PLATÃO

Coordenação de
Gabriele Cornelli e Rodolfo Lopes

Coimbra Companions

IMPRENSA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
COIMBRA UNIVERSITY PRESS

XIII

Matemática

Fernando Rey Puente
Universidade Federal de Minas Gerais

DOI | https://doi.org/10.14195/978-989-26-1596-7_13

I. Introdução e estado da questão

A presença da matemática nos diálogos de Platão é um tema que produziu importantes debates, desde a recepção mesma da filosofia platônica na Antiguidade – seja por parte de seus seguidores no interior da Academia (especialmente Espeusipo e Xenócrates), seja por parte de seu mais atento discípulo e, ao mesmo tempo, mais forte opositor, Aristóteles – passando por vários períodos históricos nos quais houve uma apropriação positiva (por exemplo, no século II com o comentário de Téon de Esmirna intitulado Τῶν κατὰ τὸν μαθηματικὸν χρησίμων εἰς τὴν Πλάτωνος ἀνάγνωσιν e, no século XVI, com o livro de Gillaume Postel, *De admirandis numerorum platonicorum secretis*) ou negativa de sua obra, até chegar à contemporaneidade onde podemos assinalar a dissertação de Carl Blass, *De Platone mathematico*, publicada em latim no ano de 1861 na Alemanha, como um marco que continuou a propagar a lenda, originária na tradição antiga, de que Platão havia sido um matemático original, criador de novas concepções matemáticas, ou ao menos de ideias matemáticas mais avançadas em relação ao conhecimento matemático mediano que se poderia ter em sua época (Frajese, 1951). Essa publicação ocorreu, portanto, é importante lembrar, pouco antes dos quarenta anos decisivos (1890 a 1930) que marcaram o período que foi denominado, como sendo o da transformação moderna da matemática (Gray, 2008).

De fato, a quase totalidade dos especialistas hoje em dia concorda em afirmar que Platão não foi um importante matemático. Todavia, outros membros da Academia ou de círculos pitagóricos próximos à Academia – contemporâneos e amigos de Platão – foram certamente matemáticos importantes, tais como Leodamas, Teeteto, Eudoxo e Arquitas (Lasserre, 1990). Platão, contudo, embora não tenha sido um matemático no sentido mais estrito do termo, parece ter sido o primeiro filósofo a pensar a matemática, ou seja, o primeiro pensador a refletir sobre a possibilidade de fundamentar o próprio conhecimento matemático em bases filosóficas (Heath, 1981). Em linguagem hodierna, diríamos que ele talvez tenha sido o primeiro filósofo da matemática. Cabe notar, entretanto, que no âmbito da filosofia da matemática moderna o termo 'platonismo' passou a designar algo muito mais genérico do que o modo particular de Platão conceber a matemática e os entes matemáticos, isto é, ele passou a designar a posição filosófica daqueles pensadores que supõem que os teoremas matemáticos descrevam objetos abstratos que constituem um domínio à parte do mundo empírico, o qual é descrito precisamente pelas fórmulas matemáticas (Panza & Sereni, 2009).

Esse sentido que o vocábulo 'platonismo' adquiriu nas modernas filosofias da matemática divide a avaliação de dois dos mais importantes intérpretes da matemática em Platão, pois, se para Pritchard a assim chamada posição 'platonista' dos filósofos da matemática da modernidade 'não deve nada a Platão, exceto a respeitabilidade espúria derivada do fato de atrelar seu nome a um conjunto de posições que ele nunca sustentou e, das quais, caso ele as pudesse compreender, seria improvável que ele as aprovasse' (1995, 177), para Toth, contudo, 'Platão é o único dentre os geômetras e filósofos da Antiguidade a conceber de modo explícito e categórico a irracionalidade em seu aspecto puramente aritmético' (2011, 113), antecipando assim, em mais de vinte séculos, a fundamentação dos números irracionais pelo grande matemático do século XIX Richard Dedekind (2011). Para Toth, portanto – que se contrapõe assim ao consenso adquirido e sustentado até recentemente pelos exegetas contemporâneos –, Platão foi um grande matemático ao ter concebido geometricamente a noção do número irracional.

Evidentemente, essas avaliações divergentes se baseiam em distintas concepções sustentadas por seus autores acerca do que seja a matemática.

Além disso, outro ponto a ser destacado, é que Platão foi também o primeiro pensador grego a erigir o estudo das disciplinas matemáticas como constitutivo e até mesmo central para um programa educacional integral voltado para adultos (no Livro VII da *República*), chegando mesmo a sugerir alhures (*Lg.* 819a-d) o modo lúdico e prazeroso por meio do qual as próprias crianças deveriam ser introduzidas desde a mais tenra infância nos conceitos fundamentais da aritmética e da geometria.

Primeiramente, a fim de poder apresentar de modo claro e sucinto a presença da matemática na obra platônica, distinguiremos dois conjuntos de problemas a ele relacionados, mas que, para a clareza de nosso argumento, devem ser tratados separadamente, quais sejam: a) como, e com quais consequências para a sua filosofia, Platão se apropriou do conhecimento matemático de sua época mesclando-o à sua reflexão filosófica e b) qual apresentação das partes da matemática e de seu estudo e quais argumentos, imagens, metáforas ou exemplos de cunho matemático podemos encontrar na obra platônica?

Muitos dos autores que abordaram o tema da matemática na obra de Platão analisaram apenas as questões relativas ao item b), mas, apesar de sua grande importância para o entendimento de um determinado diálogo ou mesmo para a compreensão de como Platão avaliava o conhecimento matemático de sua época, essas análises não nos parecem tocar no essencial do problema, a saber, na compreensão de como Platão se utilizou do conhecimento matemático de sua época para elaborar alguns dos aspectos centrais de sua filosofia, uma abordagem que obviamente diz respeito ao conjunto de questões enumerados no item a) que acabamos de mencionar.

Outra observação fundamental que devemos fazer logo de início é o fato de que nos concentraremos ao longo deste texto exclusivamente na análise da matemática entendida como constituída essencialmente pelas duas disciplinas teóricas – a aritmética e a geometria – que estão na base de todas as demais disciplinas matemáticas aplicadas, tais como: a estereometria, a astronomia, a harmonia e a ótica. Com isso, embora cientes da importância de muitos passos relativos à astronomia ou à musica, fundamentais para a compreensão de certos diálogos de Platão, nós os deixaremos de lado em nossa análise a fim de podermos nos concentrar no núcleo mesmo de nosso estudo.

Por fim, antes de nos determos na investigação de algumas passagens dos diálogos de Platão que realizam reflexões matemáticas ou que tratam da matemática, cabe diferenciar duas das principais tendências interpretativas atuais que podem ser depreendidas a partir da leitura da literatura específica sobre a relação de Platão com a matemática: por um lado podemos assinalar o estudo magistral e pioneiro de Jacob Klein (1934-36), cujas intuições centrais foram retomadas e desenvolvidas pelo importante livro de Paul Pritchard (1995). Note-se que o estudo de Klein de certo modo complementa as análises programáticas de E. Husserl – em suas obras *Philosophie der Aritmetik* (1891) e *Formale und Trascendentale Logik* (1929), bem como em suas investigações mais tardias desenvolvidas no texto *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendentale Phänomenologie* (1936) – na medida em que Klein descreve com acuidade o estabelecimento da álgebra a partir de François Vieta, indicando com clareza o nascimento do processo de formalização na matemática (Hopkins, 2011). Klein e Pritchard visam mostrar sobretudo a ruptura conceitual que a noção de número criada no Renascimento produz em nosso olhar retrospectivo sobre a Grécia. Eles procuram evidenciar assim por meio de percucientes análises filosófico-históricas que não podemos simplesmente traduzir o termo grego ἀριθμός pelo vocábulo 'número' sem fazer maiores considerações, pois esses termos possuem sentidos diversos. Esses autores assinalam, portanto, o hiato conceitual entre a Antiguidade e a Modernidade no âmbito matemático, mostrando, por conseguinte, os equívocos produzidos por análises anacrônicas dos textos antigos que supõem estarem presentes nesses textos certos conceitos criados tão somente em épocas históricas posteriores, tais como o Renascimento e a Modernidade. A segunda linha interpretativa que, por assim dizer, fez escola, foi a que se iniciou pelo estudo revolucionário de Imre Toth sobre a presença de geometrias não euclidianas no *corpus Aristotelicum* publicado em princípio dos anos 70 (do século XX) em alemão. Esse estudo, posteriormente traduzido em italiano, bem como outras publicações do autor editadas a partir do final dos anos 90 (do século XX) na Itália, tiveram grande repercussão em dois estudiosos associados igualmente ao grupo milanês liderado por Giovanni Reale, a saber: Vittorio Hösle e, especialmente, Elisabetta Cattanei. Este grupo de pesquisadores emprega o assim chamado paradigma das doutrinas não escritas de Platão retomado da Antiguidade pelos estudiosos de Tübingen e Milão em oposição (parcial) à perspectiva de valorização dos contextos narrativos e dramáticos dos diálogos platônicos que chegaram até nós defendida na célebre introdução à sua tradução aos diálogos de Platão por F. Schleiermacher. Isso quer dizer que outra diferença significativa entre esses dois grupos de estudiosos reside no entendimento diverso que eles têm das diferenças e semelhanças, no que diz respeito à matemática, entre Platão e Aristóteles, pois a principal fonte exegética para a concepção platônica do Um e da Díade indefinida é constituída precisamente pelos textos do Estagirita (em particular os Livros I, X, XIII, XIV da *Metafísica*) que se ocupam das concepções filosóficas platônicas. Podemos, por fim, enumerar outro grupo, constituído por pesquisadores isolados de língua inglesa (ou que escreveram em inglês) e fizeram contribuições importantes para o entendimento de nosso tema, mas que não podem ser associados entre si por partilharem alguma posição exegética em comum, tais como os livros publicados nos anos 50 por Robert Brumbaugh e por Anders Wedberg e, mais recentemente (1999), a contribuição do importante historiador dos primórdios da matemática grega, o inglês David Fowler que, em alguns aspectos corrobora a posição de Klein e, em outros, a de Toth. Cabe destacar também em língua inglesa três artigos sobre o tema da matemática em Platão, em especial o de Myles Burnyeat (2000), mas também o de Michael White (2006) e o de Cristopher Gill (2007) que comenta e discute de modo muito interessante o texto de Burnyeat.

II. A presença da matemática e da geometria em algumas passagens dos *Diálogos* de Platão

A fim de se aprofundar um pouco mais no nosso tema, selecionaremos a seguir duas passagens dos diálogos de Platão que tratam explicitamente de questões matemáticas, quer por desenvolverem diretamente um raciocínio matemático (cf. *Men.*), quer por exprimirem a importância da matemática no âmbito da filosofia platônica para a formação dos dirigentes de uma cidade (cf. *R.*).

2.1. O *Mênon*

O passo 82b–85b do *Mênon* é um *locus classicus* na análise do nosso tema, pois tanto do ponto de vista do historiador da matemática quanto do ponto de vista do historiador da filosofia, o desenvolvimento do problema matemático é exemplar. O trecho acima assinalado constitui, nas palavras do eminente historiador da matemática grega, David Fowler (1999, 7): 'a nossa *primeira* prova direta, explícita e extensa sobre a matemática grega'. Nesse passo, Platão expõe uma discussão entre Sócrates e um jovem escravo na qual um dos temas centrais da matemática grega emerge, a saber, o problema da incomensurabilidade. Certamente a escolha da medida dois para o lado do quadrado, sugerida por Sócrates ao seu jovem interlocutor, é proposital, pois ela produz erros sucessivos no cálculo feito pelo escravo, o que permitirá a Sócrates uma aproximação paulatina e progressiva, por meio de seu método de perguntas (a maiêutica), do problema matemático central envolvido nessa passagem, a saber, o problema da incomensurabilidade do lado de um quadrado com a sua diagonal. Esse é um problema cujas primeiras soluções são apresentadas pelos pitagóricos, mas que ecoa em diversas passagens importantes dos diálogos de Platão (Kokkinos, 1997). Em termos de uma matemática aritmetizada como a nossa, poder-se-ia representar esse problema nos seguintes termos: qual o número que multiplicado por si mesmo produz o número dois? Evidentemente, só podemos representá-lo pelo número irracional $\sqrt{2}$, mas essa notação, evidentemente, não é um ἀριθμός no sentido dos gregos. O modo geométrico de pensar o problema, típico do pensamento matemático grego do período de Platão, é ilustrado de modo exemplar nesse diálogo de Sócrates com o jovem escravo.

Essa passagem pode ser dividida em três estágios de argumentação (Klein, 1965). No primeiro deles (82b9-e3), o jovem escravo é inicialmente convidado a reconhecer uma figura desenhada no chão que tem todos os lados iguais. Ele a reconhece e concorda com Sócrates que essa figura é um quadrado. Perguntado então sobre qual seria a área de um quadrado que tivesse o lado igual a dois pés, ele compreende que bastaria multiplicar os lados do quadrado para obter a área de quatro pés. Novamente, Sócrates o inquire sobre a possibilidade de existir um quadrado de área duas vezes maior, sugestão à qual, obviamente, o escravo assente. Se quiséssemos, então, pergunta Sócrates, obter esse quadrado de área duas vezes maior do que a área do quadrado de dois pés, qual teria de ser o lado desse quadrado? A resposta imediata que ocorre ao escravo é a de dobrar o lado do quadrado de dois pés a fim de obter uma área que seja o dobro da área do quadrado inicialmente proposto. Mas, como adverte Sócrates, se ele fizer isso, ele chegará a um resultado errado, pois um quadrado de quatro pés de lado terá a sua área igual a dezesseis e não a oito, número que é o dobro de quatro, área do quadrado originário de lado igual a dois pés. Note-se, contudo, que devido ao fato de a matemática grega não ser uma matemática aritmetizada, mas sim pensada visualmente por meio da geometria, o que faz Sócrates o tempo todo para ajudar o jovem escravo a, literalmente, *ver* o seu erro é desenhar no chão um quadrado maior que engloba o quadrado originariamente esboçado ao prolongar os dois lados do quadrado. Deste modo, Sócrates faz ver ao jovem que esse novo quadrado construído contém quatro quadrados de área quatro sendo, portanto, duas vezes maior do que o quadrado de oito pés de área que estava sendo buscado. Seria então o lado do quadrado menor do que quatro pés? Sócrates continua indagando o jovem escravo e fazendo-o compreender que é preciso supor um quadrado de lado menor que quatro pés para se obter uma área de oito pés. Claro que, ao diminuir o lado do quadrado de quatro para três pés, a área poderia vir a ser aquela buscada. Mas ao fazê-lo, Sócrates faz ver ao escravo que a área assim obtida será de nove pés e não de oito pés. Isso gera certa perplexidade no jovem que declara não estar compreendendo (*Men.* 85a4-5: οὐ μανθάνω). Como então obter uma área de oito pés? Ela não poderia ser a área delimitada por um quadrado de quatro pés e tampouco a área de um quadrado de três pés, pois, em ambos esses casos, obter-se-ia áreas de dezesseis e de nove pés respectivamente – áreas obviamente maiores do que a área de oito pés buscada. Como então chegar a solução do problema de calcular qual seria o tamanho do lado do quadrado cuja área é o dobro da área do quadrado de lado igual a dois? Sócrates alude claramente ao fato de essa linha que forma o lado de um quadrado de área oito não poder ser contada (84a1: ἀριθμεῖν), mas poder ser mostrada (84a1: δεῖξον). Como o jovem escravo constata então, não é possível encontrar a medida numérica exata do lado do quadrado cuja área é o dobro da área do quadrado de lado igual a dois pés. Mas o que não se pode calcular numericamente pode ser ilustrado e resolvido geometricamente (Gaiser, 1964). Sócrates, portanto, mostra geometricamente ao escravo que, se cada quadrado de área igual a quatro é dividido ao meio por sua diagonal em dois triângulos idênticos, cada qual com área igual a dois pés, a reunião de quatro desses triângulos resultará evidentemente em um quadrado cuja área total será de oito pés, exatamente a área procurada desde o início. Assim, o jovem apreende que o quadrado central delimitado pelas quatro diagonais dos quadrados de área igual a quatro pés possui precisamente o dobro dessa área; ou seja, possui uma área igual a oito pés. Atente-se, porém, ao fato que o objetivo final de Sócrates não é apenas o de construir o quadrado de área duas vezes maior que o quadrado inicialmente desenhado, mas sim o de explicitar para o seu jovem interlocutor que o lado desse quadrado de área oito não possui uma medida comum com o lado do quadrado de área nove ou dezesseis; em suma, de acordo com o modo de dizer dos matemáticos gregos, que a relação entre o lado e a diagonal é incomensurável. Logo, se as áreas desses quadrados são comensuráveis entre si, os lados desses quadrados não o são. Eles são segmentos de linhas incomensuráveis (ἀσύμμετροι). Assim, o escravo aprende a construir e a identificar as linhas que ele vê formarem o quadrado buscado de área oito como as diagonais dos quadrados de área quatro, mas não a calcular numericamente qual a medida exata dessa linha, dado que não há um número inteiro que corresponda a essa medida (Klein, 1965). Em outros termos, isso significa 'a impossibilidade de medir – por meio do lado considerado como unidade de medida – o comprimento da diagonal em um número finito de etapas, o que implica na impossibilidade de exprimir o comprimento presumido da diagonal por um número' (Toth, 2011, 40).

Essa aparente digressão matemática normalmente é analisada com o intuito de ilustrar a noção de reminiscência, pois o jovem escravo, não tendo aprendido essas definições matemáticas, foi capaz de recordá-las quando devidamente inquirido. Mas, note-se bem, o que ele recorda não parece ser o cálculo da área do quadrado de área duas vezes maior do que o quadrado de área quatro, mas sim algo que ele primeiramente não consegue entender e que, em última instância, não pode ser calculado, mas apenas mostrado: a incomensurabilidade da diagonal ou ainda o número irracional $\sqrt{2}$ (Toth, 1998). O objetivo aparente do colóquio entre Sócrates e o jovem escravo, no entanto, parece ser o de mostrar a Mênon que Sócrates não está ensinando nada (82e4: οὐδὲν διδάσκω) ao jovem, mas que tudo está apenas sendo perguntado (82e5: ἀλλ' ἐρωτῶ πάντα) a ele. Obviamente, a natureza de tal perguntar é essencial para se compreender o procedimento maiêutico de Sócrates. As respostas do escravo, no mais das vezes, reduzem-se a um simples 'sim' ou 'não', exceto quando incitado a responder com exatidão (ἀκριβῶς), isto é, por meio de um número, à questão principal acerca da medida exata do lado do quadrado de área oito, o jovem escravo diz que não sabe (84a) e mesmo que não entende (85a) como solucionar esse problema. Ou seja: o que é de fato recordado não é algo que pode ser obtido por cálculo matemático exato, como a área do quadrado, mas sim a incomensurabilidade entre o lado do quadrado inicial com a sua diagonal, diagonal esta que constitui o lado do quadrado de área igual a oito. O jovem escravo, portanto, se mostra capaz apenas de apontar a diagonal (85b) como sendo a linha que constitui o quadrado buscado de área oito (Klein, 1965). A terminologia matemática adotada por Sócrates ao longo de toda essa passagem é bastante precisa (Toth, 1998). Ele começa indagando ao jovem escravo quanto (82d3: πόσοι) são duas vezes dois e pede que ele faça o cálculo (82d4: λογισάμενος); mas, ao perguntar em seguida pelo tamanho da linha que deveria formar o quadrado de área igual a oito, o termo adotado (82d8: πηλίκη) mostra o cuidado de Sócrates de não esperar uma resposta numérica da parte do escravo, 'pois o termo indica grandezas contínuas e não discretas, como um número' (Klein, 1965, 100). Mas, como devemos entender de modo geral o grande interesse de Platão por ilustrar problemas concernentes ao problema do irracional na matemática em seus diálogos? É possível que a diversidade de irracionais matemáticos exposta por Platão (cf. *Tht.* 147d–148b) seja um modelo para pensar a diversidade de níveis de ser, tal como são por ele articulados em sua filosofia. Mais ainda: 'a partir da observação da incomensurabilidade matemática, resulta necessariamente a pergunta até que ponto existe uma 'medida' universal' (Gaiser, 372). Medida esta que outros diálogos confirmam ser o Bem, pois este é, nas palavras de Platão, a medida mais exata e precisa (cf. *Prt.* 356e-357b; *R.* 504b) e, para nós homens, como o próprio Platão afirma alhures, a medida de todas as coisas é Deus (cf. *Lg.* 716c). Veremos que em mais de um aspecto (por exemplo: a alusão ao método hipotético dos geômetras para resolver o problema da virtude ser ou não ensinada; cf. 86e), as considerações matemáticas do *Menôn* serão retomadas e desenvolvidas na *República*, pois, como se sabe, a resolução do problema das grandezas incomensuráveis ocorre por meio de uma teoria da proporção e é precisamente isso que está no cerne mesmo dessa que talvez seja a mais importante obra de Platão.

2.2. A *República* 509d–511e

As imagens do Sol, da linha e da caverna que aparecem nos livros VI e VII estão no centro mesmo da *República* e são essenciais para compreender a filosofia da matemática de Platão, dado que, como afirma um importante exegeta desse tema: 'aqui nós encontramos seu [de Platão] tratamento mais explícito e extenso do lugar das matemáticas em sua teoria do conhecimento, em sua ontologia e até mesmo em sua teoria da educação' (Pritchard, 1995, 89). Todavia, concentraremos nossa análise, por motivo de concisão, apenas na célebre imagem da linha (*R.* 509d–511e). Sócrates nos apresenta uma linha dividida em quatro seções – L_1, L_2, L_3 e L_4 – duas das quais (L_2 e L_3) são, por consequência lógica oriunda da teoria das proporções, idênticas, embora esse fato de ordem geométrica seja frequentemente negligenciado pelos intérpretes (Pritchard, 1995; Aubenque, 1992). Essa linha dividida, nos instrui Sócrates, possui dois segmentos desiguais (509d6: ἄνισα), um deles representando o visível (509d4: τὸ ὁρατόν) e o outro o inteligível (509d4: τὸ νοητόν). Esses segmentos são divididos, por sua vez, em dois outros segmentos, obedecendo a uma mesma proporção (509d7-8: ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον). Ora, se as seções da linha são desiguais (fato por vezes contestado por opções de adotar diferentes manuscritos), evidentemente, só haveria sentido em aplicar a essas seções uma mesma proporção com o intuito de assim poder pensar a analogia entre elas, pois a proporção ou a analogia nada mais é do que a igualdade de relações entre termos desiguais. Caso contrário, ou seja, se tivéssemos seções iguais, teríamos uma proporção de 1/1, o que resultaria em uma igualdade geométrica de dois termos (1=1) e com isso se perderia o próprio da analogia que é justamente 'pensar uma *igualdade* de relações entre termos *desiguais*' (Aubenque, 1992, 39) Mais ainda: a proporção nesse caso, só pode ser uma proporção com um termo médio comum (um tipo de proporção ou analogia bem conhecido por Platão; cf. *Ti.* 31c-32c), visto que o segmento L_2 é igual ao segmento L_3.

Parece, contudo, não ter a menor importância querer saber qual é essa proporção (Pritchard, 1995), embora já se tenha procurado mostrar que essa proporção é a denominada seção de ouro (Vuillemin, 1991). O mais importante para nós é apenas enfatizar o fato de que a imagem da linha deve ser compreendida em termos de uma teoria da proporção. Claro que a famosa teoria da proporção do grande matemático grego Eudoxo é um pouco posterior e é ela que aparecerá depois na célebre compilação *Elementos* de Euclides (cf. Livro V). Certamente, trata-se então de uma teoria da proporção anterior à de Eudoxo (Pritchard, 1995). É fundamental compreender que a noção mesma de proporção é a que possibilita conhecer um termo desconhecido e é ela que está no cerne da matemática de Platão. Mas, retornemos a nossa análise da linha.

Ora, se as seções da linha L_2 e L_3 são idênticas, a questão que nos concerne é a de saber se esse fato geométrico tem ou não alguma consequência filosófica para a compreensão da passagem. No nosso entendimento, não seria por mero acaso que um filósofo com amplo conhecimento matemático como Platão escolheria esse modo de construir esse diagrama. Aliás, nenhuma metáfora matemática empregada por Platão pode ser entendida fora de seu contexto, sendo todas elas escolhidas com grande acuidade (Brumbaugh, 1954). A linha dividida proposta no passo que comentamos deve ser pensada, portanto, como uma linha vertical, pois Platão fala claramente, ao descrevê-la, em partes inferiores (cf. 511a6-7: τῶν κάτω) e naquilo que é o mais elevado (cf. 511d8: τῷ ἀνωτάτω). Muito provavelmente, os segmentos maiores da linha devem ser pensados como os inferiores e os menores como os superiores, de acordo com a metáfora do distanciamento progressivo entre aquele que conhece e aquilo que é por ele conhecido (Brumbaugh, 1954). A dificuldade de alguns intérpretes (como, por exemplo, Brumbaugh) em conciliar as metáforas da desigualdade e da proporção presentes na imagem da linha é devida ao fato de eles ignorarem o uso da proporção contínua, como a denominava Aristóteles, a saber, da proporção onde o termo médio é igual ($a/b = b/c$), pois neste caso temos reunidos, de modo plenamente satisfatório, os aspectos da desigualdade e da proporção e é precisamente este tipo de analogia que permitiu a Platão resolver o problema da incomensurabilidade da diagonal do quadrado (Aubenque, 1992). Por conseguinte, o fato de Platão não ter querido enfatizar a desigualdade entre o segmento representando o visível e aquele representando o inteligível o fez escolher a analogia na qual os termos médios são idênticos. Vê-se, pois, que a igualdade entre os segmentos L_2 e L_3 da linha torna geometricamente visível esse tipo de proporção; ou mais precisamente, dado que a matemática grega desse momento não é algébrica (o que só começará a ocorrer com Diofanto), a proporção é necessariamente pensada geometricamente.

Apesar da divisão quadripartida inicialmente proposta, a primeira seção da linha ($L_1 + L_2$), identificada primeiramente com o visível (cf. 509d) e, mais tarde, com a opinião (cf. 534a), desperta pouco interesse e é apresentada muito brevemente por Platão. A questão mais importante para ele é sobretudo a de diferenciar no interior da segunda seção da linha ($L_3 + L_4$), associada de imediato ao inteligível (cf. 509d) e, posteriormente, ao pensamento (cf. 534a4: νόησις), as suas duas partes constitutivas, a saber, a διάνοια e a ἐπιστήμη. Não poderemos aqui nos deter na análise dessa diferença, tão discutida e comentada, mas nos concentraremos apenas no que significa, no âmbito da interpretação da linha, a igualdade dos segmentos centrais garantida pela teoria das proporções. O significado disso pode ser expresso sinteticamente na seguinte frase: ontologicamente não há diferença entre as coisas que estão no segundo segmento e aquelas que se encontram no terceiro segmento. Em outros termos: o que é objeto da πίστις (L_2) é exatamente aquilo que é objeto da διάνοια (L_3), como, na verdade, uma leitura atenta do texto platônico permite constatar (Aubenque, 1992; Pritchard, 1995). Os objetos da conjectura (πίστις = L_2) são considerados do ponto de vista da opinião como modelos em relação às imagens (εἰκόνας = L_1) e, do ponto de vista do pensamento, como imagens em relação à ciência. Ou seja: trata-se das mesmas coisas consideradas sob perspectivas diversas, como a seguinte passagem do texto comprova: 'na primeira parte da seção [do inteligível = L_3] a alma se serve como [se fossem] imagens dos objetos, que na seção precedente [L_2] eram imitados' (510b4-5).

Isto é: na segunda divisão do visível estavam as coisas que serviam como modelos das coisas vistas na primeira divisão, aquela correspondente às imagens. A relação de L_2 com L_1 é, portanto, aquela do modelo para com a sua imagem. O mesmo se passa entre L_4 e L_3: L_3 é imagem de L_4. Há, porém, uma grande diferença entre os dois primeiros segmentos (L_1 e L_4) das duas seções da linha, pois, ao nível da imagem (L_1), o indivíduo acredita estar conhecendo um ente que verdadeiramente é; no entanto, ao nível do pensamento matemático (L_3), o indivíduo sabe estar trabalhando apenas com hipóteses. Sendo assim, não há razão para acreditar haver uma separação entre o visível e o inteligível, pois, caso fosse essa a intenção de Platão, ele teria representado a linha como uma linha descontínua e não como uma linha contínua. Ademais, tampouco há necessidade de supor (como o fez Aristóteles) que exista para Platão uma classe especial de entes matemáticos que seriam intermediários entre as Formas e os sensíveis (Pritchard, 1995), conquanto alguns intérpretes ainda pensem assim (por exemplo: Aubenque, 1992). Basta compreender que uma ontologia que supõe não uma cisão, mas apenas uma diferenciação entre o sensível e o inteligível, não precisa de entes intermediários para articular esses distintos aspectos da realidade. Vê-se isso com clareza no Livro X da *República*, onde Sócrates esclarece que há Formas, imagens das Formas e imagens das imagens das Formas. A tarefa dessa filosofia, portanto, é a de levar o pensamento a ler o inteligível no sensível e, para esse trabalho de leitura, as matemáticas se mostram auxiliares incontornáveis. A percepção e o pensamento, como no exemplo da comparação entre os dedos de uma mão (cf. *R.* 522c-526c), estão associados; mas evidentemente não se encontram misturados, de modo que o pensamento deve proceder a uma interpretação (ἑρμενεία) dos dados sensíveis (cf. *R.* 524b). Nessa leitura interpretativa do mundo sensível, o pensamento não o duplica, como, às vezes, ingenuamente se supõe, antes o *pensa* a partir de relações não visíveis que podem discriminar e discernir o que é apreendido visual ou perceptivamente apenas de modo confuso e misturado (Puente, 2012).

Conclusão

Após expormos muito brevemente duas célebres passagens nas quais Platão apresenta imagens geométricas que lidam com o problema da incomensurabilidade e que propõe uma teoria da proporção para resolvê-la, cabe-nos enfatizar a importância que essas passagens matemáticas possuem em toda a sua obra até os diálogos finais (e talvez neles ainda mais enfaticamente – pense-se, por exemplo, na importância das passagens matemáticas no *Timeu* e no *Filebo*). Se a teoria da proporção parece constituir o cerne da matemática geométrica de Platão, então fica claro que não é suficiente apenas enumerar as diferentes imagens e metáforas matemáticas que perpassam toda a sua obra (Brumbaugh, 1954), mas que se deve buscar na analogia e na proporção, em especial na proporção, onde o termo médio é idêntico, o núcleo mesmo a partir de onde se deve compreender a filosofia de Platão. Evidentemente, essa filosofia, como se sabe, é bastante plural ao longo das diversas soluções apresentadas em distintos diálogos, mas isso não significa de modo algum que ela não esteja conectada por um único princípio que subjaz e preside essas variações. Em suma: o tratamento da matemática pode parecer episódico a um leitor menos atento, mas é na verdade estrutural e estruturante. Nesse sentido, também seria ingênuo acreditar que teríamos de analisar somente aquelas passagens dos diálogos que explicitamente discutem a analogia, pois a analogia está estruturalmente presente em quase toda a sua obra, mesmo quando ela não é manifestamente discutida (Bärthlein, 1996). A analogia/proporção era procedimento usual dos matemáticos, e Platão, como de costume, se apropria dela, transformando-a filosoficamente (Grenet, 1948; Bärthlein, 1996). Por isso a matemática para Platão está sempre submetida à filosofia (dialética) e, por essa mesma razão, ele critica com frequência os matemáticos que apenas a usam para realizar cálculos, sem se aperceber de suas potencialidades filosóficas. A importância do tema da imagem – por exemplo, tema que, como se sabe, percorre toda a produção platônica – está intimamente conectada à sua dimensão analógica. A imagem estabelece uma proporção entre o modelo e aquilo que o imita, e essa proporção, quando relacionada a outra, cria uma analogia. Sendo a analogia a igualdade entre proporções desiguais, ela constitui um instrumento de descoberta de um termo desconhecido (por exemplo: da diagonal) ou mesmo de unificação do múltiplo (Grenet, 1948).

Ora, é precisamente esse projeto de unificação do múltiplo que é levado a cabo de maneira sistemática, e até mesmo exaustiva, pelo neoplatonismo; pois, como Plotino afirma, 'a analogia estabelece a continuidade (συνέχει) do todo' (3.3.6.28). Porém, como Aristóteles já havia explicado, o tipo de analogia descontínuo (a/b = c/d) é a forma mais débil de unidade (*Metaph.* V.6, 1016 b32-35) e é esta analogia a que se refere Plotino na passagem aludida. Diferentemente de ambos, Platão parece preferir a analogia contínua, a saber, aquela em que o termo médio é idêntico (a/b = b/c); ao menos é a essa forma de analogia a que ele recorre no *Timeu*, quando descreve a unidade do múltiplo (Aubenque, 1992). Se a filosofia de Platão apresenta essa particularidade que não foi herdada por seus sucessores mais ilustres, resta perguntar por que isso acontece. Segundo um importante estudioso, o papel central do termo médio em Platão é sempre levar a conhecer algo desconhecido, e esse termo desconhecido 'é transcendente e refratário a toda determinação conceptual positiva' (Vuillemin, 1991, 20). Mais ainda, diferentemente do termo médio aristotélico – a premissa menor do silogismo –, que leva a uma dedução lógica necessária, o termo médio platônico tem uma origem geométrica e não lógica. Na verdade, parece ser a própria geometria que desempenha o papel do termo médio na filosofia de Platão.

Para finalizar, gostaríamos apenas de chamar a atenção para o fato de que uma determinação mais precisa da matemática permite ou não estabelecer uma diferenciação entre Platão e seu mais célebre e autônomo discípulo, Aristóteles, pois podemos pensar de acordo com diferentes intérpretes: a) que Aristóteles está na esteira de Platão e não se diferencia qualitativamente de seu mestre (Klein, 1968; Pritchard, 1995); b) que a filosofia de Aristóteles assinala uma evolução em relação ao pensamento de Platão e, por isso, podemos usar Aristóteles para corrigir Platão (Fowler, 1999); c) que as ontologias dos dois pensadores diferem radicalmente (Burnyeat, 2000); ou, por fim, d) que a singularidade de Platão é derivada do fato de ele ter sido o primeiro e o único na Antiguidade a ter descoberto e usado o irracional em sua filosofia, enquanto as críticas de Aristóteles a Platão se dirigem exatamente a esse irracional que Aristóteles rejeita de maneira incisiva nos dois livros finais da sua *Metafísica* (Toth, 1971). Diante dessa diversidade de posições percebe-se que pensar a diferença entre Platão e Aristóteles por meio da matemática, em especial da noção de proporção, pode ser uma tarefa profícua e instigante, podendo trazer resultados promissores para além das contraposições simplistas entre esses dois gigantes do pensamento filosófico que continuam a transbordar dos manuais de filosofia e das histórias da filosofia.

Bibliografia

Aubenque, P. (1992). De l'égalité des segments intermédiaires dans la ligne de la *République*. In: M.-O. Goulet et al (dir.), '*Chercheurs de sagesse'. Hommage à Jean Pépin*. Paris: Institut d'Études Augustiniennes, pp. 37-44.

Bärthlein, K. (1996). *Der Analogiebegriff bei den griechischen Mathematikern und bei Platon*. Würzburg: Königshausen & Neumann.

Brumbaugh, R. (1954). *Plato's Mathematical Imagination. The Mathematical Passages in the Dialogues and Their Interpretation*. Bloomington: Indiana University Press.

Burnyeat, M. (2000). Plato on why mathematics is good for the soul. In: T. Smiley (ed.). *Mathematics and Necessity: Essays in the History of Philosophy. Proceedings of the British Academy*. Oxford: Oxford University Press, pp. 1-81.

Cattanei, E. (2005). *Entes matemáticos e metafísica*. São Paulo: Loyola, (1ª ed. italiana 1996).

_________ (2007). Due geometrie per il *Menone*. In: M. Erler & L. Brisson (eds.), *Gorgias – Menon. Selected Papers from the Seventh Symposium Platonicum*. Sankt Augustin: Academia Verlag, pp. 248-252.

Fowler, D. (1999). *The mathematic's of Plato's Academy: a new reconstruction*. Oxford: Clarendon Press, 2ª ed. revista e atualizada da 1ª ed. 1987.

Frajese, A. (1951). *La matemática nel mondo antico*. Roma: Editrice Studium.

Gaiser, K. (2004). Platons *Menon* und die Akademie. *Gesammelte Schriften*. Hrsg. T. A. Szlezák. Sankt Augustin: Academia Verlag, 1ª ed. 1964.

Gill, C. (2007). The Good and Mathematics. In: D. Cairns et al (eds.). *Pursuing the Good. Ethics and Metaphysics in Plato's* Republic. Edinburgh: Edinburgh University Press, pp. 251-274.

Gray, J. (2008). *Plato's Ghost. The modernist transformation of mathematics*. Princeton/Oxford: Princeton University Press.

Grenet, P. (1948). *Les origines de l'analogie philosophique dans les dialogues de Platon*. Paris: Éditions Contemporaines.

Heath, T. (1981). *A History of Greek Mathematics*. New York: Dover, 1ª ed. 1921.

Hopkins, B. (2011). *The origin of the logic of symbolic mathematics: Edmund Husserl and Jacob Klein*. Bloomington and Indianapolis: Indiana University Press.

Hösle, V. (1994). *I fondamenti dell'aritmetica e della geometria in Platone*. Milano: Vita e Pensiero.

Klein, J. (1965). *A commentary on Plato's* Menon. Chapel Hill: The University of North Carolina Press.

______ (1968). *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. Cambridge/London: The M.I.T. Press, 1ª ed. 1934-36;

Kokkinos, J. (1997). *Das mathematische Inkommensurable und Irrationale bei Platon*. Frankfurt am Main: Peter Lang.

Lasserre, F. (1990). *La naissance des mathématiques à l'époque de Platon*. Fribourg/Paris: Éditions Universitaires/Éditions du Cerf.

Mugler, C. (1948). *Platon et la recherche mathématique de son époque. Strasbourg/Zürich*: Éditions Heitz.

Panza, M. & Sereni, A. (2009). *Il problema di Platone. Una storia della filosofia della matematica e un'introduzione al dibattito contemporaneo*. Roma: Carocci.

Postel, G. (2001). *Des admirables secrets des nombres platoniciens*. Paris: Vrin.

Pritchard, P. (1995). *Plato's Philosophy of Mathematics*. Sankt Augustin: Academia Verlag.

Puente, F. (2012). Percepção e contradição; analogia e pensamento em Platão (*Rep.* VII 522c – 526c). In: M. Campolina et al. (Org.). *O visível e o inteligível. Estudos sobre a percepção e o pensamento na filosofia antiga*. Belo Horizonte: Editora da Universidade Federal de Minas Gerais, pp. 111-122.

Schleiermacher, F. (2002). *Introdução aos diálogos de Platão*. Belo Horizonte: Editora da Universidade Federal de Minas Gerais.

Szabó, A. (1978). *The beginnings of greek mathematics*. Dordrecht/Boston/London: D. Reidel Publishing Company, 1ª ed. 1969.

Theon de Smyrna. (1892). *Exposition des connaissances mathematiques utiles pour la lecture de Platon*. Paris: Librairie Hachette.

Toth, I. (1971). *Aristoteles in der Entwicklungsgeschichte der geometrischen Axiomatik. Die nichteuklidischen Fragmente des* Corpus aristotelicum. Moskau: Nauka.

_______ (1998). *Lo schiavo di Menone. Il lato del quadrado doppio, la sua misura non-misurabile, la sua ragione irrazionale. Commentario a Platone*. Milano: Vita e Pensiero.

Toth, I. (2011). *Platon et l'irrationnel mathématique*. Paris: Ed. de l'éclat.

Vuillemin, J. (1991). La section de la ligne dans la *République*. In: R. Rashed (ed.). *Mathématique et Philosophie de l'Antiquité à l'Âge classique*. Paris: Éditions du CNRS, pp. 1 -20.

Wedberg, A. (1955). *Plato's Philosophy of Mathematics*. Stockholm: Almovist & Wiksell.

White, M. (2006). Plato and Mathematics. In: H. H. Benson (ed.). *A companion to Plato*. Malden/Oxford/Carlton: Blackwell Publishing, pp. 228-243.