui, si is à duobus oppositis angulis velut in torno suspendatur, inter quos medio præcisè loco est latens quadrilate.

drilaterum dividens corpus figura in duo aequalia, sicut globum à duobus polis suspensum dividit maximus circulus: haec est quedam imago mobilitatis, uti aer est elementorum mobilissimum & celeritate & varietate plagarum.

In Tetrabedro paucitas planorum signare videtur siccitatem ignis, cum definitio sit siccorum, suis contineri terminis; in Icosaedro vicissim multitudo planorum signare videtur humiditatem aquae, cum definiatur humiditas, alienis contineri terminis; est quippe paucitas, propriorum, multitudo, adscitorum & alienorum indicium. Et aliter etiam, Trigonus planus, est Tetrabedri proprius, quia tota Tetraedrica figura est trigonus solidus: idem verò Trigonus, est Icosaedri non proprius, sed mutuatitius, quia Icosaedri soliditas, Pentagoni similis est, non Trigoni. Rursum in Tetraedri acumine ab una basi surgente, vis Ignis penetrativa & divisoria videtur adumbrata esse, in Icosaedri obtuso & quinquelineari angulo, vis impletoria humorum, hoc est vis humectandi; in Tetraedri parvitate & macilentia, natura ignis; in Icosaedri mole globiformi, natura aquae, & quedam velut figura guttae: in Tetraedro plurimum est superficies, minimum corporis; in Icosaedro moles corporea multò major quam superficies: quemadmodum in Igne forma praecellit, in Aquà materia.

Dodecaedron verò relinquatur corpori caelesti, habens eundem planorum numerum, quem Zodiacus caelestis signorum; demonstraturq. reliquarum figurarum capacissima: quemadmodum & caelum capit omnia.

Hac Analogia etsi plausibilis est, non quidem Aristoteli (qui cum creatum esse Mundum negaret, vim in figuris quantitativis Archetypatem agnoscere non potuit, quippe quae sine Architecto nulla illis inest ad faciendum aliquid corporeum) sed mihi, Christianisq. omnibus, qui fide tenemus, Mundum, cum antea non esset, à Deo creatum esse, in pondere mensura & numero, scilicet Ideis ipsi coaeternis: etsi inquam plausibilis est in genere hac analogia; tamen sic in specie informata, nullà necessitate continetur; & patitur instantiis, non tantum ob quarundam proprietatum discrepantiam in eadem analogia; sed etiam ob majorem convenientiam Dodecaedri & Icosaedri cum Igne: denique quia de Elementorum numero & quiete Telluris, disputatio multò major est, quam de harum figurarum numero.

Quod si hic subtiliterunt Pythagorèi, non reprehendo in hac parte Ramum, non Aristotelem, quod hanc analogiam disputationibus convulsam rejecerunt. At ego ante annos viginti quatuor, longè aliter hac quinque corpora in fabrica mundi indagavi; dixique in praebulo libri I. mihi videri consentaneum, eandem doctrinam etiam veterum fuisse, sed occultatam more sectae. Cum enim habeat Astronomia Copernicana, seu veteris Aristarchi Samij Pythagorici, dispositionem Mundi mobilis talem, ut sint in eo sex Orbes seu curricula, circa corpus solis in centro immobile circumducta, magnisq. & inter se inequalibus intervallis dirempta, Saturni extimi, deinde Iovis, dein Martis, inde Telluris cum Luna, tum Veneris, denique Mercurij intimi: cumque figurarum harum quinque, propria & essentialis sit inscriptio in Sphaericam superficiem cum angulis, & circumscriptio circa sphaericam superficiem cum centrís planorum; adeoque cuilibet figura certum sit intervallum inter suos binos orbes: nihil plausibilius videri potuit, quam sex illorum caelestium orbium

5. Octaedron Aeris
Symbolum
2. Tetrac-dron Ignis
Symbolum
4. Icosaedron Aquae
Symbolum.

3. Dodecaedron caelestium
Symbolum

inter-

Respice ad
schemata lib.
V. cap. III.

intervalla quinque, ex quinque figuris esse desumpta à Creatore; hoc ordine, ut cubus mente concipiatur inter Orbes Saturni & Jovis, Tetraëdron inter Jovis & Martis, Dodecaëdron inter Martis & Terra, Icosaëdron inter Telluris & Veneris, Octaëdron inter Veneris & Mercurij.

Hæc distributio numeris explorari potest, necessitatem infert, corporum numerum non conquirat anxie, sed inventum occupat; denique sic est instructa, ut ab his annis viginti duobus non tantum nullum inveniret oppugnatorem, sed etiam ipsos Rami inconsiderati Magistri & Euclideomastigis discipulos pertraxerit; hodieque tam multos pertrahat, ut jam dudum secundam editionem flagitaverint Mathematici. Sed de hac re pluribus agere, non est hujus secundi libri; invenies lector infra libro quinto plura, aliqua etiam in Epitomes Astronomiae libro IV. ubi ortus harum quinque solidarum figurarum genuinus explicatur metaphysicè: nam ille per angulationes, non verè ortus est, sed ortus consequitur, ut naturâ posterius quid.

XXVI. PROPOSITIO.

Addi possunt congruentijs perfectissimis regularibus, duæ etiam alia congruentiæ, stellarum duodecim planarum Pentagonicarum: & duæ semifolidæ, stellarum Octangulæ, & Decangulæ.

Ss. & infra
lib. V. cap. I
T. in typis
ancis præ-
missis.

Claudent enim pentagonica solidas figuras aculeatas undiq: quarum una fit duodecim angulorum quinquelinearium, altera viginti angulorum trilinearium: illa trinus angulis insistit, hæc quinis simul; illa pulchrius super angulum erigitur; hæc rectius sedet, incumbens in quinos. In his etsi forinsecus non apparet regulare planum, sed ejus loco Triangulum æquicrurum Pentagonicum; quina tamen hujusmodi semper in unum idemq: planum competentia, occultum sub soliditate quinquangulum, veluti cor suum circumstant; faciuntq: cum eo dictam stellam pentagonicam, seu Germanico Idiomate, pedem Truttæ, Theophrasto Paracelsi signum sanitatis. Idea corporis quodammodo eadem est, quæ sui Plani; Nam ut in hoc, sc. in stella quinquangula, binorum semper triangulorum latera in unam rectam competunt, quæ parte sui interiore fit basis uni exteriori triangulo, latus verò intimo quinquangulo: sic in solido, semper quinquorū solidarum angulorum Triangula singula æquicrura, competunt in unam planitiem, quorum quinque triangulorum seu stella intima medulla & cor, quinquangulum, fit basis in unâ superstantis anguli solidi: vel in alterâ, sustantium quinque solidarum. Est autem tanta cognatio figurarum harum, unius cum Dodecaëdro, alterius cum Icosaëdro: ut videantur hæc, præsertim Dodecaëdron, trunca quodammodo & mutila, si cum illis aculeatis comparentur.

Octangula verò & Decangula stella, lateribus suorum radiorum, quæ semper in primo & quarto, duobus transitis, congruunt in unam rectam, binæ semper & binæ congruunt, faciuntq: cubum illæ quendam, hæc Dodecaëdron quoddam, non angulatas sed auriculatas figuras: quia duobus planis angulis coaptatis, hiatus fieri necesse est, qui claudi non potest. Ergo p. XI, semifolida tantum est congruentia.

Perfectissima dicuntur congruentia, illa solida, hæc semifolidæ, quia ipsis competit VI, definitio hujus lib. quoad soliditatem: planitiæ verò ipsis competit definitio figuræ perfectæ, quæ est libro I. secunda, sunt sc. secundario perfectæ. Nec absurde dicimus, semifolidam perfectissimam, quia innumus inchoari aliquid, cui non IX vel X sed cui VI Def. competeret si perfici posset.

XXVII.

XXVII. PROPOSITIO.

Congruunt etiam ad solidandas figuras, semiregulares figurae, scilicet Rhombi plani, perfectissime, idque tantum bis.

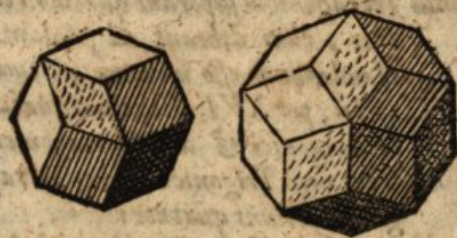
Nam ex duodecim planis Rhombis, tertiae proportionis Diagoniorum, fit Rhombus solidus, figura cellulae Apiariae; quantum ad latera sex, & fundum triangularem solidum: sex enim Rhombi congruentes sic, ut obtusi obtusis, acuti acutis applicentur, tres habent obtusos angulos hiatus, tria etiam paria acutorum extantia supra, totidemque infra. Congruunt igitur trium utrinque Rhomborum, obtusis conjunctorum terna eminentia, in hiatus, recipiuntque suis hiatibus illorum eminentias.

Vu & hic figuram: nor.

De hac etiam supra fol 49. in Def. V.

Sic triginta Rhombi plani, proportionis Diagonorum alterius, faciunt Rhombum solidum Tricontaedricum. Quini enim & quini Rhombi, angulis acutis conjuncti, ad effigiandos duos solidos ex oppositis plagis stantes, cum hient apud obtusos conjunctos; quinorum & quino-

Xx & hic figura: majol.



rum Rhomborum obtusis alijs, implent hiatus: denique in utriusque velati teste medio, Zona ex decem

Rhombicis composita circumit, conjungens utramque testam.

Non esse vero plures perfectas Rhomborum congruentias, sic probatur. Sunt enim duo anguli plani Rhombici acuti, duo obtusi; quorum semper acutus unus & unus obtusus faciunt duos rectos: nec plures tribus obtusis congruunt, ne superent quatuor rectos. Quod si ergo tres solum acutos conjunxeris, fit ut in Cubo, Hexaedron Rhombicum, cum duobus solum solidis acutis, longissime distantibus; ceteri solidi in medio corporis non tantum distant: non servantur igitur leges definitionis VIII; qua non admittit duos solos angulos in eadem sphaera. Praeterea ex sex solidis obtusis quilibet clauditur a duobus obtusis planis & uno acuto; quae irregularitas rursus est contra definitiones. Ergo non tres tantum plani acuti coire debent. At neque sex acuti, totidem scilicet Rhomborum, coeunt. Si enim singuli habent quantitatem 2 tertias unius Recti, obtusi habebunt duplam quantitatem, scilicet 4 tertias: & sic tam tres obtusi, quam sex acuti formabunt 4 Rectos, nec vel illi vel hi formabunt angulum solidum, sed sternent continuam planitiam, ut in figura G. Sin autem acuti minores sumantur; obtusi maiores erunt, & tres superabunt quatuor rectos. Ergo duae tantum sunt perfectissimae Rhombicae congruentiae: una, in qua quatuor acuti anguli Rhombici coeunt in solidum; altera, in qua quinque: quibus tamen associatur Cubus, tanquam Rhomborum omnium principium, quia planum ipsius est laterum aequalium quatuor, ut Rhombicorum.

G. fol. 53.

XXVIII. PROPOSITIO

Perfectae in solido congruentiae gradus inferioris, species sunt tredecim; ex quibus tredecim oriuntur Archimedaea Corpora.

XII. Archimedaea

Cum enim misceantur in hoc gradu figurae diverse, quare per propos. XXI. miscebuntur aut duarum aut trium specierum figurae. Quod si duarum, tunc inter eas vel sunt Trigoni; vel non sunt.

Igr ex Trigoni & Tetragonis fiunt solida tria, quibus quidem def. IX. competat. Nam illa rejicit formas hasce tres, in quibus solidum angulum claudunt, cum uno Tetragonico plano angulo, tam duo, quam tres plani Trigonicis; aut cum duobus Tetragonis, unus Trigonicus; quia in primo casu unus solus Tetragonus est, fitq. dimidium Octaedri; & anguli solidi sunt diversiformes: in secundo duo soli Tetragoni, in tertio duo soli Trigoni: quae p. X. sunt imperfecta congruentia. Restant ergo modi hi, in quibus angulum solidum claudunt 4 plani. Primum, quatuor Trigonicis & unus Tetragonis. Sunt enim minores 4 rectis. Congruunt igitur sex Tetragoni & Triginta duo (id est 20 & 12.) Trigoni, & fit figura Triacontaëdrica, quod appello Cubum simplicem. Hic in schemate sequenti pictus est Numero 12.

I. Cubus
Simplicis.

Quinq. enim Trigonicis plani & unus Tetragonis superant quatuor rectos, cum debeant ad solidum claudendum esse minores quatuor rectis, per XVI. Sic etiam quatuor Trigonicis & duo Tetragonis. Tres vero Trigonicis & duo Tetragonis faciunt quatuor rectos.



II. Rh. Cubi
Octaedri:



III. Rhombici
Cubo-
Octaedron.



Secundo duo Trigonicis & duo Tetragonis minus habent quatuor rectis; Hic igitur congruunt octo Trigoni & sex Tetragoni ad formandum unum Tetraëskedraëdron, quod cuboëdron appello. Pictum est hic numero octavo. Duo vero Trigonicis cum tribus Tetragonis superant 4 rectos.

Tertio unus Trigonicus & tres Tetragonis minus habent 4 rectis. Hic ergo congruunt octo Triangula & octodecim (id est 12 & 6) quadrangula, ad unum Icosihexaëdron, quod appello sectum Rhombi Cuboëdricum: vel Rhombicuboctaedron. Pictus est hic numero 10.

In his igr tribus sunt Tetragoni juxta Trigonos: sequitur ut & Pentagonis ijs sectis associemus.

Quinq. plani Trigonicis juxta unum Pentagonicum non stant, quia neq. juxta minorem eo, Tetragonicum, stare poterant. Quatuor ergo Trigonicis, cum uno Pentagonico, minus efficiunt 4 rectis, & congruunt octoginta (id est 20. & 60) Trigoni, cum duodecim Pentagonis, ad formandum Ennecontakadyhedron, quod appello Dodecaëdron simplicem. Pingitur hic numero 13. Et in hoc ordine simplicium, Icosaëdron possit esse tertium, quod est quasi Tetraëdron simplicem.

IV Dodeca
edron simp

Tres

Tres planos Trigonicos si uni Pentagonico associaveris, fit quod supra, ut duo solum Pentagoni veniant in solidum: & si duos Trigonicos uni pentagonico, venit unus solus Pentagonus in solidum: fit q. illic Zona vel columna media, hic Pyramis, partes Icosaedri: nec anguli solidi sunt hic ejusdem speciei, quia unus ambitur, ut in Icosaedro, quinque Trigonicis. Et transactum est cum unico Pentagonico.

Pp.

At tres Trigonicis cum duobus Pentagonicis plus efficiunt 4 rectis. Transactum igitur est cum tribus Trigonicis in societatem Pentagonicorum adsciscendis.

V. Icosidodecahedron.

Duo Trigonicis cum duobus Pentagonicis minus efficiunt 4 Rectis. Congruunt igitur viginti Trigoni & duodecim Pentagoni in unum Tricontakedyhedron, quod appello Icosidodecahedron. Pingitur hic Numero 9. Cum uno Pentagonico duos Trigonicos jam rejecimus, Transactum igr est cum duobus Trigonicis.

Unus Trigonicis cum tribus Pentagonicis plus quam 4 rectos efficit, cum duobus vero per XXIII. nihil regulare, quia Pentagonus est figura imparilatera. Sicq. transactum est cum Pentagonis in societate Trigonorum.

Trigonicis quatuor cum uno Hexagonico, & duo cum duobus Hexagonicis implet planitiem; at tres cum duobus sunt majores 4 rectis, cum uno Hexagonico duos solos Hexagonos in figuram recipiunt; rejectis igr tribus Trigonicis, duo sunt aequales uni Hexagonico, quare rejecti per XXII. Restat ut unus Trigonicus cum duobus Hexagonicis copuletur. Itaq. congruunt quatuor Trigoni cum quatuor Hexagonis in unum Octaedron, quod appello Truncum Tetraedron. Pingitur Numero 2 fol. sequenti.

VI. Tetraedron truncum.

Trigonicis quatuor cum uno Heptagonico & majoribus, superant 4 rectos; nulla igitur porro mentio facienda est quatuor Trigonicorum: nulla etiam trium, ob causas saepe allegatas: duo vero cum figurarum Hexagono majorum binis planis, superant 4 rectos: nulla igitur neq. duorum porro est facienda mentio, cum binis planis figurae majoris; nec duorum cum uno plano figurae majoris, quia illi superantur ab hoc, quod rejectum est ax: XXII. Restat examinandus hic casus, cum unus Trigonicus duobus planis figurae majoris Hexagona copuletur: at qui cum duobus Heptagonicis rejicitur per XXIII. ut & cum omnium imparilaterarum duobus: cum duobus vero Octogonicis, fit corpus, in quo congruunt octo Trigoni & sex Octogoni in unum Tessarakedecahedron, quod appello Cubum Truncum. Ejus figuram habes signatam Num: 1. fol. seq. Cum duobus Decagonicis, fit corpus, in quo congruunt viginti Trigoni & 12 Decagoni, in unum Tricontakedyhedron, quod Appello Truncum Dodecaedron. Id signatum est inter figuras sequentes Num. 3. Cum duobus Dodecagonicis impletur planities, nec fit solidus angulus, multoq. minus cum majoribus. Et transactum est in universum cum Trigonis: in dualitate quidem specierum.

VII. Cubus truncus.

VIII. Dodecaedron truncum.

Cum ergo inter binas planorum species non amplius sunt Trigoni: minima porro figura erit Tetragonus. Atqui Tetragonici tres, cum uno majoris plani angulo, superant 4 rectos: duo vero Tetragonici cum uno majoris, non tolerantur, ob definitionem IX, quia majoris speciei figura tantum dua recipiuntur in solidum. Unus igr Tetragonicus cum duobus Pentagonicis rejicitur per XXIII: cum duobus Hexagonicis coit, & congruunt sex Tetragoni cum octo Hexagonis in unum Tessarakedecaedron, quod Appello Truncum Octaedron, Pingitur numero 5. sequentis schematis. Unus Tetragonicus cum duobus Heptagonicis alijs.

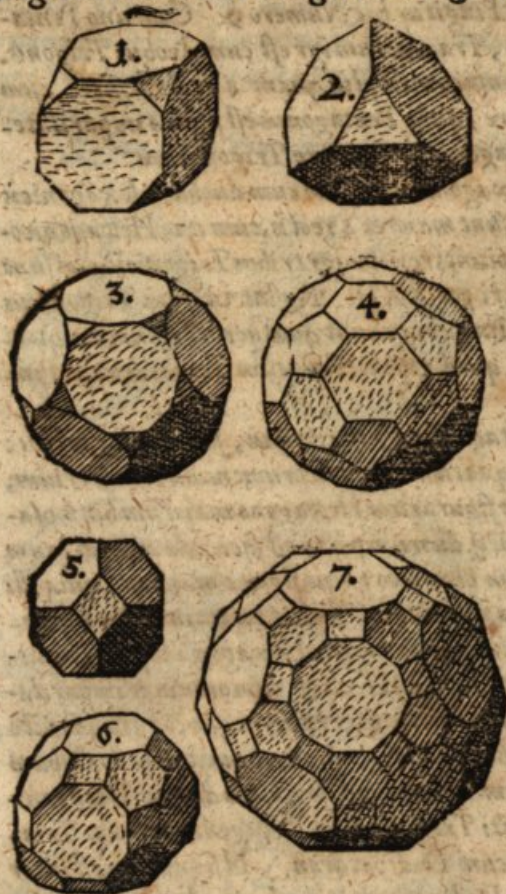
IX. Octaedron truncum.

que imparilaterarum rejicitur, per XXIII, cum duobus Octogonicis, planum locum implet: cum majoribus etiam superat 4 rectos; nec asurgit ad solidum angulum formandum. Ita transactum est cum Tetragono, cum duae solae debent esse planorum species.

Duo Pentagonici cum uno Hexagonico aut quocumq, alio unico rejectitium quid inchoant, per XXIII, quod supra etiam de Trigonico & Tetragonico cum binis Pentagonicis usurpavimus. Insuper cum uno Decagonico planitiam sterunt, nec cum illo aut majoribus asurgunt in soliditatem.

X. Truncum Icosaedron.

Unus ergo Pentagonicus cum duobus Hexagonicis minus facit 4 rectis; & congruunt duodecim Pentagonicis cum viginti Hexagonis in unum Triacontakaidyhedron, quod appello Truncum Icosihedron. Formam habes signatam numero 4. Nec plura expectanda à Pentagono. Nam unus Pentagonus cum duobus Heptagonicis jam superat 4. rectos.



Hexagonicus cum duobus alijs implet planitiam, cum majoribus superat 4 rectos. Itaq, hic finis est mixtorum ex duabus speciebus.

Quod si trium specierum Plana concurrere possunt ad unum angulam solidum: Primum anguli duo plani, unus Tetragoni, alter Pentagoni superant 2 rectos majores his, multo magis: tres verò Trigonorum trium, aquant 2 rectos: nequeunt igr tres Trigonici admitti, ne summa omnium superet 4 rectos. Duo verò Trigonici cum uno Tetragonico & uno Pentagonico vel pro eo Hexagonico, aut quocumque majori, rejiciuntur, per pr. XXIII, quia Trigonus imparilatera figura cingi deberet Tetragono & Pentagono, vel pro eo Hexagono & c.

XI. Rhombicosidodecaedron.

Unus igitur Trigonicus cum duobus Tetragonis & uno Pentagonico, minus efficiunt 4 rectis, & congruunt 20 Trigoni cum 30 Tetragonis & 12 Pentagonis, in unum Hexacontadyhedron, quod appello Rhombicosidodecaedron, seu sectum Rhombum Icosidodecaedricum. Pingitur num. 11. fol. antecedentis

Unus Trigonicus, duo Tetragonici, cum uno Hexagonico, aquant rectos quatuor; cum uno majori, superant; nec ad solidum asurgunt. Mittamus igitur duos Tetragonicos.

Unus Trigonicus, unus Tetragonicus, & duo Pentagonici superant 4 rectos; multoq, magis si bini majores plani anguli admiscerentur. Desinunt igitur misceri anguli plani quaterni ad formandum unum solidum; desinit ergo & Trigonus ingredi mixturam triplicem. Nam unus Trigonicus, unus Tetragoni-

cus &

cus & unus pentagonicus, aut quicumq; alius hujus loco, rejiciuntur per XXIV, quia trigonus est imparilatera figura.

Cum igitur porro sint tres solum anguli plani: nulla inter figuras toleratur imparilatera, per eandem XXIX.

Tetragonicus igitur, cum Hexagonico & Octogonico minimis, minus faciunt 4 rectis; & congruunt 12 Tetragoni, 3 Hexagoni, & 6 Octogoni, in unum Icosihexaedron, quod appello truncum Cuboctaedron: non quod truncatione nasci possit; sed quia simile est truncato Cuboctaedro. Pingitur num. 6.

XII. Cub-
octaedron
truncum.

Tetragonicus cum Hexagonico & Decagonico, minus 4 rectis efficiunt: & congruunt 30 Tetragoni, 20 Hexagoni & 12 Decagoni, in unum Hexacontadyhedron, quod appello truncum Icosidodecaedron, simili de causa ut proximum. Pingitur num. 7.

XIII. Ico-
sidodeca-
edron trun-
cum.

Si pro Decagonico succedat in societatem Dodecagonicus; implentur 4 recti, nec fit solidum; sic etiam si pro Hexagonico succedat Octogonicus, & aliquis, Octogonico major, sit tertius; superantur 4 recti: nec minus, si absit Tetragonicus, & socientur tres distinctarum figurarum parilaterarum majores. Igitur stat omnis Archimedeorum familia intra num. 13. quod erat demonstrandum.

XXIX. CONSECTARIUM.

Figurae congruae sunt in universum duodecim, octo Radicales seu Primae, & quatuor auctae seu Stellae.

- | | |
|---------------|--------------------------|
| 1. Trigonus | 7. Dodecagonus |
| 2. Tetragonus | 8. Icosigonus |
| 3. Pentagonus | 9. Stella Pentagonica |
| 4. Hexagonus | 10. Stella Octogonica |
| 5. Octogonus | 11. Stella Decagonica |
| 6. Decagonus | 12. Stella Dodecagonica. |

Gradus congruentiae distincti sunt. In primo sunt Trigonus & Tetragonus, quia congruunt tam in solido, quam in plano, tam singularium specierum inter se, quam junctarum, & cum alijs.

Secundo gradu consistunt Pentagonus cum stella sua. Nam congruunt & singularium specierum inter se, in solido; & tradunt mutuas operas in plano: sed potior est Pentagonus, quia congruit etiam cum alijs nonnullis tam in plano, quam in solido.

Tertius est Hexagoni, quia figura hujus speciei congruunt in plano, cum alijs vero tam in solido quam in plano.

Quartum gradum tenent Octogonus & Decagonus cum stellis suis. Nam Radicales illae, cum alijs nonnullis congruunt in solido, stella vero cum figuris singularium specierum quadamtenus: in plano vero omnes quatuor congruunt cum alijs, magis tamen varie magisque, perfectè Octogonica secta.

Quintus gradus habet Dodecagonum cum stella sua; quia in solido quidem minimè, at in plano multifariam congruunt cum alijs; in solido igitur sola magnitudine impediuntur. Causa planitiei praeferenda est hac secta gradus quarto.

Ultimus gradus est Icosigoni, quia is non nisi in plano, nec nisi cum alijs, & cum illis ipsis quoque imperfectè congruit.

Quod

Quòd si solam consideremus Planitiem, Ordo figurarum erit iste. 1. Hexagonus. 2. Tetragonus. 3. Trigonus. 4. Dodecagonus. 5. Stella ejus. 6. Octogonus. 7. Stella ejus. 8. Pentagonus. 9. Stella ejus. 10. Decagonus. 11. Stella ejus. 12. Icosigonus.

Omnes aliæ figuræ sunt in congruæ, proximus tamen congruentiæ est Pentekadecagonus, quia incipit congruere cum alijs in plano; at excluditur per XXIII. quo minus ut Icosigonus, cingi undiq. equaliter possit. Post illum est figura 16 laterum & similes, qua planè non congruunt cum regularibus alijs; impediente magnitudine angulorum. At Heptagonus & similes longè alia ratione sunt incongrua figuræ, quia nec toti anguli, nec partes angulorum aliqua, propria figurarum, cum alijs regularibus congruunt.

Ita in tribus per se demonstrabilium classibus desinit congruentia, in Octogono, Dodecagono, Icosigono, in quarto spurio ne incipit quidem. Hæc libro IV. in delectu Aspectuum suum usum habent.

XXX. CONSECTARIUM.

EX his genuinum discrimen apparet inter demonstrationem & congruentiam figurarum causâ latitudinis.

Nam 1. Demonstrationis propria gradus ultra Octogonum, Decagonum Dodecagonum, in figuras duplorum laterum in infinitum excurrunt: Congruentia in Octogono, Icosigono, Dodecagono subsistit. 2. Pentagonus cum stellâ suâ, causâ demonstrationis & scientiæ, est ignobilior Dodecagono: causâ congruentiæ in solido, est multo nobilior. 3. Octogonus ibi sequitur Pentagonum, hic antecedit. 4. Hekkadecagonus ibi erit potiore loco, quàm Icosigonus: & tamen illa est figura incongrua, hæc congrua quadam tenus. 5. At in Pentekadecagono pulchra est rei utriusq. convenientia, analogiam servans eandem: quia inter demonstrationes nulla illi obvenit propria, sed accidentaria saltem; inter vero congruentias nulla consummata, sed aliqua saltem inchoata, nec totam figuram occupans. Hæc infra libro III, in ortu & usu semitonij sunt notanda.

FINIS LIBRI II.

Sequitur liber III. novo & Alphabeti & Numeri foliorum initio, quia ab eo principium impressionis fuit factum.

IO. KEPLERI

HARMONICES MUNDI

LIBER III.

DE ORTU PROPORTIONUM HARMONICARUM, DEQUE
Natura & differentijs rerum
ad Cantum pertinentium.

PROCLUS DIADOCHVS

Lib: I. Com: in I. Elementorum Euclidis

Etiam philosophia multas sit complexa scientias, multas & Mathematicas, de qua quidem hujus parte Harmonice dicta, deq. Numeris Harmoniarum principij creditis, hoc scribit.

Ad Theologiam preparat Mentis conatus. Nam ea que non Initiatis circa veritatem reru divinarum videntur esse captu difficilia & sublimiora, illa Mathematicis Rationibus demonstrantur esse fida manifesta & sine controversia, per quasdam Imagines. Nam Proprietatum superessentialium evidentiam ostendunt in Numeris: & que sint Intellectualium Formarum Potestates, in Ratiocinationis clarum efficiunt. Itaq. Plato multa mirabilia de Natura Deorum nos per species rerum Mathematicarum edocet: & Pythagorica Philosophia, his ceu velis obnubit institutionem de rebus divinis. Hujus enim generis est universus ille **SERMO SACER.** & Philolaus in Bacchis, & tota Pythagoræ ratio docendi de Deo.

Rursum ad Moralem philosophiam nos perficit, implantans nostris moribus Ordinem, decentiam & conversationem Harmonicam; tradit etiam, que figure, que Cantilenæ, qui Morus virtutem deceant: qua doctrina etiam Athenæus excollit & perfici vult eos, qui virtutibus Moralibus ab adolescentia daturi sunt operam. Quin etiam proportionem Numerorum, virtutibus familiares, explanat, alias quidem arithmeticas, alias Geometricas, alias Harmonicas; ostendit & Vitiolorum Excessus Defectus, quibus omnibus dirigimur ad mediocritatem Motum, & decentiam.

Pythagoras
ca philoso
phus de
matione

DE ORTV PROPOR-
TIONVM HARMONICARVM, DEQVE
Natura & differentijs rerum
ad Cantum pertinen-
tium.



Adtenus Naturam rerum secuti, pri-
mum de Figuris Planis Regularibus diximus;
deinde ad earum Congruentias transivimus.

Insequentibus derogandū erit nonnihil Me-
thodo Naturali; ut cognitio mentis humanæ,
quæ non rarò viâ diversâ utitur, tanto magis ad-
juvetur. Hoc enim natura rei requirebat, ut
jam tertio loco explicaremus proportiones in
abstracto illas, quæ inter circulum & partem a latere quolibet re-
scissam constituuntur; & quæ aliæ rerum species oriantur ex com-
positione & divisione talium proportionum: tum quarto loco tran-
siremus ad opera mundana, quæ vel Deus ipse Creator ad hujusmodi
proportiones attemperavit, vel Natura sublunaris ad præscriptum
proportionum talium, in Angulis radorum sideralium quotidie ex-
ercet: ultimò verò subjungeremus Musicam humanam, ostendentes,
quomodo Mens humana, judicium auditus informans, instinctu na-
turali Creatorem imitetur, delectu & approbatione proportionum
in vocibus earundem, quæ Deo placuerunt in attemperacione mo-
uum celestium. Quia verò difficile est, Proportionum Harmo-
nicarum differentias, Genera, Modosq; abstrahere mente à vocibus
& sonis Musicalibus; cum non alia nobis suppetant vocabula, rebus
explicandis necessaria, quàm Musica: idè conjungendus nobis erit
in hoc libro locus tertius cum quinto & ultimo, dicendumq; non
tantum de Proportionibus Harmonicis abstractis, sed etiam præoc-
cupandum hoc humanum creatonis imitamentum in cantu; Crea-
tionis verò cœlorum opus, propter sublimitatem & incredibilitatem
differendum in locum ultimum, ordine illo, qui in titulo libri præ-
scriptus est. Et hæc de ordine dicendorum.

Pythagori-
ca philoso-
phia devi
num, numerorū,

Jam ut contraria inter se opposita magis elucescant, lubet
disputationem de cantu humano auspiciari à commemoratione eo-
rum, quæ veteres super ortu consonantiarum sunt commentj.

Nimirum sicut est comparatum in rebus omnibus humanis; ut
quæ Naturâ nobis sunt tributa; in ijsusus cognitionem causarum
antevertat: sic etiam circa Cantum generi humano usu venit, ut inde
ab ortu suo, modulis & intervallis vocum sine speculatione aut cog-
nitione causarum uteretur ijsdem, quibus utimur hodie vulgò, in
ducant-

decantatione Melodiarum, non tantum in Templis & choris Musicorum, sed passim sine exercitatione artis, etiam in compitis & agris.

Apparet hæc antiquitas Cantus ex libro primo Geneseos. Magnam enim oportuit esse delectationem ex Cantu vocis humanæ (cùm vero delectationem dico, intervalla dico Harmonica & Concinna) quæ jam octavum ab Adamo Iubalem permovit, ut Cantus hominum brutis instrumentis imitari disceret, doceretque. Nisi fallor, Iubal hic Apollo est, levi mutatione literarum, qui fratrem Iabelem pecuariæ authorem, fistulaq; agresti gaudentem (Pana Deum à Græcis creditum) Cytharæ repertæ claro cinnitu superavit, materiam chordarum à Tubal-caino fratre, qui nobis ex nominis allusione Vulcanus esto, mutuatus.

Ut cunq; tamen antiqua sit Cantus humani forma, ex intervallis consonis vel concinnis composita; causæ tamen intervallorum la-tuerunt homines; adeò ut ante Pythagoram ne quærentur quidem; & quæsitæ per duo millia annorum, primus ego, nisi fallor, exactissimè proferam.

Primus quidem fertur Pythagoras, cùm apud officinam ferrariam transiret, sonosq; malleorum harmonicè contemperatos animadvertisset, deprehendisse differentiam sonorum esse ex magnitudine malleorum, ut magni graves sonos ederent, parvi acutos. Cùm autem inter magnitudines spectetur propriè proportio: mensus malleos, proportionem facillè animadvertit, quibus harmonica vocum intervalla constituerentur, & quibus dissona; quibus Concinna, & quibus Inconcinna. Statim enim à malleis ad chordarum transiit longitudines; ubi aures exactiùs indicant, quæ partes chordæ cum totâ consonent, quæ ab illâ dissonent.

Proportionibus certis repertis, ut $\pi\theta\upsilon\tau\iota$, supererat, ut etiam causæ, seu $\tau\theta\delta\iota\theta\tau\iota$, indagarentur, cur hæc proportionem concinna, suavia, consonaq; intervalla vocum definirent, aliæ proportionem dissona, abhorrentia ab auribus, insueta. Et itum fuit per annos bis mille in hanc sententiam, causas petendas à proprietatibus ipsarum proportionum, ut illæ continentur sub terminis quantitatatis discretæ, scilicet Numerorum. Viderunt enim Pythagorej, perfectas constitui harmonias, si chordæ æquè tensæ proportionem habeant inter se longitudinis duplam, & si triplam, & si quadruplam, inter numeros 1. 2. & 1. 3. & 1. 4. Quæ proportionem dicuntur in Arithmetica, Multiplices. Rursum paulò imperfectiores esse consonantias chordarum, quæ faciunt proportionem sesquialteram, Hemiholiam; & sesquiterciam, Epitriton; sc. inter numeros 2. 3. & 3. 4. quæ duæ proportionem conjunctæ, faciunt proportionem duplam, inter numeros 2. 4. vel 1. 2. minor verò, inter 3. 4. ablata à majori 2. 3. relinquebat sesquioctavam, inter 8. 9. Et tantum deprehenderunt esse intervallum

1.
2. 3.
4. 6. 9.
8. 12. 18. 27.

tervallum Toni, uſtatiffimum in omnicantu. Atqui numerus 8. eſt cubus de 2. & numerus 9. eſt quadratum de 3. Iam igitur hi erant in promptu numeri 1. 2. 3. 4. 8. 9. Cùm autem eadem unitas ſit & quadratum ſuum, & cubus; Binarius verò quadratum ſuum haberet 4. & cubum 8. Ternario etiam præter quadratum 9. adjunxerunt cubum ſuum 27. quòd exiſtimarent, ad cubos uſq; progrediendum eſſe, propterea, quòd Mundus totus & vocalia omnia, non ſuperficiebus conſtarent inanibus, ſed ſolidis corporibus. Deniq; ex hoc initio tanta coaluit opinio Numerorum horum, propterea quòd eſſent Primi, eorumq; quadrati & cubi; ut Pythagorei totam Philoſophiam ex ijs cenſuerint concinnandam. Nam unitas repræſentabat ipſis Ideam & Mentem & Formam, quia ut unitas indiuidua eſt, eademq; manet & quadratè multiplicata & cubicè; ſic ideæ quoq; indiuiſibiles & uniuerſales eſſent & ſemper Idem. Itaq; unitatem fecerunt ſymbolum Naturæ Identitatis, Numeros verò cæteros, ſymbola Naturæ Alteritatis. Binarius igitur alteritatem ſignabat & Materiam, quia diuiſionem ille admittit, ut & iſta; & ut ille quadratè multiplicatus ſit 4. cubicè 8. qui ſunt numeri diſtincti à 2; ſic materia inſtabilis & multiformis eſſe poteſt. Aliter, Binarius etiam animam ſignabat, quòd cùm Mens immobilis ſit, aut motu uniformi ſc. circulari gaudeat: Anima contra multiplices motus à corpore excipiat, adq; motus rectilineos, qui ſunt in ſextuplici differentia, magis familiariter ſe habeat. Deniq; Ternarius notabat illis corpus, compoſitum ex forma & Materia, ſicut 3. compoſitus eſt ex 2. & 1. & quia corpora mundana tot habent diſenſiones, quot Ternarius unitates.

Anima Pythagoreis eſt Numerus & Harmonia.

Neq; tantum Symbola erant Numeri, trium principiorum, ſed jam ipſa Anima componebatur ipſis ex hiſce numeris, eorumq; proportionibus omnibus, & ſubdiuiſionibus proportionum in ſeſquialteras, ſeſquitercias & ſeſquioctavas: ut Anima, vinculum Mentis & Corporis, eſſet in ſua eſſentia nihil niſi Harmonia, exq; harmonijs compoſita. Ad hoc dogma duxit illos procul dubio, conſideratio iſta, quòd Anima humana delectetur tantopere vocibus, quæ aliquas proportionibus harmonicas magnitudine ſua formant & continent.

Excursus de Tetracty Pythagorico.

Ex principiis paulo antea expoſitis videtur erudendus eſſe ille Tetractys, fons perennis Animæ humanæ, per quem Pythagorei iurabant; meâ opinione ſic, quòd inter trium cuborum 1. 8. & 27. binos, verbi cauſa inter 1. & 8. duo medijs proportionales ſunt. 2. & 4. Itaq; numeri quatuor 1. 2. 4. 8. quorum ſumma 15, vel 1. 3. 9. 27. quorum ſumma 40. faciunt illum Tetractyn. Duos autem proportionales habent bini cubici, ſicut bini plani unum proportionalem, ut notum ex geometricis.

Vel

Vel fuerit Tetractys iste 1. 2. 3. 4. 1. illud principium Numerorum; 2. Numerorū & Parium primus; 3. compositorum & Imparium primus; ducto jam 1. in 3. fit rectangulum 3. ut ex impari: ducto verò 2. in seipsum, fit quadratum 4. ut ex pari, cujus etiam in factura longitudinem & latitudinem decet esse pares, sicut in illius rectangulo inæquales. Summa igitur ex 1. 2. 3. 4. est 10. & anima humana solet ad 10. numerare. Et sicut sunt 4. Numeri, totidem sc. quot erant in quarto unitatas: sic etiam per eos, quatuor species harmoniarum existunt: inter 1. 2. Diapason, ut & inter 2. 4. & inter 1. 4. Disdiapason, quæ sunt pro una; inter 1. 3. Diapason Epidiapente, quæ habebant pro maxima systematis Harmoniâ, estq; hic secunda; tertia inter 2. 3. Diapente; & quarta inter 3. 4. Diatessaron. Nec plures agnoscebant ipsi Harmonias.

Hæc ex mea mente. At de eodem Tetracty paulò aliter Ioa-chimus Camerarius, nec paulò rectiùs; nisi ipsum sefellit multiplex lectio veterum authorum: qui, in Græcis commentarijs ad aurea Pythagoræ Carmina, sic scribit. *Primum illi singulariter Denarium Numeri vocabulo designarunt. Quo sensu Plato in Phædone dixit; quòd Numeri semissis universus sit impar. Describantur enim duo numerorum ordines ab unitate ad denarium alternis; erit unus ordo Imparium alter Parium, in hunc modum* 1. 3. 5. 7. 9. (Summa 25. impar, quadratus quinary.)

2. 4. 6. 8. 10. quot sc. erant impares.)

Vel omissa unitate, ut principio, & Denario ut singulariter dicto Numero, sic 2. 4. 6. 8.

3. 5. 7. 9. (Summa 24. par.)

Hoc illud enigma; Imparia esse Paria. Singuli enim ex 3. 5. 7. 9. sunt impares, at omnes sunt pari numero quatuor (Es Summa 24. par.)

Igitur Denarius peculiariter Numerus à Pythagoreis dictus, habet hoc proprium, quod colligitur ex unitate, ejusq; continuis multiplicibus usq; ad quaternarium. Fit enim Triangulum numerale æquilaterum, cujus basis est Quaternarius; vertex, unitas. Ex eo Pythagorici numerum omnem appellaverunt Tetractyn. Duplicatis enim primæ Tetractyis lateribus, fit altera Tetractys Pythagorica, Numeri 36. celebratissima & undiquaq; utilis-sima penes ipsos, Trigonus sc. numericus, cujus basis est Octonarius. Itaq; in multis demonstrationibus vsi sunt numero 36. maxime in Harmonicis. Nam in figurarum hujus Numeri dispositionibus inveniuntur hi numeri 12. 9. 8. 6. quibus numerus omnes Harmonicas Consonantias secundum proportionem Intervallorum comprehensas esse demonstrarunt. Est enim Numerus 36. quadratus, ejusq; latus 6. Est Trigonus, cujus latus 8. est Oblongus Rectangulus, cujus longitudo 9. & altera ejus longitudo 12. (Novem enim quater, & duodecim ter faciunt vtring 36.) Deniq; conjectis his 6. 8. 9. 12. in unam summam, existit Numerus 35. Harmonia dicta à Pythagoricis: cujus unitas addita rursus absolvit Numerum 36. Amplius numerorum qui ex antecedentibus ordine naturali sunt collecti (id est ex trigonicis 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28.) 36. primus (& solus intra 1225) est quadratus, habetq; latus 6. primum perfectum



(compe-)

6 DE PROPORTIONIBUS

1 1 1 1 (compositum scilicet ex omnibus suis partibus aliquotis 3. 2. & 1.) Idem etiam
 1 1 1 1 conficitur multiplicatione duorum primorum quadratorum 4. & 9. Idem col-
 1 1 1 1 ligitur & componitur ex duobus primis cubis 8. & 27. cum unitate cubica.
 1 1 1 1 Propter usum tam multiplicem hujus Speculationis, Tetractys ista à Pytha-
 1 1 1 1 goreis consideratione & admiratione digna fuit habita inter primas; itaq;
 1 1 1 1 transsumserunt illam ad Physica, maximeq; ad contemplationem Anima, nec
 1 1 1 1 minus ad Ethica, & admiscuerunt Theologica aliqua. Nam ut Epiphanius
 27 ex Irenæo contra Valentinianos ostendit, juramentum fecerunt Tetractyn:
 8 intelligebant autem per illa quatuor, Fundum, Silentium, Mentem, Verita-
 1 tem. Etsi in Carminibus aureis, juramenti formula non est Tetractys ipsa,
 36 sed ille qui per Tetractyn exhibuit Anima perennitatem Essentia. Anima-
 lem quidem Tetractyn Plutarchus physicè explicavit; ut sit Sensus, Opinio,
 Scientia, Mens; addiditq; versum

Fontem, Naturæ quo turget vena perennis.

1 1 1 1 Mundanam verò Tetractyn licet accuratius in hunc modum intueri:
 1 1 1 1 quòd ab unitate, per Ternariam rationem producta, unitate ad implendum in-
 1 1 1 1 tervallum in medium assumpta, Quaternarijsq; circum veluti lineis rectis
 septa, sicut andem Tetractys ista Denarium efficiat: cum ipsa sit hoc pacto terti-
 us Trigonorum in genesi: (Nam post unitatem, primus trigonus est 3. cujus ba-
 sis 2. secundus 6. cujus basis 3. quorum exteriores ternas lineas si duxeris per
 puncta illic duo, hic tria, Trigonum adumbrantia, relinquitur in medio nihil;
 1 1 1 1 Tertius vero Trigonus 10. basi 4. si loco punctorum quaternorum, lineas singu-
 1 1 1 1 las acceperit, exterius circumeuntes: relinquetur in medio punctum unum,
 1 1 1 1 quod ad nullam figurantium linearum pertinet, sed interius spacium, velut
 cor aut nucleum, adumbrat.) Hac de causa Pythagorej Decadem

Omnicapam Matrem, quæ sepiat omnia circum,
Cedere nesciam & Indomitam castamq; vocarunt

ut ait Proclus. Atq; ipsa decem unitatum consummatio, sc. denarius ex hac
 Tetracty collectus, continere & absolvere, seu consummare exornationem to-
 tius univrsi, traditus est à Pythagoreis, quos & Plato sequitur. Nam 1.
 univrsitas facta est corporea & sensibilis, 2. continet omnia quæ sunt in ipsa,
 indissolubiter, per vinculum Analogia seu commensus. 3. Tota est, quippe ex
 totis Elementis. 4. Rotundum ejus corpus est. 5. Ipsa est quæ in seipsa pa-
 titur, & à seipsa, passiones omnes. 6. Movetur in circulum. 7. Animatum e-
 jus corpus est. 8. Temporis effectrix est per revolutiones astrorum. 9. Habet
 sacra certa sidera; in Deorum numerum relata, quæ Annum magnum, ut
 perfectum, conficiunt. 10. Undiquaq; perfecta est univrsitas rerum, habens in
 se animalia omnia, quatuor formis assimilata (astra cælo, aves aëri, pisces a-
 que, quadrupedes terre.) Hoc pacto ab unitate, (ut Pythagorej,

Munadis ex antro) progressio est usq; ad Quatuor, (ut illi
donec veniatur ad ipsam

Tetrada divinam) sicq; denarium parit, matrem omnium uti dixi-
 mus. Est autem unitatis progressus hujusmodi. Unus enim est Mundus.
 Binarius signat primam in eo comprehensam multipliciter, Ternarius,
 vinculum & Nodum, coaptationi rerum necessarium; Nam ut duæ solæ res
 coeant in unum, seorsim à Tertio, non est possibile.

Quater

Quaternarius, est numerus Elementorum definitior & recensitor. Mundus enim est corpus solidum; solida verò duo, duabus semper mediocritatibus indigent, ut in continua proportione congruant. Horum verò (sc. 1. 2. 3. & 4.) summa est denarius, de quo hæc tenus. Hic enim ornatus est universitatis, hæc dos, qua dotavit illam factor ejus. Hæc tenus Camerarius ex veteribus; quibus pleraq; consentientia inculcat Hermes Trismegistus (quisquis ille fuit) filio suo Tatio: cujus hæc verba, *Unitas secundum rationem Denarium complectitur, rursusq; Denarius unitatem.* Deinde concupiscibilem Animæ facultatem componit ex 12. vltoribus, seu vitijs Ethicis, ad numerum signorum Zodiaci, cui Corpus & hanc ad corpus vergentem Animæ potentiam subijcit: Rationalem verò facultatem Animæ ex Denario & ipse componit Virtutum Ethicarum. Sic quod Pythagoræj celebrant Tetractyn fontem Animarum, & Camerarius plures ait fuisse Tetractyas, non illam solum, quæ à quaternarij basi surgit ad summam 10. sed etiam aliam præcipuam, quæ ab Ogdoadis basi ad verticem usq; colligit summam 36: idem & Tatio hic ex doctrina patris Hermetis innuit, dum tempus ait fuisse, cum ipse adhuc esset in Ogdoade, Octonario: Filium verò Pater ad Pimandrum remittit, de Octonario canentem; in quo sanè occurrit Octonarius habituum Animæ Ethicorum, septem quidem respondentium planetis septem, ut apparet, initio a Luna factis; octavi verò diviniore & quietioris, ad spheræ putò fixarum ideam. Omnia etiam geruntur per Harmonias; plurima inculcatio *Silentij*, plurima *Mentis*, *Veritatisq;* mentio; proponitur & Antrum, Fundus, Penetrabile, Crater Animarum, & cætera multa: ut dubium nullum esse possit, quin aut Pythagoras Hermetiser, aut Hermes Pythagoriser. Accedit enim & hoc, quod Hermes Theologiã quandam tradit, cultumq; divini numinis; sæpe Mosis, sæpe Evangelistæ Ioannis in suo sensu paraphrastes, præsertim de Regeneratione; cæremoniasq; discipulo certas inculcat; cum idem de Pythagoræis affirmant auctores, partem eorum Theologiæ varijsq; cæremonijs & superstitionibus deditam fuisse; & Proclus Pythagoricus Theologiam in Numerorum contemplatione collocet.

Hæc per digressionem: redeamus nunc ad Pythagoricam Harmonicarum proportionum demonstrationem.

Huic enim philosophandi formæ per Numeros, tantopere fuerunt dediti Pythagoræj; ut jam ne aurium quidem iudicio starent, quarum tamen indicij ad Philosophiam hanc initio perventum erat; sed quid Concinnum esset, quid inconcinnum; quid Consonum, quid dissonum, ex solis suis Numeris definirent, vim facientes instinctui naturali auditus. Stetitq; tyrannis ista Harmonica usq; ad Ptolemæum; qui primus ante annos mille quingentos, sensum auditus contra Philosophiam Pythagoricam asseruit, recepitq; inter concinna, non tantum supra dictas proportiones, & sesquioctavam pro Tono, sed admisit etiam sesquionam pro Tono minorj, & sesquiquindecimam

Hermetis
Trismegisti
de Numeris
philosophia

no 28 mut
mionis

Ioan. 5.

Error Pythagoræorum
circa Numerum Harmoniarum.

mam

mam pro semitonio; nec tantum superparticulares alias addidit ab auribus probatas, ut sesquiquartam sesquiquintam; sed etiam ex superpartientibus adsevit aliquas; ut inter 3. 5. & inter 5. 8. & alias.

Error Ptolemæi circa Numerum Harmoniarum & Concinnorum.

Hoc pacto Ptolemæus speculationem Pythagoricam de ortu proportionum harmonicarum ut impingentem emendavit quidem, at non omnino ut falsam, sustulit: quique aurium iudicium suæ dignitatj restituit verbis & dogmate; idem tamen rursus deseruit, in-hærens & ipse contemplationi numerorum abstractorum. Causa enim numeri singularumq; proportionum harmonicarum, ne sic quidem est adæquata suo effectuj; sed in definiendis Consonantijs deficit, in Concinnis alijs excedit: Negat Ptolemæus etiamnum, Tertias Sextasq; minorem & majorem (quæ continentur his proportionibus 4. 5. & 5. 6. & 3. 5. & 5. 8.) esse consonas, quod affirmant omnes hodierni Musici benè auriti; recipit vicissim proportiones 6. 7. & 7. 8. aliasq; inter Concinna Musica intervalla, sic, ut Cantu procedente ab VT in FA, statuatür aliqua vox media inter RE & MI, in proportione, qua 7. medius est inter 6. & 8. quæ notationis causa sit RI, & jam cani possit VT. RI. FA. sicut cani potest, VT. RE. MI. FA. quod est ab omnium hominum auribus & usu canendi abhorretissimum; utcunq; chordæ sic attemperari possint; quæpe quæ, cum sint inanimæ, iudicium suum non interponunt, sed manum inepti speculatoris, nullatenus repugnantes, sequuntur.

Error ejusdem in non causa, ut causa.

Præterea, si maximè æquales essent latitudine, & illa causa, ex Numeris abstractis petita, & hic effectus, Consonantiæ: possetq; non absurdè videri archetypalis causa, testans de eo, quod Pater rerum, Mens æterna, Numeros illos contemplata, Ideam inde desumpserit vocum intervallorumq; quæ, ut Animis humanis placerent, conformatione Animorum procurandum ipsi fuerit: nondum tamen res adè esset liquida, cur hi numeri 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. ad intervalla Musica concurrant, at 7. 11. 13. & similes non concurrant; ne huius rei causam ex seipsis exhiberent numeri ut numeri. Nam causa illa de Ternario principiorum, & familiâ quadratorum & cuborum inde deductâ, causa est nulla; cum quinaris ab illa exulet, qui sibi inter Musicorum intervallorum Ortum ius civitatis eripi non patitur.

Error Ptolemæi circa Numerum Harmoniarum & Concinnorum.

Sed ne hoc satisfacit speculatori, quod scit, Numeros 1. 2. 3. esse symbola Principiorum, quibus res Naturales constant. Intervallum enim, res est non naturalis, sed Geometrica; nisi igitur hi numeri aliud aliquid numerent, quod magis cognatum sit intervallis, nullam fidem philosophus adhibere poterit huic causæ, sed eam, ut non causam, suspectam habebit.

His igitur de causis ego ab annis vigintj in hoc elaborandum mihi censui, ut hanc Mathematices Physicesq; partem illustriorem redderem, inventis causis talibus, quæ ex una parte & iudicio auri-

um

um satisfacerent, in constituendo Consonantiarum, cæterorumque Concinnorum Numero; nec ultra id quod aures ferunt excurrerent; ex altera verò parte clarum & apertum discrimen statuerent inter Numeros, qui formant intervalla Musica, interque alienos ab hoc negotio: quæ denique respectu tam Archetypi, quam Mentis, quæ archetypo utitur ad conformandas illi res, cognationem cum intervallis haberent, eoque verisimilitudine clarissima niterentur. Cum enim intervallorum Consonorum termini, sint quantitates continuæ; causas quoque quæ illa segregant à Dissonis, oportet ex familia peti continuarum quantitarum, non ex Numeris abstractis, ut quantitate discretâ: & cum Mens sit, quæ Animos humanos sic conformavit, ut hoc intervallo delectarentur (quæ est genuina definitio consoni & dissoni) differentias quoque unius ab altero, & causas, quibus hæc intervalla fiunt harmonica, mentalem & intellectualem essentiam habere oportet; nimirum hanc, quod termini consonorum intervallorum propriè scibiles sunt; dissonorum, aut impropiè scibiles, aut inscibiles. Nam si scibiles illi; in Mentem igitur venire, & ad conformandum archetypum adscisci possunt: sin autem inscibiles (eo sensu, qui libro primo explicatus est.) manserunt igitur foris extra Mentem Opificis æterni, nec ullatenus ad Archetypum concurrerunt. Sed de his jam plura, ubi doctrinam hanc ipsam per sua capita tradiderimus; quam incipiamus cum Deo; de Cantu quidem ubique sermonem habentes, id est de intervallis harmonicis non abstractis, sed cum sono concretis; mentis verò eruditis auribus ubique abstracta à sonis intervalla subaudiemus; utpote, quæ non tantum in sonis inque Cantu humano, sed etiam in alijs rebus sono carentibus, suam pariunt gratiam: ut quarto & quinto libris audiemus.

CAPITA LIBRI III.

- Caput I. *Ortus Consonantiarum ex causis suis proprijs.*
 Caput II. *De septem Chordæ sectionibus Harmonicis, totidemque formis consonantiarum Minorum.*
 Caput III. *De medietatibus Harmonicis; & Trinitate consonantie.*
 Caput IV. *Ortus & denominatio intervallorum usualium seu concinnorum.*
 Caput V. *Sectio & Denominatio Consonantiarum per sua intervalla usualia.*
 Caput VI. *De Cantus Generibus, Duro & Mollis.*
 Caput VII. *Proportio omnium octo sonorum usualium unius diapason.*
 Caput VIII. *Abscissio Semitoniorum, & Ordo Minimorum interval: in Diapason.*
 Caput IX. *De Diagrammate, Lineis, Notis, Literisq; sonorum indicibus; de Systemate, Clavibus & Scala Musica.*
 Caput X. *De Tetrachordis & Syllabis, Ut, re, mi, fa, sol, la.*
 Caput XI. *De Compositione Systematum majorum.*
 Caput XII. *De Consonantijs adulterinis, ex compositione ortis.*
 Cap. XIII. *De Cantu concinno simplici.* Cap. XIV. *De Modis seu Tonis.*
 Caput XV. *Qui modi, quibus serviant Affectibus.*
 Caput XVI. *De Cantu figurato seu per Harmoniam.*

10 DE PROPORTIONIBUS

CAPUT I.

De causis consonantiarum.

DEFINITIO.

CVM veteres usi sint his vocibus, *Μονόφωνον*, *Ὁμόφωνον*, *Διάφωνον*, *Σύμφωνον*, *Ἀσύμφωνον*, Nobis *Dissonum* idem sonabit, quod *Ἀσύμφωνον*, *Consonum* idem quod *Σύμφωνον*, cujus sunt differentiae, *Identicum*, quod pro *Ὁμόφωνον* usurpabimus; & non *Identicum*, quod pro *Διάφωνον*. Et *Identici* erunt duae species, *unisonum*, & *Identicum* ex opposito.

DEFINITIO.

In Geometria differunt vocabula *Pars* & *Partes*, *Pars* enim dicitur, cujus est *Totum* secundum certam proportionem *Multiplex*, puta *duplum*, *triplum*, *quadruplum*; *Partes* verò, quando non solum & unicū *Totum*, sed aliqua *Totorum* multitudo fuerit illarum *Multiplex*. Ut, una *septima*, dicitur *Pars*, quia totus *circulus*, est *septuplum* hujus partis: at tres *septimae* dicuntur non *Pars* sed *Partes*, quia *summa* trium *circulorum*, est *septuplum* hujus *arcus*.

Hic verò nos hac distinctione non utemur; sed *Partem* dicemus *unam* quàm *alteram* dictarum *portionum*; hoc est, *omnis portio longitudine effabilis*, dicetur nobis *Pars*; cum hac tamen restrictione, sit fuerit non *major semicirculo*.

Residuum verò illud dicetur, quod *ablatâ portione effabili à Toto*, remanet, non minus existens *semicirculo*.

Valde necessaria est distinctio Residui à Parte, quia potest esse Pars consona, ejuſq; Residuum dissonum, ut videbimus.

DEFINITIO.

Chorda hic sumitur non pro *subtensâ arcui circuli*, ut in Geometria, sed pro *omni longitudine*, quæ apta est ad *sonum edendum*; & quia *sonus* per *motum* elicitur; in abstracto *chorda* intelligenda est de *longitudine motus* cujuscunq; vel de *quacunq; alia longitudine*, etiam *mente conceptâ*.

AXIO-

AXIOMA I.

Diameter circuli, & latera figurarum Radicalium lib. I. explicatarum, quæ propriam habent demonstrationem, determinant partem circuli, consonantem cum toto circulo.

Quomodo circulus tendi possit, ut sonitum edat, & quomodo affigendus cavo corpori, ut resonantia existat, vel ab uno signo, ut totus sonet, vel à duobus, ut partes; id longum hic erit explicare; sic tamen exordium fuit, quia non tantum de cantu agitur, qui est harmonia cum sonis concreta, sed etiam subintelligi debet intervallum abstractum à sonis. Quod cantum attingit, sufficit chordam in rectum extensam sic dividi posse, ut dividitur, cum est in circulum contorta, à latere figurae inscriptilis.

Corollarium.

Consonantiæ infinitæ sunt, quia figuræ demonstrabiles infinitæ. Nondum autem est tempus dicendi de concordantiarum delectu, qui sese non profert valde porro. Pythagorci hic in numeris suis, ut causas, quæstiverunt metas magnitudinis intervallorum consonorum, quas solus humanus auditus illis figit, qui non est infinitæ potentia. Est igitur illa coarctatio numeri concordantiarum Harmonicis intervallis abstractis tantum accidentaria, non verò causalis. Ipsi etiam hodierni Musici metas Pythagoricas egrediuntur; ut de Harmoniis cælestibus jam taceam.

AXIOMA II.

Quo gradu lateris demonstratio distat a primo; eodem gradu & partis circuli, per latus rescissæ, consonantia cum toto circulo, recedit ab unisoni consonantia perfectissima: seu quæ sors est figuræ, cujus est latus, inter figuras cæteras; eadem sors est consonantiæ illius, inter cæteras.

Hoc axioma inferius usurpabitur ad delectum concordantiarum habendum, causâ suavitatis.

AXIOMA III.

Latera Figurarum Regularium Stellarumq; indemonstrabilia, determinant partem circuli, dissonantem à toto circulo; sic etiam latus figuræ demonstrabile quidem, sed non per se, nec demonstratione propria. Vel pro defectu demonstrationis propriæ, accersit ex Lib. II. defectum congruentiæ: utroq; modo excluditur Quindecangulum.

Hoc axioma absolvet integritatem causa concordantiarum, quam ego substituo, repudiatis Pythagoreorum numeris abstractis.

Corollarium.

Dissonant igitur hæ partes										à Toto
1.	2.	3.	-	-	-	-	-	-	-	7
1.	2.	-	4.	-	-	-	-	-	-	9
1.	2.	3.	4.	5.	-	-	-	-	-	11
1.	2.	3.	4.	5.	6.	-	-	-	-	13
1.	-	3.	-	5.	-	-	-	-	-	14
1.	2.	-	4.	-	7.	-	-	-	-	15
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	-	-	17
1.	-	-	-	5.	-	7.	-	-	-	18
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	-	19 <i>Et sic in infinitum.</i>

AXIOMA IV.

Figuræ, quæ cognatas habent demonstrationes laterum, pariunt etiam cognatas Harmonias.

Per hoc axioma probabitur origo & causa Proportionum Harmonicarum ex superfluo.

AXIOMA V.

Chordæ vel arcus circuli, tensionis æqualis, habentes inter se, causa longitudinis, eandem proportionem, quæ est inter Partem vel Residuum circuli & Totum circulum; Consonantiam etiam vel dissonantiam habent eandem, licet inter alios terminos vel fonos illa contineatur.

In abstracto sic intelligatur, quod circulus cum parte sua, constituat proportionem certas Harmonicas; quæ in quibuscumque inveniuntur terminis alijs, seu fonis, seu motibus mutis, semper sint Harmonicae.

Additur autem hoc Axioma ideo, quia non omnes Proportiones Harmonicae immediatè ex ipso circulo oriuntur, primà statim ejus sectione per figuram Regularem, sed accedunt aliqua ex se prioribus propagata, usque ad certam Metam: ut in propositionibus videbimus.

Usus Axiomatis est in Propos: VII. VIII.

AXIOMA VI.

Cùm duæ Chordæ fonos ediderint Identicos, uox

tertia, consonans earum uni, consonabit & alteri; dissonans verò ab unâ, dissonabit & ab altera, qualibuscunq; diversis etiam consonantijs vel dissonantijs.

Nota in subiecto poni speciem Identisoni, in Prædicato Genus Consoni; ut hæc duo intelligamus; Primò, Non sequi, Duæ consonant qualitercunq;, ergò & tertia consonat utriq;, vel dissonat ab utraq;. Hoc enim est falsum de Genere, verum verò de specie Identisonorum: deinde, nec hoc sequitur, Si tertia consonat uni Identisonorum aliquâ certâ consonantia, consonabit & alteri eadem specie consonantia; hoc enim non semper verum esset, quod declarabo exemplo, licet ex anticipato. Sint duæ voces, facientes diapassõ G & g; sit tertia & illa facit cum G diapente; ergo etiam cum g consonat, at non per Diapente, sed per diatessaron.

Ufus autem præcipuus hujus axiomatis est Prop. IV.

AXIOMA VII.

Cum duæ Chordæ vel Voces ediderint sonos Identicos, vox tertia existens cum illarum unâ Identisona, etiam cum illarum alterâ Identice consonabit.

Quod in priori axiomate generaliter non potuit affirmari, id jam in specie verum est de Identisonantia.

Ufus est in Prop. III.

De his igitur Axiomatibus, præsertim de quinque prioribus, speculatio est sublimis, Platonica, Fideiq; Christianæ analogæ, ad Metaphysicam, adq; doctrinam de Anima spectans. Geometria enim, cujus partem huc spectantem libri duo priores sunt complexi, Deo coæterna, inq; Mente divina relucens, exempla Deo suppeditavit, ut in hujus libri præambulo dictum, exornandi Mundi, ut is fieret Optimus & Pulcherimus, deniq; Creatoris similimus. Dei verò Creatoris imagines sunt, quotquot Spiritus, Animæ, Mentes, suis singulæ corporibus sunt præfectæ, ut illa gubernarent, moverent, auferent, conservarent, adeòq; & propagarent.

Cum igitur typum quendam Creationis sint complexæ suis munij: leges etiam cum Creatore easdem observant operis, ex geometriâ desumptas: gaudentq; proportionibus iisdem, quibus Deus est usus, ubicunq; illas invenerint, sive nudâ speculatione, sive interpositis sensibus, in rebus sensui subiectis; sive etiam sine discursu Mentis, per occultum & concreatum instinctum: sive Deus ipse proportionem hæc in corporibus & motibus expresserit invariabiliter; sive quadam Geometricâ necessitate materiæ in infinitum dividuæ, motuumq; per materiæ quantitatem, inter infinitas proportionem non harmonicas, occurrerint etiam harmonica istæ suis temporibus, & sic non in ESSE sed in FIERI consistant. Nec tantum gaudent Mentes,

Causa Harmoniarum
Metaphysica.

14 DE PROPORTIONIBUS

Dei imagines, proportionibus ijs: sed utuntur etiam iisdem pro legibus ad peragenda sua munia proportioneseq, easdem in motibus suorum corporum, quâ licet, exprimendas. Exempla luculenta duo proferent libri sequentes, unum ipsius dei Creatoris, qui proportionibus harmonicis dispersitus est motus cœlorum; alterum Animæ illius, quam Naturam sublunarem dicere solemus, cidentis Meteora ad præscriptum proportionum, quæ occurrunt in Radiationibus Astrorum. Tertium igitur & hujus libri proprium exemplum esto Animæ humanæ, adeoq; & pecudum quadamtenus. Illæ enim perceptis proportionibus Vocum harmonicis gaudent, non harmonicis tristantur; à quibus Animæ affectibus illæ (Harmonicæ) Consonantiæ indigetantur, hæ (nbn harmonicæ) Dissonantiæ. Quod si accesserit etiam altera proportio harmonica, vocum sonorumq; longorum & brevium, causa temporis; tunc illæ corpora sua saltationibus, linguas pronunciationibus ad easdem leges movent: huc opifices Malleorum ictus, huc milites gressum accommodant; vivunt omnia, durantibus Harmonijs, torpescunt iisdem disturbatis.

Hæc & similia, Consilij sint, Instinctus ve, hoc est Mentis opus: an etiam Naturæ Elementorum, Materiaq; necessitate fiat, ut temperies sensibus commoda nulla possit esse; nisi quæ constet proportionibus figurarum harmonicis; id variè disputatum fuit à philosophis: quærentibus omnibus, unde existat illa suavitas, quæ auribus allabatur ex proportione vocum, quâ suavitate Consonantias definimus. Qui ad Materiam & Motum Elementorum inclinant, exemplum afferunt hoc, per se quidem sanè quàm mirabile, quòd Chorda pulsata chordam aliam non pulsatam secum in sonitum trahit, si tensa fuerit sibi consonè, dissonè tensam immotam relinquit. Hoc cum non possit ullius Mentis ministerio fieri, quia sonus, hoc causatus, Mentem aut intellectum non habet; sequitur ut id contemperatione motuum fieri dicamus. Sonus enim Chordæ, habet acumen vel gravitatem, à celeritate vel tarditate vibrationis, qua tota chordæ longitudo libera vibratur; nec insunt hæ sonorum differentiarum primò & immediatè in ipsa longitudine vel brevitate; sed secundariò, quia scilicet cum longitudine diminutâ tarditas vibrationis diminuitur, celeritas augetur. Inde est, quòd manente eadem chordæ longitudine liberâ, tensio ipsa sonum acuit, quia minus laxam chordam relinquens, diminuit etiam spacium, per quod illa reciproco motu vibrari possit.

Cùm igitur duarum chordarum fuerit eadem tensio, sic ut unius sonum reddere possint, tunc sonus unius, id est species immateriatæ corporis chordæ; constitutæ in vibratione, delapsa à sua chorda, ferit chordam alteram; sicut si quis boatum edat versus Chelyn, aut aliud cavum; eo boatu percutit id cavum, facitq; resonare chordas ejus omnes: ferit autem illa vibrationis species chordam alteram eodem ritmo celeritatis, quo movetur & hæc, quia æquè tensa; ut ita singuli ictus (in quos vibratio divisa esse intelligitur) in singulas per-

Experimentum mirabile in chordis.

culle

cussæ alterius chordæ cæssiunculas perpetuo incidant; ita fit ut omnium maxime moveatur illa chorda, quæ ad unisonum est tentâ cum primâ: moveretur verò & illa chorda, quæ duplæ est aut subduplæ celeritatis; quia duo vibrationis ictus in unâ chordæ cæssiuncula absoluntur, & sic semper ictus à priori tertius quisq; congruit in unig cæssiunculæ extremum; moveretur deniq; & illa chorda non nihil, quæ est sesquialtera celeritatis, quia tres ictiunculæ fiunt in duabus hujus cæssiunculis: sed jam incipiunt invicem obviare crebrius illi ictus & hæ cæssiunculæ, seq; mutuo impedire; dum duo illius ictus à fine cæssiunculæ hujus aberrant, unus solus incidit congruè: quo occursum motus chordarum cæterarum sustitur, non secus ac si quis digitum vibratæ admovisset. Hæc mihi videtur causa mirabilis hujus experimenti: qui me felicior est indagine mentis, ei palmam dabo.

Quid igitur? si celeritas chordæ unius valet ad motum chordæ alterius proportionatæ, quæ, quoad visum, manet intacta: an non eadem celeritates duarum chordarum inter se, valebunt ad titillationem auditus suavem, propterea, quod is quodammodo uniformiter ab utraq; chordâ moveretur, duoq; ictus à duobus sonis seu vibrationibus in idem momentum competunt? Nequaquam verò, inq; ego, ita facile transigitur cum hæc: mirorq; Porphyrio commentatori super Harmonica Ptolemæi, tale quid circa hujus rei causam satis facere potuisse; cum profundissimæ indaginis philosophus sit. Nisi quod verisimile, difficultate perquirendæ causæ cohibitum fuisse, quo minus quantum vellet, penetraret; satiusq; putavisse, aliquid prode, quam penitus tacere, quod turpe Philosopho esse dicitant. Nam quæ quæso proportio titillationis auditus, rei corporeæ, ad incredibilem illam voluptatem, quam ex harmonicis Consonantijs intus in animo penitissimè percipimus. Nonne si qua voluptas est ex titillatione, de ea voluptate primas tenet membrum, quod titillationem sustinet? Sic enim definiendus mihi visus est sensus omnis, in Dioptricis, quod ea demum sit absoluta sensio, voluptatem aut dolorem pariens, cum species Membri sensioni destinati, ut id est affectum ab externa re, venit introrsum ad sensus communis tribunal, commeatu spirituum. Iam verò in audicione consonantium vocum vel sonorum, quæ quæso partes voluptatis in auribus hærent? Nonne dolemus interdum ab auribus, dum inhiamus huic audicioni, & manum opponimus clangoribus nimijs, nihilo tamen minus pergitur ad percipiendas consonantias, & cor nobis subfulcat? Adde quod hæc ratio à motu deducta, potissima est in unisono: suavitas verò non præcipua in unisono, sed in alijs Consonantijs, earumq; compositione. Multa possent afferri ad destruendam hanc allatam rationem suavitatis ex Consonantijs; quæ mitto in præsens curiosius conscribere: Illud unicum inculco, quod jam supra tactum à me, possit esse loco omnium, quod Opera Motusq; corporum, æmuli proportionum harmonicarum, ab Anima, Mentisq; partibus stent, ijs causam assignantes, cur Consonantiæ delectent. Nec abhorret autoritas

veterum

Qualis causa voluptas ex concentibus?

Quid sensus?

Causam suavitatis Harmoniarum ex Mentis approbatione petendam.

Veterum; qui Animam nunc Motum, nunc Harmoniam definiētes, non tam absurde locuti sunt, quam ineptē excepti: cū in rebus difficilibus, Mystici plerumq; sensus lateant, sub verborum cortices reconditi. Timæi quidem Locrensis philosophia, quomodo cōposita sit anima ex proportionib; Harmonicis, de qua in præambulo, refutata est ab Aristotele in eo sensu, ut sonant verba: non autem tamen affirmare, nihil in ijs pagellis latere, nisi quod sonant verba; imō negaturum puto neminem, quin is author hoc ad minimum teneat, quod hic astruo, Mentem esse, Animumq; humanum, cuius seu iudicio seu instinctu, sensus auditus proportionēs suaves, hoc est consonas, ab insuavibus & dissonis discernat: quippe qui hoc diligenter expendit, Proportionēs esse Rationis Entia, ratione sola, non sensu, perceptibilia, & proportionēs ceu formam, à re proportionata, ceu materia, distinguere, Mentis opus esse.

Ex figura-
sum Demo-
stratione
Scientifica.

Cū autem duas Figurarum Regularium proprietates explicaverimus, Demonstrabilitatem Scientificam Laterum in singulis, & Congruentiam inter se totarum junctarum, non ejusdem planè latitudinis utramq;: de Demonstratione quidem Axiomata nostra sonant potissimum, quia hæc magis familiaris est proportionibus motuum, ex quibus etiam soni existunt.

Nam Congruentia inest figuris ut totæ sunt; motus verò (quibus accidunt proportionēs harmonicæ) figuræ, à qua derivantur, latera in rectum extendunt (cū pleriq; omnes ut rectilinei considerentur) & sic figuram suam, ut serpentes Matrem, perimunt & destrunt. Figura in quantum congrua, circulum integrum distinguit in partes: proportionēs harmonicæ circulum distinctum in rectum extendunt, distinctionis à figurâ factæ actum delent. Sic consonantiæ cum figuris demonstrabilibus in infinitum excurrunt; Figuræ congruæ Numero duodenario finiuntur. Deniq; distinctionem circuli quælibet figura facit unicam; at partes in circulo constitutæ duas semper faciunt cum Toto Consonantias.

Et congru-
entia.

Etsi verò potior in hoc tertio libro, ratio erit demonstrationis Scientificæ laterum, quàm Congruentiæ figurarum totarum: hæc tamen propter magnam cognationem in loco non erit negligenda. Primum enim Latina significatio vocis, Congruentia, si omnia excutias, idem sonat, quod Græca vox Harmonia, de quibus hoc libro agemus: nisi quod usus voces has è rebus subjectis parumper distinguit: deinde Congruentia figurarum conciliat motibus, (de quibus hoc & quinto libro) aliquam Congruentiam. Tertio etsi non tam ad figuram totam respicimus, quàm ad unum ejus latus; quamq; id partem rescindit, ea Consona est: at simul & hoc verum, quòd non tam id consideremus, quanta pars circuli sit intercepta, quàm, cujuscumodi figurâ id sit factum, demonstrabili & congruâ, an contrariâ: Nam figura quælibet, ex angulis suis, ex quibus libro II. Congruentiam sortiebatur, adepta est & demonstrationem, libro I. Non est igitur ab Harmonijs auferendus respectus Congruentiæ figurarum.

PROPO-

PROPOSITIO I.

Dimidii cum Toto Consonantia post unisonum, sola est in primo gradu simplex, perfecta & Identica, scilicet ex Oppposito.

Nam quod figuratum est, id ex diversis est compositum, non igitur vel simplex vel Identicum. Figura enim habet aream, & partes secundum eam, & angulos situ differentes. Quod verò figuratum non est, quod scilicet area latitudine caret, & secundum eam & partibus, & angulis, existens una mera linea recta, eaq. equalis Mensura proposita: id ob hac ipsa & simplex est, & idem cum Mensura, hoc est identicum. Illius modi verò sunt Figurae Regulares, circulo inscriptae; huiusmodi Diameter circuli. 1. Figurarum enim omnia latera deflectunt equaliter à centro; Diameter per ipsum centrum ducitur. 2. Mensor, circulum ab uno puncto cum latere figura dividens, ubi perrexerit hoc faciendo aliquoties, sic tandem cum altero lateris termino redit ad punctum primum; Diameter verò per centrum ipsum transiens, prima statim repetitione redit ad initiale punctum. 3. Figurae reliquae & longitudinem habent laterum, & superficiem areae, quam circumdant; diameter nullam partem circumdans includens ve, repetitionibus iteratis, in seipsam secunda vice tota coincidit. 4. Figurae ceterae circulum dividentes, faciunt partes multas: Diameter facit partes minimo omnium numero, sc. tantum duas: nec enim partitura totum, pauciores duabus facere omnino potuit. 5. Cumq. Diameter sit illa mensura, ad quam Latera figurarum comparanda sunt, Notionis & demonstrationis causa; Latera quidem figurarum reliquarum operosius describuntur, imperfectioriq. demonstrationis gradu in actum scientiae perducuntur: at diameter circuli simplicissimè lege describitur, ductu per centrum, ab uno circuli puncto ad oppositum, equatq. ipsa seipsam, suiq. ipsius Mensura est. 6. Figurarum etiam Latera in divisione una circuli, seu in abfectione Partis, faciunt portiones inaequales, & Partem minorem Residuo: diameter Partem abfectam relinquit aequalem Residuo. Haec verò proportio equalitatis pura est & simplex & perfecta; quia partes, quae sunt inter se aequales, illa causa Mensurationis Idem sunt. 7. Deniq. figurae ceterae circumferentiam quidem circuli dividunt in partes aequales aliquam multas, at aream circuli in partes inaequales, quia relinquitur in medio una, sc. area figurae, major quolibet segmentorum: diameter non circumferentiam tantum sed simul etiam aream in duas dividit aequalia.

Sed per Axioma II. Lateris seu lineae, quae circulum dividit consonanter, ingenium transit in consonantiam ipsam. Ergo Partis, quam de circulo rescindit diameter, id est, semicirculi cum toto circulo Consonantia, est simplex perfecta & identica. Et per Axioma V. etiam omnes aliae longitudines, quae sunt inter se ut Totus circulus ad sui dimidium, faciunt eandem, id est Identicam perfectam & simplicem consonantiam. Et in Numeris (non planè quidem abstractis & numerantibus, sed longitudinibus numeratis) Proportio dupla, inter sc. 1. 2. ut & inter eorum aequè multiplices, gignit Consonantiam Identicam.

Nota hic, quemadmodum diameter per omnes simplicitates & perfectiones suas, non tamen tam simplex est, ut punctum; sed remansit linea, duobus circu-

li punctis terminata, circulum secans in locis oppositis, & partes duas constituens; & quemadmodum ista partes, licet inter se sint aquales, singula tamen suo toto sunt minores: sic etiam Consonantia identica, non est tamen unisonus, & vocum licet identicè Consonantium altera tamen minor est, altera major; illa scilicet acuta, hac gravis, illi ex opposito veluti respondens: unde Consonantia hac ex Opposito Identica dicitur.

Habes igitur causam genuinam ex diametro circuli, cur sonus chorda totius cum sono Chorda dimidia, quamvis inter se diversi sint, ab auditu tamen respectu concordantiarum ceterarum quodammodo pro eodem habeatur.

Frustrà alij causam hujus Identisonantiae petunt ex numero vocum octo, cum Identisonantia sit naturâ prior divisione intervalli hujus in Concinna septem, quibus soni octo designantur.

Nondum autem tempus est, huic consonantiae Nomen dandi, uti neq; ceteris: differendum enim hoc est in Caput V.

Nota tamen & hoc, quod identicè consonent etiam aliae Partes, quae non constituuntur per diametrum: sed non in primo gradu, nec ut per figuras, sed ut per propagationem, de qua sequentes sunt propositiones.

PROPOSITIO II.

Si duarum circuli partium minor ad maiorem sic habuerit, ut major se habet ad totum circulum, proportionem aliâ quàm duplâ continuè: tunc majore consonante cum circulo toto, minor pars à toto dissonabit.

Nam post duplam est tripla: tripla verò continua, constituit loco tertio partem totius circuli Nonam, Quintupla Vicesimam quintam; Sextupla implicat Nonam, Decupla vicesimam quintam, quia 6 sexies sunt 36. quod est quater novem, & 10. decies sunt 100. quod est quater 25. Et sic etiam de ceteris. Atqui Nona, & 25ta, & similes dissonant à toto, per Axioma III. Vide libro primo prop: XLVII.

PROPOSITIO III.

Chordæ in proportionem continue duplâ, consonant inter se omnes identicè, distantiores tamen, gradu remotiori.

Habent enim inter se mutuò tres proximæ, ut totus circulus & dimidium, & quarta pars se habent inter se mutuò. At cum toto circulo tam dimidia, quàm quarta pars consonant, per Ax: I. Cum dimidio verò consonat & quarta, per Ax: V. Quare omnes tres proximæ inter se consonant. Identica verò est consonantia etiam partis quartæ cum toto circulo, quia Totus & dimidium ejus consonant identicè, per Prop: I. Sic etiam pars quartæ cum dimidia, per eandem: quare per Ax: VII. etiam Quarta pars cum Toto circulo identicè consonat: & per Ax: V. quodlibet quadruplum cum simplo.

Jam verò quæ ratio est prima secundæ & tertiæ proportionalium, eadem erit

erit & secunde tertiae & quarta; & sic continuè trium inter se proximarum. Omnes igitur proportionales in dupla continua proportione, consonant inter se identicè.

Nota igitur in talibus, discrimen Consonantie in genere, & Identisonantie in specie. Consonant Partes Quarta, Octava, Sedecima & similes etiam ppter Axioma I. & figuras, Tetragonum, Octogonum &c: identicè verò consonant, propter accedentem propagationem hujus sectæ figurarum ex bisectione circuli.

Nam si absq; hac propagatione fuisset; non fuissent identicæ earum consonantie. Cum enim figura omnes faciant vel multas partes circuli, si æquales; vel inæquales, si tantum binas; cum aream comprehendant; nec circuli aream in æqualia dividant; nec earum latera per centrum ducantur; nec in seipsa recidant; nec aquantur diametro: Consonantie etiam ex figuris Tetragonice sectæ ortæ, dilatassent se quodommodo in auditu, & distendissent animum varietate & diversitate vocum manifesta; ut faciunt consonantie, quæ sunt à figuris cæteris, numero non pariter pari laterum constantibus; per prop. I.

Non omnis tamen vis adempta est huic figurarum sectæ, variandi consonantias, & deflectendi illas à puritate Identisonantie (sicut ipsæ à simplicitate Diametri recesserunt). Primum enim etsi Partis circuli à figura rescissæ Consonantia convertitur in meram Identisonantiam (propter dictam propagationem partium circuli, à prima omnium bisectione); tamen gradus Identisonantie fiunt remotiores, semper enim minor cum proxima se majore consonans ex opposito identicè, fit acutior, multiplicatis oppositionum vicibus; itaq; semper augentur vocum intervalla. Secundo, in Parte quidem manet Identisonantia (ut in sectione per diametrum): at in Residuo nequaquam; sit enim Residuum hoc semper in figuris posterioribus seipso deterius, quantum ad Naturam Harmonicam. Sed de Residuis talibus sequuntur Propositiones peculiare.

Et vicissim, non sola Tetragonica secta, Identicas gignit consonantias; sed etiam sectæ ceteræ, in quantum participant bisectione, in tantum etiam Identicas faciunt consonantias; semper enim Pars circuli rescissa à latere figura posterioris, cum Parte à Prioris latere rescissæ consonat identicè; ut docent propositiones reliquæ. Ita constat Analogia omnibus suis membris.

Usus hujus Prop: est in sequentj;

PROPOSITIO IV.

Chorda quæ consonat cum alterutra Multiplicium proportionis duplæ continuæ, consonat & cum reliquâ: & si ab una dissonat; etiam ab alterâ dissonat.

Nam per Pr. III. soni continuè duplarum sunt inter se identici. Quod verò Identicarum chordarum uniconsonat; & alteri consonat: & cætera, per Ax: VI.

Hujus propositionis causâ positum fuit Axioma VI. & servit hæc propositio jam Partibus & Residuis circulorum examinandis. Caveant scioli à contractione Propositionum & Axiomatum: nulla n. Tautologia est, omnia necessaria involvet se, quisquis rem brevius transigere voluerit.

PROQ

PROPOSITIO V.

Et si latera Stellarum demonstrabilia cætera, propter demonstrabilitatem, eodẽ jure consonas Toti partes in Circulo determinant, quo jure id faciunt figuræ illarum radicales, ut est in Axio- te primo: excipiuntur tamen illa, quæ partem circuli abscant constantem numero (partium quas fecit figura radicalis) proprio alicujus figuræ indemonstrabilis: quando Partis & Totius numeri fuerint inter se Primi.

Prima hujus propositionis pars est axioma; quod ne nimium generale fieret, per secundam propositionis partem restringendum fuit. Demonstratur autem sic. Est namq; circulus divisus à figura demonstrabili, verbi causa ab Icosigono: Est jam stella Icosigonica, cujus latus subtendat novem viceimas ab Icosigono factas: sic ut 9. & 20. sint inter se Primi. Cum ergo Pars abscisa sit de circulo: illa minor sanè erit quàm Totum: at. poterit esse major, quàm totius dimidium vel quarta vel octava; idq; eò vsq; dividendo, quoad aliqua totius pars continuè subdupla, fuerit minor dimidio hujus, de qua agimus, Partis: ut quia in exemplo nostro Totum est 20. pars, de qua agimus, 9. sumatur totius dimidium 10. iterumq; dimidium hujus 5. & tertio 2½. octava Totius. Hæc jam est minor quàm dimidium ipsius 9. Habet ergo se pars nostra 9. ad octavam totius circuli 2½., ut circulus divisus figuræ indemonstrabili ad aliquam suæ divisionis partem, sc. ut 18. ad 5: quinq; autem octodecimas, Axiomatis III Corollarium pronunciat vit dissonare à toto 18. Quare per Axioma V, nostræ divisionis pars 9. dissonabit ab Octava circuli (divisionis nostræ partibus 2½): dissonabit ergo per Prop. IV. pars nostra 9. etiam à toto circulo 20. quàmvis ejus subtensa sit demonstrabilis; sed remotissimo gradu, etiamq; stella ejus ex incongruis est.

PROPOSITIO VI.

Residua circulorum vel chordarum, post abscissas Partes consonas Toti, si sunt partis suæ consonantis continuè dupla, consonant & cum parte abscissa, & cum toto circulo vel chorda.
Cum abscissa per Prop. I. cum toto per Prop. IV.

PROPOSITIO VII.

Si tale Residuum habuerit eandem proportionem ad circuli vel chordæ dimidium vel quartam partem, quam Totus circulus habet ad aliam aliquam Partem sui consonam; consonabit etiam cum Toto circulo; si ut ad portionem dissonam, dissonabit.

Circulus enim totus, ejusq; dimidium, & pars Quarta, sunt in proportione continuè dupla: quare (per Pr. IV) quæ residua Parti tali circuli consonant, consonant & toti; & quæ ab illa dissonant, etiam ab hoc dissonabunt. At consonant Parti tali Residua illa, quæ proportionem eandem habuerint ad illam, quæ
Totus

Totus ad quamcunq; partem consonam : dissonantq; à Parte tali, qua proporti-
onem ad illam habuerint; quam circulus ad quamcunq; partem dissonam : idq;
per Axioma V.

Ergo talia Residua consonant & Toti circulo; contraria dissonant à
toto circulo.

Hac prop: est propter sequentem P. VIII.

PROPOSITIO VIII.

Ad abscissam vero Partem si proportionem ean-
dem habuerit Residuum, quam Totus circulus ad Partem quancunq;
consonam; consonat etiam cum abscissa, sicut priori propositione cum
Toto consonabat: sin eam, quam Totus ad aliquam dissonam Partem
dissonabit & ab abscissa parte & à Toto.

Primum membrum nititur Axiomate V. ut & posterioris membri particu-
la una, quod Residuum dissonet à Parte abscissa. Quod verò tale Residuum
dissonet etiam a Toto, sic probatur.

Capit enim id, in dicta proportione, locum totius circuli per figurã indemon-
strabilem divisi: quare et si Residuum tale, est minus toto circulo, cujus est Re-
siduum; at majus tamen est semicirculo, ex definitione Residui. Quod si majus
est semicirculo suo: quarta igitur circuli sui pars, quippe dimidia semicirculi, mi-
nor est Residui hujus dimidio. Quare ut Residuum ad circuli sui quartam; sic
erit aliquis circulus divisus à figura indemonstrabili, ad aliquam suam partem
divisionis illius. At dissonat totus talis circulus à tali sua parte per Ax: III. Dis-
sonabit igitur & dictum Residuum, à circuli sui quarta, per Ax: V. Dissona-
bit igitur etiam à toto suo circulo, per Prop: VII.

Corollarium ad has propositiones.

Sunt ergo

Consonæ Partes.	Consona Residua.	Dissonæ Partes.	Dissona Residua.	Respectu Totius
1.	1.			2.
1.	2.			3.
1.	3.			4.
1. 2.	3. 4.			5.
1.	5.			6.
1. 3.	5.		7.	8.
1. 3.			7. 9.	10.
1. 5.			7. 11.	12.
1. 3. 5.		7.	9. 11. 13. 15.	16.
1. 3.		7. 9.	11. 13. 17. 19.	20.
1. 5.		7. 11.	13. 17. 19. 23.	24.

Et cætera.

De sectione Harmonica
Chordæ.

Haftenus Originem docuimus Harmonicarum proportionum, eamq; duplicem, unam immediatam à figuris demonstrabilibus, iisdemq; & congruis; alteram mediante proportione dupla, quâ nititur consonantiarum identitas. Cum autem infinitæ sint harmonicæ proportiones, eaq; quoad nostrâ cognitionem adhuc rudes impolitæ inconspicuæ & innominatæ, & coacervatæ seu dissectæ potius, ut aliqua rudium lapidum lignorumq; copia; sequitur ut progrediamur ad eas poliendas, ad nomina ipsis indenda, deniq; ad pulcherrimum ædificium Systematis Harmonici, seu scalæ Musicæ ex ijs extruendum: cujus constitutio non est arbitraria, ut quis cogitare possit, non inventum humanum tale quod mutari etiam possit, sed Rationalissima, Naturalissimaq;, adeo, ut Deus ipse Creator illam exprefert in contemperatione motuum cœlestium. Coagmentantur autem Proportiones Harmonicæ in unum Systema, per sectiones chordæ harmonicæ; quæ quot sint numero, id hoc capite perquirendum erit.

DEFINITIO.

Cum tota chorda secatur in partes tales, quæ & inter se, & cum tota singulæ consonent: sectio Harmonica nobis dicitur. Medium verò sectionis hujus, Musicè (id est consonè) proportionatæ, est partium duarum æqualium una; vel si inæquales, earum Major: extrema proportionis consonæ sunt, Pars reliqua vel minor, & Chorda tota.

Tota
Pars Major.
Pars Minor.
Med:
Extrema

Observe Geometra Analogiam proportionis divinæ, seu secundum Extrema & Medium: in qua Tota habet eandem proportionem ad partem Majorem, quam & Major habet ad Minorem. Quod enim in hac sectione Geometrica est Proportio eadem: id in nostra sectione Musica est Qualitas eadem, quæ Consonantia, Concordantia, Congruentia, Harmonia dicitur. Cave tamen subsumperis Consonantiam specie eandem, sicut illic Proportio est unica.

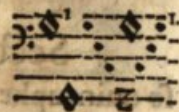
Veteres hujus sectionis non meminerunt hoc sensu, quia veras Consonantiarum causas nesciverunt: de ipsorum verò sectione chordæ, agemus inferius.

PROPOSITIO IX.

TV Sectio chordæ in partes duas æquales, est Harmonica.

Nam quia partes æquales sonum edunt eundem in una aliqua tensione, per Axioma II. Tota verò est singularum dupla; consonat igitur identicè cum earum unaquaq; per Prop. I. Tres igitur consonantia; quare per definitionem, Chorda secta est harmonice.

Notæ ex Musica nostra usitatâ, anticipandæ ex sequentibus causâ captus facilioris.



PROPOSITIO X.

Sectio Chordæ in duas partes, proportionis duplæ est Harmonica.

Partes enim hujus proportionis consonant identicè, per Prop. I. Et quia pars major est dupla minoris, tota igitur est tripla minoris. Est igitur ad minorem, ut circulus ad partem trigonico latere resectam, & consonat, per Corollarium ultimum capitis prioris: quare & ipsa Tota parti minori consona est, per Ax. V. Consonat igitur & ejus dupla, sc. Residuo, per Propos. IV. Tres igitur per hanc sectionem consonantia constituntur, Ergò.



PROPOSITIO XI.

Sectio Chordæ in duas partes, proportionis inter se triplæ, est Harmonica.

Nam quia partes 1. & 3. sunt ad invicem ut pars Circuli Consona ad totum, consonabunt & ipsæ inter se, per Ax. V. Et quia 1. & 3. faciunt 4. pars 1. cum toto 4. consonabit per Axioma I. & per Pro: III.

Deniq; quia Residuum 3. consonat cum parte 1. consonabit etiam cum ejus quadruplo 4. sc: cum tota chorda. Quare & hic tres sunt consonantia.



PROPOSITIO XII.

Sectio chordæ in duas partes proportionis inter se quadruplæ, est Harmonica.

Nam quia partes sunt in quadruplâ prop: consonant igr inter se identicè, per Prop. III. & quia 1. & 4. faciunt 5. ergo pars 1. cum tota 5. consonat, per Axioma I. & Corollarium dictum. Quare tota 5. consonat etiam cum partis 1. quadrupla 4. per Pr. IV. Tres igitur fiunt consonantia. Ergo & c.

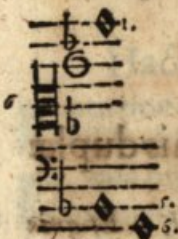


PROP.

DE PROPORTIONIBUS PROPOSITIO XIII.

Sectio chordæ in duas partes proportionis inter se quintuplæ, est Harmonica.

Nam quia pars est 1. residuum 5. habent igr. proportionem, quam circulus totus ad partem consonantem, per Ax. I. & Corollarium dictum. Quare & ipsæ inter se consonæ sunt, per Ax. V. Et quia pars 1. cum Residuo 5. facit 6. totum: igitur (per Ax. I. & Corollarium) pars 1. consonat cum toto 6. Et quia Residuum 5. est ad quartam partem de toto Circulo 6. (scilicet ad 1½. hujus divisionis) ut Circulus totus 10. ad partem consonam 3. per Corollarium: quare & Residuum 5. cum toto 6. consonabit, per Prop. VII. Vel quod eodem redit, quia Residuum 5. est ad totius Circuli 6. duplum 12. ut pars consona ad totum, per Corollarium: quare & hoc Residuum 5. consonabit cum 12. duplo totius, per Ax. V. Ergo etiam cum simplo, sc. cum ipsa tota 6. consonabit, per Prop. IV. Ita tres fiunt consonantia. Ergo & c.



PROPOSITIO XIV.

Sectio chordæ in duas partes, proportionis inter se sesquialteræ, est Harmonica.

Nam quia pars 2. cum Residuo 3. constituit proportionem sesquialteram, habet igitur se Pars ad Residuum, ut aliquod consonum Residuum 2. se habet ad circulum 3. per Corollarium; quare & pars hæc 2. cum suo Residuo 3. consonabit, per Ax. V. Et quia pars 2. cum residuo 3. facit totum 5. pars verò 1. ejusq; residuum 4. cum suo toto 5. consonat per Corollarium: consonabit igitur etiam tota 5. cum consona Partis 1. duplâ 2. qua hoc loco nostra Pars est, vel cum consoni Residui 4. dimidio 2. Per Prop. IV. Idem sequitur etiam simpliciter ex Propositionis V. parte primâ axiomatâ; quia subtensa duabus quintis demonstrabilis est, quare & Consona. Deniq; quia partis 2. Residuum 3. est ad totius 5. partem quartam, ut totus circulus 12. ad partem consonam 5. per Corollarium: consonabit igitur & Residuum nostrum 3. cum toto 5. Per Prop. VII. Tres igitur consonantia existunt. Ergo.

PROPOSITIO XV.

Sectio chordæ in partes duas, proportionis inter se, super-bi partientis tertias, seu 5. ad 3. est Harmonica.

Nam quia proportio partis 3. ad Residuum 5. est eadem, que alicujus Residui 3. consoni ad totam 5. per Corollarium: quare per Axioma V. etiam nostra pars 3. cum nostro residuo 5. consonabit. Et quia pars 3. cum residuo 5. facit totam 8. quare per Corollarium, pars 3. consonabit cum tota 8. Deniq; quia Residuum

5. ad

5. ad totius 8. partem dimidiam 4. se habet ut totus circulus 5. ad Residuum 4. consonum; vel ad totius 8. Partem quartam 2. ut totus circulus 5. ad partem consonam 2. per Corollarium: consonabit igitur Residuum nostrum etiam cum Toto 8. per Prop: VII. Tres igitur & hic sunt consonantiae; Ergo.



PROPOSITIO XVI.

Si chorda secetur in duas partes Effabiles, interq; illas & totam, hoc est inter tres terminos fuerit dissonantia una; oportet & alteram dissonantiam inter illos esse.

Nam causa dissonantiae erit, quod vel tota vel pars habeat numerum portionum illius divisionis, proprium figurae indemonstrabilis. Atqui talis Numerus neq; majori alicui Numero, qui proprius sit figurae demonstrabilis, consonè sociatur, neq; ulli minori se ipso, per Axioma III. & V. & Prop: V. & VII. Terminus igitur ille, qui constat numero tali Portionum, dissonat à duobus terminis reliquis, sectionis illius; & sic duæ sunt dissonantiae simul.

Huic propositioni in geometria simile est hoc, quod si recta secetur in partes Effabiles, fueritq; earum una incommensurabilis alicui Tertiae (non Toti ex utraq; compositæ ut hic); alteram quoq; eidem Tertiae incommensurabilem oportet esse.

Aut, si recta secetur in partes inter se incommensurabiles: utraq; erit Toti incommensurabilis.

PROPOSITIO XVII.

Si chorda sectetur in duas partes longitudine Effabiles, fuerintq; inter illas & totam, hoc est, inter tres terminos, consonantiae duæ; oportet & tertiam esse consonantiam.

Si enim duæ consonantiae sunt, cum sint proportionum non plures quàm tres: non poterunt igitur esse duæ dissonantiae: si non duæ dissonantiae, ergo nec una, per XVI. conversam: Ergo omnes tres proportionales erunt consonantes.

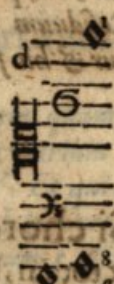
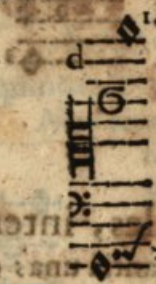
Sic in Geometria, si recta secetur in partes inter se commensurabiles, tota utriq; partium erit commensurabilis.

PROPOSITIO XVIII.

Sectio chordæ in partes duas longitudine Effabiles, in qua vel Tota vel Partium altera numerum portionum acquirit, proprium figurae indemonstrabilis, (quando quidem Numeri & Totius & Partium inter se Primi fuerint) non est Harmonica.

Demonstratur ut XVI. Funt enim ex tribus trium terminorum proportionibus ad minus duæ dissonæ, contra Definitionem præmissam.

Hic sunt tria exempla, in primo major pars, est septem octavae, in ultimo Minor est una Nona: in medio, Totum capit partes septem, omnia dissona.



Loca sic notata, Notis
usitatae Musicae nequeunt
exprimi.

PROPOSITIO XIX.

Post Octogonicam nulla datur sectio chordae Harmonica.

Sequentes enim sectiones aut sunt per figuras indemonstrabiles, earumque stellae; & tunc partes licet, inter se consonare possent, tamen dissonant à toto, per Ax. III. Aut per figuras demonstrabiles demonstratione impropria, ut per Pentekadecagonum; dissonantque propriae partes sectionis à toto, per Corollarium ad Ax. III. Aut per demonstrabiles demonstratione propria: quae post Pentagonum omnes sunt parilaterae, vide librum I. Ergo partes talium sectionum proprias, oportet constituere numero portionum sectionis impari; si enim pari numero sumerentur, Pars esset non huius sectionis sed prioris propria: ut divisâ chordâ in 10, si portionum 4, vel 6, sumpseris, perinde est, ac si divisâ chordâ in 5, sumeres portionum 2, vel 3. Cum ergo Pars sit numero impari, Tota numero pari: ipsa quidem Pars poterit consonare Toti, si non sit major quinario (per Pr. V.) at una consonantia non sufficit ad sectionem harmonicam, ut patet ex definitione: tunc verò dissonum erit Residuum: tota enim ponitur portionum plurium quàm 8. & Residui definitio est, ut sit majus dimidio, sc: majus quàm 4. Minimum ergo Residuum in divisione octonaria, est 5. in numerosioribus est majus quàm 5. In omnibus ergo sectionibus Chorda post Octonariam, Residua sunt impari numero, majori quàm 5. At qui Numeri impares, majores quàm 5, proprii sunt figurarum indemonstrabilium, per XLV & XLVII libri primi. Ergo per Prop: XVIII huius, Residua haec causantur sectiones non harmonicas.

Corollaria.

I. Sectiones unius chordae Harmonicae sunt numero septem, non plures.

II. Propagatio numerorum, qui sunt characteres sectionum, fit hoc pacto. Initio ponitur Fractionis formâ Totum, unitas scilicet supra pro

prà pro numeratore, & unitas infrà pro denomi-
natore: deinde uterq; numerus seorsim ponitur
suprà, & summa utriusq; utriq; infrà; ut ex una
qualibet fractione duo oriantur rami, eousq;
dum ex summa fiat numerus index figuræ inde-
monstrabilis.

Has sectiones chordæ septem pri-
mùm auditu indice inveni, totidem nempe, quot
sunt Harmoniæ non majores unâ Diapason; po-
stea causas & sectionum singularum, & universa-
rum Numeri, non sine labore ex penitissimis Geo-
metriæ fontibus erui. Legat curiosus lector,
quæ de his sectionib; ante annos 22. scripsi in My-
sterio Cosmographico, Capite XII. & perpendat,
quomodo fuerim illo loco hallucinatus super cau-
sis sectionum & Harmoniarum; perperam nifus

earum numerum & rationes deducere ex numero quinq; corporum
Regularium solidorum: cum verum sit hoc potius, tam quinq; figuras
solidas, quàm Harmonias Musicas & chordæ sectiones, communem
habere originem ex figuris Regularibus planis. Et Ptolemæi quidem
Musica cum expositione Porphyrij, quorum loco allegato mentionem
feci, hætenus manuscripta nactus sum, ex liberalitate Jo: Georgij Heer-
vvardi Cancellarij Bavarici; ex quorum libro tertio partem potiorem
in Appendicem ad libros IV. & V. hujus operis transtuli: causas verò
Harmoniarum genuinas in ijs non inveni, adeoq; ne sectionum quidem
harum, Numeriq; earum septenarij, ulla fit mentio.

Et si verò maturè satis animadverti, causas à figuris planis peren-
das; ut cujus rei semina jam in allegato capite XII. Mysterij sparsa vides:
atramen diu admodum me torserunt, priusquàm omnibus animi mei
scrupulis satisfaceret. Primùm enim Figuræ demonstrabiles à non de-
monstrabilibus erant separandæ; postea causa inveniendâ, cur cum sec-
tiones hæc essent ex figuris, sectiones quidem intra septenarium con-
sisterent, figuræ in infinitum excurrerent. Tertio discrimen inter
Pentekædecagonum & demonstrabiles cæteras erat statuendum; quia
vidi, figuram illam exclusam esse ab Harmoniarum procreatio-
ne, teste auditu. Et habebant singula capita suas cautiones concisiores,
quarum una quælibet me diu tenuit occupatum. Exemplo sit pro-
pos: V. quam ultimò omnium, cum jam describerem opus, vidi adden-
dam, quod hætenus ignoraveram. Nisi enim & illa inter principia esset,
et, si verbi causa, septem vicesimæ propterea essent aptæ ad statuendam
harmoniam, quia sunt per tres vicesimas (cum quibus semicirculum fa-
ciunt) demonstrabiles; tunc & septem decimæ, & quinq; septimæ, eòq;
& duæ, & una, septimæ, harmonias facere convincerentur, quod om-
nibus modis repudiant & aures, & Axiomata nostra.

Igitur vel solo allegato libri mei Mysterij cosmographici testimo-
nio, satis est munitus audicus, contra Sophistarum obtrecciones,



II. 413
 Auditus sine
 eorum testi-
 monio con-
 stat hic sep-
 genarius.

fidem auribus derogare ausuros circa divisiones adeò minutas, & di-
 dicationem concordantiarum subtilissimam: quippe cum videat lector
 me fidem aurium illo tempore secutum esse, in constituendo sectionum
 numero, cum adhuc de causis laborarem; nec idem hic fecisse, quod fe-
 cêre Veteres; qui aurium iudicio progressi aliquatenus, mox contem-
 ptis ducibus, reliquum itineris, Rationem erroneam secuti, perfec-
 runt; auribus vi quasi pertractis, & planè obsurdescere iussis. Ex abun-
 danti verò infra cap. VIII. huius libri operam dedi, ut cuilibet esset in
 promptu facultas suo pte Marte consulendi auditum super his alijsq;
 chordæ divisionibus; earumq; testimonium pensiculandi; ut certus sit,
 ea, de quorum causis laboramus, sensuum experienciã certissimã niti;
 nec sponte mea (cujus criminis Pythagorei in parte rei sunt) esse con-
 ficta, proq; veris obtrusa.

CAPUT III.

De medietatibus Harmonicis,

& Trinitate concordantium sonorum.

Vana est definitio proportionis Harmonicæ, quod
 sic illa, ubi tribus Numeris ordine naturali locatis, binorum vicinorum

Excessus sunt in proportione Extremorum: ut in numeris
 $\frac{3}{2}$ 3. 4. 6. maximus 6. est duplus minimi 3. & sic etiam dif-
 $\frac{4}{3}$ ferentia 2. inter binos vicinos majores 4. 6. est dupla diffe-
 $\frac{6}{4}$ rentiã 1. inter binos vicinos minores 4. 3.

Modus con-
 stituendi
 quancum-
 q; Medietate
 in Musica
 ex sententia
 veterum.

Inferam tamen modum inveniendi numeros continentes talem
 proportionem, Musicam ab authoribus dictam: quia crebrò ex Har-
 monicã doctrinã transluitur in Ethicã & Politicã. Modus est ta-
 lis. *Propositis duobus numeris inter se Primis, qui continent proportionem & Ex-*
tremorum (è tribus musicè contemperandis ex sententiã veterum) & differen-
tiarum utriusq; à Medio; Multiplica utrumq; in seipsum & ambos in se mutuo:
factorum trium duos minores adde pro Minimo inveniendorum, duos majores
adde pro Maximo, Medium duplica pro Medio Musico veterum. Verbi causa,
sint inveniendi tres numeri in proportione Musica veterum tali, ut Extremi ha-
beant inter se proportionem eam, quæ est inter 3. & 5. Ter 3. sunt 9. Ter 5. sunt
15. Quinquies 5. sunt 25. sunt igitur facti 9. 15. 25. Adde 9. & 15. fiunt 24.
Adde 15. & 25. fiunt 40. duplica 15. fiunt 30. Sunt igr hi tres quesiti 24. 30. 40.
quorum differentie (Extremorum à medio) 6. 10. Nam ut 3. ad 5. sic 24. ad
40. sic etiam 6. ad 10. In minimis inter se Primis 12. 15. 20.

Elenchus
 huiusmodi.

Hæc quidem verè est harmonica proportio etiam mihi, quia non
 tantum proposita proportio inter 3. 5. est harmonica, per Prop: VIII.
 Coroll: sed etiam inventus Medius numerus 15. consonas facit propor-
 tiones cum Extremis 12. & 20. per idem Coroll: At hoc non semper
 fit. Quoties enim inter duos numeros hoc pacto propositos, medium
 Arithmeticum cum extremis dissonantes proportionem determinat,
 toties

toties proveniunt etiam ex hac operatione tres numeri in proportione revera non Harmonicâ, quamvis duo initio propositi proportionem solitarij contineant harmonicam. Sic fit in 1.6. in 1.8. in 3.4. in 4.5. in 5.6. in 2.5. in 3.8. in 5.8. Verbi causa inter 2.5. hoc est 4.10. medietas Arithmetica est 7. non harmonica, quia 7. neq; cum 4. neq; cum 10. consonat, per Pr. V. Operare ergo secundum Regulam; prodibunt numeri 14.20.35. cum excessibus 6.15. ubi 20. secundum veteres dicenda esset medietas harmonica, quia ut 14. ad 35. (id est 2. ad 5.) ita 6. ad 15. Atqui aures omnino repudiant 20.35. (quippe 4.7.) & 14.20. (quippe 7.10.)

In sectionibus igitur harmonicis cap II. totidem se offerunt medietates, quot sunt sectiones, unâ minus: & Medietas in illis quidem sectionibus sumitur strictiori significato, quod sit chorda harmonicè secta in inæqualia, Pars major, seu numerus illam exprimens. Sic 2. est Mediû harmonicum inter 1.3. sic 3. inter 1.4. interq; 2.5. sic 4. inter 1.5. sic 5. inter 1.6. interq; 3.8.

Præter has verò sunt etiam aliæ Medietates, solutæ hac lege sectionis totius chordæ in partes duas, comprehensæ tamen generali nostra definitione: & secantes non chordam unam, ut priori capite, sed proportionem chordarum, in minores proportiones consonas.

Primum omnes proportionem majores duplâ resolvuntur in sua principia, ablatione proportionis duplæ, ut 1.24. constat ex quatuor duplis (sc. ex sedecupla) & sesquialtera: Quare Medietates Harmonicæ hoc quidem nomine inter 1. & 24. intercedunt ista 2.4.8.16. superius collocatâ sedecuplâ; vel ista 12.6.3.2. Vnâ duplâ superius collocatâ, tribus inferius: nam variè fieri potest.

Deinde Proportio dupla resolvitur in has consonas 3.4. & 2.3. vel in 3.4. & 4.5. & 5.6. vel in 4.5. & 5.8. vel in 5.6. & 3.5. Deniq; sesquialtera 2.3. resolvitur in 4.5. & 5.6. sic 5.8. in 5.6. & 3.4. sic 3.5. in 3.4. & 4.5.

Tres igr ista proportiones 3.4. & 4.5. & 5.6. sunt ex consonis minimæ, hoc est immediatæ, seu medio Harmonico carentes, cæterarum scilicet Elementa consona.

Ex his autem sequitur, unius duplæ duas esse posse medietates, inter se quoq; consonas, idq; sexies. Nam quia dupla habet tria Elementa minima consona; sexies eorum ordo potest variari. Nam 3.4. vel est primo loco à chorda minori, vel medio; vel ultimo; & in uno quoq; casu, reliquorum Elementorum aut majus 4.5. est versus chordam minorem; aut minus 5.6.

Singuli casus sunt exprimendi singulis Numerorum Quadrigris, ut in tabella sequitur;

D 3

Ordo

Bina Medi-
Harmoni-
ca.

CAP. III.

Ordo Proportio-
num Consonarum mini-
marum in una dupla.

Locus Termini minoris seu acutissimi.	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$
	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$
	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{5}$

Fasciculus binarum
Medietatem Harmonica-
rum inter chordas Propor-
tionis duplae.

3. 4. 5. 6. 

4. 5. 6. 8. 

5. 6. 8. 10. 

10. 12. 15. 20. 

12. 15. 20. 24. 

15. 20. 24. 30. 

Ex his verò sex bigis medie-
tantum harmonicarum, una sola, in nu-
meris 10. 12. 15. 20. patitur definitionem
veterum. Nam 12. est medium (illorum
sensu) Musicum inter 10. & 15. sic 15. est
medium Musicum inter 12. & 20. Exces-
sus enim sunt 2. 3. 5. Vt verò extremi uni-
tis triplæ 10. ad 15. sic 2. ad 3. Et ut extremi
alterius triplæ 12. ad 20. sic 3. ad 5.

De Trinitate concordantiarum.

Cum ergo Chordæ proportionis duplae con-
sonent identice; inter illas verò non possint esse una vice plures quàm duæ
medietates, consonantes & inter se & cum duplis ipsis: hinc orta est fa-
mosa illa Musicorum observatio, qui trinis vocibus omnes harmonias



absolvi mirantur. Nam quotcunq; voces præterea
accumulentur, singulae in trium unam redeunt per
duplae proportionis consonantiam identicam.

Quamvis enim existat una consonantia ex omni-
bus istis chordarum magnitudinibus 3. 4. 5. 6. 8. 10. 12.
16. 20. 24. at quicquid est post 3. 4. 5. chordarum, o-
mne id in unam harum redit per identisonum: ut 6.
in 3. & 8. in 4. & 10. in 5: sic 12. in 6. & 3: sic 16. in 8.
& 4: sic 20. in 10. & 5: sic 24. in 12. 6. & 3.

Causam hujus rei frustra petunt aliunde, alij ex trina dimensione
quantitatis perfectæ, seu corporis; ut quod patet in longum, latum &
profundum: alij ex numeri ternarij perfectione: alij ab ipsa adoranda
Trinitate, in Divinitate.

Frustra, inquam, omnes: Nam neq; solida quantitas hoc nego-
gotiū ingreditur, cum ortum harmonicarum proportionum ex figuris
planis docuerimus, & longissimè diversa sic, causa scientiæ: solida quan-
titas, à planâ, quippe illa duabus medijs proportionalibus utitur, quas
sciri

sciri promiscuè est impossibile: neq; numeri ulla vis esse potest, quare-
nus ut numerans consideratur; neq; etiam origo hujus Trinitatis im-
mediatè est ab essentiâ divinâ, per causationem exemplarem; cum ap-
paruerit suprâ, componi causam rei ex principijs explicatis, quæ nequa-
quam intendunt numerum aliquem vocum per se; sed quæ voces ipsas
inter se singulas singulis coaptantia harmonicè, & sic quasi aliud agentia
per accidens efficiunt aliquid simile divinis, propter eundem nume-
rum: quod idem etiam in plurimis rebus alijs frequenter contingit.

Breviter, Numerus hic ternarius non est efficiens causa Harmonia-
rum, sed effectus ipsius, seu effectæ harmoniæ comes; Non informat
harmonias, sed est formæ resplendentia; Non est materia vocum
harmonicarum, sed est soboles procreata ex materiali necessitate: Non
est finis *ou' êvexa*, sed est extremitas operis; deniq; nihil est de re ipsa
Harmonicâ, sed est Ens rationis secundarium, & mentis conceptus, se-
cundæ intentionis. Nihil magis enim est quærendum, cur voces so-
lum ternæ consonent harmonicè, quarta & omnes aliæ per duplæ pro-
portionis consonantiam redeant quodammodò in idem: quàm cur sex
tantum bigæ sint in qualibet Octava, senæ consonantiarum triplicium
formæ. Ut enim Senarius iste non est à sex diebus creationis; sic neq; il-
le Ternarius est propter Trinitatem personarum in Deitate. Sed cum sit
Ternarius communis reb⁹ divinis & mundanis; ubicunq; is occurrit; su-
perveniens mens humana, causalitè ignara, conspirationè hanc miratur.

CAPUT IV.

De ortu concinnorum inter-

vallorum quæ Consonis minora sunt.

Cum sensus testetur, Ex chordis æqualiter tensis,

illarum sonitus esse graviore, quæ sunt longiores, illarum acutiores,
quæ breviores; hinc voces istæ junctæ *Acutum & Grave*, differentie
sunt Harmonice propriæ. Nam singulæ quædam seorsim aliarum singula-
rum sunt scientiarum: in quibus copulantur cum oppositis alijs; Acu-
tum cum Obtuso, in Geometria; Grave cum Levi, in Physica. Et aliter,
Acutum in Mechanicis sonat subtile & penetrans; Grave in sensualibus
imitatur de odoribus, qui, ut gravia pondera, ob quandam magnitudi-
nem, sunt minus tolerabiles. At junctæ *Acutum & Grave*, interq; se op-
positæ, non nisi de vocibus accipiuntur. Retinent tamen aliqd de pri-
stino significato. Nam ut in Geometria Acutum est minus Obtuso, sic
etiam in Harmonice, vox acuta sonat parvam, eoq; penetrantem & al-
tam; idiotismo Teutonico, & voli tantem quasi in sublimi, pp. quandam
levitatem. Et ut in Physica Gravia habent magnum pondus, Levia par-
vum: sic etiam hic, Gravis vox sonat magnam: utq; Gravia in libra fun-
dum & inferiora petunt, levia in altum exsiliunt; sic etiam in Harmo-
nicè q; vox gravis propter magnitudinè reputatur pro ponderosa,
eoq; inferiori seu profunda (*bassu*); vox acuta, uti dictum, pro alta.

Nam

Quid Gra-
ve?

Quid Acu-
tum?

Quid Pro-
fundum?

Quid Al-
tum?

Nam quod in Testudine Hypate, id est Summa, edebat gravem sonum, id est tantum ob ejus situm in instrumento, ut adhuc hodie, non ob aliquam vocis similitudinem cum levibus & supervolitantibus. Sic autem ejus in instrumento rationem habet mechanicam, ex eo quod Nete, id est Ultima & Infima, quia sonat acutissime, fuit pulsanda creberrime; cum parvis conveniat motus velox: & verò deorsum pulsamus expeditius ob conformationem pollicis, quam fursum. Accedit inter causas, experientia gutturis humani. Nam & viri communiter proceriores feminis, adulti pueris, graviores etiam vocem emittunt, quasi profundius petitam; & singuli homines, ipso sensu tactus docente, graviores vocem profundius eliciunt, altiores superius; & qui gravissime cantant, corpus extendunt, ut quam profundissime vox exeat. Tendunt quidem collum etiam qui acute canunt, sed non ut longum collum faciant, sed ut rectius constringant supremos circulos gutturis.

His igitur de causis natus est in Harmonicis conceptus Alti & Profundi, pro quo crebro usurpamus Acutum & Grave. Cum igitur Altum & Profundum sint, aliis vocabula loci; consuetudo sermonis, hæc sua principia secuta, vocibus etiam id accommodat, quod locorum est proprium, scilicet Intervalla, Græcè *διαστήματα*. Nam loca *διαστά* valde distare dicuntur. Denique disciplina Harmonica hanc vocem etiam in picturas seu Diagrammata sua (de quibus inferius) transtulit; quæ altis & profundis lineis constant, quo pacto restitutus est illi sensus Geometricus.

Quid Diagramma Intervallum.

Quæ igitur hæcenus dicebantur Proportiones chordarum, in posterum ferè dicentur Intervalla vocum, quas emittunt chordæ longitudinis inæqualis. Nam voces idem sonantes, quibus respondent chordæ ex æqualiter tensis æquè longæ, Intervallum non faciunt, cum sint altitudinis ejusdem.

Etsi libro V. abstinendum erit ab hoc sensu vocis Intervallum; propterea quod ibi crebro usu repetenda erit vox ista in sensu astronomico, de linea recta inter Corpus Planetæ & Solem, item, de eo spacio quod inter diversos orbis interest.

Quid superius quid inferius intervallum.

Porrò sicut præcedenti capite proportionibus bifariam considerabantur, sc. vel singulæ per se ipsas, vel invicem comparatæ causâ ordinis, qui extendebatur à compositæ alicujus proportionis termino seu chorda minori ad majorem vel longiorem, & vicissim: sic nunc etiam Intervalla vel singula per se, vel invicem comparata, considerantur causâ loci harmonici; ut in continua ordinatione aliquor intervallorum, (sic ut bina semper contigua, habeant eundem terminum communem, qui sit unius major terminus, alterius vergentis ad graviores voces minor) semper illud intervallum dicatur inferius, quod est inter voces graviores, illud superius, quod est inter acutiores.

Quæ Intervalla æqualia.

Et in Geometria quidem proportionibus agnoscuntur æquales, licet sint inæquales termini unius, terminis alterius, & excessus terminorum unius, inæqualis excessui terminorum alterius: Ut si sint tres chordæ in proportionibus numerorum 4. 6. 9; eadem censetur proportio

4. 6. quæ 6. 9. non obstante quòd cum ipsi termini, tum etiam excessus 2. & 3. inæquales sunt.

In Harmonice similiter omnia intervalla vocum à chordis, quæ sunt ejusdem proportionis, venientiù, & censentur æqualia. & scribuntur etiam nota numericâ eadem: quin etiam linearum intervallis æqualibus pinguntur in diagrammate: sic ut penitus obliviscamur ejus inæqualitatis, quæ est inter excessus diversarum chordarum.



Sequitur igitur, ut proportionis minoris, Intervalla minora dicamus, majoris Majora, sine respectu magnitudinis aut parvitas respondentium utrinq; terminorum.

His igitur definitionum loco præmissis; nunc porrò dispiciendum est de differentiis intervallorum.

Haec tenus quidem proportionibus omnes, quas consonas esse demonstravimus, unâ æqualitatis exceptâ, pro totidem Intervallis itidem consonis sunt habendæ: proportionibus verò quas dissonas diximus, pro intervallis itidem dissonis. Cum verò inter dissona intervalla magna sit differentia: sic ut non tantum consona à Naturâ doceantur, & illius instinctu ab auditu probentur; sed etiam alia minora Intervalla ab eodem sensu stabiliantur; quæ licet dissona sint, apta tamen sunt, per quæ Cantus traducatur; Harmonice Naturam secuta, nomen ijs imponit Concinnorum, eaq; distinguit ab Inconcinnis, quæ nullius cantus ordinati tractum ingrediuntur; Græcè dicuntur ἐμμελῆ & ἐκμελῆ.

Quid intervalla consona quid dissona?

Quid Intervalla concinna, quid Inconcinna, causa Nominis?

Quod naturæ ingenium in discrimine Concinnorum & Inconcinnorum cum viderent Veteres: quærendum igitur existimarunt, quodnam esset commune omnibus Concinnis & Consonis minimum Elementum, ex quo secundum aliquem numerum sumpto, quodlibet ex Consonis & Concinnis componeretur. Necesse enim videbatur existere aliquod tale minimum Intervallum, ut simplex, & ortu prius ipsis Consonantijs, quæ videbantur compositæ ex tali minimo, utpote cum essent intervalla alia alijs majora.

Atqui res longè aliter habet, quod multis exemplis doceri potest. Nam si specierum omnium Individua, quæ magnitudine differunt, ex uno communi Minimo constant; erit igitur una aliqua minima quantitas humanæ speciei, ex cujusmodi pusionum certo aliquo numero, velut ex elementis, quilibet homo componatur, procerus ex multis, pumilus ex paucis. Non minus enim in harmonicis qualitas ista, Consonantia, informat chordarum proportionem, seu vocum intervallum, quàm forma hominis molem illam materiæ informat, quæ hominis cute ambitur. Et cur oblici sunt Geometriæ, in qua plurima sunt exempla omnis generis quantitatum incommensurabilium; quarum definitio est, nulla penitus communi mensura, quæ sit ex eodem genere quantitatum, tanquam aliquo compositionis Elemento quantitatis certæ, communicare?

Sic igitur tenendum est, Intervalla consona (præterquam quorum unum est alteri Multiplex) esse, ut proportionibus illas ipsas, incommensurabilia;

Intervalla Musica ple-raq; incommensurabilia.

Cap. IV.

abilia, sic quidem, ut quamvis eorum differentia numeris exprimantur, quod in simplicibus numeris est signum commensurationis, hæ tamen differentia, quippe non simplices numeri, sed fractiones, non sunt differentium pars vel partes aliquotæ, secundum aliquem numerum. Verbi causa duæ proportionēs 1. 2. & 1. 4. sunt inter se, ut numerus 1. ad numerum 2. sunt ergo commensurabiles; nam 1. 4. est dupla ipsius 1. 2. Hoc in sola serie continuè duplarum locum habet. Nam in serie triplarum, & cæterarum Multiplicium, non dantur duæ proportionēs consonæ, ut 1. 9. est quidem tripla ipsius 1. 3. at sola 1. 3. est inter consonas, 1. 9. verò est inter dissonas, per Ax. III. Idem videre est etiam in non multiplicibus, ut in sesquialtera 2. 3. consona, datur sanè ejus multiplex & sic commensurabilis; Nam 4. 9. est ad 2. 3. ut Numerus 2. ad 1. at 4. 9. non est inter consonas. Econtra sint aliæ duæ consonæ, quàm ex serie continuè duplarum, ut 1. 4. & 2. 3. hæ duæ proportionēs non sunt inter se commensurabiles, hoc est, non ut numerus ad numerum: Excessus enim 3. 8. ipsius 1. 4. super 2. 3. non metitur neq; 1. 4. neq; 2. 3.

Consona igitur Intervalla; Naturâ priora sunt minoribus intervallis, quæ concinna appellamus: nec illa componuntur ex istis tanquam ex Elementis, aut ex minori aliqua quantitate: sed contra hæc ex illis, tanquam ex causis oriuntur.

Vbi notanda est vox ambigua compositionis; quæ interdum ortum denotat rei naturalem, interdum verò divisionem rei quantitativam, quæ non ortus est, sed destructio potius; ut cum circulum dicimus constare ex tribus trientibus, dividentes prius circulum mente in tria, aut cum humanum corpus dicimus esse compositum ex membris, non quod fuerint membra ante corpus, & corpus ex illis collectum & constructum, ut domus ex lapidibus & lignis; sed quia corpus causâ molis in hæc membra, quæ singula seorsim corpus organicum amplius non sunt, est dividuum.

Priori significato negandum est, Intervalla consona vel ex alijs consonis vel ex concinnis componi; posteriori significato sanè constant, & sic quasi componuntur, (quod ipsi in superioribus usurpaveramus) intervalla consona majora ex minoribus consonis, Consona minima ex concinnis &c. quia in hæc velut elementa dissolvuntur: at non constant diversa inter se ex unius communis minimæ speciei intervallis aliquam multis, nec in talia dissolvi possunt.

Quamvis etiam habeant intervalla consona causas cognatas, non omnia tamen eandem, sed quodlibet suam peculiarem causam habet, distinctam à causis cæterarum, ut in superioribus explicatum. Consonantia enim ipsis intervallis competit, non ut quantâ sunt simpliciter, neq; simpliciter ut sunt Relationes; sed ut qualitativæ (hoc est quodammodo figuratæ) sunt relationes. Itaq; commune ipsarum minimum intervallum constituere velle, res est impertinens; cum minimum & maximum non in qualitativis sed in nudis quantitativis, earumq; proportionibus considerentur: Consona verò, ut consona, dividere, est speciem abolere consoni, & pro eâ vel alias consoni species, vel concinna dissona, vel etiam planè Inconcinna intervalla constituere, Non habet igitur

CAP. IV.

bet igitur Intervallum causas aut Elementa consonantiæ suæ à partibus veluti principijs; sicut quantitates commensurabiles accrescunt multiplicatione communis mensuræ, & cum hac mensura sub uno & eodẽ genere consistunt: sed è contrario, quæ veteres pro principijs habuere consonantiarum (Tonos pura & semitonia & dieses) ea ex Consonantijs ut principijs suis genuinis oriuntur.

Speciem Consoni ut tale non ori ex numero concinnorum ut partium.

Et si enim Consona hæc constant ex illis Concinnis non Consonis, (si non ex uno aliquo communi, saltem ex pluribus inter se diversimodè compositis) id tamen non referendum est ad ipsam Intervalli consonantiam. Si enim Concinna conciliarent intervallo majori, ex se composito, suam consonantiam; semper hoc fieret in quacunq; concinnorũ multiplicatione, & tanto melior esset consonantia, quanto plura in intervallo concinna; Id vero falsum est, nam ut infra audiemus, duo toni compositi consonantiam faciunt, tres compositi dissonans interval- lum constituunt.

Quod autem consonum in Concinna dissona solvi potest, ut sequetur; id illi consono per se considerato planè est accidentarium: fitq; tantum modò, quatenus inter se comparantur plura consona, quodlibet ex suis ortum principijs.

Definitio Intervalli Concinni.

Concinna igitur intervalla definiuntur esse, omnes consonorum duplo intervallo minorum, differentiæ; nec alia Concinna recipit naturalis facultas auditus, quam quæ ex hac subtractione oriuntur: ut ita consona intervalla habeant ortum ex Geometria & figuris demonstrabilibus: Concinna verò ex ipsis consonis, sintq; concinna in ordine ad consona, quemodmodum in Geometria Apotomæ (lineæ ineffabiles) sunt ad effabiles potentia; quia etiam illæ definiuntur subtractione lineæ Effabilis ab Effabili lineâ.

Porrò comparationis seu abstractionis Methodus alia est generalis seu arithmetica, alia specialis, Harmonices propria. Arithmetice quidè eliguntur Consona minora duplo, quorum unum non sit alterius pars talis, quam designaverit aliqua Medietas harmonica cap; superioris.

Ortus Con- cinnorum ex consonis

Interfunt ergò

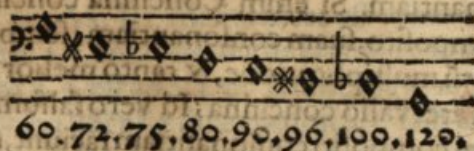
In notis, ex anticipato.

Inter conso- na ista.	Concin- na hæc.							
$\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$... $\frac{8}{9}$	$\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$... $\frac{9}{10}$	$\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{8}$... $\frac{15}{16}$	$\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{5}$... $\frac{15}{16}$	$\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$... $\frac{9}{10}$	$\frac{4}{5}$ & $\frac{5}{6}$... $\frac{24}{25}$	$\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{8}$... $\frac{24}{25}$	$\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{8}$... $\frac{24}{25}$	$\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{8}$... $\frac{24}{25}$

Harmonica comparatio Consonorum interval- lorum respicit ortum eorum, & quam quodlibet ex ortu tuo fortiatur altitudinem. Nam per omnes pro- portionum comparandarum terminos majores unus & idem circulus Totus repræsentatur, eiq; analoga chorda integra, communis omnibus sectionibus Har- monicis.

monicis. Igitur omnibus numeris majorum terminorum ex sectionibus 7. Harmonicis, scilicet 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, quarendus est communis minimus dividius 720; & chorda tota est distinguenda in totidem partes aequales, ut sonus totius chordae constituat pro communi termino majore omnium consonorum per sectiones factorum, & accommodandi termini minores, ut inter se comparati constituent intervalla concinna, quae hoc capite investigantur: prodeunt autem eadem, quae prius arithmetice.

Ecce in Notis ex anticipato.



1	60	Et partium portio hae.							
2									
3	72	2	4						
5	75	2	5	9					
5		1	5	10					
8		1	6	10					
2	80				1	60			
3						8	3	72	75
3						9			2
4	90								3
4		1	5						4
4		1	6						5
5	96								6
5		2	4	10	2	5	8	3	4
5		2	5						5
6	100								6

Nam De 120 pars est

Hic igr est ortus intervallorum Concinnorum dissonorum, quibus paulo post sua dabimus nomina.

De generis tertiorum intervallo sum.

Sequitur, ut etiam de ortu tertiorum intervallorum dicam, quae licet concinna exquisitè non sint, concinno tamen cantui inserviunt, aut concinnorum vicem sustinent. Illa verò ex concinnorum (similiter ut concinna ex consonorum) subtractionibus seu comparationibus oriuntur, Nam inter concinna seu secunda Sunt tertia inter intervalla. valla ista.

$$\frac{8}{9} \& \frac{9}{10} \dots \frac{80}{81}$$

$$\frac{8}{9} \& \frac{15}{16} \dots \frac{128}{135}$$

$$\frac{9}{10} \& \frac{15}{16} \dots \frac{24}{25}$$

Quod componitur ex 24, 25, & 80. 31. & paulo admodum est minus quam duz 15. 16.

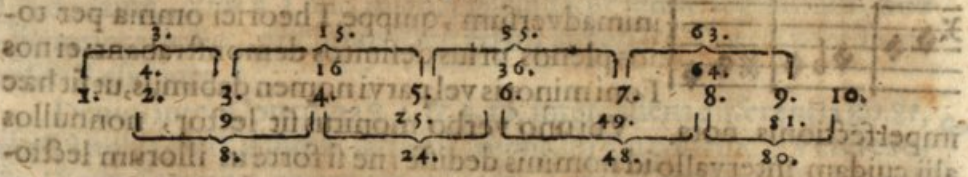
Hic

His addi potest duplicatum intervallum 15. 16. sc. 225. 256. qd paulo minus excedit intervallum 8. 9. quam 15. 16. intervallum 128. 135. Et priora quidem tria oriuntur ex subtractione mutua Concinnorum diverforum: hoc vero ex additione duorum concinnorum æqualium, sed minus usitate.

Atq; hinc emicat

Corollarium arithmeticum

pulchrum admodum in numeris & typo sequenti.



Omnis sc. numeri infra decem quadratum cum rectangulo binorum numerorum illum proximè circumstancium constituit intervallū vel consonum vel concinnum vel Tertium, excepto septenarij quadrato 49. & rectangulis ejus duobus 35. & 63. Sed hic exulat concinnum 9. 10. & consona pleraq; præter 3. 4. Est igitur fortuitum, respectu ordinis Numerorum & facturæ hujus typj.

Frustra causas hinc petet arithmeticus, frustra septenarij superstitione occupabitur Pythagoricus, tanquam numeri numerantis: altiſſes res est repetenda ex Geometria, & Numeris numeratis & figuratis, sc. ex ipsis figuris indemonstrabilibus, quarum est prima septangulum. Nam quo minus ultra decem typus continuari possit, sequente Concinni natura; non jam septenarius amplius impedit, sed alij numeri figurarum indemonstrabilium 9. & 11. qui rectangulum efficiunt 99. qd cum quadrato Denarij 100. constituit intervallum penitus abhorreas à natura Cantus. Usq; adeo multum interest inter Axiomata doxastica & epistemonica.

Ordo concinnorum in perfectione, & appellationes.

Diximus hætenus de origine & ordine Intervallorum, quæ sunt minora consonis: dicendum nunc etiam de eorundem differentijs, deq; appellationibus, quas non planè easdem cum veteribus retinere possumus, cum & in rebus ipsis & in causis earum, nobis ab illis discendum fuerit.

Consentaneum igitur est supra dictis, præsertim Axiomati II. ut horum intervallorum ad concinni naturam pertinentium, quodlibet retineat naturam illorum consonorum, à quibus constituitur. Cum igitur ex consonis duplo intervallo minoribus, perfectissima sint ista 2. 3. & 3. 4.

E 3. propter

CAP. IV.
Tonus Major quid?



propter figurarum Nobilitatem à quibus originē ducunt: etiam soboles earum comunis inter concinna, sc. 8. 9. cæteris erit præferenda. Hoc igitur intervallum comūni cum veteribus nomine TONUM dicamus, & propter hanc præcellentiam, Tonum perfectum, propter verò magnitudinem proportionis, Tonum Majorem.

Tonus minor.



Vicissim si compares perfectum 2. 3. majus cum majori imperfecto 3. 5. superius, vel si perfectorum minus 3. 4. cum imperfectorum minori 5. 6. inferius, nascetur ex hoc connubio intervallum concinnum imperfectius 9. 10. quod est minus quam 8. 9. quod intervallum cum in veteri Musica ante Ptolemæum ferè non esse animadversum, quippe Theorici omnia per tonos plenos prius definitos demonstrabant: ei nos Toni minoris vel parvi nomen dabimus, ut sit hæc imperfectionis nota. Vbi uno verbo monitus sit lector, nonnullos alij cuidam intervallo id nominis dedisse; ne si forte in illorum lectionem inciderit, oscitantia perturbetur.

Sin autem perfectum majus 2. 3. cum imperfecto minori 5. 8. superius, vel si perfectum minus 3. 4. cum imperfecto majori 4. 5. inferius associasti; Concinnum ex comparatione ortum sc. 15. 16. rursus trahit aliquid imperfectionis ex origine hac sua, diciturque semitonium, vocabulo eodem, quod habet ipsū hoc intervallum in usitatâ hodierna musicâ, quia paulò majus est semisse Toni majoris. Hoc aliqui Tonum Minorem diciturunt, à quibus lector sibi caveat, ne perturbetur.

Semitonium.



dem, quod habet ipsū hoc intervallum in usitatâ hodierna musicâ, quia paulò majus est semisse Toni majoris. Hoc aliqui Tonum Minorem diciturunt, à quibus lector sibi caveat, ne perturbetur.

Hæc igitur tria orta a perfectis, comparatis vel inter se vel eum imperfectis, hoc obtinuerint, ut concinna per se & semper essent.

Contra si comparasti inter se imperfecta, ex Pentagono vel Decagono orta, vel superius 3. 5. cum 5. 8. vel inferius 4. 5. cum 5. 6.; intervallum hinc ortum, scil. 24. 25. tantæ est imperfectionis, ut penè inter concinna esse desinat. Hoc intervallum appellabimus Diesin, voce veteri; quasi dicas, remissionem chordæ. Nec laboro, ut sub hac voce eandem cum veteribus quantitatem intervalli proponam; quod iterum monuisse sufficiat. Imperfectionis causæ sunt tres; origo, parvitas (cùm non æquet partem toni perfecti tertiam) & quia est etiam inter Tertia connumeratum superius, inter illa sc. quæ concinnandis generibus cantus inserviunt: oritur enim etiam ex tono minori & semitono comparatis. Nam hoc intervallum non per se, nec semper concinnum est: non solet enim vox humana cantū una & eadem $\alpha \gamma \omega \gamma \eta$ per hoc intervallum traducere, ut per intervalla cætera; sed negligit & transfilit illud, nisi tantum in variatione cantus, condimenti causa: tunc fit extraordinariè concinnum, sed sic ut quasi novum genus cantus incipat; & artis est laborisq; non modici, voce humana sine organo id assequi. Itaq; hoc intervallum tantum discriminat genera concinnorum, eoq; pacto ijs inservit.

Diesin.



Cœpi-

Coepimus dicere de Intervallis tertijs ; primum enim ex ijs 24. 25. seu diesis, idem fuit etiam concinnorum ultimum. Sequuntur nunc etiam reliquorum appellationes. Nam 728. 135. q. d. oritur ex 15. 16. et 8. 9. potest appellari diesis major & irregularis: quod ut supra dictum paulo ad modum (sc. quantitate 2025. 2048.) est minus intervallo concinno semitonij & vix ab illo dignoscitur. Estq; hoc nomine inter concinna, quia dieseos legitimæ vicem sustinet; præsertim in mutatione cantus. Est enim genesis ejus non tam naturalis, quam usu necessaria, ut undiquaq; sint in promptu semitonia & dieses, propter varia condimenta cantus. Qua de causâ, cum à Tono majori rescindatur semit: legitimum, hoc restante intervallo, possumus illud etiam appellare Græcâ voce Limma seu Residuum.



Cap. IV.

Diesis major seu Limma

Deniq; inter Concinna 8. 9. & 9. 10. intercedens differentia 80. 81. potest à nobis dici Comma, latine segmentum seu concisio: Veteres enim Diesin suam in 4. partes concidebant, indeq; Commata illas appellabant, existimantes hoc esse commune Elementum consonorum omnium: hoc verò intervallum est parte quarta de nostra diefi paulo majus, minus parte tertia. Nam 24. 25. est 72. 75. vel 96. 100. Ergo pars tertia esset 74. 75. pars quarta 96. 97. circ: est verò 80. 81. inter utrumq;. Nos propiori numero possemus illud definire octavam partem toni majoris, sc. 8. 9. Quod etiam sic patet. Hic dividitur Tonus major 8. 9. in diesin 72. 75. semit: 75. 80. & comma 80. 81. comma verò 8. 72. 24. fuit modò pars circiter tertia dieseos: igitur commata circiter 4. æquiparantur dimidio Toni; octo, toti Tono, proximè quidem, non omnimodè. Hoc igitur intervallum inter concinna illa planè non est, quæ deinceps canuntur, ob parvitatem auditu vix perceptibilem, ne- dum humano cantu per se seorsim, binis deinceps vocibus expressilem.

Commas

75. 15. 25.
80. 16.

9. 81.

At non ideo definit esse concinnum ut 11. 12. & similia: quia comparamus etiam illa, quæ locis & tempore sunt dissita. Duplex verò semitonium ideò statuendum est, quia in divisione Tonorum deinceps ordinatorum, bina aliquando semitonia locantur deinceps; ijsq; in unum conflatis interdum pro tono utuntur, qui varietatem affectant & insolentiam, ad exprimendos graves animorum motus.

Semit: duplex

Nota quod inter semitonium 15. 16. & Diesin 24. 25. est 125. 128. fere 42. 43. seu comma duplex. Cui si addideris Comma 80. 81. fit 625. 648. fere 27. 28. seu comma triplex. Idem verò 80. 81. ablatum à diefi 24. 25. relinquit 243. 250. quod est quamproximè 35. 36. Idem comma ablatum à semitonio 15. 16. relinquit Limma Platonicum 243. 256. quod est fere 19. 20. additum verò ad 15. 16. facit 25. 27. quod est inter 12. 13. est 13. 14. Sic duo Toni majores 8. 9. faciunt additi 64. 81. quo intervallo ablato à 3. 4. constituit Plato Limma suum. Hoc verò 243. 256. ut limmate ablato à Tono majori, restabat Platoni 2048. 2187. quod ille Apotomen appellavit, estq; majus commate 80. 81. uno quam Limma nostrum 728. 135. & superat semitonium 15. 16. parum admodum.

Comma duplex
Triplex

Diesis diminuta
Limma Platonicum

Semit: augmentum
Apotome Platonicis

Hæc quamvis sint inusitata intervalla, fiet tamen infra lib: V. aliquorum mentio.

CAP. V.

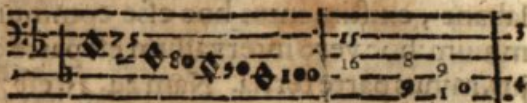
CAPVT V.

De Consonorum intervallorum

sectione naturali in Concinna, & hinc or-
tis eorum appellationibus.

Quæ essent Intervalla Concinna, id est auribus humanis in traductione cantus observabilia, & voce canentis imitabilia, dictum est capite præcedenti. Nunc singulari cura dispiciendum est nobis, in quæ Concinna quodlibet ex Consonis, naturâ Duce dissolvatur.

Resumptis igitur numeris iisdem, per quos omnes sectiones harmonica naturales, chordæ unius, in unum conspectum collocatæ fuerunt: apparebit nobis, intervallum inter numeros 75. & 100, interpositis 80. & 90. abijisse in hæc tria concinna, in semitonium 75. 80. vel 15. 16. Tonum majorem 80. 90. hoc est 8. 9. & tonum minorem 90. 100. hoc est 9. 10.



Idem etiam est factum cum intervallo inter numeros 72. & 96. intercedentibus iisdem 80. 90. Nam 72. 80.

est 9. 10. Tonus minor: & 80. 90. ut supra,

est Tonus major, deniq; 90. 96. est 15. 16.

Semitonium. Utrinq; verò inter extre-



mos, tam 75. 100. quàm 72. 96. intervallum 3. 4. deprehenditur. Quare cum Natura nos docuerit coaptare hos numeros, ob sectionem circuli per figuras demonstrabiles: Natura igitur duo intervalla sesquitercia, certi situs inter duos terminos proportionis duplæ, actu ipso sectionum, divisit in tria intervalla perfecta Concinna, Tonum majorem, tonum minorem, & semitonium. Atqui trium intervallorum contiguorum, oportet esse locos seu voces seu chordas quatuor. Hinc igitur intervallum sesquitercium, dici capit Quarta, subaudi, Quarta vox à primâ seu superiore seu inferiore. Eadem de causa Græci appellant hoc intervallum $\Delta\iota\alpha\tau\epsilon\sigma\sigma\alpha\epsilon\omega\nu$, quod latinis etiam litteris exprimimus, usitato modo scribentes Diatessaron.

Quarta seu
Diatessaron

Quinta seu
diapente

Sequitur igitur, ut quia intervallum sesquialterum superaddit tonum unum perfectum (quippe differentia inter 2. 3. & 3. 4. fuit 8. 9.) ex hoc ipso, dicatur Quinta, seu, Græcæ pronunciationis imitatione, Diapente; non obstante quod actu ipso in totidem concinna divisa non sunt per sectiones nostras harmonicas, intervalla sesquialtera: eâq; de causâ numerus unus, ad hanc divisionem plenariam necessarius, adhuc nobis desit: quem defectum Deus ipse creator etiam in planetarum motibus expressit, ut libro quinto audiemus.

Porrò quia sic etiam tam 5. 8. quàm 3. 5. superaddunt sesquialteræ

2. 3. unum ex jam dictis elementis, illud quidem semitonium 15. 16. hoc CAP. V. verò tonum minorem 9. 10. ; ex hoc appellantur Sextæ, illud quidem Sextæ, major & minor. hoc minor.

Diapente	Diatessaron	Dia hex
----------	-------------	---------

Vicissim quia tam 4. 5. quàm 5. 6. demunt de sesquitercia unum ex jam dictis Elementis, illud quidem semitonium 15. 16. hoc verò tonum minorem 9. 10. ut ostensum est capite præcedenti, restant igitur ijs bina solummodò ex elementis concinnis, illi quidem Toni, major & minor; huic Tonus major & semitonium. Ex hoc quidam Intervalla hæc appellant voce Græca Ditonos, majorem & minorem vel semiditonomum, cumq; duo intervalla tres requirant terminos seu voces, ideo dicuntur, Tertiæ major & minor. Et horum intervallorum per sectiones chordæ naturales constitutorum cætera quidem actu sic divisa sunt, ac supremum & imum actu divisum est nondum.

Quid tertia major & minor.

Galilæus Di toni voce utitur ad significandum aliud quipiam ex veterissima Musica, quod differt à tertia, majore consonante Vide C. XII.

Et cum harmonicæ 3. 5. & 4. 5. sint ex Pentagono, cujus latus infababile, sed & 5. 8. & 5. 6. misceant aliquid de natura Pentagoni; hinc fit ut biga utraq; sit imperfectioris consonantiæ; quæ quo minor est, hoc mollior & blandior auribus accidit; Minor verò est in 5. 6. & 5. 8. quia totum circulum, vel figura perfectiori (sc. Hexagona, cujus latus est efababile longitudine) vel in partes proportionis continuè duplæ (quæ identica est) sc. in 6. & 8. dividunt: Ergò 5. 8. & 5. 6. habentur pro sexta & tertia molli: 3. 5. verò & 4. 5. pro sexta & tertia durâ sive asperâ; & sic etiam appellantur.

Origo vocû Tertia, vel sexta dura, & Mollis.

Mollis	Dura
--------	------

Deniq; quia proportionis duplæ intervallum, ut supra dictum, ex sesquialtero & ex sesquitercio constat, quorum illud Quinta dicitur, hoc Quarta; quæ tamen bina in sui medio habent unum communem terminum, qui unius ultima est, alterius prima, versus plagam eandem in hunc modum;

Octava seu Diapason-

F

Prima

42 DE PROPORTIONIBUS

C AP. V. Prima. Secunda. Tertia. Quarta. Quinta. Sexta. Septima. Octava.

Quid octava seu Diapason.

Sequitur igitur, ut ultima posterioris in numeratione, sit numero octava. Atq; inde hoc intervallum Octavae nomen obtinuit. Graeci ad identicam consonantiam respicientes, appellant $\Delta\iota\alpha\ \pi\alpha\sigma\omega\upsilon$, ut & Latinis literis Diapason scribitur; quasi consumptis omnibus diversum sonantibus, vox canentis octavo sono in seipsam redeat; indeq; novum initium, nova series Concinnorum oriatur, priori per omnia similis: vide Prop. I.



Quid Systematis

Diapasonis

Diapasonis

Frustra hic philosophantur de Numero, cur sc. octava vox consummat omnes, inq; idem redeat: verè enim respondendum est per petitionem principij, quia sc. natura fiat, ut intervallum proportionis duplae, quod per Cap. I. est Identisonum, dividatur in intervalla concinna septem, quae determinantur sonis octo; ut hoc capite probatum est. Ipsi putant fieri hoc, quod Numerus 8, sit primus Cubus & prima Tessera. At quid sectioni chordae cum solidis? Et cur non etiam vox vicefima septima (secundus is cubus est,) redit eodem?

Hinc adeo etiam Systematis nomen propriè & primò convenit intervallo proportionis duplae, diviso per sua septem Concinna, & suis octo vocibus seu chordis descripto, inq; instrumentis expresso: de quo infra Cap IX.

In ijs intervallis quae octavam seu Diapason superant, in multiplicibus, quidem Octavae, duplex Octava, Graecè $\Delta\iota\varsigma\ \delta\iota\alpha\ \pi\alpha\sigma\omega\upsilon$, dici solet, Triplex Trisdiapason, & sic consequenter: In caeteris verò exprimitur Diapason, ejusve multiplex, & additur excessus, hoc pacto, Quinta supra octavam, aut, Octava supra Quintam, Diapason epi diapente, vel $\Delta\iota\alpha\ \pi\acute{\epsilon}\nu\tau\epsilon\ \acute{\epsilon}\pi\iota\ \delta\iota\alpha\ \pi\alpha\sigma\omega\upsilon$. Interdum & numero pergimus, appellantes Nonam, Decimam, Duodecimam, &c.

Hac igitur lectio intervallorum consonorum in concinna, naturalis est, quantitasq; haec, & numerus elementorum concinnorum, ternario non major non sola aurium assuefactione nititur; sed auditus hoc habet ex instinctu naturali: nec possunt, praeter ista, vel alia intervalla, vel alio numero pro concinnis sumi, in quae dividatur quodlibet ex consonis. Nam si velles exempli gratia Diesin adjungere, primum illa est etiam dissonorum Concinnorum soboles; deinde si maximè illam tantum ideò velles adjungere, quia est Consonorum soboles; at solam non posses: traheret n. secum Limma seu Semitonium minus, quod tantum à dissonis oritur. At consentaneum est, auditum illud à sobole consonorum distinguere, ijsq; admittis inter canendum; interq; secunda intervalla, hoc ceu spurium repudiare.

Quare etiam Diesis inter principalia Octavae intervalla non erit,

CAPVT VI.

De cantus generibus, Duro & Molli.

De figurarum generibus dictum est lib. primo, Prop. XLIX. quas cum etiam chordæ sectiones ipsæ imitentur, per Axioma II. hujus; sequitur igitur, ut quia sectio proportionis continuè duplæ, & sectio Trigonica, ejusq; continuè duplæ, sunt ex figuris laterû effabiliû saltem primis, Triangulo & Quadrangulo: Sectio verò Pentagonica fit latere ineffabili; illæ igitur sectiones per Ax: IV. efficiant unum genus cantus, ista genus alterum; cui quidem non propter figuram Tetragonam, sed solum propter identicam bisectionis consonantiam, ad miscetur etiam bisectio.

Hinc ergo nascuntur duo sectionum Genera, unum quidem habet sectiones has

Sectio-Comuni de-Inter-
nes. nominatore. valla.

1	1 2
2	4
5	5
8	1 5
2	6
3	8
3	9
4	1 8
5	1 0
6	2 0
	5
	2 4
	6

Genus molle.

4 5 | 6
12 15 16 18 20 24

Medietates in Notis.

12 15 16 18 20 24

In hoc genere ex sex bigis Medietatû Cap: tertij admittuntur hæ.

3.	4.	5.	6.	
12.	16.	20.	24.	
4.	5.	6.	8.	
12.	15.	18.	24.	
Et.	12.	15.	20.	24.

Alterum genus complectitur sectiones has

Genus durum.

5 6 | 10 15 16
30 36 40 45 48 60

Hic insunt bigæ medietatum ex Cap. III. istæ

Medietates in Notis.

10 12 15 20 30 36 45 60

Sectio-Com: De-Inter-
nes. nominat: valla.

1	3 0	5
2		6
3	3 6	9
5		1 0
2	4 0	8
3		9
3	4 5	1 5
4		1 6
4	4 8	4
5		5
	6 0	

Hec

CAP. VI.

Hæc sunt illa vulgo celebrata duo Cantus genera; & prior quidē dicitur cantus mollis, quia inveniuntur in eo ordinata ab imâ voce, intervalla, Tertia & Sexta molles; posterior verò cantus durus, ab eisdem denominationis intervallis eodem loco systematis octava ordinatis, quorum nominum ratio dicta est, capite V. precedente.

Quemadmodum enim illic 5. 6. loco imo, non tulit 3. 5. sic jam hic 4. 5. non fert 5. 8. quia natura cantus concinni requirit hoc, ut tertia cum sexta faciat perfectam quartam seu diatessaron.

Hinc igitur apparet naturalis sepes utriusq; generis, Nam cum in cantu molli sit imo loco 5. 6. in duro 4. 5. & differentia utriusq; scilicet diessis 24. 25. non sit ex concinnis ordinarijs, per caput IV. ergò non poterunt eadem cantus naturalis serie simul stare imo loco 4. 5. & 5. 6. sed assumpta 4. 5. tertia majore, debet illâ vice exulare ab imo loco 5. 6. aut hæc receptâ extruditur illa; ubi 4. 5. trahit secum 3. 5. & 5. 6. trahit secum 5. 8. sextam minorem.

Rursum autem hoc discrimen utriusq; generis harmoniæ, Deus ipse in motibus planetarum expressit, ut lib. V. audiemus.

De Veterum tribus illis Generibus, quorum hæc Nomina, Diatonicum, Chromaticum, Enharmonium, hic consultò superfedeo dicere, ne confundam lectorem. Possis tamen Diatonicum interpretari, Cantum durum, Chromaticum, Cantum mollem, aut Diatonicos quidem singulos, chromaticum verò, mixtum ex duro & molli. Enharmonium verò nihil habet respondens in cantu naturali; in usuali verò Musica respondent illi quadantenus, vibrationes Vocis humanæ, tremor Organorum, Mordentiæ in fidibus panduræ, & similia.

Vide quæ de his Generibus infra disputamus in Appendice ad textum Ptolemæi.

CAPUT VII.

De plenaria sectione unius Octavæ in utroq; genere cantus, & de ordine naturali concinnorum omnium.

Igitur hætenus Natura ipsa ostendit, in cantu molli, tertium ab infra concinnum, esse Tonum minorem 9. 10. quartum, Tonum majorem 8. 9. quintum, semitonium 15. 16. in cantu verò duro, tertium ab infra 15. 16. quartum 8. 9. quintum 9. 10.

Restant in utroq; genere Cantus adhuc tertiæ binæ, singulæ minores & singulæ majores, quæ nec dum sunt divisa actu, per sectiones chordæ naturales, in elementa minima concinna.

Primum videamus, in quæ Concinna possint illa dividi, deinde quo ordine collocanda sint singula.

Satis autem natura docet, si possimus illa dividere in eadem elementa, ex quibus hætenus vidimus constare, natura monstrante, Diatessa-

tesaron consonantias; non debere nos uti alijs, quarum exempla natura non monstrat. Docet igitur Arithmetica, 4. 5. constare ex 8. 9. & 9. 10. sic 5. 6. ex 8. 9. & 15. 16. En eadem concinna, quæ & haestius.

Quod nisi ordinaveris imo loco Tertiæ cujusq; inferioris, Tonum majorem; non poterit esse chorda una in utroq; genere cantus. Si enim in cantu molli non poteris imo loco ponere tonum majorem, oportet igitur ut ibi colleses semitonium 15. 16. quia hæc duo sola in sunt in intervallo 5. 6. indivisib. In duro contra esset collocandus imo loco Tonus minor, quia illud consonum indivisum, scilicet Tertia major, non habet semitonium, quod antea in molli ponendum fuisset imo loco; ita fierent duæ Chordæ, quarum longior cum maximâ constitueret semitonium, pro cantu molli, altera tonum mainrem, pro duro.

Accedit secundo quod naturæ consentaneum videtur, ut, ubicunq; liberam sectionis electionem habemus, majora intervalla vergant ad sonos graves, quia etiam ipsi graves acutis sunt minores.

Eadem prima ratione evincemus etiam, superiorem tertiam, indivisam hæctenus, sic esse dividendam, ut tonus major sit loco summo, ne septima chorda gemina fiat. Est enim in cantu molli superius 4. 5. in duro 5. 6. naturali methodo in superioribus traditâ. Si ergo Tonum perfectum (alterum scilicet elementum Tertiæ) ordinarem loco inferiori huius Tertiæ superioris; tunc intervallum idem à diversæ altitudinis vocibus confurgens, pertingeret etiam ad diversæ altitudinis voces, quas pro unâ faceret duas. Hæ rationes demonstrativæ & plane necessariae, sufficiunt contra auctoritates Ptolemæi, Zarlini, Galilæi, qui imo loco octavæ habent tonum minorem.

Igitur chordæ octo explicantur his numeris ad eundem communem minimum denominatorem redactis.

Systema Octavæ In cantu molli.

Voces seu Loca	In Notis.	Longitudo chordarū.	Superior.	Quartæ
VIII.		72.	3 60.	2 4
VII.		81.	4 05.	2 7
VI.		90.	4 50.	3 0
V.		96.	4 80.	3 2
IV.		108.	5 40.	3 6
III.		120.	6 00.	4 0
II.		128.	6 40.	3 2
I.		144.	7 20.	3 6

GAR. VI.
 Tocet G...
 Ch...
 Tocet G...
 A. I. A.
 II.
 III.
 IV.
 V.
 VI.
 VII.
 VIII.

In cantu

Voces seu Loca	In Notis.	Longitudo chordarū.	Superior	Quartæ.
VIII.		3 6 0.	1 2 0.	Media naturalis divisa.
VII.		4 0 5.	1 3 5.	
VI.		4 3 2.	1 4 4.	3 6.
V.		4 8 0.	1 6 0.	4 0.
IV.		5 4 0.		4 5.
III.		5 7 6.		4 8.
II.		6 4 0.		
I.		7 2 0.		

**Vide etiam hunc typum, qui eodem redit.

Loca C. duri	VIII.	360.
Chordæ	VII.	405.
Loca C. mollis	VII.	415.
	VI.	470.
	V.	480.
	IV.	540.
	III.	576.
	III.	600.
	II.	640.
	I.	920.

Expressas vides in numeris minimis, non tantum omnium octo longitudinum proportionem, sed etiam quatuor supremarum, & quatuor imarum, numeris minoribus; imprimis vero trium supremarum & trium imarum, de quarum medijs earumque numeris mihi cum authoribus hoc in capite controversia intercedit, Nam VII. in utroque Genere cantus est 405. Et II. utrinque 640.

Memineris autem, chordas uniuscujusque Generis tantum principales octonas in hoc capite poni: de accessorijs, quarum unam Cantus durus adsciscit loco pene supremæ, in sequente dispiciemus: hic enim id agimus, ut videamus, quomodo penes supremæ & penimæ constituendæ sint, ut in utroque Genere possint esse eadem.

Et quia in conjunctione harum utriusque cantus principalium octo chordarum, fit ut duæ earum gementur in Instrumentis Musicis: fiunt ergo in communi systemate, chordæ principales unius Octavæ, decem, agnoscuntur tamen (& sic etiã appellantur) Loca non plusquam octo. Vide originem vocabuli Cap. IV. **

CAP. VIII.

De numero & ordine minimorum intervallorum unius Diapason.

Intervalla imum & summum, ut & quartum, naturâ hoc, illa naturæ imitatione, facta sunt Toni majores: à quibus rursum imitatione naturæ, quæ tonum minorem secat in semitonium & diesin, abscinduntur itidem semitoniam 15. 16. propter majorem varietatem, in cantu flexibus seu anfractibus præcipue; idque superiori parte intervalli: restant igitur in parte inferiore Limmata, seu dieses majores 128. 135. quod diesin 24. 25. uno commate superat. Præ-