

“

# MODELAÇÃO DE SISTEMAS GEOLOGICOS

Homenagem ao Professor Doutor Manuel Maria Godinho

”

L.J.P.F. NEVES, A.J.S.C. PEREIRA,  
C.S.R. GOMES, L.C.G. PEREIRA,  
A.O. TAVARES

IMPRESA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA  
COIMBRA UNIVERSITY PRESS

## **Avaliação de projectos mineiros: abordagens clássicas e opções reais**

**Pedro Godinho<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, PORTUGAL, pgodinho@fe.uc.pt

---

**Palavras-chave:** Avaliação de projectos mineiros, Opções reais

### **Resumo**

Os projectos mineiros são caracterizados pela existência de risco, bem como pela possibilidade de os gestores empreenderem acções que permitam tirar partido, ou minimizar o impacto negativo, de acontecimentos incertos. A teoria financeira tem vindo a mostrar que os métodos clássicos não são adequados à avaliação de projectos com estas características. Para estes projectos foram desenvolvidos modelos baseados na avaliação de opções financeiras, geralmente designados por modelos de opções reais. Neste artigo apresenta-se uma perspectiva geral sobre a aplicação de análise de opções reais a projectos de exploração mineira. Começam por se apresentar algumas fragilidades dos métodos clássicos de avaliação. Ilustra-se a lógica subjacente a modelos de opções reais, e apresenta-se o modelo clássico de aplicação de análise de opções reais a projectos mineiros.

**Key-words:** *Valuation of mining projects, Real options*

### **Abstract**

*Mining projects are characterized both by the existence of risk and by the possibility of managers undertaking actions that maximize the positive impacts of random events, or minimize their negative consequences. Financial theory shows that classical methods are not suitable to evaluate such projects. For such cases, some models were developed based on results from the evaluation of financial options: the real options models. This paper presents a general view on the application of real options analysis to mining projects. Some problems of the classical evaluation methods are discussed, and the logic underlying real options analysis is presented. The classical model that applies real options analysis to a mining project is also presented*

---

### **Introdução**

Num texto em que fazia uma retrospectiva sobre os principais temas relativos a economia dos minerais tratados pela revista *Resources Policy* entre os anos de 1989 e 2006, Eggert (2008) apresentava os temas da

procura de metais e minerais, da transição económica, do desenvolvimento sustentável e da ligação entre recursos minerais e crescimento económico. Depois de referir estes quatro temas, Eggert notava que existia um quinto tema que se desenvolvera de forma discreta mas sustentada: aquilo que o autor designava por “avaliação de opções” ou, mais concretamente, a utilização, na avaliação de activos reais (*e.g.*, projectos de investimento ou depósitos minerais subterrâneos), de métodos originalmente desenvolvidos para avaliação de opções financeiras. Esta forma de avaliação de activos reais é geralmente designada por Análise de Opções Reais (AOR), e procura colmatar diversas insuficiências das abordagens clássicas. O presente trabalho irá apresentar uma breve perspectiva sobre estas insuficiências, e sobre a forma como a AOR as procura contornar.

O artigo encontra-se estruturado da forma que agora se descreve. No Capítulo 2 procede-se a uma breve apresentação da abordagem clássica à avaliação de projectos, fazendo-se ainda referência à sua aplicação no sector mineiro. O Capítulo 3 procura dar uma ideia do tipo de modelos utilizados em AOR, através de um exemplo simples. O Capítulo 4 procede a uma breve apresentação do modelo de Brennan e Schwartz (1985), que constitui a principal referência na aplicação de AOR a projectos de exploração mineira. Finalmente, o Capítulo 5 apresenta algumas notas finais.

### **A Abordagem Clássica de Avaliação**

Várias medidas têm vindo a ser propostas para a avaliação de projectos de investimento (ver, por exemplo, Remer e Nieto, 1995a e 1995b, ou Godinho *et al.*, 2003). De todas essas medidas, o Valor Actual Líquido (VAL) é considerado, de forma quase unânime, a teoricamente mais fundamentada (ver, por exemplo, Brealey e Myers, 2000). O VAL representa o valor de mercado líquido de um projecto, ou a contribuição líquida de um projecto para o valor da empresa, medindo, assim, a forma como este contribui para aquele que deve ser o objectivo dos gestores: a maximização do valor.

O VAL é simplesmente a soma dos fluxos monetários gerados pelo projecto, actualizados para o momento inicial. Esta medida pode assim ser definida como

$$\text{VAL} = \sum_{t=0}^T \frac{F_t}{(1+r)^t}, \quad (2.1)$$

em que  $T$  é o tempo de vida do projecto,  $F_t$  é o fluxo de caixa esperado para o ano  $t$ , isto é, a diferença entre os fluxos de entrada (recebimentos) e os de saída (pagamentos) gerados pelo projecto nesse ano, e  $r$  é o custo do capital

do projecto. O custo do capital representa a taxa de rentabilidade exigida ao projecto, devendo ter em consideração o valor temporal do dinheiro e o risco do investimento.

Em aplicações práticas, o VAL é geralmente calculado tendo em consideração fluxos de caixa correspondentes a períodos discretos, tal como definido em (2.1). No entanto algumas vezes, especialmente em modelos teóricos, é conveniente considerar os fluxos de caixa em tempo contínuo. Nesse caso o VAL pode ser escrito como

$$\text{VAL} = \int_0^T F_t \cdot e^{-\lambda t} dt, \quad (2.2)$$

em que  $T$  é o tempo de vida do projecto,  $F_t$  é o fluxo de caixa esperado para o instante  $t$ , e  $\lambda$  é o custo do capital com capitalização contínua (relacionado com  $r$  por  $\lambda = \ln(1+r)$ ).

Como se percebe das expressões (2.1) e (2.2), o custo do capital tem uma grande influência nos valores obtidos. O custo do capital deve ser idêntico à rentabilidade esperada de investimentos de risco idêntico disponíveis nos mercados de capitais, podendo a sua estimação revestir-se de alguma complexidade. Alguns autores recomendam a utilização de um modelo de equilíbrio do mercado de capitais para o cálculo do custo do capital (*e.g.* Brealey e Myers, 2000), sendo frequentemente utilizado o modelo de avaliação dos activos financeiros (geralmente identificado pelo acrónimo CAPM, do inglês *Capital Asset Pricing Model*). Neste modelo, assume-se que os investidores apresentam aversão ao risco, e que utilizam os mercados de capitais para diminuir, tanto quanto possível, o risco da sua carteira de investimentos. Esta minimização do risco é obtida através da posse de carteiras diversificadas. O modelo considera assim que o risco de um investimento se divide em duas parcelas: o risco específico, que pode ser eliminado por diversificação da carteira de investimentos, e o risco sistemático, que não pode ser anulado. Uma vez que os investidores podem diversificar as suas carteiras recorrendo ao mercado de capitais, apenas o risco sistemático deve ser relevante, e apenas este deve ser tomado em consideração na avaliação dos investimentos. O CAPM mede este risco através de um parâmetro designado por  $\beta$ , definido como:

$$\beta = \frac{\text{cov}(r, r_m)}{\text{var}(r_m)}, \quad (2.3)$$

em que  $r$  é a taxa de rentabilidade do investimento e  $r_m$  é a taxa de rentabilidade da carteira de mercado (uma carteira representativa do

mercado como um todo). O CAPM estabelece que, em equilíbrio, a rentabilidade do valor de mercado de um investimento deve obedecer a:

$$E(r) = r_f + \beta \cdot (E(r_m) - r_f), \quad (2.4)$$

em que  $r_f$  é a taxa de juro sem risco e  $E(\cdot)$  é o operador de valor esperado. O custo do capital a usar na avaliação de um projecto de investimento deve ser, assim, o valor da taxa de rentabilidade esperada fornecida pela expressão (2.4). A principal dificuldade existente na utilização desta expressão para calcular o custo do capital reside na estimação do parâmetro  $\beta$  ou, mais concretamente, no numerador da expressão de cálculo (2.3), uma vez que os projectos de investimento não são directamente transaccionados no mercado de capitais. Para fazer face a esta dificuldade, alguns autores recomendam a utilização de *proxies* baseadas nos betas de activos com características semelhantes às do projecto, transaccionados no mercado de capitais (*e.g.* Brealey e Myers, 2000).

Vários estudos mostram que o VAL é actualmente utilizado pela generalidade das grandes empresas dos países desenvolvidos (*e.g.*, Graham e Harvey, 2001, Brounen *et al.*, 2004 e Truong *et al.*, 2008). Existem também indicações sobre a utilização do VAL pela generalidade das empresas de exploração mineira (Moyen *et al.*, 1996, Humphreys, 1996, Truong *et al.*, 2008).

Moyen *et al.* (1996) reportam a utilização, por empresas do sector mineiro, de um custo do capital de 15% na avaliação de projectos de investimento, valor esse que é aumentado quando existe risco político significativo, e diminuído quando existe competição pela aquisição de propriedades. Os autores notam que grande parte do risco dos projectos de exploração mineira é específico, pelo que estes projectos geralmente não justificam um custo do capital elevado. Com efeito, os valores estimados pelos autores, com recurso ao CAPM, para os Estados Unidos da América (EUA) e Canadá, variam entre 5% a 11%, estando assim bastante abaixo dos valores usados pelas empresas. Estes autores referem ainda que a maioria das empresas calcula o valor esperado dos fluxos de caixa tendo em conta uma estimativa de preço de longo prazo do preço do metal extraído, e referem, como exemplo, que o preço considerado para o cobre era geralmente de \$1.00 por libra (uma libra de cobre equivale a cerca de 453.6 gramas). Esta prática também poderá distorcer a avaliação dos projectos de investimento, em alturas em que existam desvios importantes entre os preços de mercado e os seus valores esperados no longo prazo.

Davis (2002) reporta a utilização de custos do capital entre 14% e 19% para projectos de exploração mineira, notando que estes valores estão

muito acima dos obtidos utilizando o CAPM. Davis e Moyen *et al.* (1996) notam que estes valores inflacionados do custo do capital podem ser explicados por divergências entre os interesses dos accionistas e os dos gestores. Com efeito, embora os accionistas das empresas da indústria extractiva possam diversificar os seus investimentos, sendo assim indiferentes ao risco específico, os gestores e trabalhadores das empresas não têm a mesma possibilidade de diversificação. Assim, como são os gestores a tomar as decisões, estes incorporam nelas um prémio de risco que tem também em conta o risco específico, usando assim um custo do capital superior àquele que seria do interesse dos accionistas.

Samis *et al.* (2006) referem que é também prática de algumas empresas de extracção mineira a identificação das diferentes fontes de risco (e.g., preços dos recursos geológicos, risco geológico, risco político) e a adição, ao custo do capital, de um prémio de risco relativo a cada uma destas fontes, prémio esse que é definido pela intuição dos gestores. Os autores notam a falta de sustentação teórica de um tal método, criticando ainda o facto de alguns projectos envolvendo investimentos muito avultados serem analisados com base em VALs calculados com recurso a um custo do capital “ubíquo” de 15%.

Para além de eventuais problemas relacionados com um possível enviesamento na estimação, o VAL, tal como é classicamente aplicado, apresenta outras fragilidades. Uma destas fragilidades concerne a possibilidade de empreender acções correctivas como resposta aos acontecimentos que possam afectar o projecto, por exemplo, como resposta à variação dos preços dos *inputs* ou dos *outputs* do projecto. Esta flexibilidade operacional não é, geralmente, tida em consideração na aplicação clássica do VAL, na qual é usual considerar um cenário estático que não tem em conta a gestão do projecto. A presença de flexibilidade operacional influencia, de forma clara, os valores dos fluxos de caixa esperados, podendo ser aí incorporada com o auxílio de ferramentas como as árvores de decisão (Magee, 1964). No entanto, a existência desta flexibilidade altera o risco do projecto, e deve assim influenciar também o custo do capital, sendo o ajustamento deste parâmetro bastante mais problemático. Brealey e Myers (2000) notam que, na presença de flexibilidade operacional, pode não existir um custo do capital constante apropriado ao projecto. No mesmo sentido, Jacoby e Laughton (1992) notam que a utilização de um custo do capital fixo pressupõe que as condições futuras sejam conhecidas e estacionárias. Com efeito, Samis *et al.* (2006) mostram que, mesmo na ausência de flexibilidade operacional, há projectos para os quais não existe um custo do capital correcto,

apresentando como exemplo um projecto estilizado de exploração de uma mina.

Estes problemas de aplicação e fragilidades do VAL calculado através da soma dos fluxos de caixa actualizados (tal como definido em (2.1) e (2.2)) justificam que este subavaliou empresas e projectos da indústria mineira. Em 1989, Nesbitt Research<sup>1</sup> calculou o VAL de empresas de extracção de ouro dos EUA e Canadá, concluindo que as cotações destas no mercado de capitais eram cerca de 43% superiores ao VAL assim obtido. Como nota Davis (1996), a não incorporação da flexibilidade operacional no cálculo do VAL poderá justificar, em parte, esta diferença. No mesmo sentido, Davis (2002) indica que as acções de empresas da indústria extractiva apresentavam uma rentabilidade anual média de 7%, um valor muito abaixo da rentabilidade mínima de 15% que estas empresas exigem aos seus investimentos. Uma justificação possível proposta pelo autor era que os detentores de acções destas empresas reconheciam que o risco destas era bastante mais baixo do que o implícito no custo de capital de 15%, e assim avaliavam as empresas de uma forma que lhes exigia uma rentabilidade esperada mais baixa.

No próximo capítulo iremos apresentar o tipo de modelos de avaliação que permitem evitar as dificuldades associadas à aplicação clássica do VAL.

### **A Análise de Opções Reais: Exemplo de Aplicação**

Nas últimas três décadas foram desenvolvidos vários modelos que utilizam, na avaliação de projectos de investimento, métodos e técnicas que seguem uma lógica semelhante à usada na avaliação de opções financeiras. A utilização deste tipo de modelos é geralmente designada por Análise de Opções Reais (AOR).

Estes modelos permitem resolver, de forma teoricamente sustentada, as fragilidades apontadas ao cálculo do VAL como soma dos fluxos de caixa actualizados. Embora vários autores façam a separação entre VAL e valor do projecto de acordo com a AOR, na verdade ambos pretendem medir o mesmo valor: a contribuição líquida do projecto para o valor da empresa. A AOR permite, isso sim, estimar este valor de forma consistente com a teoria financeira nas situações em que a aplicação clássica do VAL não conduz a resultados sustentados. A AOR permite ainda determinar, de forma simultânea à avaliação do investimento, a melhor estratégia para a sua gestão – por exemplo, determinar em que situações este deve ser iniciado,

---

<sup>1</sup> Nesbitt Research (1989), Gold Asset Valuation, Toronto, Ontario, *vide* Davis(1996).

abandonado, expandido, contraído, suspenso, retomado, etc. No presente capítulo iremos dar uma ideia da lógica subjacente a este tipo de modelos, com recurso a um exemplo simples, baseado em Godinho (2003).

Considere-se uma empresa que tem um contrato que lhe concede o direito de exploração, por um ano, de uma mina de onde é possível extrair 500 toneladas de um dado metal. O contrato de exploração pode ser prolongado por um ano mediante um pagamento adicional de 12 000 euros. A decisão sobre o prolongamento ou não do prazo deve ser tomada agora e, em caso de prolongamento, o montante de 12 000 euros deve ser pago imediatamente. A empresa contrata a extracção, processamento e refinação do metal a uma outra empresa, que entregará as 500 toneladas de metal no prazo de um ano, com um custo de 450 000 euros no primeiro ano, ou 486 000 euros no segundo (valores a pagar no início do ano em que é feita a extracção). O metal é actualmente transaccionado por 1000 euros/tonelada, e em cada um dos próximos dois anos existe uma probabilidade de 50% de o seu preço aumentar 20%, e uma probabilidade de 50% de diminuir 10%. Vai assumir-se que não existem benefícios nem custos decorrentes da posse do metal<sup>2</sup>, que o custo dos contratos de extracção, processamento e refinação não está sujeito a incerteza, que o metal será vendido um ano após o início da extracção e que a taxa de juro sem risco é de 8%. Para simplificar o modelo, vão ainda ignorar-se os impostos.

Comece por se analisar a possibilidade de iniciar imediatamente a extracção. Uma vez que o fluxo de caixa futuro é proporcional ao preço do metal, o risco do projecto é idêntico ao risco do preço do metal. Como não existem benefícios nem custos decorrentes da posse do metal, o custo do capital a utilizar deve ser idêntico à taxa de variação esperada do preço deste:

$$r = 50\% \cdot 20\% + 50\% \cdot (-10\%) = 5\%$$

O VAL será, assim:

$$\text{VAL} = F_0 + \frac{F_1}{1+r} = -450\,000 + \frac{50\% \cdot 500 \cdot 900 + 50\% \cdot 500 \cdot 1200}{1.05} = 50\,000 \text{ €}$$

---

<sup>2</sup> Geralmente existem benefícios e/ou custos que decorrem da posse dos metais e não são extensivos aos detentores de contratos que garantem a entrega futura destes. Estes benefícios são medidos por uma *convenience yield*. Neste caso está a assumir-se uma *convenience yield* nula, para simplificar o exemplo. Seria possível, alternativamente, tornar o exemplo mais realista definindo a dinâmica dos preços em termos de preços definidos pelos contratos para entrega futura, mas tal iria tornar mais complexa a sua formulação.

Pode confirmar-se este valor de uma outra forma. Não existindo benefícios nem custos decorrentes da posse do metal, iniciar o projecto proporciona os mesmos fluxos de caixa futuros que são obtidos através da compra imediata de 500 toneladas do metal. Desta forma o projecto, depois de iniciado (isto é, depois de pagos os custos de extracção, processamento e refinação), deverá valer o mesmo que a posse de 500 toneladas do metal, isto é,  $500 \cdot 1000 = 500\,000$  €. Isto é assim porque duas estratégias que proporcionem os mesmos fluxos de caixa futuros devem apresentar o mesmo valor de mercado. Tendo em conta o investimento necessário para iniciar o projecto, o seu valor de mercado líquido deverá ser:

$$\text{VAL} = -450\,000 + 500\,000 = 50\,000 \text{ €}.$$

Neste caso, o VAL, tal como definido pela expressão (2.1), permite calcular correctamente o valor de mercado do projecto. Isto deve-se ao facto de, neste caso, ser possível encontrar um activo transaccionado em mercado com risco idêntico ao do projecto (o metal). Assim, o custo do capital do projecto deve ser igual à taxa de rentabilidade esperada deste activo.

Considere-se agora o adiamento do projecto por um ano. No final desse ano pode determinar-se se deve ou não iniciar-se a extracção, tendo em conta o preço que o metal apresente. Esta flexibilidade de iniciar ou não o projecto de acordo com a evolução do preço leva a que o risco do projecto não seja idêntico ao risco do preço do metal, deixando de existir um custo do capital que se possa obter directamente a partir de informação do mercado. Por forma a determinar o VAL do projecto em caso de adiamento, vai tentar replicar-se os fluxos de caixa futuros a partir de transacções no mercado.

Dentro de um ano não será possível adiar mais o início da extracção, sendo necessário decidir se se inicia esta ou se se abandona o projecto. Represente-se por  $\text{VAL}_1$  o VAL que o projecto terá dentro de um ano, no caso de este ter sido adiado. É imediato constatar que, independentemente da evolução do preço do metal, o projecto terá  $\text{VAL}_1 = 0$  € se for abandonado.

Se, dentro de um ano, se decidir iniciar a extracção, então  $\text{VAL}_1$  irá depender do preço que o metal tiver nessa altura. Neste caso, dentro de um ano, os fluxos de caixa futuros do projecto serão idênticos aos obtidos através da aquisição de 500 toneladas do metal para venda um ano depois.  $\text{VAL}_1$  será a diferença entre o preço de 500 toneladas do metal e o custo a pagar pela extracção, processamento e refinação do metal. Se, no primeiro ano, tiver ocorrido uma subida do preço do metal:

$$\text{VAL}_1 = 500 \cdot 1200 - 486\,000 = 114\,000 \text{ €}.$$

Se, por outro lado, no primeiro ano tiver ocorrido uma descida do preço do metal:

$$VAL_1 = 500 \cdot 900 - 486\,000 = -36\,000 \text{ €}.$$

Como o abandono do projecto garante  $VAL_1 = 0 \text{ €}$ , constata-se que, se o projecto tiver sido adiado, deve iniciar-se a extracção no caso de ocorrer uma subida do preço do metal e abandonar-se o projecto no caso de ocorrer uma descida. Com esta estratégia, o adiamento do projecto torna este equivalente a obter, dentro de um ano, um valor de 114 000 € no caso de subida do preço do metal, e de 0 € no caso de descida. Para encontrar o valor de mercado actual destes dois possíveis valores futuros, vamos determinar uma forma de os replicar através de investimento imediato no metal e do pedido de um empréstimo a um ano (que, por não apresentar risco, se assume remunerado à taxa de juro sem risco). Seja  $Q$  o número de toneladas do metal a adquirir, e  $B$  o montante do empréstimo contraído. Se  $P_1$  for o preço de uma tonelada do metal dentro de um ano, o valor da carteira constituída pela aquisição do metal e pelo empréstimo será de  $P_1 \cdot Q - 1.08 \cdot B$ . Como queremos replicar os dois valores futuros de 114 000 € e 0 €, no caso de subida e descida do preço do metal (respectivamente), podemos determinar  $Q$  e  $B$  a partir do seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 1\,200 \cdot Q - 1.08 \cdot B = 114\,000 \\ 900 \cdot Q - 1.08 \cdot B = 0 \end{cases}$$

A resolução deste sistema permite obter os valores  $Q = 380 \text{ ton.}$  e  $B = 316\,667 \text{ €}$ . Assim, o adiamento do projecto permite obter os mesmos valores futuros conseguidos através da aquisição de 380 toneladas do metal em conjunto com o pedido de um empréstimo de 316 667 €. A carteira formada por estes dois elementos tem, hoje, um valor de  $1\,000 \cdot Q - B = 1\,000 \cdot 380 - 316\,667 = 63\,333 \text{ €}$ , pelo que deverá ser este o valor actual do projecto. Recorde-se que, para adiar o projecto, é necessário efectuar um pagamento imediato de 12 000 €. Tendo este pagamento em consideração, obtém-se

$$VAL = -12\,000 + 63\,333 = 51\,333 \text{ €}$$

Deverá ser este o valor de mercado do projecto em caso de adiamento. Sendo este valor superior ao valor de início imediato do projecto (que é  $VAL = 50\,000 \text{ €}$ , como calculado anteriormente), conclui-se que a estratégia óptima é adiar o projecto e iniciar a extracção dentro de um ano, no caso de subida do preço do metal, ou desistir desta no caso de descida. Note-se, por curiosidade, que se se tivesse optado por usar um custo do capital de 5% para avaliar o projecto em caso de adiamento (o mesmo custo do capital usado na situação de início imediato), com base nos fluxos de caixa

esperados, se obteria um VAL de 42 286 €. Concluir-se-ia erradamente que o projecto deveria ser imediatamente iniciado.

Procurou-se, com este modelo, apresentar de forma simples alguma da lógica subjacente à AOR. É particularmente importante a ideia de replicar os valores futuros dos projectos através de carteiras de activos transaccionados em mercados competitivos. O valor actual destas carteiras deverá ser igual ao valor actual do projecto.

O pressuposto de existirem apenas duas variações possíveis do preço do metal em cada ano é particularmente irrealista. Note-se, no entanto, que se permitirmos apenas estas duas variações em cada período de tempo, mas diminuirmos a duração deste período, tal permite-nos fazer aproximar a distribuição anual dos preços do metal de uma distribuição contínua e manter, simultaneamente, a mesma lógica de avaliação usada neste exemplo (lógica essa que seria agora aplicada a mais períodos de tempo, de menor duração). Assim, estes modelos de tempo discreto podem ser usados como aproximação de modelos em tempo contínuo. Existem também modelos que consideram directamente tempo contínuo. É esse o caso do modelo de Brennan e Schwartz (1985), que se apresenta no próximo capítulo.

### O Modelo de Brennan e Schwartz

A principal referência relativa à utilização de AOR para avaliação de projectos de exploração mineira é o modelo de Brennan e Schwartz (1985). Muitos trabalhos posteriores estendem este modelo considerando diferentes processos para o preço dos recursos geológicos, extração de múltiplos recursos, diferentes abordagens de avaliação ou diferentes opções disponíveis para a gestão, mas não se afastam significativamente da estrutura do problema que lhe está subjacente. Neste capítulo, ir-se-á proceder a uma apresentação das principais características deste modelo.

Brennan e Schwartz consideram um projecto de exploração de uma mina de onde se irá extrair um único recurso geológico. Este recurso tem características homogéneas e o seu preço à vista é determinado em mercado concorrencial, seguindo um processo com a forma:

$$dS = \mu \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dz, \quad (4.1)$$

em que  $dt$  é uma variação infinitesimal do tempo,  $dz$  é o incremento de um processo de Wiener padrão, apresentando uma distribuição normal com média nula e variância  $dt$ <sup>3</sup>,  $S$  é o preço do recurso geológico,  $\mu$  é o

---

<sup>3</sup> Para mais detalhes sobre as características dos processos de Wiener ver, por exemplo, Dixit e Pyndick (1994).

parâmetro *drift* que representa a tendência de evolução do preço do recurso, podendo ser estocástico, e  $\sigma$  é o parâmetro da volatilidade deste preço.

Brennan e Schwartz consideram que o processo de variação do preço dos recursos incorpora uma *convenience yield* que reflecte os benefícios e custos da sua detenção física. Os autores descrevem esta *convenience yield* como o fluxo de serviços que advêm ao proprietário do recurso, mas não ao detentor de um contrato que permita o recebimento futuro do recurso (por exemplo, a possibilidade de obter lucro em situações de falta temporária do recurso, ou de beneficiar de diferenças de preço entre diferentes locais). Os autores assumem que a *convenience yield*,  $C(S,t)$ , é função do preço do recurso ( $S$ ) e do tempo ( $t$ ).

Brennan e Schwartz assumem que a quantidade do recurso que é possível extrair da mina é conhecida, e representada por  $Q$ . A taxa de produção da mina, quando está em funcionamento, é  $q \in [\underline{q}, \bar{q}]$ ;  $\bar{q} \geq \underline{q} > 0$ , podendo ser alterada, sem custos, dentro deste intervalo. A taxa de produção pode ser reduzida abaixo do valor  $\underline{q}$  através do encerramento temporário da mina (caso em que fica  $q = 0$ ), mas quer o encerramento temporário quer a reabertura da mina implicam custos. Uma mina que permaneça temporariamente encerrada obriga a empresa a incorrer num custo fixo de manutenção por unidade de tempo. A empresa pode também abandonar a mina, deixando assim de incorrer em custos de manutenção, mas perdendo a opção de a reabrir.

Desta forma, Brennan e Schwartz consideram que a mina pode estar em três estados: em funcionamento, temporariamente encerrada ou abandonada. Nos dois primeiros estados a empresa tem a opção, em qualquer altura, de seleccionar um estado diferente. No último estado, deixa de haver a possibilidade de fazer seja o que for. Sempre que a mina esteja em funcionamento, é necessário escolher uma taxa de produção  $q \in [\underline{q}, \bar{q}]$ . A política óptima de gestão da mina é definida por uma função  $q(S, Q, t)$ , que define a taxa de produção a utilizar quando a mina está em funcionamento, e por três limiares:  $S_0(Q, t)$ ,  $S_1(Q, t)$  e  $S_2(Q, t)$ .  $S_0(Q, t)$  é o preço do recurso abaixo do qual a mina é abandonada, quando se encontra temporariamente encerrada;  $S_1(Q, t)$  é o preço do recurso abaixo do qual a mina é temporariamente encerrada ou abandonada, quando se encontra em funcionamento;  $S_2(Q, t)$  é o preço do recurso acima do qual a mina é

colocada em funcionamento, quando se encontra temporariamente encerrada.

Por forma a determinar o valor do projecto de exploração da mina e a política óptima de gestão, Brennan e Schwartz começam por determinar a relação entre o preço à vista do recurso e o preço de um contrato para entrega futura deste mesmo recurso. Para tal, constroem uma carteira sem risco composta pelo recurso e por contratos futuros sobre este. Não tendo esta carteira risco, ela deve permitir obter uma rentabilidade idêntica à taxa de juro sem risco. Desta forma, e tendo em conta que, na maturidade, o preço do contrato futuro deve ser idêntico ao preço à vista do recurso, os autores obtêm a relação entre o preço do contrato futuro e o preço à vista.

A determinação do valor da mina segue uma lógica semelhante. Os autores definem uma carteira sem risco formada pela mina e por contratos futuros sobre o recurso extraído e, considerando que esta carteira deve ter uma rentabilidade idêntica à taxa de juro sem risco, os autores definem equações diferenciais para o valor da mina quando esta se encontra em funcionamento e quando se encontra temporariamente encerrada. Os autores definem oito condições de fronteira: duas relativas ao facto de uma mina com uma quantidade nula do recurso ter valor nulo; três *value matching conditions* que indicam que, quando o preço do recurso tem um valor igual ao de um dos limiares, a empresa deve ser indiferente entre mudar o estado da mina ou mantê-lo; três *high-contact conditions* que indicam que, quando o preço do recurso tem um valor igual ao de um dos limiares, a derivada do seu valor deve ser idêntica para os dois estados separados por esse limiar (ver, por exemplo, Dixit e Pyndick, 1994, Capítulo 4, relativamente à necessidade de verificarem as *value matching conditions* e as *high-contact conditions* na solução óptima). Desta forma, os autores obtêm um modelo formado por 10 expressões que permite determinar o valor da mina mas que, no caso geral, não admite solução analítica de forma fechada<sup>4</sup>.

Brennan e Schwartz apresentam ainda a análise de um caso particular que permite obter solução analítica de forma fechada. As simplificações necessárias incluem considerar que a mina contém uma quantidade infinita do recurso geológico, assumir que  $q = \bar{q}$  e considerar custos nulos de manter a mina temporariamente encerrada.

---

<sup>4</sup> Por motivos de economia de espaço, o modelo completo não será aqui apresentado, mas pode ser consultado em Brennan e Schwartz (1985, p. 144).

## Notas Finais

No presente artigo apresentou-se uma perspectiva sobre a aplicação de modelos de opções reais à avaliação de projectos de exploração mineira. Estes modelos têm maior consistência teórica do que as abordagens clássicas, conduzindo expectavelmente a resultados que melhor reflectem o verdadeiro valor do projecto, e permitindo ainda determinar a estratégia mais apropriada para a sua gestão.

O maior rigor dos modelos de opções reais, e o facto de permitirem a obtenção de uma estratégia de gestão do projecto, têm o custo de uma maior complexidade analítica. Pode assim colocar-se a questão de saber se os benefícios justificam este custo. Humphreys (1996) apresenta a perspectiva da RTZ Ltd. (actual Rio Tinto PLC) sobre esta questão, notando que a flexibilidade operacional terá valor especialmente em projectos marginais, isto é, projectos em que as margens de lucro sejam reduzidas. O autor nota ainda que, no caso da empresa em questão, a generalidade dos projectos apresentam custos fixos elevados e margens de lucro elevadas, pelo que seria necessário descidas muito significativas do preço dos recursos para se poder justificar o encerramento, ainda que temporário. O autor indica ainda que a empresa usava a avaliação de opções especialmente num contexto estratégico, por forma a obrigar os gestores a analisarem de forma sistemática os diferentes cenários de gestão possíveis relativamente ao projecto.

Vários autores têm analisado a importância do valor da flexibilidade operacional no valor total dos projectos. Moyen *et al.* (1996) analisam o valor da flexibilidade operacional de encerrar e reabrir uma mina, num modelo calibrado com dados relativos a minas de cobre de empresas Canadianas. No caso base dos autores, considerando uma mina que actualmente não se encontra em funcionamento e um custo do capital de 5%, a flexibilidade operacional representa uma média de 24% do valor da oportunidade de investimento. Tendo por base diferentes estudos relativos a metais diversos, Davis (1996) conclui que a flexibilidade operacional representa uma média de cerca de 8% do valor de um projecto já desenvolvido, e cerca de 41% do valor de um projecto ainda não iniciado. Considerando valores típicos das minas de cobre Canadianas, e assumindo incerteza nos custos e no preço do cobre, Slade (2001) conclui que a flexibilidade operacional pode representar 8% a 42% do valor de uma mina em funcionamento, consoante o tipo de processos usados para representar a incerteza. Analisando as minas de ouro Australianas com base no modelo de Brennan e Schwartz (1985), Colwell *et al.* (2003) concluem que a opção de encerramento representa uma média de cerca de 2% do valor das minas, mas

este valor apresenta diferenças muito importantes de mina para mina. Assim, os resultados de diferentes estudos são muito diversos. No entanto, tendo em conta a dimensão dos valores envolvidos na exploração de uma mina, a flexibilidade operacional pode ter um valor significativo. Reforçando esta conclusão, é de notar que os estudos publicados analisam apenas algumas fontes de risco e flexibilidade operacional: em modelos mais globais, é de esperar que os valores obtidos possam ser mais elevados.

Moel e Tufano (2002) notam que um número significativo de minas em condições operacionais e com reservas remanescentes são encerradas por razões económicas. Assim, as empresas usam a flexibilidade operacional na gestão de projectos mineiros. É assim importante que os modelos de avaliação considerem esta flexibilidade operacional, quer para garantir que os valores obtidos sejam tão rigorosos quanto possível, quer para um correcto apoio às decisões de gestão do projecto mineiro.

### Bibliografia

- Brealey, R.A., S.C. Myers (2000) - Principles of Corporate Finance, 6ª edição. McGraw Hill/Irwin.
- Brennan, M.J. e E.S. Schwartz (1985) - Evaluating Natural Resource Investments. *Journal of Business*; 58 (2), 135-157.
- Brounen, D., A. De Jong, K. Koedijk (2004) - Corporate Finance in Europe: Confronting Theory with Practice. *Financial Management*; 33 (4), 71-101.
- Colwell, D., T. Henker, J. Ho, K. Fong (2003) - Real Option Valuation of Australian Gold Mines and Mining Companies. *The Journal of Alternative Investments*; 6 (1), 23-38.
- Davis, G.A. (1996) - Option Premiums in Mineral Asset Pricing: Are They Important, *Land Economics*; 72 (2), 167-186.
- Davis, G.A. (2002) - Economic methods of valuing mineral assets. Proceedings of the Fifth Joint Business Valuation Conference of the Canadian Institute of Chartered Business Valuators and the American Society of Appraisers.
- Dixit, A.K., Pindyck, R.S. (1994) - Investment under Uncertainty. Princeton University Press, New Jersey.
- Eggert, R.G. (2008) - Trends in Mineral Economics: Editorial Retrospective, 1989-2006. *Resources Policy*; 33 (1), 1-3.
- Godinho, P.C. (2003) - Árvores de Decisão Bicritério em Análise de Projectos. Tese de Doutoramento, Faculdade de Economia, Universidade de Coimbra.
- Godinho, P.C., Afonso, A.R., Costa, J.P. (2003) - On the Use of Multiple Financial Methods in the Evaluation and Selection of Investment Projects. *Investigação Operacional*; 24 (1), 1-20.
- Graham, J., Harvey, C. (2001) - The Theory and Practice of Corporate Finance: Evidence from the Field. *Journal of Financial Economics*; 60 (2-3), 187-243.
- Humphreys, D. (1996) - New Approaches to Valuation: A Mining Company Perspective. *Resources Policy*; 22 (1-2), 75-77.
- Jacoby, H.D., Laughton, D.G. (1992) - Project Evaluation: A Practical Asset Pricing Method. *The Energy Journal*; 13 (2), 19-47.
- Magee, S (1964) - How to Use Decision Trees in Capital Investment. *Harvard Business Review*; 42, 79-96.
- Moel, A., Tufano, P. (2002) -When Are Real Options Exercised? An Empirical Study of Mine Closings. *The Review of Financial Studies*; 15 (1), 35-64.

- Moyen, N., Slade, M., Uppal, R. (1996) - Valuing Risk and Flexibility: A Comparison of Methods. *Resources Policy*; 22 (1-2), 63-74.
- Remer, D.S., Nieto, A.P. (1995a) - A Compendium and Comparison of 25 Project Evaluation Techniques. Part 1: Net Present Value and Rate of Return Methods. *International Journal of Production Economics*; 42 (1), 79-96.
- Remer, D.S., Nieto, A.P. (1995b) - A Compendium and Comparison of 25 Project Evaluation Techniques. Part 2: Ratio, Payback and Accounting Methods. *International Journal of Production Economics*; 42 (2), 101-129.
- Samis, M., Davis, G.A., Laughton, D.G., Poulin, R. (2006) - Valuing Uncertain Asset Cash Flows when There Are No Options: A Real Options Approach. *Resources Policy*; 30 (4), 285-298.
- Slade, M.E. (2001) - Valuing Managerial Flexibility: An Application of Real-Option Theory to Mining Investments. *Journal of Environmental Economics and Management*; 41 (2), 193-233.
- Truong, G., Partington, G., Peat, M. (2008) - Cost of Capital Estimation & Capital Budgeting Practice in Australia. *Australian Journal of Management*; 33 (1), 95-121.