Na ſuppoſiçaõ de $\frac{29}{100}$ por Sobreface não calculei por me parecer eſcuſado: quem quizer pòde uſar deſta proporçaõ como da dos $\frac{28}{100}$ ou dos $\frac{30}{100}$

Reſta agora darmos a razaõ porque havemos tomado $\frac{28}{100}$ atè $\frac{30}{100}$ por Sobreface no deſenho deſtes Fortes Quadrangulares pentagonicos, & hexagonicos de meyos Baluartes ($\frac{3}{10}$ nos triangulares) & porque não tomamos $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ como no Methodo do Cap. 14 nem $\frac{17}{64}$ como no do Cap. 45. A razaõ he porque como eſtes Fortes ſaõ ordinariamente pequenos, quizemos esforçar os meyos Baluartes fazendoos mayores do que por aquellas proporçoens; pello que ainda tenho por melhor que ſe tomem para Sobreface em todos antes os $\frac{30}{100}$ que os $\frac{28}{100}$ ou $\frac{29}{100}$.

TABOADA NUMERO 12.

Das linhas, & angulos dos Polygonos regulares de meyos Baluartes ſegũdo noſſo Methodo, que ſerve tambem para os irregulares, excepto no angulo flanqueado que ſe varia ſegundo o valor do angulo da fig. regular, ou irregular, & o deſta taboada pertence ao Quadrado.

Para eſte calculo ſe ſuppoz o lado do Polygono exterior de 320. pès. A Sobreface $\frac{30}{100}$ do ditto lado. O Flanco prolongado imaginario $\frac{3}{4}$ da Sobreface. A Extenſaõ do Flanco imaginario $\frac{1}{4}$ do Flanco prolongado imaginario.

Fig. 98. A

Linhas.		Pès.	,	Angulos.	Gr.	'	''
Sobreface	A C	96	0	C B D	17	49	10
Face	A O	97	7	D O E	17	49	10
Flanco legitimo	O E	51	4	O D E	72	10	50
Cortina	E B	218	8	C A O	10	37	10
Flanco ſecundario	F B	123	9	C O A	79	22	50
Cõplem. da Cortina	E F	94	9	D O F	79	22	50
Flãco imag. prolong.	C D	72	0	D F O	28	26	20
Extenſ. do Flanc. imag.	C O	18	0	A F B	151	33	40
Flanco imaginario	O D	54	0	E O F	61	33	40
A porçaõ do lado exter.	C B	224	0	E B G	61	33	40
A linha	B D	235	3	F E O	90	00	00
O Segmento	D E	16	5	A C D	90	00	00
A linha	K B	304	6				
Golla	K E	85	8				
Capital	K A	97	9				
Lado do Polygon. inter.	K H	206	7				

§.16.

Qualificase a doutrina do Cap. 1. da Secçaõ II. & se propoem em taboada o valor dos angulos, & linhas das proporçoẽs nelle, & no Cap. 2. declaradas.

AS proporçoens declaradas no Cap. 1. da Secçaõ II. para se desenhar do Polygono interior para fòra a Fortificaçaõ das figuras regulares saõ muito ajustadas, resultando dellas as Faces sempre entre a ametade, & os dous terços da Cortina; que he a opiniaõ que elegi por escusar com Nicolao [r] Goldman a enorme profusaõ dos Baluartes se as Faces fossem mayores, ou a menoria, & encolhimento, se menores. Sahe pois a Face hora mais chegada aos $\frac{2}{3}$ da Cortina, hora mais á ametade conforme a proporçaõ, & a fig.

[r] Lib. 1. prop. 5. pag. 24.

Os Flancos resultaõ bem grandes, & tanto que excedem os de muitos Autores sem incõmodo de outras partes; pois sempre nos ficaõ Flancos secundarios em todas as figuras seguindo o requisito 4. de Goldman; [e] onde determina que os Flancos mais compridos saõ melhores que os mais curtos; porèm que senão corrõpaõ os secundarios por respeito dos primarios: quer dizer q̃ naõ faltem, ou se diminuaõ com excesso aquelles por respeito destes.

[e] Lib. 1. prop. 5. pag. 23.

Assim resultaõ das nossas proporçoẽs; pois ainda no Quadrado, onde muitos Autores de proposito escusaõ o Flanco secundario, he este pella nossa construcção igual á vigessima parte da Cortina.

No Pẽtagono fica de $\frac{1}{5}$ & daqui vai crescendo nas outras figuras atè a de 9. lados, onde se iguala a ametade da Cortina, & tãto tomamos em todas as mais, & na linha recta; porque não queremos mayor Flanco secundario a respeito de bem se poder descubrir do primario ajudado da nossa fabrica do Fosso o angulo da Contrascarpa na fòrma que dissemos nos Capitulos 16. & 17. ou ao mais o ditto Flanco secũdario os $\frac{2}{5}$ da Cortina da fig. de 31 lados inclusivamẽte atè a linha recta nas nossas fabricas dos lados dos Polygonos exteriores para dentro declaradas nos Capitulos 14. 45. & 47.

E supposto que o mesmo Goldman [a] traz por regra gèral das proporçoẽs que o Flanco primario não seja menor que a quarta parte

[a] Lib. 1. pag. 23 mihi.

parte da Face, nem mayor que ametade;esta segunda parte propoz por satisfazer ao 4. requisito de que o Flanco secundario senaõ corrompesse por respeito do primario,segundo a sua fabrica mas como pella nossa,ainda que o primario seja mayor que ametade da Face senaõ corrompe o secundario;antes fica sempre taõ grande parte da Cortina como se vè das proporçoẽs; por isso he melhor o nosso Flanco primario sendo bem grande, posto q̃ em algũas figuras exceda a ametade da Face segundo sua proporçaõ; pois assim fica o quarto requisito observado sem incõmodo algũ.

As Demigollas bem largas sempre mayores que os Flancos, & taes que na linha recta,onde as duas Demigollas compoẽ a Golla legitima, ou gossier,& esta fica a mayor que em fig. algũa, naõ chega a ser igual á Cortina;admittindoas nòs iguaes na linha recta;mayor não a Golla que a Cortina como faz Pagan com enormissimo excesso; de que escuso apontar as razoẽs, que os scientes reconhecẽ por escusar ser demasiadamẽte largo neste Trattado.

Os angulos flanqueados ficaõ bem capazes; pois o menor que he no Quadrado resulta de 63 gr.21. min. quando por todos, & por nòs se admitte de 60. gr.

Nas mais figuras saõ taõ capazes como se verá da taboada n. 13.que se confira com qualquer das figuras numeros 16, 17, 18, 19,& 20, supondo serem delineadas conforme as proporçoens da ditta taboada por escusar mayor numero de figuras, sendo o mayor na linha recta de 106.gr.15.min.40. seg. seguindo nòs, & approvando os angulos obtusos nas figuras em que convem pellas razoẽs que havemos dado no §.6.& por tanto o havemos admittido nos Methodos dos Capitulos 14,45, & 47. atè 110. gr. 26.min. 40. seg. na linha recta, & o admittimos atè 130. se da hi não resultar inconveniente de se diminuirem as defensas, & incapacitar a praça do Baluarte, o que pende da proporçaõ da fabrica;porque tal póde ser esta q̃ cause aquelles incõmodos,&outros.

Tomamos nesta construcçaõ tantas proporçoẽs,porq̃ se siguirmos hũa sò em muitas figuras virá brevemente a Face a resultar menor que ametade da Cortina; o q̃ não queremos admittir pellas razoẽs que já temos dado; sem embargo que assim resulte da construcçaõ de Antonio de Ville; que nesta parte não approvamos,nem o fazer o angulo flanqueado recto na fig.de 6. lados; q̃ conserva em todas as mais;o que os Hollandezes seguiraõ no Oc-

Ccc 2 togono

togono, & daqui para cima ſegundo aquella proporçaõ em que tomaõ os $\frac{2}{3}$ do angulo da fig. para formarem o flanqueado; reſultando aſſim recto na ditta fig. que conſervaõ nas ſeguintes, & linha recta. Mas no Enneagono,& delle para cima por aquella em que acreſcentaõ 20.gr. a ametade do angulo da fig. para formarẽ o ditto flãqueado;& no Duodecagono,& figuras ſeguintes pella outra em que acreſcentaõ 15.gr. ao ſemiangulo da fig. ſenaõ for ſegundo a opiniaõ de alguns que lhe querem acreſcentar 25.gr. porque entaõ em nenhũa fig. regular reſultarà preciſamente recto; pois no Heptagono não chegaria;& no Octogono paſſaria; ainda que iſto de naõ ficar o angulo flanqueado preciſamente recto em fig. algũa importa abſolutamente nada; porque aſſim para a obra,como para a viſta tanto monta que ſeja recto como hũ, ou dous graos mais a menos, pois a viſta o não pòde julgar ſem inſtrumento. Tambem o querer conſervar o angulo flanqueado recto em todas as figuras he abſurdo; de que jà havemos apontado as razoens no §.6.

Tornando ao intento digo,que ſe ſe quizer ſeguir ſempre hũa ſò proporçaõ virà a Face a reſultar menor que ametade da Cortina,ſe ao principio não for taõ grande que a menoria em que cada vez vai incorrendo não baſte a lhe cauſar eſte defeito, ou ſenaõ ſe for acreſcentando ſempre o Flanco ſecundario, para que deſta circunſtancia ſe diminua menos a Face;reſultando entaõ daqui o grande incommodo de ſenão poder nas figuras de muitos lados deſcubrir do Flanco primario o angulo dCoantraſcarpa ſegundo o ditto no Cap. 16.

Mas quando ſenão queira fazer taõ grande Flanco ſecundario por fugir daquelle inconveniente,contentandonos com ametade da Cortina pello mayor,ou com os $\frac{3}{5}$ que grãde Face ſerà neceſſaria na fig.de poucos lados para que na de muitos ſe conſiga o intento de naõ ficar aquella menor que ametade da Cortina? Eſcuſo cançarme em o demonſtrar. Quem quizer lhe faça a demonſtraçaõ, ou calculo.

Eſta he a razaõ por onde alguns Autores não paſſaõ em algũas ſuas proporçoẽs para deſenhar,da fig.de 6.lados: antes no Quadrado, Pentagono, & Hexagono trazẽ particulares fabricas para cada hum;com fundamento tambem que ſaõ para Fortes de campanha;& que por tãto querem dar modo mais facil ſem calculos, nem

TABOADA num. 13.

Dos angulos, & linhas dos Polygonos regulares conforme a noſſa primeira proporçaõ do Methodo de deſenhar do Polygono interior para fòra.

Figuras de lados, ou angulos		IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XIV	XV	XIX	XX	XXIV	XXV	XXIX	XXX	LIX	LX	L. Recta
Angulo diminuido, ou diminuto	L A O	13.19.30	18.12.30	20.19.30	22.37.10	25.27.50	27. 9.00	29. 3.20	29. 3.20	31.25.50	31.25.50	32. 9.10	32. 9.10	34.26.20	34.26.20	35.13.00	35.13.00	36.52.10	36.52.10
Angulo flanqueado	N A O	63.21.00	71.35.00	79.21.00	83.19.57	84. 4.20	85.42.00	85.53.20	96.10.20	93. 8.20	98.11.29	97.41.40	100.41.40	96.43.20	98.42.30	97.34.00	103.27.54	106.15.40	106.15.40
Angulo flanqueante interior	O G I	13.19.30	18.12.30	20.19.30	22.37.10	25.27.50	27. 9.00	29. 3.20	29. 3.20	31.25.50	31.25.50	32. 9.10	32. 9.10	34.26.20	34.26.20	35.13.00	35.13 00	36.52.10	36.52.10
Angulo do Flanco, & Razante	I O G	76.40.30	71.47.30	69.40.30	67.22.50	64.32.10	62.51.00	60.56.40	60.56.40	58.34.10	58.34.10	57.50.50	57.50.50	55.33.40	55.33.40	54.47.00	54.47.00	53. 7.50	53. 7.50
Angulo da Eſpalda	A O I	103.19.30	108.12.30	110.19.30	122.37.10	115.27.50	117. 9.00	119. 3.20	119. 3.20	121.25.50	121.25.50	122. 9.10	122. 9.10	124.26.20	124.26.20	125.13.00	125.13.00	126.52.10	126.52.10
Angulo Flanqueante exterior,	A R B	153.21.00	143.35.00	139.21.00	134.45.40	129. 4.20	125.42.00	121.53.20	121.53.20	117. 8.20	117. 8.20	115.41.40	115.41.40	111. 7.20	111. 7.20	109.34.00	109.34.00	106.15.40	106.15.40
Angulo da fig. regular	S K T	90.	108. 00	120. 00	128.34.17	135. 00	140. 00	144. 00	154.17. 9	156. 00	161. 3. 9	162.	165. 00	165.36.00	167.35.10	168.	173.53.54	174.	00.00
Angulo do centro da fig. regular	K X Y	90.	72. 00	60. 00	51.25.43	45. 00	40. 00	36. 00	25.42.51	24. 00	18.56.51	18.	15. 00	14.24.00	12.24.50	12.	6. 6.6.	6	00.00

Comprimento das linhas ſuppondo o lado do Polygono interior de 600. pés para os calculos deſta taboada.

		IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XIV	XV	XIX	XX	XXIV	XXV	XXIX	XXX	LIX	LX	L. Recta
Demigolla	I K	100. 0	110. 0	120. 0	120. 0	120. 0	120. 0	120. 0	120. 0	120. 0	120. 0	125. 0	125 0	125. 0	125. 0	130. 0	130. 0	140. 0	140. 0
Flanco	O I	90. 0	100. 0	100. 0	100. 0	100. 0	100. 0	100. 0	100. 0	110. 0	110. 0	110. 0	110 0	120. 0	120. 0	120. 0	120. 0	120. 0	120. 0
Flanco ſecundario	G F	20. 0	76. 0	90. 0	120. 0	150. 0	165. 0	180. 0	180. 0	180. 0	180. 0	175. 0	175 0	175. 0	175. 0	170. 0	170. 0	160. 0	160. 0
Sobreface	A L	249. 0	240. 0	226. 5	210. 25	201. 05	192. 35	186. 1	163. 6	156. 3	155. 0	158. 2	152 1	153. 5	149. 2	152. 6	141. 5	152. 2	140. 0
Extensão do Flanco prolongado	L O	59. 0	79. 0	83. 7	87. 6	95. 8	98. 7	103. 4	90. 9	95. 5	94. 8	99. 4	95 6	105. 2	101. 3	107. 7	99. 9	114 2	105. 0
Complemento da Cortina	I G	380. 0	304. 0	270. 0	240. 0	210. 0	195. 0	180. 0	180. 0	180. 0	180. 0	175. 0	175 0	475. 0	175. 0	170. 0	170. 0	160. 0	160. 0
Cortina	I F	400. 0	380. 0	360. 0	360. 0	360. 0	360. 0	360. 0	360. 0	360. 0	360. 0	350. 0	350 0	350. 0	350. 0	340. 0	340. 0	320. 0	320. 0
Linha razante	G A	646. 4	572. 7	529. 0	487. 8	455. 3	435. 3	418. 8	393. 0	404. 1	392. 6	393. 5	386 0	398. 3	393. 1	395. 2	381. 6	390. 3	375. 0
Fláco prolongado	L I	149. 0	179. 0	183. 7	187. 6	195. 8	198. 7	203. 4	190. 9	205. 5	204. 8	209. 4	205 6	225. 2	222. 3	227. 7	219. 9	234. 2	225. 0
Extensão da Face	O G	390. 5	320. 0	287. 9	260. 0	232. 6	219. 1	205. 9	205. 9	210. 9	210. 9	206. 7	206 7	212. 2	212. 2	208. 4	208. 4	200. 0	200. 0
Face	A O	255. 9	252. 7	241. 1	227. 8	226. 7	216. 2	212. 9	187. 1	183. 2	181. 7	186. 8	179 6	186. 1	180. 9	186. 8	173. 2	190. 3	175. 0
Linha fixante	F A	665. 8	645. 4	614. 2	600. 4	590. 5	587. 0	582. 7	580. 9	565. 5	554. 2	549. 6	542 5	551. 6	546. 4	543. 0	529. 6	524. 0	512. 0
Lado do Polygono exterior	A B	898. 0	860. 0	812. 1	780. 5	762. 1	744. 7	732. 2	687. 1	672. 6	670. 0	666. 3	54 1	656. 9	648. 4	645. 2	623. 0	624. 5	600. 0

Proporçoens ſegundo as quaes eſtá fabricada eſta taboada do Polygono interior para fòra.

No Quadrado.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polyg. interior.
Fláco $\frac{3}{20}$ do meſmo lado.
Flanco ſecúdario $\frac{1}{20}$ da Cortina.

No Pentag.

Demigolla $\frac{11}{60}$ do lado do Polyg. interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecúdario $\frac{1}{5}$ da Cortina.

No Hexag.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Fláco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecúdario $\frac{1}{4}$ da Cortina.

No Heptag.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecúdario $\frac{1}{3}$ da Cortina.

No Octog.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{5}{12}$ da Cortina

No Enneagono.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado
Flanco ſecúdario $\frac{11}{24}$ da Cortina

No Decagono até a fig. de 14 lados incluſivé.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecúdario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 15. lados até a de 19. incluſivé.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{11}{60}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 20. lados até a de 24. incluſivè.

Demigolla $\frac{5}{24}$ do lado interior.
Flanco $\frac{11}{60}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 25. lados até a de 29. incluſivé.

Demigolla $\frac{5}{24}$ do lado do Polyg. interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina

Na fig. de 30. lados até a de 59. incluſivé.

Demigolla $\frac{13}{60}$ do lado interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 60. lados até a linha recta incluſivè.

Demigolla $\frac{14}{60}$ do lado interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do meſmo lado
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

TABOADA num. 14. B

Em imitação das de Marolois, Fritach, Dogen, & Celario; porém com mayores Cortinas; para cuja fabrica ſuppoſemos para a mayor Fortificação Real em todas as figuras regu lares, a Cortina de 500. pés: a Face os $\frac{3}{5}$ da Cortina, que ſaõ 300. pès: o Flanco no Quadrado de 100; no Pentagono de 110: no Hexagono de 120: no Heptagono de 130: no Octogono de 140: no Enneagono, & em todas as mais figuras, & na linha recta de 150. O Angulo flanqueado compoſto da ametade do angulo da fig. & mais a quinta parte de hum recto, ou 18. gr. As mais linhas foraõ inveſtigadas por calculo. Vejaſe qualquer das fig. de num. 16. atè 21. ſem embargo de ſerem riſcadas com outras proporçoens, & ſe conſiderem com as deſta taboa da, & quem quizer ver como ficaõ na verdade, as pòde fazer ajuſtadas.

Valor dos angulos.

		IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXIV	XXXVI	LXXII	Ω
Angulo diminuido, ou diminuto	L A O	13.30	18.00	21.00	23. 8.34	24.45	26.00	27.00	27.49. 5	28.30	29.04.37	29.34.17	30. 00	30.22.30	30.42.21	31.00	31.15.47	31.30	32.15	33.30	34.45	36.00
Angulo flanqueado	N A O	63.00	72.00	78.00	82.17. 9	85.30	88.00	90.00	91.38.11	93.00	94.09.14	95.08.34	96. 00	96.45. c	97.24.42	98.00	98.31.35	99.00	100.3 0	103.00	105.30	108.00
Angulo flanqueante interior	O G I	13.30	18.00	21.00	23. 8.34	24.45	26.00	27.00	27.49. 5	28.30	29.04.37	29.34.17	30. 00	30.22.30	30.42.21	31.00	31.15.47	31.30	32.15	33.30	34.45	36.00
Angulo do Flanco, & Razante	I O G	76.30	72.00	69.00	66.51.26	65.15	64.00	63.00	62.10.55	61.30	60.55.23	60.25.43	60. 00	59.37.30	59.17.39	159.00	58.44.13	58.30	57.45	56.30	55.15	54.00
Angulo da Eſpalda [da Tenalha	A O I	103.30	108.00	111.00	113 8.34	114.45	116.00	117.00	117.49. 5	118.30	119. 4.37	119.34.17	120. 00	120.22.30	120.42.21	21.00	121.15.47	121.30	122.15	123.30	124.45	126.00
Angulo Flanqueante exterior, ou	A R B	153.00	144.00	138.00	133.42.52	130.30	128.00	126.00	124.21.50	123.00	121.50.46	120.51.26	120. 00	119.15.00	118.35.42	118.00	117.28.25	117.00	115.30	113.00	110.30	108.00
Angulo da fig. regular	S K T	90.00	108.00	120.00	128.34.17	135.00	140.00	144.00	147.16.22	150.00	152.18 28	154.17.09	156. 00	157.30	158.49.25	160.00	161. 3. 9	162.00	165.00	170.00	175. 00	00.00
Angulo do centro da fig. regular	K X Y	90.00	72.00	600.00	51.25.43	45.00	40.00	36.00	32.43.38	30.00	27.41.32	25.42.51	24. 00	22.30	21.10.35	20.00	18.56.51	18.00	15.00	10.00	5. 00	00.00

Comprimento das linhas em pés Portuguezes, & decimos de pè.

		IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXIV	XXXVI	LXXII	Ω
Lado do Polygono interior	K Y	743. 4	776. 2	797. 6	812. 8	815. 0	834. 4	848. 6	860. 2	870. 2	878. 6	885. 8	892. 2	897. 6	902. 6	907. 0	910. 8	914. 4	92[illegible] 8	945. 2	965. 0	985. 4
Demigolla	I k	121. 7	38. 1	148. 8	156. 4	162. 5	167. 2	174. 3	180. 1	185. 1	189. 3	192. 9	196. 1	198. 8	201. 3	203. 5	205. 4	207. 2	212. 9	222. 6	232. 5	242. 7
Flanco	O I	100. 0	110. 0	120. 0	130. 0	140. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150. 0
Flanco ſecundario	G F	83. 5	161. 5	187. 4	195. 8	196 3	192 5	205 0	215 7	223 7	230 8	235 7	240 2	244 1	247 4	250 4	252. 9	255. 2	262 3	273. 4	283. 8	293. 5
Face	A O	300. 0	300. 0	300. 0	300. 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300. 0	300. 0	300 0	300. 0	300. 0	300. 0
Cortina	I F	500. 0	500. 0	500. 0	500. 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500. 0	500. 0	500 0	500. 0	500. 0	500. 0
Flanco prolong. ou diſtãcia dos Polyg.	I L	70. 0	202. 7	227. 5	247 9	265 6	281 5	286. 2	290 0	293 1	295 8	298 1	300 0	301 7	303 2	304 5	305 7	306 7	310 1	315. 6	321. 0	326. 3
Lado do Polygono exterior	A B	1083. 4	1070. 6	1060. 2	1051 8	1044 8	1039 2	1034. 6	1030 6	1037 2	1024 4	1021 8	1019 6	1017 0	1015 8	1014 2	1012 8	1011 6	1007 4	1000. 4	993. 0	985. 4
Sobreface	A L	191. 7	285. 3	280. 1	275 9	272 4	269 6	267. 3	265 3	263 6	262 2	260 9	259 8	258 8	257 9	257 0	256 4	255 8	253 7	250. 2	246. 5	242. 7
Extenſão do Flanco	O L	70. 0	92. 7	107 5	117 9	125 6	131 5	136 2	140 0	143 1	145 8	148 1	150 0	151 7	153 2	154 5	155 7	156 7	160 1	165 6	171. 0	176. 3
Linha da defenſa razante	G A	728. 4	656. 0	634 9	630 8	634 4	642 2	630 4	621 4	614 4	608 6	603 9	607 0	596 6	592 8	591 2	589 0	587 1	581 1	571 8	563. 2	555. 2
Linha Capital	K A	240. 5	250. 6	262 7	275 2	287 5	299 6	300 9	302 2	303 5	304 6	305 7	306 7	307 6	308 5	309 2	309 9	310 6	312 8	316 8	321. 3	326. 3
Complemento da Cortina	I G	416. 5	338. 5	312 6	304 2	303 7	307 5	294 4	284 3	276 3	269 7	264 3	259 8	255 9	252 6	249 6	247 1	244 8	237 7	226 6	216. 2	206. 5
Linha da defenſa fixante	F A	809. 7	811. 1	812 6	814 5	816 8	819 5	818 9	818 4	817 9	817 6	817 2	816 8	816 6	816. 3	816 0	815. 9	815 7	815 0	813. 9	812. 6	811 3
Semidiametro menor	X K	525. 7	660. 3	797 6	936 7	1077 9	1219 8	1373 1	1526 6	1681 1	1835 7	1990 4	2145 6	2300 5	2456. 2	2611 6	2766. 8	2922 6	3546 4	5422. 5	11062. 3	Infinito
Semidiametro mayor	X A	766. 2	910. 9	1060 3	1211 9	1365 4	1519 4	1674 0	1828 8	1984 6	2140 3	2296 1	2452 3	2608 1	2764 7	2920 8	3076. 7	3233 2	3859 2	5739. 3	11383. 6	Infinito
Goſier, ou golla legitima	S I	172. 1	223. 4	257 6	281 8	300 2	314 2	331 5	345 6	357 6	367 6	379 4	383 7	389 6	305 7	400 8	405. 3	409 3	422 1	443. 5	464. 5	485 4

ABOADA num. 14.

Polygonos regulares conforme a nossa segunda proporção do Mecanico do desenho do Polygono interior para fóra.

	IV	V	VI	VII	VIII	IX
L A O	13. 9.20	16. 5.20	20.33.10	23.12.00	24. 3.20	25.40.40
N A O	63.41.40	75.49.20	78.53.40	82.10.17	86.53.00	88.38.40
O G I	13. 9.20	16. 5.20	20.33.10	23.12.00	24. 3.20	25.40.40
I O G	76.50.40	73.54.40	69.26.50	66.48.00	65.56.40	64.19.20
A O I	103. 9.20	106. 5.20	110.33.10	113.12.00	114. 3.20	115.40.40
A R B	153.41.20	147.49.20	138.53.40	133.36.00	131.53.20	128.38.40
S K T	90. 0	108. 0	120. 0	128.38.17	135. 0	140. 0
K X Y	90. 0	72. 0	60. 0	51.25.43	45. 0	40. 0
o lado do Polygono interior de 600. pès para os calculos desta taboada.						
I K	100 0	100. 0	100. 0	100. 0	108. 0	108. 0
O I	85. 7	92. 3	100. 0	100. 0	100. 0	100. 0
G F	33. 3	80. 0	133. 3	166. 7	160. 0	176. 0
I G	366. 7	320. 0	266. 7	233. 3	224. 0	208. 0
I F	400. 0	400 0	400. 0	400. 0	384. 0	384. 0
G A	625. 5	553. 0	499. 8	456. 9	446. 1	425. 0
O G	376. 5	333. 0	284. 8	253. 8	245. 3	230. 8
A O	249. 0	220. 0	215. 0	203. 1	200. 0	194. 2
F A	658. 0	630. 2	6.6. 3	613. 6	595. 7	588. 5
A B	885. 0	822. 8	802. 6	773. 4	750. 8	734. 0

do.

do Polyg.

Cortina.

.

o Polyg.

a Cortina.

.

do Poly-

Cortina.

No Heptag.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior.

Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo.

Flanco secundario $\frac{5}{12}$ da Cortina.

No Octog.

Demigolla $\frac{18}{100}$ do lado do Polyg. interior.

Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo.

Flanco secundario $\frac{5}{12}$ da Cortina

No Enneagono.

Demigolla $\frac{18}{100}$ do lado do Polygono interior.

Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo.

Flanco secundario $\frac{11}{24}$ da Cortina.

guras seguintes, & linha recta se siga a proporção
ap. I. da Secçaõ II. & taboada n. 13.

nem contas necessarias segundo a sua doutrina. Porém se as regras saõ boas,& faceis,& pudessem servir para as figuras de mais lados não parariaõ na fabrica do Hexagono. Em conclusaõ não pòde haver regra geral para todas as figuras,como traz Ville do Hexagono para cima,sem inconvenientes pellas razoẽs que tenho ditto,& por tanto fiz as minhas do Polygono interior para fóra com a variedade que se vé nas do Cap. 1. da Secçaõ II.

He pois o valor dos angulos,& linhas que resultaõ deste nosso Methodo do Polygono interior para fòra; o q̃ parece da taboada n. 13. supondo o lado do Polygono interior de 600. pés, que tantos suppuz para seus calculos. Taboada n. 13.

Quẽ quizer póde pellos numeros da taboada buscar qualquer das linhas nella declaradas na supposiçaõ de outro lado de Polygono interior mayor,ou menor,valendose da regra de tres; pōdo em primeiro lugar os 600. pès: em segundo o numero da taboada respondente â linha que se pertende: em terceiro o lado interior mayor,ou menor q̃ se dà. O mesmo se pòde investigar por qualquer linha das da taboada num. 14.(cujas proporçoẽs se cotejem com as figuras numeros 16. atè 20. imaginando estas riscadas conforme as dittas proporçoẽs segundo está a fig. 105. B do quadrado) supondo dada outra semelhāte mayor,ou menor; & porque isto he notorio aos Arithmeticos,& o hei já declarado,não ha para que o inculcar com mais palavras: se bem para a fabrica, & ainda para se saberem algũas linhas he escusada a regra de tres; pois havendo fig. de mayores,ou menores lados que os 600. pès, naõ ha mais que seguir a regra que lhe pertence das do Cap. 1. & sahirá fortificada como convem; & para as outras linhas que senaõ conhecem logo por virtude da construcçaõ, se podem saber pella regra de tres,ou por Trigonometria;& em falta por Petipè; ainda que por este modo he cousa muito grosseira,& mecanica;& sendo assim he só o à que chegavaõ muitos Engenheiros que a este Reyno vieraõ com grande presumpçaõ,& dos quaes se formou grande conceito.

O ditto neste §. se entenda semelhantemente acerca das proporçoens do Cap. 2. da Secçaõ II. de que se vem as medidas dos angulos,& linhas na taboada num. 14.

§. 17.

Como se achaõ as partes dos Fortes de meyos Baluartes descriptos do Polygono interior para fóra no Cap. 4. da Secçaõ II.

Fig. 110. HE muito facil achar as linhas, & angulos dos Fortes de meyos Baluartes descriptos no sobreditto Cap. do lado do Polygono interior para fóra; suppondo aquelle dado, ou conhecido; porq̃ da mesma fabrica resultaõ sabidas em numeros a Golla B I; o Flanco I L; o complemento da Cortina I K; & o resto K A do lado da fig. se conhece abatendo de B A a somma de B I, & I K.

A Capital B F se achará facillimamente pella regra aurea, a saber. Como K I para I L, assim [r] K B para B F. As primeiras tres linhas saõ sabidas pella construcçaõ; logo não se ignorarà a quarta B F buscada. Isto nasce da semelhança dos Triangulos K I L, K B F equiangulos.

[r] 4. do sexto de Eucl.

Achada pois a Capital B F; se outra sua igual se juntar com o segmento K A do lado B A, comporsehà K T que fica servindo de Flanco secundario ao meyo Baluarte I L F B.

A Razante K F serà conhecida, se da somma dos Quadrados de K B, & B F se tirar a Raiz quadra, que mostrará [b] sua quantidade.

Semelhantemente se conhece L K continuaçaõ da Face por ser igual numericamente á raiz da somma dos quadrados K I, I L. A Face L F se sabe, tirando L K de F K.

[b] 47. do 1. ou 31. do sexto.

Os angulos saberá com a mesma facilidade o practico pello semicirculo graduado; o sciente mais ajustadamente por Trigonometria; porque no Triangulo rectangulo K I L se daõ sabidos os dous lados K I, I L com o angulo recto I; donde pellos preceitos da Trigonometria se investigará o angulo L K I; & por este [c] o angulo I L K igual [d] com o flãqueado B F L por serem parallelas [e] B F, I L; Mas o da Espalda [e] I L F tirando o angulo I L K da somma de dous rectos.

[c] 32. do 1.
[d] 29. do 1.
[e] Pella operaç. 13. do 1.

§. 18.

§. 18.

Apontase que sortes de corpos de muralha se levantaõ nos espaços P Z A, X N O, V N O, L I D, F I D, considerados de per-si, dos quaes se trattou no Cap. 7. §. 3. da II. Secçaõ.

O Triangulo P Z A imaginado no plano horizõtal he base de hũa Pyramide; cuja altura he hũa linha imaginaria levantada a perpendiculo sobre o ponto A, igual com a da muralha, que havemos supposto de 25. pès. He esta Pyramide terminada com quatro superficies triangulares; a saber o ditto Triangulo P Z A no plano horizontal a que chamo primeiro, representado na fig. n. 124. A, com as mesmas letras, & escurecido por se mostrar, que fica na base da Escarpa. Fig. 124. A Fig. 124. A

O segundo Triangulo que lhe fica da parte superior, he o que tem por hum lado a linha P Z cõmua tambem ao sobreditto primeiro Triangulo; por outro hũa linha, que se deve imaginar que sobe pella Escarpa desde o ponto Z inferior atè o ponto, a, superior; que no alto da muralha corresponde a plumo sobre o ponto A; o qual se representa na fig. num. 124. A pella linha Z a, do Triangulo K, imaginando que este se levanta, & revolve sobre a linha P Z como sobre hum exo, tanto atè que o ponto, a, fique no alto da muralha (termo superior da Escarpa) perpendicular ao ponto A no plano horizontal, & a linha P a, do mesmo modo subindo diagonalmente pella mesma Escarpa, & correspondente à inferior P A. O plano deste Triangulo K fica inclinado sobre o plano do Triangulo P Z A formando com elle angulo agudo.

Sobre a linha Z A, Talud da Escarpa na fig. num. 124. se levãta perpendicularmente outro Triangulo; do qual hum lado sobe do ponto Z inferior pella Escarpa atè o ponto, a, do alto perpẽdicular ao ponto A no baixo. Este lado he tambem cõmum ao sobreditto segundo Triangulo K; mas na fig. representase pella linha Z a do Triangulo H, imaginandose que este se levanta, & revolve sobre o exo Z A atè que o ponto, a, superior venha a ficar a perpendiculo sobre o ponto A inferior; de que resultará q̃ as duas linhas que na fig. se mostraõ cõ as letras Z a, viraõ a coincidir em hũa sò cõmua ao segundo Triangulo K, & ao terceiro Fig. 124. A

Trian-

Triangulo H. Mas outro lado he o que sobe a perpendiculo do ponto A inferior ao ponto a superior, qual mostra a linha A a no ditto Triangulo H; cujo plano fica perpendicular ao plano do Triangulo P Z A formando com elle angulo recto.

Fig. 124. O quarto Triangulo he o que se levanta perpendicularmente sobre a Hypothenusa P A da fig. num. 124. do qual hum lado sobe diagonalmente pella Escarpa do ponto P inferior atè o ponto a imaginado superior ao outro ponto A inferior. Este lado he tambem cõmum ao sobreditto segundo Triãgulo K na fig. num.
Fig. 124. A 124. A, o qual lado se representa pella linha P a do quarto Triãgulo R, que concebido levantarse, & revolverse sobre o exo P A atè ficar perpendicular ao plano do Triãgulo P Z A sobre a Hypothenusa P A, virá a coincidir a linha P a do Triangulo R com a linha P a do Triangulo K. O outro lado deste quarto Triangulo he hũa linha perpendicular levantada sobre o ponto A atè o alto da muralha; qual se representa pella linha A a do Triangulo R, & esta coincide com a linha A a do Triangulo H quando ambos estaõ levantados perpendicularmente a saber o Triangulo R sobre sua base P A, & o Triangulo H sobre Z A.

Da sobreditta consideraçaõ se segue que a linha Z a lado do Triangulo rectangulo K, fica Hypothenusa do Triangulo rectangulo H. As linhas A a que coincidem em hũa só no Triangulo H, & no Triangulo R representaõ hum lado commum a ambos.

As linhas P a do Triangulo rectangulo K & do Triangulo rectangulo R que coincidem em hũa sò representaõ a Hypothenusa cõmua a ambos os Triangulos.

Fig. 124. Fig. 124. B Outra semelhante Pyramide se levanta sobre o Triangulo P r A da fig. num. 124. & da fig. 124. B, de que naõ devemos fazer mençaõ neste computo por pertencer jà á outra decima parte do Pentagono; & em sustancia as duas Pyramides sobre o Triangulo
†Fig 124. A *Fig. 124. B P Z A, † & sobre o Triangulo P r A * que consideramos de per si, cada hũa terminada com quatro superficies triangulares; vem a compor hũa sò Pyramide que tem por base o quadrilatero P Z A r, & nos lados, quatro superficies triangulares; quaes se mostraõ
Fig. 124. C Fig. 124. C na fig. num. 124. C * que todas concorrem em hum ponto levantado a plumo sobre o ponto A.

Fig. 124. Do mesmo modo sobre os Triangulos X O N, V O N da fig.

num.

num.124. ſe levantaõ outras Pyramides; cuja altura he hũa linha a plumo do ponto O inferior até outro ſuperior no alto da muralha, & cada hũa daquellas ſe póde imaginar ſeparadamente cõ as ſuperficies lançadas em plano na fórma que diſſemos da Pyramide ſobre o Triangulo P Z A; porque na realidade as duas que alli ſe conſideraõ não ſaõ ſeparadas hũa da outra; mas hũa ſó; que tem por baſe o Quadrilatero X N V O com a ſobreditta altura de 25. pés do ponto O até outro a elle ſuperior a perpendiculo; & eſta Pyramide ſe póde partir nas duas ſobredittas com a imaginaçaõ, ou na realidade. Vejaõſe as figuras numeros 124.D & 124 E & 124.F. Figuras 124.D 124. E 124. F

Mas nos dous Triangulos L I D, F I D da fig. 124. ſaõ as Pyramides de outro modo, & jacentes (quero dizer deitadas com as pontas no plano horizontal; & concurrentes no põto D) a ſaber a Pyramide L l i I D repreſentada na fig. 124. G tem por baſe o Parallelogrammo rectangulo L l i I levantado perpendicularmẽte ſobre o lado L I & plano do Triangulo L I D; & a altura deſta Pyramide he a linha jacente L D perpendicular ao lado L I commum ao Triangulo L I D & ao Parallelogrammo L l i I; pello q̃ a área deſte multiplicada pella terceira parte da altura L D dará a corporea quãtidade da Pyramide L l i I D. Ou tambem multiplicando a área do Triangulo L I D pellos $\frac{2}{3}$ da altura L l, ou I i. Fig. 124. G

Semelhantemente ſe entenda da Pyramide I i f F conſiderada de per ſi na fig. num. 124. G em q̃ ſe moſtraõ ſeparados cada hum dos Triangulos L I D, F I D; ou na fig. num. 124. H em que ſe vẽ unidos, compondo o Quadrado L I F D; em cujos lados L I, F I ſe levantaõ os dous Parallelogrammos baſes das Pyramides, & quando levantados coincidem as duas linhas ſinaladas com as letras I i em hũa ſó. Fig. 124. G Fig. 124. H

As ſuperficies que imaginariamente terminaõ a quantidade corporea da Pyramide L l i I D ſe repreſentaõ na fig. 124. I imaginando que ſe tiraõ da Pyramide, & ſe eſtendem no plano horizontal, as quaes ſuperficies ſaõ 5, a ſaber 4. triangulares, & hũa quadrangular. O meſmo ſe entenda da Pyramide I i f F D; que ſe repreſenta esfolada de ſuas ſuperficies na fig. 124. K; mas na fig. 124. L ſe repreſentaõ as ſuperficies da Pyramide unida num. 124 H, que ſe compoem das duas L l i I D, I i f F D imaginariamente ſeparadas na fig. 124 G. Fig 124. I Fig. 124. K Fig. 124. L

As figuras que trazemos neste §. em demonstraçaõ das Pyramides sobredittas he imitando Dogen[r] em semelhante caso. Os numeros de cada hũa das linhas dos Triãgulos terminativos das Pyramides lhe acrescentei nellas; ou por raizes nas que saõ irracionaes conforme as supposiçoẽs que tomei para este calculo.

r Lib.2.cap.12 pag.308.&309

§.19.

Assinase a razaõ da sexta regra dada no Cap.11. da primeira Parte Operativa para reduzir pés cubicos immediatamẽte a braças solidas, ou corporeas de 250 palmos cubicos a braça.

A Regra particular q̃ propuz por sexta no Cap. 11. para reduzir immediatamente pès cubicos a braças solidas, ou macissas; (he o mesmo que corporeas) de 250. palmos cubicos a braça sem ser necessario reduzir primeiro os pès cubicos a palmos cubicos, foi que o numero dos pès se multiplicasse por 13|5. & do producto se cortassem quatro letras da parte direita; porq̃ o valor das que ficassem da parte esquerda mostraria o num. da braças solidas, & o valor das quatro letras cortadas da parte direita mostraria as particulas de hum quebrado, a respeito de hũa braça imaginada repartida em 10000; que isto vem a ser, primos, segundos, terceiros, & quartos na regra da Dizima.

A razaõ desta operaçaõ he, porque conforme o que havemos ditto hum pè de linha [isto he em cõprimento] iguala a $1\frac{1}{2}$ palmo dos nossos, & por tanto 2. pès a 3. palmos; de que resulta que cubicando os 2. pès fazem 8. cubicos, & cubicando os 3. palmos de comprimento, ou linha (que he o mesmo que os 2. pès) fazem 27. palmos cubicos: por serem pois os lados iguaes, ficaõ os cubos iguaes, a saber 8. pès cubicos a 27. palmos cubicos; donde se segue que 1000. pès cubicos se igualaõ a 3375. palmos cubicos que fazem $13\frac{1}{2}$ braças solidas, ou pello modo da Dizima 13|5. braças.

Por onde fica corrẽte a regra aurea para reduzir qualquer numero de pès cubicos a braças solidas de 250. palmos, armãdo a regra na fòrma seguinte. 1000. pès daõ 13|5. braças solidas: tal num. de pès por exemplo 1733. que darà? & executada a regra sahirà o quarto numero buscado; em que se deve advertir na operaçaõ que por quanto o segundo numero da serie 13|5. que he o q̃ sempre

pre ſerve de multiplicador tem annexo 5. primos (que he $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$) ao numero inteiro 13. multiplicando ao terceiro 1733 (que he ſò de inteiros ſem primos, né outro quebrado da Dizima annexo) gera no producto o num. 23395|5; cuja ultima letra da parte direita ſerá ſignificativa de primos conforme a regra da Dizima. Eſte numero ſe deve partir pello primeiro termo da regra aurea q̃ he 1000. Mas ſabido he dos Arithmeticos que neſte caſo he eſcuſada a operaçaõ da regra de repartir ordinaria; pois quando ſe quer partir hum num. inteiro mayor por 1000. baſta que ſe corté do num. que ſe reparte tres letras da parte direita [tátas como ha cifras no partidor 1000.] & fica feita a partiçaõ; porque as letras cortadas da parte eſquerda moſtraõ o valor do que cabe a cada hum, & as cortadas da parte direita moſtraõ as partes milleſimas de hum inteiro que de mais cabe a cada hũ dos 1000. do partidor.

Porèm quando no num. da partiçaõ ha annexo mais o quebrado de primos alem do inteiro (como agora neſte caſo ha no num. 23395|5.) ſe devem cortar 4. letras do num. da partiçaõ conforme a regra da Dizima, entẽdendoſe entaõ q̃ o partidor he 10000 por ſe haver de acreſcentar com hũa cifra mais do que de primeiro era, & as letras cortadas da parte eſquerda ſeraõ os inteiros; a ſaber as braças que buſcamos; & as da direita os quebrados de braça a reſpeito de hũa feita em 10000. particulas; que ſaõ primos, ſegundos, terceiros, & quartos na regra da Dizima.

Daqui ſe ſegue que ſe no numero dos pès propoſtos houver tambem annexo o quebrado de primos de mais do num. inteiro ſe gerará no producto o quebrado de ſegundos annexo ao numero inteiro do producto; por quanto no multiplicador 13|5. ha o quebrado de primos (pois cõforme a regra da Dizima primos por primos geraõ ſegundos) & neſte caſo ſe devem cortar 5. letras da parte direita do num. producto; porque as da eſquerda ſeraõ as braças inteiras, & as cortadas da direita moſtraràõ partes cem milleſimas de hũa braça; & aſſim por diante ſe no numero propoſto dos pès houver annexos primos, & ſegundos, cortarſehaõ ſeis letras, que moſtraràõ o quebrado da braça a reſpeito de eſta repartida em 1000000. particulas. Mas ſe houver annexos primos, ſegundos, & terceiros ao numero propoſto dos pès, cortarſehaõ ſette letras, que repreſentaõ as particulas do quebrado a reſpeito de hũa braça repartida em 10000000. Semelhantemente ſe entenda por diante.

Quando no numero producto (dos pès propostos por 135.) houver sò as quatro letras que poder cortar,não chega o numero dos pès a inteirar hũa braça;mas sòmente hum quebrado de braça a respeito desta partida em 10000.particulas;que saõ primos, segundos,terceiros,& quartos: mas se houver sòmente tres letras representaràõ o quebrado a respeito do mesmo partidor 10000. em segundos,terceiros,& quartos.

Tudo isto he cousa facil a quem tiver noticia da Dizima.Para os Practicos basta obrarem como dispoem a facil regra dada no ditto Cap. 11.regra sexta da I. Secçaõ:porque lhe não saõ necessarias estas especulaçoens, ainda que pouco profundas em prova da certeza da ditta regra,bastando que a reconheçaõ experimentalmente.

§. 20.

Defendese Campano de hũa nota do Padre Christovaõ Clavio.

RE servámos na Secçaõ II.Cap.7.§.5.no principio para mostrar neste §.que injustamente reprova Clavio a Campano sobre a settima definiçaõ do liv. 11.de Euclides.

O fundamento he (por não achar em Campano definiçaõ generica do Prisma)arguir que elle,& outros entendem por Prisma sòmente aquella fig.solida (a que chama Serratil) a qual he conteuda por cinco superficies;das quaes,tres saõ Parallelogrammos; mas as duas oppostas,Triangulos parallelos,iguaes,&semelhãtes; sendo aquella fig.sòmente hũa especie de Prisma de infinitos que hà comprehendidos na definiçaõ 13. do undecimo em Clavio: 11.na tradição de Theon vertida por Zamberto.

Porèm argue injustamente a Campano ; o qual diz na definiçaõ settima do liv. 11.

Corpus serratile dicitur,quod quinque superficiebus, quarum tres parallelogramæ sunt, duæ vero triangulæ,continetur; a saber.

Corpo Serratil se diz o que he cõteudo por cinco superficies; das quaes,tres saõ Parallelogrammos;mas duas,Triangulos. Esta he a definiçaõ que explica com hum simile ; & todavia algũ tanto parece defectuosa;pois devia dizer que as duas superficies oppostas haviaõ de ser não sò triangulares;mas parallelas,iguaes, & semelhantes.

Porèm

Porèm não ſe ſegue daqui que por Campano definir em particular a ditta fig. ſolida eſpecie de Priſma com nome de Serratil, tiveſſe para ſi q̃ naquella definiçaõ ſe incluiaõ todos os Priſmas, ou que não houveſſe outros infinitos; mas ſòmente o que alli definio, como ſem razaõ lhe nota Clavio.

Mais ajuſtado ſeria notalo de haver faltado, não trazendo a definiçaõ generica do Priſma, que traz o meſmo Clavio com o num. 13. Zamberto com o num. 11. & outras mais; como tambem propoſiçoẽs em que faltou, por achar falto o texto, de que uſou.

E não ſò a Campano, mas a Zamberto faltaõ algũas definiçoẽs; de que por eſcuſar prolixidade apontarei ſòmente a do Tetaedro que lhe falta; ſendo que define os outros quatro corpos regulares da definiçaõ 21. atè 24. do undecimo; pois havia de trattar, como fez, do Tetaedro em muitas propoſiçoens do liv. 13. & ſeguintes; & nem por faltar em fallar nas definiçoẽs no Tetaedro, ſe pòde arguir que elle entendeſſe não haver mais que os quatro Corpos regulares que define.

E ſe Campano faltou em definir genericamente o Priſma; tãbem elle pudera notar a Clavio de haver faltado em definir eſpecificamente o Serratil; pois ſe a terceira, & quarta propoſiçaõ, & a demonſtraçaõ da quinta do duodecimo na parte em q̃ fallaõ em Priſmas ſenaõ podem entender genericamente; mas em eſpecial dos que tem dous planos adverſos Triangulos; como o meſmo Clavio adverte, em eſpecial no Scholio da ultima do undecimo; parece era neceſſario haver definido eſtes Priſmas eſpecificos, a que Campano dà nome de Serratiles.

E não obſta a objeçaõ de Clavio dizendo que quando Euclides quiz fallar da propriedade particular ao Priſma ſerratil, declarou como fez na ſettima propoſiçaõ do duodecimo; que devia ter a baſe triangular; que iſto vem a ſer, conſiderada a baſe de hũa, & outra parte o ter dous Triangulos por planos adverſos; pois ainda que neſta propoſiçaõ o declarou Euclides, ſegundo o texto q̃ traz Clavio, & Zamberto; todavia na ultima do duodecimo naõ cõſta do texto q̃ trazem, que Euclides eſpecificaſſe a meſma particularidade, ſendo que a propoſiçaõ ſòmente dos Priſmas ſerratiles ſe entende, como bem adverte Clavio em ſeu Scholio; pois ſeria a propoſiçaõ falſa, ſe abſolutamẽte ſe quizeſſe entender de todo o genero de Priſma, como ſe propoem na propoſiçaõ. E ainda que o Scholio explica o sentido; que todavia já era manifesto das demonstraçoẽs de Clavio,& Zamberto;com tudo as palavras da proposiçaõ não deviaõ significar hũa universal,quando se entendẽ de hũa particular;pello que he de crer que Euclides devia ter dado nome especifico aos Prismas especiaes de Triãgulos adversos parallelos;ou q̃ se a estes chama Prismas, devia especificar terẽ a base triangular; como se declara na settima do duodecimo,& que semelhantemente devia fazer o mesmo na terceira, & quarta do mesmo liv.

Por tanto conjecturamos haver Euclides dado o nome especifico de Serratil ao tal Prisma de base triangular, ou planos adversos triangulares (que he a mesma cousa) segundo o texto de Cãpano;não obstante a objecçaõ de Clavio (na prefaçaõ) de haver aquelle seguido a tradiçaõ dos Arabes;que em grande parte perverteraõ a ordem,& Methodo de Euclides, & mudaraõ as palavras das proposiçoẽs em algũs lugares; de modo que difficultosamente se pode perceber o proprio,& verdadeiro sentido do Autor;pois ainda que isto assim seja,como diz Clavio ; todavia dahi não se infere que a palavra Serratil, que Campano achou na tradiçaõ dos Arabes não fosse de Euclides,ou outra q̃ fosse do idioma grego em que Euclides escreveo , para significaçaõ daquelle especial Prisma,& que isto não fosse mais ajustado que nomealo com o nome generico naquellas proposiçoẽs,que sò a elle convẽ & naõ a todos em geral: por onde parece q̃ senão deve dar mais credito ao texto de Zamberto , & Clavio nesta parte, que ao de Campano:em outras muitas cousas sim,pois he muito melhor,& mais ajustado.

§.21.

Assinase a razão da regra dada no Cap.8.da Secção II.para se saber o diverso preço de cada braça de muralha,segundo sua diversa altura.

A Regra que no Cap.8.da Secçaõ II.havemos dado pende de supposiçoẽs,conforme ás quaes he que procede a ditta regra;& da razaõ que aqui assinarmos se conhecerà o modo para se fazer com quaesquer outras.

Suppomos por noticia,& informaçoens que dous officiaes pedreiros,como nòs lhe chamamos em Lisboa,&albanés na Provincia

cia de Alem-Tejo fazẽ cada dia em paredes muito groſſas, quaes ſaõ as das muralhas da Fortificaçaõ quatro braças de 250.palmos cubicos a braça,tendo ſempre os materiaes promptos na obra cõputado hum dia por outro grandes,& pequenos ; porque em hũ dia grande,querendo trabalhar bem fazem 5.braças : mas ſuppomos as 4. que fazem com o trabalho ordinario,& ſofrivel.

Suppomos mais que para q̃ ſempre tenhaõ os materiaes prõptos,& não eſtejão parados na obra em quanto ſe lhe chegaõ, ſaõ neceſſarios para os dous officiaes albanés quatro ſerventes para acarretarem os materiaes:hũ mais para terçar a cal, & outro para acarretar agua;que vem a ſer ſeis ſerventes.Iſto em quãto os dous officiaes andaõ do livel do chaõ atè 10.palmos de alto.

Porèm como paſſaõ de 10.palmos atè 20.de alto lhe ſaõ neceſſarios mais dous ſerventes para acarretar os materiaes ; de modo que viráõ a ter 8.

Dos 20. atè os 30. palmos,mais outros dous que fazem 10, & aſſim pordiante a cada 10. palmos mais de altura acreſcentar dous ſerventes.

Eſta he hũa eſtimaçaõ racional com voto dos meſtres pedreiros practicos neſtas couſas ; pois ſem algũa ſuppoſiçaõ tomada por certa não ſe póde fazer o computo,& a regra.

Suppomos mais que hũa braça de obra deſtas muralhas groſſas a podem fazer em Eſtremoz por 1200. reis , & que os materiaes para ella lhe vem a cuſtar poſtos ao pè da obra 600. reis.

Devemos agora conſiderar o cuſto que fariaõ as quatro braças de obra feitas pellos dous officiaes em hum dia,ſe ſe pagaſſem por jornal atè os 10.palmos de alto; a ſaber

Os materiaes para as quatro braças a 600. reis por cada hũa montaõ ——————————— 2400

Os dous officiaes em hum dia de ſeu jornal a 200. reis cada hum montaõ ——————— 400

Os ſeis ſerventes a 100. reis importaõ ——— 600

Fazem de cuſto as 4.braças 3400.reis,por onde ſahe a cada braça 850 reis nas q̃ ſe fizerem até 10.palmos de alto. 3400

Porèm de 10.palmos para cima porque ſe mettem já mais dous ſerventes que levão 200.reis, creſce no cuſto de cada braça mais 50. reis com que cuſtarà cada hũa 900.reis.

De 20.atè 30. palmos ſe mettem outros dous ſerventes; com

que

que virâ a sahir cada braça por 950. reis; & assim pordiante irá sahindo por 1000. reis; 1050, 1100. &c. conforme as alturas de 10. palmos mais.

Isto supposto, cortemos as ultimas cifras dos numeros 850, 900, 950, 1000, 1050, & ficaráõ na mesma proporção 85, 90, 95, 100, 105, & supponhamos que o primeiro 85. he o valor de cada braça atè os primeiros 10. palmos de alto: 90. o valor de cada hũa dos 10. palmos de alto atè os 20: o terceiro intermedio 95. o valor medio de cada braça respondente à media altura, a que competem os 1200. reis que geralmẽte se dava por cada braça. O numero 100. representa o valor de cada hũa dos 30. atè os 40. palmos de alto. Finalmente o num. 105. o seu valor dos 40. atè os 50. palmos.

Por onde corre agora a regra aurea que no Cap. 8. dissemos, a saber.

A 95. num. intermedio respondem 1200. reis: a 85. numero primeiro, ou a 90. num. segũdo, ou a 100. num. 4. ou a 105. num. 5. que responderá? & sahirà o preço de cada hũa das braças segundo sua altura.

He de advertir que se a altura for mayor subindo a 70, 80, & mais palmos se obrará do mesmo modo, sò com a differença do preço; porque entaõ, não devem querer os officiaes fazer a obra senaõ por mayor preço em cada braça geralmẽte em toda a obra, a saber por 1400. reis, 1600, & 1800. conforme a altura a que houver de subir.

Por este estilo se deve fazer semelhantemente a conta nas paredes delgadas dos edificios desta Cidade de Lisboa attendendo a altura a que devem subir, aos servẽtes, q̃ haõ mister os officiaes, ao custo dos materiaes para cada braça, postos nesta, ou naquella parte da Cidade.

Em sustancia a regra vem a ser mais hum modo de roteiro para fazer a conta do que regra geral; por quanto em cada terra ha diversos preços nos materiaes, nos salarios dos officiaes, & serventes, & nas braças por empreitada; ao que tudo se deve attender para se fazer a regra com informaçaõ dos mestres practicos em todas estas cousas; porque sem esta naõ se pòde fazer.

NOTA.

NOTA.

O QUE ſe diz no Scholio do Cap.8.da Secçaõ II.da primeira parte acerca das obras da Villa de Cezimbra,& ſeu Caſtello,tem ſemelhante fundamento ao ſobreditto;a ſaber por exacta informaçaõ que lá tomei;naquellas paredes delgadas faz cada official hum dia por outro(entre grandes,&pequenos)hũa braça de obra;& ainda que nos Redẽtes do Caſtello pudera entrar em duvida ſe faria mais por ſerem mais groſſas que as da Villa; todavia pella difficuldade da ſerventia na meſma obra ſe reputou o meſmo;& em algũa parte da Villa;onde as paredes ſaõ mais groſſas que as ordinarias, que he na praya onde ſe fizeraõ dous arcos, por ſer couſa pouca,& por outra juſta cauſa ſe deſprezou para eſta conta; aſſim que aſſentado que hum official faz hũa braça de obra(que nas muralhas groſſas de Alem-Tejo ſuppuzemos ſerem duas)entra a conſideraçaõ ſeguinte.

Para dous officiaes que ſuppomos fazem duas braças de obra cada dia,& para os materiaes he neceſſario o ſeguinte.

Dous officiaes de jornal cada dia a 200.reis montaõ —— 400

para ſe lhe dar aviamento hum ſervente ſempre prompto para terçar a cal 120.reis que aſſim corre em Cezimbra—— 120

Outro ſómente para acarretar agua 120.reis —— 120

Dous ſerventes para o carreto da pedra;& para o mais —— 240

Cal para duas braças, hum moyo poſto na obra da praya,ſuas ribanceiras,& Caſtello —— 400

Pedra para duas braças,duas barcadas ; que lhe não lançaõ mais,poſto que os meſtres albanés queiraõ affirmar que leva cada braça mais de hũa barcada,& ſobre a cal direi adiante: mas em Cezimbra he força ſuppor meyo moyo por cada braça;pois o juraõ os meſtres, & outros de quẽ me informei debaixo de juramento,dizendo que por reſpeito da frialdade, miudeza,& ſequidaõ da pedra,he neceſſario ao menos o meyo moyo, as quaes duas barcadas ſe avaliàraõ em 400 . reis cada hũa poſtas na obra montaõ —— 800

Area para as duas braças ſe avaliou em 200. reis poſta na obra —— 200

Orſamento do cuſto de duas braças de alvenaria —— 2280

De maneira que fazem as duas braças de cuſto 2280.reis,& hũa ſó 1140 reis. Iſto he atè dez palmos de alto do livel do terreno.

Mas dos dez palmos para cima atè os 20. he neceſſario mais hũ ſervente para os dous officiaes; cõ que faraõ de cuſto as duas braças 2400. reis. Mas dos 20. atè os 30. palmos de alto mais outro
ſervente para os dous officiaes; pello que ſahirá a braça a 1380
1260. reis, & aſſim pordiante irá ſahindo cada braça em ca- 1328 1260
da dezpalmos mais de alto conforme os numeros á margẽ, 1200
q̃reduzidos aos minimos termos, como he notorio aos A- 1140
rithmeticos, ſahem na meſma proporçaõ os outros 19, 20, 23 22
&c. que tambem ſe vem à margem; com os quaes ſe deve 21
obrar na fôrma que temos ditto no Scholio do Cap. 8. 20 19

Se ſe duvidar de que havemos dado 4. ſerventes, & hum mais para terçar a cal, & outro para acarretar a agua para dous officiaes atè 10. palmos de alto para as muralhas de Alem-Tejo, como ſe vè do ditto neſte §. & agora para as obras de Cezimbra ſuppomos ſòmente dous ſerventes, & hum mais para terçar a cal, & outro para a agua para os meſmos dous officiaes; o que naõ parece coherente; reſpondo q̃ os dous officiaes nas Fortificaçoẽs de Alem-Tejo ſuppomos que fazem 4. braças de obra, quando aos de Cezimbra pella delgadeza das paredes attribuimos ſòmente duas; & que por eſte reſpeito lhe naõ damos mais q̃ dous ſerventes, quando aos das Praças grandes de Alem-Tejo cõcedemos quatro para eſta conta, pella groſſura das paredes em que os officiaes trabalhaõ o dobro.

E ſe todavia ſe tornar a duvidar que pello meſmo reſpeito naõ deveramos dar dous para terçar a cal, & acarretar a agua em Cezimbra como damos em Alem-Tejo, ou ſe em Cezimbra damos dous, deviamos dar quatro em Alem-Tejo; reſpondo que ſempre para bom expediente he neceſſario hũ homem para terçar a cal, & outro para acarretar a agua; & q̃ diſto ſe não pòde fazer partilha proporcional; pois o da cal he neceſſario de per-ſi, trabalhe, ou não trabalhe tanto quando terça a cal para duas braças, como quando para quatro.

Semelhante conſideraçaõ ſe deve ter no que acarreta a agua que ſempre he neceſſario de per-ſi; alem do que a diverſidade dos ſitios donde ſe acarreta a agua pode fazer mais rigoroſo o trabalho ao que a acarretar para duas braças, do que para quatro; & aſſim para eſta conta ſe deve ſempre ſuppor hum homem para a agua,

gua,posto que venha em carros,ou de outra maneira,porque isto reduzimos com boas informaçoẽs ao trabalho de hũ homem, ou seja para duas,ou para quatro braças de obra. Tudo isto escrevi per satisfazer ás objecçoens que se podem pòr nas supposiçoens que havemos tomado.

Porém nas obras da Fortaleza de S.Theodosio fiz a conta com outros numeros, & por outro modo, porque o moyo de cal custava sòmente 350.reis,& a barcada de pedra outros 350.reis | 91
de que resultaraõ os numeros que parecem á margem, dos | 87
quaes o primeiro inferior 75. responde ao preço do princi- | 83
pal,& acrescentamẽto dos 12.palmos atè os 24. que era, que | 79
dos dittos 12.palmos atè os 24.de alto se acrescentaria mais | 75
hum tostaõ em cada braça sobre os 1100. reis do preço contrattado, de que resulta que em segundo lugar na regra aurea ha de ficar sòmente o numero 100,que he preço acrescentado.

§. 22.

Mostrase como sahirá a Fortificaçaõ com inconvenientes se se quizer seguir hũa mesma proporçaõ de repartir o lado do Polygono interior em certas partes & tomar hũa aliquota, ou aliquanta para Flanco, & para Demigolla, & sempre certo o mesmo angulo flanqueado, ou outras circunstancias q̃ apontaremos.

APontarei sòmente algũ inconveniente (pois seria processo infinito apontar todos) nos modos que disser dos Autores em quanto à generalidade com que algũas pessoas querem valerse delles para todas as figuras.

O primeiro modo q̃ se me offerece he o de Antonio de Ville que o faz geral para todas do Hexagono para cima; posto que o naõ exemplifica mais que atè o Duodecagono.

Divide o lado do Polygono interior [q̃ toma de 900. pés para Praça Real] em 6.partes: destas,hũa para Demigolla, outra para Flanco,formando sempre o Baluarte de angulo recto; de que resulta que a Face produzida imaginariamente irà cortar menor,ou mayor porçaõ da Cortina por Flanco secundario segundo o numero dos lados da fig.

Daqui resulta o inconveniente de que cada vez mais se vai minorando a Face do Baluarte assim como cresce a fig. no numero dos lados; de modo que sendo aquella no Hexagono de quasi 290.pès Regios, menor sòméte por 10. pès que ametade da Cortina, se lhe vai diminuindo de maneira que no Duodecagono serà de 260. & na linha recta de 212|13. mayor sòmente que o terço da Cortina por 12|13. pès, cousa q̃ senão deve admittir pella pequenhez dos Baluartes q̃ resultaõ desta proporçaõ; não porq̃ não seja bem grande já hum Baluarte de 150. pès de Flanco, & 212. de Face: mas esta grandeza provemlhe do grãde lado do Polygono que toma Ville de 900. pès, não da proporçaõ que lhe dá pois se tomar menores lados, sahiráõ os Baluartes pequenos; & por tanto devia usar de outra proporçaõ de que resultassem mayores Baluartes nas Faces; pois a de 212. pès na linha recta, & ainda a de 290. no Quadrado saõ pequenas a respeito do lado de 900. & Cortina de 600. que de tantos fica; por cujo respeito nunqua convem que a Face do Baluarte seja menor que ametade da Cortina, para que aquelle tenha capacidade, & valentia respectivamente ao seu Polygono.

Tambem fazer recto o angulo flanqueado em fig. de menos de 9. lados he cõtra a boa Fortificaçaõ, por ficarem muito curtos os Flancos secundarios; podẽdo ser mayores em defensa dos Baluartes sem resultar incõmodo algum nestes; antes de se lhe formarem os angulos agudos resultaõ mais defensaveis pella mayoria dos Flancos secundarios, & mais capazes pella mayoria das Faces. Assim que nesta parte naõ approvo a doutrina de Ville; como nem em deixar de admittir angulos flanqueados obtusos nas figuras que passarem jà de 12. lados a respeito de se poder mais facilmente descubrir não só do Flanco secundario, mas de notavel parte do primario o angulo da Cõtrascarpa; o que tem grande difficuldade sendo recto o angulo do Baluarte; pella qual causa, & por outras mudei eu de opiniaõ do que tinha seguido na Hercotectonica com o cõmum dos Autores modernos, em observar sempre o angulo recto tanto que a este termo chegasse nos Baluartes de figuras regulares, & o admitto não sò agudo, & recto; mas tambẽ obtuso, sem grande excesso na obtusidade; como mais particularmente apontei no §.6.

Outros tomaõ sempre certa a Demigolla, & o Flanco, cada hũ de certa parte aliquota do lado do Polygono interior, & tiraõ as

Ra-

Razantes de varios pontos da Cortina conforme o numero dos lados da fig. ou certa parte aliquanta da Cortina, para de outro tanto fazer a Face, & outros semelhantes modos, em que tambem ha grandes incõmodos em quãto á generalidade com que os querem accõmodar, ou a todas, ou a quasi todas as figuras de qualquer numero de lados; sobre que não faço particular reparo porque seria alargarme mais do que convem; & porque em particular tratto de o fazer aqui acerca da Fortificaçaõ de hũa Praça Real; que na sua Academia ensina o Commendador, & Capitaõ de Couraças D. Diogo Henriques de Vilhegas, cuja fabrica he semelhante á de Christovaõ de Rojas; como adiante direi; ou quasi semelhante à de Fritach para hum Forte pentagonico de campanha; no qual toma $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior para Demigolla: outro tanto para Flanco: $\frac{4}{5}$ da Cortina para Face.

Poem Vilhegas o lado do Polygono interior de 1100. pès Geometricos [que he grande excesso, sobre que aqui não disputo, sem embargo de que o pè Geometrico seja ainda menor do que elle cuida; pois não chega a igualar o terço da vara Castelhana, q̃ elle me disse igualava justamente, & se devia fundar na autoridade de Christovaõ de Rojas, que assim o traz na segunda parte Cap. 3:] a Demigolla de 180. que vem a ser hum sexto do ditto lado menos $3\frac{1}{3}$ pès; que parece lhe tirou o Autor tomando sòmente os dittos 180. pès por disfarçar o valerse de proporçaõ; pois tambem me disse naõ queria usar de proporçoẽs, & as reprova em varios lugares da sua Academia. Sendo que nunqua pòde deixar de haver alg̃ua entre quaesquer numeros que tome; como esta que vem a ser em minimos termos a Demigolla $\frac{9}{55}$ do lado do Polygono justamente.

Poem por Flanco 133. pés; que vem a ser quasi a oitava parte do mesmo lado, menos sòmente $4\frac{1}{2}$ pès por disfarçar a proporçaõ em numeros proximos á unidade.

Por Face toma 400. pès que saõ $\frac{20}{37}$ da Cortina; pois esta lhe fica de 740.

Seja como for, ou usasse de proporçaõ disfarçada, ou absolutamente daquelles numeros que lhe pareceraõ convenientes para as quantidades da Demigolla, Flãco, Face, & Cortina de hũa Fortificaçaõ Real, vem a ser o mesmo estilo de Christovaõ de Rojas; o qual toma o lado do Polygono interior de 660. pès: a Demigolla

golla de 132. que he a sua quinta parte; de que lhe resulta a Cortina sempre de 396: o Flanco faz de 90. que saõ $\frac{3}{22}$ do ditto lado: a Face de 310, medidas que segue no Quadrado, & Pentagono. Mas para o Hexagono, Heptagono, & figuras seguintes, toma 600 de lado de Polygono: a mesma quinta parte que saõ 120. para Demigolla; de que resulta a Cortina de 360. Naõ diz se deve tomar o mesmo Flanco, & Face que havia posto para o Quadrado, & Pentagono.

Porèm nas Plantas que traz destas figuras saõ as medidas differentes da doutrina; porque em nenhũa ha Flanco secundario, devendo precisamẽte resultar da fabrica que ensina, & os angulos flanqueados serem cada vez mais agudos do Pẽtagono para cima; & elle os faz nas Plantas menos agudos assim como vai crescendo a fig. no numero dos lados. As Faces vaõ se lhe diminuindo devẽdo ser sempre as mesmas conforme a doutrina. Mas por ventura que reconheceria os inconvenientes que della resultavaõ, & por isso os remediaria nas Plantas; se bem incorreo em outros defeitos que aqui nos não incumbe mostrar, & sòmente que de se seguir sempre hũa certa Demigolla, certo Flanco, & certa Face, resultaõ intoleraveis absurdos: assim que o mesmo Rojas não foi coherente nas Plantas com a doutrina, & de hum, & outro modo se lhe seguem, ou absurdos, ou inconvenientes grandes.

Ou imitaria o Capitaõ Vilhegas a Henrique Hondio, que tambẽ toma certo o lado do Polygono interior, certos a Demigolla, Flanco, & Face cada hum de seu numero differente; se bem tambem he differentemente em cada fig. do Quadrado atè o Octogono de que falla, & naõ sempre as mesmas quantidades em todas as figuras, como faz Vilhegas.

E posto que Hondio varie a construcçaõ do Quadrado atè o Octogono; todavia porque do Octogono para cima nas mais figuras toma sempre a mesma Demigolla, o mesmo Flanco, & a mesma Face, se lhe vai diminuindo o angulo flanqueado de modo, que sendo no Octogono (como investiguei por calculo) de 78 gr. 38. min. vai diminuindo nas mais figuras atè que na linha recta lhe fica sómente de 66. gr. 25. min. cousa que senaõ deve admittir pellas razoens que abaixo diremos contra elle, & cõtra Vilhegas.

Vem tambem a ser o que faz o Capitaõ Vilhegas hũa semelhãça do Pentagono de campanha de Fritach, em tomar certa Demigolla,

golla, certo Flanco, certa Face, certa Cortina, & isto taõ firmemẽte que o que Fritach faz sòmente no Pentagono de campanha, quer o Autor fazer em todas as figuras em que se haja de formar Praça Real; & ainda com outra circunstancia superstíciosa; a qual he que hajaõ de ser precisamente as partes nomeadas daquelles numeros de pés que aponta; pois se cança por todo o segundo, terceiro, & quarto Cap. do liv. em querer provar (mas de balde) que o lado do Polygono interior não deve ser menor que os dittos 1100. pès que elle toma, & no Cap. 5. despois de hum larguissimo discurso acerca da Demigolla conclue com estas palavras. (Sea la conclusion que la cantidad de 180. pies que determinamos a la media golla ser la ajustada que pide, siendo todo lo que fuere mas, superfluo; siendo todo que fuere menos, diminuto.)

No Cap. 6. §. 3. conclue que a Cortina de 740. pés he a da quãtidade devida ao lado de 1100. pès para seu fim, & emprego; como que se esta materia procedesse por pontos indivisiveis.

Sobre o Flanco, despois de outro larguissimo discurso no Cap. 7. resolve no §. 3. que deve ser de 133. pès não mais, nem menos, dizendo o mesmo q̃ havia ditto da Demigolla nas palavras (Siendo diminuto todo que fuere menos; siendo superfluo todo que fuere más) com a mesma superstíciosa limitaçaõ.

Naõ he meu intento querer aqui desfazer as razoẽs sofisticas com que pertende firmar estas suas resoluçoens. Mostrarei sómente os intoleraveis absurdos, que se seguem da generalidade cõ que poem esta doutrina em todas as figuras regulares do Pentagono para cima; donde se colherà tambem quaes podem ser as razoens que traz em seu apoyo.

He o primeiro absurdo que de tomar sempre certa a Demigolla, certo o Flãco, & certa a Face, lhe resultaõ os angulos flanqueados cada vez menores, assim como vai crescendo a fig. no numero dos lados; porque sahindolhe o angulo do Pentagono (que he a primeira fig. que fortifica) de 68. gr. 2. min. 20. seg. se lhe vai diminuindo nas de mais lados de modo que no Octogono será de 65. gr. 46. min. 20. seg. na de 20. lados de 59. gr. 32. min. na linha recta de 53. gr. 29. min. como acharà quem lhe fizer o calculo.

Semelhantemente se acharà em quaesquer outras figuras intermedias menor angulo flanqueado na de mais lados; mayor na de menos.

Quem

Quem dirà que esta Fortificaçaõ não he ás avessas; pois quando haviaõ de crescer os angulos flanqueados se diminuem;& que se possaõ permittir angulos taõ agudos,quando a experiencia ha mostrado sua debilidade contra a fortaleza que devem ter, para resistir ás baterias, & incapacidade contra a largueza necessaria para os usos militares; (fallo no sentido cõmum em quanto se entende o que digo do corpo incluso,entre as faces que concorrem para a formatura do angulo solido do Baluarte,&proximo a elle; pois nenhum angulo plano,nem solido he quantidade, nem faz pouca, ou muita resistencia; sem embargo de Clavio, & muitos Cõmentadores de Euclides terem para si ser o angulo quantidade) por cuja causa todos os Autores os não admittem menores de 60.gr.& ainda constrangidos da qualidade da fig.quadrada, q̃ obriga a esta menoria;que todavia outros alargaõ mais fazẽdoos de 65. atè 70. gr. por naõ quererem ainda abaixar ao menor termo de 60.gr.

E posto que pella practica de Hondio que elle imitou não he taõ grande o absurdo; pois lhe sahe na linha recta o angulo flanqueado de 66.gr.25.min. quando a Vilhegas sòmente de 53.gr. 29.min; nem hum,nem outro se deve seguir nesta parte.

Vejamos agora se com as suas medidas, & angulos agudos lhe resultaõ os Baluartes melhores que os dos Autores que reprova; pois na pag.72.diz que os que seguem o modo de proporcionar, attenderaõ sòmente à proporçaõ das partes, não à melhor defensa,& mais vehemente offensa;& na pag. 204. que pertendeo cada hum dos Autores executar com exacçaõ a regularidade da proporçaõ que elegeo,não attendendo â melhor defensa,nem à mais vehemente offensa.He necessario acudir pella opiniaõ dos Autores no que não merecem censura,& não consentir,que sejaõ calũniados taõ absolutamente como quer Vilhegas.

He todo seu fundamento hũa livre conjectura contra os Autores;pois de elles seguirem o modo de proporcionar nas Fortificaçoẽs regulares; não póde inferir, que attendessem sómente á proporçaõ das partes,& naõ á melhor defensa,& mais vehemente offensa como diz nas paginas 72. & 204. já citadas.

Mas para que se veja quanto mais attenderaõ a melhor defensa,& mais vehemente offensa,fundados nas proporçoẽs que escolheraõ para a valentia dos Baluartes,& partes defendentes do q̃ o

mesmo

mesmo Vilhegas na fabrica da sua Praça Real, cotejemos hum, & outro modo.

Vilhegas toma sempre por lado do Polygono interior 1100. pès (de cujo excesso não disputo aqui): á Demigolla assina sempre 180. pès: ao Flanco 133: á Face 400: & esta vem a ser toda a sua doutrina no tocante ao desenho das Praças Reaes do Pentagono para cima; pois não tem o Quadrado por fig. capaz de nella se construir Praça Real.

Supponhamos qualquer dos modos proporcionaes dos Autores. Seja por exemplo o primeiro modo de Fritach supponde em hum Pentagono o mesmo lado de Polygono interior de 1100. pès que toma Vilhegas, & proporcionando pellas taboas daquelle Autor sahirà a Face de 428|99. que este faz de 400. A Demigolla por Fritach de 228|26. por Vilhegas de 180: o Flanco por aquelle de 125|12; por este de 133; de modo que sò no Flãco excederà o de Vilhegas ao de Fritach por 8. pès: mas isto sòmente no Pentagono; porque no Hexagono será por Fritach o Flanco de 141|05: a Face de 423|14: a Demigolla de 232|67; de modo que já o Flanco vem a exceder ao de Vilhegas, & se se fizer a cõta no Heptagono, & mais figuras, excederáõ as Demigollas muito mais.

Porèm se fizermos o calculo pello segundo modo, & segunda taboa de Fritach se acharà, que logo no Pentagono sahe o Flanco muito mayor, porque se achará de 175|13. quando em Vilhegas he sòmente de 133. A Demigolla sahirà conforme aquelle Autor de 199|65. quando neste he sòmente de 180. A Face resultará de 467. que Vilhegas faz de 400. & nas mais figuras sahem muito mayores estas partes que pella sua fabrica.

Acrescentase que vem a ficar a Cortina mais curta [naquelle demasiado lado que poem Vilhegas] quando os Baluartes mayores; & que isto he mais cômodo assim para a defensa como para a offensa; porque para aquella ficaõ os corpos, & suas partes mayores, & mais capazes para sofrerem as baterias, & haver mayor espaço em que fazer mais cortaduras; & para a offensa ficaõ as fixãtes menores que as excessivas que resultaõ de sua fabrica a respeito da grande Cortina que deixa, como Jeronymo Cataneo, & outros antigos reprovados nesta parte pellos modernos; de que nelles se pòde ver a razaõ; & por tanto seraõ os tiros mais vehementes para a offensa contra quem se acostar ás Faces dos Baluartes,

Fff ou

ou pertender atravessar o Fosso; & tambem assim para a offensa como para a defensa saõ os mayores Baluartes, & os mayores Flácos capazes de mayor numero de defensores,& de artilheria,pello que respectivamente ao Polygono que Vilhegas suppoz resultaõ muito mayores os Baluartes,conforme a doutrina de Fritach, Dogen,Celario,& outros modernos;não fallando jà na incapacidade dos angulos flanqueados,que pella sua fabrica resultaõ cada vez menores,assim como a fig. cresce no numero dos lados.

Porém ainda que hei mostrado os Baluartes destes Autores mayores,& mais capazes que os de Vilhegas; não pertendo com isto inculcar que senão possaõ admittir menores que huns,& outros,em Fortificaçaõ Real; pois tanto que hum Flanco tem 80. pès,& hũa Face 200. serà robusto,& capaz o Baluarte tendo sufficiente angulo flanqueado;por cuja causa,& porque as Cortinas da fabrica Hollandeza eraõ curtas respectivamente ao Polygono (como o mesmo Vilhegas nota) usou Goldman de outra proporçaõ:de que lhe resultaõ mayores Cortinas,se bẽ os Baluartes mais pequenos que os dos sobredittos Autores,havendoos por bastãtissimos de 240.pès de Face,& de 60.atè 120.de Flanco, de cuja fabrica ainda que nas Faces resultaõ menores que os de Vilhegas, todavia nos Flancos,& Demigollas sahem mayores em algũas figuras.

Tambem se fizermos a conta pella doutrina de Antonio de Ville sahiràõ as Demigollas pouco mayores,que as de Vilhegas; os Flácos com excesso,posto que as Faces mais pequenas; porém nem a doutrina de Ville nesta parte he boa;porque não convem que as faces sejaõ menores que ametade da Cortina, & por outras razoẽs que havemos apontado;& para melhor devem as Demigollas ser mayores que os Flancos que em Ville saõ iguaes; se bem assim as admittimos.

Finalmente de fazer Vilhegas o lado de 1100.pès se segue tãbem o absurdo da demasiada Cortina, & excessiva linha fixante. O mesmo serà da fabrica de Goldman se tal lado se admittir; por cujo respeito ordenou tal proporçaõ que della lhe não resultasse o lado do Polygono interior mais que de 699|412. que saõ quasi 700. pès atè 819|412. ou quasi 820. aquelle pello menor, este pello mayor termo,como se pòde ver das suas taboadas.

Se se me arguir que no meu Methodo tambem sigo hũa mesma pro-

proporçaõ do Enneagono inclusivè atè a fig. de 30. lados, & logo outra da de 31. atè a linha recta; respondo que procedo por outro novo estilo; de cuja proporçaõ naõ resultaõ os inconvenientes apontados, como largamente tenho escritto em alguns §§. desta segunda Parte Qualificativa, & se vè dos angulos, & linhas calculados, & dispostos nas taboas numeros. 8. 9 10. &c.

§. 23.

Propoemse a demonstraçaõ da practica dada no Cap. 9. §. 5. da Secçaõ II. da primeira Parte Operativa acerca da mediçaõ de hũa circunferencia elliptica.

HE a practica que havemos dado para se medir qualquer circunferencia elliptica, por exemplo L M N O que se imaginassem outras duas Ellipses A C B D menor, P Q R S mayor igualmente distantes da intermedia pertendida L M N O; cujas areas se investigassem pellos preceitos de Archimedes conforme o ditto no §. 4. do Cap. 9. & tirando a menor da mayor, restará hũ espaço entre a menor peripheria elliptica A C B D, & a mayor P Q R S; o qual applicado, ou repartido por A P, ou C Q daria no quociente a peripheria elliptica L M N O; para cuja demonstraçaõ se supponha que a semiperipheria externa P Q R se estẽde em hũa linha recta T V, & a interna A C B na recta X Z parallelas, & distantes entre si pella linha x b, ou z d igual com A P, ou B R distancia das semiperipherias como estas se suppoem na fig. 127. A pertencente ao §. 5. do Cap. 8. da Secçaõ II. Unaõse T V, X Z com as duas linhas T X, V Z. Digo pois que o Trapezio T V Z X se iguala ao espaço entre as duas semipheripherias ellipticas porq̃ o ditto Trapezio he igual ao Parallelogrammo a o i r, & este não sò igual, mas issòperimetro ao ditto espaço entre as linhas curvas ellipticas, pòr quanto T V [a] se iguala cõ P Q [r] R, & X Z [a] cõ A C [r] B: mas a sõma de T V, [a] X Z he igual com a somma de a r, [a] o i, logo tambẽ a somma destas se iguala cõ a de P Q [r] R, & A C [r] B; & tambem suas iguaes distancias A P, [r] B R entre as linhas ellipticas com a o, [a] r i entre as mesmas estendidas nas linhas rectas T V, X Z, ou entre suas iguaes a o, r i: seraõ por tanto iguaes o rectangulo a o i r; o Trapezio T V Z X, & o espaço P Q R B C A P entre as semiperiferias ellipticas.

Fig. 127. A
Fig. 126. B
Fig 127. A
Fig. 126. B
a Fig. 126. B
r Fig. 127. A
a Fig. 126. B

Mas assim no Trapezio T V Z [a] X como no rectangulo, a r i o, repartida a área pella distancia x b, ou z d igual com, a o, ou, i r, dà a linha m n que os divide em duas partes iguaes ao comprido, & he a ditta linha, m n, meyo arithmetico entre T V, & X Z; logo igual com a linha semielliptica L M r N, que divide pello meyo o espaço igual, & isoperimetro ao rectangulo, a r i o; & por tanto a semiperipheria elliptica L M r N será meyo arithmetico entre P Q R, & A C B. Semelhante demonstração corre se por esta via se quizer inquirir a peripheria, ou semiperipheria, de hum circulo, & se acharà experimentalmente; porque se se tirar a área do circulo A B C D da área do circulo E F G H, restará a superficie inclusa entre as duas peripherias; a qual repartida pella linha A E,

Fig.127. E ou C G dará no quociente a peripheria I M N O tão distante da externa como da interna, & da mesma quantidade como se fora buscada por seu diametro I N.

§. 24.

Demonstrase com Clavio a descripção das figuras òvadas com determinado comprimento, & determinada largura, na fórma que se ensinou na Secção II. Cap.9. §.9. da prim. Part. Operat.

POR quanto os dous lados O P, P F são [d] iguaes aos dous C P, P F & comprehendem angulos rectos [d] que são iguaes [e]

Fig.131.& 132. serão [t] as bases O F, C F tambem iguaes; & acrescẽtadas as iguaes [a] O M, C I, resultarão [g] iguaes F M, F I: por tanto o circulo descripto do ponto F por M passará [u] pello ponto I, no qual tocará [p] o circulo pequeno I A K. Semelhantemente se demonstra que passará pellos pontos H K, onde tocarà os circulos pequenos em H & K; que he o que se devia demonstrar.

d Pella operac.
e Axiom.12.
t 4 prim.
a Pella operac.
g Axiom.2.
u Defin.15. primi.
p Schol. 13. tertij.

§. 25.

§. 25.

Assinase a razão de quinta Regra do Cap. 11. da primeira Part. Operativa Secção I. para reduzir palmos cubicos, & seus quebrados no modo da Dizima a braças, multiplicando o numero dos palmos, & seus quebrados por 4.

PRoponhamos que temos hum numero de palmos para reduzir a braças a saber 4328. propostos no primeiro exẽplo da quinta regra, & porque 250. cubicos fazem hũa braça, tal proporçaõ teraõ os 250. para os 4328. como o quadruplo de 250. a saber 1000. para o quadruplo de 4328. a saber para 17312.

Suppondo pois que a braça tem 1000. partes, diremos por regra de tres. Se 1000. partes daõ hũa braça, que daraõ 17312? & na operaçaõ se escusa multiplicar o segundo termo pello terceiro; porque como o segundo he 1. gera o mesmo terceiro 17312. que resultou da multiplicaçaõ de 4328. por 4; por tanto havendose de partir 17312. por 1000. primeiro termo, se escusa a operaçaõ com se cortarem as tres letras direitas dos 17312. que saõ tantas como ha cifras no partidor 1000. & as certadas ficaõ sendo partes millesimas de hũa braça partida em 1000. partes, como he notorio aos Arithmeticos.

Mas se ao numero dos palmos primeiro propostos houver annexos primos, & se multiplicar pellos 4. geraõse tambem primos, de mais do numero dos palmos inteiros segundo a regra da Dizima, & se houver annexos segundos, geraõse segũdos, &c. os quaes partidos pello partidor 1000. daraõ no quociente hum numero affecto com os mesmos exponentes de primos, segundos, terceiros &c. que houver no numero que se parte.

Mas porque para a ditta partiçaõ se fazer, sem que della sobeje algũa cousa, he necessario acrescentarlhe tres cifras (a saber tantas como ha no partidor 1000.) & por cada cifra que se acrescenta, sahe no quociente mais hum exponẽte de quebrado mais miudo na ordem da Dizima, vem a coincidir no mesmo que cortar do numero que se gerou da multiplicaçaõ por 4. tres letras numericas, & mais tantas, quantas se denominaõ pello ultimo exponẽte que houver no ditto num. partido.

 EXEMPLO.

EXEMPLO.

OS 7254|34. palmos cubicos do segundo exemplo da ditta quinta regra multiplicados por 4. produzem 29017|36. & como seu ultimo exponēte seja de segundos, se se repartir aquelle producto por 1000, sahiráõ no quociente primos, & segūdos alem dos inteiros; mas porque ainda assim sobejaõ da repartiçaõ alguns quebrados; para que não sobejem, & se faça tambē partiçaõ delles; he necessario acrescentar o numero 29017|36. cō tres cifras, por respeito de ter o partidor outras tantas, & ficará sendo o numero que se há de partir 29017|36000. cuja ultima cifra deve ser affecta com o exponente de quintos. Dividido pois este numero assim acrescentado pello partidor 1000. sahiraõ no quociente 29|01736; cuja ultima letra numerica 6. será affecta com o exponente de quintos: por tanto se escusa esta repartição cō se cortarem do numero producto da multiplicaçaõ dos palmos, seus primos; & segundos por 4. as cinco letras numericas da parte direita, a saber tres por respeito de que o partidor tem tres cifras, & duas mais por respeito dos segundos, que havia no numero da partiçaõ 29017|36, & ficará entaõ o ditto numero disposto nesta fòrma 29|01736. que significa 29. braças, & $\frac{01736}{100000}$ de braça respondentes aos 7254|34. palmos cubicos.

§. 26.

Apontase a construcçaõ da taboada num. 14. *B cujo uso se explicou no Cap.* 1. *§.* 2. *da segunda Secçaõ.*

SUppuz para a cōstrucçaõ a Cortina sempre invariavel de 500 pès para a mayor Fortificaçaõ Real, quando não haja necessidade urgente q̄ obrigue a alargala mais atè ficar regulada pella mayor linha fixante de 900. pés segundo havemos apontado na nota I. despois do Cap. 1. A Face do Baluarte suppuz os $\frac{3}{5}$ da Cortina a saber de 300. pès pella razaõ apontada no §. 2. do Cap. 2: o Flanco para o Quadrado de 100. pès que he $\frac{1}{5}$ da Cortina: para o Pentagono de 110, ou $\frac{11}{50}$ da Cortina: para o Hexagono de 120. ou $\frac{12}{50}$ da Cortina: para o Heptagono de 130. ou $\frac{13}{50}$: para o Octogono de 140, ou $\frac{14}{50}$: para o Enneagono, & todas as mais figuras, & linha recta de 150. que saõ $\frac{15}{50}$ ou $\frac{3}{10}$ da Cortina. O angulo flanqueado

suppuz

ſuppuz compoſto da ametade do angulo da fig. & mais a quinta parte de hum recto, que ſaõ 18. gr.

Com eſtas ſuppoſiçoens inveſtiguei os angulos, & linhas da taboada num. 14. B pello ſeguinte modo, & ſe pòde inveſtigar por outros.

Seja o exemplo em hum Pentagono que entendamos ſer a fig. 17. ſuppondo eſtar fortificado com as proporçoẽs ſobredittas, (poſto que eſteja cõ outras) por eſcuſar multiplicar figuras. Procederemos pois ſemelhantemente, como diſſemos no §. 4. deſta ſegunda parte Qualificat.

Por quanto no Pentagono regular ſaõ conhecidos, aſſim o angulo do centro K X Y, como o da fig. S K I, fica tambem conhecida ſua ametade X K Y, & a eſta acreſcentando a quinta parte de hum recto, reſulta o valor do angulo flanqueado N A O; cuja ametade tirada do valor do ſemiangulo X K I, reſta o valor do Flanqueãte interior K G A; ao qual ſe iguala o diminuto O A L.

O do Flanco, & Razante I O G ſe conhece tirando o Flanqueãte interior I G O do valor de hũ recto, & o reſto o moſtrarà, por quanto O I he perpendicular ſobre I G.

O da Eſpalda I O A ſe ſabe tirando o angulo I O G do valor de dous rectos.

O Flanqueante exterior A R B ſe conhece ſommando os dous Flanqueantes interiores R G T, R T G, & a ſomma diminuida de dous rectos, reſtará ſabido o ditto Flanqueante exterior A R B.

Iſto he couſa vulgariſſima a quem tem hũa leviſſima noticia da Geometria, & por iſto, & porque no §. 4. o trattei mais eſpecificamente, não faço mais que apontalo aqui.

As linhas inveſtiguei do ſeguinte modo, que tambem aponto por mayor.

No Triangulo rectangulo O I G ſe ſuppoem dado o Flanco O I, & ſaõ já conhecidos os angulos, dos quaes ſuppoſtos ſe inveſtiga o complemento da Cortina G I pellos preceitos da Trigonometria, que póde ver quem não os ſouber pello compendio, que deſta arte ajunto a eſte Trattado.

No meſmo Triangulo inveſtiguei a extenſaõ da Face O G; cõ a qual ajuntando a Face A O que he dada, reſulta conhecida a linha Razante G A.

A Capital K A ſe ſaberà pello Triangulo G K A, no qual ſaõ já ſabidos os angulos, & o lado A G.

No

No mesmo Triangulo se investigue a linha K G; da qual tirãdo o complemento da Cortina G I jà descuberto, resta sabida a Demigolla I K.

A somma das duas Demigollas K I, Y F & da Cortina F I jà sabidas compoem o lado do Polygono interior K Y.

A Sobreface A L se sabe pello Triangulo rectangulo A L O; no qual saõ já conhecidos os angulos, & a Face A O dada.

A Extensaõ do Flanco O L pello mesmo Triangulo, a qual junta com o Flanco I O dado, resulta sabido o Flanco prolongado I L.

O lado do Polygono exterior A B resulta da somma das duas Sobrefaces A L, B H, & da linha H L igual com a Cortina F I.

A linha da defensa fixante F A, se descubrirà pello Triangulo rectangulo F H A; no qual se daõ jà sabidos o lado A H composto da Sobreface A L já conhecida, & da linha L H igual com a Cortina I F dada; & o Flanco prolongado F H igual com I L já achado, & recto o angulo A H F; donde se descubrirá a fixante F A.

O semidiametro menor X K se descobre pello Triangulo K X Y; no qual se daõ sabidos os angulos, & o lado do Polygono interior K Y jà descuberto.

O semidiametro mayor X A se compoem do aggregado do semidiametro menor X K, & Capital K A jà investigados. Na Fortificaçaõ da linha recta não se podem dar estes semidiametros por naõ ser fig.

O Gosier, ou Golla legitima S I pello Triangulo S K I; no qual se daõ conhecidos os angulos, & as Demigollas K I, K S.

§. 27.

Propoemse a demonstração da practica do §. 6. Cap. 9. da Secçaõ II. para achar a circunferencia elliptica por seus diametros mayor, & menor, por differente modo, & mais facil do que se propoz no §. 5. do ditto Cap.

Dissemos no Cap. 9. §. 6. da Secçaõ II. que a proporçaõ da semisomma dos diametros mayor, & menor de hũa Ellipse para

para sua circunferencia, ou peripheria elliptica era a mesma, que do diametro de hũ circulo para sua circunferencia, ou peripheria circular, para cuja demonstraçaõ propomos primeiro o seguinte

LEMMA.

Se forem quatro linhas A B, C D, E F, G H, proporcionaes em cõtinua, ou discreta proporçaõ, assim se haverá a semisomma da primeira A B, & terceira E F, para a semisomma da segunda C D, & quarta G H, como a primeira A B, para a segunda C D, ou como a terceira E F para a quarta G H. Fig. 140.

Porque a primeira A B he [r] taõ multiplice da segunda C D, como a terceira E F da quarta G H, será [s] o aggregado da primeira A B, & terceira E F tanto equimultiplice do aggregado da segũda C D, & quarta G H, como a primeira A B da segunda C D, ou como a terceira E F da quarta G H; & por tanto ametade do primeiro aggregado tanto [a] equimultiplice da ametade do segundo, como a mesma primeira linha A B para a segunda C D, ou como a terceira E F para a quarta G H q̃ he o que se devia demõstrar: o mesmo corre sendo as primeiras linhas submultiplices das segundas.

[r] Pella hypot.
[s] 1. quint.
[a] 15. quint.

Supposto o precedente Lemma advirto que nesta demonstraçaõ por escusar repetiçaõ de palavras chamo à peripheria elliptica sòmente peripheria; & a circular circunferencia. Fig. 141.

Supponhamos pois duas Ellipses semelhantes A B C D mayor, E F G H menor, a saber que tal seja a proporçaõ do diametro mayor A C da primeira para a mayor E G da segunda, como o menor B D daquella para o menor F H desta, & como a peripheria A B C D para a peripheria E F G H, que estas saõ as condiçoens da semelhança.

Por tanto assim se haverá [r] a semisomma de A C, B D para a semisomma de E G, F H, como A C para E G, ou como B D para F H: porém como A C para E G, assim [t] a peripheria mayor para a peripheria menor; logo tambem como a semisomma de A C, B D para a semisomma de E G, F H, assim [a] a mesma peripheria mayor para a peripheria menor.

[r] Pello Lemma anteced.
[t] Pella hypot.
[a] 11. quint.

Supponhaõse tambem dous circulos, a saber o circulo L I N M mayor cujo diametro L N, ou I M seja igual à semisomma dos diametros A C, B D da Ellipse mayor, & o circulo P O R Q cujo diametro P R, ou O Q seja igual á semisomma dos diametros E G, F H da Ellipse menor.

Isto supposto: se provará por semelhante demonstração à superior, que assim se haverà a semisomma dos diametros L N, I M para a semisomma dos diametros P R, O Q como a circunferencia mayor L I N M para a menor P O R Q. Mas a semisomma de A C, B D he [d] a mesma que a semisomma de L N; I M, & a de E G, F H a mesma que de P R, O Q; logo a mesma proporção té [e] a peripheria A B C D para a peripheria E F G H que a circũferencia L I N M para a circunferencia P O R Q. Temos logo proporcionaes.

[d] Pella operac.

[e] 11. quinti.

A semisomma dos diametros A C, B D para a semisomma dos diametros E G, F H, como a peripheria A B C D para a peripheria E F G H.

E na mesma proporção à semisomma dos diametros L N, I M para a semisomma dos diametros P R, O Q, como a circunferécia L I N M para a circunferencia P O R Q. E alternando.

A semisomma dos diametros A C, B D para a peripheria A B C D, como a semisomma dos diametros E G, F H para a peripheria E F G H.

Assim mesmo alternando

A semisomma dos diametros L N, I M para a circunferencia L I N M como a semisomma dos diametros P R, O Q para a circunferencia P O R Q.

Deixando pois destas duas ultimas series as duas ultimas magnitudes da primeira, & as duas ultimas da segunda por escusadas, ficaõ na mesma proporção as primeiras duas magnitudes da primeira serie, que as primeiras duas da segunda, a saber.

A semisomma dos diametros A C, B D
Para a peripheria A B C D
Como a semisomma dos diametros L N, I M
Para a circunferencia L I N M.

Porèm a primeira quantidade, a saber a semisomma dos diametros A C, B D he [g] igual a terceira a saber à semisomma dos diametros L N, I M; logo a segunda a saber a peripheria A B C D serà [p] igual á quarta a saber à circunferencia L N I M.

[g] Pella operac.

[p] 14. quinti.

Temos logo a peripheria da Ellipse A B C D igual á circunferencia L N I M, & a semisomma dos diametros A C, B D q̃ he o seu

ſeu meyo arithmetico igual pella operaçaõ á ſemiſomma dos diametros L N, I M a ſaber a hum delles L N, ou I M; tem logo a peripheria elliptica para o meyo arithmetico de ſeus diametros a proporçaõ, que a circunferencia do circulo para ſeu diametro, que he o que ſe devia demonſtrar.

SCHOLIO.

DE ſe ſaber que a proporçaõ da peripheria elliptica para o meyo arithmetico de ſeus diametros, & viceverſa he como da circunferencia de hum circulo para ſeu diametro, & viceverſa; conforme havemos achado, & demonſtrado ſe ſegue poderſe ſaber a ſuperficie de hum cylindro elliptico, do meſmo modo que ſe ſabe a ſuperficie de hũa Sphera, & de hum cylindro circular, ſegundo a doutrina de Archimedes; couſa que atègora não me cõſta que Autor algum achaſſe, & o corroboro com o que diz o Padre Andre Tacquet da Companhia de Jesvs inſigne Geometra, na obra com que ſahio a luz o anno de 1669; onde no liv. 3. da Geometria practica Cap. 18. probl. 2. diz eſtas palavras.

Nondum inventa eſt ratio metiendi cylindri ſcaleni, multo minus elliptici, & aliorum.

A ſaber que ainda ſenão achou razaõ de medir a ſuperficie do cylindro ſcaleno, muito menos do elliptico, & de outros.

No que toca a ſuperficie do cylindro ſcaleno, naõ me incumbe agora trattar da materia; mas que ſe poſſa medir a do cylindro elliptico na meſma fòrma, que ſe pòde medir a ſuperficie de hum cylindro circular; que elle cõ todos os Geometras mede no problem. 8. conſta manifeſtamente da invençaõ da peripheria elliptica q̃ havemos enſinado nos §§. 5. 6. do Cap. 9. da Secçaõ II; pois achada aquella, & multiplicada por qualquer altura gera a ſuperficie do cylindro elliptico que tenha a tal altura; aſſim como a circunferencia de hũ circulo multiplicada por hũa altura gera a do cylindro circular ſendo os cylindros rectos; pois o meſmo Tacquet define [r] o cylindro elliptico.

Cylindrus ellipticus eſt, qui ex ellipſeos ductu recto producitur, vel qui plano ſectus recto ad axem, ellipſim exhibet. a ſaber. [r] Lib. 1. cylind. & annular. def. 5.

O cylindro elliptico he o que ſe gera do movimento recto da Ellipſe: ou aquelle que cortado com hum plano recto ao exo moſtra por ſecçaõ hũa Ellipſe.

O cylindro circular define [a] [a] Def. 4.

Cylindrus circularis rectus est qui fit ex ducto recto circuli, vel qui sectus plano ad axem recto; circulum exhibet. a saber.

O cylindro circular recto he o que se gera do movimento recto do circulo; ou aquelle que cortado com hum plano recto ao exo, mostra por secçaõ hum circulo.

As quaes definiçoẽs saõ tocantes aos cylindros corporeos, mas acerca de suas superficies curvas, traz [a] a seguinte regra.

[a] Geomet. pract. lib. 3. c. 18 probl. 2.

Cylindrica superficies producitur ex circunferentia basis ducta in altitudinem a saber.

A superficie cylindrica se produz, ou gera da circunferencia da base conduzida, isto he multiplicada pella altura.

Logo hũa vez que achamos a circunferencia elliptica, conduzida esta pella altura, gera a superficie do cylindro elliptico.

E posto que diz que a regra acima se entende acerca dos cylindros rigurosamente dittos, & rectos, assim o circular, como o elliptico saõ rectos conforme o mesmo Tacquet; pois acerca da definiçaõ quarta diz

Omnis igitur circularis cylindrus essentialiter rectus est.

Que todo o cylindro circular he essencialmente recto.

E acerca da definiçaõ 5.

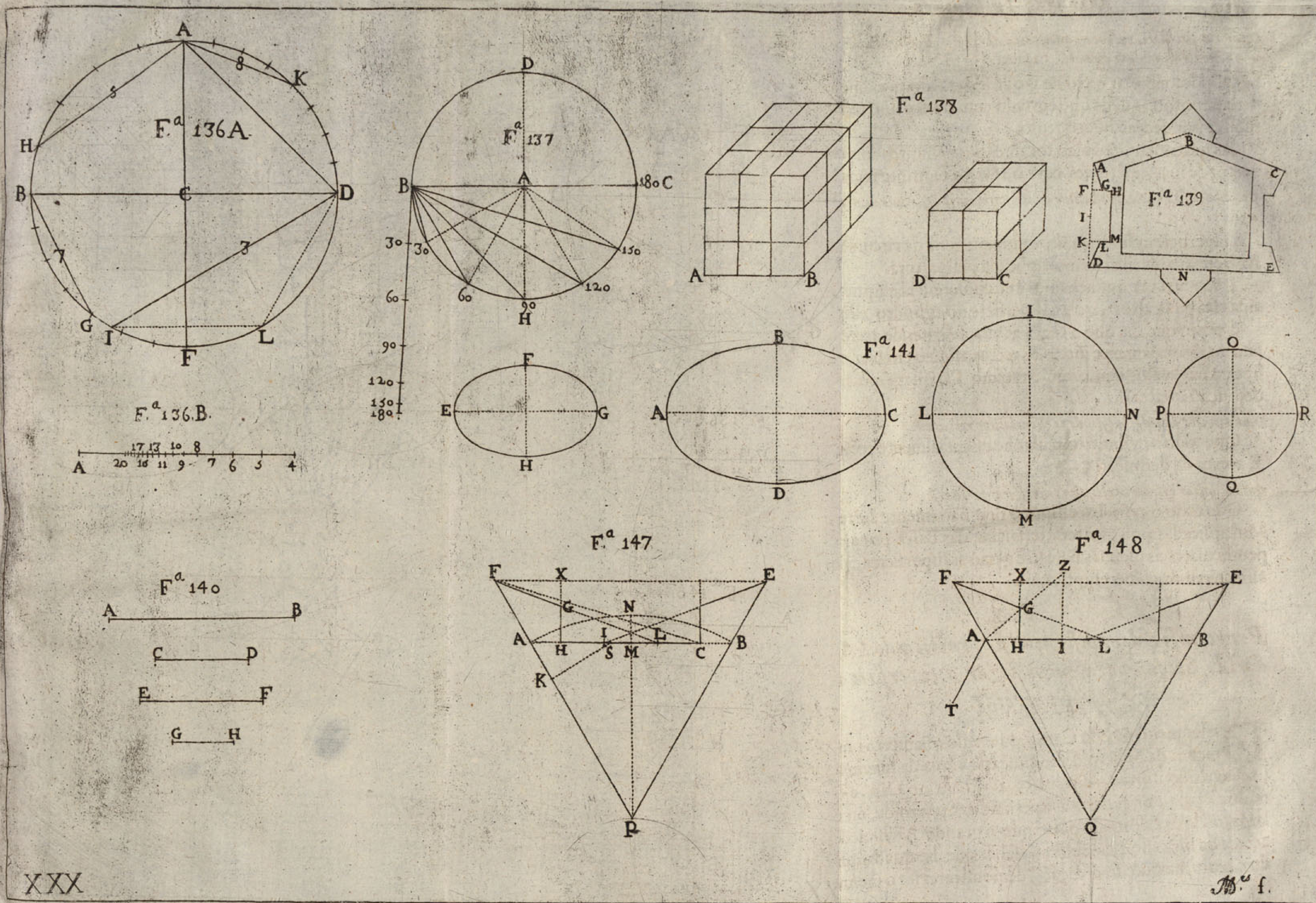
Omnis igitur cylindrus ellipticus necessario rectus est.

Que todo o cylindro elliptico necessariamente he recto. Multiplicadas pois as circunferencias das Bases por alturas perpendiculares ás mesmas Bases, se geraõ as superficies cylindricas, assim circular, como elliptica.

§. 28.

Propoemse a demonstraçaõ da practica do §. 8. Cap. 9 da II. Secçaõ para investigar a superficie de hũa Spheroide.

DIssemos no §. 8. do Cap. 9. que pellos diametros mayor, & menor da Spheroide se buscasse a àrea da maxima Ellipse sua secçaõ conforme o ditto no §. 4. do mesmo Cap. a qual área multiplicada por 4. daria a superficie da Spheroide, ou esta fosse larga, ou longa; de modo que o que o grande Archimedes achou acerca da superficie da Sphera, a saber que he quadrupla da àrea do circulo maximo sua secçaõ, demonstrarei ser o mesmo acerca


F.a 136 A.
F.a 136. B.
F.a 137
F.a 138
F.a 139
F.a 140
F.a 141
F.a 147
F.a 148
XXX
M.es f.

da ſuperficie da Spheroide, a ſaber que he quadrupla da área da maxima Ellipſe ſua ſecçaõ. Ou começãdo de menor para mayor.

A Ellipſe Secçaõ maxima de hũa Spheroide, he ſubquadrupla da ſuperficie da meſma Spheroide.

DEMONSTRAÇAÕ.

SEjaõ dous circulos L I N M, P O R Q ſecçoens maximas de duas Spheras. Tambem duas Ellipſes A B C D, E F G H ſecçoens maximas de duas Spheroides com tal qualidade, q̃ o diametro L N ou I M do circulo mayor ſeja meyo proporcional entre os diametros A C, B D da Ellipſe mayor, & o diametro P R ou O Q do circulo menor ſeja tambem meyo proporcional entre os diametros E G, F H da Ellipſe menor. Fig.141.

Eſtes circulos ſaõ [r] iguaes às Ellipſes, & o mayor tem para o menor duplicada razaõ do diametro L N para o diametro P R, como ſe deduz da 2. do 12. & 20. do 6. de Euclides. [r] Clavio na Geom. pract. lib.4.c.8.re. 5.

Tambem a mayor Ellipſe para a menor tem duplicada razaõ do diametro A C para o diametro E G, ou do diametro B D para o diametro F H, como ſe deduz da propoſiçaõ 7. de Conoid. & Spheroid. de Archimedes, & da meſma 20. do 6. de Euclid.

Porèm o circulo mayor he [e] igual à Ellipſe mayor, & o menor à menor; logo a proporçaõ duplicada do diametro L N do circulo mayor para o diametro P R do menor he a meſma, que a duplicada do diametro A C da Ellipſe mayor para o diametro E G da menor, ou a meſma que a duplicada do diametro B D para o diametro F H. [e] Pella ditta regul. 5. de Clavio.

Mas as ſuperficies das Spheras tem entre ſi a meſma [o] razaõ, q̃ as áreas dos circulos; & as ſuperficies das Spheroides a meſma, que as das Ellipſes; logo aſſim as ſuperficies das Spheras entre ſi, como as das Spheroides entre ſi tem a meſma proporçaõ, q̃ as áreas dos circulos entre ſi, & as das Ellipſes entre ſi. a ſaber [o] 15. quinti Euclid.

A ſuperficie da Sphera mayor para a da menor, como o circulo mayor para o menor; & convertendo

O circulo mayor para o menor, como a ſuperficie da Sphera mayor, para a ſuperficie da menor; & alternando

O circulo mayor para a ſuperficie da Sphera mayor, como o circulo menor, para a ſuperficie da Sphera menor. Por ſemelhantes

tes analogias se provarâ que assim se há a Ellipse mayor para a superficie da Spheroide mayor, como a Ellipse menor para a superficie da Spheroide menor.

Mas o circulo mayor he subquadruplo da superficie da Sphera mayor,& o menor subquadruplo da superficie da menor; logo a Ellipse mayor será subquadrupla da superficie da Spheroide mayor,& a Ellipse menor subquadrupla da superficie da Spheroide menor,por serem iguaes os circulos,&Ellipses,& se ter provado estarem na mesma proporçaõ os circulos para as superficies das Spheras, as Ellipses para as das Spheroides.

Corollario.

DESTA demonstraçaõ se colhe ser a mesma a superficie da Spheroide larga, que a da longa, porque hũa, & outra he quadrupla da Ellipse secçaõ da Spheroide,& a mesma Ellipse,ou secçaõ,he da Spheroide larga que da longa;pois aquella se gera [a] da revoluçaõ da Ellipse á roda do menor diametro, & esta da revoluçaõ da mesma Ellipse á roda do mayor.No Capit.9. §.8. da Secçaõ II.havemos promettido de mostrar o que se contém neste Corollario,& com elle satisfazemos.

[a] Tacquet lib. 3.Geomet. pract.probl.13 cap.18.

§. 29.

Demonstrase a segunda regra que dissemos no §.8. Cap.9.da segunda Secçaõ para achar a superficie de hũa Spheroide.

DIssemos na II. regra do §.8.Cap.9.da Secçaõ II.que para se achar a superficie de hũa Spheroide, se armasse hũa regra de tres,pondo em primeiro lugar o diametro mayor: em segundo o menor:em terceiro a superficie da Sphera do diametro mayor, & executada a regra, sahiría no quociente a superficie de hũa Sphera;cujo diametro seria meyo proporcional entre o mayor,& menor da Spheroide; a qual superficie seria igual com a da Spheroide.

A razaõ he porque havemos ditto que o circulo, cujo diametro for meyo proporcional entre o mayor, & menor de hũa Ellipse, será igual à mesma Ellipse por Archimedes,conforme demonstra Clavio [a] & no §. antecedente temos mostrado que a superficie

[a] Geomet. pract.lib.4.c.8 reg.5.

perficie da Spheroide he quadrupla da Ellipse sua secçaõ, & as das Spheras quadruplas dos circulos; logo a superficie da Sphera do diametro mayor, ou circunscripta á da Spheroide (que he a mesma que da Sphera do diametro meyo proporcional) & a da Sphera inscripta saõ [r] continuamente proporcionaes na proporçaõ do circulo mayor para a Ellipse (ou circulo do diametro meyo proporcional) ou da Ellipse para o circulo inscripto. [r] 15. Quinti.

Mas esta proporçaõ he [a] duplicada da dos diametros, a saber como do mayor para o menor, q̃ he duplicada da do mayor para o diametro meyo proporcional; logo assim se haverá o diametro mayor para o menor, como a superficie da Sphera ambiente para a superficie da Spheroide, ou da Sphera do diametro meyo proporcional; que he o que se devia demonstrar. [a] Pella 2. do 12 & 20. do 6. de Eucl.

A mesma demonstraçaõ corre se puzermos por primeiro termo o diametro menor; por segundo o diametro meyo proporcional, por terceiro o diametro mayor; pois tambem se ha o diametro menor para o mayor, como a superficie da Sphera do diametro menor para a superficie da Spheroide, como dissemos no exemplo do ditto §.8.

§.30.

Demonstrase a regra que demos no fim do §.7. Cap. 9. para achar, assim o corpo da Spheroide longa, como da larga.

NO Cap.9.§.7. da II. secçaõ dissemos o modo de se achar o corpo de húa Spheroide, ou seja larga, ou longa conforme Tacquet, que alli allegamos. Porèm no fim do mesmo §. apontamos outra regra; a qual he que o corpo da Spheroide longa se acha multiplicando a área da Ellipse, sua maxima secçaõ, pellos $\frac{2}{3}$ do diametro menor, & o corpo da Spheroide larga multiplicãdo a àrea da mesma Ellipse pellos $\frac{2}{3}$ do diametro mayor, o que neste lugar demonstraremos.

Demonstraçaõ.

POR quanto o diametro menor da Ellipse, o meyo proporcional entre o menor, & mayor, & o mayor estaõ [o] em continua proporçaõ, ficaõ [a] tambem em outra continua proporçaõ os [o] Pella operac. [a] Schol. 22. exti.

tres

tres circulos menor, medio proporcinal, & o mayor: mas o medio [d] he igual á Ellipse; logo saõ continuamente proporcionaes o circulo do diametro menor, a Ellipse, & o circulo do diametro mayor, & o circulo menor para a Ellipse, como [e] o diametro menor para o mayor; logo o mesmo producto será [f] do circulo menor pello diametro mayor, ou por seus $\frac{2}{3}$ q̃ o producto da Ellipse pello diametro menor, ou por seus $\frac{2}{3}$. Mas o producto do circulo menor pellos $\frac{2}{3}$ do diametro mayor he [i] igual ao corpo da Spheroide longa; logo o producto da Ellipse pellos $\frac{2}{3}$ do diametro menor será [u] tambẽ igual ao mesmo corpo da Spheroide lõga.

d Clavio Geomet.pract.lib. 4.c.8.reg.5.
e Corol.20. sexti.
f Por semelhãte à 16.do sexto.
i Tacquet lib. 3.Geomet. pract.probl.13.
u Axiom.1. primi.

Semelhantemẽte porque o circulo do diametro mayor he para a Ellipse como o diametro mayor para o menor, será o producto do circulo mayor pello diametro menor, ou por seus $\frac{2}{3}$ igual ao producto da Ellipse pello diametro mayor ou por seus $\frac{2}{3}$: mas o producto do circulo mayor pellos $\frac{2}{3}$ do diametro menor he igual ao corpo da Spheroide larga; logo o producto da Ellipse pellos $\frac{2}{3}$ do diametro mayor será igual â mesma quantidade corporea da Spheroide larga; que he o que se devia demonstrar.

§. 31.

Examinase, & censurase a fabrica do Orelhaõ, & Praça baixa, que nelle ensina por novo invẽto o Capitaõ D. Diogo Henriquez de Vilhegas.

TRaz na sua Academia da Fortificaçaõ hum desenho de Espalda (a q̃ chama Orelhaõ) no qual fabrica hũa Praça baixa, de mais da ordinaria, que se faz no Flanco cuberto, dandolhe nome de novo invento, & representandoo em hũa fig. por perspectiva, em outra por Planta, fazendo grandes misterios desta nova invençaõ.

Mas como isto seja hũa cousa totalmente chimerica, & me incumbe por meu exercicio, & posto, evitar que senaõ persuadaõ alguns dos nossos Portuguezes a semelhantes erros; pois nem todos penetraõ á primeira vista, o que se lhe propoem com razoẽs sofisticas, ou com pinturas mal formadas, trattarei de mostrar, como a idea deste invento de nenhum modo he possivel nos termos em que a propoem; & assim deixo de põderar não sò os incõmodos,

dos, mas os absurdos que consigo traria a ser possivel sua fabrica.

Propoem o Autor as medidas que diz que precisamente deve ter hũa Praça Real, naõ mais, nem menos, a saber 1100. pès de lado de Polygono interior; 180. de Demigolla; de que resulta a Cortina de 740 & que o Flanco deve ser de 133. a Face do Baluarte de 400. sobre que jà temos falado no §. 22. da segund. part. Qualificativa.

Na pag. 232. fórma a Espalda (chamarlhe-hei Orelhaõ com o Autor, que vai pouco nisto) do seguinte modo.

Dos 133. pés conteudos no seu Flanco A B separa A T de 40 para o Flanco cuberto, em que accõmoda tres peças de artilheria a $13\frac{1}{3}$ pès de espaço para cada hũa; restaõ 93. pès na linha T B para a base do Orelhaõ. Na Face G B produzida toma B H de 120. & por haver tomado a Face G B (a que na lingua Castelhana chama Frente) de 400. pès, resulta toda G H de 520. o q̃ diz se entende no plano do Fosso. A linha T V diz que será dos mesmos 120. & o Trapezio fechado com a linha H V; a que naõ determina quantidade certa; por quanto [r] diz que esta ha de resultar da inclinaçaõ de T V segundo a parte da Contrascarpa, Fosso ou frente do Baluarte opposto que se pertende descubrir da Canhoneira do Flanco cuberto. Esta he a do Canhaõ traditor. Fig. 142. [r] Pag. 233. lin. 13.

Porèm ainda que naõ determina quantidade certa na linha H V, claramente insinua que nella pòde tomar 40. pès para frente do Orelhaõ baixo; por quanto diz [a] que no Flanco cuberto A T de 40. pès pertende accõmodar tres peças de artilheria, capacidade bastante para o manejo de todas tres a $13\frac{1}{3}$ pés para cada hũa; & logo diz [u] que se farà hum parapeito de 30. pès de largo acostado à frente H V do Orelhaõ com tres canhoneiras para tres peças de artilheria; com que suppoem que pòde tomar na ditta linha H V ao menos 40. pés para ellas, como no Flanco cuberto A T que tomou de outros 40. por capacidade bastante para o mesmo effeito. [a] Pag. 232. [u] Pag. 234.

Diz [r] mais que se levantarà a Espalda T V H B atè seu plano ficar alivelado com o da Estrada encuberta. Era escusado dizer q̃ se levantasse; pois alli está o terreno natural de que fòrma este Orelhaõ já alivelado, ou pouco mais alto, ou pouco mais baixo, que o da Estrada encuberta. Nisto vai pouco, parecerlhehia que assim se explicava melhor. [r] Pag. 234. lin. 1

Diz [a] tambem que descontada a Escarpa que ha de pender da profũdidade do Fosso atè a ditta posiçaõ,& suppoem [o] de 5. pès, se farà hum Parapeito de 30. pès de largo acostado á linha H V do Orelhaõ, & detraz, o plano de sua Praça baixa de 50. de retirada; que com os primeiros 5. da Escarpa (ou mais propriamente seu Talud) monta tudo 85. & que apartado tãto como esta quãtidade, se irá levantãdo o Orelhaõ atè altura do plano do Baluarte; ficando nesta parte o plano do residuo da Espalda igualmente alivelado com o plano do Baluarte; & que nesta altura apartado 10. pès da linha B T, & chegado para a imaginaria H V (chamára eu neste caso Real a H V, & imaginaria a B T) se levantará hum Parapeito igual em tudo ao que coroa o Baluarte.

a Pag. 234. lin. 1
o Pag. 234. lin. 27.

Esta he a sua fabrica. Entremos agora no exame della, & mostrarei que em nenhũa fig. regular se póde obrar o que propoem por doutrina para todas do Pentagono inclusivè para cima, que he a primeira que admitte para nella se poder fabricar hũa Praça Real, & que absolutamente em nenhũa das sobredittas, nem na Fortificaçaõ que assentar sobre linha recta continuada com Baluartes, que por este respeito se chamaõ planos, póde tal cousa ser, quando o Autor a ensina por taõ possivel, que a dâ por doutrina geral para todas.

Seja o primeiro exemplo no seu Pentagono, em que traz a Praça baixa no Orelhaõ com titulo de novo invento em fig. Scenographica, & outra Ichnographica com o num. 7. ambas delineadas differentemente do que propoem na doutrina, que se conforme a ella as delineára, logo conhecera a impossibilidade.

Porém eu tratto de o mostrar por meyo da Trigonometria, q̃ he mais scientifico, & puro; não como o podia fazer por hum Petipè na fig. Ichnographica qualquer practico sem noticia algũa da Theorica.

Por tanto supponhamos o Orelhaõ formado conforme a doutrina do Autor, mas que a linha T V produzida imaginariamente vá ao ponto N, onde concorrem as Faces do Baluarte opposto que he aonde para bem deve ir, sem embargo de que alguns, & o Autor queiraõ và a topar em algum ponto da Face entre N & D; sobre que agora me naõ incumbe mostrar as razoẽs; porque adiãte mostrarei a mesma impossibilidade ainda na supposiçaõ do põto da Face N D, a que o Autor dirige a ditta linha T V.

Lancese

Lancese a linha chamada Formaflanco L B,& do ponto T a linha T I parallela ao lado L R do Pentagono atè topar com o ponto I da Capital R N. Do angulo da fig. R se deite sobre T I a perpendicular R O, & a Face N D se produza imaginarjamente atè encontrar a linha T I no ponto Q.

1 Supposta esta preparaçaõ considerese agora o Triangulo rectangulo [e] L A B; no qual saõ dados. [e] Per operat. vel per hypot. Authoris.

O Flanco A B de 133|0. pés.

A Demigolla A L de 180|0.

O angulo recto [d] L A B. [d] Per operat. seu hypoth.

Dos quaes suppostos se sabe o angulo Formaflanco A L B sempre invariavel de 36.gr.27.min.40.seg.& daqui o reliquo A B L de 53.gr.32.min.20.seg. & a linha L B Forma flanco de 223|80

2 Ajuntando o semiangulo do Polygono y L A 54.gr. ao Formaflanco A L B achado no num.1.de 36.gr.27.min.40.seg.compoem o angulo y L B de 90.gr. 27.min. 40.seg. Este tirado da somma de dous rectos, resta o angulo G L B de 89.gr.32.min.20 segund.

3 No Triangulo B G L se daõ sabidos.

A Face B G de 400|00. pella hypothesi

A linha Formaflanco L B investigada no num.1.de 223|80.

O angulo G L B de 89.gr.32.min. 20. seg. achado no num. 2.

Dos quaes suppostos se sabe

O semiangulo flanqueado L G B de 34.gr.1.10.seg. & daqui.

Todo o flanqueado de 68.gr.2.min.20.seg.

A Capital L G de 333|30.

4 No Triangulo R I O saõ conhecidos.

O angulo R I O de 54.gr. igual ao semiangulo do Pentagono X R F.

O angulo recto R O I

O angulo I R O de 36. gr.

O lado R O de 40|00. igual com o Flanco cuberto A T

Dos quaes suppostos se investigarà

A Hypothenusa R I de 49|44.

O lado I O de 29|06.

5 Da Capital R N igual com L G (no regular de que trattamos) achada no num.3.de 333|30.se tire R I descuberta no num. 4.de 49|44.

Resta I N de 283|86.
E o lado I O tambem já sabido no num. 4. de 29|06.
Junto com T O de 920. [por ser igual com A R dos mesmos 920 somma da Cortina 740. & Demigolla 180.]
Compoem toda a linha T O I de 949|06.

6 No Triangulo T I N se conhecem.
O lado T I de 949|06. inquirido no num. 5.
O lado I N de 283|86. achado no mesmo num.
O angulo comprehendido N I T de 126. gr. por ser complemento do semiangulo pentagonico para dous rectos.

Dos quaes suppostos se descubrirà
O angulo I T N de 11. gr. 37. min. 40. seg. Este tirado do recto I T B
Resta N T B (o mesmo que C T B) de 78. gr. 22. min. 20. seg.

7 No Triangulo T B C he sabido
O angulo T B C de 70. gr. 1. min. 10. seg. por quanto o angulo y L K conhecido de 54. gr. (por ser o semiangulo pentagonico) se iguala aos angulos L G K já descuberto no num. 3. de 34. gr. 1. min. 10. seg. & L K G; donde se conhece este de 19. gr. 58. min. 50. seg. o qual diminuido de hum recto no Triangulo rectangulo K A B, resta conhecido o angulo K B A (o mesmo q̃ T B C) de 70. gr. 1. min. 10. seg.

8 No Triangulo T C B saõ conhecidos.
O angulo C T B de 78. gr. 22. min. 20. seg. investigado no num. 6
O angulo T B C de 70. gr. 1. min. 10. seg. inquirido no num. 7. & daqui
O reliquo T C B de 31. gr. 36. min. 30. seg.
O lado T B 93. pella hypothesi.

Dos quaes suppostos se investigará
O lado C B de 173|80.
O lado C T de 166|76.

9 Do lado C B descuberto no num. 8. de 173|80. se tire B H que o Autor toma de 120.
Resta esta H C de 53|80.

E do lado C T achado no mesmo numero de 166|76. diminuindo T V que tambem o Autor toma de 120.
Resta V C de 46|76. Lançese H V.

10 No Triangulo H C V se daõ sabidos

O lado

O lado H C achado no num. 9. de 53|80.
O lado V C no meſmo num. de 46|76.
O angulo V C H [o meſmo que T C B] deſcuberto no num. 8. de 31. gr. 36. min. 30. ſeg.
Dos quaes ſuppoſtos ſe achará
O angulo C V H de 88. gr. 5. min. 15. ſeg.
O angulo C H V de 60. gr. 18. min. 15. ſeg.
O lado H V frente do Orelhaõ ultimamẽte pertendida de 28|21.

De modo que a frente H V ſerà de pouco mais de 28. pès no Orelhaõ do Pentagono, ſe ſe tomarem B H, & T V cada hũa de 120. pés como o Autor ordena, por onde propoem hum impoſſivel que he poderemſe tomar os 40. pés que inſinua na linha H V, quando eſta he ſòmente de $28\frac{21}{100}$ inſenſivelmente mayor que $28\frac{1}{5}$.

SCHOLIO I.

SE o Autor me diſſer que elle naõ lança a linha directiva T V N ao angulo flanqueado N do Baluarte oppoſto; mas outra linha directiva T E ao ponto E na Face do Baluarte diſtante 20. pès do angulo flanqueado N, como inſinua na pagina 306. falãdo da Canhoneira do Canhaõ Traditor; faremos o calculo neſta ſuppoſiçaõ; para que ainda aſſim ſe veja que lhe não ſahirà a ditta frente H V ſenſivelmente mayor do que havemos achado, & portanto que ainda aſſim ſenão podem tomar na ditta Frente os 40. pès que pertende, & enſina para os tres Canhoens.

Naõ fallo em ſe tirar a ditta linha directiva de modo que và por fòra do ponto N; pois entaõ he manifeſto que muito menor reſultará a linha H V.

Façamos pois o calculo com a directiva T E que vai ao ponto E diſtante 20. pès do angulo flanqueado N: para o que ſe lance a linha E P parallela a N I parte da Capital, & ſe produza a Face N D atè o ponto Q.

11 No Triangulo Q N I ſe daõ ſabidos.
O angulo Q I N de 126. gr. por ſer complemento do ſemiangulo pentagonico para dous rectos.
O angulo I N Q igual ao angulo L G B achado no num. 3. de 34 gr. 1. min. 10. ſeg. & daqui
O reliquo I Q N de 19. gr. 58. min. 50. ſeg.

Dase mais sabida a linha N I parte da Capital descuberta no numero 5. de 283|86.

Dos quaes suppostos se descubrirá

A linha N Q de 672|19.

O lado I Q de 464|76.

Do lado N Q descuberto no numero 11. de 672|19. se tire a porção N E tomada pella operação, ou hypothesi do Autor de 20. resta E Q de 652|19.

12 Façase agora que como Q N achada no numero 11. de 672|19. para N I inquirida no num.5.de 283|86.assim Q E descuberta no num.11.de 652|19.para E P que se acharà de 275|41

Outra vez, ao lado N Q de 672|19. Q I de 464|76. E Q de 652|19. se busque a quarta proporcional Q P que sahirà de 450|93.

13 Tirando Q P 450|93.achada no num. 12. de Q I descuberta no num.11. de 464|76. resta I P de 13|83. Esta tirada de I T investigada no num.5. de 949|06, resta sabida P T de 935|23

14 Considerese agora o Triangulo T E P no qual se daõ sabidos

O lado T P descuberto no num. 13. de 935|23.

O lado P E investigado no num.12.de 275|41.

O angulo T P E de 126.gr.complemento do semiangulo pentagonico para dous rectos.

Dos quaes suppostos se investigará

O angulo P T E de 11. gr.28.min.50.seg.

O angulo P E T de 42.gr.31.min.10.seg.

Do angulo recto P T B se tire o angulo P T E aqui achado de 11.gr.28.min.50.seg. resta o angulo E T B (o mesmo que M T B) de 78. gr. 31.min. 10.seg.

15 No Triangulo M T B saõ conhecidos

O angulo M T B de 78.gr.31.min.10.seg.achado no num. 14.

O angulo M B T (o mesmo que T B C) descuberto no num.7. de 70.gr.1.min.10.seg. & daqui o reliquo T M B de 31.gr.28. min.40.seg.

O lado T B pella operação de 93|00.

Dos quaes suppostos suppostos resulta

O lado B M de 174|54.

O lado T M de 167|38.

16 Da

16 Da linha B M achada no num. 15. de 174|54. se tire B H que o Autor toma de 120. resta H M de 54|54.

E da linha T M investigada no mesmo num. de 167|38. se tire T r que toma dos mesmos 120. resta r M de 47|38.

17 Do ponto H ao ponto r se lance a frente do Orelhaõ H r como o Autor manda, & vejamos de que quantidade resulta para nella se tomarem os 40. pés que o Autor quer para a frente do Orelhaõ baixo, & accõmodar tres peças de artilheria; para o que se considere.

O Triangulo r H M, no qual se daõ sabidos

O angulo r M H (o mesmo que o angulo T M B) achado no num. 15. de 31. 28. seg. min. 40. seg.

O lado H M descuberto no num. 16. de 54/54.

O lado r M investigado no mesmo num. de 47|38.

Dos quaes suppostos se acharà

O angulo M r H de 88. gr. 15. min. 30. seg.

O angulo M H r de 60. gr. 15. min. 50. seg.

O lado H r de 28|45.

De modo que quer o Autor fazer a frente do Orelhaõ baixo na linha H r de 40. pès de comprido, quando ella não tem mais que 28|45. quasi, ainda que a linha directiva T r vâ ao ponto E apartado 20. pès do angulo flanqueado N como o Autor insinua na pag. 306. jà citada.

E he taõ pouca a mayoria que resulta na frente H r sobre a frẽte H V em ir a linha directiva T r ao ponto E, ou a directiva T V ao angulo flanqueado N que naõ chega a $\frac{1}{4}$ de pè; porque indo T V ao angulo flanqueado N, resulta a frẽte H V de $28\frac{21}{100}$ como se vio no num. 10. & indo T r ao ponto E da Face N D resulta de $28\frac{45}{100}$ como se vio no num. 17. sendo a mayoria de H r sobre H V sòmente $\frac{24}{100}$ de pé.

NOTA.

PORém a mayor maravilha he, que sendo o Autor noticioso, & previsto, naõ advirtio, que ainda dado caso que a ditta linha H r podéra ter os 40. pès que nella quer tomar, naõ podia fazer a Praça baixa que pertende no Orelhaõ; pois se lhe há de dar 30. pès de Parapeito, assim na ditta frente H r como na linha H B da parte da Estrada encuberta, segundo declara na pag. 234. & em em outras naõ lhe póde ficar por Praça baixa do Orelhaõ espaço para hũa gayola, pois nem o tal Parapeito de 30. pès de largo poderá accõmodar em hũa, & outra linha das sobredittas, ficando praça vazia; sendo assim que toda a nossa consideraçaõ, & calculo foi feito supposndo a frente H r do Orelhaõ investigada no plano do Fosso, como o Autor considera nesta, & em todas as mais linhas Ichnographicas da sua fig. segũdo expressamente diz na pag. 233. lin. 10. pois he certo que por razaõ da Escarpa, a que attribue 5. pès de Base, ou Talud desde o fundo do Fosso atè a altura da Praça baixa do Orelhaõ, que suppoem igual à da Estrada encuberta como diz pag. 234. da regra 23. atè a regra 28. será ainda a linha H r menor no plano da Praça baixa do Orelhaõ que no do Fosso, & por tanto naõ poderá ter os 28|45. pès que nella achamos no ditto plano do Fosso; pois ao menos será menor que os dittos 28|45. pès pellos 5. que elle na pag. 234. attribue de Talud ao Orelhaõ baixo; sendo que he pouco, pois assina 30. pès de profundo ao Fosso defronte do meyo da Cortina, & 40. junto do angulo flanqueado, como se vè pag. 432. lin. 12. & 15. donde se segue que no sitio do Orelhaõ baixo, será o Fosso de mais de 30. de profundo, por quanto o dispoem em ladeira do meyo da Cortina para os angulos flanqueados, & Flancos; assim q̃ no plano da Praça baixa do Orelhaõ virá a ficar a linha H r sòmente de 23|45. pès pello encolhimento que lhe causa a Escarpa desde o fundo do Fosso, a que sómente attribuo os 5. pès com o Autor.

Mal podera logo, ou impossivel será tomar 40. pés de distancia onde não hà mais que 23¼ escassos, nem acostarlhe o Parapeito de 30. pès de largo, se acostar outro dos mesmos 30. na linha B H como o Autor quer, & haver de ficar praça para as tres peças de artilheria que allí pertende accommodar.

SCHOLIO II.

SE a demonstraçaõ, & calculo se fizer em outra fig. de mais lados que a pẽtagonica, serà cada vez menor a linha que na fig. do Pentagono se denota com as letras [r] H r; & daqui por diante na fig. do Octogono [s] se denotará com as letras H V como o Autor: serà digo cada vez menor atè desvanecer de todo, & se cruzaráõ a extensaõ da Face, & linha directiva no ponto M muito antes dos 120. pés que o Autor quer tomar em cada hũa dellas para formar

r Fig. 142.
s Fig. 143.

formar o Orelhaõ baixo; com que nem os dittos 120. pès poderá tomar, quanto mais ficar frente para as tres peças da sonhada Praça baixa no Orelhaõ; & isto se reconhecerá tãto mais quanto a fig. for de mayor numero de lados; o que se prova pella demonstraçaõ, & calculo seguinte.

Com as supposiçoens do Autor propostas no Scholio antecedente, indo a linha directiva ao ponto E 20. pés apartado do angulo flanqueado N como elle quer, & feito o calculo ajustadamente se acharáõ os angulos, & linhas do valor, & quantidade seguintes. Fig. 143.

Valor dos angulos.	*Quãtidade das linhas.*
O ang. M T B he de 73.gr.39.min.	A linha N Q de 563|7. pès
T B M de 55.gr.23.min.10.seg.	E Q de 543|7.
T M B de 50.gr.57.min.50.seg.	I Q de 331|3.
T P E de 112.gr.30.min.	E P de 334|3.
P T E de 16.gr.21.min.	B M de 114|89.
P E T de 51.gr.9.min.	T M de 98|54.

Sendo pois a linha B M de $114\frac{9}{10}$ quasi, & a linha T M de $98\frac{54}{100}$ naõ he possivel que em cada hũa dellas tome o Autor os 120. q̃ dà por documento no seu novo invento, por se cruzarem as dittas linhas no ponto M antes dos 120. pès de comprimento, formando o Triangulo T B M, & não podẽdo ficar fòrma de Trapezio com a frente H V * ou H r para a Praça baixa do Orelhaõ, como na fig. do Pentagono, sendo que tambem nesta fig. havemos mostrado evidentemente não ser bastante a frente H V, nem a frente H r, por quanto as grossuras dos Parapeitos incapacitaõ totalmẽte a praça que ficar detraz de algũa dellas. *Fig. 142.

Consideremos agora a doutrina do Autor no Octogono, de q̃ já havemos apontado o valor, & quantidade de alguns angulos, & linhas, que resultaõ das suas supposiçoens, como acharà quem por calculo Trigonometrico os investigar, segundo o Methodo declarado no Scholio I. ou por qualquer outra via Geometrica.

Lancemos a linha d V dos 40. pés de comprido que o Autor quer para a frente da Praça baixa do Orelhaõ; a qual linha d V supponhamos parallela com A B [posto que conforme a doutrina do Autor não fica parallela sobre que adiante fallaremos] & Fig. 143.

porque assina 30. pès de grossura ao Parapeito assim da parte de d V, como da parte de d B, supponhamos de tantos a linha d i, q̃ o atravessa perpendicularmente segundo se devem medir as grossuras, sem que por agora fale no que a Escarpa desde o fundo do Fosso faz encurtar a linha d V porque lho dou de barato.

1 Considerese o Triangulo rectangulo d i H no qual se daõ sabidos.

O lado d i de 30. pès pella supposiçaõ do Autor.

O angulo H d i de 34.gr.36.min.50.seg. por quanto tirado o angulo M d H achado de 55.gr.23.min.10. seg. (por ser igual com M B T em razaõ das parallelas ᵃ B T, d H) do recto M d i, resta o ditto angulo H d i dos dittos 34.gr.36.min.50. seg. & daqui se conhece

O reliquo d H i de 55.gr.23.min.10.seg. igual ᵃ com M d H

ᵃ Per operat. ᵃ 29.do 1.

Dos quaes suppostos se descubrirá

A Hypothenusa d H de 36|45. a qual tirada dos 40. suppostos em d V pello Autor para a frente da Praça baixa do Orelhaõ, onde quer accõmodar as tres peças, resta

H V de 3|55. para a frente do Orelhaõ.

Veja-se lhe fica bastante para as tres peças, quando a cada hũa assina 13⅓ pès.

2 Mostremos agora quanto espaço he necessario que fique apartada a linha d V do ponto M para que possa conter os dittos 40. pès; & porque saõ proporcionaes os Triangulos T B M, V d M, assim se haverá T B 93. para B M achada já de 114|89. (pella supposiçaõ das quantidades das linhas declaradas neste Scholio; que dissemos se investigassem, & achariaõ das que apontamos em resumo, feito o calculo por semelhante processo ao do Scholio primeiro, ou por outro legitimo) como V d de 40. para d M que feita a operaçaõ da regra aurea sahirá de 49|42. quasi, & feita outra semelhante. Assim B T 93. para T M 98|54. como d V 40. para V M, sahirà esta de 42|38.

3 Tirando pois d M 49|42. de B M 114|89, resta B d de 65|47

E tirando V M 42|38. de T M 98|54. resta T V de 56|16.

Lancese a linha d z perpendicular sobre B T & se considere.

4 O Triangulo rectangulo d z B no qual se daõ sabidos.

O angulo d B z [o mesmo que T B M achado no resumo de 55. gr.23.min.10.seg.]

O recto d z B de 90.gr.
O reliquo g z d B de 34.gr.36.min.50.seg. g 32.primi.
O lado B d achado no num.3 de 65|47.

Donde se saberà o lado d z de 53|88.

O Autor necessita de 80. pès,a saber 30.para o Parapeito em sua Base,&50.para a retirada da Praça baixa do Orelhaõ que tantos lhe assina;& porque não lhe ficaõ mais que quasi 54. na linha d z he necessario que o plano desta Praça baixa lhe entre 26|12. pès da linha T B para dentro do Baluarte.

E fazendo a conta de mais os 5. pès do Talud, ou Base da Escarpa,entrará o plano da Praça baixa atè 31|12. da ditta linha T B para dentro; pois segundo o mesmo Autor, [d] o recolhimento da Escarpa, o Parapeito, & o plano da Praça baixa montaõ 85. pés. [d] Pag. 234.

Veja agora como lhe pòde ficar residuo de Espalda, para seu plano ficar alivelado com o do Baluarte, & como nesta altura apartado 10.pès da linha B T para H V poderà levãtar o Parapeito para a Praça alta do mesmo Orelhaõ conforme diz, quando a Praça baixa acaba em 31|12. pés da mesma linha B T para dẽtro. Veja como poderá accõmodar tres peças de artilheria na frente H V, que lhe fica sòmente de $3\frac{11}{100}$pès,quando na sua opiniaõ lhe saõ necessarios ao menos 40. Veja o que resultarà quando a fig. for de mayor numero de lados q̃ de Octogono atè a linha recta, onde os Baluartes que nella assentaõ feitos pella doutrina do Autor resultaõ com os angulos flanqueados de 53.gr.29. min. conforme havemos referido no §. 22. taõ agudos, que fica limitadissima sua capacidade interna,para desembaraçadamente poderem os defensores executar as operaçoẽs da defensa, contra o cõmum axioma, que não admitte angulo flanqueado menor de 60. gr. & isto ainda na fig.quadrada que obriga a esta menoria, ou a pouco mais;ficãdo tambem os Baluartes nesta fòrma incapazes de se lhe poder fazer Fosso,no qual se descubra do Flanco,ou de algũa sua parte o angulo da Contrascarpa, sem que fosse necessario fazelo taõ largo defronte da Cortina,que seria hum custo immenso,naõ haveria onde se accõmodar,& recolher a terra; descubriria o inimigo da campanha naõ só a superior,mas a inferior parte da muralha, dirigindo a bateria ao ponto que mais lhe conviesse para ser mayor a ruina,& cegar mais facilmente naquella parte o fosso dispondo mais facil subida para a brecha, & outros incómodos q̄ o mesmo Autor aponta[p] cõtra os Fossos demasiadamẽte largos.

p Pag.419. Os Baluartes em linha recta segundo a doutrina do Autor se

Fig.144. representaõ na fig.num. 144. Nelles se podem considerar os inconvenientes que havemos apontado, & outros mais. Parecem talhados para Mitras de Bispos, & Arcebispos.

NOTA.

SEM embargo que o que aqui advirtirei naõ pertença ao põto de que hei trattado; com tudo porque topei casualmente com hũas taboadas que o Autor traz pag.116.& 117. das áreas do Pentagono, atè o Decagono, segundo varios lados que suppoem em cada hũa destas figuras, sobre que primeiro faz hum discurso de pag. 112. atè 115. (cousa que importa pouco) comecei por curiosidade a tentar se trázia certas as áreas sobre que fundava o discurso, & começandoas a examinar, achei logo erro; com q̄ foi necessario proseguir na investigaçaõ das outras àreas em obsequio da verdade, para que naõ sejaõ enganados os que naõ sabem estas materias por seus fundamentos, dando credito ao que se lhe propoem sòmente pella autoridade do Escrittor.

Mas porque a materia naõ importa para o intento da Fortificaçaõ, examinei sòmente as primeiras tres fileiras de cada hũa das seis taboadas, & como todas achei erradas muito consideravelmẽte, excepto a primeira fileira da taboada das áreas dos Pẽtagonos, em que ha erro de pouco momento, me naõ quiz cançar com as mais fileiras das taboadas, supponda que tambem devem estar erradas. Quem quizer o pode examinar. Aponto sómente as que examinei.

Nas primeiras tres fileiras do Pentagono.

Supponda o lado de 1100. pès traz por àrea 2:081750. sendo a verdadeira, ou quasi insensivelmente differente 2:081777 $\frac{62375}{100000}$

Supponda o lado de 1085. traz 2:023525. sendo a verdadeira 2:025388 $\frac{077784375}{1000000000}$.

Suppõdo o lado de 1000. traz 1:720000. sendo 1:720477 $\frac{375}{1000}$

Nas primeiras tres fileiras do Hexagono.

Supponda o lado do Hexagono de 1100. pès traz por àrea 3:154500, sendo na verdade 3:143672 $\frac{202}{1000}$.

Sup-

Suppondo o lado 1085. traz por área 3:049935. ſendo na verdade 3:058520$\frac{254545}{1000000}$.

Suppondo o lado 1000. traz 2:220150. ſendo a área verdadeira 2:598076$\frac{2}{10}$.

Nas primeiras tres fileiras do Heptagono.

Suppondo o lado de 1100.traz por área 4:389000, ſendo a verdadeira 4:397030$\frac{46475}{100000}$.

Suppondo o lado 1085. traz 4:268390. ſendo a verdadeira 4:277929$\frac{081706875}{1000000000}$.

Suppondo o lado 1000. traz 3:626000. ſendo a verdadeira 3:633909$\frac{475}{1000}$.

Nas primeiras tres fileiras do Octogono.

Suppõdo o lado 1100.traz por área 5834400,ſendo 5:842396$\frac{912}{1000}$.

Suppondo o lado 1085. traz 5:676720, ſendo a verdadeira 5:684145$\frac{21052}{100000}$.

Suppondo o lado 1000. traz 4:824000. ſendo a verdadeira 4:828427$\frac{12}{16}$.

Nas primeiras tres fileiras do Enneagono.

Suppondo o lado 1100. traz por área 7:819050, ſendo a verdadeira 7:480007$\frac{2215}{10000}$.

Suppondo o lado 1085. traz por área 7:130725, ſendo a verdadeira 7:277397$\frac{02498375}{100000000}$.

Suppõdo o lado 1000.traz por área 6169500.ſendo 6181824$\frac{15}{100}$.

Nas primeiras tres fileiras do Decagono.

Suppondo o lado 1100. traz por área 9:306000, ſendo 9:309992$\frac{5875}{10000}$.

Suppondo o lado 1085. traz por àrea 9:141975,ſendo 9:057814$\frac{80571875}{100000000}$.

Suppondo o lado 1000. traz por área 7:290000, ſendo 7:694208$\frac{75}{100}$.

Mas ainda concedendolhe que as taboadas eſtiveſſem certas (o que naõ he) todo o diſcurſo que nellas funda de pagina 112.até 115.

115. he erroneo, porque as contas que allí faz estaõ tambem muito erradas em si, naõ só pello fundamento falso das taboadas erradas, que toma como certo para fundar o discurso. Remetto o exame aos curiosos q̃ tiverẽ noticia da obra do Autor de que fallo.

E posto que não duvido que o Autor soubesse investigar a área de hũa fig. regular; todavia para que conste o modo por onde procedi, o aponto, tomando por exemplo o Enneagono de 1000. pès de lado, & se poderà examinar se houve, ou não, erro nas praxes arithmeticas das àreas que hei referido em lugar das que traz erradas nas taboadas.

Na fig. num. 9. desta obra que he de hum Enneagono regular seja M O perpendicular do centro M ao lado K H no ponto O, & porque supponho o lado K H de 1000. pés, será sua ametade K O de 500. O angulo do Enneagono he conhecido de 140. gr. logo sua ametade M K O de 70. & porque o Triangulo M O K he rectangulo; se K O for feito Radio, serà a perpendicular M O Tangente do angulo M K O conforme a doutrina dos senos; por onde assim se haverá o Radio K O para a mesma K O de 500. como a Tangente do angulo M K O de 70. gr. para a perpendicular M O reduzida a taes partes daquellas em que hà 500. em K O; pois as partes da mesma K O em quãto dividida como Radio nas taboadas, saõ das mesmas em grandeza que se contèm em M O como Tangente.

Nas taboadas commũas dos senos he o Radio 10000000. A Tangente de 70. gr. he 274747,74; por onde armando a regra aurea na seguinte fòrma. Se o Radio K O 10000000. se torna em 500. pella supposiçaõ; a Tangente M O 274747,74. em quantos se tornará? Multiplicando pois o segundo numero pello terceiro, & o producto 137373870000. partido pello primeiro 10000000. na fórma ordinaria, dá no quociente $1373\frac{7387}{0000}$. pellos pès conteudos em M O dos que há 500. em K O.

Achada a perpendicular M O bem se sabe que multiplicada pello semiperimetro da fig. resulta no producto a àrea em pés superficiaes. Semiperimetro he o mesmo que ametade da somma dos lados da fig. & porque saõ nove os lados, cada hum supposto de 1000. será o semiperimetro 4500. por tanto estes se multipliquem pellos $1373\frac{7387}{10000}$ que ha na perpendicular M O, resultará no producto o num. $6:181824\frac{15}{100}$ pellos pès quadrados superficiaes

ciaes que ſe contém na àrea deſte Enneagono regular.

No Hexagono por ſer o ſemidiametro M K igual ao lado K H da fig. ſe póde tambem buſcar a perpendicular M O pella 47. do 1. ou 31. do 6. de Euclides; porque no Triangulo rectangulo M O K he jà conhecido o lado M K ſer [r] dos meſmos 1000. que o lado K H; tirando pois do quadrado de M K o quadrado de K O, & do reſiduo tirando a raiz quadra, ſerá eſta a perpendicular M O. [r] Corol. 15.4.

§. 32.

Propoemſe, & cenſuraſe o Methodo de Fräciſco Florencia Milanez.

PRocede eſte Autor pello Polygono interior com hum meſmo Methodo que quer ſeja univerſal para todas as figuras, & linha recta, aſſim no regular como no irregular; advirtindo [a] que o lado do Polygono naõ ſeja menor de 36. vergas, nem mayor de 60. (uſa das Rinthlandicas de doze pès) porque hum Polygono menor de 36. diz que ſeria muito disforme, & o mayor que 60. excederia na defenſa o tiro de moſquete. [a] Pag 9.

Toma [o] para Capital a terça parte do lado do Polygono interior: para Demigolla (a que com muitos chama Golla) a quinta parte do meſmo lado; para Flanco tres quartos da Demigolla, excepto na fig. de angulos rectos regular, ou irregular, onde toma [o] para Flanco sòmẽte os $\frac{2}{3}$ da Demigolla; de que reſulta que ſempre a linha Forma Flanco (a que chama Tranſverſal, ou da prova) he igual á quarta parte do lado do Polygono interior; excepto no Quadrado, onde fica para o lado do Poligono como $\sqrt{13}$. para $\sqrt{225}$, ou como quaſi $3\frac{60555}{100000}$ para 15. [o] Pag.12. [o] Pag.17.

Na pag. 18. diz, que o mayor lado naõ exceda 800. pès de Bruſellas, que ſaõ quaſi os 720. ou 60. vergas de Rinthlanda, q̃ toma por mayor lado, como abaixo diremos; nem ſeja menor q̃ os 432 dos meſmos Rinthlandicos, ou de Hollanda que ſaõ as 36. vergas do ſeu menor lado, pella meſma razaõ apontada.

Nas pag. 34, & 35. diz que os pès de Bruſellas ſaõ mais pequenos que os de Hollanda, & que a quarta parte do pè de Hollanda contém 101. partes das q̃ tem 91. a quarta parte do de Bruſellas. Proporçaõ entre os pès de Bruſellas, & os de Hollanda, ou Rinthlandicos.

Daqui ſe ſegue que 91. pès de Hollanda, fazem 101. de Bruſellas; & por iſto as 60. vergas, ou 720. pés de Rinthlanda fazẽ $799\frac{11}{91}$ pellos quaes toma 800. de Bruſellas; o que apontei de caminho

para

para que se saiba a proporçaõ entre huns, & outros pés.

No irregular segue o mesmo Methodo, com a circunstancia de q̃ o angulo formado pellos lados desiguaes, se parta [u] pello meyo estendendose para fòra a Capital produzida quãto for necessario & toma os Flancos, Capital, & Demigollas, para cada Baluarte, pertencentes ao menor lado, assim [r] da parte do menor como do mayor, dos dous que formaõ o angulo do Polygono.

Mas se o angulo da fig. for recto diz [a] que o Flanco se tome entaõ de hũa verga menos, assim no regular, como no irregular.

[u] Pag. 154.

[r] Pag. 156.

[a] Pag. 157

Na pag. 158. diz que no irregular, & sendo o angulo recto se tomem para Flanco os $\frac{2}{3}$ da Demigolla; o que concorda com a doutrina que ha dado para o regular.

Na pag. 162. traz outro modo com o exemplo de dous lados, hum de 400, outro de 700, que formaõ o angulo da fig. para se usar delle, se parecer, & q̃ da parte do lado mayor fica o Baluarte com pequena Demigolla, & pequeno Flanco, & he o seguinte.

Deixa a mesma Capital pertencente ao menor lado, & da parte do mayor toma a Demigolla que lhe pertence, a saber a sua quinta parte, & o Flanco os $\frac{3}{4}$ da Demigolla. Estende outro tanto o Flanco que fica da parte do menor lado, deixando a Demigolla que lhe pertence, & deita as Faces dos extremos dos Flancos iguaes até o extremo da Capital. Isto he o que o Autor diz neste ponto com a lingoagem algum tanto confusa, & barbara, como he em todo o livro; as figuras miudissimas, embrulhadas, & em parte erradas; posto que a doutrina em parte naõ seja mâ, como diremos.

Censura.

NAõ determinava fallar nos Methodos deste, & de outros alguns Autores, porque do que apontei no §. 22. se colhem os incõmodos que consigo trazem. Mas por satisfazer á curiosidade de alguns que me pediraõ, dèsse delles hũa breve noticia, apõtarei sòmente algum incõmodo em cada hũ dos Methodos de que fallar em particular, sendo muitos os que pudera apontar, que resultaõ da generalidade com que querem que hum sò lhe sirva para todas as figuras.

A doutrina deste Autor naõ he mà para as figuras do Pentagono atè a de 20. lados (já hei ditto nesta obra, que ainda que naõ

haja

haja Praça regular de tantos lados; com tudo que do regular pé-de o mais acertado desenho do irregular; & que por isso consideramos todas as figuras regulares, & tambem o desenho da Fortificaçaõ sobre linha recta, pois se dá muitas vezes de facto, & desta se faz tambem combinaçaõ com lados da fig. irregular:] digo q̃ naõ he má a doutrina deste Autor para do Pentagono atè a figura de 20. lados; mas daqui para cima he necessario mudar a proporçaõ, a respeito que pello Methodo sobreditto se vai diminuindo a Face do Baluarte, & jà quando chega á fig. de 20. lados se torna a Face diminuida atè alguns poucos pès mais q̃ ametade da Cortina; porque sendo por exemplo o lado do Polygono interior de 720. pès, será no Pentagono a Face de 297|81 : no Decagono de 249|15 : no vigintagono 222|73 : na linha recta 195|34, como achará quem lhe fizer o calculo; sendo sempre, & em todas as figuras a Cortina de 432. na ditta supposiçaõ do lado do Polygono interior de 720.

E como nòs naõ admittimos que a Face seja menor que a ditta ametade da Cortina, segundo largamente havemos ditto, naõ approvamos esta proporçaõ genericamente para todas as figuras; além de que lhe podemos accõmodar mayores Flancos, ficando as Demigollas capacissimas segundo a grandeza do Polygono, as Faces nunqua menores que ametade da Cortina; mayores sempre; & por tanto ficar a Fortificaçaõ mais robusta, & defensavel segũdo se vè das nossas taboadas numeros 13. & 14. & de suas proporçoens. Com tudo se a proporçaõ se variar a outra que sirva para da fig. de 20. lados para cima, & as mais vezes que for necessario, para que a Face fique sempre mayor que ametade da Cortina; naõ he para desprezar a doutrina deste Autor; pois sem embargo que os Flancos puderaõ ser mayores, todavia ficaõ bastantes segundo a grandeza do Polygono; & alguns outros inconvenientes saõ de qualidade que se podiaõ dissimular.

§. 33.

Do Methodo do Capitaõ Iozeph Barca Tenẽte General da artilheria pella Magestade Catholica no Estado de Milaõ.

SAhio este Autor com hum Trattado, que intitula Compendio de Fortificaçaõ moderna; impresso em Bolonha no anno de de 1643: o seu Methodo he o seguinte. Faz o angulo flanqueado os $\frac{2}{3}$ do angulo da fig. de q̃ lhe resulta recto no Octogono; o qual conserva nas mais figuras seguintes, & linha recta. Toma certa a Face, & certa a Cortina em todas as figuras, como tambem faz Dogen; mas com esta differença, que tomando Dogen a Face de 2. partes, & a Cortina de 3. toma Jozeph Barca a Face de 4. partes, & a Cortina de 7. que he melhor proporçaõ; porque ainda q̃ as Faces de 24. vergas, ou 288. pès que traz Dogen, Marolois, & Fritach para Fortificaçaõ Real sejaõ bẽ grandes; todavia as Cortinas de 36. vergas, ou 432. pès saõ curtas, como havemos ditto q̃ aponta [r] o mesmo Dogen por parecer de bons Engenheiros, que já reconheciaõ serem curtas as Cortinas Hollãdezas, & que assentaraõ que ficando as Faces de 24. vergas se fizessem as Cortinas de 42. que vem a ser as Faces os $\frac{4}{7}$ das Cortinas: o angulo forma flanco sempre invariavel de 40. gr. Assim q̃ este modo de Jozeph Barca he em termos o mesmo que o segundo de Dogen; ordenãdo Barca que o angulo formado pello flanco, & linha Forma flãco se faça de 50. gr. que vem a ser o mesmo que fazerse o angulo Forma flanco de 40. como Dogen.

[r] Lib. 1. cap. 12 pag. 109.

A Face que Dogen toma, para Fortificaçaõ Real de 24. vergas, ou 288. pés, faz Barca de 56. passos, ou 280. pès, & pella Cortina que Dogen seguido á os Engenheiros Jacobo Witsio, Pedro Persevallo, Joaõ Bossio, & approvaçaõ do Principe de Orãge diz se deve fazer de 42. vergas, ou 504. pés para a Fortificaçaõ ficar melhor proporcionada, a toma Barca de 98. passos, ou 490. pès, de modo que hum, & outro faz a Face os $\frac{4}{7}$ da Cortina: os angulos Forma flancos invariaveis de 40. gr. & assim como hum conserva o angulo flanqueado recto (que tal lhe resulta desta construcçaõ no Octogono, & em todas as mais figuras seguintes, & na linha recta, do mesmo modo o faz o outro.

Censura.

O Modo sobreditto he bom na sustancia; porèm quizera que da fig. de 18. lados para cima se deixasse a teima de querer conservar recto o angulo flanqueado; pois nesta fig. jà o Flanco secundario resulta mayor que ametade da Cortina; porque se esta se tomára de 36. vergas conforme a practica Hollandeza, feria o Flanco secundario 18. & outro tanto o complemento da Cortina

tina conforme se vè da taboada de Dogen; por onde como quer que hajamos de tomar a Cortina de 42. vergas, ou 504. pès, ficando conservado o angulo recto na fig. de 18. lados, fica o mesmo complemento da Cortina de 18. vergas, ou 216. pés, os quaes diminuidos dos 504. da Cortina, restaõ por Flanco secundario 288. táto como a Face: mas como ametade da Cortina he de 252 já o Flanco secundario a excede por 36. pés, ou 3. vergas.

Na mesma proporçaõ se entende tomando a Face de Barca de 56. passos, ou 280. pès, porque se conservar recto o angulo flanqueado na ditta fig. de 18. lados, lhe ha de resultar o complemẽto da Cortina de 42. passos, ou 210. pès, que diminuidos da sua Cortina de 98. passos, ou 490. pès, restaõ 56. passos, ou 280. pès por Flanco secundario tanto como a Face; mas como ametade da Cortina lhe he de 49. passos, ou 245. pés, jà o Flanco secundario a fica excedendo por 7. passos, ou 35. pés, que tem a mesma proporçaõ para os 98. passos, ou 490. pès da Cortina de Barca, que as 3. vergas, ou 36. pès para as 42. vergas, ou 504. pès da Cortina reformada de Dogen.

Por onde como quer que na fig. de 18. lados jà o Flanco secũdario passe da ametade da Cortina reformada, convem que nas mais figuras daquella para cima senaõ queira conservar recto o angulo flanqueado; pois iraõ crescendo mais os Flancos secundarios sobre ametade da Cortina; de que resulta difficuldade em se descubrir do Flanco primario; ou de hũa sua parte, bastante para a Praça baixa, o angulo da Contrascarpa sem hũa demasiada largura do Fosso defronte da Cortina; ainda q̃ aquelle se faça obliquo na fórma em q̃ o disponho nos Capitulos 16. & 17. Secçaõ I. da primeira Parte, ou em outra, & ficando tambem muito descuberta a Face do Baluarte, ao menos do meyo della para a parte do angulo da Espalda a respeito da grande largura do Fosso, que tambem allí deve ficar para o ditto effeito de se poder de grande parte do Flanco primario descubrir o angulo da Contrascarpa, sobre os inconvenientes dos immensos gastos, & de naõ haver onde accõmodar táta terra, quanta sahiria do Fosso taõ largo, & ser tambem necessario metter muito na cãpanha os Revelins que se fazem defronte das Cortinas, & ficarem pequenos em suas capacidades; a respeito do terreno que se havia de tirar do Fosso, que não se fazendo taõ largo, ficaria o tal terreno incorporado nos mesmos Revelins.