tiplicando D p de 2|6. por 1|3. ametade de p q, & o producto 3|38. (area do Triangulo D p q.) multiplicado por 13, altura do Fosso dà no producto 43|94, cuja terça parte será a ditta Pyramide aerea p D q ——— 14|64666

7 Outro tanto he a Pyramide aerea q D ♓ ——— 14|64666

Estas duas se poderiaõ achar em sõma por hũa sò operaçaõ multiplicando D p por p q cada hũa de 2|6. & o producto 6|76. outra vez por 13. que produz 87|88; cuja terça-parte 29|29333. he a somma das dittas duas Pyramides aereas.

Puderase multiplicar logo o numero 6|76. pella terça-parte de 13. mas porque naõ tem terça-parte justa na Dizima, o multipliquei pellos 13, & tomei a terça-parte do producto, que he o mesmo.

8 O Serratil aereo D B Y ♓ se conhece multiplicãdo D B descuberta no §. 2. n. 11. de 211. por B Y, ou D ♓ de 2|6, & o producto 548|6. outra vez por 6|5. ametade da altura do Fosso; de que se gera o ditto Serratil de ——— 3565|90000

O mesmo resultaria da multiplicaçaõ do Triangulo lateral B l Y; cuja àrea he 16|9. por B D 211.

1. *Resumo dos corpos aereos contendos debaixo do espaço P N D B Y q tem imaginado a livel no alto do Fosso.*

O corpo achado no num. 1.	36|61600
No num. 2. ———	3858|27000
No num. 3.	22|49728
No num. 4.	22|49728
No num. 5.	1406|75600
No num. 6.	14|64666
No num. 7.	14|64666
No num. 8.	3565|90000
Cuja somma. ———	8941|82988

Fique em lembrança para despois se fazer mençaõ della na dos mais corpos aereos do Fosso, que vamos medindo. Consideremos agora os corpos aereos que ficaõ contiguos com a Contrascarpa; a saber.

9 A Pyramide aerea conteuda debaixo do Triangulo T G d considerado a livel no alto do Fosso se manifesta multiplicando T G achada no §.4.n.18.de 7|212.por 3|25. ametade de G d; de que se gèra a àrea do Triangulo T d G de 23|439; a qual outra vez multiplicada por 13. altura do Fosso, dà no producto 304|707; cuja terça-parte 101|569. he a quantidade corporea da ditta Pyramide aerea, ou da terra que daquelle lugar se tirou ——————————— 101|569.

10 O Serratil conteudo debaixo do Parallelogrammo G d y β considerado a livel no alto do Fosso se acha, multiplicando a linha G R β porçaõ da nossa Contrascarpa obliqua achada no §. 4. num. 18. de 504|588. por β y, ou d G de 6|5. Talud da Contrascarpa; que pomos igual a ametade da altura do Fosso; de que resultarà a área do Parallelogrammo G d y β de 3279|8220. Esta multiplicada por 6|5. ametade da altura do Fosso produz o sobre ditto Serratil de ——————— 21318|843

11 A Pyramide aerea, que tem por base hum Parallelogrammo (levātado sobre o lado y ≤) taõ alto como o Fosso; & pellos lados quatro Triangulos; dos quaes o da parte superior he igual ao Triangulo y β ≤, & a altura desta Pyramide he a linha y β considerada a livel no alto do Fosso, se acha multiplicando o lado y ≤ achado no §.4.n.19.de 1|378.por 13.altura do Fosso; cujo producto 17|914. multiplicado pella linha y β gera 116|441; cuja terça-parte 38|81366.serà a quantidade corporea da ditta Pyramide aerea y β ≤ ——————— 38|81366

2. *Resumo dos corpos aereos cōteudos debaixo do espaço T β ≤ d imaginado a livel no alto do Fosso.*

O corpo achado no numero 9.	101|56900
No num. 10.	21318|84300
No num. 11. ———————	38|81366
Resumo dos corpos achados nos num. 9,10,11.—	21459|22566

Passemos agora á mediçaõ dos corpos aereos em lugar da terra que se tirou do meyo do Fosso.

12 Juntese em hũa somma a linha d r g achada no §.4. n. 18. de 306|708. com a linha P ℨ descuberta no mesmo §. n. 15. de 233|2; de cujo aggregado 539|908. se tome a ametade 269|954. Esta se multiplique por 66|25. conteudos na linha P r investigada no §.4. num. 13. de que se gera a àrea do Trapezio d g ℨ P 17884|4525. Esta multiplicada por 13. altura do Fosso, dà no producto 232497|8825; pella quantidade corporea da terra tirada do Fosso que assentava sobre o ditto Trapezio d g ℨ P ——————— 232497|8825

13 O Serratil que se levanta sobre o Triangulo rectangulo P ℨ N se inquire do seguinte modo. Multipliquése 116|6. que he ametade da perpendicular P ℨ achada no §.4.n. 15. de 233|2. por ℨ N de 12|1. descuberta no mesmo numero; & o producto 1410|86. será a área do ditto Triangulo P ℨ N. Esta multiplicada por 13. altura do Fosso dá no producto 18341|18. quantidade corporea do ditto Serratil ——————— 18341|18

14 O corpo que se levanta sobre o Trapezio g ⋦ △ θ se investiga do seguinte modo. Juntemse em hũa somma o lado g ⋦ descuberto no §.4.n.17 de 199|07. com o lado △ θ achado no n. 16. de 206|4; de cujo aggregado 405|47. se tome a ametade 202|735. Esta se multiplique pello lado perpendicular θ g de 34|55. investigado no num. 16. cujo producto 7004|49425. he a àrea do ditto Trapezio g ⋦ △ θ; a qual multiplicada por 13. altura do Fosso, gera no producto 91058|42525. quantidade corporea do corpo levantado sobre o ditto Trapezio g ⋦ △ θ ——————— 91058|42525

15 O Serratil levantado sobre o Triangulo rectangulo △ θ N se inquire pello seguinte caminho.

Multipliquese a perpendicular △ θ de 206|4. achada no §. 4.n. 16. por 21|9. ametade da base N θ descuberta no mesmo n. de 43|8; cujo producto 4520|16. he a área do ditto Triangulo △ θ N. Esta se multiplique por 13. altura do Fosso, gera 58762/08. quantidade corporea do ditto Serratil △ θ N ——— 58762|08

O Parallelepipedo levantado sobre o Parallelogrammo rectangulo D N △ B se investiga pella seguinte via.

O lado N △ de 211. proposto no §.4.num. 16. se multiplique por N D de 85|24. descuberta no §. 2. n. 4. cujo producto 17985|64. he a área do ditto Parallelogrammo D N △ B.

Esta se multiplique por 13. altura do Fosso de que se gera 233813/32. quantidade corporea do ditto Parallelepipedo D N △ B ——— 233813|32

3. *Resumo dos corpos aereos em lugar da terra q̃ se tirou do meyo do Fosso.*

O Corpo achado no numero 12.	232497	88250
No num. 13.	18341	18000
No num. 14.	91058	42525
No num. 15.	58762	08000
No num. 16.	233813	32000
	634472	88775

Ajuntemse em hum aggregado os tres Resumos q̄ havemos feito dos corpos aereos que succederaõ nos lugares dos terreos que se tiraraõ do Fosso.

O 1. Resumo dos corpos aereos conteudos debaixo do Espaço P N D B Y q t m, imaginado a livel no alto do Fosso do n.1. atè o n.8. montou ———	8941	82988
O 2. Resumo dos corpos aereos conteudos debaixo do Espaço T β ≤ d, imaginado a livel no alto do Fosso, do n.9. atè o n.11. montou ———	21459	22566
O 3. Resumo do num.12. atè o n.16. dos corpos aereos em lugar da terra que se tirou do meyo do Fosso montou ———	634472	88775
	664873	94329
		10
	6648739	43290

E porque este calculo foi sómente da decima parte desta Fortaleza pentagonica, q̃ vamos calculando, multiplicado o ditto aggregado por

por 10, resulta a quantidade de 6648739|4329. pès cubicos; que tantos importou a terra que se tirou do Fosso.

As muralhas de pedra, & cal tinhamos achado no §. 3. montarem em toda a Fortaleza 11526|76818. braças de 250. palmos cubicos a braça; sem fazer conta das dos alicerses; que mais se devem calcular, & ajuntaremse á sobreditta quantia: mas todavia se devem descontar della os vãos dos Portaes, & postigos (se senaõ houverem de medir por cheyos conforme o contratto) sobre que não trattamos porque pellas sobredittas consideraçoés se lhe pòde fazer a conta.

SCHOLIO.

POsto que havemos feito o calculo do §. 5. com toda a precisaõ (como dos mais) cõ tudo he mais de contemplaçaõ metaphisica, que de acto exercitado em quanto ao todo do Fosso desta Praça; porque fallando moralmente, não se poderá achar sitio taõ regular onde os Fossos hajaõ de ser taõ uniformes na profundidade, & largura em toda à parte; pois em algũas pede o sitio que se profundem em toda a altura, que se lhe quer dar: em outras, menos, & que se levante a Estrada encuberta artificialmẽte. Em algũas corre o Fosso a trainel, com outras mil variedades que causa a disposiçaõ dos sitios, ainda naquellas campanhas que parecem planas; pois rara cousa será darse tal planicie para a fabrica de hũa Praça, que possaõ sahir os calculos tanto ao justo como havemos apontado.

Semelhantemente se deve entender acerca das muralhas; pois nunqua poderaõ ser taõ uniformes em toda a redondeza da Praça, quanto havemos supposto para o calculo; pello que o que havemos feito não he mais que para servir de Roteiro para as mediçoens dos corpos, que segundo o sitio se devem cõsiderar, & medir; porque da regularidade que allí suppozemos se toma a regra para o irregular.

Por esta mesma razaõ não trouxemos a mediçaõ dos Parapeitos, & suas Banquetas; pois das regras sobredittas se tira facilmente luz para se conseguir.

A mediçaõ das Guaritas (quando não se faz por avaliaçaõ) Portaes, arcos de pedraria de volta inteira, & dos abatidos (que chamaõ de volta de cordel, os quaes saõ semicircũferencias ellipticas,& tambem dos meyos òvados) das abobadas de toda a sorte do lajedo,enxelheria, ladrilho,& outras cousas,se reserva para o trattado da Stereometria.

Finalmente advirto que a mediçaõ que fiz das muralhas, & Fossos se póde executar em parte por outras vias conhecidas dos Geometras.Cada hum póde seguir a que melhor lhe parecer.

CAP. VIII.

De hũa regra para se avaliarem as braças das muralhas de pedra, & cal das Fortificaçoens de Alem-Tejo,repartindo o preço proporcionalmente aos Empreiteiros segundo a altura em que cada hum houver trabalhado.

SUccede muitas vezes que tomando hum Empreiteiro as muralhas de hũa Fortificaçaõ, ou parte dellas, para as fazer por preço certo de hum tanto por cada braça, falta na continuaçaõ por fallecer,ou por outra causa,& se dà a obra a outro para a cõtinuar,& querendose pagar aos herdeiros do primeiro, ou a elle se o haõ despedido,ou há deixado a obra com consentimento do Vèdor geral da artilheria,a quem toca olhar pellas despezas,& bondade da obra,mediante o avizo,& informaçaõ dos Engenheiros,ou se o General, ou Governador das armas despedio o Empreiteiro por algũa causa justa,he necessario fazer o computo do preço que merece cada braça segundo a altura a que a obra tem subido;pois se lhe não deve pagar pello preço q̃ se assentou lhe dariaõ por ella,levantada atè toda sua altura,merecendo, & valẽdo mais a braça na mayor que na menor: nem o Empreiteiro que entrar de novo quererá continuala pello primeiro preço que se assentou para toda em geral fazendolhe mayor custo, & valendo mais. Assim que he necessario dar hũa regra para isto; pois de facto tem succedido muitas vezes,& havido muitas duvidas sobre a materia.Nem atègora topei cõ Engenheiro, ou pessoa que o soubesse fazer;não sendo cousa difficil na minha opiniaõ,tomandose primeiro as supposiçoens necessarias,& fundamentaes conforme a practica, & estilo do paiz. Alguns houve que fizeraõ a conta semelhantemente à resoluçaõ de hũa questaõ, que traz Moya no

 livro

livro 9. fol. *mihi* 338. de hum poço, que havia de ſer de 4. eſtadios de profundo; de que o Empreiteiro abrio ſòmente 2. com conſentimento do dono, & reſolve Moya o q̃ lhe devia pagar; couſa ridicula para a materia de que trattamos. E ainda tem q̃ auerigu-ar ſe a reſoluçaõ de Moya he certa no caſo em q̃ elle falla, o q̃ deixo ao arbitrio dos Arithmeticos; pois nos não toca decidir aqui o pôto. Pede a materia mais alta contemplaçaõ do que elle fez. Ficarà todavia inſinuado o ponto no que diſſermos no §. 21. em prova da regra que aqui trazemos para o preço de cada braça, ſegundo ſuas differentes alturas.

Supponhamos pois que a muralha de hũa Fortificaçaõ Real havia de ſubir cinco braças do fundo do Foſſo atè toda ſua altura que ſaõ 50. palmos; ſobre que havia de aſſentar o Parapeito de taipa, & que ſe dava ao Empreiteiro por cada braça de 250. palmos cubicos 1200. reis.

Tomemſe tantos numeros que creſçaõ de 5. a 5. começan- 105
do por 85. como quantas haviaõ de ſer as braças da altura, 100
a ſaber porque haviaõ de ſer 5. ſe tomem os cinco nume- 95
ros diſpoſtos em hũa ſerie debaixo a alto, como parece á 90
margem, os quaes repreſentaõ os preços das braças. 85

Deſtes ſe tome o do meyo que ſaõ 95. & ſe arme hũa regra de tres; dizendo ſe 95. numero medio me daõ 1200. reis preço gèral da braça; 85. primeiro numero ſuppoſto que me darà? & feità a operaçaõ, ſahirá no quociente 1073. reis & $\frac{684}{1000}$ de real; que tanto valerà a primeira braça.

Semelhantemente ſe obre pondo ſempre em primeiro lugar o numero medio 95. em ſegundo os 1200. reis: em terceiro o numero 90. ſegundo da ſerie marginal, & ſahirà no quociente 1136 reis, & $\frac{841}{1000}$ preço da ſegunda braça.

Do meſmo modo ſe obre com os mais numeros, excepto com o medio 95. que reſponde à terceira braça; por ſer eſcuſado, & lhe competem direitamẽte os 1200. reis, & à quarta ſahirà 1263$|\frac{158}{1000}$; à quinta 1326$|\frac{316}{1000}$. 110

Se a multidaõ dos numeros da ſerie for numero pàr na 105
fórma que ſe ve à margem em 6. addiçoens, ſomarſehaõ os 100
dous intermedios 95. & 100. que fazem 195; cuja ameta- 95
de 97$\frac{1}{2}$ ſervirà para o primeiro termo da regra aurea, & no 90
mais ſe obre como ſe tem ditto. 85

Tambem em lugar dos ſobredittos numeros da ſerie mar-
ginal ſe podem pôr 17,18,19,20,21,22, que ſaõ os mini- 22
mos na meſma proporçaõ,&obrar com elles na fòrma ſobre- 21 20
ditta. 19

A regra com os numeros ſobredittos não pòde ſer gèral 18 17
para todas as Provincias; nem ainda para diverſas Villas, & Cidades de hũa meſma Provincia; mas da theorica apontada no ditto §. 21. ſe podẽ buſcar os convenientes com q̃ ſe deve obrar.

SCHOLIO.

A Regra que dei neſte Cap. he para quãdo ſe houveſſe promettido hum preço gèral por cada braça de obra, ſuppondo que havia de ſubir a toda a altura determinada como nelle ſe declara. Porém deſpois de eſcritto o ditto Cap. ſuccedeo ir a Cezimbra, a mandar fazer hũa mediçaõ gèral das obras da Fortificaçaõ daquella Villa; deſpeſa bem eſcuſada em quanto a ſerem de pedra, & cal as que ſe fizeraõ pellas ribanceiras da marinha; que deſpois mais advertidos os Engenheiros fizeraõ em algũa parte do meſmo terreno natural com exceſſiva menoria na deſpeſa.

Neſta mediçaõ gèral achei hũas arremataçoens feitas por outro eſtilo, a ſaber nas obras da praya, & ribanceiras da marinha a braça de alvenaria atè 10. palmos de alto a 1350. reis, & que dos 10. palmos para cima ſe faria avaliaçaõ do que ſe merecia acreſcentar de mais no preço em cada braça. Acerca do Caſtello achei feita a arremataçaõ a 1900. reis a braça com a meſma circúſtancia atè 10. palmos de alto, & dalli para cima ſe avaliaria a mayoria do preço. Aſſim o ajuſtou Joaõ Nunes da Cunha que entaõ era Governador de Setuval, & deſpois falleceo Vice-Rey da India.

Mas na Fortaleza de S. Theodoſio (que aſſim lhe chamaõ) ſe arrematou a braça a 1100. reis atè 12. palmos de alto, & que dos 12. para cima ſe pagaria ao Empreiteiro mais hum toſtaõ por cada braça, não ſe eſpecificando o q̃ ſe lhe daria dos 24. para cima.

Neſtas ſuppoſiçoens he neceſſario apontar o modo da regra, para ſe fazer a conta nas obras da marinha, de quanto ſe deve acreſcentar ao preço dos 1350. reis em cada braça dos 10. palmos de alto para cima, & fazerſe bom de mais ao Empreiteiro ſobre o preço principal; advertindo que os primeiros 10. palmos em que naõ há acreſcentamento de preço ſe entendem da ſuperficie da terra para cima,& em partes onde naõ neceſſitaſſe de andaimes; porque talvez o ſitio deu commodidade para ſe eſçuſarem, por ſer pella parte interior de terreno natural, aonde tãto que o muro ſubio a igualar aquelle livel,dallí para cima ſe podía trabalhar ſem elles em muitas partes,& nunqua os primeiros 10.palmos de alto ſe podiaõ entender entrando os alicerſes , em que hâ a mayor facilidade de obrar, & a mayor ganancia dos Albanès; pois os dittos alicerſes ſe abriraõ com gente de faxina (aſſim chamaõ à miliciana, ou infanteria paga, que entra a trabalhar ſem jornal nas occaſioens de preſſa, ou de perigo) & poſto q̃ o meſtre Empreiteiro os encordoou, & aperfeiçoou para fundar, ſe lhe paga eſte trabalho de per-ſi por hũa avaliaçaõ racionavel que fiz tomando outros votos.

Mas porque na conta deſte Cap.8. ſuppunhamos que a obra havia de ſubir a 50.palmos de alto , & neſte Scholio vai com outra ſuppoſiçaõ,que he ſubindo ſòmente atè 10. palmos , & dallí para cima ſeria por orſamento a mayoria do preço conforme o q̃ mais ſubiſſe, por tanto he neceſſaria a conta em outra fòrma , de què ſe veja a razaõ na nota do §.21.da ſeg. part. Qualificat.

Tomemſe tantos numeros começando por 19. como quantas vezes 10. palmos ſubio a obra do livel do terreno para cima,os quaes numeros creſçaõ de 1. a 1. o proximo ſuperior ſobre o immediato inferior,como ſe vè nos numeros à margem. Propõ-
do pois que a obra ſubio a 50.palmos; (ſuppoſto q̃ em Ce- 23
zimbra não he tanto)para ſe ſaber o modo do proceſſo ſe ar- 22
me hũa regra de tres pondo em primeiro lugar, o primeiro 21
numero inferior, que he 19.em ſegundo os 1350. reis do 20
preço de cada braça atè os 10. palmos de alto;em terceiro os 19
20. numero immediato ſuperior ao primeiro 19. & executada a regra ſahirà no quociente o numero $1421\frac{1}{19}$ que na conta da Dizima he 1421|05254. proximamente ; & tanto ſe deve dar por cada braça de 250.palmos cubicos dos 10.palmos de alto atè os 20. que vem a ſer $71\frac{1}{19}$ reis de mais dos 1350. reis que ſe daõ por cada braça atè os dittos 10. palmos de alto.

Mas dos 20.para cima atè os 30. ſe poria em primeiro lugar o meſmo partidor 19. em ſegundo os meſmos 1350. primeiro preço;em terceiro o numero 21. & executada a regra ſahirá o preço

de

de cada braça dos 20. atè os 30. palmos de alto por 1492$\frac{2}{19}$ reis.

Semelhantemente ſe farà a conta para as mais alturas de 10. a 10. palmos; em que limitamos os termos por ſer na fòrma da cōdiçaõ que limitou hũ meſmo preço do chaõ atè os primeiros 10. de alto, & juntamente porque querer fazer a conta mais miuda, q̄ de 10. a 10. palmos de alto ſeria hũa eſcrupuloſa impertinencia; alem de que concordaõ os meſtres Albanès que de 10. a 10. palmos he que ſe pòde fazer eſta conta, havendoa por aſſaz miuda, & eſcrupuloſa.

Tambem ſe deve advertir que achado hũa vez o preço dos 1421$\frac{1}{19}$ de cada braça dos 10. palmos atè os 20. de altura he eſcuſado repetir a regra de tres para as mais alturas; mas ſòmēte ver o exceſſo dos 1421$\frac{1}{19}$ ſobre os 1350. primeiro preço celebrado que ſaõ 71$\frac{1}{19}$ & eſte exceſſo acreſcentalo a cada preço tocante a cada 10. palmos mais de alto; como ſe aos 1421$\frac{1}{19}$ ſe acreſcentarẽ 71$\frac{1}{19}$ reſultaõ 1429,$\frac{2}{19}$ preço de cada braça dos 20. atè os 30. palmos, & aos 1492$\frac{2}{19}$ acreſcentando outra vez 71$\frac{1}{19}$ compoem 1563 $\frac{3}{19}$ preço de cada braça dos 30. atè os 40. palmos de alto, & aſſim por diante.

Nas obras do Caſtello porque foi o preço de cada braça atè os primeiros 10. palmos de alto a 1900. reis ſe deve ſòmente variar o ſegundo termo da regra aurea pondo os dittos 1900. reis em lugar dos 1350. & ſahirà o preço de cada braça dos 10. palmos para cima atè os 20. a 2000. reis, ſendo o exceſſo ſobre o primeiro, 100. reis, & eſtes ſe devem acreſcentar mais aos 2000. reis fazendo 2100. por cada braça dos 20. palmos atè os 30. & aſſim por di ante.

Mas nas obras da Fortaleza de S. Theodoſio ſe deve fazer a cōta com outra conſideraçaõ a reſpeito que ſe aſſentou preço certo atè 12. palmos de alto a 1100. reis, & que dos 12. atè os 24. ſe acreſcentaria mais hum toſtaõ em cada braça ſem ſe eſpecificar o que ſeria dos 24. palmos para cima; pello que ſe deve fazer a conta com os numeros á margem que ſe vencem de 4. a 4. ſen- 91
do o minimo inferior 75. & deixando as braças atè os 12. 87
palmos de alto por terem preço certo de 1100. reis, ſuppo- 83
remos que o numero 75. reſpōde ao preço primeiro & jun- 79
tamente ao acreſcentamento do toſtaõ, que ſe acreſcentou 75
dos 12. atè os 24. de alto; o qual numero 75. ſervirà de partidor

na

na regra aurea que he o primeiro termo: o segundo será 100. que he sómente o acrescentamento: o terceiro o numero 79. & feita a operaçaõ sahirá no quociẽte $105\frac{1}{3}$ que he o que se hâ de acrescentar sobre os 1200. reis preço dos 12. palmos atè os 24. & mõta $1305\frac{1}{3}$ preço de cada braça dos 24. atè os 36. palmos.

E se a conta se houver de proseguir dos 36. palmos para cima, se armarà a regra aurea pondo em primeiro lugar o numero 79. em segundo o numero $105\frac{1}{3}$ em terceiro o numero 83. & feita a operaçaõ sahirá no quociente $110\frac{2}{3}$ que se devem acrescẽtar aos $1305\frac{1}{3}$ preço da braça dos 24. atè os 36. & resultaõ 1416. reis preço de cada braça dos 36. palmos para cima atè os 48; pois imos fazendo esta conta de 12. a 12. palmos de alto segnindo a fòrma do contratto que foi que dos 12. até os 24. se acrescentariaõ mais 100. reis em cada braça sobre os 1100. do chaõ atè os 12. de alto.

Ou tambem se pòde pòr sempre em primeiro lugar o numero 75. em segundo o numero 100. em terceiro o numero 83, & feita a conta sahirá no quociente o numero $110\frac{2}{3}$ que se dève ajuntar aos $1305\frac{1}{3}$ que tocaõ a cada braça dos 24. atè os 36. palmos, & faz somma de 1416. que será o preço de cada braça dos 36. atè os 48. palmos: & armando outra vez a regra aurea com os 75. em primeiro lugar; em segundo o mesmo acrescentamento 100; em terceiro o numero 87; & executada a regra sahiráõ no qnociente 116. que se devem acrescentar aos 1416. que pertenciaõ a cada braça dos 36. atè os 48. palmos, & faz tudo somma de 1532. que tocaõ a cada braça dos 48. palmos até os 60. de alto, & semelhantemente por diante.

E ainda que nós havemos feito as suppósiçõens, & consideraçõens para as outras contas deste Cap. & Scholio de 10. a 10. palmos de alto; todavia aqui seguimos as mesmas de 12. a 12. palmos assim por respeito da condiçaõ do contratto; como porque esta materia naõ procede por pontos indivisiveis, & os fundamentos das regras que suppozemos de 10. a 10. palmos de alto se podẽ tambem suppor sem escrupulo algum de 12. a 12.

NOTA.

Devese notar que o numero menor 75. da serie marginal he proporcionado aos 1200. reis do preço de 1100. & acrescentamento de 100. que fazem os dittos 1200. reis dos 12. atè os 24. palmos de alto; & que em segũdo lugar da regra aurea se puzeraõ sòmente os 100. reis do acrescentamento pella razaõ declarada no fim da nota ao §. 21. da seg. part. Qualificat.

CAP. IX.

Do desenho para se fabricarem os arcos de pedraria, assim de volta circular, como abatidos, & de sua mediçaõ.

SAõ necessarios arcos de pedraria nos Portaes das Fortalezas, & em outras fabricas; cuja mediçaõ naõ he commũa quando saõ abatidos, nem a dos circulares, com certeza; como adiante mostraremos.

E posto que o erro he de pouca cõsideraçaõ em hum arco pequeno; todavia nos grandes, ou em muitos arcos se faz consideravel; o qual erro he pella mayor parte contra o dono da obra, porque os medidores, & Architectos medem ordinariamente a favor dos Empreiteiros.

Por tanto procederemos por §§. distinctos neste Cap. para melhor percepçaõ da materia.

§. 1.

Da fabrica, & mediçaõ dos arcos de volta circular.

PARA os arcos circulares se cortaõ as pedras na mesma fòrma por vitollas de taboas, que saõ porçoens do mesmo arco, que se hà de fabricar, & tambem hũas Vitollas circulares; cuja superficie convexa ajusta cõ a concava do arco: outras; cuja superficie concava ajusta com a convexa do ditto arco.

Sua mediçaõ he facil pella proporçaõ proxima â verdadeira, que Archimedes [r] achou; a saber que a circunferẽcia de qualquer circulo he tripla de seu diametro, & o vence ainda mais por hũa porçaõ menor q̃ $\frac{10}{70}$ ou $\frac{1}{7}$: porèm mayor que $\frac{10}{71}$; de maneira que se o diametro se puzer de 497. partes iguaes, serà a circunferencia mayor que 1561. porèm menor que 1562. E que a verdadeira proporçaõ esteja entre estes termos, tornou despois de Archimedes

r) Prop. 3. de circuli dimens.

medes a demonſtrar doutiſſimamẽte, o inſigne Pedro Nunes noſſo Portugues na reprehenſaõ oitava contra os erros de Orontio, q̃ injuſtamente reprovàra a Archimedes; como tambem demonſtra Clavio [r] & outros; & ſaõ infinitos os que a referem. [r] Na prop. 2. lib 4. Geom. practicæ.

E poſto que Ludolpho de Collen, Chriſtovaõ Griemberger, Simaõ Stevino, & outros tragaõ outras proporçoens mais apuradas, entre os meſmos termos de Archimedes, he em numeros taõ grandes, que mais podiaõ ſervir de embaraço na practica que de certeza; ſendo que ainda aſſim naõ ſahem as operaçoens ſenſivelmente differentes das executadas pellos termos de Archimedes, no que toca a achar a circunferencia pello diametro, ou eſte por aquella, mas no tocante as áreas ſe veja o que diremos no Scholio deſpois do §. 4. deſte Cap.

He pois a ſua proporçaõ geralmente recebida do diametro para a circunferencia, ou do ſemidiametro para a ſemicircunferencia como de 7. para 22. o que ſuppoſto. Proporçaõ cõmumente recebida do diametro para a circunferencia proxima à verdadeira.

Seja o arco circular que ſe quer medir repreſentado na ſemicircunferencia B O E; por quanto por reſpeito da altura I O V das pedras que o formaõ ſe deve medir o ditto arco B O E que paſſa pello ponto O meyo da ditta altura; cujo diametro he a linha B C D E. Fig. 126. A

Supponhamos pois que o ditto arco tem de vaõ na linha C D 11. palmos, & na altura I O V (que chamaõ cabeça) $1\frac{1}{4}$ por onde ſerà a media cabeça I O $\frac{5}{8}$ de palmo igual com B C, ou D E; & por tanto a ſomma de B C, D E $1\frac{1}{4}$ igual com I O V, & o diametro B C G de $6\frac{1}{8}$.

Armando pois a regra aurea à ſaber ſe 7. ſemidiametro de qualquer circulo, daõ 22. por ſua ſemicircunferencia; $6\frac{1}{8}$ conteudos no ſemidiametro B C G que daraõ? & executada a regra na fôrma vulgar aos Arithmeticos, ſahirá a ſemicircunferencia B O E $19\frac{1}{4}$, os quaes multiplicados por $2\frac{1}{2}$ que tem as duas cabeças, a ſaber I O V de hũa banda do arco, & outra ſemelhante da outra; pois cada hũa tem $1\frac{1}{4}$ & ſer eſtilo mediremſe todas as ſuperficies lavradas por palmos ſuperficiaes; multiplicando o comprimento pella largura; que deſpois ſe reduzem a varas de $7\frac{1}{2}$ palmos ſuperficiaes, reſulta deſta multiplicaçaõ $48\frac{1}{8}$ que partidos por $7\frac{1}{2}$, ſahẽ no quociente 6. varas, & $\frac{5}{12}$ de vara. Mediçaõ de hũ arco circular de pedraria.

Devеſe agora medir a ſuperficie concava do arco; cuja largura correſponde à groſſura da parede mais folgadamente; porque de ordinario a pedraria ſahe algũa couſa fóra das ſuperficies da parede,tanto como meyo dedo,ou menos (que ſe chama relexo) cuja largura ſe deve tambem medir, & acreſcentar á altura de cada cabeça do arco, ſe a ditta largura do relexo for conſideravel.

Para ſe medir pois a ditta ſuperficie concava do arco ſe conſidere o ſemidiametro C G; o qual he de $5\frac{1}{2}$ por ſuppormos o diametro C G D do vaõ do arco ſòmente de 11.palmos.

Pello ditto ſemidiametro de $5\frac{1}{2}$ ſe inveſtigue conforme a ſobreditta regra aurea,& proporçaõ de Archimedes a ſemicircunferencia C I D que ſe achará de $17\frac{2}{7}$. Eſtes multiplicados pella largura do arco (que chamaõ Aduella) a qual ſupponhamos de $3\frac{1}{4}$ reſulta o producto $56\frac{5}{28}$ palmos ſuperficiaes; que reduzidos a varas de $7\frac{1}{2}$ fazem $7\frac{103}{210}$.

Sommando pois as $6\frac{5}{12}$ varas acima achadas, cõteudas nas duas cabeças deſte arco ———— $6\frac{5}{12}$
com as $7\frac{103}{210}$ conteudas em ſua ſuperficie concava ———— $7\frac{103}{210}$
montaõ $13\frac{127}{140}$ ———— $13\frac{127}{140}$
a preço de 800. reis a vara por ſer eſte arco de pedraria lavrada de eſcoda miuda monta a dinheiro $11125\frac{5}{7}$

SCHOLIO.

A Mediçaõ deſte arco foi feita por hum medidor da Cidade achandome eu preſente; & porque vi que aquelle, & outros medidores fazem eſtas mediçoens menos ajuſtadamente do que convem, quiz aqui eſcrever eſta regra, para lhe ſervir de exemplar.

O eſtilo do ditto medidor não he preciſo; porque inquire a ſemiperipheria B O E imaginada pello meyo da cabeça I O V; [a qual ſe achou de $19\frac{1}{4}$] & logo juntando em hum aggregado a ſomma das duas cabeças que he de $2\frac{1}{2}$ com a largura do arco $3\frac{1}{4}$ que fazem $5\frac{3}{4}$, os multiplica pellos $19\frac{1}{4}$ de que reſultaõ palmos ſuperficiaes $110\frac{11}{16}$ a que reſpondẽ varas $14\frac{91}{120}$ de $7\frac{1}{2}$ cada hũa. Mas porque nós tinhamos achado $13\frac{127}{140}$ vem a contar o medidor de mais $\frac{143}{168}$ de vara em que ſe monta a dinheiro $680\frac{20}{21}$ reis.

Bem vejo que iſto naõ he couſa de conſideraçaõ; porèm he neſte arco de pequeno vaõ; que nos grandes ſerá o erro de mayor porte; & ſe forem muitos os arcos, como em hum clauſtro de Cóvento,

vento,ou Capellas de Igreja,virà a ſer de importancia.

Porém a mayor razaõ he que ſempre ſe devem fazer as contas ào certo, & naõ erradas, monte o erro pouco, ou muito. A cauſa donde eſte procede he que por aquelle ſeu modo vem os medidores a multiplicar a largura da ſuperficie concava do arco pello comprimento da linha circular B O E,quando a deviaõ multiplicar pello da circular C I D menor que o daquella;& ſò multiplicaõ bem a ſomma das duas larguras das cabeças que he o dobro da linha I O V pello comprimento da ditta circular B O E. Iſto he notorio, & facil de provar a quem tem qualquer noticia da Geometria.

Alargueime com tanta miudeza, para que diſto tenhaõ conhecimento os Architectos civís,& medidores por evitarem os abuſos nas mediçoens, que ordinariamẽte ſaõ em danno dos donos das obras como eſte,& procurem dar a cada hum o q̃ lhe pertẽce.

Tambem convem advertir, que coſtumaõ algũs Architectos, & medidores tomar os quebrados aſſim nas contas da Arithmetica, como nas medidas das obras mais largamente do que he juſto,ou por não ſaberem fazer as contas,ou por ſe não cançarem; de que pudera allegar algũs exemplos, que deixo por evitar mayor prolixidade.

Por eſta razaõ fora muito conveniente que aprendeſſem os quebrados pello modo da Dizima,excellente invençaõ de Simaõ Stevino Hollandez,que hei dittado na Aula Regia da Mathematica,em que leo,& de que uſaõ meus diſcipulos,pella grande facilidade, & brevidade com que ſe obra a reſpeito da moleſtia, & embaraço dos quebrados da Arithmetica ordinaria; que ſe por eſta facil via fizeramos a conta,achariamos em lugar das $6\frac{5}{12}$ varas

Vai agora jũta com eſta obra.

eſte numero ——— 6|41666
E em lugar das $7\frac{103}{210}$ achariamos ——— 7|49047
Cuja ſomma 13|90713. multiplicada pellos 800 13|90713
reis, preço de cada vara daria os meſmos 11125. 800
reis,& $\frac{70400}{100000}$ de real; o qual quebrado val quaſi o 11125|70400
meſmo que $\frac{7}{10}$ inſenſivelmente differente de $\frac{5}{7}$ que
achamos na primeira cõta de mais dos 11125. reis.

§. 2.

Da descripçaõ das Ellipses em cuja fórma se fabricaõ os arcos abatidos.

AS Ellipses se desenhaõ por muitos modos mediante varios instrumentos inventados por diversos Autores que escusamos referir, apontando sómente o modo mais facil, & commum, & de que usaõ os nossos mestres pedreiros ensinados por algum Geometra noticioso das Secçoens conicas; & por se executar mediãte hum cordel lhe chamaõ os Architectos, & a seu exemplo os mestres pedreiros, arcos de volta de cordel, & outros de Sarapanel; cuja etymologia me não occorre.

O Padre Christovaõ Clavio, [γ] Simaõ Stevino, [ε] Francisco de Schooten, [α] & outros descrevem estas Ellipses de volta de cordel na seguinte fòrma; que he a de que usaõ os pedreiros.

Seja o diametro mayor A B, o menor C D que se cruzem pello meyo em angulos rectos no ponto E. Do ponto C, ou D como de centro, & com o intervallo A E, ou B E se descreva hum arco que corte o mayor diametro A B no ponto F, & semelhantemente outro que o corte no ponto G. Preguemse dous cravos redondos nos pontos F, G, & naquelles se ate hum cordel do comprimento do diametro A B; no qual se accõmode hum ponteiro (como por exemplo em H) que com força sempre igual estenda o cordel formando angulo (como se mostra na disposiçaõ F H G, ou em qualquer das outras linhas occultas F I G que formaõ o angulo I) & o leve em volta à roda dos cravos F, G; porque assim se formarà a Semiellipse B C H A; & semelhantemente a outra A D B; o que se collige da prop. 52. do terceiro livro de Apollonio Pergæo, ou da 129. do livro da Quadratura do Padre Gregorio de Saõ Vicente.

[γ] Gnom. lib. 1. lem. 21

[ε] Lib. Geom. prop. 9.

[α] De org. conic. sect. descriptione c. 4.

Fig. 127. A

Modo de descrever as Ellipses.

§. 3.

Achar a área de qualquer circulo, dado o diametro, ou a circunferencia.

A Area de qualquer circulo se acha multiplicando [γ] o semidiametro pella semicircunferẽcia; porq̃ o producto serà o va-

[γ] Clav. lib. 4. Geomet. pract. cap. 7.

valor da ditta àrea. Seja o circulo cujo diametro ſupponhamos ſer de 29. palmos. Conforme o ditto no §. 1. ſe acharà a circunferẽcia de 91|142857. & ſua ametade 45|5714285; a qual multiplicada por 14|5. que he ametade do diametro gera a área do ditto circulo 660|78571.

Area de hum circulo como ſe acha.

Se fora dada a circunferencia, & naõ o diametro, por a quella ſe acharia eſte, por ſer a ſua proporçaõ como de 22. para 7. & logo a área pello ſobreditto modo.

Tambem multiplicando o diametro pella circunferencia, & do producto tomando a quarta parte, ſerá eſta a área do circulo: porque de linhas dobradas reſultaõ as áreas quadruplas em figuras ſemelhantes; o que ſe funda nas propoſiçoens ſegunda do 12, & 20. do ſexto de Euclides.

Porèm porque no tocante as àreas dos circulos grandes pòde haver ſenſibilidade na differença entre as verdadeiras, & as achadas pella proporçaõ commũa do diametro para a circunferencia como de 7. para 22. ſegundo apontaremos no Scholio deſpois do §. 4. deſte Cap. ſerá melhor uſar de outra proporçaõ mais ajuſtada do diametro para a circunferẽcia, como de 113. para 355. ou viceverſa da circunferencia para o diametro, como de 355. para 113. a qual traz Tacquet como ſe verà no ditto Scholio.

Suppondo pois que o diametro do circulo, cuja circunferencia, & área queremos ſaber, he dos ſobredittos 29. palmos; multiplicando eſtes por 355. & o producto 10295. partido por 113. dà no quociente o numero 91|106195. por circunferencia, ou peripheria do ditto circulo differente por 00|036662. da inveſtigada pella primeira proporçaõ como de 7. para 22.

Achada pois a peripheria 91|106195. ſe multiplique pello diametro 29. & o producto 2642|079655. partido por 4. ſahirà no quociente 660|519914. quãtidade da área do circulo mais ajuſtada que a que nos ſahio de 660|78571. pella proporçaõ do diametro para a peripheria como de 7. para 22. & vẽ a ſer a differença entre hũa, & outra àrea 00|265796.

§. 4.

Inveſtigar a àrea de qualquer Ellipſe, dados ſeus diametros mayor, & menor.

ARmeſe hũa regra de tres pondo em primeiro lugar o diametro mayor, em ſegundo o menor, em terceiro a área do cir-

circulo do diametro menor, & executada a regra, sahirà no quociente a área da Ellipse pertendida.

EXEMPLO.

SEJA o diametro mayor da Ellipse de 29. palmos; o menor de 21. Investiguese pello §. antecedente a área do circulo mayor; de que he diametro 29. & se acharà de 660$\frac{11}{14}$; ou pella cōta da Dizima de 660|78571. Armese pois a regra de tres pondo em primeiro lugar o diametro mayor 29. em segundo o menor 21: em terceiro a àrea achada do circulo mayor 660$\frac{11}{14}$, & multiplicando o segundo numero pello terceiro, & o producto partido pello primeiro; ou partindo o segundo pello primeiro, & o quociente multiplicado pello terceiro, sahirá pello quarto numero buscado 478$\frac{203}{406}$, o qual quebrado $\frac{203}{406}$ he o mesmo que $\frac{1}{2}$ ou na conta da Dizima 478|5. pella quantidade da área da Ellipse pertendida.

O mesmo se acharia se em primeiro lugar se puzesse na regra aurea o diametro menor 21: em segundo o mayor 29: em terceiro a àrea do circulo do diametro menor [que conforme o §.3. se acharia de 346$\frac{1}{2}$] & executada a regra, resultaria o numero 478 $\frac{1}{2}$ ou pella Dizima 478|5. área da Ellipse buscada. Outro modo de inquirir a área da Ellipse se dirá na nota despois do Scholio seguinte.

SCHOLIO.

SE algum curioso quizer achar as àreas assim dos circulos mayor, & menor, como da Ellipse, por outras proporçoens mais ajustadas do diametro de hum circulo para sua circunferécia que de 7. para 22. pois não he a precisa segundo apontamos no § 1. deste Cap. 9. se pòde valer das que acharão Ludolfo de Collen, Christovaõ Griemberger, (& referem outros) em numeros muito grandes, & sahiráõ as áreas dos circulos, & Ellipse ainda mais proximas á verdade; porque ainda que a differença entre a área verdadeira de hum circulo, & a achada pella proporçaõ do diametro para a circunferencia como de 7. para 22. naõ seja sensivel nas àreas dos circulos pequenos; todavia nas dos grandes parece senaõ deve desprezar segundo aponta Clavio: [r] por onde quem quizer póde usar (para achar em primeiro lugar a peripheria pello diametro)

r Geomet. practic. lib. 4. c. 7.

metro) dos seguintes termos que refere Ricciolo [c] por de Ptolemeo, que saõ os seguintes.

Supponde o diametro de 10000000.

Será a circunferencia, ou peripheria de 31,416,666. ou ainda mais ajustado cõforme referem Clavio, [r] & Simaõ Stevino [c] por de Ludolfo de Collen, a saber que supponde o diametro 1. com 20. cifras na seguinte fòrma.

[c] No Almag. novo lib. 1. c. 4.

[r] Geomet. practic. lib. 4. c. 7.

[c] Na pract. da Geomet. lib. 2. cap. 4.

Diametro.

100,000000,000000,000000.

Será a circunferencia menor que a verdadeira.

314,159265,358979,323846.

Mas a circunferencia mayor que a verdadeira.

314,159265,358979,323847.

Estes termos refere ainda em mais miudas divisoens o Padre Andre Tacquet por do mesmo Ludolfo de Collen, a saber que supposto o diametro.

100000,000000,000000,000000,000000,000000,

Será a circunferencia menor que a verdadeira.

314159,265358,979323,846264,338327,950288.

Mas a circunferencia mayor que a verdadeira.

314159,265358,979323,846264,338327,950289;

Cuja differença he 1. a saber hũa particula das que o diametro se suppoem q̃ tẽ tantas, quantas se significaõ pello numero 1. com 35. cifras como acima se tem visto; & he menor differença a que se acha entre hũa, & outra circunferencia do que a de hũ graõ de area a respeito do globo terraqueo; pois Clavio [r] sobre a Sphera de Sacro Bosco demonstra por doutrina de Archimedes, que o numero 1. com 35. cifras he significativo de mayor numero de graons de area do que haveria em todo o mundo cheyo dos mais miudos atè o firmamento.

[r] Na Digressaõ de arenæ numero.

Porém Adriano Romano referido por Stevino poem menor diametro a saber 1. com dezeseis cifras 10000,000000,000000, a circunferẽcia menor q̃ a verdadeira 3145,926535,897930; porèm a mayor que a verdadeira 3145,926535,897931.

Será muito enfadonha cousa obrar com estes numeros, & mayor o trabalho do que a necessidade; pello que quem quizer que pello diametro lhe saya a circunferencia mais proxima á verdadeira ainda algũa cousa do que pella proporçaõ de 7. para 22. obre duas vezes, a saber a primeira usando da proporçaõ de 7. para 22. & a segunda da proporçaõ de 71. para 223. & somme as duas circunferencias que lhe resultarem; cuja ametade serà a circunferencia mais proxima à verdadeira, como aponta o Padre Joaõ Baptista Ricciolo no Almagesto novo lib. 1. cap. 4. probl. 2.

EXEMPLO.

PUnhãmos o diametro de hum circulo 14. & que por elle queremos achar a circunferencia: usando pois da proporçaõ de 7. para 22. sahirà a circunferencia buscada de 44. Outra vez usando da proporçaõ de 71. para 223. sahirà a circunferencia de $43\frac{69}{71}$. Sommando pois hũa, & outra montaõ $87\frac{69}{71}$ cuja ametade $43\frac{70}{71}$ serà a peripheria mais ajustada.

Porèm não se use da outra proporçaõ que allí traz Ricciolo sòmente por hũa operaçaõ valendose da proporçaõ do diametro para a circunferencia como de 100. para 314. que saõ as primeiras tres letras numericas dos diametros, & circunferencias suppostos por Adriano Romano, & Ludolpho de Collen; porque sòmente com aquellas tres letras em cada numero, não pòde resultar a peripheria taõ ajustada.

Outra proporçaõ do diametro para a circunferencia refere Tacquet por de Adriano Metio em numeros pequenos que approva pella melhor; a qual he que assim se há o diametro para a circunferencia como 113. para 355. ou viceversa, a circunferencia para o diametro como 355. para 113. que já referimos no §. antecedente, & desta uso eu muitas vezes.

EXEMPLO.

SUpponhase hum diametro de 12. palmos, pello qual se pertende achar a sua circunferencia: armando pois a regra aurea 113. 355. 12? sahirà a circunferencia pertendida de $37\frac{79}{113}$.

Desta proporçaõ se póde usar por ser em numeros moderados, & resultar a circũferencia quasi no meyo entre a que se acha pella proporçaõ de 7. para 22. & a que se acha pella de 71. para 223. pouco mais chegada a esta que a aquella.

NOTA.

NOTA.

TAmbem se póde achar a área da Ellipse como aponta Clavio [r] & outros buscando hũa meya proporcional entre os diametros mayor, & menor da Ellipse, & inquirindo pello §. 3. a àrea do circulo que tiver por diametro a tal meya proporcional; porque a ditta área serà igual com a da Ellipse pertendida; o que se funda na segund. do 12. de Euclides, & quint. de *conoid. et spheroid.* de Archimedes.

Area da Ellipse como se acha.

[r] Geom. pract. lib. 4. cap. 8. probl. V.

§. 5.

Do modo por onde se acha a circunferencia elliptica, conhecidos seus diametros mayor, & menor.

BEM vejo que para se medirem os arcos ellipticos de pedraria serà muito mais facil medir sua circunferencia com hum cordel para que mediante o comprimento daquella se faça a conta, do que investigala por meyo dos diametros mayor, & menor conhecidos pella difficuldade da conta que aqui ensino. Porèm succede que no medir a Ellipse naõ accõmodaõ os officiaes de pedreiro o cordel bem á feiçaõ do arco, tomando as medidas mais largas na volta que lhe daõ quando he em favor dos mestres pedreiros para se lhe pagar; como vi por experiencia; pello que, & tambem porque he digna de se saber esta regra sobre a mayor facilidade, & certeza de se tomar a medida do vaõ do arco, & de sua altura no ponto medio, a quiz escrever em quanto naõ acho escritta, ou me occorre outra de menos embaraço.

Seja a linha elliptica L M N O que se pertende investigar; cujos diametros L N, M O se dem conhecidos. Se imaginarmos pois outras duas Ellipses A C B D menor; P Q R S mayor igualmente distantes da intermedia L M N O pertendida, a saber suppondo N B igual com N R, & M C com M Q & investigãdo as àreas das dittas duas Ellipses extremas, tirarmos a da menor A C B D da da mayor P Q R S, restará o espaço comprehendido entre as duas linhas ellipticas A C B D, P Q R S; o qual partido pella porçaõ B R, ou C Q darà no quociente a circunferencia elliptica L M N O pertendida; cuja ametade he a linha L M N imaginada pello meyo da altura da pedraria do arco que chamaõ ca-

Fig. 127. A Circunferencia elliptica como se acha por modo do Autor dos seus diametros.

beça. A demonſtraçaõ ſe veja no §. 23. da ſegund. part. Qualificat. Ponhamolo agora em practica.

Seja a circunferencia elliptica L M N O que ſe pertende inquirir; cujos diametros ſe dem conhecidos o mayor L N de $30\frac{1}{2}$; o menor M O de $22\frac{1}{2}$.

Imaginemos hũa Ellipſe mayor P Q R S; cujo diametro mayor P R ſeja de 32. pès; o menor Q S de 24. Aſſim meſmo outra Ellipſe menor; cujo diametro mayor A B ſeja de 29. & o menor C D de 21. de modo que ſejaõ iguaes os eſpaços N B, N R, M C, M Q, cada hum de $\frac{3}{4}$ de palmo por ſer B R, ou C Q de $1\frac{1}{2}$ quanto ſuppomos, & he realmente a altura da pedraria de hum arco feito, & aſſentado que tomo por exemplo.

Buſqueſe pello §. antecedente a àrea da Ellipſe maxima; cujo diametro P R tem 32. & Q S 24; a qual ſe acharà de 603|42857-1428.

Inveſtigueſe tambem pello meſmo §. a área da Ellipſe interior ou minima A C B D; cujo diametro A B he 29. & o menor C D 21. a qual ſe acharà de 478|5. Tirando pois eſta daquella, reſta 124|928571428. differença das dittas duas àreas da Ellipſe exterior, & interior, & comprehendida entre ſuas peripherias ellipticas; a qual partida por 1|5. que ſe contèm em B R, ou C Q darà no quociente 83|2857142 85. pella linha elliptica intermedia L M N O pertendida; cuja ametade 41|6 42857143. he o que ſe contém no arco L M N; o qual multiplicado por 3. ſomma das duas alturas da cabeça a ſaber B R de $1\frac{1}{2}$ de hũa parte do arco, & outro tanto da outra, monta 124|928571429. palmos ſuperficiaes; que reduzidos a varas de $7\frac{1}{2}$ tambem ſuperficiaes (por aſſim ſer eſtilo medirſe a enxelheria) fazem varas 16|657142857.

Deveſe agora medir a ſuperficie concava deſte arco; para o q̃ he neceſſario achar a ſemiperipheria elliptica A C B; o que ſe farà conſiderando outra Ellipſe mais pequena parallela, & equidiſtante a qualquer das outras; cujo diametro mayor T X ſeja de 27|5, & o menor V Z de 19|5. para que ſeja A T igual com A L, ou L P: aſſim meſmo V C com C M, ou M Q & todas entre ſi iguaes; cuja área ſe inveſtigue pello §. 4. que ſe acharà de 421|33 9285575.

Inveſtigueſe tambem a àrea da Ellipſe L M N O (cuja peripheria elliptica havemos deſcuberto de 83|2857142 85.) a qual

ſe

ſe acharà de 539|19642857. Tirando pois deſta a deſcuberta acima 421|339285575. reſtaõ 117|857142996. pello eſpaço cõprehendido entre as duas linhas ellipticas L M N O, T V X Z, o qual dividido por T L, ou V M de 1|5. dà no quociente 78|57-1428664, cuja ametade 39|285714332. he a ametade A C B da linha elliptica A C B D; a qual ametade multiplicada por 4. largura da ſuperficie concava do arco gera no producto 157|14 2857328, que reduzidos a varas de 7|5. mõtaõ

varas	20|952380977
que ſomadas com as acima achadas	16|657142857
montaõ	37|609523834

SCHOLIO.

NEſte arco ſe achou conforme a mediçaõ dos Architectos, & meſtres pedreiros 40|6. varas; por quanto medindo experimentalmente com o cordel a ſemicircunferencia elliptica L M N imaginada pello meyo da largura A P, ou C Q da pedraria do arco, acharáõ 43|5. palmos (porque medẽ como para ſi) ſendo que conforme os dia metros L N mayor, & M O menor, tem a ditta ſemiperipheria elliptica L M N ſòmente 41|642857 14 menor por 1|857 14286; & os ſobredittos 43|5. multiplicàraõ por 7. que ſe continhaõ no dobro de C Q a ſaber 1|5. em C Q de hũa banda; outro tanto da outra, & 4. na largura da ſuperficie concava do arco; q̃ fazem os dittos 7. da largura, pella qual multiplicáraõ os dittos 43|5; ſendo que ſe a ſemicircũferencia elliptica de 43|5. foſſe a verdadeira ſe havia ſòmente de multiplicar pello dobro de C Q ou P A; & para ſe achar a ſuperficie concava do arco ſe devia multiplicar por ſua largura de 4. palmos a ſemipheria elliptica A C B; & naõ a outra L M N, como fazem os medidores.

§ 6.

Do modo de inveſtigar hũa circunferẽcia elliptica, dados ſeus diametros mayor, & menor, muito mais facilmente que pello §. antecedente.

NAõ ſahem os primeiros conceitos taõ formaes como da cõtemplaçaõ mais vagaroſa. Aſſim me ſuccedeo neſte ponto, porque contemplando sobre elle para o achar por modo mais facil que o que propuz no §. antecedente, me occorreo; pois naõ tenho o livro da Stereometria nova de Keplero que achei citado por Mersenno no resumo que faz das proposiçoens de alguns Autores mais celebres; do qual refere a seguinte proposiçaõ.

Longitudo lineæ ellipticæ, id est describentis Ellipsim se se habet ad medium arithmeticum inter duas ejus diametros, quæ axis rectus, & transversus dicuntur, ut 22. ad 27. ferè. a saber.

O comprimento da linha elliptica; isto he da que descreve a Ellipse se hà para o meyo arithmetico entre seus dous diametros, que se dizem exo recto, & transverso como 22. para 27. quasi.

E posto que vi este texto que sòmẽte achei referido por Mersenno, antes de escrever o §. antecedente, todavia como elle nesta fòrma contèm hum erro immenso, trattei da investigaçaõ da circunferencia elliptica por discurso proprio, & se me offereceo o modo que propuz no ditto §. Despois trattando de investigar a superficie de hũa Spheroide como em seu lugar direi, achei outro facillimo proprio, & genuino de descubrir a circunferencia elliptica, dados seus diametros mayor, & menor: & posto que tive tençaõ de riscar o ditto §. 5. pella difficuldade da operaçaõ; todavia porque alguns discipulos curiosos mo impediraõ, recreandose de verem ajustadas as operaçoẽs da Geometria por diversos meyos, o deixei ficar. Mas para o uso se valhaõ do modo aqui proposto por ser incomparavelmente mais facil que o do §. 5.

He pois a proporçaõ da semisomma dos diametros mayor, & menor da Ellipse para sua circunferencia, ou peripheria elliptica a mesma, que do diametro de hum circulo para sua circunferencia, ou peripheria circular.

Assim o demonstraremos [r] sem embargo q̃ Archimedes o naõ dissesse trattando outras muitas propriedades das Ellipses: nẽ em Apollonio Pergæo assim o commentado por Eutocio Ascalonita, & Federico Commandino; como o cõmentado pello Padre Claudio Richardo; nem no insigne Geometra Gregorio de Saõ Vicente, nem em outros muitos que tenho destas materias, pude achar esta proporçaõ que propuz, ou outra algũa para achar a peripheria elliptica por seus diametros, ou vice versa.

[r] No §. 27. da seg. part. Qual.

E pois atégora senão achou em numeros a verdadeira proporçaõ do diametro de hum circulo para sua circunferencia; mas sòmente proxima á verdadeira como largamente havemos apontado no Scholio do §.4. nesta mesma conformidade devemos proceder na investigaçaõ da circunferencia elliptica em numeros.

EXEMPLO.

Supponhamos sabidos os diametros de hũa ellipse, a saber o mayor L N de $30\frac{1}{2}$ palmos; o menor M O de $22\frac{1}{2}$; cuja somma he 53. & sua ametade $26\frac{1}{2}$ armando pois a regra ordinaria, como se por hum diametro que fosse $26\frac{1}{2}$ se buscasse a circunferencia de hum circulo, a saber se 7. daõ 22. q̃ daraõ $26\frac{1}{2}$? & executada a regra sahirá no quociente $83\frac{2}{7}$, que reduzidos á Dizima fazem 83|285714285; quanto tambem com mayor, & molesto trabalho haviamos achado no exemplo do §.5. que era a circũferencia elliptica L M N O; de modo que a peripheria de hum circulo, que tiver por diametro o meyo arithmetico entre o mayor, & menor da Ellipse, se iguala com a peripheria elliptica. Vejase o §.27. da seg. part. Qualif.

Fig. 127. A Como se acha a circunferẽci elliptica por modo muito mais facil que o do §. antecedente.

Porèm se pella circunferencia elliptica se quizer investigar cada hum dos diametros, he necessario que se saiba a sua differença, ou ao menos a proporçaõ que entre si tem; porque podem ser infinitas peripherias ellipticas iguaes entre si, sendo muito differẽtes os diametros; & assim naõ se poderáõ estes conhecer pella circunferencia elliptica, sem que se saiba mais algũa circunstancia das sobredittas, ou outra semelhante; pois com a sobreditta peripheria elliptica; cujos diametros sejaõ o mayor $30\frac{1}{2}$; o menor $22\frac{1}{2}$ se iguala outra que tiver o mayor de 33. o menor de 20; & a que tiver o mayor de 29. o menor de 24. ou o mayor de 38, & o menor de 15, & outras infinitas, iguaes todas entre si.

Para se acharem pois pella circunferencia elliptica separadamente cada hum de seus diametros; supponhamos sabida aquella de $83\frac{2}{7}$ & que a differença dos diametros he 8. Armando pois a regra aurea 22:7:$83\frac{2}{7}$, & multiplicando o segũdo numero 7. pello terceiro $83\frac{2}{7}$, & o producto $\frac{4081}{7}$ partido pello primeiro 22. dà no quociente $26\frac{1}{2}$ semisomma de seus diametros, com a qual ajũtando ametade de sua differença que he 4. (por ser a differença 8.) compoem o mayor diametro $30\frac{1}{2}$; & tirada a mesma semidifferença dos $26\frac{1}{2}$ restaõ $22\frac{1}{2}$ menor diametro.

Se a differença dos diametros fosse 13. por exemplo, sua ametade

tade $6\frac{1}{2}$ junta aos $26\frac{1}{2}$ daria o mayor diametro 33. & diminuida, deixaria o menor de 20.

Se fosse a differença 5. obrando semelhantemente, sahiria o mayor diametro 29, & o menor 24. Se fosse 23. resultaria o mayor diametro 38. o menor 15. que todos saõ diametros de circunferencias ellipticas iguaes, posto que dessemelhantes.

Como pella circunferencia elliptica, & proporçaõ dos diametros se colhe cada hũ delles.

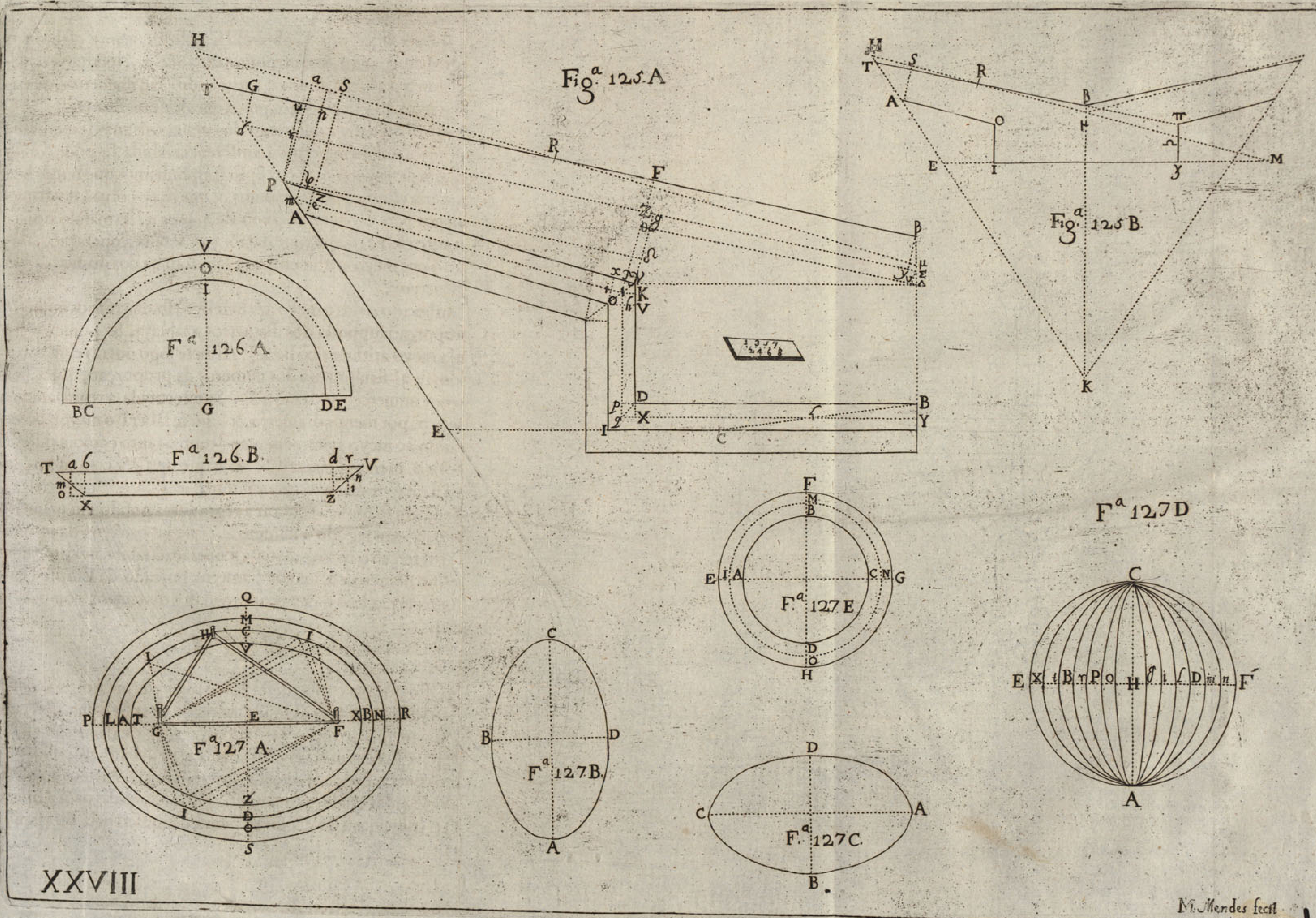
Se se naõ soubesse a differença dos diametros, mas sòmente sua proporçaõ; tambem pella circunferencia sabida se póde colher cada hum delles, como por exẽplo supponhamos que temos hũa peripheria elliptica de 33. palmos, & que a proporçaõ do diametro menor para o mayor he como de 3. para 4. Armando pois a regra aurea se 22. daõ 7. que daraõ 33? & feita a operaçaõ, sahiráõ $10\frac{1}{2}$ por meyo arithmetico, ou semisomma dos diametros menor, & mayor.

Conhecido o ditto meyo arithmetico, sommemse os numeros da proporçaõ supposta dos diametros, a saber 3. & 4. que fazem 7. cujo meyo arithmetico he $3\frac{1}{2}$. Armese logo outra regra aurea dizẽdo, se $3\frac{1}{2}$ semisomma dos numeros da proporçaõ, daõ 3. pello menor numero; que daraõ $10\frac{1}{2}$? & executada a regra sahirá o numero 9. por menor diametro, & logo se saberà o mayor acrescentando ao meyo arithmetico $10\frac{1}{2}$ outro tanto como a differẽça entre 9. menor diametro, & $10\frac{1}{2}$ que he $1\frac{1}{2}$ & com os $10\frac{1}{2}$ fazem 12. mayor diametro pertendido.

Tambem se pudera reiterar a regra aurea pondo em primeiro lugar os $3\frac{1}{2}$ em segũdo o numero 4. (que he o mayor da proporçaõ) em terceiro os $10\frac{1}{2}$, & feita a operaçaõ sahirá no quociente o mesmo numero 12. mayor diametro buscado da Ellipse; cuja circunferencia he 33. & a proporçaõ dos diametros como de 3. para 4.

NOTA.

POsto que nas contas deste §. hei usado da proporçaõ cõmũa do diametro para a circũferencia do circulo como de 7. para 22. & a mesma do meyo arithmetico entre os diametros da Ellipse para sua circunferencia; todavia se tẽ descuberto pellos modernos outras proporçoens mais apuradas que dissemos no Scholio do §. 4. das quaes (por serem as outras cançadas para a operaçaõ) escolhemos a do diametro para a circunferencia do circulo, &


Figa. 125. A
Figa. 125 B.
Fa. 126. A
Fa. 126. B.
Fa. 127 A
Fa. 127 B.
Fa. 127 C.
Fa. 127 D
Fa. 127 E
XXVIII
M. Mendes fecit

& do meyo arithmetico entre os diametros da Ellipse para sua peripheria elliptica como de 113. para 355. & se conforme a esta proporçaõ investigassemos a peripheria elliptica L M N O, a achariamos $83\frac{57}{226}$ numero que se tem por mais proximo à verdade, o qual reduzido á Dizima faz 83|25221239. quasi.

§. 7.

Como se acha o corpo de hũa Spheroide.

O QUE se propoem neste §. he necessario para alguns usos na Architectura civil, & talvez na militar, como para a mediçaõ de hũa Atalaya em que està hũa cisterna na Fortaleza de S. Theodosio junto a Cezimbra, de que trattaremos no Cap. 10.

A Spheroide he hum corpo que se gèra da revoluçaõ da Ellipse sobre o seu mayor, ou sobre o menor exo. A Ellipse he a figura de q̃ havemos trattado nos §§. 4. 5. & 6. deste Cap. & para gèrar a Spheroide o faz sómente com meya revoluçaõ; porque hũa ametade da Ellipse corre por espaço de meyo circulo, & a outra ametade por outro meyo circulo, ou se póde imaginar que a Semiellipse dá hũa volta inteira à roda do exo, & géra a Spheroide.

Daqui nasce que ha duas sortes de Spheroides, hũas lõgas, outras largas. A Spheroide longa [r] he aquella que se gèra da revoluçaõ da Ellipse sobre o seu exo mayor: A larga [s] a que se gèra da revoluçaõ da mesma Ellipse sobre o seu menor exo.

[r] Fig. 127. B.
[s] Fig. 127. C.

Hũa, & outra se acha [a] multiplicando a àrea do circulo maximo da Spheroide pellos $\frac{2}{3}$ daquelle exo á roda do qual se revolveo a Ellipse, & gérou a Spheroide.

[a] Tacquet lib. 3. Geom. pract. C. 18. probl. 13.

EXEMPLO.

SUpponhamos a Spheroide longa A B C D, cujo diametro mayor A C seja o exo, á roda do qual se revolveo a Ellipse, & o supponhamos de 14. palmos; mas o diametro menor B D q̃ he do circulo maximo desta Spheroide lõga, & a rodea pello meyo se supponha de 8. palmos. Buscando pois por este diametro a sua circunferencia conforme o ditto no § 1. deste Capit. se achará de $\frac{176}{7}$, & a àrea do circulo de $\frac{352}{7}$ conforme o §. 3. a qual àrea multiplicada por $\frac{28}{3}$ que saõ $\frac{2}{3}$ do exo mayor A C (á roda do qual se revolveo a Ellipse, & suppuzemos de 14.) resulta no produ-

Fig. 127. B

cto $469\frac{1}{3}$ pella quantidade corporea da ditta Spheroide longa.

Fig.127. C Mas para a Spheroide larga se ha de buscar a àrea do circulo do diametro mayor A C, & multiplicarse pellos $\frac{2}{3}$ do diametro menor B D á roda do qual se revolveo a Ellipse na fòrma seguinte.

A ârea do circulo de que o diametro A C tem 14. se acharà [r] de 154. os $\frac{2}{3}$ do diametro menor B D de 8. saõ $\frac{16}{3}$; os quaes multiplicados pellos 154. área do circulo, resultaõ no producto $821\frac{1}{3}$ pella quantidade corporea da Spheroide larga; & terà tal proporçaõ o corpo da Spheroide larga $821\frac{1}{3}$ para o da Spheroide lõga $469\frac{1}{3}$ como o diametro mayor A C 14. para o menor B D 8; como se pòde examinar multiplicando o primeiro numero $821\frac{1}{3}$ pello quarto 8; & tambem o segundo $469\frac{1}{3}$ pello terceiro 14; de cujas multiplicaçoens resultaõ numeros iguaes; que assim he sempre que se daõ quatro numeros proporcionaes em continua, ou discreta proporçaõ conforme Euclides. [r]

[r] Pello §.3. deste Cap.

[r] 19. Septimi.

E que a Spheroide larga tenha para a Spheroide longa (gèrada de hũa mesma Ellipse) a proporçaõ que o mayor diametro para o menor, demonstra Tacquet no liv. 1. Cylindric. & Annular. part. 3 propos. 35.

Tambem se acha o corpo da Spheroide longa multiplicando a àrea da Ellipse, que conforme o §. 4. se acharà de 88. por $\frac{2}{3}$ do diametro menor B D supposto de 8; cujos $\frac{2}{3}$ saõ $\frac{16}{3}$.

Mas o corpo da Spheroide larga se gèra multiplicando a mesma àrea da Ellipse 88. por $\frac{2}{3}$ do diametro mayor 14. a saber por $\frac{28}{3}$; cuja demonstraçaõ se veja no §.30. da seg. part. Qualif.

NOTA.

PORèm ainda que o corpo da Spheroide larga seja mayor que o da longa gèradas da mesma Ellipse, naõ se segue que seja mayor a superficie daquella, que a desta; antes saõ iguaes hũa, & outra superficie, como se verá do §. seguinte.

§. 8.

Como se acha a superficie de hũa Spheroide.

A Mediçaõ da superficie de hũa Spheroide he necessaria para a de algũas abobadas de pedraria que ha nesta fórma, como se verá do Cap. 10.

A

A ſuperficie da Spheroide, ou ſeja longa, ou larga gèradas da revoluçaõ da peripheria elliptica (aſſim como o corpo da Spheroide ſe géra da revoluçaõ do plano, ou area da Ellipſe) he ſempre a meſma como demonſtraremos no corollario deſpois do §. 28. da ſeg. part. Qualific. ſendo os corpos differentes; pois temos moſtrado no §. antecedente com Tacquet, & tambem por noſſa particular demonſtraçaõ ſer mayor o da Spheroide larga, que o da longa.

Achaſe pois a ſuperficie da Spheroide, ou ſeja longa, ou larga do ſeguinte modo.

Supponhamos o diametro mayor 14. o menor 8. Por eſtes diametros ſe inveſtigue a área da Ellipſe Secçaõ da Spheroide conforme diſſemos no §. 4. deſte Cap. a qual área ſe achará de 88. Eſta tomada quatro vezes dâ a ſuperficie da Spheroide 352. do meſmo modo que a ârea do circulo maximo de hũa Sphera multiplicada por 4. gèra a ſuperficie da Sphera cõforme demonſtrou *Archimedes*; & nòs demonſtraremos ſer o meſmo na Spheroide, a ſaber que ſua ſuperficie he quadrupla da área da Ellipſe maxima Secçaõ da Spheroide. Vejaſe o §. 28. da ſeg. part. Qualif.

Tambẽ ſe ſabe a ſuperficie da Spheroide pello ſeguinte modo. Armeſe hũa regra de tres pondo em primeiro lugar o diametro mayor: em ſegundo o menor: em terceiro a ſuperficie da Sphera do diametro mayor; & executada a regra, ſahirá no quociente a ſuperficie de hũa Sphera, cujo diametro he meyo proporcional entre o mayor, & menor da Spheroide; a qual ſuperficie he igual com a da Spheroide. Vejaſe o §. 29. da ſeg. part.

EXEMPLO.

O Diametro mayor he 14. ſua circunferencia 44. conforme a proporçaõ ordinaria. Multiplicado hũ numero por outro géra no producto 616. que he a ſuperficie da Sphera, de que he diametro 14. igual com o mayor da Spheroide; pois havemos ditto que o diametro multiplicado por ſua circunferencia produz hũa ſuperficie quadrupla da ârea do circulo maximo da Sphera, & igual á ſuperficie da meſma Sphera.

Armeſe pois a regra aurea, pondo em primeiro lugar o diametro mayor 14. em ſegundo o menor 8. em terceiro a ſuperficie achada 616. da Sphera do diametro mayor; & executada a regra, sahirà no quociente o numero 352. por superficie da Spheroide, ou de hũa Sphera cujo diametro he meyo proporcional entre o mayor, & menor da Spheroide, as quaes superficies saõ iguaes.

O mesmo será se se obrar pondo em primeiro lugar o diametro menor 8. em segundo o mayor 14. em terceiro a superficie da Sphera do diametro menor, porque sahiráõ os mesmos 352. por superficie da mesma Sphera, & da mesma Spheroide.

SCHOLIO I.

POR quanto naõ achei em Autor algum fazendo diligencia nos que tenho, como se inquirisse a superficie de hũa Spheroide, assim como não achei o modo de se investigar a peripheria elliptica por seus diametros mayor, & menor, & trouxe de invento proprio nos §§.5.& 6. deste Cap. & era necessario escrevelo pello uso que pode ter como havemos ditto se verà do Cap. 10. appliquei a este ponto algũa contemplaçaõ, pois como o grande Archimedes o não declarou, vejo que os Autores trazem a mediçaõ da circunferencia de hum circulo por seu diametro; da àrea mediante o diametro, & circunferencia; da superficie da Sphera mediante a àrea de seu circulo maximo; do corpo mediãte a mesma área do circulo, & porçaõ de seu diametro; porque de tudo trattou Archimedes. Porèm na Spheroide não traz mais que a invençaõ da área da Ellipse, & do corpo da Spheroide, de q̃ aquella he Secçaõ maxima, sem trazer o modo de investigar a peripheria elliptica por seus diametros, nem a superficie da Spheroide, & por tanto os Autores que tenho, & vi, que não saõ poucos, faltaraõ nas mesmas cousas. Naõ duvido que algum Autor o traga; porèm saõ bastantes os que vi antigos, & modernos dos de melhor nome, & em nenhum o achei, mais que o que alleguei nos dittos §§. 5.& 6. de Mersenno por de Keplero na sua Stereometria nova, a qual não chegou a meu poder; & apontei o erro da proporçaõ que refere o ditto Mersenno, o qual deve ser da impressaõ; pois não podia caber aquelle em Keplero, nem em Mersenno o referilo.

Isto supposto, aponto agora outros meyos de investigar a superficie da Spheroide; pois he igual à superficie curva de hum cylindro que inclue a mesma Spheroide; assim como a superficie de hũa Sphera he igual a superficie curva do cylindro que a inclue;

como

como facilmente se deduz de proposiçoẽs de Archimedes, & do problema 4. do livro 3. da Geometria practica da Tacquet.

Supponhamos pois a Spheroide longa com o mesmo diametro mayor 14. & menor 8. A circunferencia do circulo do menor diametro he $\frac{176}{7}$: esta multiplicada pello diametro mayor 14. dá no producto os mesmos 352. por superficie curva de hum cylindro, cuja base he o plano do circulo do diametro menor B D, & a altura o diametro mayor A C; a qual superficie se iguala com os mesmos 352. que haviamos achado ser a superficie da Spheroide.

Supponhamos agora a Spheroide larga gerada da revoluçaõ da Ellipse a ròda do exo menor B D. A circunferencia do circulo do diametro mayor he 44. esta multiplicada pello diametro menor 8. produz os mesmos 352. superficie curva de hum cylindro cuja base he o circulo que tem por diametro o mayor A C, & por altura o menor D B; a qual superficie he tambem igual com a da Spheroide; de modo que assim a Spheroide longa como a larga tem a mesma superficie, tendo differente quantidade corporea.

O mesmo he nos cylindros que incluem as Spheras; porq̃ tendo ambos iguaes superficies curvas, tem differentes corpos; pois o do cylindro largo se acharà que contèm 1232, & o do lõgo 704. estando aquelle para este na mesma proporçaõ que o diametro mayor A C 14. para o menor B D 8. como dissemos das Spheroides.

NOTA I.

TAmbẽ a superficie de hũa Sphera, cujo diametro for meyo proporcional entre o mayor, & menor da Spheroide se iguala com a superficie da mesma Spheroide.

De modo que temos seis superficies iguaes, a saber a da Spheroide larga; a superficie curva do cylindro que a comprehende; a da Spheroide longa; a curva do cylindro que a inclue; a da Sphera do diametro meyo proporcional entre o mayor, & menor da Spheroide; a curva do cylindro cõprehendẽte da mesma Sphera; sendo desiguaes os corpos de todas estas figur. & para que se veja na superficie da Sphera, ponhamos o seguinte exemplo ainda que seja para os que bem sabem Arithmetica, naõ para os vulgares.

EXEMPLO.

ENtre o diametro menor 8,& mayor 14. se busque hũa linha meya proporcional pella 13. do 6. de Euclides, ou em numeros conforme a 20. do settimo, multiplicando os 8. pellos 14 & do producto 112. tirando a raiz; porque esta será o meyo proporcional. Mas porque o numero 112. naõ tem raiz racional, a saber que se possa exprimir em numeros, se costuma sinalar com hum $\surd$ da parte esquerda que significa raiz. Seraõ pois as tres linhas proporcionaes 8: $\surd$ 112: 14.

Investiguese pois pello diametro $\surd$ 112. sua circunferencia, a qual se achará ser $\surd \frac{54208}{49}$. Esta multiplicada pello diametro $\surd$ 112. produz $\surd \frac{6071296}{49}$ quantidade da superficie da Sphera de que he o diametro $\surd$ 112. meyo proporcional entre o menor, & mayor da Spheroide; a qual superficie $\surd \frac{6071296}{49}$ reduzida a numeros racionaes pella extracçaõ de sua raiz he $\frac{2464}{7}$ que fazem os mesmos 352. que haviamos achado por superficie da Spheroide larga, & da Spheroide longa, & dos cylindros que as incluem; & agora da Sphera do diametro meyo proporcional; que conforme o que já mostrámos, he tambem igual á do cylindro que a comprehende.

NOTA II.

TAmbẽ se deve advertir que pòde haver infinitas Spheroides com diversos diametros mayor, & menor, & terem todas as superficies iguaes sendo differentes suas quantidades corporeas; pois a Spheroide cujo diametro mayor he 14. o menor 8. tem a superficie igual â de outra que tenha por diametro mayor $12\frac{4}{9}$ & por menor 9. porq̃ a raiz de 112. he o meyo proporcional entre 8.& 14.& tambem entre 9.& $12\frac{4}{9}$. O mesmo serà sẽdo o diametro mayor 28. o menor 4; ou o mayor 56. o menor 2. ou o mayor $22\frac{2}{5}$ & o menor 5. porque entre todos he o diametro meyo proporcional $\surd$ 112. de hum circulo, cujo plano se iguala a cada hũa das Ellipses daquelles diametros, & a superficie da Sphera à de cada hũa das Spheroides.

Isto he cousa semelhante ao que dissemos no §.6. das peripherias ellipticas, de modo que todas as Ellipses, de cujos diametros for sempre hum mesmo o meyo arithmetico teraõ iguaes suas peripherias, & todas as Spheroides, de cujos diametros for sempre hum mesmo o meyo geometrico, teraõ suas superficies iguaes.

SCHOLIO II.

PRoponho neste Scholio hũa regra que se segue da doutrina sobreditta, & de outras cõtemplaçoens; pella qual podemos achar as superficies de muitas Spheroides mais facilmente quando seus diametros menores diminuem por partes iguaes, da largura, ou diametro da Sphera que as cõprehende; como por exemplo, supponhamos hũa Sphera, cujos diametros A C, E F seja cada hum de 14. palmos. Repartase o semidiametro H F em 7. partes iguaes nos pontos g i l D m n. Semelhantemente o semidiametro H E nos pontos o p r B t x; pellos quaes se descrevaõ as Ellipses A n C x, A m C t & as mais pellos outros pontos conforme dissemos no §. 2. deste Cap. & imaginemos que de suas revoluçoens se gèraraõ Spheroides.

Para medirmos pois as superficies de todas, não he necessario investigar a de cada hũa pellas regras deste §. 8. & Scholio 1. porq̃ achada a superficie da primeira Spheroide A n C x pellas regras dadas, se achaõ mais facilmẽte as das outras sem ser necessario repetir algũa das regras dadas, o que se obrará pello seguinte modo.

Investiguese a superficie da Sphera, de que he diametro A C, ou E F de 14. palmos, que se achará de 616. como havemos referido no exemplo do Scholio antecedente.

Inquirase tambem a superficie da Spheroide A n C x, de que o diametro mayor he o mesmo A C da Sphera de 14. palmos, & o menor x n de 12. & conforme o ditto neste §. 8. & Scholio 1. se achará de 528. Tirese esta superficie da da Sphera que he de 616. & restaõ 88. por differença entre hũa, & outra.

Esta differença 88. tirada dos 528. superficie da Spheroide A n C x, restaõ 440. por superficie da Spheroide A m C t; da qual tirando a mesma differença 88. restaõ 352. por superficie da Spheroide A D C B; quanto tambem tinhamos achado pello §. antecedente, & seu Scholio; pois esta he a Spheroide, cuja superficie allí investigámos; de que o diametro mayor A C era 14. & o menor B D 8.

Dos dittos 352. diminuindo outra vez a differença 88. restaõ 264. por superficie da Spheroide A l C r; da qual tirando os mesmos 88. restaõ 176. superficie da Spheroide A i C p; & desta di-

diminuindo outra vez os 88. reſtaõ finalmente outros 88 por ſuperficie da ultima Spheroide A g C o.

Proponho à margem os numeros do exemplo.

Superficie da Sphera ——————————

Superficie da Spheroide A n C x

Se o diametro menor diminuira do mayor ſómente palmo a palmo, como ſendo o diametro mayor A C de 14. o menor x n foſſe de 13. & logo t m de 12. & aſſim pordiante, a differença das ſuperficies ſeria ſòmente 44. & com eſte numero ſe fariaõ as ſubtracçoẽs na meſma fòrma.

616
528
88
440
88
352
88
264
88
176
88
88

NOTA.

ERRARD de Barleduc na ſua Geometria practica correcta, & emendada por Henrion no livro 3. Cap. 10. na ſeg. part. do Corollario 1. propoem modo para ſe ſaber a ſuperficie da Spheroide que em nenhum outro Autor achei: porèm aſſim Errard como ſeu corrector Henrion erraõ na materia; ſendo que Henrion he bom Geometra, & Arithmetico, como ſe vè de ſuas obras. Trazem a ſeguinte propoſiçaõ na pag. 342. que refiro cõ as ſuas meſmas palavras.

La ſuperficie du ſpheroide eſt a la ſuperficie de la ſphere inſcrite, comme la circonference de l' une, a la circonference de l' autre. a ſaber

A ſuperficie da Spheroide he para a ſuperficie da Sphera inſcripta como a circũferencia de hũa para a circũferencia da outra.

E traz apontada em figura a circunferencia elliptica que he a da Spheroide, quando fálla neſta proporçaõ.

Porèm iſto he falſo; porque a verdade he que a circunferencia da Sphera circunſcripta á Spheroide, & naõ a circunferencia da Spheroide he a que tem para a circunferencia da Sphera inſcripta a meſma proporçaõ, que a ſuperficie da Sphera circũſcripta para a da Spheroide: ou a meſma que a ſuperficie da Spheroide para a da Sphera inſcripta, por ſer a meſma a da Sphera circunſcripta para a da Spheroide, que a deſta para a da Sphera inſcripta, & qualquer dellas como da circunferencia da Sphera circunſcripta para a circunferencia da Sphera inſcripta, ou como do diametro daquella para o diametro deſta, ſegundo ſe verà no §. 29. da ſeg. part. Qualificat.

Tam-

Tambem dizem os dittos Autores no mesmo lugar, que a circunferencia da Spheroide para a circunferencia da Sphera (fallaõ da inscripta) tem a mesma razaõ que o diametro grande para o diametro pequeno, & dizem que isto he manifesto de outra demonstraçaõ que haõ feito no mesmo livro, sendo hum erro crasso, pois a circũferencia da Sphera circũscripta, & naõ a da Spheroide que he muito menor, he a que tem para a circunferencia da Sphera inscripta a mesma razaõ, que o diametro mayor para o menor como he notorio aos Geometras, & consta de Pappo [e] Alexandrino, Clavio, [r] & outros.

[e] Lib. 5. prop. 11. & lib. 8. prop. 22.
[r] Geom. pract. lib. 4. c. 7. prop. 1. & lib. 8. propos. 2.

§. 9.

Da descripçaõ das figuras ovadas semelhantes as Ellipses, em cuja fórma se fabricaõ tambem arcos abatidos.

Podemse os òvados descrever de diversos comprimentos, & larguras. Supponhamos que dado o diametro mayor A B se pede a descripçaõ de hũa fig. òvada; a ametade de cujo perimetro será a volta do arco. Dos pontos A B se cortem iguaes porçoẽs A C, B D.

Sobre a parte intermedia C D se façaõ para hũa, & outra parte dous Triangulos equilateros, ou Isosceles C E D, C F D sobre a commum base C D; cujos lados E C, E D se estendaõ indefinitamente, & tambem F C, F D. Tomemse D H, D G iguaes com D B, ou C A, & do ponto D feito cẽtro por G ou H se descreva o arco G B H. Semelhantemente se obre descrevendo do ponto C o arco I A K. Finalmente do ponto E se descreva por K ou H o arco K H. Semelhantemente de F por I ou G o arco I G, & será formada a fig. òvada, cujo semiperimetro A I G B he o arco abatido. A intermedia das tres que se representaõ juntas, & inclusas hũas em outras tem o seu diametro A B partido em tres partes iguaes, q̃ he como a q̃ se fabrica ordinariamente mediante dous circulos que se cruzaõ, & se vè na fig. n. 129. Na outra fig. n. 130. se vẽ dous òvados do mesmo cõprimẽto A B, mas as larguras differentes; o que nasce da diversa construcçaõ dos Triangulos Isosceles C E D, C F D de mayores, ou menores lados. A demonstraçaõ se pòde ver em Clavio, & he quasi a mesma que adiante

Fig. 128.
Fig. 129.
Fig. 130.

diremos sobre as figuras òvadas com comprimento, & largura determinados.

Porém nenhũa destas descripçoẽs he congruente para o de que se necessita nas obras; por quanto ainda que se lhe assina comprimento certo no diametro A B, todavia não se lhe assina largura certa, & determinada, antes sahirá esta casual conforme se tomar na descripçaõ mayor, ou menor a porçaõ B D, ou A C, & cõforme se formar cada hum dos Triangulos C E D, F D C equilatero, ou se Isosceles sobre a base C D conforme forem mayores, ou menores os lados C E, D E, ou C F, D F, sendo necessario que quando se forma hum arco se haja logo de saber não só o comprimento de seu vaõ, mas a altura do ponto medio; & por tanto cõvem dar a descripçaõ destes òvados não sò com determinado cõprimento, mas tambem com determinada largura; cuja ametade serâ a do ponto medio do arco, por naõ ser este mais que ametade do perimetro da figura óvada. Como isto se haja de fazer ensina Clavio por hum modo de Joaõ Baptista Benedicto, & por outro seu, que sò referirei por mais facil, & bastar para o intento.

Fig. 131. A. & B & 132. Descripçaõ dos óvados com comprimento, & largura determinados.

Seja o comprimento A B, & largura L M que se cruzem pello meyo, & em angulos rectos no ponto N. Tomemse as rectas A C, B D iguaes, & menores que ametade da largura L M (em varias impressoẽs de Clavio se diz L N por erro da impressaõ) Descrevaõse dos pontos C D os circulos pequenos I A K, H B G. Tomando despois M O igual ao semidiametro C A se lance do ponto O ao centro C a linha O C; a qual se divida pello meyo no ponto P, & deste se levante a perpendicular P F que corte L M (produzida se necessario for) no ponto F, & se tire de F por C a linha F C I produzida atè a circunferencia do circulo I A K.

Tomese N E igual com N F & se tire E C K, & pello centro D do circulo H B G as linhas F D G, E D H. Finalmente do pōto F por I, ou G o arco G M I, & do ponto E por H ou K o arco H L K; com que ficará descripta a fig. òvada com determinado comprimento, & determinada largura; o que se demonstra no §. 23. da seg. part. Qualif.

NOTA.

DA construcçaõ das figuras deste §. se vé facilmente como se pòde descrever sòmente meyo óvado para o arco, escusando descrever o outro meyo.

§. 10.

§. 10.

Investigar o perimetro, ou circunferencia da figura òvada, & tambem a àrea.

O Perimetro da fig. òvada se investiga sem ser necessario preceder primeiro o conhecimento de sua àrea, como foi para achar a circunferencia elliptica no §. 5. investigando primeiro sua àrea no §. 4.

Cõsta o ditto perimetro de 4. arcos cada dous oppostos iguaes entre si, & de differentes circulos. Para se medir se deve reconhecer o angulo G D H, ou seu igual I C K subtendidos dos arcos G B H, I A K iguaes. Do mesmo modo reconhecer o angulo I F G, ou seu igual H E K; aos quaes subtendem os arcos I M G, H L K. Fig. 131. A. & 131. B.

Tambem se devem saber por medida os semidiametros D B do menor circulo G B H, & F I ou F G, do mayor I M G pellos quaes se investiguẽ conforme a doutrina do §. 1. as circunferẽcias dos circulos inteiros, de que saõ arcos G B H, & I M G; & porq̃ o angulo G D H ou seu igual I C K se suppoem investigado em graos, ou em algũa parte aliquota da somma de 4. rectos, & de outro tãto he o arco G B H, ou I A K seu igual, se reconhecerá por aqui a quãtidade de cada hũ dos dittos arcos naquella medida em q̃ for dado o semidiametro D B, ou C A. Semelhantemente se entẽde dos arcos I M G, ou K L H, q̃ subtendẽ os angulos I F G, K E H; cuja quantidade se acharà a respeito da medida do semidiametro F I, ou seu igual E H. Isto he cousa facillima a quem tem qualquer noticia da Geometria practica, quanto mais tendo a da speculativa. Mas porque eu escrevo para os faltos desta noticia, o declaro com o seguinte.

EXEMPLO.

SUpponhamos que medindose pello semicirculo, Panthometra, ou outro instrumento conforme a doutrina do Cap. 1. da primeira Secçaõ o angulo G D H ou seu igual I C K se achou de 73. gr. & de tantos he o arco G B H, ou seu igual I A K, de que tambem resulta conhecido o angulo I F G; porque tirando os 73. valor de G D H sempre de 180. gr. restaõ 107. valor do angulo I F G, ou H E K, & arco I M G ou H L K. Supponhase

Perimetro da fig. òvada como se acha.

Fig.131. B mais que B D, ou D G tem 6. palmos, & F D 5. com que terá F G, ou F I 11. Buscando pois pello § 1. deste Cap. a circunferẽcia do circulo, de que D B, ou D G he semidiametro, se acharà de $37\frac{5}{7}$ palmos; de maneira que a circunferencia deste circulo em graos tem 360; mas em palmos $37\frac{5}{7}$: por tanto para se acharem os palmos do arco G B H armaremos hũa regra de tres dizendo: se 360. gr. comprehendidos em toda a circunferencia daõ nella $37\frac{5}{7}$ palmos; 73. gr. inclusos no arco G B H quantos palmos daraõ? & executada a regra, sahiràõ no quociente 7|64762; cujo dobro 15|29524. palmos seraõ os que se contém nos dous arcos G B H, I A K.

Assim mesmo inquirindo a peripheria do circulo de q̃ F G, ou F I semidiametro he de 11. palmos, se acharà de $69\frac{1}{7}$ palmos; & porque temos mostrado que o arco I M G, ou H L K tem 107. gr. se armarà a regra aurea na fórma seguinte: 360. gr. daõ $69\frac{1}{7}$ palmos; 107 que daraõ? & se acharà que lhe respondem 20|55079. pellos palmos do arco I M G, ou H L K; cujo dobro 41|10158. palmos será o valor de ambos, & ajuntandolhe 15|29524. somma dos outros dous G B H, I A K, já achada, monta tudo 56|39682. palmos valor do perimetro, ou circunferencia A I M G B H L K, & sua ametade 28|198410. a do arco A I M G B.

SCHOLIO.

Area da figura òvada como se acha. Fig.131. A & 131.B.

AArea da figura òvada posto q̃ nos não seja necessaria; quem todavia a quizer saber por curiosidade, pòde obrar por semelhante modo, pondo em primeiro lugar os 360. gr. de hũ dos circulos pequenos: em segundo a sua área em palmos superficiaes (ou outra medida usual) investigada pello §. 3: em terceiro lugar os graos do arco G B H, & sahirà no quociente a área do sector G D H. Outro tanto serà o sector I C K. Tambem se acha o sector G D H multiplicando os 6. palmos do semidiametro D B por ametade do arco G B H, a saber por 3|82381. que he a ametade de 7|64762. palmos que acima se acharaõ no ditto arco G B H.

Semelhantemente se achaõ as áreas dos sectores I G F, K E H; de cuja somma se deve tirar a área do Rhombo, ou Rhomboide C E D F; porque vai inclusa duas vezes nos sectores I F G, K E H; & a àrea do Rhombo ou Rhomboide C E D F (que hũa, ou outra fig. pòde succeder que seja) se acha multiplicando E N por

CD

CD conhecidos por medida, ou por calculo.

Porèm se os pontos E F cahirem fòra da área do òvado como se vè na fig. n. 132. se investigarà a área por outra via que tambẽ serve para as das outras que se tem descripto. Fig. 132.

Descrevase o Parallelogrammo I G H K. Supponddo pois conhecido por instrumento o angulo G D H; por quanto D G he o semidiametro, ou Radio do circulo G B H, será conhecido o seno G R do angulo G D B ametade de G D H, & a corda G R H do ditto angulo G D H, ou arco G B H em taes partes, em quaes se suppoem o Radio D G dividido nas taboas dos senos; q̃ cõmũmente he em 100000, ou em 1000000, & conhecendo em outra medida, a saber em palmos o ditto semidiametro D G, se saberá tambem em palmos a corda G R H, & tambem a porçaõ D R que lhe he perpendicular por ser igual ao seno do complemento do arco B G, ou a ditta D R se conhecerá pella 47. do primeiro, ou 31. do sexto de Euclides, tirando do quadrado da linha D G conhecida o quadrado de G R tambem sabida, & a raiz do residuo será a ditta D R.

Do mesmo modo se investigarà a corda I G & perpendicular F T a respeito do angulo I F G ou seu arco I M G, & palmos que houver no semidiametro F I, ou F G.

Isto supposto: se se investigar o sector G D H B G pello modo sobreditto, & delle se tirar a àrea do Triangulo D H G [que resulta da multiplicaçaõ de D R por R G] restará a porçaõ de circulo G R H B G. Outro tanto será o segmento I K A I. Semelhantemente se acharà a porçaõ do circulo mayor I T G M I, cõ a qual se iguala a outra K H L K. Sommadas pois estas quatro porçoens de circulos cada duas oppostas iguaes entre si, & a esta somma ajuntando a área do Parallelogrammo I G H K de lados jà conhecidos compoem hum aggregado, que he a área pertendida da figura òvada.

CAP. X.

Propoemse a medição de hũa Cisterna na Fortaleza de S. Theodosio junto a Cezimbra.

§. 1.

Da medição das braças de alvenaria.

COM a occasiaõ de hũa mediçaõ geral que estou fazẽdo por ordẽ de S. Alteza das obras das Fortificaçoẽs de Cezimbra, seu Castello, & Fortaleza de S. Theodosio, me pareceo escrever a mediçaõ desta Cisterna que he juntamẽte Atalaya, feita mais por hum capricho extravagante, que por necessidade, ou utilidade; havendo sitio feito pella natureza proprio para a Cisterna, & que podia tomar a agua que quizessem; naõ podendo a que se fez colher mais que a que direitamente cahir do Ceo.

Proporei em primeiro lugar as medidas que mandei tomar, & tomáraõ diante de mim, pellas quaes faço as contas.

A fig. n. 133. A mostra a Planta, & a fig. n. 133. B o Perfil da ditta Cisterna, & Atalaya.

Fig. 133. A & 133. B A circunferencia a B d C que he de hum cylindro macisso, & lastro da ditta Cisterna se achou por medida de 128. palmos; cujo diametro he a linha a d na Planta, & no Perfil. As porçoẽs a g, d x cada hũa $2\frac{1}{2}$ palmos: a altura media ʃ̃ y r assim de hũa parte, como da outra opposta $6\frac{1}{2}$: a altura a c do cepo atè a raiz do para-

Fig. 133. B peito 36: a grossura do Parapeito c i, 4: sua altura media 5. que corre igualmente em redondo.

a Fig. 133. A Pella parte interior S I a t N de que he diametro S t na Planta

r Fig. 133. B & no Perfil se achou por medida de 80. palmos. A altura S l, r 5: outro tanto a altura e z. O lastro h e sobre a abobada tem de alto $1\frac{3}{4}$: outro tanto u f.

Destas medidas se colhem as alturas das abobadas de pedraria V n, b R iguaes com l h, z u, cada hũa de $11\frac{1}{4}$ & o diametro i r do eirado circular de $37\frac{264}{355}$ na fórma que diremos.

As abobadas saõ superficies de meyas Spheroides, cuja circunferencia vem a ser hum arco dos que chamaõ de volta de cordel; que he de circunferencia elliptica.

Com estas supposiçoens procederemos no calculo fazendo a conta pella Dizima; porque querela fazer pellos quebrados ordinarios, ferà mais de trabalho, moleſtia, difficuldade, & embaraço que de utilidade; quando por aquella excellente invençaõ ſe fazem com toda a pureza, & mayor facilidade incomparavelmente; & porque havemos referido no fim do Scholio ao §.4. do Cap. 9. ſer mais ajuſtada a proporçaõ da circunferencia para o diametro como de 355. para 113. que como a ordinaria de 22. para 7. ſegundo a opiniaõ de Tacquet em abono da de Adriano Metio, uſaremos daquella neſte calculo para que vá com a mayor pureza que a practica dà de ſi, ſem o embaraço dos exceſſivos numeros das proporçoens dos diametros para as circunferencias, q̃ de Ludolfo de Collen, & outros apontamos no ditto §. & procederemos por numeros diſtinctos como paragraphos poſtos á margem por melhor diſtinçaõ.

1 Pella circunferencia a B d C que temos dada por medida de 128. palmos ſe buſque o ſeu diametro a d armando a regra aurea a ſaber. 355. 113. 128? & multiplicado o ſegundo numero pello terceiro na forma ordinaria, & o producto partido pello primeiro, ſahirá no quociente o numero $40\frac{264}{355}$ quantidade do ditto diametro a d; a que na Dizima reſpondem 40|74366197.

2 A eſte diametro a d ajuntando as duas porçoens a g, d x cada hũa de $2\frac{1}{2}$ compoem todo o diametro g x $45\frac{264}{355}$ & na Dizima 45|74366197, que he diametro da circunferencia g P x T.

3 Por eſte diametro ſe buſque a ditta circunferencia g P x T pondo em primeiro lugar 113: em ſegundo 355: em terceiro o diametro 45|74366197; & feita a operaçaõ, ſahirá ſua quantidade de 143|70796459.

4 Buſqueſe o diametro S t da circũferencia S I t N ſabida (por medida) de 80. palmos; o qual ſe acharà de 25|46478873.

5 Do diametro c o igual com a d 40|74366197. ſe tire a ſomma de i c, r o que he 8. por ſer 4. a groſſura do Parapeito, & reſta o diametro i r 32|74366197.

6 Por eſte diametro ſe inveſtigue a ſua circunferencia i h r F, que ſahirâ de 102|86725663.

7 Achadas eſtas medidas ſe conhece facilmente a groſſura a s, ou t d das paredes da Atalaya; porque do diametro a d 40|74366197. ſe tire o diametro s t achado no numero 4. de 25|46478873, reſta o numero 15|27887324; cuja ametade 7|63943662.

he

he a groſſura a S, ou t d das paredes,que quizemos apontar,poſto que para a mediçaõ nos naõ ſeja neceſſario conforme o modo por onde procederemos,que he o ſeguinte.

Medirſeha de per-ſi o corpo cylindrico g θ ȣ x que he todo maciſſo.

Tambem ſe meça de per-ſi o corpo cylindrico a c o d; do q̃ ſe tirem os dous vãos S l n P t, e z R q m; & o reſto ſe junte com o corpo ſobreditto g θ ȣ x.

Meçaſe tambem o Parapeito c i q̃ corre em redondo no alto da Atalaya, o qual ſe junte com os dous corpos ſobredittos; & o que tudo ſommar reduzido a braças de 250.palmos ſerà a quantidade das de alvenaria que ha na ditta Ciſterna, & Atalaya; porquanto naõ fazemos caſo dos vãos de algũas frèſtas no andar do meyo,do qual o pavìmento ſe repreſenta na linha e m, & os medimos por cheyos,em razaõ da difficuldade de aſſentar a pedraria por ſua fòrma, & de ſer couſa pouca.

Ponhamos em practica o ſobreditto. Para ſe medir pois o cylindro g θ ȣ x,he neceſſario reconhecer primeiro ſua altura media pello modo q̃ eu uſo;de q̃ darei a razaõ no ſeguinte Scholio.

8 Sommeſe a altura g θ 8.com a altura ɲ y 6|5, de cuja ſomma 14|5. ſe tome a ametade 7|25. que ſe aſſente ſeparadamente à margem ———— 7|25

Logo ſe ſomme a meſma ɲ y 6|5 com x ȣ 3|5; de cujo aggregado 10. ſe tome ametade 5, & diſponha na margem debaixo do n. 7|25. em diſpoſiçaõ de ſe poderem ſommar. 5

Outra vez ſe junte a meſma x ȣ 3|5.com ɲ y que fica da outra parte da circunferencia oppoſta á meſma altura ɲ y & he dos meſmos 6|5, de cuja ſomma 10.ſe tome a ametade 5,& diſponha na margem debaixo dos outros numeros — 5

Quarta vez ſe ſomme a altura ɲ y 6|5. com a primeira g θ que fazem 14|5, & ſua ametade 7|25, ſe diſponha tambẽ na margem ———— 7|25

Diſpoſtos aſſim os dittos numeros ſe ſommem; & ſua ſomma 24|50. ſe parta por 4. (por ſerem quatro as alturas tomadas na circũferencia g P x T a intervallos iguaes,)& ſahirá no quociente o numero 6|125, que ſerâ a altura media das quatro que tem o corpo cylindrico do fundo do alicerſe em quatro partes equidiſtantes. 24|50

9 Busquese a àrea do circulo g P x T, de que jà no n. 2. se tem achado o diametro g x 45|74366197, & no numero 3. a circunferencia 143|70796459, multiplicando ametade do diametro por ametade da circunferencia; cujo producto 1643|43213865 he a área do ditto circulo; que tambem se acharia multiplicando o diametro pella circunferencia, & do producto tomando a quarta parte.

10 Esta àrea multiplicada pella altura media sobreditta 6|125. achada no n. 8. resulta no producto o numero 10066|02184923, que saõ os palmos cubicos conteudos no ditto cylindro g ϴ ℨ x.

11 Investiguese agora o corpo do cylindro a c o d como se todo fora macisso, buscando primeiro a área do circulo a B d C por meyo de seu diametro a d jà descuberto no n. 1. de 40|74366197, & de sua circunferencia 128. conhecida por medida; a qual área se achará de 1303|79718304. Esta se multiplique pella altura a c 36. sabida por medida, resultarâ no producto o numero 46936|69858944. quantidade corporea do ditto cylindro a c o d considerado macisso.

Mas deste se devem abater os dous vãos S l n P t, e z R q m; cuja medição he a seguinte.

12 Meçase em primeiro lugar o cylindro aereo S l P t, de cuja base he diametro S t jà achado no n. 4. de 25|46478873, & a circunferencia S I t N achada por medida de 80. palmos, para o que se multiplique o ditto diametro pella ditta circunferencia cujo producto 2037|18309840. partido por 4. dá no quociente 509|29577460. quantidade da área do circulo S I t N. Esta multiplicada pella altura S l que he 5 gera no producto 2546|47887300. quantidade do cylindro aereo S l p t.

13 Busquese agora a meya Spheroide aerea l n P do seguinte modo. Armese hũa regra de tres pondo em primeiro lugar o diametro l P igual com S t descuberto no n. 4. de 25|46478873: em segundo o dobro de V n igual com l h que por ser de 11|25. como se colhe das medidas propostas no principio deste §. he o seu dobro 22|5: em terceiro a área do circulo de que he diametro l P ou S t, a qual área se tem achado no n. 12. de 509|29577460; & executada a regra, sahirà no quociente 450|00000000; cuja ametade 225|00000000. he a área da Semiellipse l n P.

Esta multiplicada pellos dous terços do diametro mayor l P que por ser de 25|46478873. descuberto no num. 4. saõ os seus dous terços 16|97652582, resulta no producto 3819|71830950 quãtidade da Semispheroide l n P, conforme o ultimo modo que dissemos no §. 7. do Cap. 9, a qual Semispheroide he ametade da que chamaõ Spheroide larga, segundo declarámos no ditto §. por ser menor o semidiametro V n, q̃ o semidiametro l V; & a ditta Semispheroide ser gerada da revoluçaõ da Semiellipse l n P à roda do menor semidiametro V n.

Ou tambem se se multiplicasse a área do circulo S I t N achada no n. 12. de 509|29577460. por $\frac{2}{3}$ do semidiametro menor V n, daria o mesmo corpo da Semispheroide larga l n P, conforme a regra que demos no principio do ditto §. 4.

14 Este numero junto com o numero 2546|47887300. achado já no n. 12. por quantidade do cylindro aereo S l P t, compoẽ o numero 6366|19718250. quantidade de todo o corpo aereo S l n P t composto do cylindro S l P t, & da Semispheroide l n P; o qual numero dobrado faz 12732|39436500. quantidade de ambos os corpos aereos S l n P t, e z R q m; a qual tirada da quantidade do cylindro a c o d já achada no n. 11. de 46936|69858944. resta o numero 34204|30422444. palmos cubicos quantidade de alvenaria que ha no ditto cylindro a c o d, abatidos delle os espaços aereos S l n P t, e z R q m.

15 Ultimamente se investigue o Parapeito c i que corre todo em redondo no alto da Atalaya, que havemos ditto tem 4. palmos de grosso, & sua altura media 5. pello seguinte modo.

Sommese a circunferencia a B d C sabida por medida de 128. palmos com a circunferencia i h r F jà achada no n. 6. de 102|86725663. da qual he diametro i r; as quaes sommaõ 230|86725663; cuja ametade 115|43362831 5. será a circunferencia media entre as sobredittas. Esta multiplicada pella altura media do Parapeito, que he 5. & o producto 577|1681 41575. multiplicado outra vez por 4. grossura do ditto Parapeito, gera ultimamente 2308|67256630. palmos cubicos que nelle ha de alvenaria.

Sommemse agora os palmos de alvenaria jà achados, a saber.

O corpo cylindrico g θ ϑ x investigado no n. 10. ———————	10066|02184923.
A quantidade corporea que ha no cylindro a c o d, abatidos delle os corpos aereos S l n P t,	

e z R

O num. da pagina atraz ————	10066	021849231
e z R q m achada no n. 14. de ————	34204	30422444
A quantidade corporea do Parapeito c i, ou o r no alto da Atalaya descuberta no n. 15. de ————	02308	67256630
Cuja somma ————	46578	99863927

he a quantidade dos palmos cubicos de alvenaria que ha na ditta Cisterna, & Atalaya.

16 Esta multiplicada por 4. conforme o ditto na Regra 5. do Cap. 11. Secçaõ I. Parte I. & do producto cortando onze letras numericas da parte direita, dá 186|31599455988. braças de alvenaria de 250. palmos cubicos a braça, que tantas montaõ os dittos palmos.

Agora para se dar o preço a estas braças he necessario saber, q̃ o contratto foi que atè os 12. palmos de alto se daria ao empreiteiro a 1100. reis por cada braça (o que se deve entender atè os 12. palmos de alto da superficie da terra para cima) & que dos 12 palmos atè os 24. se lhe daria mais hum tostaõ em cada braça, q̃ vem a ser a 1200. reis, & porque não se especificou, o que se lhe daria dos 24. para cima; feita a conta pella regra que havemos dado no Scholio do Cap. 8. desta seg. Secçaõ se lhe deve acrescẽtar mais em cada braça dos 24. atè os 36. palmos de alto 105. reis, & $\frac{1}{3}$ com que vem a sahir por 1305. reis, & $\frac{1}{3}$, & dos 36. atè os 48. de alto se lhe devem acrescentar 110. & $\frac{2}{3}$ cõ que fica sahindo a braça por 1416.

17 Isto supposto; as braças que hâ no cylindro g θ § x, q̃ naõ chegaõ a subir atè 12. palmos sobre a superficie do terreno, se devem contar a 1100. reis, & porque no ditto cylindro ha 10066|021849231. palmos cubicos, como se vè no n. 10. que fazem braças 40|26408739692;, cõtadas a 1100. reis, monta em dinheiro 44290|49613661 2.

E porque computada a declividade do terreno, & alicerses vẽ a fenecer os primeiros 12. palmos de alto aos 8. do cepo para cima, devemos repartir os 41. que ha no ditto cepo atè o alto do Parapeito na fòrma seguinte.

Atè os 8. do cepo para cima, que vem a ser atè 12. da superficie do terreno, cõtaremos cada braça aos mesmos 1100. reis. Dos 8. para cima atè os 20. a 1200. reis; dos 20, atè os 32, a 1305$\frac{1}{3}$; dos 32. atè os 41. a 1416.

18 Os palmos cubicos que ha na alvenaria do cepo para cima saõ os 34204|30422444, que no n. 14. se acharaõ no cylindro a c o d; & os 2308|67256630, achados no n. 15. que ha no Parapeito c i; os quaes sommados fazem 36512|97679074. que reduzidos a braças montaõ 146|05190716296.

Estas se haõ de repartir conforme os excessos das sobredittas alturas 8:12:12:9: para o que se parta o n. das braças 146|05190716296. por 41, que he o numero dos palmos do cepo atè o alto do Parapeito, & sahirà no quociẽte o numero 3|5622416381 2: este se multiplique pello primeiro numero 8, que ha do cepo, atè 8. palmos de altura; resultara no producto o numero 28|49793310496, que saõ as braças, que se devem pagar a 1100. reis em q̃ se montaõ 31347|726415456. reis.

19 Semelhantemente ao espaço dos 8. do cepo para cima atè os 20. que saõ 12. palmos cabem 42|7468996 5744. braças, que se devẽ pagar a 1200. reis, em q̃ se mõtaõ 51296|2795889280. reis.

20 Dos 20. atè os 32. palmos de alto, outras 42|746899657 44. braças, que se devẽ pagar a $1305\frac{1}{3}$ reis a braça, em que se mõtaõ 55798|81052984616. reis.

21 Ao espaço dos 32. atè os 41. palmos de alto, que saõ 9. palmos de differença na altura, respondem 32|06017474308. braças, que se devem pagar a 1416. reis, em que se montaõ 45397|20743620128.

Finalmente sommadas as cinco addiçoens de dinheiro sobredittas, que se montaõ nas braças de alvenaria da Cisterna, que he juntamente Atalaya, a diversos preços vem a montar 228130|52010704344. Como se vè do resumo seguinte.

A addiçaõ do n. 17. monta	44290	4961366 1200
A do num. 18.	31347	7264154 5600
A do num. 19.	51296	2795889 2800
A do num. 20.	55798	8105298 4616
A do num. 21.	45397	2074362 0128
	228130	5201070 4344

§. 1.

§. 2.

Da mediçaõ da pedraria a saber enxelheria, & lagedo que tem a sobreditta Atalaya, & Cisterna.

1 MEçase em primeiro lugar a enxelheria do andar debaixo, onde he a Cisterna, & porque he em redondo, & sua circunferencia (que he a interior onde he feita de enxelheria) de 80. palmos, & a altura do pé direito 5. multiplicados os 80. pellos 5. daõ no producto 400. palmos superficiaes, que se devem cōtar a 450. reis a vara conforme outra arrematação de enxelheria de volta que se lhe fez nas obras do Castello como cōsta de hũa certidaõ do Escrivaõ das Fortificaçoēs por não haver preço em enxelheria de volta nas obras da Fortaleza de S. Theodosio; a qual vara de enxelheria he de $7\frac{1}{2}$ palmos superficiaes, a saber 5. de cōprido, & $1\frac{1}{2}$ de largo ———————— 400

2 Temos achado no §. 1. que a área da Semiellipse l n P he 225. Esta multiplicada por 4. gera 900. palmos superficiaes. 900 que tantos tem a superficie da Semispheroide l n P a mesma que da meya laranja abatida, por quanto havemos mostrado q̃ a àrea de hũa Ellipse tomada quatro vezes dá a superficie da Spheroide, de que he Secçaõ a Ellipse: & naõ fazemos abatimento do vaõ do bocal no alto da abobada, pella difficuldade que os officiaes pedreiros tiveraõ em o accommodar, & assentar as pedras.

Estes 900. palmos se devem contar a 900. reis a vara de $7\frac{1}{2}$ palmos, que assim se avaliou a respeito da difficuldade, & variedade do lavor, & córtes de diversas pedras para a meya laranja (assim chamaõ a estas abobadas) & de necessitar de simples accōmodados para sobre elles se fabricar.

3 No andar do meyo he menos a enxelheria assim do pè direito, como da abobada a respeito da portinha, & fréstas, que allí há; mas como em tudo he igual ao andar debaixo, devemos sómente fazer o desconto que aquellas montaõ na fòrma seguinte.

A enxelheria do pé direito he 400. palmos como a declarada no numero 1.

Mas ha hũa portinha que tem 6. palmos de vaõ, & 7. de alto, dos quaes os 2. de alto dos 5. para cima com os mesmos 6. de largo pertẽcem ao desconto q̃ se há de fazer da enxelheria da meya laranja deste andar, que vem a montar 12. palmos; mas os 5. de alto com os mesmos 6. de largo, que fazem 30. superficiaes se haõ de descontar da enxelheria do pè direito.

Há mais duas fréstas, que cada hũa tem de vaõ 4. palmos, & de alto os mesmos 7. & feita a conta semelhantemente tem as duas fréstas 40. palmos superficiaes para se descontarem da enxelheria do pè direito, & 16. para se descontarem da enxelheria da abobada; de modo que pella portinha, & frèstas se haõ de descontar 70. palmos superficiaes da enxelheria do pè direito, & 28. da enxelheria da abobada. Descontando pois dos 400. palmos de enxelheria do pè direito os dittos 70. restaõ 330. q̃ se devẽ reduzir a varas de 7½ palmos superficiaes, & pagarse a vara a 450. reis por ser esta enxelheria de volta, por ser a Atalaya redonda —— 330

4 E os 28. tirados dos 900. que hà na abobada, a qual he igual cõ a declarada no n. 2. restaõ 872. palmos superficiaes, que se devem reduzir tambem a varas de 7½ & pagaremse a 900. reis a vara pella avaliaçaõ sobreditta —— 872

Mais enxelheria com preço de 380. reis a vara cõforme o contratto por não ser de volta.

5 CADA frèsta tẽ duas ombreiras q̃ a formaõ, das quaes cada hũa he de 5. palmos de largo entrando as duas cabeças exterior, & interior, & a face do lado, & de alto tem 2. palmos: monta nas quatro ombreiras das duas fréstas 40. palmos —— 40

Tem mais cada hũa das duas frèstas hũa pedra embaixo de 5. de largo entrando as duas cabeças exterior, & interior, & de comprido 4: monta nas duas pedras 40. palmos —— 40

Tem mais cada frésta hum peitoril de 5. de alto entrando a cabeça de cima, & de largo 4. monta: nos dous peitorís 40. palmos —— 40

Tem mais cada frèsta hũa pedra que he hum degrao, de 4. de comprido, & de largo 2|5. nas duas faces do degrao, em que se montaõ em ambos os degraos 20. palmos —— 20

Tem mais cada frèsta hum sobre arco de pedraria, que por respeito que este toma toda a grossura do muro, tem de comprido

Os num. da pagina atraz ſommados —— 140

prido entrando a cabeça exterior 8. palmos, & de largo 5. montaõſe em ambos os ſobrearcos 80. palmos —— 80

Cada lado interior de cada fréſta que he o enxalſo, tem de largo 4|5. & de alto 7. montaõſe nos quatro enxalſos das duas frèſtas 126. palmos —— 126

A portinha da entra da no andar do meyo, onde eſtà a boca da Ciſterna tem hum ſobre arco largo 6|5. & comprido 8. com as cabeças que entraõ pello groſſo da parede, monta —— 52

Tem dous enxalſos cada hum de 6|5. de largo, & 7. de alto em que ſe montaõ —— 91

O lagedo naõ aſſento aqui, porque vai com o mais lagedo à parte.

A meſma portinha tem duas ombreiras que cada hũa tẽ 6. de alto, & de largo 3|2. entrando a cabeça, aduella, & golla, em que ſe montaõ —— 384

A verga ſuperior da meſma portinha tem de comprido 7. & de largo 3|2. em que ſe montaõ —— 224

A tranqueira da portinha 6. de comprido, & de largo 2. em todas as quatro faces, a ſaber em cada face $\frac{1}{2}$ palmo, monta —— 12

A couſoeira debaixo de comprido 7, & de largo 3|2. entrãdo a cabeça, aduella, & batedouro, ou golla, em q̃ ſe montaõ —— 224

Monta a enxelheria do n. 5. palmos ſuperficiaes 584|2. q̃ ſe devem reduzir a varas de 7 $\frac{1}{2}$ palmos, & pagarſe a 380. reis a vara conforme a arremataçaõ que ſe fez, & conſta por certidaõ. 584|2

Enxelheria no Parapeito do andar de todo cima.

6 TEM a circunferẽcia interior do Parapeito em todo cima 102|86725663. palmos achada por calculo, como ſe vè no §. 1. n. 6. mas delles ſe haõ de deſcontar 12. palmos de 4. entradas que nelle ha a 3. palmos cada hũa, & ficaõ 90|86725663, & de alto tem 7. entrando hum da cabeça na declividade ſuperior, que por couſa de muito pouco porte ſe conta com a mais enxelheria de volta na circunferencia interior do ditto Parapeito, & ſe mõtaõ na ditta enxelheria de volta do ditto Pararapeito 636|07079641. palmos —— 636|07079641.

7 Os lados das 4. entradas que vem a ſer 8. lados, cada hum

dos

dos quaes tem de alto 6. na altura media, & 4. de largo, montaõ palmos ——— 192

Quatro pedras peitorís que emparaõ as quatro entradas da parte exterior, & tem cada hũa 5|5. de alto, entrando tres faces exterior, & interior, & superior, & de largo 3. montaõ 66. palmos ——— 66

258

Pedraria de avaliaçaõ.

8 Hum cano que desce de todo cima da Atalaya da raiz do Parapeito, por onde entra a agua na Cisterna, q̃ he cano fechado, & passa pellos carregamentos das abobadas, avaliado em ——— 7U200

Outro cano no andar de cima que atravessa a grossura do Parapeito para vazar a agua fóra, avaliado em ——— 1U000

Outro cano aberto no lagedo pella raiz do Parapeito, que serve para receber as aguas, & encaminhalas, assim ao cano que vai para a Cisterna, como ao que vai para fòra atravessando o Parapeito, avaliado em ——— 3U500

Hũa pedra que faz pia com cavatura de hum palmo, avalida em ——— U400

O bocal no meyo do lagedo de todo cima, avaliado em 2U500. reis por respeito dos còrtes varios das pedras sem embargo de entrar o seu vaõ medido por lagedo — 2U500

A caldeira no fundo da Cisterna, q̃ he hũa pedra de 6. palmos em quadro cõ sua cavatura, avaliada em 2U500. sẽ embargo de ir o seu vaõ medido por cheyo no lagedo 2U500

Hum cano que està no lastro da Cisterna para despejo das aguas, quando se quer limpar com duas pedras na entrada, & sahida, & o cano fechado q̃ atravessa o grosso da parede, avaliado tudo em ——— 2U500

Outro cano que fica em altura, mas por baixo do lagedo, que serve para escorrer a agua despois de cheya a Cisterna, avaliado em ——— 1U500

O bocal da Cisterna a modo de bocal de poço, q̃ cõsta de duas pedras inteirissas no redondo por dentro, & por cima, avaliado em ——— 8U500

Hũa pedra bornida cõ hum letreiro grande de letras betumadas de preto, avaliada em ——— 10U000

39U600

Lagedo da Cisterna, & Atalaya.

9 TEM a Cisterna no andar debaixo, que he como o da Atalaya no andar do meyo, 80. palmos de circunferencia por medida que se tomou, a que responde o diametro de 25|46478873.

Mas para a mediçaõ supposmos conforme o estilo ordinario q̃ o diametro tem mais dous palmos, a saber hũ de cada banda para sobre elle assentar a enxelheria do pè direito, que corre por toda a redondeza do vaõ da Atalaya, & Cisterna: por tanto supponmos que o diametro he 27|46478873, a que responde sua circunferẽcia (na proporçaõ de 113. para 355. como havemos ditto) de 86|28318583; pellos quaes buscando a área do circulo na fôrma que havemos declarado se achará de 592|43736744, & tantos palmos superficiaes tem o lagedo da ditta Cisterna, que se deve reduzir a varas de 12½ palmos (que assim se conta o lagedo) & pagarse a 380. reis a vara conforme o contratto com o empreiteiro, & certidaõ que apresentou —— 592|43736744

No andar do meyo outro tanto lagedo por ser igual, & naõ descontamos o vaõ do bocal da Cisterna pella difficuldade de assentar as pedras, & trabalho ——	592|43736744
Lagedo na entrada da portinha da Atalaya tẽ de comprido 6|5. que he atravessando o grosso da parede atè a cousoeira, & de largo 6. com o q̃ entra por baixo da enxelheria dos forros, monta 39. palmos ——	39
Lagedo das duas frẽstas q̃ alli há, em cada hũa de comprido 6. & de largo outros 6. com as entradas das cabeças, monta em ambas ——	72
Lagedo do andar de todo cima no alto da Atalaya; cujo diametro ir he 32|74366197; a q̃ se acrescentaõ 2. palmos conforme o estilo ordinario hum de cada banda pella entrada que o lagedo faz por baixo da enxelheria, para esta assentar sobre aquelle, & assim fica sendo o diametro para esta conta de 34|74366197; a q̃ responde a circunferẽcia 109|15044247. pella proporçaõ	1295|87473488

 daquelle

O num. da pagina atraz	1295	87473488
daquelle para esta como de 113. para 355: por tanto será a ârea deste circulo	948	07151926
Lagedo de 4. entradas na grossura do Parapeito, que cada hũa tem 3. palmos em quadro, q̃ fazem 9. superficiaes, & em todas quatro	36	00000000
palmos de lagedo	2279	94625414

Monta o lagedo 2279|94625414. palmos superficiaes, que reduzidos a varas de 12|5. palmos cada hũa conforme o estilo, que para a enxelheria he de 7|5. a saber de 5. de comprido, & 1|5. de largo: mas para o lagedo de 5. de comprido, & 2|5. de largo que fazem os dittos 12|5. como já muitas vezes havemos ditto, & repetimos por refrescar a memoria em que se montaõ

varas	182	39570033

As quaes se devem pagar a 380. reis a vara conforme o preço da arremataçaõ, em que se montaõ a dinheiro — 69U31c $\frac{2661254}{10000000}$ reis.

Resumo de toda a enxelheria, & lagedo desta Atalaya em que està a Cisterna reduzido a dinheiro.

NO §. 2. num. 1. se acharaõ 400. palmos de enxelheria de pé direito mas de volta	400	00000000
No num. 3. da mesma 330. palmos	330	00000000
No num. 6. se acharaõ	636	07079641
Palmos superficiaes	1366	07079641

Em que se montaõ 1366. palmos, & $\frac{07079641}{100000000}$ de palmo que fazẽ varas 182|1427729. de 7|5. palmos a vara, em que se montaõ a 450. reis a vara, por ser enxelheria de volta, ainda que de pè direito 81964|247805. — dinheiro — 81964|247805

No num. 2. do mesmo §. 2. se acharaõ 900. palmos de enxelheria de abobada abatida	900
No num. 4. se acharaõ 872. palmos da mesma enxelheria da abobada abatida do andar do meyo	872
	1772

Saõ 1772. palmos superficiaes que fa-

zem

O num.da pag.atraz ——— 81964|247805

zem varas 236|26666666. avaliadas a 900.reis a vara,por serem de abobada abatida de meya laranja,Spheroide,difficuldade, & muita variedade dos còrtes das pedras, & armaçaõ dos simples,em que se monta a dinheiro ——— 212639|999994

No num. 5.enxelheria ordinaria, que naõ he de volta 584|2. palmos que fazem varas 77|89-333.que se devem contar a 380.reis a vara conforme a arremataçaõ, q̃ se fez ao Emprei teiro em que se montaõ a dinheiro ——— 29599|466540

No num. 7. mais enxelheria ordinaria 258. palmos, que fazem varas 34|4. a 380.reis a vara 13072|000000

No num.8.a pedraria de avaliaçaõ ——— 39600|000000

No num. 9. lagedo 182|39570033. varas a 380.reis a vara,por ser a arremataçaõ pello mesmo preço assim a enxelheria,como o lagedo,em que se montou a dinheiro ——— 69310|366125

Dinheiro ——— 446186|080464

Resumo de todo o custo da Atalaya em que està a Cisterna.

NO num. 21.do §.1.deste Cap.consta mõtar a alvenaria a dinheiro ——— 22813|0520107

Pello resumo proximo acima consta montar a pedraria,assim enxelheria,como lagedo,&pedraria de avaliaçaõ ——— 446186|080464

Vem a ser todo o custo 674316|600571

SCHOLIO.

NO §.1.deste Cap.no fim do num.7.disse que neste Scholio daria a razaõ do modo por onde no num.8.busquei a altura media das quatro que havia em distancias iguaes no cylindro, cuja planta he o circulo [a] g P x T representadas no Perfil [r] pella linha g ϴ de 8|0. palmos: Ɲ y de 6|5: x ₰ de 3|5, & outra vez Ɲ y dos mesmos 6|5;pois esta representa as duas alturas oppostas no ponto P, & no ponto T da circunferēcia g P x T, que saõ iguaes no sitio, sendo desiguaes g ϴ, x ₰. a Fig.133.A. r Fig.133.B.

Para assinar pois a razaõ mostrarei primeiro hum erro, q̃ geralmente se cõmete, & vi que muitos seguiaõ.

He o erro, que quando achaõ hũa parede com diversas alturas, tomaõ todas estas por medida, as quaes juntaõ em hũa somma: estas repartem pello numero das diversas alturas, & o que sahe no quociente, tem para si ser a media que devem tomar; & esta multiplicaõ pello comprimento da parede, & o producto outra vez pella grossura, para que lhe resultem os palmos cubicos, que despois reduzem a braças.

Porèm esta regra he falsa, & o erro resulta de muitas maneiras por mais, ou por menos, hora contra a fazenda do Principe, hora contra os Empreiteiros. Ponhamos exemplo.

Fig. 134. Supponhase q̃ ha a parede A B de 200. palmos de comprido; cujas alturas sejaõ o extremo A C de 40. palmos. A altura D E 14: F G 18. H I 50, & no extremo B M 24. & supponhamos que as distancias A D, D F, F H, H B saõ iguaes (porque sendo desiguaes será o erro ainda muito mais irregular) Sommadas pois as sobredittas cinco alturas montaõ 146. Esta somma partida por 5 dá no quociente $29\frac{1}{5}$ que tomaõ pella media altura; a qual multiplicada pellos 200. do comprimento suppostos na linha A B, resultaõ no producto 5840. palmos superficiaes. Estes multiplicados outra vez pella grossura M N, ou C O da parede, que supponhamos ser de 6. palmos, geraõ 35040. palmos corporeos, que dizem ha na ditta parede.

Porèm fica por esta via a conta errada, porque neste caso a altura media, naõ saõ os $29\frac{1}{5}$ palmos, que se acharaõ, mas deve ser, & he $28\frac{1}{2}$; a saber.

Sommando A C 40. com D E 14. fazem 54; cuja ametade 27. se escreva â margem em disposiçaõ de se poder sommar com outros numeros ———— ———— 27

Outra vez se somme D E 14. com F G 18. de cuja somma 32. se somme a ametade 16. & se disponha na margem debaixo do numero 27. ———— 16

Terceira vez se somme F G 18. cõ H I 50, de cujo aggregado 68. se tome a ametade 34. & disponha na margem ——— 34

Ultimamente se somme H I 50. com B M 24. que fazem 74. cuja ametade 37. se disponha semelhantemente ——— 37

porque esta operaçaõ se deve repetir tãtas vezes quanto he 114

o numero das alturas menos 1.

Isto quando a muralha he em linha direita; que se for em circulo, ou em Ellipse, ou em outra linha, cujo fim pegue cõ o principio se deve repetir tantas vezes, quantas saõ as diversas alturas a distancias iguaes entre si; pois se as distancias forem desiguaes, naõ serve esta regra.

Dispostos pois os quatro numeros na margem se sommem; cuja somma 114. se parta por 4. & sahirá no quociente o numero $28\frac{1}{2}$ que he a verdadeira altura media; a qual se deve multiplicar pellos 200. de comprido que ha na linha A B de q̄ se gera o num. 5700. Este multiplicado pellos 6. de grosso da parede, que ha na linha M N, gèra no producto 34200. que saõ verdadeiramente os palmos corporeos que nella hà, & naõ 35040. que se acharaõ pella operaçaõ ordinaria dos Architectos.

Para os scientes he escusado dar a demonstraçaõ geometrica da practica sobreditta, pois lhes será facil, o conheceremna, & para alguns Architectos, & Engenheiros puramente practicos basta mostrarlho practicamente por modo que mais facilmente o percebaõ.

Bem sabem os dittos, & tem por certo, & por uso que quando há duas alturas differentes em dous extremos, se as sommarem, & desta somma tomada a ametade, & multiplicada pello intervallo das dittas alturas, produz a superficie entre ellas, & entre outras duas linhas, das quaes hũa vai pello pé das alturas (supondo que corre a livel) & outra une seus extremos superiores: por tanto procedamos separadamente com cada hum dos Trapezios A C E D, D E G F, F G I H, H I M B.

Busquemos pois a área A C E D, & porque o meyo das alturas A C de 40. & D E de 14. se achou já ser 27. multiplicando estes pellos 50. palmos que ha na distancia A D, resultaõ no producto 1350. área do Trapezio A C E D que se escrevaõ á margem em disposiçaõ de se poderem sommar com os outros numeros seguintes —————————— 1350

Outra vez porque o meyo entre as alturas D E de 14, & F G de 18. he 16. multiplicado este numero por 50. que ha na distancia D F gèra a área do Trapezio D E G F 800. q̄ se escrevaõ à margem —————— 800

Terceira vez se tome o meyo da somma de F G 18. & de

2150

 H I

O num.da pag. atraz ——————————— 2150

H I 50,que he 34.& se multiplique pellos 50.que ha na distancia F H,resultarà no producto 1700. área do Trapezio F G I H;que tambem se disponhaõ na margẽ ——— 1700

Finalmente da somma das alturas H I 50. & B M 24. se tome a ametade 37. a qual se multiplique pellos 50. q̃ ha na distancia H B; de q̃ se géra o producto 1850. área do Trapezio H I M B que ultimamẽte se disponha na margẽ— 1850

5700

Sommados pois os dittos numeros dispostos na margem montaõ 5700.que saõ as àreas dos dittos Trapezios, quanto tambem tinhamos achado multiplicando a altura media 28 $\frac{1}{2}$ achada por nosso Methodo pellos 200. de comprido que hà em toda a linha A B.

Multiplicando pois os dittos 5700. pellos 6. da grossura da parede,resultaõ os mesmos 34200.palmos corporeos,que haviamos achado,& naõ 35040. que se acharaõ pello modo ordinario dos Architectos que havemos referido,havendo de erro entre hũ & outro modo 840.palmos que saõ 3 $\frac{36}{100}$ braças.

Se cada hũa das áreas dos Trapezios se multiplicasse pellos mesmos 6. da grossura da parede, & se ajuntassem os productos, resultaria a mesma somma de 34200. palmos corporeos, que resultou da somma dos 5700.somma das àreas pellos 6. da grossura da parede.

Com esta,&qualquer outra experiencia se desenganaràõ muitos Architectos, & Engenheiros do abuso que cõmettem,de que se tem seguido grandes erros nas mediçoens dos terrenos,que sahem dos Fossos,quãdo suas alturas eraõ differentes; pois porque estas eraõ taes assim pello comprimẽto,como pella largura, usando da sua regra, incorriaõ em mayores erros, os quaes hora succediaõ por mais, hora por menos; como tambẽ ferá nas muralhas conforme a variedade,& disposiçaõ das alturas, ainda que sejaõ em distancias iguaes.

Mas sendo as distancias desiguaes entre as alturas, não serve entaõ a regra que hei dado, & muito menos a commũa errada dos Architectos; por onde neste caso das distancias desiguaes, convẽ proceder na investigaçaõ da quantidade corporea da muralha fazendo a conta de per-si a cada Trapezio, buscando sua àrea na fórma fòrma ſobreditta,& eſta multiplicada por ſua groſſura,de que reſultaraõ os palmos corporeos,& juntos em ſomma os de todos os Trapezios, ſe reduzaõ a braças, repartindoos por 250. ou melhor pello modo que havemos dado na quinta regra do Cap. 11 da Secçaõ I.

Do ſobreditto ſe colhe a razaõ porque quando a muralha for redonda fechada como a da Atalaya que havemos medido neſte Cap. 10. ſe deve repetir a operaçaõ tantas vezes, quantas forem as alturas a diſtancias iguaes, o que na linha recta, & em outras, que naõ fechem àrea, deve ſer menos hũa vez, que o numero das alturas.

CAP. XI.

Das partes interiores da Fortaleza, Cidade, ou Villa fortificada.

NAS Cidades, Villas, ou lugares antigos, que de novo ſe fortificaõ, ſenaõ podem diſpor as partes interiores com á perfeiçaõ que nas que de novo ſe fabricaõ; mas convem que nos cheguemos quanto puder ſer á mayor regularidade, que aſſim para o ornato, como para a cõmodidade dos uſos civis, & princi palmente dos militares ſe coſtuma dar no cõpartimento das ruas, praças, edificios publicos, & particulares naquellas Fortalezas, ou povoaçoens que de novo ſe fundaõ com melhor repartimento, & ordem do que faziaõ os antigos.

Primeiramente no centro da Fortaleza, ou povoaçaõ ſe deve deixar hũ terreiro, ou praça grande que deve ſer a principal das armas; porque aqui convem que aſſiſta a principal força do preſidio, & perpetua, & continua eſtancia das guardas, & aonde acudaõ todos quando ſe toca arma (excepto aquelles que tem poſtos onde devem acudir) para que naquelle lugar como mais largo, & no coraçaõ da Fortaleza, diſpoſtos em ordem os ſoldados ſe encaminhem para onde os Cabos lhes ordenarem aos lugares, & poſtos da circunferencia, acudindo com mayor, ou menor força a huns, ou outros ſegundo as occurrencias.

A ditta Praça de armas principal no centro da Fortaleza deve ſer com os lados parallelos às Cortinas da Fortificaçaõ regular; & ponderados os dittos de muitos Autores, aſſim meſmo conſiderando a differença entre os pés de que huns,& outros usaõ, & a combinaçaõ com os Portuguezes; os motivos para as quantidades que assinaõ; digo que cada lado da Praça de armas principal se deixe de 120. atè 200. ou 250. pès conforme a grandeza da Fortaleza,& guarniçaõ que nella pòde haver, naõ sò no tempo da paz, mas a que se lhe houver de metter quando se tema algum cerco.

A roda dos Terraplenos pella parte interior entre elles,& as casas se deixa hum caminho largo,que se chama Estrada de armas necessaria para poder[principalmente em tempo de guerra]passar a gente ordenada,& acudir aos assaltos, rebates, & outros actos necessarios;passar artilheria, muniçoens, & outras cousas,& sempre convem q̃ os Terraplenos estejaõ livres para por toda a parte se poder subir a elles na occasiaõ da pressa.

Esta Estrada de armas se farà de 20.a 30.ou 36.pès de largo segundo a capacidade da Fortaleza, Villa, ou Cidade.

Da Praça de armas principal devẽ sahir hũas ruas direitas para os Baluartes;outras para asCortinas;aquellas de 30. a 35. pès; estas de 25. atè 30. de largo,por naõ serem necessarias taõ largas as q̃ vaõ para as Cortinas como as q̃ encaminhaõ para os Baluartes.

Alguns Autores as fazem sòmente do centro da Praça para as Cortinas:assim he em Coevorden, & outras Cidades fortificadas já ao moderno.Outros sòmente para os Baluartes. Naõ approvo os primeiros;porque se se fizerem sòmente hũas das ruas que do centro encaminhaõ para a circunferencia,convem mais que sejaõ aquellas q̃ vaõ direitas para os Baluartes. Porèm melhor he hũas, & outras para mais expedita,& promptamẽte se acudir às partes necessarias,& se virem dar os avizos,& tomar as ordẽs ao Governador,ou Cabo, que na occasiaõ deve assistir na Praça de armas principal;donde tambem em pessoa poderá acudir aonde necessario for, quãdo o aperto assim o peça.Em Palma Nova ha hũas,& outras ruas,posto que nem para todos os Baluartes, & Cortinas sahem do centro,mas sòmente para alguns;& para outros Baluartes,& Cortinas posto que tambem se enderecem ruas, não sahem immediatamente do centro.

Deve tambem haver outras ruas que atravessem ordenadamẽte as q̃ sahem do centro, & em correspondencia entre si,para serẽ melhores as serventias assim para o civil,como para o militar, &

mayor

mayor fermosura da povoaçaõ. Estas ruas transversaes que seraõ as convenientes conforme a grandeza da Villa, Cidade, ou Fortaleza se permittem menos largas, & assim se façaõ de 20. atè 24. pès de largo, & todas as medidas sobredittas de mais, ou menos se entendem tambem, conforme a capacidade da povoaçaõ, sobre q̃ o Engenheiro deve proceder com juizo, & boa consideraçaõ, tomando as medidas, & tirãdo a Planta, para que no papel veja primeiro como em hum espelho a representaçaõ de toda a obra, & que sitios lhe ficaõ para os edificios, & casas de que diremos.

Alguns fazem no fim das ruas que da Praça de armas sahem para os Baluartes, outras Praças fronteiras ás Gollas dos dittos Baluartes, as quaes ficaõ continuadas com aquella parte da Estrada das armas, que corre por junto da Golla do Baluarte. Saõ em forma de parallelogrammo rectangulo, de que os mayores lados parallelos ao Gosier do ditto Baluarte saõ de 150. atè 200. pès, reduzidos a Portuguezes, pouco mais ou menos, & os lados menores de 80. atè 100. sem fallar no acrescentamento, que de mais lhe causa a *Estrada* das armas naquelle lugar.

Estas Praças saõ necessarias para no tempo do assalto poderem estar formados os soldados, & promptos sem as confusoẽs, & embaraços que causaõ os apertos dos lugares em semelhantes occasioens. Em Palma Nova ha estas Praças como se vè da fig. que traz Dogen pag. 28.

Tambem nos meyos das ruas que do centro vaõ para as Cortinas nos encontros das transversaes, ou mais ou menos chegado para o centro, mas sempre nos dittos encõtros que chamamos ordinariamente encruzilhadas, se fazem hũas praças mais pequenas quadradas, em que desembocaõ quatro entradas, duas da rua trãsversal, & duas da direita. Cada lado de hũa destas praças se faz de 80. a 100. pès, que servem para mercados (alèm do que tambem costuma haver na Praça de armas principal) para mercadores, passeos, exercicios particulares, & outros usos civis. Em Palma Nova ha hũas, & outras Praças, a saber junto da Estrada das armas defronte de todas as Gollas, ou entradas dos Baluartes; mas nos encontros das ruas transversaes sòmente algũas. Naõ digo suas medidas porque não hà Petipè na fig. que traz Dogen.

Como entre nós não haja Fortificaçaõ grande regular, mas tudo sejaõ Villas, & Cidades antigas, naõ podemos allegar exẽplos proprios do ſobreditto;porque ainda que eu comecei hum Forte pentagonico regular,que eſtá já em boa altura,he couſa pequena com que não podemos fazer exẽplo,nẽ tem ainda obras internas.

Os edificios,ou ſaõ publicos, ou particulares. Os publicos ſaõ as Igrejas, caſas da Camera, arcenaes, armazens das armas, & das muniçoẽs,torres da polvora, payoes dos mantimentos, treim da artilheria, hoſpitaes, caſas do Governador, as dos officiaes de guerra, quarteis dos ſoldados, ciſternas, pòços, pontes, & canos para deſpejo das aguas immũdas. Se a Villa,ou Cidade he povoada civilmente,& tem atafonas particulares,podem eſtas ſervir; & em falta ſe devem ordenar por cõta do Principe para as moendas neceſſarias para o preſidio,& tambem moynhos de mão na neceſſidade, como fizemos alguns no ſitio de Elvas; porque os de vento tem incõmodos, & no tempo de ſitio ficaõ incapazes muitas vezes,porque o inimigo os arruina cõ a artilheria: algũa vez poderáõ ficar em parte onde eſtejaõ ſeguros, porèm não ſaõ livres de outros incõmodos,& faltando o vento ficão parados na occaſiaõ da neceſſidade: Os de ribeiras como ficão fòra da Fortificação,não ſervem quando he mais neceſſario.Poderà ſucceder paſſar ribeira por dentro de hũa Praça em que haja moynho dentro na povoação,& das muralhas para dentro. Muitas Praças fortificadas ha por dentro das quaes paſſaõ rios,& ribeiras grandes, ou pello pè;não duvido que neſtas haja os moynhos em parte ſegura do inimigo.

Deve haver as caſas neceſſarias com agua perto,& em ſitio cõmodo para a fabrica das farinhas,& paõ de munição,& os fornos neceſſarios aſſim para o preſidio no tempo da guerra, como para os moradores com o provimento de lenha,& mais couſas pertencentes a eſta adminiſtração para aturar hum ſitio.

Todas as couſas ſobredittas ſe devem diſpor em lugares convenientes,principalmente,que os armazens das muniçoẽs, & torres da polvora ſejão diſpoſtos em ruas proximas dos Terraplenos para que facilmente poſſaõ ſer conduzidas na occaſiaõ, cubertos de fortes abobadas,principalmente as caſas da polvora feitas em fórma de torres de 25. pés em quadro, 15. de alto,& por dentro forradas de taboado.

Tambem os armazens dos fogos artificiaes, petrechos de murraõ,& outras couſas devem ſer forrados de taboado, & todos cubertos

bertos de fortes abobadas contra a agua,& fogo;de modo q̃ principalmente as abobadas das torres da polvora(estas devem ser de pedra) possaõ resistir ao golpe de hũa bomba, sobre cuja força se veja o que digo no Cap.41.

Os quarteis dos soldados convem sejaõ perto da Estrada das armas,q̃ està junto dos Terraplenos:assim temos algũs em Elvas: outros acostados aos Terraplenos;porém neste lugar não convẽ, assim porque ficaõ doentios,& humidos, como porque impedẽ a livre subida por toda a parte para os Terraplenos. Assinaõ algũs a cada casa dos quarteis 16. ou 17.pés em quadro, & 11. de alto: assim se podem fazer,ou de pouco mais, ou menos; mas porcima não teraõ mais que hũ sobrado.Os quarteis do Capitão,& do Alferes seraõ mayores,ou duas destas casetas com porta por dentro, & nos quarteis chaminès, cantareiras,& almarios.

Os quarteis para a cavalleria,se a houver na Praça, seraõ tambem em partes cõmodas com a largueza conveniente para as cavalheriças,& por cima casas para os soldados, & os palheiros defronte.

Os quarteis para os Capitaẽs ficaráõ perto dos da cavalleria: terão a largueza conveniente a suas pessoas. Semelhantemente para os Tenentes,Alferes,& mais officiaes,& para os Capellaens.

As casas dos particulares se podem fazer conforme a grandeza da Praça fortificada. Ordinariamente se fazem de 60. atè 70. ou 80.pés de comprido,& de largo 24.atè 36. ou 40. em que se accõmoda hũa morada.

Para as casas do Governador assinaõ alguns 80.pès de fronte, 40.de fundo,25. de alto: pòde ser mais,& menos conforme a capacidade da Fortaleza,Villa,ou Cidade fortificada, & pessoa do Governador,a saber em que predicamento està a de quem se costuma fiar a tal Praça,& seu governo.

Os Corpos de guarda se devem fazer na Praça de armas principal,& em alguns lugares importantes;mas sempre tambem junto das portas quando os não haja nos lugares do transito porbaixo do Terrapleno, conforme havemos descritto no Cap. 36. & allí os deve haver sem falta,se de novo se fortificar a Villa,ou Cidade cõ Fortificaçáo moderna. Deve tambem haver Corpos de guarda nas pontes, ou junto dellas na fórma que dissemos no §. 8. do Cap.39.

Os armazens fazem alguns de 200. a 250. pés de comprido, 30. ou 40. de largo. Nisto como em muitas cousas das que havemos ditto senaõ pòde assinar cousa precisa: devem ser capazes.

Aos hospitaes,& outras cousas que temos referido naõ assinamos medidas,porque pende da grãdeza da Praça,& da necessidade conforme a multidaõ dos habitadores, & presidio; a cujo respeito deve ser o numero das Igrejas boas,& bem ornadas.

Da largueza,& fabrica das pontes temos ditto em particular no Cap. 39.

Cisternas convem que haja para o presidio, & nas casas particulares;mas especialmente póços de agua nativa,& estes na Praça de armas principal,& nas intermedias da povoaçaõ.Se houver fõtes de agua nativa que o inimigo não possa cortar,será muito melhor: boas, & abundantes de excellente agua saõ as de Estremoz, hoje dentro da Fortificaçaõ,que a instancias minhas se mandou obrar(despois do Castello,& bairro de San-Tiago que achei feitas)& a que de novo se fez desenhei eu na mayor parte,mettendo dentro a principal povoaçaõ,recio com as fontes,& Conventos, contra o parecer que tinhaõ algunsCabos,ou quasi todos levados de hũa unica,& apparente razaõ que lhe desfiz,& mostrei muitas em contrario,& vieraõ despois a darse por muito satisfeitos.Tãbem he boa,& abundante a fonte de Moura que nasce no Castello onde não pòde ser cortada.Em algũas outras Praças de Alem-Tejo as tenho tambem visto que nascem dentro. As que de fòra vem por arcos,ou em canos a flor da terra,& ainda profundos,saõ cortadas pello inimigo no tempo do sitio como experimentamos no de Elvas,valendonos da ruim de hum poço que causou certa doença de que morréraõ muitos soldados: a da cisterna se poupou mais do que foi necessario.

Finalmente advirto que os canos porbaixo dos Terraplenos para serventia das agũas devem ser de abobada,mas gradados cõ fortes grades exterior, & interiormente; & no Fosso se devem fazer outros de pedra, & cal por baixo da Explanada estreitos, & cubertos de lagens endereçados do fundo do Fosso para os lugares mais baixos da campanha para por elles escorrerem as aguas immundas,& as da chuva,que ficando reteudas no Fosso, se corrompem ẽgrande perjuizo da saude do presidio, & habitadores, o que com grande cuidado se deve procurar evitar.

Basta o que atèqui havemos ditto por mayor. O Engenheiro experto,& de juizo poderá accõmodar as mais particularidades com bom discurso,& consideraçaõ. Naõ trago fig. com as disposiçoens das ruas,praças,& sitios das casas em Planta por me parecer se pòde escusar,& que sem ella se entende tudo o sobreditto, por não multiplicar mais figuras na impressaõ,& porque quem as quizer ver,as acharà nos livros de muitos Autores, & porq̃ muito poucas vezes se podem dispor na fòrma apontada para a praça em tudo regular;quando quasi todas as que de novo se fortificaõ saõ Cidades,& Villas antigas,onde senaõ podem accommodar as cousas com tanta regularidade,ainda que se derribem , & cortem muitas casas; pois naõ se devem arruinar as povoaçoẽs mais que no que for muito preciso,como nos sitios por onde he força corraõ as muralhas Terraplsnos,Fossos, & mais obras que propriamente pertencem â Fortificaçaõ;mas todavia algũas ruas principaes para as portas,Estrada das armas,& Praça de armas principal ainda que não seja precisamente no meyo da povoaçaõ,como tãbem as praças particulares se devem admittir ainda que sejaõ em qualquer lugar,pois de outro modo serà necessario aruinar tudo & tornar a edificar á vontade,que senaõ faz taõ facilmente com a obra como com o pensamento ou como o desenho no papel,quãdo ainda houvera cabedal para executar ideas fantasticas .Nas povoaçoens que de novo se fundarem terei por grande erro não serem com as ruas , & praças na correspondencia ,que havemos ditto,ou outra semelhante.

CAP. XII.

Das Citadellas.

DOUS saõ os fins com q̃ se fabricaõ as Citadellas:o primeiro & principal para os Principes dominantes enfrearem,& segurarem as Cidades,& povos sujeitos por força,ou aquelles que naturalmente saõ inquietos,impacientes de dominio, & de cõtribuiçoẽs,amigos de novidades, ou que tenhaõ algũa correlaçaõ, semelhança na lingua, humores,ou affectos com naçoẽs vizinhas sujeitas a outro Principe,ou principalmente por serẽ de religiaõ diversa. O segũdo mais justificado para que a Citadella possa socorrer a Cidade,expellir,ou incõmodar o inimigo entrado nella, & servir de ultimo refugio aos moradores opprimidos do extremo aperto:ou para que naõ se podendo sustẽtar,nem esperar soccorro possaõ dalli capitular,sem se sobmetterẽ á mercé, & discreçaõ do expugnador;mas fazer pactos honrosos,ou ao menos que não sejaõ de total perdiçaõ das vidas,& honras.

Pello primeiro motivo da impaciencia do dominio estranho, ou inclinaçaõ a novidades foraõ [r] fabricados o Castello de Sant-Helmo em Napoles;as Citadellas de Anvers,de Bolduc,de Groeningen; o Castello de Milaõ,& de outras Cidades. Pello segundo se fizeraõ muitas Citadellas, principalmente em Praças frõteiras, & ainda que o não sejaõ naquellas em que por causa do cõmercio entra grande quantidade de gente,& todavia ha perto outras de Principe vizinho que pòde intentar algũa entrepresa . Cõ estas,ou aquellas circunstancias saõ exemplo do ditto segundo fim as Citadellas de Calès, [a] de Amiens,deMets,Cidades de França; de Gante,de Cambray, Cidades de Flandres,& outras.

[r] Dogen lib.2. cap.9.pag.242 243. & 244.

[a] Antonio de Ville lib. 1.fol part.4. c.60. 189.

Na antiguidade foi notavel a restauraçaõ que resultou a Roma da Fortaleza do Monte Capitolio;pois retirados a ella com Málio [c] mil mancebos Romanos das reliquias de Roma destruida,& abrasada pellos Gallos Senones;foi por aquelles defendida,& sustentada por seis mezes contra o continuo combate dos inimigos, atè que chegando Camillo com soccorro,forão de tal modo desbaratados,que com a inundaçaõ de seu sangue apagaraõ os vestigios dos incendios;nascẽdo daqui serem destruidos, & expellidos totalmente de toda Italia, & chegar Roma a possuir [o] taõ dilatado imperio.

[c] Luc.Floro lib.1. c.13.

[o] Veget.lib.4. no prologo.

Fazemse as Citadellas , ou quadrangulares como a de Havre de Graçe, Montpellier em Frãça;de Batavia Praça dos Hollãdezes na Java. Tambem assim se fizeraõ algũas no nosso Reyno: ou se fazem pentagonicas, a saber de cinco lados; que saõ mais commũas,& approvadas por mais firmes , & capazes para recolher o presidio,mantimentos, muniçoens, & mais petrechos necessarios para a defensa,& offensa.

As de seis lados saõ já mayores do que convem , & he necessario;& muito mayores, & escusadas as de sette;porque hũas,& outras necessitaõ de mayor presidio, podendose escusar; obrigaõ a cortar,&arruinar grande parte da Praça presidiada para a Explanada

nada diante da Citadella.

De cinco Baluartes saõ [a] as de Anvers, Turin, Amiens, Vitrì, Phaltzburg; & outras. [a] Dogen lib. 2 cap. 9.

De seis [a] a de Milaõ, Perpinhaõ, Casal. De sette [a] as de Manheim, Verdun, Blavet. Ville lib. 1. part. 4. c. 60.

De quatro, & de cinco as admittimos segundo a grandeza da Praça presidiada com Citadella, & presidio necessario.

Estas saõ as modernas, & regulares; porque se achaõ [r] outras muitas diversamente fabricadas, com Baluartes de hũa parte, Tenalhas da outra, angulos avançados, & retirados: outras com Redentes: algũas com torres, & de outros muitos modos. [r] Ville lib. 1. part 4. cap. 60.

Das Citadellas (ou Castellos antigos) ha hũas fundadas dentro nas Praças principaes em lugares eminentes, & fortes como a de Bergamo. [d] Naõ saõ dentro taõ boas; porque rebellada a Praça, ou entrado o inimigo, fica a Citadella incapaz de ser soccorrida, como hoje está o Castello de Lisboa por haver crescido a Cidade de modo que por toda a parte o rodea; o que antigamente não era; porque sendo a Cidade dos muros velhos adentro; ficava hũa parte do Castello fòra delles. [d] Ant. de Ville loco citat.

Fazem outros as Citadellas fòra das Praças em sitios proximos, & eminentes. Naõ saõ taõ approvadas porque não tem a entrada patente para a Praça que se pòde inquietar, ou rebellar; se he que por este receyo, ou suspeita se fabricaõ. Mas quando se façaõ em sitio exterior sempre deve ser em proximo, & dominante, donde muito se possa incõmodar, & dannar a ditta Praça, & naõ havendo o tal sitio, não se devem fazer senão com a entrada livre para ella na fórma que diremos.

Tambem se fabricaõ fòra das Praças em sitios proximos, & dominantes pellos segurar do inimigo, que occupãdoos as pòde infestar de tal modo que ou as obrigue a renderemse, ou a passarem grande detrimento.

O melhor sitio para a Citadella he em hum dos lados, ou angulo do Polygono interior da Praça no mais forte sitio, & dominante, se o houver, de tal modo disposta que fiquem dous Baluartes para dentro da Praça, os mais para a cãpanha, seja a Citadella de quatro, ou de cinco Baluartes, (ou de mais q̃ não admittimos sem algum respeito, ou causa particular, & urgente) & as Faces de dous Baluartes da Praça principal collateraes à Citadella produzidas

zidas